Departamento de Matemática - Universidade de Coimbra

Análise Matemática III (Semestral) - Licenciatura em Eng. Informática

Ano lectivo 2022/2023 12.12.22

Mini-teste 2-A Duração: $30min$

Nome: ______________________________ Número: ______________

Em cada questão deve assinalar a resposta correta. Cada questão vale 0,8 valores. Por cada questão errada é penalizado em 0,2 valores. Não é penalizado se não responder a uma questão.

1. Suponhamos que $f(z) = ya(x,y) + ixb(x,y)$, $z = x+iy$, onde a e b são funções reais de duas variáveis reais com derivadas parciais de primeira ordem contínuas numa vizinhança de (x_0, y_0). Então, a derivada de f em $z_0 = x_0 + iy_0$ é dada por

(A) $f'(z_0) = x_0 a_x(x_0,y_0) + iy_0 b_x(x_0,y_0)$ **(B)** $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) + ix_0 b_x(x_0,y_0)$
(C) $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) - ix_0 b_x(x_0,y_0)$ **(D)** $f'(z_0) = y_0 a_x(x_0,y_0) + i(x_0 b_x(x_0,y_0) + b(x_0,y_0))$
(E) $f'(z_0) = y_0 b_x(x_0,y_0) + i(x_0 a_x(x_0,y_0) + a(x_0,y_0))$

2. O raio de convergência da série de potências $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(z-2022)^n}{n^{2023}}$ é

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 2022 **(D)** 2023 **(E)** $+\infty$

3. Considere a função f definida por

$$f(z) = \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^{3n-3}}{(3n-4)!} z^{3n-3}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Então, $f^{(2022)}(0) =$

(A) $-\dfrac{2^{2022}}{2022}$ **(B)** $-\dfrac{2^{2022}}{2022!}$ **(C)** $-2^{2022} \times 2022$ **(D)** $-\dfrac{2^{2022}}{2021!}$ **(E)** $-2^{2022} \times 2022!$

4. O desenvolvimento em série de Laurent, em potências de z, da função f definida por

$$f(z) = -\frac{1}{z^5(z+1)}, \quad z \in D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\},$$

no domínio indicado é dado por

(A) $f(z) = -\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} z^{n+5}, \quad z \in D$ **(B)** $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-z)^{n-5}, \quad z \in D$
(C) $f(z) = -\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} z^{n-5}, \quad z \in D$ **(D)** $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n-4} z^{n-5}, \quad z \in D$
(E) $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} z^{n-5}, \quad z \in D$

5. Seja $t > 0$. Considere a função f_t definida por

$$f_t(z) = \frac{e^{tz}}{(z-1)^2(2-z)}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{1, 2\}.$$

Então, o resíduo de f_t em $z = 1$ é dado por

(A) $te^t + e^t$ **(B)** $te^t - e^t$
(C) e^t **(D)** $2te^t$
(E) $-e^t$