

# **GMC 721 - Rayonnement acoustique des structures**

## **PROJET: CONCEPTION, FABRICATION ET VALIDATION D'UN ENCOFFREMENT ACOUSTIQUE**

**SAMUEL DUPONT  
MATRICULE : 16 070 591**

Samuel.S.dupont.etu@usherbrooke.ca

**NAMBOURI YAZID  
MATRICULE:**

**PROFESSEUR : ALAIN BERRY**

25 juillet 2017

---

# Chapitre 1

## Introduction

# Chapitre 2

## Objectif du projet

### 2.1 Pré-requis

Expliquer les notions d'affaiblissements, de transparence, IL, IT

RAJOUTER PARTIE 2.5 MESURES DE PERFORMANCES

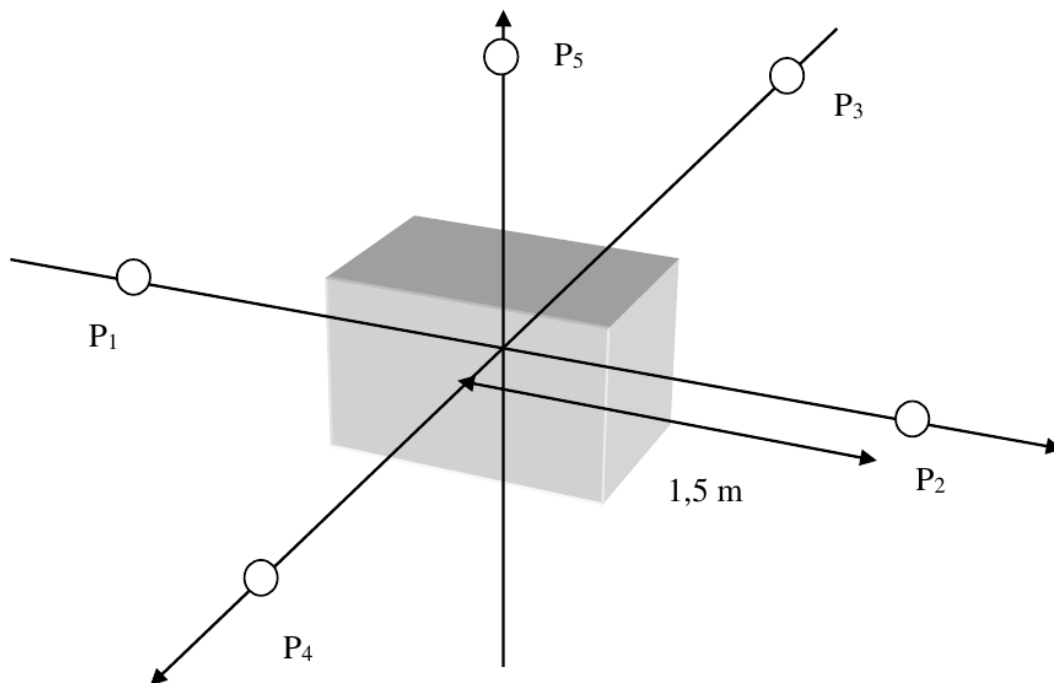


FIGURE 2.1 – Protocole de mesure de la performance acoustique d'un encoffrement.

# Chapitre 3

## Notion requises

### 3.1 Hypothèses générales

### 3.2 Transmission acoustique par une cloison infinie

### 3.3 Transmission acoustique par une double cloison infinie

#### Équations acoustique

À partir de considérations physiques on peut directement établir les équations des pressions acoustiques dans chacun des milieux. En effet en assumant une onde plane arrivant sur une plaque infinie on se retrouve avec des solutions d'ondes planes. Les ondes planes étant solutions de l'équation d'onde on a un schéma de propagation acoustique valide.

À chaque interface il y a des ondes transmises et des ondes réfléchies, la somme de ces ondes est réduite à une onde transmise et une onde réfléchie.

Les pressions dans les différents milieux sont donc :

$$\text{milieu 1 : } \begin{cases} P_{1,1} &= A_{inc} e^{j\omega t - jk \cos \theta x_1 - jk_1 \sin \theta x_3}, \text{ la pression incidente} \\ P_{1,2} &= A_{ref} e^{j\omega t + jk_1 \cos \theta x_1 - jk_1 \sin \theta x_3}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{milieu 2 : } \begin{cases} P_{2,1} &= A_{tr2} e^{j\omega t - jk_2 \cos \theta_2 x_1 - jk_2 \sin \theta_2 x_3}, \text{ la pression transmise} \\ P_{2,2} &= A_{ref2} e^{j\omega t + jk_2 \cos \theta_2 x_1 - jk_2 \sin \theta_2 x_3}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{milieu 3 : } \begin{cases} P_3 &= A_3 e^{j\omega t - jk_3 \cos \theta_3 x_1 - jk_3 \sin \theta_3 x_3}, \text{ la pression transmise.} \end{cases} \quad (3.3)$$

Par soucis de simplicité, les  $e^{j\omega t}$  seront omis dans les écritures et  $A_{inc} = 1$ .

#### Équations mécanique

L'équation d'une plaque est donné par :

$$\mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \Delta^4 w = p_- - p_+ \quad (3.4)$$

Clean la  
partie,  
corri-  
ger pour  
ajouter  
2 plaque  
de taille  
différente

Les solutions de cette équation pour une plaque infinie sont :

$$\begin{cases} w_p &= C e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_e &= C e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescente,} \end{cases} \quad (3.5)$$

Donc les équations aux deux plaques identiques sont :

$$\begin{cases} w_{p1} &= C_{p1} e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e1} &= C_{e1} e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescente} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} w_{p2} &= C_{p2} e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e2} &= C_{e2} e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescente,} \end{cases} \quad (3.7)$$

Cependant considérant la plaque excitée par des ondes acoustiques, les ondes de la plaque seront toujours supersoniques, les solutions évanescentes n'étant pas physiques on a :

$$\begin{cases} w_1 &= C_1 e^{-j\omega t - jk_{p1}x_3}, \text{ la solution propagative plaque 1} \\ w_2 &= C_2 e^{-j\omega t - jk_{p2}x_3}, \text{ la solution propagative plaque 2} \end{cases} \quad (3.8)$$

**Remarque :**  $k_{p1}$  et  $k_{p2}$  sont différent du nombre d'onde associé à l'équation de dispersion de la plaque et sont imposés par l'onde acoustique.

## Équations de continuités

Les équations de continuités sont :

$$\text{plaque 1} \begin{cases} \frac{\partial P_{1,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{1,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ -\mu_1 \omega^2 w_1 + D_1 \nabla^4 w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} - P_{2,1} - P_{2,2} \text{ à } x_1 = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\text{plaque 2} \begin{cases} \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ \frac{\partial P_3}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ -\mu_2 \omega^2 w_2 + D_2 \nabla^4 w_2 = P_{2,1} + P_{2,2} - P_3 \text{ à } x_1 = e. \end{cases} \quad (3.10)$$

Soit sous forme de système complet :

$$\begin{cases} jk_1 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_1 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} \\ jk_2 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_2 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} \\ -\mu_1 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} + D_1 k_{p1}^4 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} = -e^{-jk_1 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_1 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} \\ jk_2 \cos \theta_2 (-A_{tr2} e^{-jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{ref2} e^{+jk_2 \cos \theta_2 e}) e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} \\ jk_3 \cos \theta_3 (-A_{tr3}) e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} \\ -\mu_2 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} + D_2 k_{p2}^4 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} = -A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} - A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 + jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{tr3} e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3} \end{cases} \quad (3.11)$$

Les conditions de continuités de vitesse entre les milieux et les plaques entraînent :

$$k_1 \sin \theta = k_{p1} = k_2 \sin \theta_2 = k_{p2} = k_3 \sin \theta_3 = k. \quad (3.12)$$

Cela signifie l'égalité des nombres d'ondes dans les plaques et des nombres d'ondes dans les fluides. De plus étant dans les mêmes milieux fluides on peut écrire  $k_1 = k_2 = k_3 = k_0$ , et  $\theta = \theta_2 = \theta_3$  soit :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_1 e^{-jkx_3} = -e^{-jk_0 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) e^{-jk \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \sin \theta x_3 - jk \cos \theta e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_2 e^{-jkx_3} = -A_{tr2} e^{-jk \sin \theta x_3 - jk \cos \theta e} - A_{ref2} e^{-jk \sin \theta x_3 + jk \cos \theta e} + A_{tr3} e^{-jk \sin \theta x_3 - jk \cos \theta e} \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_0 \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \cos \theta e} + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{jk \cos \theta e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Sous forme de système on obtient (en remplaçant  $\cos \theta$  par  $\Theta$ )

$$\begin{bmatrix} jk_0 \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 0 & -jk_0 \Theta & jk_0 \Theta & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 & 0 \\ 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk \Theta e} & jk_0 \Theta e^{jk \Theta e} & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk \Theta e} & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & +e^{-jk \Theta e} & +e^{jk \Theta e} & -e^{-jk \Theta e} & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ A_{tr3} \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jk_0 \Theta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Il est possible de résoudre le système numériquement pour trouver les solutions.

La transparence acoustique est séparant deux milieux acoustiques est donnée par la formule :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} \quad (3.16)$$

Où  $I_t$  et  $I_i$  sont les intensités acoustiques de l'onde transmise et incidente.  
L'intensité est donné par :

$$I(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \Re\{p(0, x_3)v^*(0, x_3)\} \quad (3.17)$$

soit pour l'intensité incidente :  $I_i(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$  et pour soit pour l'intensité transmise :  $I_t(\omega, \theta) = \frac{\Re\{A_t^2\}}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$ . L'intensité transmise est donc obtenue par :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} = \Re\{A_t^2\} \quad (3.18)$$

L'indice d'affaiblissement est donné par :

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau} \quad (3.19)$$

La figure 3.1 montre les résultats numériques de la cloison calculé précédemment comparés aux résultats analytiques d'une plaque simple.

On peut voir plusieurs différences apparaître entre les deux configurations. Des pics apparaissent, un en basse fréquence à 50 Hz et des harmoniques de 1980 Hz. Le pic en basse fréquence peut être interprété comme le moment où les deux plaques vibrent en opposition de phase, créant une fréquence dite de respiration.

Les fréquences harmoniques sont probablement due à la présence d'ondes stationnaires entre les deux plaques, les murs imposent une condition limite de résonance demi-onde qui se répète à chaque harmonique.

La fréquence de coïncidence reste la même, car il y a deux plaques identiques.

Enfin un mot général sur l'affaiblissement, on constate que les performances en très basse fréquences tendent tout deux à zéros, mais sont amélioré de quasiment 6dB en suivant la loi de 6 dB par octave jusqu'à la fréquence de respiration où l'absorption devient minimale. La pente de la cloison double change pour devenir une pente de 12dB par octave. Le comportement à la fréquence de coïncidence reste le même pour les deux configurations mais les performances de la double cloison sont supérieures de manière générale. Les fréquences de résonances demi ondes mitigent cependant les résultats, mais ils pourraient être compensés en rajoutant un matériau amortissant.



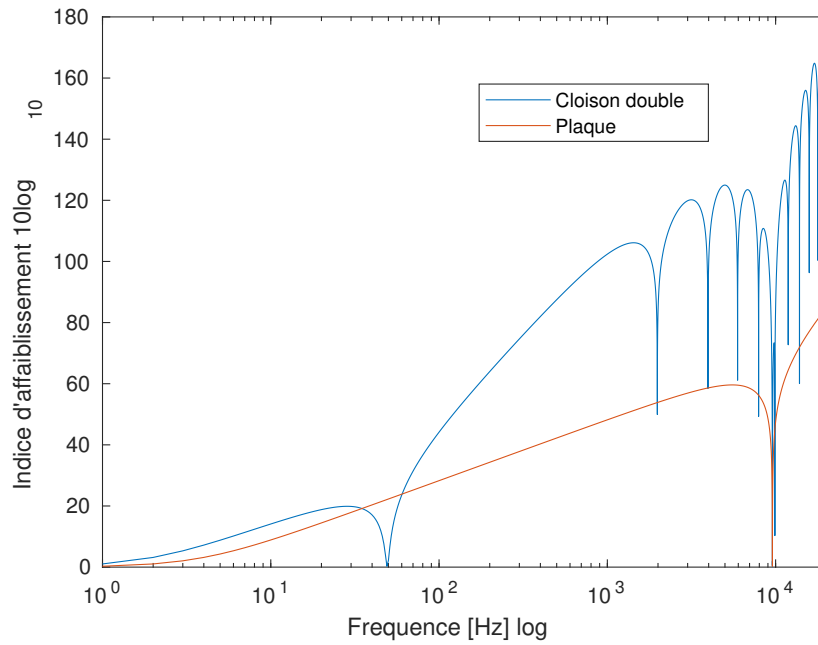


FIGURE 3.1 – Comparaison de l'indice d'affaiblissement d'une plaque simple et d'une cloison

### 3.4 Un modèle fini plus réaliste

### 3.5 Influence du matériau poreux

### 3.6 Résonateur de Helmholtz

### 3.7 Matrice de transfert

## Chapitre 4

### Étude théorique : simulation et optimisation

# Chapitre 5

## Construction du prototype

## Chapitre 6

### Étude expérimentale et résultats

# Chapitre 7

## Conclusion