可換環のZariskiスペクトラムと テンソル三角圏のBalmerスペクトラム

高橋 亮(名大多元数理)

E-mail: takahashi@math.nagoya-u.ac.jp

URL: http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~takahashi/

テンソル三角幾何学(tensor triangular geometry)は、今世紀に入ってから Balmer [1] によって創設され目下発展中の新しい理論です。古典的な可換環の Zariski スペクトラム (アフィンスキーム) は、可換環の素イデアルの集合に Zariski 位相を入れた位相空間として構成されます。これの類似として、与えられたテンソル三角圏(対称モノイダル構造をもつ三角圏)に対し、それのテンソル積を積と見立てて素イデアルに相当する thick 部分圏を考え、これら全体のなす集合に Zariski 位相に類似する位相を入れて、Balmer スペクトラムと呼ばれる位相空間が構成されます。テンソル三角幾何学は、この Balmer スペクトラムを用いて可換環論・代数幾何学的な考察を展開する理論です。2010年の国際数学者会議(ICM)で Balmer [2] が招待講演を行ったように、テンソル三角幾何学は近年世界の注目を集めています。

この連続講演では、まず可換環の Zariski スペクトラムの知識を復習することから始め、その後テンソル三角幾何学の入門的内容を解説します。具体的には、テンソル三角幾何学の主役である Balmer スペクトラムの基本的性質を述べ、知られている事実を紹介します。最後に、可換 Noether 環上の有限生成加群の右有界複体のなす導来圏の Balmer スペクトラムの構造に関して、松井紘樹氏(名大多元数理)との共同研究 [3] で得られた結果を紹介します。

References

- [1] P. Balmer, The spectrum of prime ideals in tensor triangulated categories, *J. Reine Angew. Math.* **588** (2005), 149–168.
- [2] P. Balmer, Tensor triangular geometry, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Volume II, 85–112, Hindustan Book Agency, New Delhi, 2010.
- [3] H. Matsui; R. Takahashi, Thick tensor ideals of right bounded derived categories, *Algebra Number Theory* 11 (2017), no. 7, 1677–1738.