

Входные данные: выборка X , подчиняющаяся распределению из варианта.

1. Провести исследование распределения из варианта: история его появления, его назначение, применение в научных исследованиях. Для каждого факта необходимо привести ссылку, оформленную по ГОСТ, на научную публикацию.
2. Знакомство с jupyter notebook.
 - 2.1 Установить интерпретатор языка Python, согласно инструкции, указанной на официальном сайте (<https://www.python.org/>) для операционной системы. *В качестве дополнительного задания дальнейшие действия можно проводить в отдельно созданном виртуальном окружении (через virtualenv).*
 - 2.2 Установить среду интерактивной разработки jupyter notebook (<https://jupyter.org/>).
 - 2.3 Открыть среду интерактивной разработки, в открывшемся окне создать новый Notebook.
 - 2.4 Выполнить считывание выборки X из файла варианта с помощью стандартных средств языка Python.
 - 2.5 Написать функции для вычисления статистик выборки X из варианта (без использования готовых функций):
 - 2.5.1 сумма элементов выборки;
 - 2.5.2 выборочное среднее;
 - 2.5.3 медиана;
 - 2.5.4 мода;
 - 2.5.5 размах выборки;
 - 2.5.6 смещенная дисперсия;
 - 2.5.7 несмещенная дисперсия;
 - 2.5.8 выборочный начальный момент k -ого порядка (k подается как аргумент функции вместе с выборкой);
 - 2.5.9 выборочный центральный момент k -го порядка (k подается как аргумент функции вместе с выборкой);
 - 2.6 Выполнить функции, занести результаты в отчет. В качестве значений k для выборочных начального и центрального моментов можно взять любой, кроме первого и второго.
3. Понятие эмпирической функции распределения.
 - 3.1 Занести в отчет определение эмпирической функции распределения и алгоритм ее построения.
 - 3.2 Написать функцию для построения эмпирической функции распределения на языке Python (без использования готовых реализаций).
 - 3.3 Сделать случайные подвыборки размера 10, 100, 200 элементов из выборки X .
 - 3.4 Для каждой из подвыборок построить эмпирическую функцию распределения и соответствующий этой функции график. Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.
 - 3.5 Построенные графики занести в отчет.
 - 3.6 Сделать вывод о виде эмпирической функции распределения:
 - 3.6.1 насколько она похожа на теоретическую функцию распределения из варианта?
 - 3.6.2 какие можно сделать предположения о параметрах распределения?
4. Понятие гистограммы:
 - 4.1 Занести в отчет определение гистограммы и алгоритм ее построения.
 - 4.2 Написать функцию для построения гистограммы на языке Python (без использования готовых реализаций).
 - 4.3 Сделать случайные подвыборки размера 10, 100, 200 элементов из выборки X .
 - 4.4 Для каждой из подвыборок построить гистограмму и соответствующий график. Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.
 - 4.5 Построенные графики занести в отчет.
 - 4.6 Сделать вывод о виде гистограммы:
 - 4.6.1 насколько она соответствует распределению из варианта?

- 4.6.2 какие можно сделать предположения о параметрах распределения?
5. Описание параметров распределения:
 - 5.1 Определить вид теоретической функции распределения из варианта, включающей в себя все заданные в варианте параметры.
 - 5.2 Занести формулу для вычисления теоретической функции распределения в отчет.
 - 5.3 Занести в отчет описание каждого из параметров распределения.
 - 5.4 Написать функцию построения теоретической функции распределения для распределения из варианта. Аргументами написанной функции должны быть параметры распределения.
 - 5.5 Выполнить построение графика теоретической функции распределения со случайно заданными параметрами распределения.
 - 5.6 Оценить, как изменяется график теоретической функции распределения при изменении параметров распределения. Чтобы это оценить для каждого неизвестного параметра распределения выполнить следующие шаги:
 - 5.6.1 фиксируются все неизвестные параметры распределения кроме одного;
 - 5.6.2 для незафиксированного параметра выбрать два сильно отличающихся друг от друга значения;
 - 5.6.3 для выбранных значений построить теоретические функции распределения и визуально оценить, чем они отличаются.
 - 5.7 Занести в отчет построенные графики и выводы о влиянии каждого параметра распределения на вид теоретической функции распределения.
 6. Понятие точечных оценок.
 - 6.1 Оценить параметры распределения выборки методом моментов.
 - 6.2 Оценить параметры распределения выборки методом максимального правдоподобия.
 - 6.3 Привести и обосновать свойства полученных оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность, R-эффективность.
 - 6.4 На одном графике построить:
 - 6.4.1 теоретическую функцию распределения с оценками параметров распределения, найденными методом моментов;
 - 6.4.2 теоретическую функцию распределения с оценками параметров распределения, найденными методом максимального правдоподобия;
 - 6.4.3 эмпирическую функцию распределения (по всей выборке).

Построенный график должен содержать наименование, подпись осей, легенду.

 - 6.5 Занести соответствующие вычисления и график в отчет.
 - 6.6 Сделать вывод о значении оценок параметров распределения и схожести эмпирической и теоретических функций распределения.
 7. Понятие интервальных оценок.
 - 7.1 Оценить параметры распределения выборки с помощью интервальной оценки с уровнями доверия $\gamma_1 = 0,95, \gamma_2 = 0,99$.
 - 7.2 Занести соответствующие вычисления в отчет.
 - 7.3 Сделать вывод о близости значений интервальных и точечных оценок.
 8. Понятие статистических критериев.
 - 8.1 Гипотезы о параметрах распределения.
 - 8.1.1 Построить наиболее мощный критерий для проверки нулевой гипотезы вида $H_0: \{a = \hat{a}_i\}$ для каждого параметра распределения a . Здесь \hat{a}_i – оценка параметра распределения a , полученная в результате применения метода моментов ($i = 1$), метода максимального правдоподобия ($i = 2$).
В качестве уровня значимости принять $\alpha_1 = 0,05$.
 - 8.1.2 Вычислить ошибки 1-го и 2-го рода.
 - 8.1.3 Занести соответствующие вычисления в отчет.
 - 8.1.4 Сделать вывод о результате работы критерия.
 - 8.2 Гипотезы о виде распределения.

- 8.2.1 Используя критерий Колмогорова и критерий χ^2 , проверить гипотезу о принадлежности выборки распределению из варианта.
Примечание: в качестве уровня значимости принять $\alpha_1 = 0,05$.
- 8.2.2 Занести соответствующие вычисления в отчет.
- 8.2.3 Сделать вывод о результате работы критериев.
- 8.3 Гипотезы об однородности выборок.
 - 8.3.1 Провести поиск распределений, близких по виду к распределению из варианта.
Утвердить вид найденного распределения $G(x)$ у преподавателя.
 - 8.3.2 Методом обратного преобразования сгенерировать выборку X_2 из распределения $G(x)$.
 - 8.3.3 Построить критерий для проверки гипотезы вида: $H_0\{F_1(x), F_2(x) \sim F(x, \theta)\}$ против альтернативы $H_1: \{F_1(x) \sim F(x, \theta), F_2(x) \sim G(x, \theta)\}$. Вид критерия утвердить у преподавателя.
Примечание: в качестве уровня значимости принять $\alpha_1 = 0,05$.
 - 8.3.4 Оценить мощность критерия.
 - 8.3.5 Занести соответствующие вычисления в отчет.
 - 8.3.6 Сделать вывод о результате работы выбранного критерия.