1ª Freq. 2024

1 ⓐ $4\sin^2(6\pi t) - 2\cos(8\pi t) = 2(1-\cos(12\pi t)) - 2\cos(8\pi t) =$

$= 2 - 2\cos(12\pi t) - 2\cos(8\pi t)$

$\downarrow \quad 0 \qquad \downarrow \quad 12\pi \qquad \downarrow \quad 8\pi$

Pede freq. lineares, então. $w \in \{0, 6, 4\}$

ⓑ $f_0 = \text{mdc}(0, 4, 6) = 2 \Rightarrow T = \frac{1}{2}$ s

ⓒ A função está definida para $t \in \mathbb{R}$, como tal:

$\lim_{u \to \infty} \int_{-u}^{+u} |x(t)|^2 \, dt = \infty \Rightarrow$ Energia infinita com potência média nula

ⓓ $\Omega_0 = 2\pi \frac{f_0}{f_s} = 2\pi \frac{2}{24} = \frac{\pi}{6}$

$N = \frac{2\pi}{\Omega_0} = \frac{12\pi}{\pi} = 12$

2 $x[n] = (n+3)(u[n+2] - u[n-2] + \delta[n-4]) =$

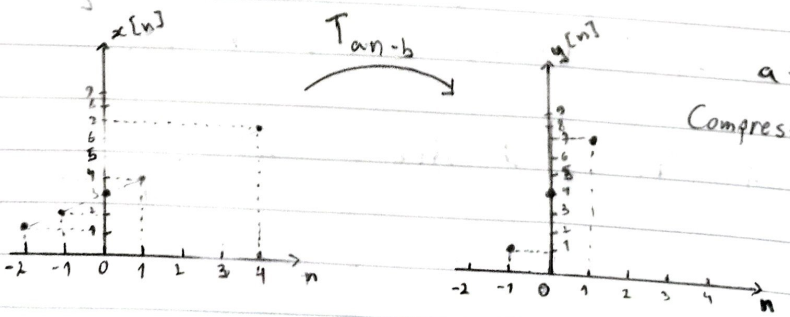
$= (n+3)((\delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n] + \delta[n-1] + \cancel{\delta[n-2]} + \ldots) - (\cancel{\delta[n-2]} + \delta[n-3] + \ldots) + \delta[n-4]) =$

$= (n+3)(\delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-4])$

ⓐ $E = \sum_{n=0}^{\infty} |x[n]|^2 = (-2+3)^2 + (-1+3)^2 + (0+3)^2 + (1+3)^2 + (4+3)^2 =$

$= 1 + 4 + 9 + 16 + 49 = 79$ J

ⓑ $T_{an-b}\{x[n]\} = y[n]$



a = 3, b = -1

Compressão + Avanço

3 $h[n] = 0,4 \cdot 0,5^{(n-1)} u[n-1]$

ⓐ $\sum |h[n]| = 0,4 \sum \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1] < \infty$, a série geometrica converge pois tem $-1 < r < 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ É estável porque $\sum |h[n]| < \infty$, para $n = 0, \dots, \infty$

ⓑ Um sistema é causal se não depender do futuro, ou seja, caso $h[n] = 0, n < 0$, tal verifica-se pois, para $n < 1$, $u[n-1] = 0 \Rightarrow h[n] = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow h[n] = 0$ para $n < 0$

ⓒ $x[n] = 10(u[n] - u[n-3])$ R: $y[1] + y[2] + y[3]$

n	h[n]	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3
	x[n]	10	10	10	0
0	0	0	0	0	0
1	0,4	4	4	4	0
2	0,2	2	2	2	0
3	0,1	1	1	1	0

$\left.\begin{array}{l} y[1] = 4 \\ y[2] = 6 \\ y[3] = 7 \end{array}\right\} \Sigma = 17$ //

④ ⓐ Sistema Variante no tempo (termo $(n-1)\,x[n-5]$)

\+

Sistema Recorsivo $\Rightarrow$ Não Linear

ⓑ $y[n] = 1,3\,y[n-1] - 0,4\,y[n-2] + 0,5\,x[n-4] + 0,3\,x[n-5] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Y(z) - 1,3\,Y(z)z^{-1} + 0,4\,Y(z)z^{-2} = 0,5\,X(z)z^{-4} + 0,3\,X(z)z^{-5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Y(z)(1 - 1,3z^{-1} + 0,4z^{-1}) = X(z)(0,5z^{-4} + 0,3z^{-5}) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{0,5z^{-4} + 0,3z^{-5}}{1 - 1,3z^{-1} + 0,4z^{-2}} = H(z)\Big|_{\text{c.i. nulas}} = G(z)$

ⓒ $G(z) = \frac{0,5z^{-4} + 0,3z^{-5}}{1 - 1,3z^{-1} + 0,4z^{-2}} \cdot \frac{z^5}{z^5} = \frac{0,5z^4 + 0,3}{z^5 - 1,3z^4 + 0,4z^3}$

$0 = z^5 - 1,3z^4 + 0,4z^3 \Leftrightarrow z^3(z^2 - 1,3z + 0,4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{z = 0}_{\text{Polo de ordem 3}} \vee z = \frac{1,3 \pm \sqrt{1,69 - 1,6}}{2} \Leftrightarrow z = 0 \vee z = \frac{1,6 \pm 0,3}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow z = 0 \vee \underbrace{z = 0,5 \vee z = 0,8}_{\text{polos de 1ª ordem}}$

ⓓ Tendo em conta que todos os polos estão contidos na circunferência unitária, o sistema é estável.

ⓔ O maior valor absoluto das potências de z do numerador de $G(z)$ é $5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5 \cdot T_s = \frac{5}{20} = 0,25$ s

ⓕ $G(1) = \frac{0,5 + 0,3}{1 - 1,3 + 0,4} = \frac{0,8}{0,1} = 8$

5

$T_0 = 0,2 \Rightarrow$
$\Rightarrow \omega_0 = 10\pi$

$X_{FT}(\omega) = \begin{cases} 0 & , \omega < -20\pi \vee \omega > 20\pi \\ 0,2 \left| \frac{\omega}{40\pi} \right| & , -20\pi \leq \omega \leq 20\pi \end{cases}$

ⓐ

$X_{FT}(\omega) \neq 0$ para $\omega \in \{-20\pi, -10\pi, 10\pi, 20\pi\}$

m ... -2, -1, 1, 2

ⓑ $c_m = \frac{X(m\omega_0)}{T_0}$ $c_{-2} = c_2 = \frac{X(2 \cdot 10\pi)}{T_0} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$; $c_{-1} = c_1 = 0,25$; $c_0 = 0$

ⓒ Tendo em conta que todos os coeficientes da SF complexa são reais, $\theta_m = 0$ para qualquer m pois $e^{i0} = 1$.

$C_{-2} = C_2 = 0,5 \cdot 2 = 1$; $C_0 = |c_0| = 0$; $C_{-1} = C_1 = 0,25 \cdot 2 = 0,5$

ⓓ O sinal x_p pode ser descrito por $\sum C_m \cos(m\omega_0 t) + \theta_m)$, com se verificou na alínea anterior, $\theta_m = 0, \forall m$, portanto $x_p(t) = \sum C_m \cos(m\omega_0 t)$, tendo em conta que $\cos(x) = \cos(-x)$, x_p é uma função par, pois a soma de funções par é, também, par.