Nome: ____ Nº de estudante: _______________

Departamento de Engenharia Informática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

Análise e Transformação de Dados

Exame da Época Normal – Parte I

15 de junho de 2020 Duração: 50min

1. Considerar o sinal periódico de tempo contínuo $x(t) = 8\sin(10\pi t)(\cos(20\pi t) - \cos(10\pi t))$.
   a) (4%) Quais as frequências (em Hz) presentes no sinal *x*(*t*)?

      ☐ 0, 5, 10 e 15 Hz ☐ 0, 10, 20 e 30 Hz ☐ 0, 10π, 20π e 30π Hz

      ☐ 0 e 10 Hz ☐ 0, 5π, 10π e 15π Hz ☐ Nenhuma das opções

   b) (3%) Analisar, justificadamente, a paridade de *x*(*t*).

   c) (4%) Qual o valor da componente não nula da Série de Fourier complexa de *x*(*t*) correspondente à frequência máxima (positiva) do sinal?

      ☐ *c* = -2j ☐ *c* = 2j ☐ *c* = -2 ☐ *c* = 2

      ☐ *c* = -4j ☐ *c* = 4j ☐ *c* = -4 ☐ *c* = 4

   d) (4%) Sabendo que o período fundamental do sinal discreto *x*[*n*], que resultou da amostragem de *x*(*t*) a uma dada frequência de amostragem, é *N* = 6, verificar, justificadamente, se é garantida a reconstrução de *x*(*t*) sem *aliasing* a partir de *x*[*n*].

2. Considerar o sinal de tempo discreto $x[n] = 4\cos[0.2\pi n]$.
   a) (5%) Quais os parâmetros *a* e *b* da transformação linear da variável independente que aplicada no sinal *x*[*n*] resulta no sinal $y[n] = 4\sin[0.8\pi n]$.

      ☐ *a* = -0.25 ☐ *a* = 0.25 ☐ *b* = -2.5 ☐ *b* = 2.5

      ☐ *a* = -4 ☐ *a* = 4 ☐ *b* = 0 ☐ *b* = 0.4

   b) (4%) Qual o valor da potência média do sinal *y*[*n*]?

      ☐ *Py* = 0 *W* ☐ *Py* = 2 *W* ☐ *Py* = 8 *W* ☐ *Py* = ∞ *W*

   c) (4%) Diga, justificadamente, qual a relação entre os valores da potência dos sinais *x*[*n*] e *y*[*n*] e se esta relação é aplicável a qualquer transformação linear da variável independente.

3. A análise de uma série temporal envolve, normalmente, a verificação da existência de valores em falta e *outliers*, bem como a sua decomposição em componentes.
   a) (5%) Diga como proceder para detetar *outliers*.
   b) (5%) Diga como proceder para identificar a componente sazonal de uma série temporal não estacionária.

Nome: ____ Nº de estudante: _______________

Departamento de Engenharia Informática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

Análise e Transformação de Dados

Exame da Época Normal – Parte II

15 de junho de 2020 Duração: 50 min

4. Considerar que a resposta a impulso de um *router*, que recebe $x[n]$ e despacha $y[n]$ pacotes em cada instante n, é dada por $h[n] = 0.4 \times 0.5^{(n-2)} u[n-2]$, considerando condições iniciais nulas.
   a) (5%) Determine a equação de diferenças que caracteriza o sistema (*router*).
   b) (4%) Diga, justificadamente, se o sistema que resulta da colocação do *router* em série com outro *router* com as mesmas características é um sistema linear e causal.
   c) (4%) Considerando condições iniciais nulas e que os pacotes recebidos são expressos por $x[n] = 100u[n] - 100u[n-3]$, determinar o somatório dos pacotes despachados pelo *router* nos instantes n= 4 e n= 5.

5. A função de transferência de um SLIT é $G(z) = \dfrac{z^{-3}+4z^{-5}}{(1-0.25kz^{-1})(1+(0.8-0.2k)z^{-1})}$, $k \in \Re$.
   a) (5%) Determinar os zeros e os pólos (em função de k) do sistema.
   b) (4%) Determinar para que intervalo de valores de k o sistema é estável?

   ☐ $-4 < k < 9$ ☐ $-4 < k < 4$ ☐ $-1 < k < 4$
   ☐ $-1 < k < 9$ ☐ O sistema é instável para qualquer valor de k

   c) (4%) Considerando k = 3, para que valor tende a saída do sistema em regime estacionário, em resposta à entrada $x[n] = 3u[n-2] + 3u[n-90]$?

   ☐ -∞ ☐ 50 ☐ 80 ☐ 100 ☐ ∞

6. Considere que a Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT) de um sinal $x[n]$ é dada por:

$$X_{DTFT}(\omega) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \begin{cases} 0 & ,\omega < (20\pi q - 6\pi)\,{}^{rad}\!/_{s} \vee \omega > (20\pi q + 6\pi)\,{}^{rad}\!/_{s} \\ \dfrac{(\omega - 20\pi q - 10\pi)(\omega - 20\pi q + 10\pi)}{2\pi^2} & ,(20\pi q - 6\pi)\,{}^{rad}\!/_{s} \le \omega \le (20\pi q + 6\pi)\,{}^{rad}\!/_{s} \end{cases} \quad ,q \in Z$$

   a) (4%) Qual o valor da frequência de amostragem (em Hz) considerada na obtenção do sinal amostrado $x[n]$ a partir de $x(t)$?

   ☐ 3 Hz ☐ 6 Hz ☐ 10 Hz ☐ 20 Hz

   b) (4%) Sabendo que a frequência angular fundamental do sinal $x[n]$ é $\Omega_0 = \pi/5\ rad$, qual o valor da componente c_0 da Série de Fourier complexa do correspondente sinal $x(t)$?

   ☐ c_0 = -50 ☐ c_0 = -10 ☐ c_0 = -5 ☐ c_0 = 15

   c) (4%) Considerando um filtro ideal, qual o tipo de filtro e que frequência(s) de corte especificaria para identificar os coeficientes não nulos da DFT de $x[n]$?

Nome: ____ Nº de estudante: ________________

Departamento de Engenharia Informática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

Análise e Transformação de Dados

Exame da Época Normal – Parte III

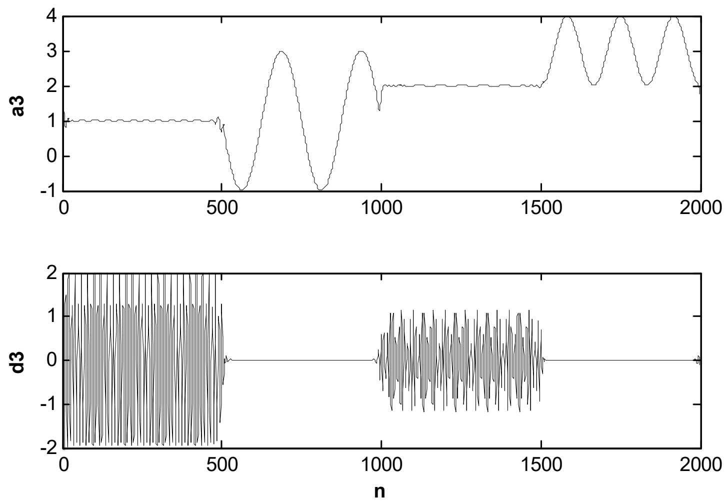
15 de junho de 2020 Duração: 40 min

7. Considere um sinal de tempo discreto não estacionário que resultou da amostragem de um sinal áudio de tempo contínuo a uma frequência de amostragem *fs*=2*KHz*. Pretende-se localizar temporalmente a ocorrência de duas notas musicais, o Mi (330*Hz*) e o Lá (440*Hz*).
   a) (3%) Aplicando a DFT por janelas (STFT), qual das seguintes dimensões da janela temporal garante erro nulo na estimação das frequências correspondentes às duas notas musicais?

   ☐ 1/3 *s* ☐ 1/15 *s* ☐ 1/20 *s* ☐ 1/22 *s*

   b) (3%) Considerando a aplicação da STFT ao sinal com uma resolução temporal de 0.25s e sem sobreposição, determinar a frequência angular fundamental do sinal *x*[*n*].
   c) (6%) Determinar a expressão do sinal *x*[*n*] na 6ª janela da STFT sabendo que se obteve: X_{DFT}[k] = -250j delta[k+5] -500 delta[k+3] -500 delta[k-3] +250j delta[k-5], k=-N/2, …, N/2-1.

8. Dado um sinal de tempo discreto, *x*[*n*], obtido com uma frequência de amostragem f_s = 2*KHz*, considere a decomposição de nível 3, apresentada na figura, resultante da aplicação da Transformada de Wavelet Discreta (DWT) com a *wavelet* da família *Daubechies* de ordem 9.



   a) (8%) Efetue a caraterização tempo-frequência do sinal *x*[*n*] a partir da reconstrução do sinal com base nos coeficientes **a₃** e **d₃**, preenchendo a seguinte tabela:

n	0 – 499	500 -999	1000 – 1499	1500 -1999
A partir de **d3**:	*f* ∈ [___ , ___ [Hz, *C* = ____		*f* ∈ [___ , ___ [Hz, *C* = ____	
A partir de **a3**:	*f* = ____ *Hz*, C = ___	*f* = 0 *Hz*, C = ___ *f* = ____*Hz*, *C* = ___	*f* =____ *Hz*, *C*= ____	*f* = 0 *Hz*, C = ___ *f* = ____*Hz*, *C* = ___

   b) (4%) Supondo que se pretende reconstruir o sinal *x*[*n*] apenas com as suas duas menores frequências não nulas, qual o coeficiente que deverá ser utilizado na reconstrução?

   ☐ a7 ☐ d7 ☐ a6 ☐ d6