9 $m^2-1=18\times19\times20\times21$ となる自然数 m を求める.

$18=a$ とおく!

$$18\times19\times20\times21=a(a+1)(a+2)(a+3)$$
$$=a(a+3)\times(a+1)(a+2)$$
$$=(a^2+3a)(a^2+3a+2)$$
$$=(18^2\times3\times18)(18^2+3\times18+2)$$
$$=378\times380 \quad \text{——①}$$

(+2)

一方, $m^2-1=(m-1)(m+1)$ ——②

(+2)

①②を比べて $\begin{cases} m-1=378 \\ m+1=380 \end{cases}$

よって, $m=379$ //

---

12 正の数 X の整数部分を n, 小数部分を p とする。

$X=n+p$ となる。——① また, $0<p<1$ となる。——②

$X^2+p^2=44$ から, n をしぼりこむ!!

①②より, $X<n+1$ ——③

$$44=X^2+p^2 \overset{①③}{<} (n+1)^2+1^2=(n+1)^2+1$$

$$43<(n+1)^2$$

これをみたすためには, $7\leqq n+1$ つまり, $n\geqq6$ ——④

また, ①②より, $n<X$ となる

$44=X^2+p^2>n^2+p^2>n^2$ よって, $44>n^2$

これをみたすためには, $n\leqq6$ ——⑤

④⑤より, $n=6$ がわかる!!

$X = 6 + p$ となる.

これを, $X^2 + p^2 = 44$ に代入して p を求める.

$$(6+p)^2 + p^2 = 44$$

$$2p^2 + 12p + 36 = 44$$

$$2p^2 + 12p - 8 = 0$$

$$p^2 + 6p - 4 = 0$$

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{36+16}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{13}}{2}$$

$$= -3 \pm \sqrt{13}$$

$p > 0$ より, $\underline{p = -3 + \sqrt{13}}$

したがって

$$\underline{X = 6 + p = 3 + \sqrt{13}} \quad /\!/$$