

LEI - Computação Gráfica
prof. André Perrotta, prof. Evgheni Polisciuc

Exame Normal

Nome:

Número:

Duração: 90min

15 de Janeiro, 2024

valor max: 20

Formulário

sejam os vetores $\vec{A}(a_1, a_2, a_3)$ e $\vec{B}(b_1, b_2, b_3)$
produto escalar:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \sum_{i=1}^3 a_i b_i = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

produto vetorial:

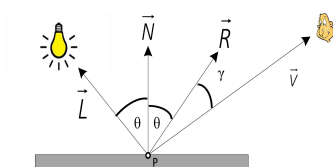
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - b_2 a_3) \hat{x} + (a_3 b_1 - b_3 a_1) \hat{y} + (a_1 b_2 - b_1 a_2) \hat{z}$$

transformações geométricas:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Proj_{perspectiva_{openGl}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/d & 0 \end{bmatrix} \quad Proj_{ortogonal} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Modelo de Phong para iluminação:



	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan(\theta)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	undefined

$$\vec{R} = 2(\vec{L} \bullet \vec{N})\vec{N} - \vec{L}$$

$$I_{vertex} = I_{luz_{amb}} K_{mat_{amb}} + I_{luz_{dif}} K_{mat_{dif}} \cos \theta + I_{luz_{spec}} K_{mat_{spec}} \cos \gamma^{n_s}$$

Conceitos

Q1 (3 valores)

Na conceptualização e implementação de uma cena 3D utilizando o pipeline poligonal do OpenGL realizamos operações em 4 sistemas de coordenadas (ou espaços). Sobre estes sistemas, responda de forma clara, objetiva e sucinta as seguintes perguntas:

(a) (1 valor): Quais são esses 4 sistemas de coordenadas?

(b) (2 valores): Qual a função de cada um desses sistemas de coordenadas?

Q2 (2 valores)

O OpenGL foi implementado de forma a possibilitar o uso de um mesmo operador para a realização das transformações geométricas utilizadas em seu pipeline. Ou seja, podemos aplicar qualquer transformação em um vértice utilizando a seguinte relação:

$$v' = OP \times v, \text{ onde } OP \text{ é o operador da transformação.}$$

Explique de forma clara, objetiva e sucinta, o conceito matemático que fundamenta esta estratégia de implementação.

Geometria e transformações

Q3 (2 valores)

Determine uma rotina de desenho OpenGL (vértices e respetiva primitiva de desenho) que permita desenhar a figura representada na imagem. Utilize código ou pseudo-código OpenGL. (Atenção ao desenho da figura com preenchimento (GL_FILL, cinza-claro) e sem preenchimento (GL_LINE, preto), que deve poder ser obtido sem alteração da primitiva de desenho escolhida).

resp:

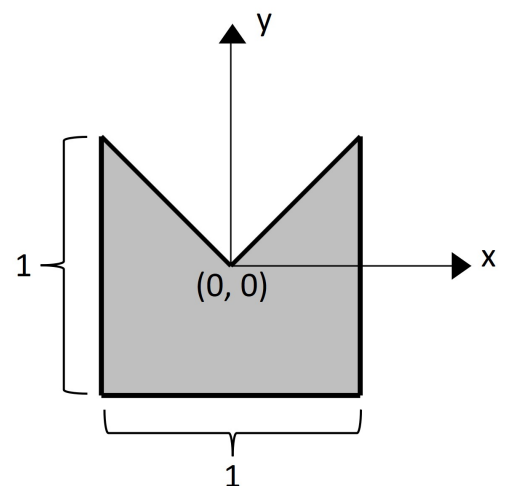
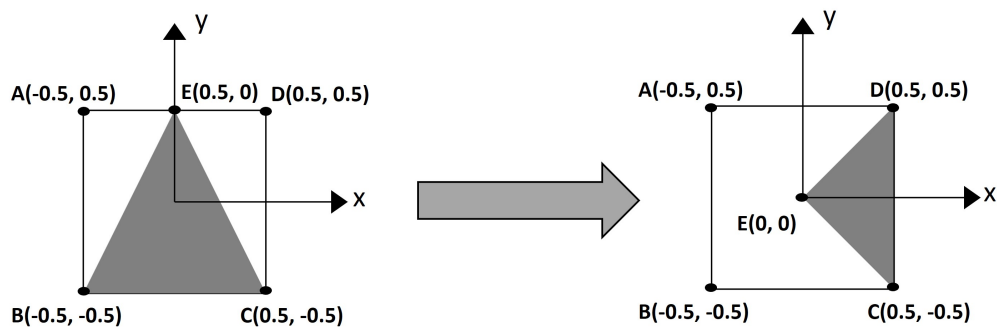


figura geométrica: em preto seu contorno, em cinza seu preenchimento

Q4 (3 valores)

Determine as transformações geométricas necessárias para transformar o triângulo BCE no triângulo CDE , representando-as de duas formas:



$$\triangle BCE \rightarrow \triangle CDE$$

(a) (1 valor): Indicação das transformações com valores e ordem correta.

(ex: Translação de 10 em x pode ser escrita como $T(10, 0)$)

(b) (2 valores): Representação da matriz final (M) resultante das transformações.

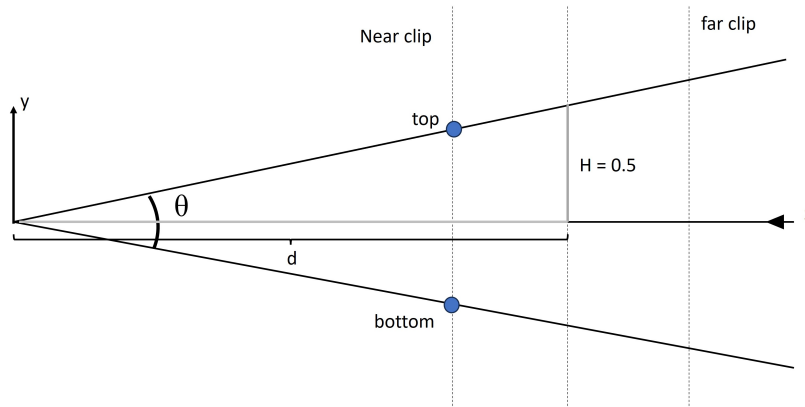
Visualização, projeção e recorte

Q5 (4 valores)

Considere uma aplicação desenvolvida em OpenGL e configurada com uma janela quadrada (largura=altura). Mais, considere que no início do programa é configurado o recorte (glViewport) para toda a tela e que seu volume de projeção é configurado através da função $glFrustum(left, right, bottom, top, near, far)$ com os seguintes valores:

$$glFrustum(\frac{-1}{200}, \frac{1}{200}, \frac{-1}{200}, \frac{1}{200}, \frac{\sqrt{3}}{200}, 100\frac{\sqrt{3}}{2})$$

A imagem abaixo mostra uma vista lateral do volume de projeção definido.



vista lateral do volume de projeção

Com base na imagem e na informação fornecida, responda às questões:

(a) (1 valor): Qual o valor do ângulo θ ?(justifique)

(b) (1 valor): Qual o valor da distância d ?(justifique)

Considere agora que, para além da projeção, é também definida uma vista da cena utilizando o algoritmo UVN implementado na função $lookat(p\vec{o}s, tar\vec{get}, u\vec{p})$ com os seguintes valores:

$$lookat(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$$

E, alteram-se os valores de recorte, utilizando a função $glViewport(x_0, y_0, width, height)$ com os seguintes valores:

$$glViewport(\frac{w}{2}, \frac{h}{2}, \frac{w}{2}, \frac{h}{2}), \text{ onde } w \text{ e } h \text{ referem à largura e altura da janela da aplicação.}$$

Após estas definições é então desenhada uma linha entre os vértices $A(\frac{-1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ e $B(\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

(a) (1 valor): Qual a distância entre os vértices A e B em coordenadas mundo 3D? (justifique)

(b) (1 valor): Qual a distância entre os vértices A e B em pixels na janela da aplicação? (justifique)

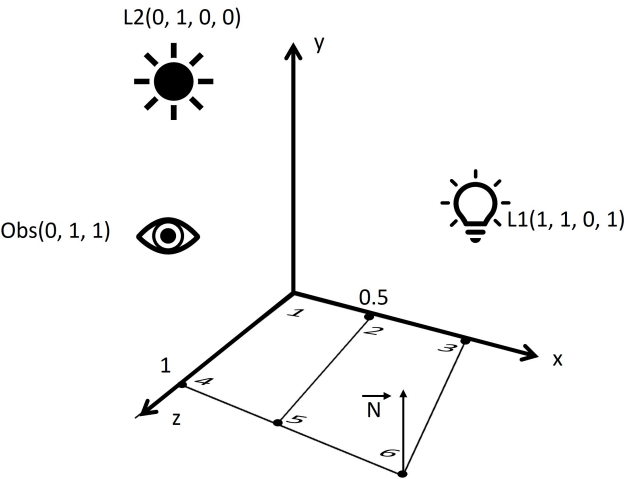
Iluminação

Q6 (6 valores)

A imagem abaixo mostra uma cena realizada em OpenGL formada por um malha de retângulos de resolução (2, 1), duas fontes de luz, L_1 e L_2 , e um observador situado na posição $obs(0, 1, 1)$. A malha foi construída de forma a atribuir materiais com cores determinadas para cada vértice conforme é mostrado na tabela. Os coeficientes de reflexão ambiente k_A , difusa k_D e especular k_S do material são iguais a 1 ($k_A = k_D = k_S = 1$) e o coeficiente de especularidade ns também vale 1 ($ns = 1$). A normal $\vec{N}(0, 1, 0)$ é a mesma em todos os vértices. As fontes de luz estão configuradas conforme especificado abaixo.

$$L_{1pos} = (1, 1, 0, 1)$$
$$L_{1amb}(R, G, B) = (0, 0, 0)$$
$$L_{1dif}(R, G, B) = (0, 0, 0)$$
$$L_{1spec}(R, G, B) = (0, 0, 1)$$

$$L_{2pos} = (0, 1, 0, 0)$$
$$L_{2amb}(R, G, B) = (0, 0, 0)$$
$$L_{2dif}(R, G, B) = (1, 0, 0)$$
$$L_{2spec}(R, G, B) = (0, 0, 0)$$



i	R	G	B
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0

(a) (2 valor): Qual é o vértice com maior intensidade de luz? (justifique)

(b) (2 valor): Qual é o vértice com menor intensidade de luz? (justifique)

(c) (2 valor): Qual a cor e intensidade de luz, em valores R, G, B , no vértice 1? (justifique)