

Introdu¸c˜ao `a Inteligˆencia Artificial

TP2 - Problema de Otimiza¸c˜ao

2021 - 2022

**Nuno Santos Pedro Nogueira**

Licenciatura de Engenharia Inform´atica 15 de janeiro de 2022

**´Indice**

[1 Introdu¸c˜ao 3](#_Toc93256073)

[2 Algoritmo de Pesquisa Local (Trepa Colinas) 3](#_Toc93256074)

[2.1 Vizinhan¸ca 1 4](#_Toc93256075)

[2.2 Funções mais relevantes 4](#_Toc93256076)

[2.2.1 Função gera\_sol\_inicial 4](#_Toc93256077)

[2.2.2 Fun¸c˜ao de calcula\_fit 4](#_Toc93256078)

[2.2.3 Função gera\_vizinho 5](#_Toc93256079)

[2.3 Formulação de Hipóteses 5](#_Toc93256080)

[2.3.1. Hipótese 1 5](#_Toc93256081)

[2.3.2 Hipótese 2 5](#_Toc93256082)

[2.3.3 Hipótese 3 5](#_Toc93256083)

[2.3.4 Hipótese 4 5](#_Toc93256084)

[2.4 Verificação das Hipóteses (Experiência) 6](#_Toc93256085)

[2.4.1 Hipótese 1 6](#_Toc93256086)

[2.4.2 Hipótese 2 6](#_Toc93256088)

[2.4.3 Hipótese 3 7](#_Toc93256090)

[2.4.4 Hipótese 4 7](#_Toc93256092)

[2.5 Conclusão 8](#_Toc93256094)

[2.5.1 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 8](#_Toc93256095)

[3 Algoritmo Gen´etico 9](#_Toc93256096)

[3.1 Recombinações 9](#_Toc93256097)

[3.1.2 Mutacões 10](#_Toc93256098)

[3.1.3 Torneios 10](#_Toc93256099)

[3.2 Funções mais relevantes 11](#_Toc93256100)

[3.2.1 Função init\_pop 11](#_Toc93256101)

[3.2.2 Função avaliaIndividual 11](#_Toc93256102)

[3.3 Formulação das Hipóteses 11](#_Toc93256103)

[3.3.1 Hipótese 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 11](#_Toc93256104)

[3.4 Verificação das Hipóteses (Experiência) 12](#_Toc93256105)

[3.4.1 Hipótese 1 12](#_Toc93256106)

[3.4.2 Hipótese 2 12](#_Toc93256108)

[3.4.3 Hipótese 3 13](#_Toc93256110)

[3.4.4 Hipótese 4 13](#_Toc93256112)

[3.4.5 Hipótese 5 14](#_Toc93256114)

[3.4.6 Hipótese 6 14](#_Toc93256116)

[3.5 Conclusão 15](#_Toc93256118)

[3.51 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 15](#_Toc93256119)

[4 Algoritmo H´ıbrido (combina¸c˜ao das duas abordagens anteriores) 16](#_Toc93256120)

[4.1 Formulação das Hipóteses 16](#_Toc93256121)

[4.1.1 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 17](#_Toc93256122)

[4.2 Verificação das Hipóteses (Experiências) 17](#_Toc93256123)

[4.2.1 Hipótese 1 17](#_Toc93256124)

[4.2.2 Hipótese 2 18](#_Toc93256126)

[4.2.3 Hipótese 3 18](#_Toc93256127)

[4.2.4 Hipótese 4 18](#_Toc93256128)

[4.2.5 Hipótese 5 19](#_Toc93256129)

[4.2.6 Hipótese 6 19](#_Toc93256131)

[4.3 Conclusões 19](#_Toc93256132)

[4.3.1 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 19](#_Toc93256133)

[5 Conclus˜ao 20](#_Toc93256134)

# Introdu¸c˜ao

Este trabalho consiste em conceber, implementar e testar m´etodos de otimizac¸˜ao que encontrem solu¸c˜oes de boa qualidade para diferentes instˆancias do problema a seguir descrito.

Dado um grafo não direcionado G = (V , A), composto por um conjunto V de vértices ligados entre si por arestas A, um subconjunto SV é chamado de conjunto estável quando não há nenhuma aresta entre os vértices de S. O objetivo do problema é encontrar um conjunto estável S tal que a sua cardinalidade (ou seja, o número de vértices que contém) seja máxima.

O objetivo do **problema do conjunto estável máximo** é portanto de maximização.

# Algoritmo de Pesquisa Local (Trepa Colinas)

O m´etodo de pesquisa local implementado foi o Trepa-Colinas (também conhecido por Hill-Climbing ou “Gradient-Descent”) .

O nome e ideia base provem de uma analogia com a decisão tomada por um agente que, perdido numa encosta, pretende atingir o topo, deslocar-se-á na direção “em que o caminho sabe”.

A implementação deste algoritmo segue a seguinte ordem:

* Parte de um estado inicial dado ou gerado aleatoriamente;
* Gera os estados sucessores do estado atual;
* Através de uma Função de Avaliação, avalia cada estado assim gerado e escolhe o de maior valor;
* Pára quando o estado selecionado tiver um valor inferior ao escolhido na iteração anterior
  + Isto significa que a solução “piorou” e que se “está a descer a colina, em vez de subir”.

Alguns problemas associados a este método são:

* Uma máximo local pode ser atingido sem que corresponda ao máximo absoluto (melhor solução)
* Nos “planaltos” é necessário escolher uma direção aleatoriamente
* Um cume pode ter lados tão inclinados que o passo seguinte conduz ao “outro lado do cume” e não ao seu topo. Neste caso a solução poderá “oscilar” nunca atingido o máximo pretendido

Será usada a variante do Trepa-Colinas “First-Choice” pois será o mais adequado ao nosso problema dado que este:

* Visita vizinhos de forma aleatória;
* Aceita um vizinho de melhor qualidade e termina a iteração, este caso é útil quando a vizinhança é grande mas também sabem que é um algoritmo não determinista.

### Vizinhan¸ca 1

A primeira vizinhan¸ca testada no nosso algoritmo foi uma vizinhan¸ca bastante simples, que se baseia em aleatoriedade apenas.

Esta funciona da seguinte forma: escolhe, aleatoriamente, 2 subconjuntos diferentes A e B, e troca, de A para B e de B para A, um elemento, tamb´em aleat´orio.

Nos testes efetuados ao algoritmo fizemos variar o nu´mero de vizinhos, fizemos variações entre aceitar soluções de custo igual e não aceitar e também penalização.

Em todos os testes realizados neste trabalho foram usadas 10 repeti¸c˜oes de modo a obter equilíbrio estatístico.

Os resultados foram avaliados em compara¸c˜ao com valores base obtidos com os seguintes parˆametros:

* Nvizinhos;
* Nrepetições;
* Aceitar soluções de custo igual;
* Penalização.

### 2.2 Funções mais relevantes

#### 2.2.1 Função gera\_sol\_inicial

Usámos um array dinâmico que é responsável por guardar a nossa matriz inicial.

É gerado um número aleatório entre 2 e o número de vértices que irá. É gerado também um número aleatório entre 0 e o número de vértices -1, irá ficar dentro de um ciclo onde só sairá quando a solução for igual a 1.

#### Fun¸c˜ao de calcula\_fit

Esta função recebe a solução, a matriz e o número de vértices e devolve o custo e o número de ligações (cardinalidade) que existem na solução.

#### 2.2.3 Função gera\_vizinho

É gerado um pos aleatório entre 0 e n-1 que é de seguida guardado na variável pos\_ant. O pos é continuamente gerado enquanto for igual ao pos\_ant garantido que ambos sejam índices diferentes. Quando ambos são diferentes, é feita uma substituição dos valores dos respetivos índices, gerando assim um novo vizinho.

### 2.3 Formulação de Hipóteses

#### 2.3.1. Hipótese 1

H1 : Trepa-Colinas com vizinhança 1.

#### Hipótese 2

H2 : Trepa-Colinas com vizinhança 1 e aceitando soluções de custo igual.

#### Hipótese 3

H3 : Trepa-Colinas com vizinhança 1, aceitando soluções de custo igual e com Reparação.

#### Hipótese 4

H4 : Trepa-Colinas com vizinhança 1 e com Reparação

### Verificação das Hipóteses (Experiência)

#### 2.4.1 Hipótese 1

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 2

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 3

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 4

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

### Conclusão

#### 2.5.1 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

Nos ficheiros mais pequenos (file1.txt e file2.txt) conseguimos perceber que o Trepa-Colinas lidava bastante bem com o problema e em todos os conjuntos de iterações o melhor valor foi sempre atingido.

Nos restantes ficheiros, é percetível que quanto maior for o número de iterações mais próximo o algoritmo fica de chegar ao melhor valor.

Na hipótese 2 fizemos com que o Trepa-Colinas aceitasse soluções de custo igual, de modo a percebermos se isso iria ou não influenciar nos resultados.

Comparativamente às experiências anteriores houve pouca e às vezes nenhuma diferença em relação aos ficheiros file1.txt e file2.txt.

Nas restantes experiências notou-se um aumento pouco significativo, o que faz com que possamos concluir que aceitando soluções de custo igual, não iria alterar em muito os resultados, uma vez que o objetivo é chegar ao melhor valor.

# 3 Algoritmo Gen´etico

O algoritmo gen´etico ´e uma t´ecnica para resolu¸c˜ao de problemas que necessitem de otimizac¸˜ao.

E´ baseado na Teoria de Evolu¸c˜ao de Darwin e tem um forte v´ınculo com conceitos da biologia.

Neste algoritmo ao inv´es de melhorarmos uma u´nica solu¸c˜ao, manipulamos uma populac¸˜ao. Uma populac¸˜ao ´e um conjunto de indiv´ıduos (solu¸c˜oes) que por sua vez s˜ao compostos por cromossomas (no caso do nosso problema, pontos).

Os indiv´ıduos da popula¸c˜ao v˜ao-se alterando ao longo de v´arias gera¸c˜oes atrav´es de mecanismo gen´eticos como muta¸c˜ao e crossover. Os melhores indiv´ıduos de cada gera¸c˜ao, escolhidos atrav´es de torneios, s˜ao os que d˜ao origem aos descendentes, ou seja, a pr´oxima gera¸c˜ao ser´a composta por varia¸c˜oes dos melhores indiv´ıduos da anterior.

Nestas experiências o torneio escolhido foi sempre com o tamanho de 2.

Para fazermos este torneio, selecionamos duas soluções aleatórias e comparamos as suas fitness, a solução que tivesse maior fitness iria ser a solução escolhida para as próximas iterações.

### 3.1 Recombinações

Na recombinação (crossover) foi usado um ponto de corte aleatório que consiste em dividir duas soluções pai em dois e dividir ema parte para um filho e a outra parte para outro filho como mostra no exemplo em baixo. Depois da recombinação, existia também uma probabilidade de haver uma mutação, que alterava apenas um valor numa solução.

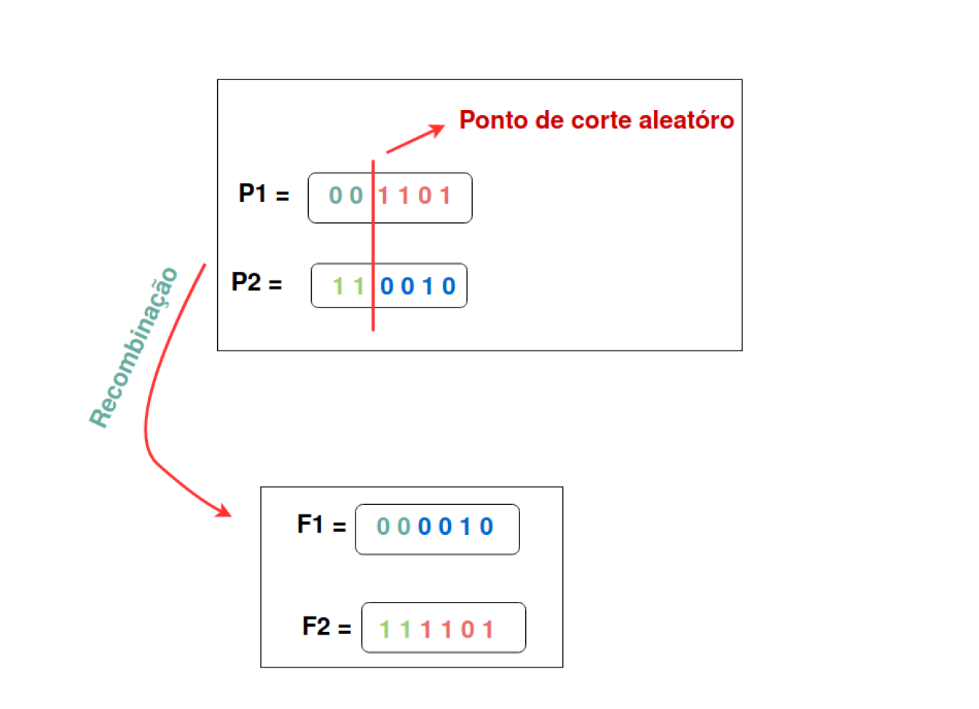


Figura : Exemplo de Recombinação

### 3.1.2 Mutacões

O processo de muta¸c˜ao consiste em alterar a unidade gen´etica mais b´asica (neste caso, o cro- mossoma) do indiv´ıduo. Isto possibilita a mudan¸ca subtil dos indiv´ıduos, permitindo desenvolver solu¸c˜oes diferentes (piores ou melhores) que possam ajudar a guiar as pr´oximas gerac¸˜oes a obter a melhor solu¸c˜ao poss´ıvel.

Os resultados foram avaliados em comparação com valores base obtidos com penalização cega, recombinação 1 e os seguintes parâmetros:

* População = 100;
* Gerações = 2500;
* Prob. Recombinação;
* Prob. Mutação.

### 3.1.3 Torneios

Os torneios servem como m´etodo de sele¸c˜ao: s˜ao usados para escolher os melhores indiv´ıduos de uma determinada gera¸c˜ao e determinar quais ”sobrevivem” para a pr´oxima gera¸c˜ao.

Um torneio consiste em escolher k indivíduos. Esses k indivíduos ”competem” entre eles, e o indiv´ıduo com maior qualidade ”ganha” o torneio e ´e adicionado ao vetor de indiv´ıduos sobreviventes para a pr´oxima gerac¸˜ao.

N˜ao h´a qualquer restri¸c˜ao na repeti¸c˜ao de indiv´ıduos: o mesmo indiv´ıduo pode ser adicionado v´arias vezes ao vetor de sobreviventes, fazendo com que os indiv´ıduos de maior qualidade tenham um peso maior na populac¸˜ao da nova gera¸c˜ao.

De modo a popular a nova gera¸c˜ao com o mesmo nu´mero de indiv´ıduos que a anterior, estes torneiros s˜ao realizados tantas vezes quanto o tamanho da populac¸˜ao, visto que s´o ´e escolhido um indiv´ıduo por torneio.

Um torneio onde k = 2 chama-se torneio bin´ario. Este ´e o tipo de torneio que tem vindo a ser utilizado at´e agora, e que vai ser alterado e testado para v´arios valores de k (tsize).

### 3.2 Funções mais relevantes

#### 3.2.1 Função init\_pop

Esta função serve para criar a população inicial e preencher um vetor binário consoante os valores, a função é idêntica à gera\_sol\_inicial, no entanto cada solução, neste caso é inserida num array que pertence a uma estrutura.

#### 3.2.2 Função avaliaIndividual

Nesta função usámos os mesmos princípios da **calcula\_fit**, uma vez que é responsável por calcular a fitness de uma solução numa população.

Como existe a recombinação e a mutação, há uma probabilidade da solução a ser avaliada ser inválida, logo, foi preciso criar uma função chamada **verifica\_validade** que tem como objetivo validar uma solução e caso esta seja válida o programa prossegue, caso contrário, é marcada como inválida e sai da **avaliaIndividual**.

### Formulação das Hipóteses

Todas hipóteses abaixo efetuadas serão efetuadas para um algoritmo base sem penalização e outro com penalização.

Os parâmetros a testar serão os mesmos para todas as hipóteses (6), mas para ficheiros diferentes, podendo assim ser possível obter uma conclusão consistente e bem fundamentada.

#### Hipótese 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

* File 1 | File 2 | File 3 | File 4 | File 5 | File 6

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

### Verificação das Hipóteses (Experiência)

#### Hipótese 1

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 2

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 3

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 4

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 5

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### Hipótese 6

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

### Conclusão

#### 3.51 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

Com o algoritmo base sem penalização, fixando uma população de 100, uma geração de 2500 uma probabilidade de mutação 0.01 variando apenas a probabilidade de recombinação conseguimos perceber que quanto maior é a probabilidade de recombinação mais longe o algoritmo fica de atingir a solução.

Com os mesmos valores anteriores, fixando apenas a probabilidade de recombinação e variando a probabilidade de mutação os resultados tornar-se ainda piores, porque a probabilidade de recombinação fixa é alta e a probabilidade de mutação não favorece os resultados.

Com uma população muito baixa, os resultados foram os piores, mesmo aumentando o número de gerações, o que leva a concluir que uma maior população influencia num bom resultado.

No caso do algoritmo base com penalização, uma vez que este aceita soluções inválidas, havia uma possibilidade de encontrar uma solução ótima, no entanto, isso não aconteceu o que fez com que os resultados não tenham sido muito diferentes comparativamente ao primeiro algoritmo.

#### 

# Algoritmo H´ıbrido (combina¸c˜ao das duas abordagens anteriores)

Este algoritmo ´e uma combina¸c˜ao dos algoritmos de pesquisa local (Trepa-Colinas) e do algoritmo gen´etico discutidos anteriormente.

Usamos o algoritmo hibrido de duas maneiras diferentes. A primeira foi usada aquando da criação da população inicial, ou seja, em vez de começarmos com uma população aleatória, melhoramos a população incial com o Trepa-Colinas e esta serviu de ponto de partida para o algoritmo evolutivo.

A segunda maneira foi deixar executar o algoritmo evolutivo primeiro e no final usar o trepa colinas na população final e vendo se era possível ainda melhorar um pouco mais a mesma.

Os resultados obtidos ser˜ao comparados com os resultados obtidos para os mesmos parâmetros e m´etodos no algoritmo genético.

A diferen¸ca entre este algoritmo h´ıbrido e o algoritmo gen´etico anteriormente falado ´e que este invoca, em diferentes etapas da execu¸c˜ao, o algoritmo de pesquisa local, de modo a melhorar o indivíduo escolhido.

### 4.1 Formulação das Hipóteses

Todas hipóteses abaixo efetuadas serão efetuadas para o algoritmo base híbrido i) e algoritmo base híbrido ii).

Os parâmetros a testar serão os mesmos para todas as hipóteses (6), mas para ficheiros diferentes, podendo assim ser possível obter uma conclusão consistente e bem fundamentada.

#### 4.1.1 Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

* File 1 | File 2 | File 3 | File 4 | File 5 | File 6

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

### 4.2 Verificação das Hipóteses (Experiências)

#### 4.2.1 Hipótese 1

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### 4.2.2 Hipótese 2

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

#### 4.2.3 Hipótese 3

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

#### 4.2.4 Hipótese 4

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

#### 4.2.5 Hipótese 5

#### Uma imagem com mesa Descrição gerada automaticamente

#### 4.2.6 Hipótese 6

Uma imagem com mesa

Descrição gerada automaticamente

### Conclusões

#### Hipóteses 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

É possível observar que os resultados obtidos nestas hipóteses melhoram relativamente ao algoritmo genético, era o que se esperava que acontecesse.

Repare que, á medida que o número de vértices/arestas aumenta a diferença de valores obtidos entre o algoritmo evolutivo e o algoritmo híbrido é maior, e faz sentido acontecer, visto que algoritmos híbridos são mais fiáveis em termos de resultados.

Em relação ao algoritmo base híbrido 1 e ao algoritmo base híbrido 2 não se nota resultados muito significativos o que leva a concluir que ambos foram bons comparado com o algoritmo evolutivo.

# Conclus˜ao

Assim, e concluindo o trabalho efetuado, depois de analisados os resultados, marcamos como principais os seguintes pontos gerais:

ˆ Quando o algoritmo se baseia em l´ogica altamente aleat´oria, os resultados n˜ao s˜ao de todo est´aveis e, de certa forma, prejudicam o estudo estat´ıstico dos mesmos;

ˆ Os resultados obtidos dependem largamente da criatividade e qualidade das fun¸c˜oes de viz- inhan¸ca, muta¸c˜ao, recombina¸c˜ao e repara¸c˜ao, sendo que h´a v´arias possibilidades para estas (com qualidade semelhante);

ˆ Em geral, um nu´mero elevado de itera¸c˜oes (caso da pesquisa local) ou gera¸c˜oes / nu´mero de indiv´ıduos da populac¸˜ao aumenta a qualidade final dos resultados, mas requer mais tempo e mem´oria para o algoritmo;

ˆ No caso do algoritmo gen´etico, o aumento da probabilidade da recombinação e muta¸c˜ao pode ter ou n˜ao efeitos ben´eficos ao problema, devendo ser estudada a sua variac¸˜ao e escolhido o melhor valor para cada fun¸c˜ao de muta¸c˜ao / recombinação;

ˆ Um bom algoritmo requer, inevitavelmente, uma maior complexidade temporal para melhores resultados em problemas maiores, sendo que, para alcan¸car a solu¸c˜ao ´otima nestes problemas,

´e necess´ario uma grande capacidade de computa¸c˜ao e tempo;

ˆ N˜ao ´e necess´ario um algoritmo com alta complexidade para resolver problemas mais simples, como os dos ficheiros **file1.txt** e **file2.txt**.

Tendo alcan¸cado o objetivo deste trabalho, damos o mesmo por conclu´ıdo.