# 画像工学特論 レポート

163377 宮田木織

2018 年 7 月 22 日

## 課題 2

式と番号を以下のように置きなおす。

$$\boldsymbol{\xi}_\alpha = \begin{pmatrix} x_\alpha^2 & 2x_\alpha y_\alpha & y_\alpha^2 & 2f_0 y_\alpha & f_0^2 \end{pmatrix}^\top \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} A & B & C & D & E & F \end{pmatrix}^\top \tag{2}$$

$$\boldsymbol{M} = \sum_{\alpha=1}^{N} \boldsymbol{\xi}_\alpha \boldsymbol{\xi}_\alpha^\top \tag{3}$$

### 2-1

全ての $\boldsymbol{\xi}_\alpha$ が誤差を含まないとすると、全ての $\boldsymbol{\xi}_\alpha$ について下式が成り立つ。

$$(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\xi}_\alpha) = 0 \tag{4}$$

ここから単純に考えると、誤差を含むような $\boldsymbol{\xi}_\alpha$ に関しては、下式の $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\xi}_\alpha)$ の 2 乗和 $J_{LS}$ が最小となるような $\boldsymbol{u}$ がパラメータとして最もらしいと言える。

$$J_{LS} = \sum_{\alpha=1}^{N} (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\xi}_\alpha)^2 \tag{5}$$

最小二乗法は、この考えに基づき、$J_{LS}$ を目的関数として最小化することで、$\boldsymbol{u}$ を推測する手法である。

ここで、この式を展開・整理すると下式となる。

$$
\begin{aligned}
\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\xi}_\alpha)^2 &= \sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{\xi}_\alpha, \boldsymbol{u})^2 \\
&= \sum_{\alpha=1}^{N} \boldsymbol{\xi}_\alpha^\top \boldsymbol{u} \boldsymbol{\xi}_\alpha^\top \boldsymbol{u} \\
&= \sum_{\alpha=1}^{N} \boldsymbol{u}^\top \boldsymbol{\xi}_\alpha \boldsymbol{\xi}_\alpha^\top \boldsymbol{u} \\
&= \boldsymbol{u}^\top \left( \sum_{\alpha=1}^{N} \boldsymbol{\xi}_\alpha \boldsymbol{\xi}_\alpha^\top \right) \boldsymbol{u} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

式 (6) を式 (3) を用いて置きなおすことで、$J_{LS}$ は以下のように書くことができる。

$$
J_{LS} = (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{M}\boldsymbol{u}) \qquad (7)
$$

以上のとおり、最小二乗法で楕円のパラメータを推定するときの目的関数 $J_{LS}$ が示された。