Análise Matemática III (Semestral) - LICENCIATURA EM ENG. INFORMÁTICA

Ano lectivo 2020/2021 19.01.22

Mini-teste 2-R Duração: $30min$

Nome: ______________________________ Número: ____________

Em cada questão deve assinalar a resposta correta. Cada questão vale 0,8 valores. Por cada questão errada é penalizado em 0,2 valores. Não é penalizado se não responder a uma questão.

1. Suponhamos que $f(z) = ya(x,y) + ixb(x,y)$, $z = x + iy$, onde a e b são funções reais de duas variáveis reais com derivadas parciais de primeira ordem contínuas numa vizinhança de (x_0, y_0). Então, a derivada de f em $z_0 = x_0 + iy_0$ é dada por

(**A**) $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) - ix_0 b_x(x_0,y_0)$
(**B**) $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) + i(b(x_0,y_0) + x_0 b_x(x_0,y_0))$
(**C**) $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) + ix_0 b_x(x_0,y_0)$
(**D**) $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) - i(b(x_0,y_0) + x_0 b_x(x_0,y_0))$
(**E**) $f'(z_0) = i(b(x_0,y_0) + x_0 b_x(x_0,y_0))$

2. O raio de convergência da série de potências $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z+i)^n}{n^2 6^n}$ é

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 6 (**D**) 12 (**E**) $+\infty$

3. Considere a função f definida por

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^{2n}}{(2n)!} z^{2n+1}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Então,

(**A**) $f^{(21)}(0) = \dfrac{2^{20}}{21}$
(**B**) $f^{(21)}(0) = \dfrac{2^{20}}{21!}$
(**C**) $f^{(21)}(0) = -\dfrac{2^{20}}{21!}$
(**D**) $f^{(21)}(0) = -\dfrac{2^{20}}{21}$
(**E**) $f^{(21)}(0) = 2^{20} \times 21$

4. O desenvolvimento em série de Laurent, em potências de z, da função f definida por

$$f(z) = \frac{1}{z^7(z+1)}, \quad z \in D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\},$$

no domínio indicado é dado por

(**A**) $f(z) = -\displaystyle\sum_{n=7}^{+\infty} z^{n-7}, \quad z \in D$
(**B**) $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n-6} z^{n-7}, \quad z \in D$
(**C**) $f(z) = -\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} z^{n-7}, \quad z \in D$
(**D**) $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n-7} z^{n-7}, \quad z \in D$
(**E**) $f(z) = \displaystyle\sum_{n=7}^{+\infty} z^{n-7}, \quad z \in D$

5. Seja $t > 0$. Considere a função f_t definida por

$$f_t(z) = \frac{e^{-tz}}{(1-z)^2(z+1)}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{-1, 1\}.$$

Então, o resíduo de f_t em $z = 1$ é dado por

(**A**) $e^{-t}(2t+1)$
(**B**) $-\frac{1}{4}e^{-t}(2t+1)$
(**C**) $\frac{1}{2}e^{-t}$
(**D**) $-\frac{1}{4}e^{t}(t-1)$
(**E**) $-\frac{1}{2}e^{-t}$