$$l_1 = l_0 + \left\lfloor (u_0 - l_0 + 1) \, \frac{\overbrace{\text{ocur (anterior 3)}}^{=2}}{\underbrace{\text{soma ocur}}_{=5}} \right\rfloor$$

$$u_1 = l_0 + \left\lfloor (u_0 - l_0 + 1) \, \frac{\overbrace{\text{ocur (3)}}^{=3}}{\underbrace{\text{soma ocur}}_{=5}} \right\rfloor - 1$$

atualizar tabelas :

contexto 0

símbolo	ocur	soma ocur
3	1	1
esc	1	2
total		3

it 2
"4"

$l_2 = l_1 + \lfloor (u_1 - l_1 + 1) F(3) \rfloor = 84 = 1010100$

$u_2 = l_1 + \lfloor (u_1 - l_1 + 1) F(4) \rfloor - 1 = 97 = 1100001$

tx = 1 $\left| \begin{array}{l} l_2 = 0101000 \\ u_2 = 1000011 \end{array} \right.$

0		
0,25	↓	01...
0,5		10...0
0,75	↑	10...
1		

scale3 ++ → scale 3 = 1

$\left| \begin{array}{l} l_2 = 0010000 \\ u_2 = 1000111 \end{array} \right.$

Pode sair RSA

ñ sai hashing nem char simétrica

em seguida:

$1 \rightarrow \underbrace{0}_{scale3} \mid 1 \qquad 0 \rightarrow \underbrace{1}_{scale3} \mid 0$

se transmitirmos [ ] → fazer it.

↳ depois de transmitir isto, scale 3 volta a zero

ficha TP 2

1.1. $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$F(1) = \frac{1}{5} \quad F(2) = \frac{2}{5} \quad F(3) = \frac{3}{5} \quad F(4) = \frac{4}{5} \quad F(5) = \frac{5}{5} = 1$

msg = 1 2 3 3 5 5 4 4 2 4 $\qquad m = 7$

$l_0 = 0000000 \qquad u_0 = 1111111$

contexto -1

símbolo	ocor	soma ocur
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	1	5
total		5

contexto 0

símbolo	ocur	soma ocur
esc	1	1
total		1

contexto 1

símbolo	S	ocur
1	esc	1
	total	1
2	esc	1
	total	1
3	esc	1
	total	1
4	esc	1
	total	1
5	esc	1
	total	1

esc $\left\{ \begin{array}{l} l_1 = l_0 + \left\lfloor (u_0 - l_0 + 1) \frac{ocur[esc-1]}{soma\ ocur} \right\rfloor = 0 = 0000000 \\ u_1 = l_0 + \left\lfloor (u_0 - l_0 + 1) \frac{ocur[esc]}{soma\ ocur} \right\rfloor - 1 = 127 = 1111111 \end{array} \right.$

6. $m \in \{h, t\}$ $\quad P(h) = f \quad P(t) = 1 - f$

↳ tails
↳ heads

$$P(x_i) = P(\underbrace{t, t, t, t, \dots}_{i-1}, h) = P(t)^{i-1} \times P(h) = (1-f)^{i-1} \times f$$

a)

$i = 1, \dots, \infty$

$$H = -\sum_{i=1}^{\infty} P(x_i) \log_2 P(x_i)$$

$$= -\sum_{i=1}^{\infty} (1-f)^{i-1} \times f \log_2 (1-f)^{i-1} \times f$$

$$= -f \sum (1-f)^{i-1} \left[\log_2 (1-f)^{i-1} + \log_2 f\right]$$

$$= -f \log_2 (1-f) \sum (1-f)^{i-1} \times (i-1) - f \log_2 f \sum (1-f)^{i-1}$$

$$= -f \log_2 (1-f) \left[\underbrace{\sum i (1-f)^i}_{\frac{1-f}{f^2}} - \underbrace{(1-f)^i}_{\frac{1-f}{f}}\right] \frac{f \log_2 f}{1-f} \underbrace{\sum (1-f)^i}_{\frac{1-f}{f}}$$

⑦ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(x = i) = \frac{1}{6}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

msg = "3 4 5" $\quad m = 7$ bits

$F(0) = 0 \quad F(1) = \frac{1}{6} \quad F(2) = \frac{2}{6} \quad F(3) = \frac{3}{6} \quad F(4) = \frac{4}{6}$

$F(5) = \frac{5}{6} \quad F(6) = \frac{6}{6} = 1$

~~scale~~ 3 = 0

it 0 $\quad l_0 = 0000000$
$\quad u_0 = 1111111$

(fazer as contas transformando para decimal)

it 1
"3"

$$l_1 = l_0 + \left\lfloor (\underbrace{u_0}_{127} - \underbrace{l_0}_{0} + 1) \underbrace{F(2)}_{\frac{2}{6}} \right\rfloor = 42 = 0101010$$

$$u_1 = l_0 + \left\lfloor (u_0 - l_0 + 1) F(3) \right\rfloor - 1 = 63 = 0111111$$

$tx = 0$ $\quad \left| \begin{array}{l} l_1 = 1010100 \\ u_1 = 1111111 \end{array} \right. \longrightarrow tx = 1 \quad \left| \begin{array}{l} l_1 = 0101000 \\ u_1 = 1111111 \end{array} \right.$

d) $D_{KL}(X;Y) = \sum_{x_i}\sum_{y_i} p(x=x)\ \log_2 \frac{P(X=x_i)}{P(Y=y_i)} = 0$

R: $D(X;Y) = 0 \qquad D(X,Y) + D(Y;X) \leq 2$

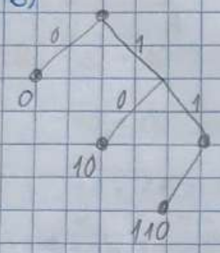
e) $D(X;Y) + D(Y;X) \geqslant 0$

④ a) LZ77: search buffer | look-ahead $< r, c, \text{prox caracter} >$ (comp. a copiar; recuar)

R: o código aritmético e o código Fano-Elias têm o mesmo princípio

LZ77 só consegue capturar os padrões locais

b)



verificar se é ótimo

$\sum 2^{-l} = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} < 1$ logo não é ótimo

R: o código {0; 0 1, 0 1 1} é unicamente descodificável

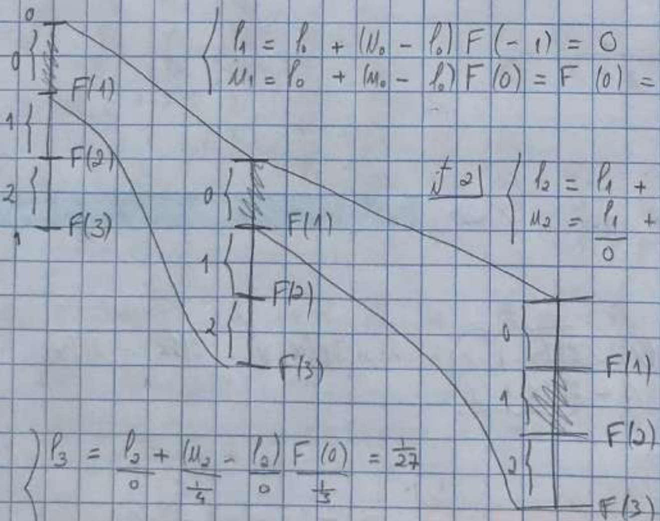
⑤ d) $P(X=0) = \frac{1}{3} \qquad P(X=1) = \frac{1}{3} \qquad P(X=2) = \frac{1}{3} \qquad X \in \{0,1,2\}$

$F(-1) = 0 \qquad F(1) = \frac{1}{3} \qquad F(2) = \frac{2}{3} \qquad F(3) = \frac{3}{3} = 1$

msg = "001"

it 0 = $\begin{cases} l_0 = 0 \\ u_0 = 1 \end{cases}$

it 1 $\begin{cases} l_1 = l_0 + (u_0 - l_0)F(-1) = 0 \\ u_1 = l_0 + (u_0 - l_0)F(0) = F(0) = \frac{1}{3} \end{cases}$



it 2 $\begin{cases} l_2 = l_1 + (u_1 - l_1)F(-1) = 0 \\ u_2 = \underset{0}{l_1} + \underset{\frac{1}{3}}{(u_1} - l_1)\underset{\frac{1}{3}}{F(0)} = \frac{1}{9} \end{cases}$

it 3 $\begin{cases} l_3 = \underset{0}{l_2} + (\underset{\frac{1}{9}}{u_2} - \underset{0}{l_2})\underset{\frac{1}{3}}{F(0)} = \frac{1}{27} \\ u_3 = l_2 + (u_2 - l_2)F(1) = \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27} \end{cases}$

$\Rightarrow$ TAG $\in \left[\frac{1}{27}, \frac{2}{27}\right]$ R: nenhuma das anteriores

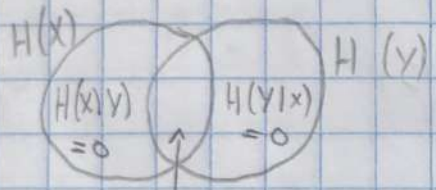
150

exame normal

② b) $H(x, y) = H(x) + \overbrace{H(y \mid x)}^{0}$

$= H(y) + \underbrace{H(x \mid y)}_{0}$

$H(x, y) = H(x) = H(y)$

c) 

$I(x\ ;\ y) = H(x) = H(y)$

R: $I(x\ ;\ y) = H(y)$

d) nenhuma das anteriores, porque a)

2) a) $\left.\begin{matrix} H(X,Y) \geq 0 \\ H(Y) \geq 0 \end{matrix}\right\}$ universal

$H(X,Y) = H(X) + \overbrace{H(Y|X)}^{\emptyset}$ (se conhecermos X conhecemos Y)

$p(Y = \log_2 3 \mid X = 0.5) = 1$

$y = \log_2(2x+2) = \log_2(1+2) = \log_2 3$

$p(Y = K \mid x = i) = \begin{cases} 1 & K = \log_2(2i+2) \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$

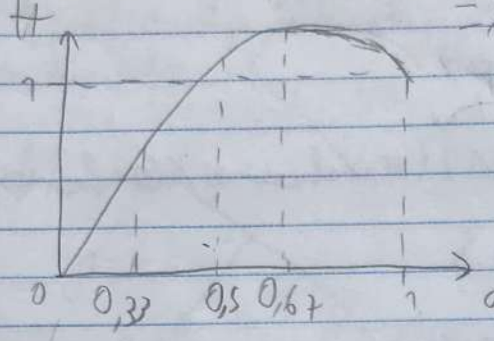
porque ao conhecer-se o X conhece-se sempre Y, ou seja sabe-se sempre se vai ser possível ou não Y ser algo sendo X outro algo

Seguindo o gráfico da entropia feito no exercício anterior

$H(X,Y) = H(X)$ pode ser maior que 1

ai normal
Exame Recurso ano passado

1) a) $H(X) = \sum_{i=1}^{3} p(x=i) \log_2 \left(\frac{1}{p(x=i)}\right)$



$= 2 \times \frac{a}{2} \log_2 \frac{2}{a} + (1-a) \log_2 \frac{1}{1-a}$

$\frac{dH}{da} = 0$

R: Nenhuma das anteriores

OU encontrar quando tem a mesma probabilidade

$H \leq \log_2 \# A = \log_2 3$

$p(x=1) = p(x=2) = p(x=3)$

$a = ?$

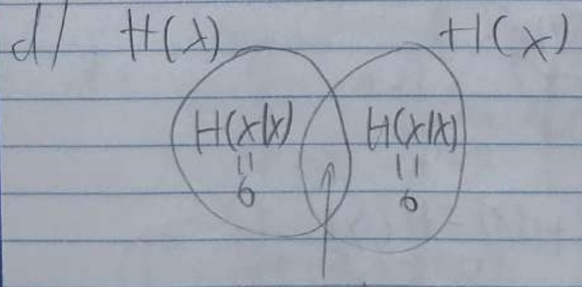
b) $H(x) \geq 0$ e $H(X) \leq 2$

c) Regra da cadeia: $H(X,Y) = H(X) + H(Y|X)$

Logo $H(X,X) = H(X) + \underbrace{H(X|X)}_{\emptyset}$

$p(X|X) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ $H(X,X) = H(X)$

d)



$\underbrace{I(X,X) = H(X)} - H(X|X)$

$I(X;X) = H(X)$