

① (a+b)

## 1- Espaço do objeto (Local Space)

É local ao objeto, definem as vértices do objeto, a estes vértices é aplicada a "Model Matrix" para definir as suas posições no mundo 3D.

## 2- Espaço do mundo 3D (World Space)

Coordenadas de todos os vértices relativos ao eixo do mundo, como referido anteriormente, estas são calculadas a partir das coordenadas do objeto usando a "Model Matrix".

## 3- Coordenadas 3D da câmara (View space)

Resultado da transformação de coordenadas do mundo para aquelas à frente da vista do utilizador, estas transformações são uma combinação de translações e rotações que são armazenadas na "View Matrix".

## 4- Coordenadas 2D da câmara (Clip Space) (+2D do ecrã)

Apenas as coordenadas dentro do range esperado pelo OpenGL, as restantes são descartadas.

Para converter as coordenadas dos vértices para as do clip space, usa-se a "Projection Matrix", que converte as coordenadas num dado range para coordenadas normalizadas  $[-1, 1]$ . Após um passo de perspective division, no qual as coordenadas são divididas pela componente homogênea  $w$ , são finalmente mapeadas para o ecrã.

② Para realizar qualquer transformação com apenas um operador, através de multiplicação de matrizes, precisamos de coordenadas homogêneas, com elas, é possível projetar os vértices na nova dimensão introduzida por elas



③ function shape(flag, color):  
 glPolygonMode(GL\_FRONT\_AND\_BACK, flag)  
 glColor3f(color.x, color.y, color.z)  
 glBegin(GL\_POLYGON)  
   vertex(0, 0)  
   vertex(-0.5, 0.5)  
   vertex(-0.5, -0.5)  
   vertex(0.5, -0.5)  
   vertex(0.5, 0.5)  
 glEnd()  
 shape(GL\_FILL, <1/4, 1/4, 1/4>)  
 shape(GL\_LINE, <0, 0, 0>)

④  
 a) 1-  $R(90^\circ) \rightarrow S(\frac{1}{2}, 1) \rightarrow T(\frac{1}{4}, 0)$   
 2-  $S(1, \frac{1}{2}) \rightarrow R(90^\circ) \rightarrow T(\frac{1}{4}, 0)$

b)

$$M = T S R = T \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5 a)

$$\tan(\theta) = \frac{\text{top}}{\text{near}} = \frac{1/100}{\sqrt{3}/100} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

b)

$$\frac{\text{top}}{\text{near}} = \frac{h}{d} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1/2}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(teorema de Tales)

$$c) \overline{AB} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 0 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$d) \vec{N} = \text{cam} - P = \left(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \xrightarrow{\text{norm}} (0, 0, 1)$$

$$\vec{U} = \vec{U}_p \times \vec{N} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1, 0, 0)$$

$$\vec{V} = \vec{N} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, 1, 0)$$

$$-(\text{cam} \cdot \vec{U}) = 0; \quad -(\text{cam} \cdot \vec{V}) = 0; \quad -(\text{cam} \cdot \vec{N}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$MV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} PM \cdot MV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{3}} & 1 \end{pmatrix}$$

$$PM = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_f = PM \cdot MV \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_f = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{A_f B_f} = w \sqrt{1 + 0 + 0} = \frac{1}{2} w$$

↓  
viewport →  $\frac{w}{2}$



slide 6

a)

	D	S
	$L_1$	$L_2$
1	$\neq 0$	0
2	0	0
3	$\neq 0$	0
4	0	$\neq 0$
5	$\neq 0$	$\neq 0$
6	0	$\neq 0$

se o vértice  $x$   
é ou não  
afetado  
pela fonte  
de luz  $y$

Verificar a intensidade de  $V_5$ , caso seja  $\geq 1$ , é garantido que é o vértice de maior intensidade

$$V_5(\frac{1}{2}, 0, 1); \vec{N} = (0, 1, 0)$$

$$\text{difusa: } \vec{I}_L = (0, 1, 0) \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$\cos \theta_{D_{V_5}} = (\vec{N}, \vec{I}_D) = (1, 0, 0)$$

spec:

A especular é  $\geq 0$ , portanto  $V_5$

é o ponto de maior intensidade

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

b)  $V_2$ , pois não é afetado por nenhuma das 2 fontes

c) Spec:

$$\vec{I}_L = L1 - V_1 = (1, 1, 0)$$

$$\vec{N} = (0, 1, 0) - (0, 0, 1) = (0, 1, -1)$$

$$\vec{r} = 2(\vec{I}_L \cdot \vec{N})\vec{N} - \vec{I}_L = 2(1)(0, 1, -1) - (1, 1, 0) = (-1, 1, -1)$$

$$\vec{v} = \sigma \vec{b}_3 - V_1 = (0, 1, 1)$$

$$I_{V_1} = K_s (0, 0, 1) \cdot (0, 0, 1) (\cos \gamma)^1 = (0, 0, 1) \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{\|\vec{r}\| \|\vec{v}\|} = (0, 0, \frac{1}{2})$$