

Zad. 6 / Zestaw 1 Kinga Kondrańuk

$$T_m(x) = a_0 + a_1 \cos(x) + a_2 \sin(x) + a_3 \cos(2x) + a_4 \sin(2x)$$

x_i	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
y_i	0	0	1	1	0	0	0,5	1	1,5	0,5

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1,1 - 0,2}{9} = 0,1$$

$$i = 0, 1, \dots, 9$$

$$n = 9$$

$$L = \frac{n+1}{2} \cdot h = \frac{9+1}{2} \cdot 0,1 = 0,5$$

$$c = \frac{\pi}{L} = \frac{\pi}{0,5} = 2\pi$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \cos(x_0 \cdot c) & \sin(x_0 \cdot c) \\ 1 & \cos(x_1 \cdot c) & \sin(x_1 \cdot c) \\ 1 & \cos(x_2 \cdot c) & \sin(x_2 \cdot c) \\ \vdots & & \\ 1 & \cos(x_9 \cdot c) & \sin(x_9 \cdot c) \end{bmatrix}$$

$$M^T Y = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n y_i \cos(x_i \cdot c) \\ \sum_{i=0}^n y_i \sin(x_i \cdot c) \\ \sum_{i=0}^n y_i \cos(2 \cdot x_i \cdot c) \\ \sum_{i=0}^n y_i \sin(2 \cdot x_i \cdot c) \\ \sum_{i=0}^n y_i \cos(3 \cdot x_i \cdot c) \\ \sum_{i=0}^n y_i \sin(3 \cdot x_i \cdot c) \end{bmatrix}$$

$$M^T M = \begin{bmatrix} n+1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n+1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n+1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{n+1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{n+1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{n+1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{n+1}{2} \end{bmatrix}$$

$$(M^T Y)_{1,1} = 1 + 1 + 0,5 + 1 + 1,5 + 0,5 = 5,5$$

$$\begin{aligned}(M^T Y)_{2,1} &= 1 \cdot \cos(0,4 \cdot 2\pi) + 1 \cdot \cos(0,5 \cdot 2\pi) + 0,5 \cdot \cos(0,8 \cdot 2\pi) \\ &+ 1 \cdot \cos(0,9 \cdot 2\pi) + 1,5 \cdot \cos(1 \cdot 2\pi) + 0,5 \cdot \cos(1,1 \cdot 2\pi) = \\ &= 1,059\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(M^T Y)_{3,1} &= 1 \cdot \sin(0,4 \cdot 2\pi) + 1 \cdot \sin(0,5 \cdot 2\pi) + 0,5 \cdot \sin(0,8 \cdot 2\pi) + \\ &+ 1 \cdot \sin(0,9 \cdot 2\pi) + 1,5 \cdot \sin(1 \cdot 2\pi) + 0,5 \cdot \sin(1,1 \cdot 2\pi) = \\ &= -0,1816\end{aligned}$$

$$(M^T Y)_{4,1} = 2,868$$

$$(M^T Y)_{5,1} = -1,721$$

$$(M^T Y)_{6,1} = -0,059$$

$$(M^T Y)_{7,1} = 0,7694$$

$$M^T M = \begin{bmatrix} 10 & & & & & & \\ & 5 & & & & & \\ & & 5 & & & & \\ & & & 5 & & & \\ & & & & 5 & & \\ & & & & & 5 & \\ & & & & & & 5 \end{bmatrix}$$

$$M^T Y = \begin{bmatrix} 5,5 \\ 1,059 \\ -0,1816 \\ 2,868 \\ -1,721 \\ -0,059 \\ 0,7694 \end{bmatrix}$$

$$(M^T M) A = M^T Y$$

$$A = (M^T M)^{-1} (M^T Y)$$

$$10a_0 = 5,5$$

$$a_0 = 0,55$$

$$5a_1 = 1,059$$

$$a_1 = 0,2118$$

$$5a_2 = -0,1816$$

$$a_2 = -0,0363$$

$$5a_3 = 2,868$$

$$a_3 = 0,5736$$

$$5a_4 = -1,721$$

$$a_4 = -0,3441$$

$$5a_5 = -0,059$$

$$a_5 = -0,0118$$

$$5a_6 = 0,7694$$

$$a_6 = 0,1539$$