



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

RELATÓRIO DE ATIVIDADE DO MÓDULO 2

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ENGENHARIA

Sistemas de Equações Lineares

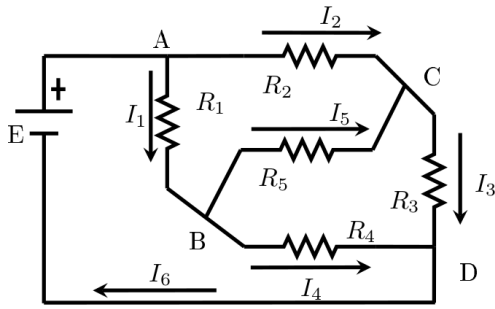
Aluno:
Wilton Rodrigues

Matrícula:
13/0049212

25 de setembro de 2016

1 Introdução

O objetivo deste relatório é exercitar os conceitos aprendidos em aula, com relação ao tópico: Sistemas de Equações Lineares. Que tem como objetivo prover métodos matemáticos capazes de solucionar esses sistemas que aparecem frequentemente em matemática aplicada, economia e na modelagem de fenômenos na engenharia. O problema a ser solucionado é o circuito mostrado abaixo, que é conhecido como Ponte de Wheatstone, e é frequentemente usado em medidas eletrônicas.



Neste circuito, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 100\Omega$ e $E = 20V$.

Figura 1: Ponte de Wheatstone

De acordo com os dados do problema, as equações que governam o problema são obtidas a partir da Lei de Kirchhoff. Sendo assim, para as seguintes malhas temos as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \text{Para } ABD : \quad & I_1 R_1 + I_4 R_4 - E = 0 \\
 \text{Para } ABCA : \quad & I_1 R_1 + I_5 R_5 - I_2 R_2 = 0 \\
 \text{Para } BCDB : \quad & I_5 R_5 + I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0 \\
 \text{Para o A :} \quad & I_6 = I_1 + I_2 \\
 \text{Para o B :} \quad & I_1 = I_5 + I_4 \\
 \text{Para o C :} \quad & I_3 = I_2 + I_5
 \end{aligned} \tag{1}$$

O objetivo do trabalho é solucionar o sistema de equações lineares acima para determinar as correntes I_1, I_2, \dots, I_6 através do método de eliminação de Gauss-Jordan, com uma precisão de 10 casas decimais.

2 Metodologia

A primeira coisa a se fazer é passar o sistema de equação (1) para o formato matricial, sendo assim obtemos a seguinte relação:

$$R * I = E \quad (2)$$

Onde R é a matriz dos resistores, I é o vetor das Correntes e E o vetor das tensões. A partir da relação expressa na equação (2) obtemos a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \\ R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Baseando-se nos valores iniciais informados na figura (1) para as resistências e a tensão ao fazermos as devidas substituições obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 10 & -100 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & -100 & 100 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Pela qual é possível expressar qualquer uma das equações informadas inicialmente no sistema (1). Ao pegarmos a matriz R e o vetor E teremos a matriz aumentada MA :

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & \vdots & 20 \\ 10 & -100 & 0 & 0 & 100 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 100 & -100 & 100 & 0 & \vdots & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 Diagrama esquemático de execução

Nesta seção, encontra-se o fluxo de execução do sistema proposto na equação (1) utilizando a linguagem C. Que é apresentada na próxima sessão.

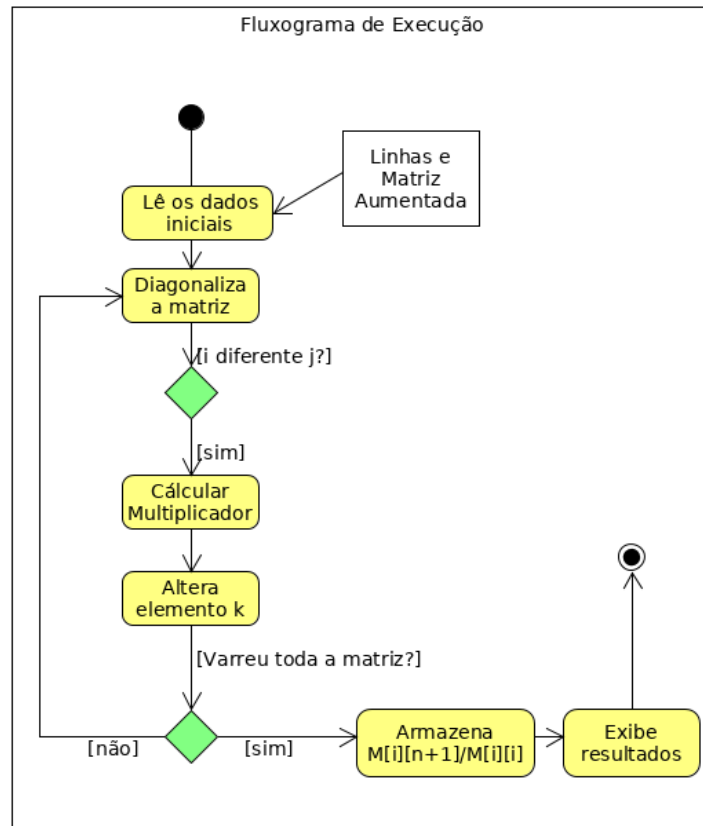


Figura 2: Fluxo de execução da solução

A solução elaborada neste relatório funciona da seguinte maneira. É necessário inserir a quantidade de linhas do sistema de equações lineares, em formato de matriz aumentada, que se quer resolver. Após isso o programa solicitará a inserção dos elementos de cada uma das linhas da matriz. Após completar a matriz de entrada o sistema irá fazer a diagonalização de acordo com o método de eliminação de Gauss-Jordan. Onde caso os índices i e j sejam diferentes, ou seja não fazem parte da diagonal principal, será aplicado o algoritmo de eliminação. Após haver apenas os elementos da diagonal principal, o método de solução se torna direto e com isso é possível encontrar os valores das incógnitas que se busca. As limitações do programa são entradas de matrizes de no máximo 10×10 e apenas para equações lineares.

4 Código Fonte

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <locale.h>
3 double M[10][10], X[10], multiplier;
4 int n;
5
6 void read_elements(){
7     printf("Insira a quantidade de linhas da matriz aumentada: \n");
8     scanf("%d",&n);
9     printf("Insira os elementos da matriz aumentada:\n");
10    for(int i = 1; i <= n; i++){
11        printf("Elementos da %da linha\n", i);
12        for(int j = 1; j <= (n + 1); j++){
13            scanf("%lf",&M[i][j]);
14        }
15    }
16 }
17
18 void diagonalize_matrix(){
19     for(int j = 1; j <= n; j++){
20         for(int i = 1; i <= n; i++){
21             if(i != j){
22                 multiplier = M[i][j] / M[j][j];
23                 for(int k = 1; k <= (n + 1); k++){
24                     M[i][k] = M[i][k] - multiplier * M[j][k];
25                 }
26             }
27         }
28     }
29 }
30
31 void show_results(){
32     printf("As correntes que satisfazem o sistema são: \n");
33     for(int i = 1; i <= n; i++){
34         X[i] = M[i][n+1] / M[i][i];
35         printf("Corrente I%d = %.10lf\n",i,X[i]);
36     }
37 }
38
39 int main()
40 {
41     setlocale(LC_ALL, "");
42     read_elements();
43     diagonalize_matrix();
44     show_results();
45     return(0);
46 }
```

5 Resultados e discussões

Nesta seção discutiremos os resultados obtido após a execução do programa. O resultado encontrado a partir da solução proposta é condizente. Pois ao fazermos a comparação do resultado obtido com o resultado de um site de solução de sistemas lineares (<https://matrixcalc.org/pt/slu.html>) ambos encontram os mesmo valor, como pode ser visto abaixo:

```
[0][wilton@asus]~/Dropbox/UnB/Métodos Numéricos/solutions/m2/solution $ ./a.out
Insira a quantidade de linhas da matriz aumentada:
6
Insira os elementos da matriz aumentada:
Elementos da 1a linha
10 0 0 100 0 0 20
Elementos da 2a linha
10 -100 0 0 100 0 0
Elementos da 3a linha
0 0 100 -100 100 0 0
Elementos da 4a linha
-1 -1 0 0 0 1 0
Elementos da 5a linha
1 0 0 -1 -1 0 0
Elementos da 6a linha
0 -1 1 0 -1 0 0
As correntes que satisfazem o sistema são:
Corrente I1 = 0,2285714286
Corrente I2 = 0,0742857143
Corrente I3 = 0,1257142857
Corrente I4 = 0,1771428571
Corrente I5 = 0,0514285714
Corrente I6 = 0,3028571429
[0][wilton@asus]~/Dropbox/UnB/Métodos Numéricos/solutions/m2/solution $ █
```

Figura 3: Resultado da execução do programa

$$\left\{ \begin{array}{l} 10x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 100x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 20 \\ 10x_1 - 100x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 100x_5 + 0x_6 = 0 \\ 0x_1 + 0x_2 + 100x_3 - 100x_4 + 100x_5 + 0x_6 = 0 \\ -1x_1 - 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 1x_6 = 0 \\ 1x_1 + 0x_2 + 0x_3 - 1x_4 - 1x_5 + 0x_6 = 0 \\ 0x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 0x_4 - 1x_5 + 0x_6 = 0 \end{array} \right.$$

A solução geral: $X = \begin{pmatrix} 0.2285714286 \\ 0.0742857143 \\ 0.1257142857 \\ 0.1771428571 \\ 0.0514285714 \\ 0.3028571429 \end{pmatrix}$
 \equiv

Sendo assim, o objetivo proposto no início do relatório foi satisfatoriamente alcançado.

6 Ferramentas

Todas as ferramentas utilizadas neste relatório são ferramentas open source (software livre). Permitindo assim que qualquer um possa reproduzir e contestar as afirmações presentes neste documento.

1. Arch Linux (<https://www.archlinux.org>)
 - Sistema operacional utilizado.
2. GCC (<https://gcc.gnu.org>)
 - Compilador de C utilizado para compilar a solução.
3. Python (<https://www.python.org>)
 - Linguagem de programação utilizada para conferir os valores da solução.
4. vim (<http://www.vim.org>)
 - Editor de texto.
5. L^AT_EX (<https://www.latex-project.org>)
 - Sistema tipográfico de alta qualidade (utilizado para elaborar o relatório).
6. Gnuplot (<http://www.gnuplot.info>)
 - Utilitário de representação gráfica (utilizado para plotagem do gráfico).
7. UMLet (<http://www.umlet.com>)
 - Ferramenta de UML (utilizado para criar o fluxo de execução).
8. Shutter (<http://shutter-project.org>)
 - Programa de captura de tela (utilizado para capturar os resultados).