Nome: ____ Nº de estudante: _________________

Departamento de Engenharia Informática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

Análise e Transformação de Dados

Exame da Época Normal

24 de junho de 2024 Duração: 2h

Exame com consulta restrita a quatro páginas A4 de apontamentos (manuscritas).
Não é permitido o uso de meios eletrónicos (computador, etc.), exceto calculadora básica.
Qualquer tentativa de fraude conduzirá à anulação da prova para todos os intervenientes.

1. Considere o sinal de tempo contínuo $x(t) = 2\sin(8\pi t) - 4\cos(8\pi t)\sin(12\pi t)$, para $t \in \mathbb{R}$.

a) [3] Assinale quais as frequências lineares f, em Hz, presentes no sinal $x(t)$?

☐ 0 Hz ☐ 2 Hz ☐ 4 Hz ☐ 6 Hz ☐ 8 Hz ☐ 10 Hz ☐ 12 Hz
☐ 20 Hz ☐ 4π Hz ☐ 8π Hz ☐ 12π Hz ☐ 20π Hz ☐ Outra(s): _____________

b) [4] Sendo $x(t)$ um sinal periódico, calcule o seu período fundamental T_0 em segundos.

$T_0 =$ ______ s

c) [3] Classifique o sinal $x(t)\big(u(t-1) - u(t-5)\big)$, sendo $u(t)$ o degrau unitário, em termos de energia/potência.

☐ sinal de energia com potência média nula
☐ sinal de energia com potência média finita não nula
☐ sinal de potência com energia finita não nula
☐ sinal de potência com energia infinita

d) [6] Determine a frequência angular fundamental Ω_0 (em rad) e a expressão do sinal de tempo discreto $x[n]$, que resulta da amostragem de $x(t)$ à frequência de amostragem $f_s = 40$ Hz.

$\Omega_0 =$ ________ rad

$x[n]$ =

2. Considere o sinal de tempo discreto periódico $x[n] = -3 + 2\,cos[\,0.2\pi n]$.
    a) [5] Determine os parâmetros *a* e *b* da transformação linear da variável independente que aplicada no sinal *x*[*n*] resulta no sinal $y[n] = -3 - 2\,sin[\,0.6\pi n]$ e classifique a transformação.

    b) [4] Calcule a potência média do sinal *y*[*n*] e diga, justificadamente, qual a relação entre as potências médias dos sinais *x*[*n*] e *y*[*n*].

3. Considere que um sistema (*router*), que recebe *x*[*n*] e despacha *y*[*n*] pacotes em cada instante *n*, é dada por $y[n] = 0.5y[n-1] + 0.2k\,x[n-1] + (k-2)y[n+1]x[n-3]$.
    a) [5] Classifique, justificadamente, o sistema (*router*), para *k* = 1, quanto à linearidade, causalidade e variância no tempo.

    b) [7] Considerando condições iniciais nulas, *k* = 2 e que os pacotes recebidos são expressos por $x[n] = 200u[n] - 100\delta[n-1]$, determine o somatório dos pacotes despachados pelo *router* até ao instante *n*= 4, inclusive.

$\sum y[n]$ para $n \leq 4 =$________

Nome: ____ Nº de estudante: _________________

4. A função de transferência de um sistema é $G(z) = \frac{-3(1-1.1z^{-1})z^{-3}}{(1-0.8z^{-1})(1-0.25k^2z^{-2})}, k \in \Re$.

   a) [6] Determine, em função de *k*, os zeros e os polos do sistema.

   b) [4] O que pode concluir sobre a estabilidade do sistema?

   c) [3] Considerando *k* = 1 e condições iniciais nulas, para que valor tende a saída do sistema, *y*[*n*], em regime estacionário, em resposta à entrada $x[n] = 2u[n-2] - 4\delta[n-70]$?

☐ -12 ☐ -8 ☐ -4 ☐ 4 ☐ 8 ☐ 12 ☐ Outra: _______________

5. Considere que a Transformada de Fourier (FT) de um sinal *x*(*t*) é dada por (com ω em *rad/s*):

$$X_{FT}(\omega) = \begin{cases} 0 & ,\omega < -20\pi \ \vee \ \omega > 20\pi \\ 2\left|{}^{\omega}/_{4\pi}\right| & ,-20\pi \leq \omega \leq 20\pi \end{cases}$$

   a) [7] Sabendo que a Transformada Discreta de Fourier (DFT) do correspondente sinal amostrado, *x*[*n*], tem uma periodicidade *N* = 240 e $X_{DFT}[6] = 40$, qual o valor da frequência de amostragem (em Hz) considerada para a obtenção de *x*[*n*]? Diga se garante a reconstrução sem *aliasing* de *x*(*t*) a partir do correspondente sinal amostrado *x*[*n*].

   b) [6] Pretendendo-se aplicar um filtro digital ideal ao sinal amostrado *x*[*n*] que elimine as frequências do sinal original *x*(*t*) inferiores ou iguais a 9Hz, diga que tipo de filtro usaria e indique as frequências angulares Ω presentes no sinal amostrado filtrado?

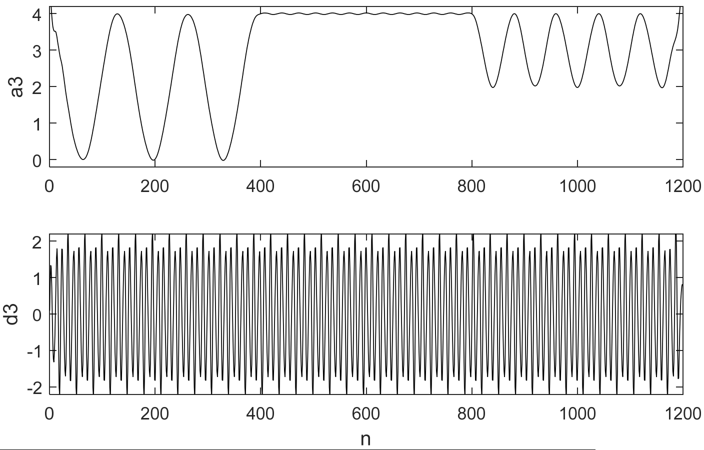
6. Considere um sinal de tempo discreto $x[n]$ não estacionário que resultou da amostragem de um sinal áudio de tempo contínuo a uma frequência de amostragem f_S=2KHz. Pretendendo-se localizar temporalmente a ocorrência da nota musical Sol_{Sust} (415Hz), aplicou-se a DFT por janelas (STFT).
   a) [5] Determine a menor dimensão temporal da janela que garante erro nulo na estimação da nota musical.

   b) [3] Em cada janela de 400ms, a que índice m de $X_{DFT}[m]$ corresponde a nota musical? Justifique.

   c) [7] Aplicando a STFT ao sinal com uma resolução espectral de 10Hz e sem sobreposição, determine a expressão do sinal $x[n]$ na 6ª janela, supondo que é estacionário nessa janela e sabendo que é caracterizado por $X_{DFT}[3] = - X_{DFT}[-3] = -50j$ e $X_{DFT}[9] = X_{DFT}[-9] = 25$.

Nome: ____ Nº de estudante: _________________

7. Dado um sinal de tempo discreto, $x[n]$**,** obtido com uma frequência de amostragem f_s=800*Hz*, considere a decomposição de nível 3, apresentada na figura, resultante da aplicação da Transformada de Wavelet Discreta (DWT) com a *wavelet* da família *Daubechies* de ordem 10.

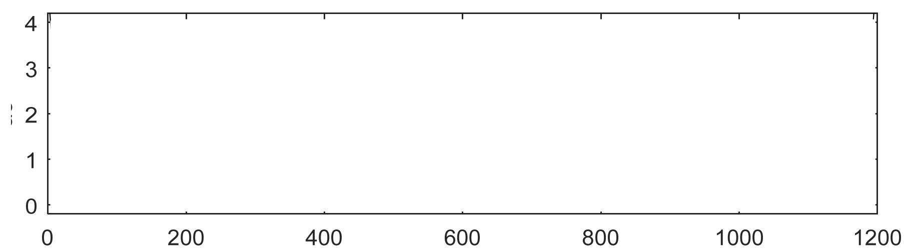


   a) [7] Efetue a caraterização tempo-frequência do sinal $x[n]$ a partir da reconstrução do sinal com base nos coeficientes **a_3** e **d_3**, preenchendo a seguinte tabela:

n	0 – 399	400 – 799	800 -1199
A partir de **d3**:	$f \in$ [_____ , _____ [Hz, *C* = _____		
A partir de **a3**:	*f* = 0 *Hz*, C = _____ *f* = ____*Hz*, *C* = ____	*f* =____ *Hz*, *C*= ____	*f* = 0 *Hz*, C = ____ *f* = _____*Hz*, *C* = ____

   b) [4] Supondo que se pretende reconstruir o sinal $x[n]$ apenas com a frequência nula, determine, justificadamente, o coeficiente que deverá ser utilizado na reconstrução, e faça um esboço do resultado da reconstrução do sinal com base nesse coeficiente.

☐ a5 ☐ d5 ☐ a6 ☐ d6 ☐ a7 ☐ d7 ☐ a8 ☐ d8



8. A análise de uma série temporal envolve, normalmente, a verificação da existência de valores em falta, bem como a identificação das componentes de um modelo para a série.
   a) [4] Considere a seguinte série temporal de *T* em função de *t*:

t(h)	0	2	4	6	8	10	12
T(C)	8	10	9	NaN	11	13	15

   Determine o valor em falta usando extrapolação de ordem 0, extrapolação linear e interpolação linear.

   b) [4] Indique os passos para identificar o modelo AR (autorregressivo) de uma série temporal não estacionária.

   c) [3] Supondo que foi identificado um modelo do tipo Auto Regressivo AR(3) com os coeficientes $a_1 = 2.0$, $a_2 = -1.1$, $a_3 = 0.3$, aplique este modelo para determinar o valor em falta em a).