Estatística - 2ª F

1.-

X = "tempo que demora a transferir 10MB (em segundos)"

$m_0 = 7$

$n = 50$

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 332.8 \qquad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 2231.4$$

a)

estimativa pontual média: $\overline{X} = E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{50} x_i}{50} = \frac{332.8}{50} = \boxed{6.656\,s}$

" " variância: $s^2 = V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{50} x_i^2}{50} - 6.656^2 =$$

$$= \frac{2231.4}{50} - 6.656^2 = 0.32567\,s$$

$$\hat{s}^2 = \frac{n}{n-1} s^2 = \frac{50}{49} 0.32567 = \boxed{0.3323\,s}$$

b) $\alpha = 0.05$

Teste de hipoteses para a média de variável aleatória não normal, sem conhecer variância.

$H_0: m = 7$

$H_1: m < 7$

$$\frac{\overline{X} - m}{\frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}} \overset{\cdot}{\sim} N(0,1)$$

$\overline{X} = 6.656$

$m = 7$

$\hat{S} = \sqrt{0.3323}$

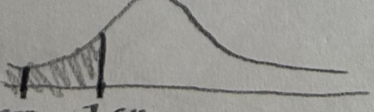
$\sqrt{n} = \sqrt{50}$

$$\longrightarrow E_T = \frac{6.656 - 7}{\frac{\sqrt{0.3323}}{\sqrt{50}}} = -4.2197$$

tabela!!

RC: Teste uni-lateral $\quad Z_{0.05} = Z_{0.95} = 1.645$

RC $=]-\infty, -1,645[$



-4,2197 -1.645

$E_T \in RC$

$E_T \in RC$, pois $-4,2196 < -1,645$

Logo, rejeitamos H_0, o q significa q as alterações melhoraram significativamente o sistema.

2.-

$\cancel{X}$ = "comprimento da folha (mm)"

$m_0 = 280 \qquad \sigma_0 < 0.5 \qquad n = 25$

$X \sim N(280, \sigma_0^2)$

a) $\sigma = 0.437 \qquad$ confiança $= 95\% \Rightarrow \boxed{\alpha = 5\%}$

Intervalo de confiança para desvio padrão de população normal, conhece-se média

$$\underbrace{\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2}_{Z} \sim \chi^2(n)$$

$$\begin{cases} P(Z \leq a) = P(Z \geq b) \\ P(a \leq Z \leq b) = 0.95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(Z \leq a) = 1 - P(Z \leq b) \\ P(Z \leq b) - P(Z \leq a) = 0.95 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ P(Z \leq b) - 1 + P(Z \leq b) = 0.95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 2P(Z \leq b) = 1,95 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P(Z \leq a) = 0.025 \\ P(Z \leq b) = 0.975 \end{cases}$$

$\chi^2_{0.025}(25) = 13.1$ tabela!!

$\chi^2 \; (\;\;) = 40.6$

c/ 95% confiança:

$$13.1 \leq \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 \leq 40.6$$

$$\frac{13.1}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2} \leq \frac{1}{\sigma^2} \leq \frac{40.6}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2}{40.6} \leq \sigma^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2}{13.1}$$

CA: $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{25}(X_i-m)^2 = s^2 \times 25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{25}(X_i-m)^2 = 25 \times 0,437^2 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{25}(X_i-m)^2 = 4,774225$

$$\frac{4,774225}{40.6} \leq \sigma^2 \leq \frac{4,774225}{13.1}$$

$$0.11759 \leq \sigma^2 \leq 0.36444$$

$$\sqrt{0.11759} \leq \sigma \leq \sqrt{0.36444}$$

$$0.34292 \leq \sigma \leq 0,60369$$

b)

i) $H_0 : m = 280$ $\qquad E_T = -1.3257$

$H_1 : m \neq 280$ $\qquad t = 24$

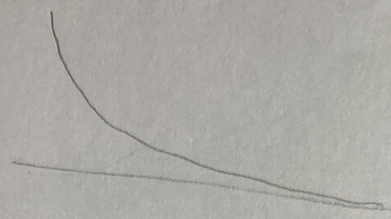
ii)

$\alpha = 0.05$ $\qquad$ p-valor $= 0.1974$

p-valor $> \alpha$ Logo, não se rejeita H_0. Há indícios estatísticos para afirmar que as folhas estão a ser impressas com o tamanho desejado.

3/5

... estes valores são os limites do intervalo de confiança, com nível de confiança 95%.



3.-

a)

$H_0 : X \sim G(0,4)$

$H_1 : X \nsim G(0.4)$

x_i	n_i	p_i	$e_i = n \times p_i$
0	44	0.4	40
1	22	0.24	24
2	18	0.144	14.4
3	6	0.0864	8.64
4	4	0.0518	5.18
5	4	0.0311	3.11
6	2	0.0187	1.87
Σ	100		

$\Sigma = 4.98 \simeq 5$

$\longrightarrow$

	p_i
{0}	40
{1}	24
{2}	14.4
{3}	8.64
{4}	5.18
{5,6}	4.95

b) p-valor = 0.7078

Níveis significância usuais: 0.1, 0,05, 0.001

Para todos, p-valor > α

Logo, para estes níveis, não se rejeita H_0

Há evidências estatísticas de que $X \sim G(0,4)$

4.- $X \sim U_{[0,\theta]}$ θ $E(X) = \frac{\theta}{2}$ $V(X) = \frac{\theta^2}{12}$

Método dos momentos: $E(X) = \overline{X}$ $\frac{\theta}{2} = E(X) \simeq \overline{X} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \hat{\theta} = 2\overline{X} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \hat{\theta} = 2 \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$\cancel{V(X) = E(X^2) - E^2(X)} \Leftrightarrow$

$\cancel{\frac{\theta^2}{12} =}$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta^2}{12} = E(X^2) - \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{\theta^2}{12} = E(X^2) - \frac{\theta^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta^2}{12} + \frac{\theta^2}{4} = E(X^2) \Leftrightarrow \frac{\theta^2 + 3\theta^2}{12} = E(X^2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta^2}{3} = E(X^2) \Leftrightarrow E(X^2) = \frac{1}{3} 4 \frac{\theta^2}{4} \Leftrightarrow \text{[illegible]}$$

$$\Leftrightarrow E(X^2) = \frac{4}{3} \overline{X}^2$$

$$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{4}{3} \overline{X}^2 - (\overline{X})^2 =$$

$$= \frac{4}{3} \overline{X}^2$$

$$T_n = \frac{1}{3} \overline{X}^2$$

errado?