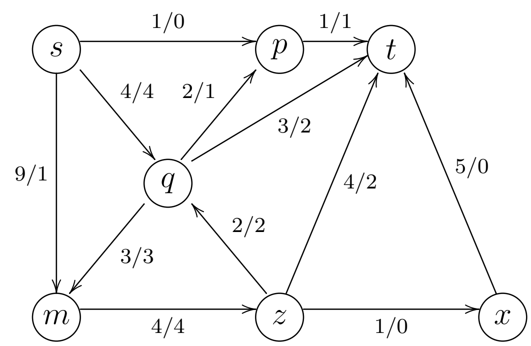
Universidade do Porto LEIC

Desenho de Algoritmos 2021/2022

Folha Prática 6

1. Considere a rede de fluxo seguinte, onde c/f são pares capacidade/fluxo, e s e t são a origem e destino.



a) Indique os valores de:

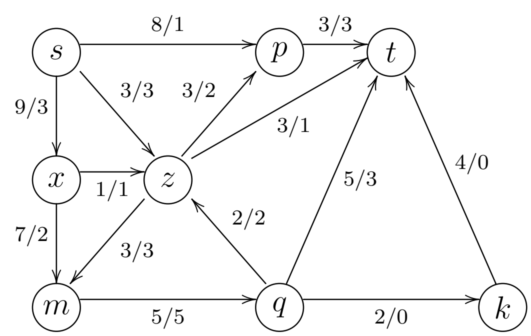
$f(q,m)$		$f(m,q)$		$f(t,z)$	
$\|f\|$		$c(q,m)$		$c(m,q)$	
$c_f(q,m)$		$c_f(m,q)$		$c_f(z,x)$	
$c_f(x,z)$		$c_f(p,t)$		$c_f(t,p)$	

b) Partindo de f, aplique o algoritmo de Edmonds-Karp para obter um fluxo máximo (desenhe a rede residual **em cada iteração**, represente o fluxo final na rede, e explique sucintamente).

c) Indique um corte $\{S, T\}$ com capacidade mínima. Qual é a essa capacidade?

d) Qual é a diferença principal entre o método de Ford-Fulkerson e o algoritmo de Edmonds-Karp?

2. Considere a rede de fluxo seguinte, onde c/f são pares capacidade/fluxo, e s e t são a origem e destino.



a) Indique os valores de:

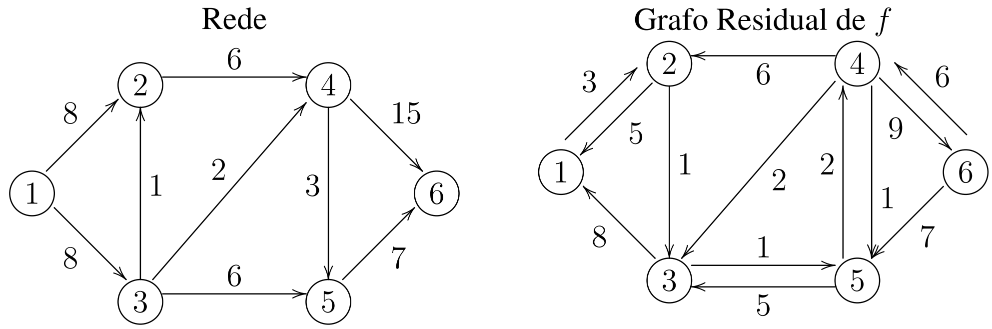
$f(q,m)$		$f(p,z)$		$f(z,p)$	
$\|f\|$		$c(q,m)$		$c(m,q)$	
$c_f(q,m)$		$c_f(m,q)$		$c_f(z,t)$	
$c_f(p,s)$		$c_f(s,z)$		$c_f(k,t)$	

b) Partindo do fluxo f, aplique o algoritmo de Edmonds-Karp para obter um fluxo máximo (desenhe a rede residual em cada iteração, represente o fluxo final na rede, e explique sucintamente os passos).

c) Complete as frases: *A capacidade do corte* $(\{s,q,t\},\{p,x,z,m,k\})$ *é* ______ .

______ *é um corte {S,T} com capacidade mínima, a qual é* ______ .

3. Na figura está representada uma rede de distribuição de água (origem 1 e destino 6) e o grafo residual associado a um determinado fluxo f nessa rede. Os arcos da rede indicam o sentido em que a água flui, e o valor em cada arco indica a capacidade do tubo.



a) Enuncie resultados teóricos dados na disciplina que permitam justificar a não otimalidade do fluxo f associado ao grafo residual representado.

b) Determine o fluxo máximo na rede por aplicação do algoritmo de Edmonds-Karp a partir do fluxo f.

4. Seja $\mathcal{G} = (V, E, c, \{S, T\})$ uma rede de fluxo com origem no nó S e destino no nó T, sendo E o conjunto de ligações representadas abaixo (os pares c/f designam a capacidade da ligação e f o valor do fluxo atual).

	c/f
(S, C)	25/18
(S, D)	8/8
(C, H)	10/10
(C, D)	10/5
(H, T)	4/4

	c/f
(B, F)	8/5
(C, B)	3/3
(A, F)	6/5
(H, B)	5/4
(H, F)	2/2

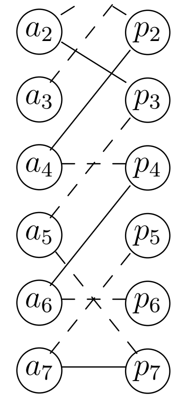
	c/f
(B, D)	5/2
(D, A)	17/15
(A, T)	10/10
(F, T)	18/12

a) Apresente em pseudo-código o método de Ford-Fulkerson e explique os conceitos usados e o critério para verificação da otimalidade de um fluxo representado na rede.

b) Determine o fluxo máximo aplicando passo a passo o método a partir da situação representada.

c) Identifique um corte de capacidade mínima em $\mathcal{G}$ e diga de quanto aumentaria o fluxo máximo se as capacidades dos arcos (H, F) e (H, T) fossem de 10 e 12 unidades. Explique.

5. Considere o emparelhamento $M = \{(a_1, p_1), (a_2, p_3), (a_4, p_2), (a_6, p_4), (a_7, p_7)\}$ no grafo bipartido seguinte. Os restantes ramos estão representados a tracejado.



a) Represente o problema como um problema de fluxo.

b) Determine a rede residual para o fluxo correspondente a M.

c) Por análise dessa rede, identifique um caminho para aumento de M e determine o emparelhamento M' que se obtém.

d) Averigue se M' já é ótimo. Se não for, determine o ótimo.

6. Os valores nos ramos do grafo representam a capacidade das ligações. Por aplicação do algoritmo dado nas aulas, determine um caminho de capacidade máxima do nó A para cada um dos restantes nós.