

12 de junho de 2025

Segunda frequência

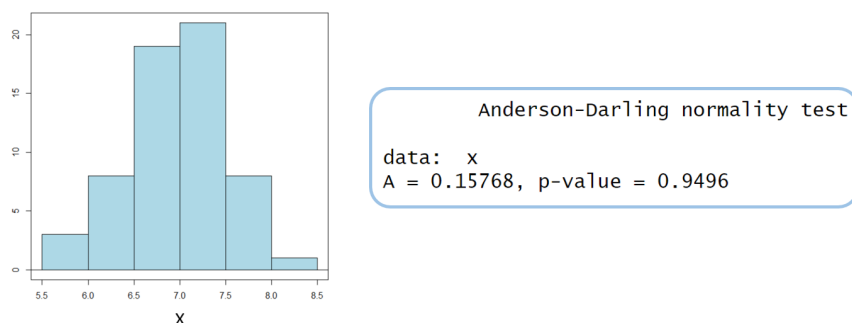
Duração: 1h30

Observação: A resolução completa das questões seguintes inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efetuados.

I

O tempo médio de transmissão de um pacote de 10 MB de informação numa determinada rede informática é igual a 7.1 segundos. O gestor da rede considera este tempo excessivo e decidiu efetuar algumas alterações na rede. Com o objetivo de avaliar se houve uma redução efetiva do tempo de transmissão dos dados, foram realizados 61 ensaios independentes e registados os correspondentes tempos de transmissão. Dispomos assim de uma amostra da variável aleatória X que representa o referido tempo de transmissão (em segundos). Esta amostra, de média $\bar{x} = 6.93$ e desvio padrão $s = 0.42$, foi tratada com o software R.

1. Para averiguar se X tem lei normal, dispomos dos seguintes *outputs*. O que pode concluir?



2. No sentido de avaliar se houve uma redução média do tempo de transmissão dos dados na rede, realize o teste de hipóteses $H_0 : m = 7.1$ vs $H_1 : m < 7.1$, ao nível de significância 0.05.
3. Confirme que o *output* que se encontra a seguir corresponde ao teste da alínea anterior, no que diz respeito às hipóteses testadas e à conclusão.

```
One Sample t-test  
  
data: x  
t = -3.1635, df = 60, p-value = 0.001223  
alternative hypothesis: true mean is less than 7.1  
95 percent confidence interval:  
-Inf 7.019774  
sample estimates:  
mean of x  
6.929997
```

4. Indique, justificando, o p-valor do teste de hipóteses $H_0 : m = 7.1$ vs $H_1 : m \neq 7.1$.
5. Determine um intervalo que contenha a média de X com grau de confiança 0.98.
6. Determine um intervalo que contenha a variância de X com grau de confiança 0.95.
7. Justifique por que é verdadeira a seguinte afirmação: na realização de um teste, se rejeitarmos H_0 ao nível de significância 0.02, então também rejeitamos H_0 se alterarmos apenas o nível de significância para 0.05.

II

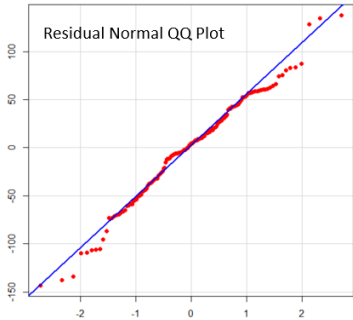
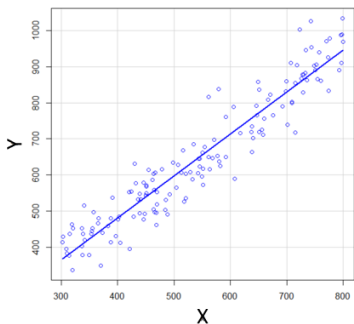
1. Uma empresa produz *chips* de memória para computadores, os quais são sujeitos a uma inspeção que não é completamente eficaz. Concretamente, pensa-se que a proporção (p) de *chips* que são aprovados indevidamente na inspeção é significativa. Para esclarecer esta questão, no controlo de qualidade da empresa foram recolhidos aleatoriamente 100 *chips* entre os que já foram inspecionados, nos quais se encontram 13 aprovados indevidamente. Neste contexto, teste as hipóteses $H_0 : p = 0.1$ contra $H_1 : p > 0.1$, ao nível de significância 0.05.

2. O gestor de uma fábrica pretende avaliar a fiabilidade dos equipamentos da fábrica. Para isso, considera-se a variável aleatória X , que representa o número de avarias registadas numa semana de trabalho. Com o intuito de verificar se X segue uma determinada distribuição, foi recolhida uma amostra correspondente a 60 semanas de atividade e aplicou-se um teste do qui-quadrado de ajustamento. A tabela seguinte contém parte da informação necessária à realização do teste.

	{0}	{1}	{2}	{3}	{4 ou mais}	Total
n_i	6	15	23	9	7	60
e_i	6.65	14.63	16.09	11.80		
$\frac{(n_i-e_i)^2}{e_i}$	0.0635	0.0094	2.9676	0.6644		

Complete a tabela e realize o teste ao nível de significância 0.05.

3. Em sistemas informáticos, uma das variáveis críticas é o tempo (em Ms) de acesso ao disco. É nosso objetivo averiguar a existência de um modelo de regressão linear simples que descreva a relação entre os tempos de acesso (na execução de certas rotinas) com os discos convencionais SSD e com os discos NVME. Para tal mediram-se os tempos de acesso com discos NVME (*Tempo antes* -variável x) e os tempos dispendidos na execução das mesmas rotinas, após a substituição por novos discos SSD (*Tempo depois* -variável Y). Foi assim recolhida e analisada uma amostra de dimensão 150 do par (x,Y) . Os resultados que se encontram nos gráficos e nas tabelas abaixo foram obtidos via R.



```

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  17.0758    17.6885   0.965   0.336
x             1.1600     0.0314  36.943 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 56.06 on 148 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9022,    Adjusted R-squared:  0.9015
F-statistic: 1365 on 1 and 148 DF, p-value: < 2.2e-16

```

```

Shapiro-wilk normality test

data: residuals.RegModel.1
W = 0.98521, p-value = 0.1092

```

- (a) Indique o coeficiente de determinação e interprete-o.
- (b) Podemos assumir que a variável erro segue a lei $N(0, 56.06)$?
- (c) Determine uma estimativa para $Y(780)$.

Cotação: I 1)1.5; 2)2.5; 3)1.0; 4)1.5; 5)2.5; 6)2.5; 7)1.0
II 1)2.0; 2)2.0 3.a)1.5; 3.b)1.0; 3.c)1.0