



## Análise e Transformação de Dados

### Exame da Época Normal

14 de Junho de 2017

Duração: 2h15

Exame com consulta restrita a duas folhas A4 de apontamentos (manuscritas).

Não é permitido o uso de meios electrónicos (computador, etc.), excepto calculadora básica.

Qualquer tentativa de fraude conduzirá à anulação da prova para todos os intervenientes.

Perguntas de escolha múltipla: as respostas erradas subtraem 25% da cotação da pergunta.

1. Considere um sinal periódico de tempo contínuo  $x(t)$ , com a frequência angular máxima de  $100\pi \text{ rad/s}$ , cujas componentes não nulas da respetiva Série de Fourier complexa são:

$$c_{-5} = 3j,$$

$$c_{-2} = -2j,$$

$$c_2 = 2j,$$

$$c_5 = -3j.$$

- a) (5%) Quais as frequências (em Hz) presentes no sinal  $x(t)$ ?

☐  $40\pi$  e  $100\pi$  Hz

☐  $200\pi$  e  $500\pi$  Hz

☐ 40 e 100 Hz

☐ 20 e 50 Hz

☐ 100 e 250 Hz

☐ Nenhuma das opções.

- b) (5%) Analise, justificadamente, a paridade de  $x(t)$ .

- c) (5%) Determine a menor frequência de amostragem (em Hz), de valor inteiro, que garante a reconstrução de  $x(t)$  sem *aliasing* a partir do correspondente sinal amostrado  $x[n]$ .

- d) (5%) Determine a expressão do sinal discreto  $x[n]$ , que resulta da amostragem de  $x(t)$  a uma dada frequência de amostragem, sabendo que o seu período fundamental é  $N = 13$ .

Nome: \_\_\_\_\_ Nº de estudante: \_\_\_\_\_

2. Considere o sinal de tempo discreto  $x[n] = (2n - 1)(u[n + 1] - u[n - 6])$ .

- a) (5%) Determine o sinal  $y[n]$  que resulta da aplicação no sinal  $x[n]$  numa transformação linear da variável independente dada por  $a = 3$  e  $b = -2$  e classifique a transformação.

- b) (4%) Qual o valor da potência média do sinal  $x[n]$ ?

☐  $P_X = 0 \text{ W}$

☐  $P_X = 25 \text{ W}$

☐  $P_X = 175 \text{ W}$

☐  $P_X = \infty \text{ W}$

- c) (5%) Diga, justificadamente, qual a relação entre os valores da energia dos sinais  $x[n]$  e  $y[n]$ .

3. Considere que o nº de pacotes que chegam a um *router* em cada instante  $n$  é dado por  $x[n]$  e que o *router* os despacha de acordo com  $y[n] = 0.5y[n-1] + 0.8x[n-1] + 0.1n(k-1)x[n-2]x[n-3]$ .

- a) (5%) Classifique, justificadamente, o sistema (*router*), para  $k \neq 1$ , quanto à linearidade, causalidade e variância no tempo.

- b) (5%) Determine a expressão da resposta a impulso do sistema (*router*),  $h[n]$ , considerando  $k = 1$  e condições iniciais nulas.

- c) (5%) Considerando condições iniciais nulas e que os pacotes recebidos são expressos por  $x[n] = 100u[n] + 100\delta[n-1]$ , quantos pacotes são despachados pelo *router* até ao instante  $n = 3$ , inclusive?

☐ 260

☐ 340

☐ 460

☐ 540

☐ Nenhuma das opções.

Nome: \_\_\_\_\_ Nº de estudante: \_\_\_\_\_

4. A função de transferência de um sistema é  $G(z) = \frac{z^{-4} + 4z^{-6}}{(1 - 0.8z^{-1})(1 - (2 - 0.2k)z^{-1})}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

- a) (6%) Determine os zeros e os pólos (em função de  $k$ ) do sistema e para que intervalo de valores de  $k$  o sistema é estável.

- b) (5%) Considerando  $k = 9$ , para que valor tende a saída do sistema em regime estacionário, em resposta à entrada  $x[n] = 1.6u[n - 2] + 2\delta[n - 5]$ ?

5. Considere que a Transformada de Fourier (FT) de um sinal  $x(t)$  é dada por (com  $\omega$  em  $rad/s$ ):

$$X_{FT}(\omega) = \begin{cases} 0 & , \omega < -12\pi \vee \omega > 12\pi \\ (\omega + 8\pi)(\omega - 8\pi) / (4\pi^2) & , -12\pi \leq \omega \leq 12\pi \end{cases}$$

- a) (4%) Sabendo que o valor da Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT) do correspondente sinal amostrado,  $x[n]$ , para  $\omega = 10\pi rad/s$  é  $X_{DTFT}(10\pi) = 180$ , qual o valor da frequência de amostragem (em Hz) considerada para a obtenção de  $x[n]$ ?

☐ 10 Hz

☐ 20 Hz

☐  $20\pi$  Hz

☐  $40\pi$  Hz

- b) (5%) Considerando uma frequência de amostragem  $f_s = 40\text{Hz}$  e que a frequência angular fundamental do sinal  $x[n]$  é  $\Omega_0 = \pi/20 rad$ , determine o valor da componente  $C_5$  da Série de Fourier trigonométrica de  $x[n]$ ?

- c) (5%) Considerando a situação da alínea b) e assumindo um filtro ideal, qual o tipo de filtro e que frequência(s) de corte especificaria para eliminar os coeficientes da DFT de  $x[n]$  correspondentes às frequências inferiores ou iguais a  $f = 2\text{Hz}$ ?

6. Considere um sinal de tempo discreto não estacionário que resultou da amostragem de um sinal áudio de tempo contínuo a uma frequência de amostragem  $f_s = 4\text{KHz}$ . Pretende-se localizar temporalmente a ocorrência de duas notas musicais, o Ré (294Hz) e o Mi (330Hz).

a) (5%) Aplicando a DFT por janelas (STFT), qual das seguintes dimensões da janela temporal garante erro nulo na estimação das frequências correspondentes às duas notas musicais?

☐ 1/14 s

☐ 1/10 s

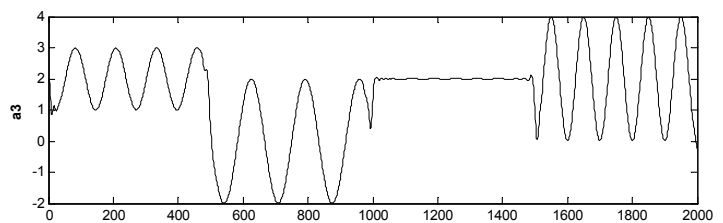
☐ 1/6 s

☐ 1/5 s

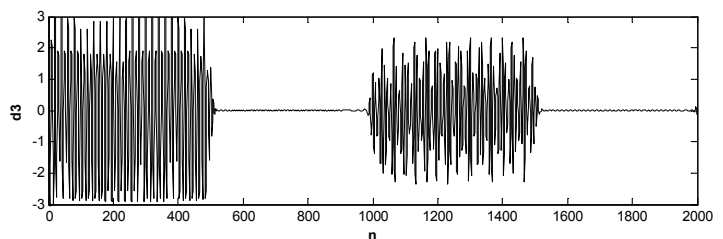
b) (6%) Aplicando a STFT ao sinal com janelas de dimensão temporal de 0.25s, diga como faria para obter uma resolução espectral de 2Hz.

7. (8%) Dado um sinal de tempo discreto,  $x[n]$ , obtido com uma frequência de amostragem  $f_s = 2\text{KHz}$ ,

considere a decomposição de nível 3, apresentada na figura, resultante da aplicação da Transformada de Wavelet Discreta (DWT) com a *wavelet* da família *Daubechies* de ordem 9.



Efetue a caracterização tempo-frequência do sinal  $x[n]$  a partir da reconstrução do sinal com base nos coeficientes  $\mathbf{a}_3$  e  $\mathbf{d}_3$ , preenchendo a seguinte tabela:



$n$	0 – 499	500 -999	1000 – 1499	1500 -1999
A partir de $\mathbf{d}_3$ :	$f \in [ \_, \_ ]$ Hz, $C = \_$		$f \in [ \_, \_ ]$ Hz, $C = \_$	
A partir de $\mathbf{a}_3$ :	$f = 0$ Hz, $C = \_$ $f = \_$ Hz, $C = \_$	$f = \_$ Hz, $C = \_$	$f = \_$ Hz, $C = \_$	$f = 0$ Hz, $C = \_$ $f = \_$ Hz, $C = \_$

8. (7%) Considere uma imagem com 512x512 pixels em que todos os pixels são de cor branca excepto os que se encontram dentro duma zona retangular e centrada na imagem, com dimensões 256x128, de cor preta. Diga, justificadamente, como faria para otimizar a compressão da imagem usando a Transformada de Co-seno Discreta (DCT). Qual o número total de coeficientes considerados na abordagem seguida?