Zadania 2021Z - Zestaw 3 (II stopnień)

Dokument zawiera listę 5 zadań, których rozwiązania należy dostarczyć w trzecim kamieniu milowym z datami określonymi na stronie kursu.

Jako wynik należy załączyć archiwum zip zawierające za każdym razem po pięć katalogów nazwami: zad11, zad12, zad13, zad14, zad15, itp. W każdym podkatalogu powinny znajdować się oczekiwane wyniki, które zostały wymienione pod zadaniami. Zeskanowane dokumenty muszą być w formacie PDF!

Część 2

Zadanie 11

Porównaj wartość całki oznaczonej funkcji $f(x)$ obliczonej za pomocą różnych liczb węzłów ($n = 1, 2, 3, 4$) w metodzie wykorzystującej węzły Legendre'a z wartością "prawie dokładną". Jako wartość "prawie dokładną" przyjmij wartość całki obliczoną metodą złożoną parabol z wykorzystaniem n=1000 przedziałów zaimplementowaną tylko w MATLABie. Kod liczący wartość metodą złożoną dołącz do rozwiązania.

$$I = \int_{-0.1}^{0.1} x \frac{1}{\sin((x+0.5)^2)} e^{(12x)} dx$$

Oczekiwany wynik:

- ręczne pełne obliczenia na kartce zgodnie z wzorami i metodyką przedstawioną w podręczniku,
- skrypt w MATLABie z obliczeniami arytmetycznymi oraz kodem generującym wizualizację wyniku,
- rysunek oryginalnej funkcji z wykresem w formacie PNG zawierającym wszystkie przebiegi wygenerowany w MATLABie,
- tabela z kolumnami: nazwa metody, liczba węzłów, obliczona wartość całki.

Nazwa metody	Liczba węzłów	Wartość całki I
Węzły Legandre'a	1	
Węzły Legandre'a	2	
Węzły Legandre'a	3	
Węzły Legandre'a	4	
Metoda złożona parabol	1000	
Wynik uzyskany w Wolfram	-	0.0237525

Wynik uzyskany w Wolfram: https://www.wolframalpha.com/input/?i2d=true&i=Integrate%5Bx+Divide%5B1%2Csin%5C%2840%29Power%5B%5C%2840%29x%2B0.5%5C%2841%29%2C2%5D%5C%2841%29%5DPower%5Be%2C%5C%2840%2912x%5C%2841%29%5D%2C%7Bx%2C-0.1%2C0.1%7D%5D

Zadanie 12

Stosując metodę Eulera znajdź rozwiązanie układu równań różniczkowych zwyczajnych w przedziale $t \in< 0, 0.5 >$ stosując różne długości kroku $h = 1/2, 1/4$.

$$\frac{dy_1}{dt} = c_1 y_1 - a_{12} y_1 y_2$$
$$\frac{dy_2}{dt} = -c_2 y_2 + a_{21} y_1 y_2$$

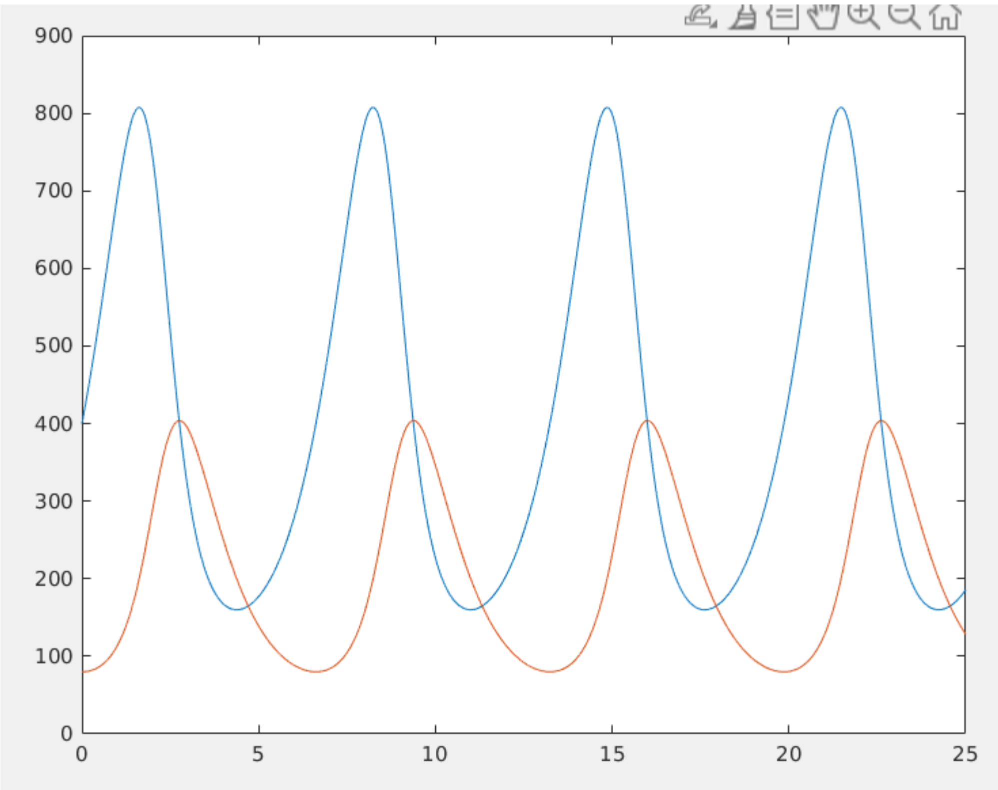
Jako wartość startową przyjmij $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 80 \end{bmatrix}$, oraz parametry $c_1 = c_2 = 1, a_{12} = 0.005, a_{21} = 0.0025$.

Oczekiwany wynik:

- ręczne pełne obliczenia na kartce zgodnie z wzorami i metodyką przedstawioną w podręczniku,
- 1 skrypt w MATLABie z obliczeniami arytmetycznymi oraz kodem generującym wizualizację wyniku dla obydwu kroków całkowania, **ale w przedziale** $t \in (0; 25)[s]$,
- jeden rysunek z wykresem w formacie PNG zawierającym przebieg z poprzedniego podpunktu prezentujący rozwiązanie obydwu zmiennych stanu.

Podpowiedzi: zastosuj w MATLABie funkcje: `plot, title, xlabel, ylabel, yline, annotation, sprintf('%.3f', x0)`

Ja uzyskałem następujący wynik:



Zadanie 13

Powtórz obliczenia z zadania 12 metodą ulepszoną Eulera.

Oczekiwany wynik:

- Te same co w zadaniu 12.

Zadanie 14

Zaimplementuj metodę Eulera do rozwiązania poniższego układu równań różniczkowych zwyczajnych dla $x \in (0; 20)$:

$$\frac{dy_1}{dx} = y2$$
$$\frac{dy_2}{dx} = A - 0.5y_1 - 0.2y_2$$

przyjmując $h = 0.01$, $y_1(0) = 2, y_2(0) = -3$ oraz $A = 4$. Oczekiwana wartość zmiennych stanu dla $x = 20$ to $y_1(20) = 7.1704, y_2(20) = 0.6119$.

Następnie metodą quasi-Newtona Raphsona rozwiązywania zagadnień nieliniowych napisz skrypt w MATLABie znajdujący automatycznie wartość parametru A tak aby wartość zmiennej stanu y_1 dla $x = 20$ była równa $y_1(20) = 15.366$ z dokładnością 1e-8.

Oczekiwany wynik:

- skrypt w MATLABie z obliczeniami oraz kodem generującym wykres przebiegu rozwiązania obydwu funkcji y_1 oraz y_2 (wykorzystaj funkcję `plot`).
- skrypt w MATLABie wykorzystujący funkcję rozwiązującą zadanie metodą Eulera implementującą metodę quasi-Newtona Raphsona w celu znalezienia oczekiwanej wartości parametru A.
- proszę zamieścić również tabelę przedstawiającą wartości następujących zmienny w kolejnych iteracjach metody quasi-Newtona Raphsona. Proszę uzupełnić tabelę:

Nr iteracji	A_i	$y_{1,i}$	$f(A_i)$	$f(A_i + \Delta A_i)$
1				
2				
3				
...				

gdzie $f(A_i)$ wartość funkcji celu dla której poszukiwane jest rozwiązanie. Prosze samodzielnie przyjąc dowolny punt startowy A_0.

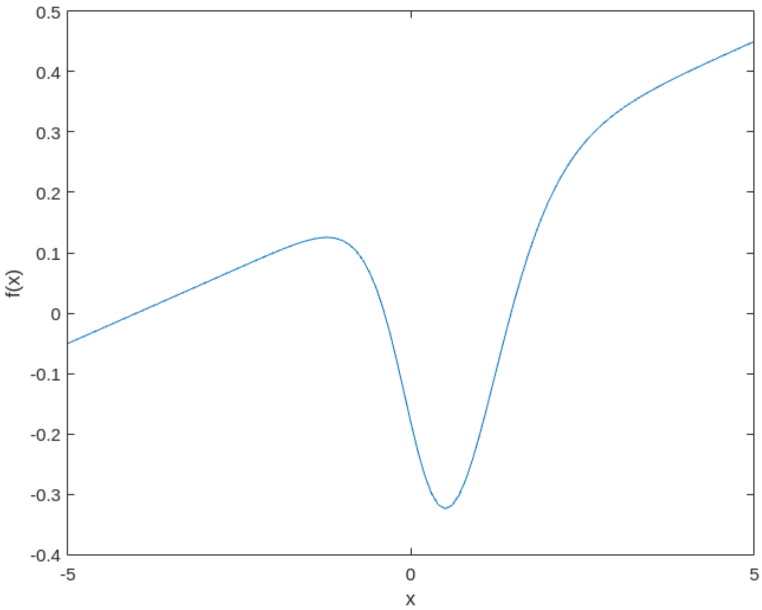
Podpowiedź! To zadanie jest bardzo podobne do zadania, które należy wykonać w projekcie zaliczeniowym! W projekcie opisane jest jak należy rozumieć metodę quasi Newtona-Raphsona. W dużym uproszczeniu w metodzie tej pochodna z wyrażenia: $x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(x_i)$ jest przybliżana za pomocą pochodnej numerycznej: $x_{i+1} = x_i - f(x_i)/\frac{f(x_i+\Delta x)+f(x_i)}{\Delta x}$. Gdzie Δx to arbitralnie przyjęty niewielki przyrost.

Zadanie 15

Stosując metodę automatycznej (zaimplemetowanej w MATALBie) izolacji pierwiastków (np. wygeneruj wartości funkcji dla 10 równodległych punktów i sprawdź, w którym między którymi występuje zmiana znaku) oraz metodę siecznych znajdź wszystkie pierwiastki funkcji $f(x)$ w przedziale $x \in < -5, 5 >$ z dokładnością do $1e - 6$.

$$f(x) = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}x + \frac{1}{1+e^{-2(x-1)}} - \frac{1}{1+e^{-3x}}$$

Przebieg funkcji:



Oczekiwany wynik:

- ręczne pełne obliczenia na kartce zgodnie z wzorami i metodyką przedstawioną w podręczniku (uwzględnij tabelę z obliczonymi wartościami dla równoodległych punktów),
- skrypt w MATLABie z obliczeniami arytmetycznymi oraz kodem generującym przebieg funkcji $f(x)$ (wykorzystaj funkcję `plot`).