

Projekt zaliczeniowy

Symulator parametrów obwodowych obwodu ze sprzężeniem indukcyjnym

(autor: Rober Szmurło)

Wprowadzenie

Metody numeryczne są dziedziną, która zajmuje się metodami rozwiązywania problemów i zagadnień inżynierskich, matematycznych, ekonomicznych, fizycznych, i wielu innych na maszynach cyfrowych. Dzisiaj nie są już to tylko komputery, ale również coraz bardziej 'dziwaczne' urządzenia typu Internet rzeczy (ang. IoT). W trakcie pracy zawodowej zarówno informatycy, elektronicy, automatycy jak i elektrycy często muszą zmierzyć się zagadnieniami numerycznymi z różnych dziedzin. W niniejszym projekcie, aby przedstawić praktyczne zastosowanie metod numerycznych jako temat wybrany został bardzo prosty obwód elektryczny z uwzględnieniem sprzężenia indukcyjnościowego między elementami obwodu (transformator). Ideą obwodu jest bezkontaktowe przeniesienie energii z jednego obwodu do drugiego. Zastosowań jest niezliczona liczba, między innymi można użyć do galwanicznej separacji obwodów i w ten sposób zabezpieczenie obwodu wtórnego (jest szereg znacznie nowocześniejszych rozwiązań ;-)). Zasadniczą ideą tego ćwiczenia jest ilustracja praktycznego zastosowania metod numerycznych i obliczeniowych w praktyce dlatego samo zagadnienie techniczne jest maksymalnie uproszczone.

W ramach rozwiązywania tego zadania nie ma potrzeby wnikania w szczegóły elektrotechniczne lub dotyczące analizy sygnałów. W niniejszej instrukcji przedstawione jest gotowe przekształcenie zagadnienia inżynierskiego, technicznego do postaci czysto matematycznej, z którą ostatecznie Państwa zadaniem jest się zmierzyć z pomocą metod numerycznych wykorzystując do tego celu samodzielnie opracowany symulator obwodowy.

Temat ten, z punktu widzenia inżynierskiego jest na tyle prosty aby można było w nim skupić się na samych metodach numerycznych i ich zastosowaniu w praktyce. W niniejszej instrukcji zawarta jest kompletna wiedza z dziedziny teorii obwodów i sygnałów niezbędna do zrealizowania ćwiczenia.

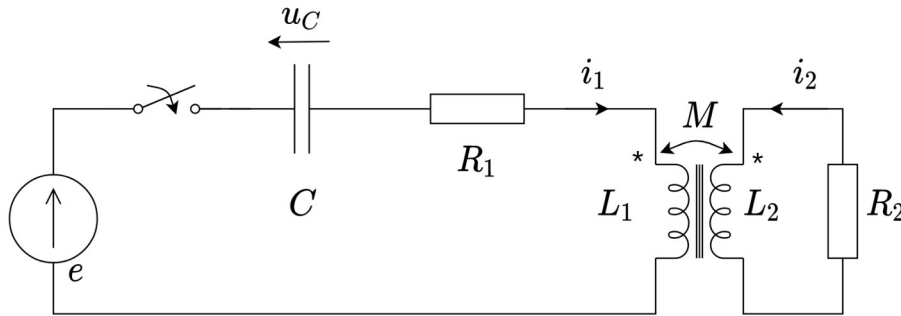
Wymagania formalne podlegające ocenie dla niniejszego projektu są przedstawione poniżej. Współczynniki procentowe podane w nawiasach wskazują wagi jakie zostaną użyte w stosunku do maksymalnej ostatecznie liczby punktów do uzyskania za projekt. Każdy z poniższych

- poprawna implementacja wszystkich obowiązkowych metod numerycznych (35%),
- poprawna weryfikacja wyników (15%) - wyniki powinny być zweryfikowane np. za pomocą jakichś alternatywnych narzędzi lub za pomocą analitycznie obliczonych, oczekiwanych wyników dla maksymalnie uproszczonego zagadnienia,
- poprawność uzyskanych wyników (10%),
- czytelność i jakość implementacji (najważniejszą sprawą jest właściwa separacja kodu związanego z realizacją metody numerycznej i z implementacją szczegółów związanych z konkretnym zagadnieniem inżynierskim) (10% punktów),
- umiejętność opracowania, przedstawienia i analizy wyników numerycznych:
 - jakość opracowania tekstowego (opis kodu, zastosowanych algorytmów) (10%),
 - jakość prezentacji wyników w tabelach oraz na wykresach (10%),
 - jakość i spójność z uzyskanymi wynikami wniosków (10%).

2. Projekt 1

Proszę napisać symulator w środowisku MATLAB umożliwiający analizę obwodu elektrycznego zawierającego sprzężenie między indukcyjnościami zaprezentowany na rysunku 2. Analiza powinna obejmować przedstawienie przebiegów czasowych dla wskazanych w niniejszej instrukcji wymuszeń wybranych parametrów obwodu:

- napięcia na kondensatorze C ,
- prądu i_1 i i_2 zaznaczonych na obwodzie..



Rys. 1. Schemat obwodu elektrycznego poddanego analizie w stanie nieustalonym

Obwód z rysunku 2, po zastosowaniu praw Kirchhoffa może zostać opisany układem złożonym z trzech równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. W układzie tym występują trzy zmienne stanu: i_1 , i_2 oraz u_C . Nie musimy wnikać w szczegóły w ramach niniejszego projektu. Zakładamy, że otrzymujemy go gotowego od inżyniera z wykształceniem elektrotechnicznym, a my jako specjaliści z zakresu metod numerycznych mamy rozwiązać ten problem podchodząc do niego matematyczno-numeryczno-programistycznie.

$$\begin{aligned} E &= u_C + R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ 0 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \\ i_1 &= C \frac{du_C}{dt} \end{aligned}$$

gdzie, i_1 to zmienna stanu reprezentująca prąd płynący w pierwotnej części obwodu, a i_2 we wtórnej – za sprzężeniem M . W celu rozwiązania zagadnienia początkowego jako wartość początkową zmiennych stanu należy przyjąć wartości początkowe obwodu w stanie wyłączonym, tj.: $i_1 = 0$ [A], $i_2 = 0$ [A], $u_C = 0$ [V]. Układ dynamiczny powinien się szybko ustabilizować i sygnały na elementach obwodu powinny być stałe lub periodyczne zgodnie z częstotliwością sygnału wejściowego.

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{\frac{L_1}{M} - \frac{M}{L_2}} \left[-\frac{R_1}{M} i_1 + \frac{R_2}{L_2} i_2 - \frac{1}{M} u_C + \frac{1}{M} e \right] \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{1}{\frac{M}{L_1} - \frac{L_2}{M}} \left[-\frac{R_1}{L_1} i_1 + \frac{R_2}{M} i_2 - \frac{1}{L_1} u_C + \frac{1}{L_1} e \right] \\ \frac{du_C}{dt} &= \frac{1}{C} i_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Z punktu widzenia matematycznego, stosując zwykłe podstawienie $i_1=y_1$, $i_2=y_2$, $u_C=y_3$ równania można zapisać w postaci:

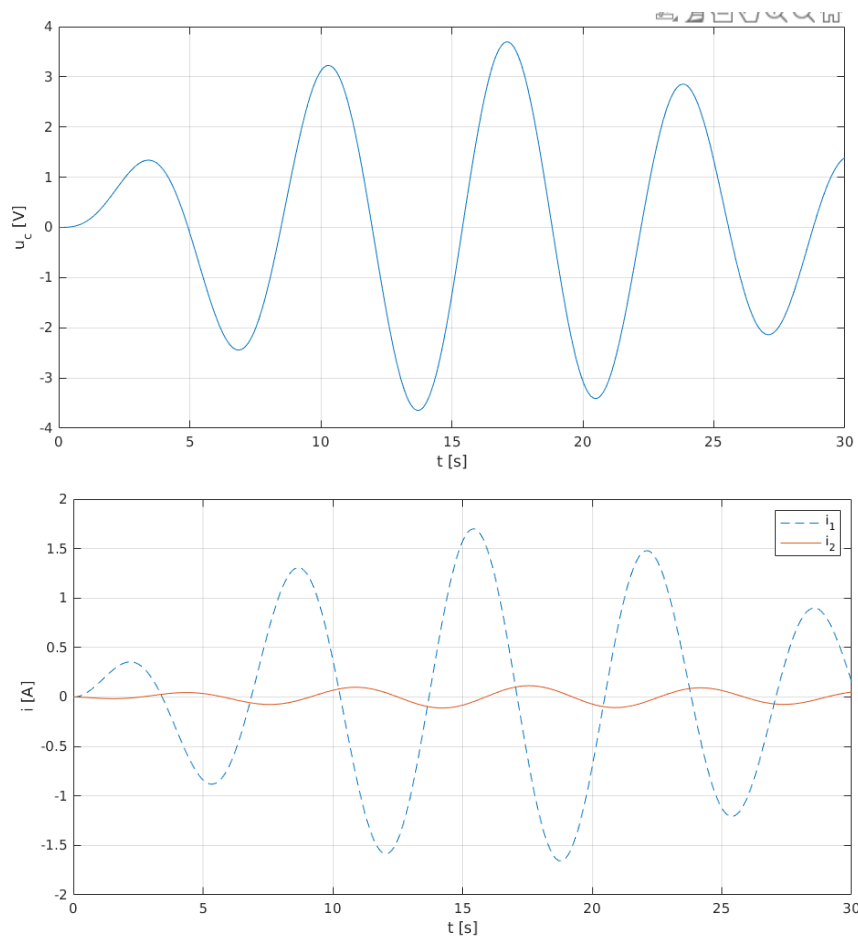
$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= \frac{1}{\frac{L_1}{M} - \frac{M}{L_2}} \left[-\frac{R_1}{M} y_1 + \frac{R_2}{L_2} y_2 - \frac{1}{M} y_C + \frac{1}{M} e \right] \\ \frac{dy_2}{dt} &= \frac{1}{\frac{M}{L_1} - \frac{L_2}{M}} \left[-\frac{R_1}{L_1} y_1 + \frac{R_2}{M} y_2 - \frac{1}{L_1} y_C + \frac{1}{L_1} e \right] \\ \frac{dy_C}{dt} &= \frac{1}{C} y_3\end{aligned}\quad (2)$$

Ostatecznie układ równań zmiennych stanu można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{dy_2}{dt} \\ \frac{dy_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{MD_1} & \frac{R_2}{L_2 D_1} & -\frac{1}{MD_1} \\ -\frac{R_1}{L_1 D_2} & \frac{R_2}{MD_2} & -\frac{1}{L_1 D_2} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{MD_1} \\ \frac{1}{L_1 D_2} \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (3)$$

gdzie $D_1 = \frac{L_1}{M} - \frac{M}{L_2}$ oraz $D_2 = \frac{M}{L_1} - \frac{L_2}{M}$.

Przykładowe rozwiązanie dla wymuszenia sinusoidalnego $e = \sin(t)$ zaprezentowano na rysunku 2.



Rysunek 2. Przykładowe przebiegi rozwiązania dla $e(t) = \sin(t)$ oraz parametrów obwodu z części 1.

(Część 1.)

Pierwszą częścią projektu jest napisanie symulatora stanu nieustalonego tego obwodu dla wskazanych poniżej wymuszeń za pomocą źródła napięcia $e(t)$. Proszę wykonać symulację stanu nieustalonego w czasie $0 < t < 30$ s, dla poniższych parametrów obwodu.

- $R_1 = 0.1 \Omega$,
- $R_2 = 10 \Omega$,
- $C = 0.5 \text{ F}$,
- $L_1 = 3 \text{ H}$,
- $L_2 = 5 \text{ H}$,
- $M = 0.8 \text{ H}$,

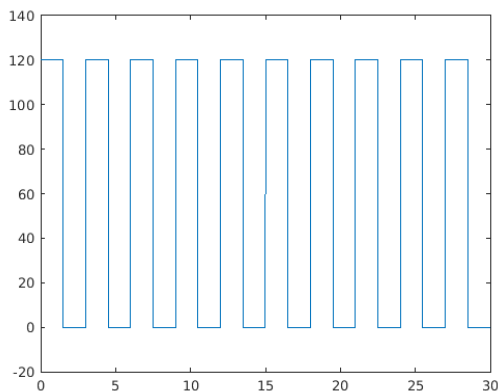
W raporcie proszę przedstawić kod źródłowy programu oraz wykresy przebiegów prądów i_1 i i_2 oraz napięć u_c i e . Osobno dla poszczególnych metod przedstawionych poniżej. Do rozwiązania proszę zastosować metody:

- **metodę Eulera**
- **metodę ulepszoną Eulera** (Metoda ulepszona Eulera jest opisana w rozdziale 12.4 podręcznika Pani Walczak-Musiał).

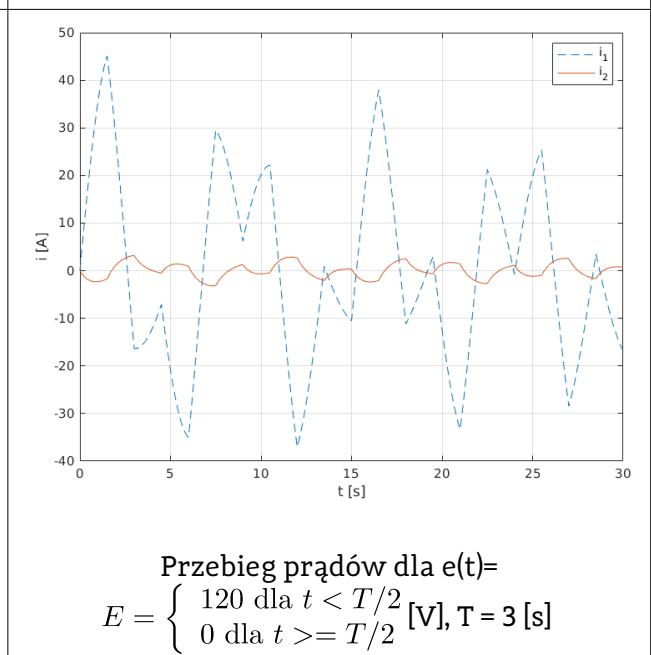
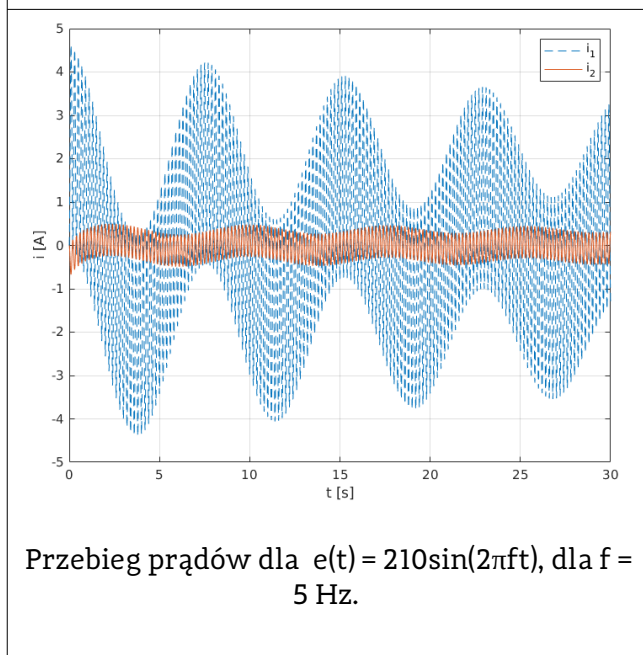
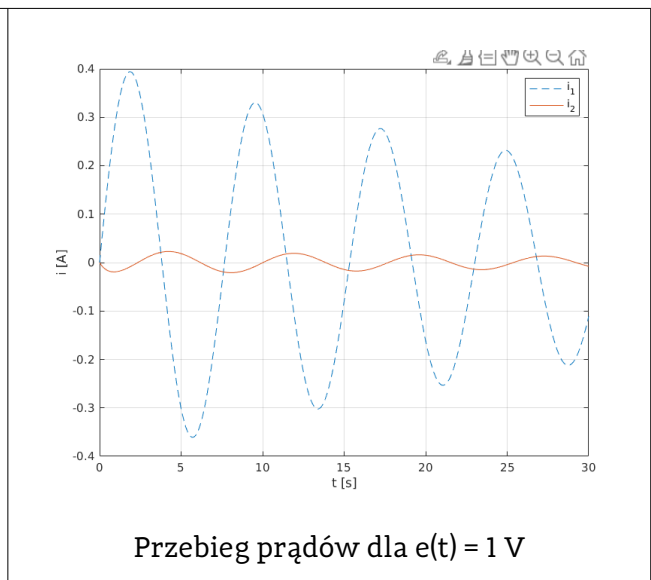
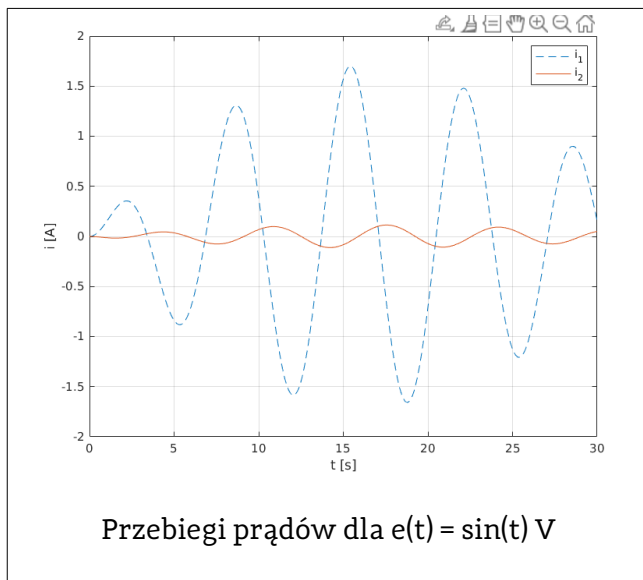
Proszę przedstawić wykresy przebiegów dla następujących wymuszeń:

1. $E = \begin{cases} 120 & \text{dla } t < T/2 \\ 0 & \text{dla } t \geq T/2 \end{cases} \text{ [V], } T = 3 \text{ [s]}$
2. $e(t) = 240\sin(t)$,
3. $e(t) = 210\sin(2\pi ft)$, dla $f = 5 \text{ Hz}$
4. $e(t) = 120\sin(2\pi ft)$, dla $f = 50 \text{ Hz}$

Oto przebieg prostokątny $e(t) = E$ dla okresu $T = 3$ s. Całkowity czas to 30 [s].



Oto poglądowe przebiegi których powinieneś się spodziewać dla kilku różnych przykładowych wymuszeń dla prądów i_1, i_2 , przy założeniu wskazanych wcześniej parametrów obwodu.

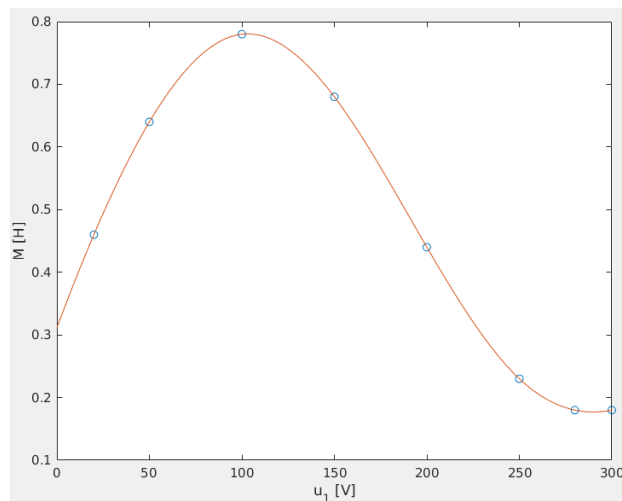


(Część 2)

Proszę założyć, że sprzężenie między obwodami pierwotnym i wtórnym jest nieliniowe i uzależnione od napięcia u_{L1} na indukcyjności L_1 w obwodzie pierwotnym zgodnie z tabelą poniżej. Oznacza to, że indukcyjność wzajemna jest elementem nieliniowym, którego charakterystyka przetwarzania została wam udostępniona w postaci tabeli pomiarów par napięcia i indukcyjności wzajemnej.

$u_{L1,j}$ [V]	20	50	100	150	200	250	280	300
M_j [H]	0.46	0.64	0.78	0.68	0.44	0.23	0.18	0.18

Powyższa tabela widoczna jest na wykresie na rysunku 3.



Rysunek 1. Wykres charakterystyki indukcyjności wzajemnej M

W tej części w równaniu (2) należy uwzględnić to, że indukcyjność wzajemna jest nieliniowa, a zatem zmienną należy zastąpić funkcją $M_n(u_1)$, która będzie zwracać wartość indukcyjności wzajemnej wynikającej z charakterystyki napięciowej. Otrzymamy zatem zmodyfikowany układ równań:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= \frac{1}{\frac{L_1}{M_n(u_1)} - \frac{M_n(u_1)}{L_2}} \left[-\frac{R_1}{M_n(u_1)} y_1 + \frac{R_2}{L_2} y_2 - \frac{1}{M_n(u_1)} y_C + \frac{1}{M_n(u_1)} e \right] \\ \frac{dy_2}{dt} &= \frac{1}{\frac{M_n(u_1)}{L_1} - \frac{L_2}{M_n(u_1)}} \left[-\frac{R_1}{L_1} y_1 + \frac{R_2}{M_n(u_1)} y_2 - \frac{1}{L_1} y_C + \frac{1}{L_1} e \right] \\ \frac{dy_C}{dt} &= \frac{1}{C} y_1 \end{aligned} \quad (4)$$

W miejsce $M_n(u_1)$ dla każdej chwili czasowej, w której będziemy poszukiwać rozwiązania należy wyznaczać przybliżoną wartość sprzężenia na podstawie wartości napięcia u_1 z poprzedniej chwili czasowej na podstawie tabeli charakterystyki prądowo-napięciowej.

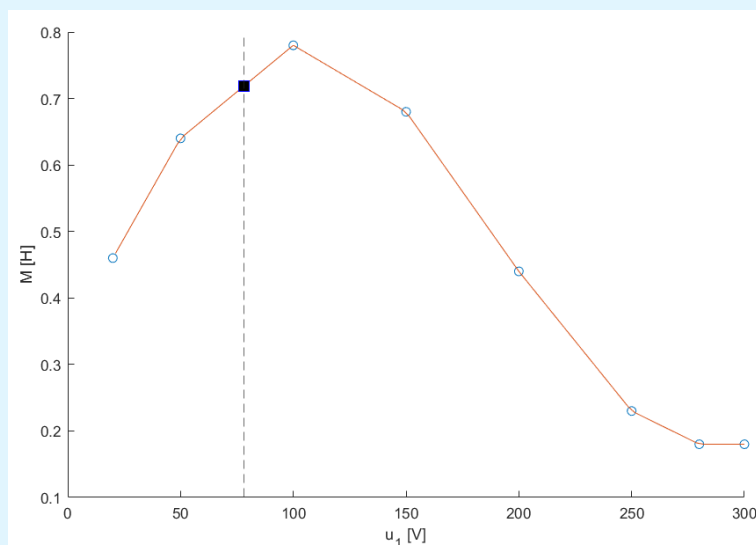
Przykład obliczenia indukcyjności wzajemnej:

Założmy, że aktualna wartość napięcia to $u_1=78$ [V]. Założmy, że w niniejszym przykładzie obliczeniowym aproksymujemy naszą charakterystykę funkcjami sklejanymi pierwszego stopnia ($S(x) = a_i + b_i x$) – czyli łączymy odcinkami nasze punkty pomiarowe i dla każdego przedziału odczytujemy z prostej relacji liniowej jaka jest aproksymowana wartość prądu. **Państwo, w zadaniu macie użyć interpolacji 3go stopnia!** Zatem, dla $u_1=78$ [V], znajdujemy się w przedziale $u \in (50, 100)$ z naszej tabeli. Wyznaczamy współczynniki a_i i b_i z prostego układu równań 2x2:

$$\begin{aligned} 0.64 &= a_i + b_i \cdot 50 \\ 0.78 &= a_i + b_i \cdot 100 \end{aligned}$$

W wyniku dostajemy $a_i = 0.5, b_i = 0.028$. Podstawiając, otrzymujemy

przybliżoną wartość indukcyjności wzajemnej dla napięcia $u_1=78$ [V], równą 0.718 [H]. Punkt ten został zaznaczony dla przykładu na poniższym wykresie.



Mając tak obliczoną wartość indukcyjności wzajemnej jesteście wykonać kolejny krok rozwiązywania układu równań różniczkowych zwyczajnych.

Uwaga! Takie obliczenia, jak w niniejszym przykładzie należy wykonywać dla każdego kolejnego kroku podczas rozwiązywania układu równań różniczkowych zwyczajnych.

Waszym zadaniem projektowym, przy założeniu, że indukcyjność wzajemna jest obiektem nieliniowym, jest:

- wyznaczyć przebiegi prądów i napięć w analizowanym układzie dla zadanych wymuszeń i okresów czasowych tych samych co w części pierwszej.

Aby wykonać zadanie musicie wykonać interpolację, albo aproksymację danych reprezentujących charakterystykę prądowo-napięciową.

W ramach zadania musicie zbadać wyniki (porównać przebiegi prądów i napięć na tych samych wykresach) stosując do przybliżenia charakterystyki indukcyjności wzajemnej:

- interpolację wielomianową,
- interpolację funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia zgodnie z metodyką opisaną w podręczniku (uwaga, na punkty nierównoodległe na końcach przedziałów),
- aproksymację wielomianową z zastosowaniem wielomianu stopnia 3,
- aproksymację wielomianową z zastosowaniem wielomianu stopnia 5.

Wszystkie algorytmy aproksymacji i interpolacji muszą być zaimplementowane samodzielnie z wykorzystaniem metod z podręcznika.

W ostatecznym wyniku w raporcie oczekuję:

- 8 wykresów reprezentujących przebiegi czasowe:
 - dla $e(t) = 240 \sin(t)$

- wykresów $i_1(t)$ (to powinien być ten sam okres co w części 1) dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
- wykresów $i_2(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
- wykresów $u_{R2}(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
- wykresów $u_c(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
- dla $e(t) = 120 \sin(2\pi f t)$, $f = 50$ Hz
 - wykresów $i_1(t)$ (to powinien być ten sam okres co w części 1) dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
 - wykresów $i_2(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
 - wykresów $u_{R2}(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji
 - wykresów $u_c(t)$ dla każdej metody interpolacji / aproksymacji

Proszę zinterpretować wyniki. Czy są jakieś różnice? Czy różnice są znaczące? Skąd różnice mogłyby się wziąć?

(Część 3)

Proszę wyznaczyć ciepło (moc czynną wydzielaną na obu rezystorach w układzie), które absorbuje nasz obwód pasywny z wykorzystaniem elementu liniowego oraz nieliniowego dla tych samych funkcji wymuszeń w stanie nieustalonym w czasie: $0 < t < 30$ [s]. Proszę przeliczyć tę wielkość na Waty. Proszę przyjąć te same parametry obwodu co w zadaniu 1 (oczywiście raz stosując stałą wartość indukcyjności wzajemnej oraz drugi raz jej nieliniową postać).

Wyjaśnienie elektrotechniczne – transformacja zagadnienia technicznego na numeryczne

Aby obliczyć moc czynną wydzielaną na elemencie należy wykorzystać wzór na energię wydzielającą się na elemencie:

$$P = \int_{t=0}^{30 \text{ [s]}} Ri^2(t)dt = \int_{t=0}^{30 \text{ [s]}} \frac{u^2(t)}{R} dt = \int_{t=0}^{30 \text{ [s]}} u(t)i(t)dt$$

gdzie $u(t)$ to chwilowe wartości napięcia na elemencie, które są wymnożone przez chwilowe wartości prądu płynącego przez element $i(t) = \frac{u(t)}{R}$. Skąd wziąć wartości chwilowe opisane zostanie poniżej w opisie części numerycznej. Do obliczeń wykorzystuje wyrażenie, które jest najwygodniejsze.

W celu rozwiązania tego zadania z punktu widzenia numerycznego należy wykorzystać program z części pierwszej projektu lub drugiej w przypadku nieliniowym, i rozbudować go o całkowanie numeryczne funkcji reprezentującej moc czynną wydzielaną na elemencie. W obwodzie mamy do czynienia z dwoma rezystorami, których napięcia możemy wyrazić za pomocą wzorów:

$$U_{R1}(t) = R_1 i_1(t)$$

oraz

$$U_{R2}(t) = R_2 i_2(t)$$

Znając R_1 oraz R_2 możemy zatem obliczyć całkę na całkowitą moc chwilową wydzielającą się na elementach pasywnych układu:

$$P = \int_{t=0}^{30 \text{ [s]}} (R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)) dt$$

Przykład obliczenia całki

Na początku założmy, że mamy rozwiązanie części pierwszej przechowywane w postaci dwóch wektorów zawierających chwilowe wartości napięć dla czasu $0 < t < 30 \text{ [s]}$:

$$\begin{bmatrix} i_{1,i} \\ i_{2,i} \\ u_{C,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.12 & 0.23 & \dots \\ 0 & 0.1 & 0.13 & \dots \\ 0 & 12 & 15 & \dots \end{bmatrix}$$

Przyjrzyjmy się dla przykładu jak wyglądałoby całkowanie z punktu widzenia numerycznego dla metody złożonej prostokątów dla poniższego wyrażenia całkowego.

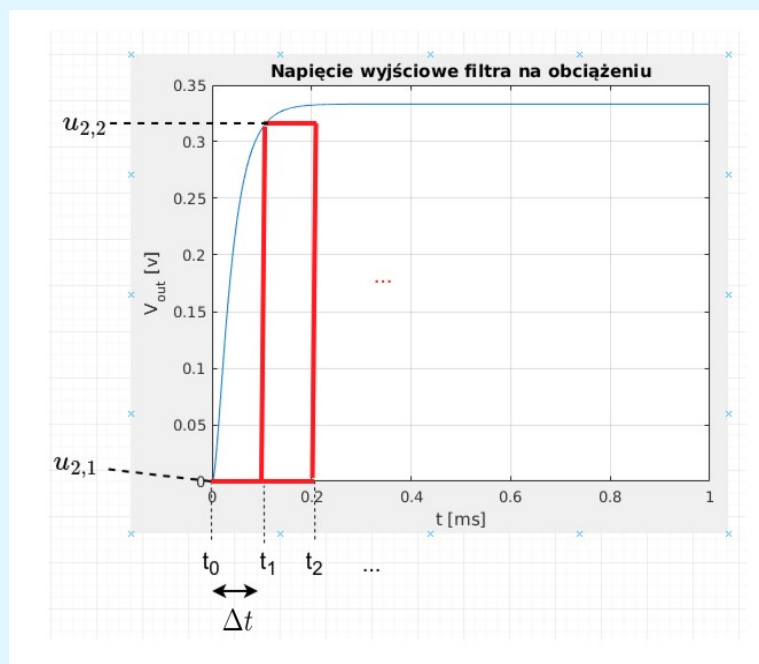
$$P = \int_{t=0}^{t=2 \cdot \Delta t} (R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)) dt$$

Przyjęliśmy tutaj czysto przykładowo, że interesuje nas całka w przedziale $t \in < 0, 2 \cdot \Delta t >$. Rozwiązanie równań różniczkowych zwyczajnych w części pierwszej wykonaliśmy dla jakiegoś / określonego kroku Δt - krok ten determinuje nam automatycznie krok całkowania metody złożonej prostokątów. Całkowanie metodą prostokątów w tym przypadku to po prostu suma pól dwóch prostokątów o bokach: Δt i $R_1 i_{1,1}^2$ oraz Δt i $R_2 i_{2,1}^2$, co możemy zapisać w formie wyrażenia:

$$\begin{aligned} P &= \int_{t=0}^{t=2 \cdot \Delta t} (R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)) dt \\ &\approx \Delta t \cdot (R_1 i_{1,1}^2 + R_2 i_{2,1}^2) + \Delta t \cdot (R_1 i_{1,2}^2 + R_2 i_{2,2}^2) \\ &\approx \sum_{j=1}^2 (R_1 i_{1,j}^2 + R_2 i_{2,j}^2) * \Delta t \end{aligned}$$

Do dalszych obliczeń potrzebujemy tylko drugiego wiersza z naszych rozwiązań dotyczącego u_2 ($u_{2,1}$ - to wartość napięcia u_2 w pierwszej chwili czasowej, a $u_{2,2}$ w drugiej chwili czasowej.)

Przykładowe (inne wartości!) dwa 'protokąty' zostały zaznaczone na wykresie poniżej.



W ramach ćwiczenia całkowanie należy zrealizować metodami:

- złożoną prostokątów,
- złożoną parabol.

Proszę porównać wyniki całki reprezentującej sumaryczną energię wydzielającą się w elementach rezystancyjnych obwodu uzyskane różnymi metodami dla wszystkich zadanych wymuszeń sygnałów z części 1 oraz dla DWÓCH RÓŻNYCH kroków Δt : Δt_1 - bardzo krótkiego i Δt_2 - bardzo długiego. Proszę w szczególności przedstawić uzupełnioną tabelę. Wyniki dla niektórych przebiegów powinny znacznie się różnić, dla niektórych nie. Bardzo długi krok powinien być długi, ale dawać jednak nadal w miarę sensowne wyniki graficzne. To nie powinno być rozwiązanie niestabilne! W raporcie proszę uwzględnić przebiegi czasowe rozwiązań dla poniższych przypadków.

Wymuszenie	Metoda złożona prostokątów		Metoda złożona parabol	
	Δt_1	Δt_2	Δt_1	Δt_2
$e(t) = 1 \text{ V (dodatkowo)}$ $E = \begin{cases} 120 & \text{dla } t < T/2 \\ 0 & \text{dla } t \geq T/2 \end{cases}$ $e(t) = 240\sin(t)$, $e(t) = 210\sin(2\pi ft)$, dla $f = 5 \text{ Hz}$ $e(t) = 120\sin(2\pi ft)$, dla $f = 50 \text{ Hz}$				

Uwaga! Aby wykonać obliczenia dla różnych kroków Δt_1 i Δt_2 należy wykonać osobne symulacje rozwiązania równań różniczkowych zwyczajnych.

W celu wstępnej weryfikacji wyników warto uzyskać orientacyjny spodziewany wynik. Sugeruję najpierw narysować przebieg wyrażenia podcałkowego dla wymuszenia $e(1) = 1 \text{ [V]}$, ocenić graficznie jaka jest wartość powierzchni pod krzywą i porównać je z wynikiem

uzyskanym za pomocą metody prostokątów i parabol. Możemy uznać to za pewien sposób weryfikacji wyniku.

Dodatkowo, przykładowo dla danych z części 1 oraz $e(t) = \sin(t)$ całkowita moc wydzielająca się na elementach R_1 i R_2 razem powinna wyjść około 2.676 [W].

(Część 4)

Proszę napisać prosty symulator w programie MATLAB, który będzie wyznaczać częstotliwość f sygnału wymuszającego dla którego całkowita moc czynna wydzielająca się na rezystancjach R_1 i R_2 będzie równa wartości $P = 406$ [W] przy założeniu wymuszenia:

$$e(t) = 100 \sin(2\pi ft)$$

W ramach ćwiczenia należy zbadać skuteczność działania wszystkich poniższych metod za pomocą liczby koniecznych ewaluacji funkcji $P(f)$ reprezentującej moc czynną wydzielającą się w okresie 30 sekund od załączenia obwodu. Funkcja $P(f)$ powinna być obliczana numerycznie tą samą metodą co w części 3 zadania.

Aby znaleźć rozwiązanie tego zagadnienia formułuję nieliniową funkcję celu w postaci:

$$F(f) = P(f) - 406$$

Naszym zadaniem jest znaleźć miejsce zerowe funkcji $F(f)$, które reprezentuje wartość częstotliwości, dla której moc czynna wydzielająca się na elementach jest równa dokładnie 406 [W].

Należy wykorzystać wszystkie poniższe metody:

- metoda bisekcji,
- metoda siecznych,
- quasi-Newtona¹ wyznaczając pochodną numerycznie korzystając z wzoru na iloraz różnicowy, jako wartość Δx należy przyjąć dowolną, małą wielkość pozwalającą wyznaczyć 'w miarę' dokładnie pochodną.

$$\frac{dF(f)}{df} \approx \frac{F(f + \Delta f) - F(f)}{\Delta f}$$

Proszę zwrócić uwagę na drobną niezręczność w oznaczeniach zmiennych występującą w powyższym wzorze. Problem polega na znaczeniu zmiennej f , która w podręczniku oznacza funkcję dla której poszukujemy miejsc zerowych reprezentowanych przez zmienną x . Tutaj f oznacza dokładnie x , a duże F oznacza funkcję, dla której szukamy miejsca zerowego.

Podpowiedź! 'W miarę dokładnie' to mało inżynierskie a tym bardziej matematyczne określenie, ale można tutaj przyjąć, że pochodna będzie 'w miarę' dokładna jeśli wartość pochodnej wyznaczona dla długości dwa razy krótszej: $\Delta f/2$, zmieni się co najwyżej o 1%. Wielkość tą powinniście państwo dobrać eksperymentalnie i przedstawić w raporcie stosowną analizę i wyniki. Proszę odnieść się do tego w raporcie – to będzie podlegać ocenie.

Druga podpowiedź. Aby efektywnie zaimplementować to zadanie potrzebujemy dobrze zaprojektowanego symulatora programistycznie. Program powinien być odpowiedzialnie

¹ Metoda quasi-Newtonowska to zwykła metoda Newtona, w której pochodną przybliżamy za pomocą ilorazu różnicowego.

podzielony na funkcje. Scenariusz programu dla metody Quasi-Newtona mógłby wyglądać następująco:

1. Przyjmij jakąś początkową wartość f_0 .
2. Przyjmij $i = 0$.
3. Oblicz moc P_i dla jakiejś początkowej wartości f_i . Potem oblicz $F_i = P_i - 406$
4. Oblicz moc P_i dla nowej wartości $f' = f_i + \Delta f$. Potem oblicz $F_i = P_i - 406$
5. Oblicz przybliżoną pochodną: $\frac{dF(f_i)}{df} \approx \frac{F'_i - F_i}{\Delta f}$
6. Użyj tej pochodnej w wyrażeniu dla metody Quasi-Newtona: $f_{i+1} = f_i - \frac{F_i}{\frac{dF(f_i)}{df}}$.
7. Zwiększ $i=i+1$, i wróć do kroku 3 o ile nie znalazłeś jeszcze miejsca zerowego (czyli F_i nie jest jeszcze równe prawie zero).

W celu określenia i porównania efektywności metod w raporcie proszę przeanalizować liczbę iteracji potrzebnych do znalezienia rozwiązania poszczególnymi metodami oraz liczbę obliczeń funkcji oczekiwanej - mocy P dla wszystkich metod. Przykładowa deklaracja funkcji, która będzie otrzymywać parametry obwodu jako argumenty zgodnie z następującą deklaracją:

Należy zaimplementować trzy osobne warianty programu dla każdej z metod.

W szczególności oczekuję uzupełnienia tabeli:

Metoda	Wartość rozwiązania - częstotliwość f	Wartość funkcji F	Liczba iteracji metody	Liczba obliczeń mocy P
Bisekcji				
Siecznych				
Quasi-Newtona				

Załącznik.

Wyniki symulacji obwodu w programie Qucs dla $t=0,\dots,30$ [s].

Współczynnik $k=M/\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ w indukcyjnościach sprzężonych, wyprowadzony z wzoru:

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

