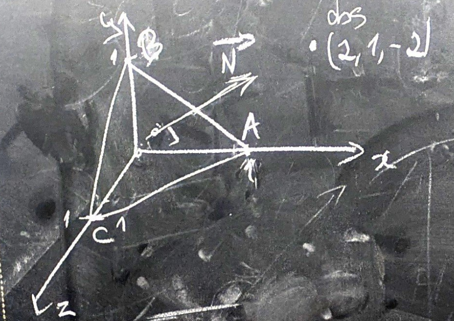
slide 2

① (Acho que ele está a perguntar se o triângulo está virado para o observador.)



$$\vec{N} = (\overrightarrow{C-B}) \times (\overrightarrow{A-C}) = \left|\begin{matrix} x & y & z \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} x & y \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$$

$$= (0,-1,1) \times (1,0,-1) =$$

$$= (1,1,0) - (0,0,-1)$$

$$= (1,1,1)$$

Se o ângulo entre $\vec{N}$ e o observador for $> 90°$, a face de trás está virada para ele

$$\cos(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^{3} N_i \, obs_i}{\|\vec{N}\| \, \|\overrightarrow{obs}\|} = \frac{2+1-2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \theta < 90°$$

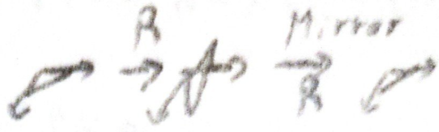
Portanto o ~~observador~~ triângulo está virado para o observador.

slide 2

②

$$R = \begin{pmatrix} \cos(45°) & 0 & \sin(45°) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(45°) & 0 & \cos(45°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow R = \begin{pmatrix} \cos(-45°) & 0 & \sin(-45°) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-45°) & 0 & \cos(-45°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



slide 3

```
Push
  T(0,0,0)            a = √2/4
  Rz(45°)
  S(1, 1,1)
  Push
    T(0,0,0)
    S(1,1,1)
    rect()
  Pop
  Push
    T(√2/8, √2/8, 0)
    Rz(-45°)
    S(√2/4, √2/4, 1)
    rect()
  Pop
Pop
```

slide 4

① $\vec{N} = norm(cam - P) = norm(0,0,-a_z) = (0,0,-1)$

$$\vec{U} = \vec{U_p} \times \vec{N} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}\begin{matrix} \hat{x} & \hat{y} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix} = (-1, 0, 0)$$

$$\vec{V} = \vec{N} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}\begin{matrix} \hat{x} & \hat{y} \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{matrix} = (0, 1, 0)$$

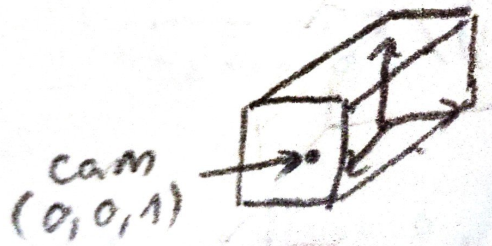
$cam \cdot U = -a_x$; $cam \cdot V = a_y$; $cam \cdot N = 0$

$$PM = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & a_x \\ 0 & 1 & 0 & +a_y \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

②

a) Restrições: $-1 \leq x \leq 1$; $-1 \leq y \leq 1$; $-2 \leq z \leq 2$

b) lookat((0,0,1), (0,0,0), (0,1,0))



$$\overline{AB} = \sqrt{\left(-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\right)^2 + 0^2 + (-1-1)^2} = 2$$

c) $\overline{AB} = 0$, após o lookat, os vértices ainda estão dentro do volume, contudo, apenas diferem no z, como tal, após passarem pelo PM ortogonal essa diferença vai ser irrelevante.

$$PM = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

slide 5

(1) Cor do $\Delta \to (1,1,0)$

a) a componente difusa é máxima quando $\theta = 0$, isso acontece quando $\vec{N}$ e $\vec{I_L}$ são colineares, ou seja, em $x=0$ e $z=0$ (em A)

$$I_{D_A} = 0{,}4 \cdot (1,1,0)(0,1,0)\cos(0) = (0,0,4,0)$$

b) $I_S = 0{,}4 \cdot I_0 \cdot (\vec{r} \cdot \vec{v})^{ns}$ ← Queremos maximizar $\vec{r} \cdot \vec{v} = \cos\gamma$

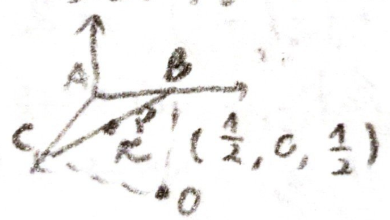
$$\vec{I_L} = L - P = (0,1,0) - (x,0,z) = (-x,1,-z) \xrightarrow{norm} \frac{(-x,1,-z)}{\sqrt{x^2+1+z^2}}$$

$$\vec{v} = O - P = (2,0,2) - (x,0,z) = (2-x,0,2-z) \xrightarrow{norm} \frac{(2-x,0,2-z)}{\sqrt{(2-x)^2+(2-z)^2}}$$

$$\vec{r} = 2(\vec{I_L} \cdot \vec{N})\vec{N} - \vec{I_L} =$$

$$= 2\frac{1}{\sqrt{x^2+1+2}}(0,1,0) - I_L = (x,1,y)/\sqrt{x^2+1+z^2}$$

Queremos, então, maximizar $\sum^3 \vec{r_i}\vec{v_i}$, o produto escalar é maximo quando os dois vetores estão no mesmo plano, ou seja:



Substituindo estes valores em $\vec{r}$ e $\vec{v}$, obtemos:

$$\vec{r} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \quad \vec{v} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\sum_1^3 \vec{r_i}\vec{v_i} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} + 0 + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$I_{S_P} = 0{,}4 \cdot (1,1,0)(0,1,0)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^1 = \left(0, \frac{4}{10\sqrt{3}}, 0\right) = \left(0, \frac{2}{5\sqrt{3}}, 0\right)$$

② $\vec{N} = \overrightarrow{A-C} \times (B-C) = (1,1,1)$

$I_L = (0,1,0)$

$\vec{r} = 2(\vec{I_L} \cdot \vec{N})\vec{N} - I_L = 2(1)(1,1,1) - (0,1,0) =$

$= (2,1,2)$

$\vec{v} = O - P = (\frac{1}{2} - x, 1 - y, \frac{1}{2} - z)$

Maximizar: $\cos\gamma = \frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{\|r\|\|v\|}$

A: $\vec{v} = (-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$

$$\cos\gamma_A = \frac{-1+1+1}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+1+\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3\cdot\sqrt{3/2}}$$

B: $\vec{v} = (\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$

$$\cos\gamma_B = \frac{1+0+1}{3\cdot\sqrt{1/2}} = \frac{2}{3\cdot\sqrt{1/3}}$$

$\cos\gamma_B > \cos\gamma_A$

C: $\vec{v} = (\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}) \rightarrow \cos\gamma_C = \cos\gamma_A$

B é o ponto de maior intensidade

slide 6

a)

	D	S
	L_1	L_2
1	$\neq 0$	0
2	0	0
3	$\neq 0$	0
4	0	$\neq 0$
5	$\neq 0$	$\neq 0$
6	0	$\neq 0$

se o vértice x é ou não afetado pela fonte de luz y

Verificar a intensidade de V_5, caso seja >1, é garantido que é o vértice de maior intensidade

$V_5(\frac{1}{2}, 0, 1)$; $\vec{N} = (0,1,0)$

difusa: $I_L = (0,1,0) \Rightarrow \theta = 0°$

$I_{D_{V_5}} = (1,0,0)$

spec:

A especular é >0, portanto V_5 é o ponto de maior intensidade

b) V_2, pois não é afetado por nenhuma das 2 fontes

c) Spec:

$\vec{I_L} = L1 - V_1 = (1,1,0)$

$\vec{N} = (0,1,0)$

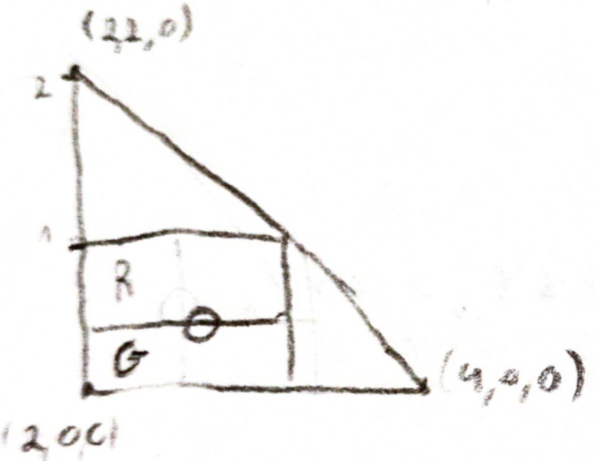
$\vec{r} = 2(\vec{I_L} \cdot \vec{N})\vec{N} - \vec{I_L} = 2(1)(0,1,0) - (1,1,0) = (-1,1,0)$

$\vec{v} = \vec{Obs} - V_1 = (0,1,1)$

$I_{V_1} = K_s (0,0,1) \cdot (0,0,1)(\cos\gamma)^1 = (0,0,1)\frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{\|r\|\|\vec{v}\|} = (0,0,\frac{1}{2})$

slide 7

①



② A (0,-4)
B (-2,-4)
C (-2,0)
D (0,0)