Nome: ____nº _______________

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INFORMÁTICA

2017-2018 **TEORIA DA COMPUTAÇÃO** 25/out./2017 14.00h

Duração: 120m. 1ª Frequência

Leia atentamente:
1º- A prova é **sem** consulta.
2º- Responda na folha do enunciado.
3º- Não responda à sorte: respostas (de escolha) erradas têm pontuação negativa; respostas em branco têm pontuação nula.
4º- Para responder só pode utilizar os espaços do enunciado. Seja conciso e diga só o essencial. Quando a resposta for de escolha, assinale com X a que julgar certa.
5º- Coloque o nome e o nº de estudante em **todas** as folhas da prova.

1. Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras ou falsas:

(i) Há menos gramáticas regulares do que lineares. Justifique: — V [X] F [ ]

Todas as regulares são ou lineares à esquerda ou lineares à direita. Mas uma linguagem linear pode ter produções lineares à esquerda, ao centro, ou à direita, e por isso há muitas gramáticas lineares que são não-regulares. Portanto as regulares são um subconjunto das lineares, logo são em menor número.

(ii) Para uma gramática regular existe uma e uma só linguagem regular. — V [x] F [ ]

(iii) A um autómato finito determinístico corresponde uma e uma só expressão regular — V [ ] F [F]

Justifique. Qualquer expressão regular tem expressões regulares equivalentes. Por isso a um DFA podem corresponder muitas expressões regulares.

2. Sendo L, M, N expressões regulares, diga se as seguintes igualdades são verdadeiras ou falsas:

a) $(L + M) M^* = LM^* + M^*$ Verdadeira: ☐ / Falsa: x☐

Justifique a). Aplicando a propriedade distributiva à direita da concatenação em relação à união, obtém-se $(L+M)M^*=LM^*+MM^*=LM^*+M^+$ e não LM^*+M^*.

b) $(MNL + NML) = (MN+NM)L$ Verdadeira: x☐ / Falsa: ☐

c) $(M + L)^* = (L^*M^*)^* + L^*$ Verdadeira: x☐ / Falsa: ☐

Justifique c). L^* já está contida em $(L^*M^*)^*$ e por isso unir novamente não altera o resultado(a união de um conjunto X com um seu subconjunto dá o mesmo conjunto X).

Nome: ____nº _______________

3. Sendo A, B e C linguagens regulares, e $\underline{L}$ complemento de L, as linguagens seguintes são regulares:

(i) A$\underline{B}$* Verdadeiro: x☐ / Falso: ☐

Justifique (i)
A família das linguagens regulares é fechada em relação à complementação e por isso $\underline{B}$ é regular ao fecho estrela (e por isso $\underline{B}$* é regular) e em relação à concatenação (por isso AB*

(ii) C∩(B$\underline{C}$)∪A Verdadeiro: x☐ / Falso: ☐

Justifique (ii). A família das linguagens regulares é fechada em relação à complementação (por isso $\underline{C}$ é regular), em relação à concatenação, e por isso B$\underline{C}$ é regular, à interseção e à reunião, C∩(B$\underline{C}$)∪A é regular.

4. Prove pelo lema da bombagem que a linguagem $L = \{ b^p abc^p, p>0 \}$ não é regular.

Para qualquer *m* que me apresentes considere-se a cadeia

$$a^m bac^m$$

Ela é de comprimento *2m+2* e portanto maior do que *m* e pertence à linguagem. Nela poderemos contradizer o lema e assim provamos que a linguagem é não-regular, dado existir uma cadeia maior do que *m* (qualquer que ele seja) em que o Lema não se verifica. **A identificação da cadeia na qual vamos trabalhar é importante na demonstração**; note-se que ao escolhermos esta cadeia **assegura-se que os primeiros *m* caracteres serão necessáriamente apenas *a's* o que facilita a contra-prova** (note-se também que esta frase não faz parte da demonstração, mas visa apenas esclarecer a razão da escolha desta cadeia). Como $xy<=m$, xy tem apenas a's e portanto y será sempre composta apenas por a's (pode ser um número qualquer deles,menor ou igual a m). A bombagem só produz a's. Seja $|xy|=m-s$, $s>=0$; se $y = a^r$, $r>=1$, virá $x= a^{m-s-r}$, e a cadeia $w_2=xy^iz$ será $a^{m-s-r} (a^r)^i a^s bac^m=a^{m-s-r+ir}a^s bac^m$, quebrando a regra das cadeias . De facto $m-s-r+ir+s=m+(i-1)r$; ora para $i=0$ resultam $m-r$ a's no princípio da cadeia,e sendo $r>=1$, ficam menos a's no início do que c's no fim. Bombeou-se assim para fora da linguagem. Qualquer bombagem de y, excepto y^1, resulta numa cadeia que não pertence a L (mas bastava até que só acontecesse para um caso).

5. Dadas uma linguagem regulares *L* num certo alfabeto, existe algum algoritmo para decidir se ela é finita ou infinita ? Se sim, qual ?

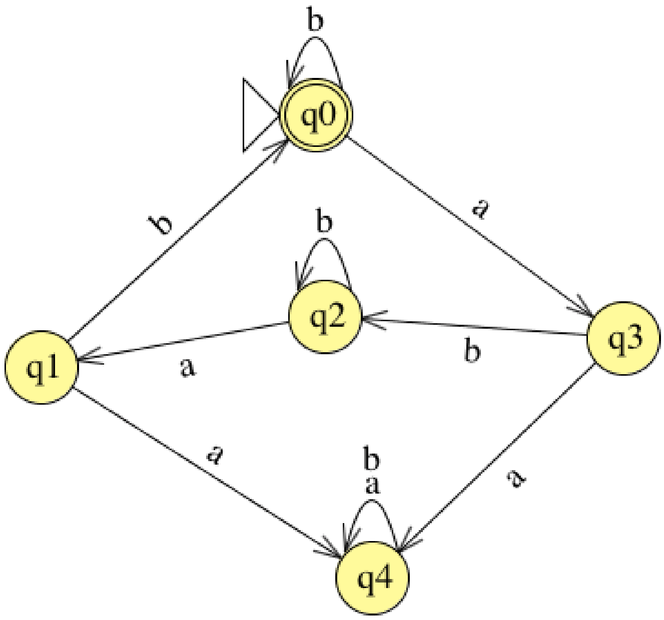
Existe: constrói-se um autómato finito aceitador de *L*. Se contiver um ciclo num <u>caminho aceitador</u>, a linguagem é infinita. Se não contiver um ciclo num caminho aceitador, então é finita.Pode conter ciclos em caminhos não-aceitadores e ser finita.

Nome: ____nº _______________

6. Escreva uma gramática para a linguagem $L = \{a^i babaa^j : i, j \geq 0\}$ no alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$, utilizando o menor número de variáveis possível.

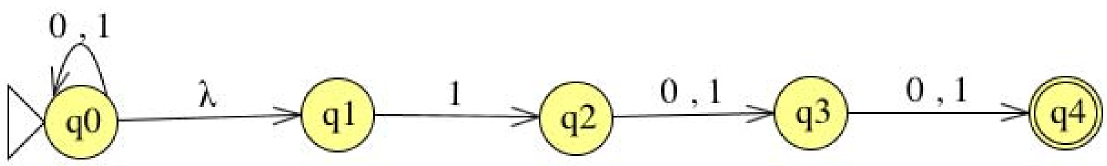
$S \rightarrow bB \mid aS$
$B \rightarrow abC$
$C \rightarrow aC \mid \lambda$

7. Desenhe um autómato finito determinístico, com o menor número de estados que conseguir, que aceite a linguagem no alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$ composta por todas as cadeias com um **número par de *a*'s, e cada *a* tem de ser seguido de pelo menos um *b***.



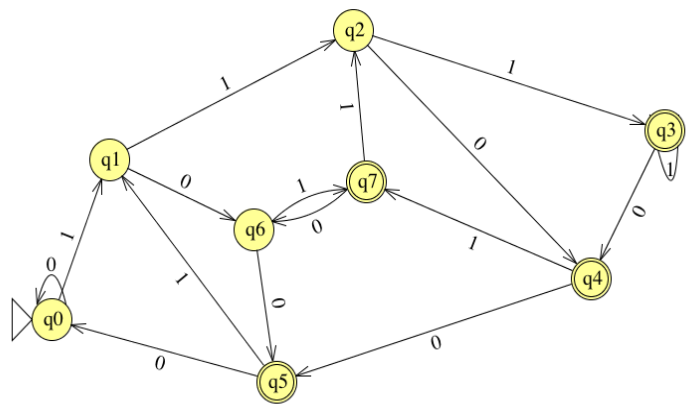
Nome: ____nº ______________

8. Seja o seguinte autómato finito não determinístico no alfabeto Σ ={0, 1}.



a) Calcule a respetiva tabela de transições, e a partir dela desenhe o autómato finito determinístico equivalente.

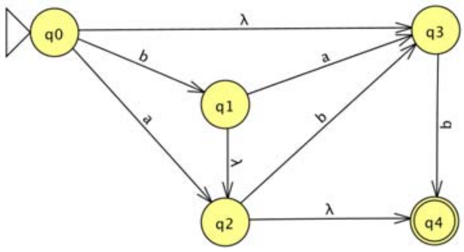
Tabela de transições



b) Descreva a linguagem por ele aceite usando a notação de conjuntos

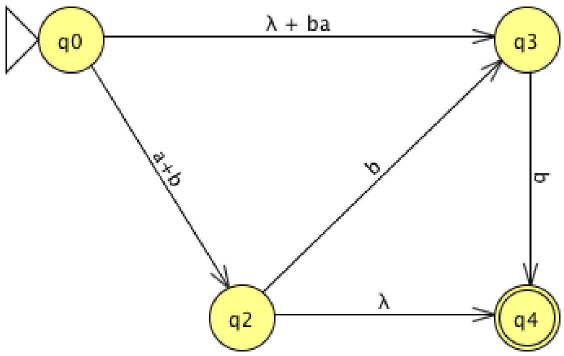
Cadeias que que têm um 1 na terceira posição a contar do fim. L={w1v, w∈{0,1}, v∈{00,01,10,11}}*

9. Construa a expressão regular para a linguagem do seguinte autómato, no alfabeto Σ = {0,1}, apresentando todos os passos do algoritmo de eliminação de estados.



Eliminando q1:

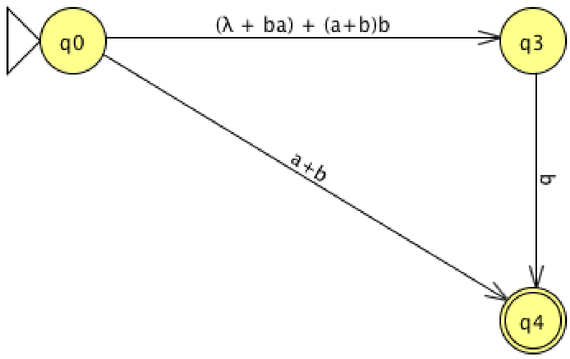
q0q2 : a + b. λ . λ
q0q3 : λ + b. λ .a



Eliminado q2:

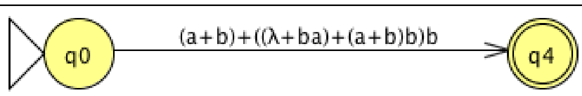
q0q3- λ + b.a + (a+b) .λ. b

q0q4- ∅ + (a+b).λ .λ



Eliminando q3:

q0q4- (a+b) + (((λ+b.a) + (a+b) b).b)



ER final: (a+b) + ((λ+ba) + (a+b) b)b

Nome: ____nº _______________

10. Considere o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

a) Obtenha uma expressão regular para a linguagem das cadeias pertencentes a esse alfabeto que começam por um 0 e que tenham comprimento impar ou comecem por um 1 e que tenham comprimento par. Deve utilizar para a solução no máximo 40 carateres.

ER: (0+(10+11)) ((0+1) (0+1))*

b) Escreva uma gramática regular equivalente à expressão regular anterior, utilizando o menor número de produções que conseguir. Caso não tenha chegado a uma solução, converta o autómato inicial da pergunta 9 numa sua gramática regular. Deverá indicar na sua resposta qual das hipóteses escolheu.

S->0A | 10A | 11A
A->00A | 01A| 10A| 11A|λ

Ou
S->aA | bB | b
A->bC | λ
B->aC| λ
C->b