

GMC 721 - Rayonnement acoustique des structures

PROJET: CONCEPTION, FABRICATION ET VALIDATION D'UN ENCOFFREMENT ACOUSTIQUE

**SAMUEL DUPONT
MATRICULE : 16 070 591**

Samuel.S.dupont.etu@usherbrooke.ca

**NAMBOURI YAZID
MATRICULE:**

PROFESSEUR : ALAIN BERRY

1^{er} août 2017

Chapitre 1

Introduction

Chapitre 2

Objectif du projet

2.1 Pré-requis

Expliquer les notions d'affaiblissements, de transparence, IL, IT

RAJOUTER PARTIE 2.5 MESURES DE PERFORMANCES

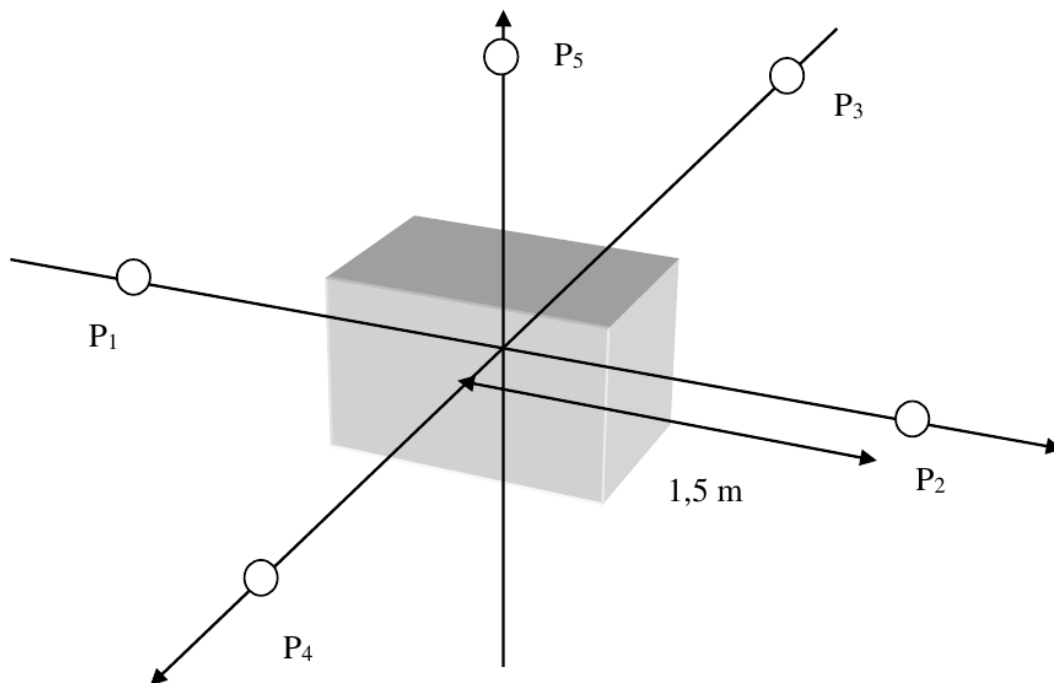


FIGURE 2.1 – Protocole de mesure de la performance acoustique d'un encoffrement.

Chapitre 3

Notion requises

3.1 Hypothèses générales

3.2 Transmission acoustique par une cloison infinie

3.3 Transmission acoustique par une double cloison infinie

Équations acoustique

À partir de considérations physiques on peut directement établir les équations des pressions acoustiques dans chacun des milieux. En effet en assumant une onde plane arrivant sur une plaque infinie on se retrouve avec des solutions d'ondes planes. Les ondes planes étant solutions de l'équation d'onde on a un schéma de propagation acoustique valide.

À chaque interface il y a des ondes transmises et des ondes réfléchies, la somme de ces ondes est réduite à une onde transmise et une onde réfléchie.

Les pressions dans les différents milieux sont donc :

$$\text{milieu 1 : } \begin{cases} P_{1,1} &= A_{inc} e^{j\omega t - jk \cos \theta x_1 - jk_1 \sin \theta x_3}, \text{ la pression incidente} \\ P_{1,2} &= A_{ref} e^{j\omega t + jk_1 \cos \theta x_1 - jk_1 \sin \theta x_3}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{milieu 2 : } \begin{cases} P_{2,1} &= A_{tr2} e^{j\omega t - jk_2 \cos \theta_2 x_1 - jk_2 \sin \theta_2 x_3}, \text{ la pression transmise} \\ P_{2,2} &= A_{ref2} e^{j\omega t + jk_2 \cos \theta_2 x_1 - jk_2 \sin \theta_2 x_3}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{milieu 3 : } \begin{cases} P_3 &= A_3 e^{j\omega t - jk_3 \cos \theta_3 x_1 - jk_3 \sin \theta_3 x_3}, \text{ la pression transmise.} \end{cases} \quad (3.3)$$

Par soucis de simplicité, les $e^{j\omega t}$ seront omis dans les écritures et $A_{inc} = 1$.

Équations mécanique

L'équation d'une plaque est donné par :

$$\mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \Delta^4 w = p_- - p_+ \quad (3.4)$$

Clean la
partie,
corri-
ger pour
ajouter
2 plaque
de taille
différente

Les solutions de cette équation pour une plaque infinie sont :

$$\begin{cases} w_p &= C e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_e &= C e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescence,} \end{cases} \quad (3.5)$$

Donc les équations aux deux plaques identiques sont :

$$\begin{cases} w_{p1} &= C_{p1} e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e1} &= C_{e1} e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescence} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} w_{p2} &= C_{p2} e^{-j\omega t - jkx_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e2} &= C_{e2} e^{-j\omega t - kx_3}, \text{ la solution évanescence,} \end{cases} \quad (3.7)$$

Cependant considérant la plaque excitée par des ondes acoustiques, les ondes de la plaque seront toujours supersoniques, les solutions évanescences n'étant pas physiques on a :

$$\begin{cases} w_1 &= C_1 e^{-j\omega t - jk_{p1}x_3}, \text{ la solution propagative plaque 1} \\ w_2 &= C_2 e^{-j\omega t - jk_{p2}x_3}, \text{ la solution propagative plaque 2} \end{cases} \quad (3.8)$$

Remarque : k_{p1} et k_{p2} sont différent du nombre d'onde associé à l'équation de dispersion de la plaque et sont imposés par l'onde acoustique.

Équations de continuités

Les équations de continuités sont :

$$\text{plaque 1} \begin{cases} \frac{\partial P_{1,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{1,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ -\mu_1 \omega^2 w_1 + D_1 \nabla^4 w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} - P_{2,1} - P_{2,2} \text{ à } x_1 = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\text{plaque 2} \begin{cases} \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ \frac{\partial P_3}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ -\mu_2 \omega^2 w_2 + D_2 \nabla^4 w_2 = P_{2,1} + P_{2,2} - P_3 \text{ à } x_1 = e. \end{cases} \quad (3.10)$$

Soit sous forme de système complet :

$$\begin{cases} jk_1 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_1 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} \\ jk_2 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_2 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} \\ -\mu_1 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} + D_1 k_{p1}^4 C_1 e^{-jk_{p1}x_3} = -e^{-jk_1 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_1 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} \\ jk_2 \cos \theta_2 (-A_{tr2} e^{-jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{ref2} e^{+jk_2 \cos \theta_2 e}) e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} \\ jk_3 \cos \theta_3 (-A_{tr3}) e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} \\ -\mu_2 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} + D_2 k_{p2}^4 C_2 e^{-jk_{p2}x_3} = -A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} - A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 + jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{tr3} e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3} \end{cases} \quad (3.11)$$

Les conditions de continuités de vitesse entre les milieux et les plaques entraînent :

$$k_1 \sin \theta = k_{p1} = k_2 \sin \theta_2 = k_{p2} = k_3 \sin \theta_3 = k. \quad (3.12)$$

Cela signifie l'égalité des nombres d'ondes dans les plaques et des nombres d'ondes dans les fluides. De plus étant dans les mêmes milieux fluides on peut écrire $k_1 = k_2 = k_3 = k_0$, et $\theta = \theta_2 = \theta_3$ soit :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_1 e^{-jkx_3} = -e^{-jk_0 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk_0 \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk_0 \cos \theta e}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_2 e^{-jkx_3} = -A_{tr2} e^{-jk \sin \theta x_3 - jk \cos \theta e} - A_{ref2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 + jk_0 \cos \theta e} + A_{tr3} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_0 \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \cos \theta e} + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{jk \cos \theta e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} = 0. \end{cases} \quad (3.14)$$

Sous forme de système on obtient (en remplaçant $\cos \theta$ par Θ)

$$\begin{bmatrix} jk_0 \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 0 & -jk_0 \Theta & jk_0 \Theta & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 & 0 \\ 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk_0 \Theta e} & jk_0 \Theta e^{jk_0 \Theta e} & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk_0 \Theta e} & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & +e^{-jk_0 \Theta e} & +e^{jk_0 \Theta e} & -e^{-jk_0 \Theta e} & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ A_{tr3} \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jk_0 \Theta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Il est possible de résoudre le système numériquement pour trouver les solutions.

La transparence acoustique est séparant deux milieux acoustiques est donnée par la formule :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} \quad (3.16)$$

Où I_t et I_i sont les intensités acoustiques de l'onde transmise et incidente.
L'intensité est donné par :

$$I(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \Re\{p(0, x_3)v^*(0, x_3)\} \quad (3.17)$$

soit pour l'intensité incidente : $I_i(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$ et pour soit pour l'intensité transmise : $I_t(\omega, \theta) = \frac{\Re\{A_t^2\}}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$. L'intensité transmise est donc obtenue par :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} = \Re\{A_t^2\} \quad (3.18)$$

L'indice d'affaiblissement est donné par :

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau} \quad (3.19)$$

La figure 3.1 montre les résultats numériques de la cloison calculé précédemment comparés aux résultats analytiques d'une plaque simple.

On peut voir plusieurs différences apparaître entre les deux configurations. Des pics apparaissent, un en basse fréquence à 50 Hz et des harmoniques de 1980 Hz. Le pic en basse fréquence peut être interprété comme le moment où les deux plaques vibrent en opposition de phase, créant une fréquence dite de respiration.

Les fréquences harmoniques sont probablement due à la présence d'ondes stationnaires entre les deux plaques, les murs imposent une condition limite de résonance demi-onde qui se répète à chaque harmonique.

La fréquence de coïncidence reste la même, car il y a deux plaques identiques.

Enfin un mot général sur l'affaiblissement, on constate que les performances en très basse fréquences tendent tout deux à zéros, mais sont amélioré de quasiment 6dB en suivant la loi de 6 dB par octave jusqu'à la fréquence de respiration où l'absorption devient minimale. La pente de la cloison double change pour devenir une pente de 12dB par octave. Le comportement à la fréquence de coïncidence reste le même pour les deux configurations mais les performances de la double cloison sont supérieures de manière générale. Les fréquences de résonances demi ondes mitigent cependant les résultats, mais ils pourraient être compensés en rajoutant un matériau amortissant.

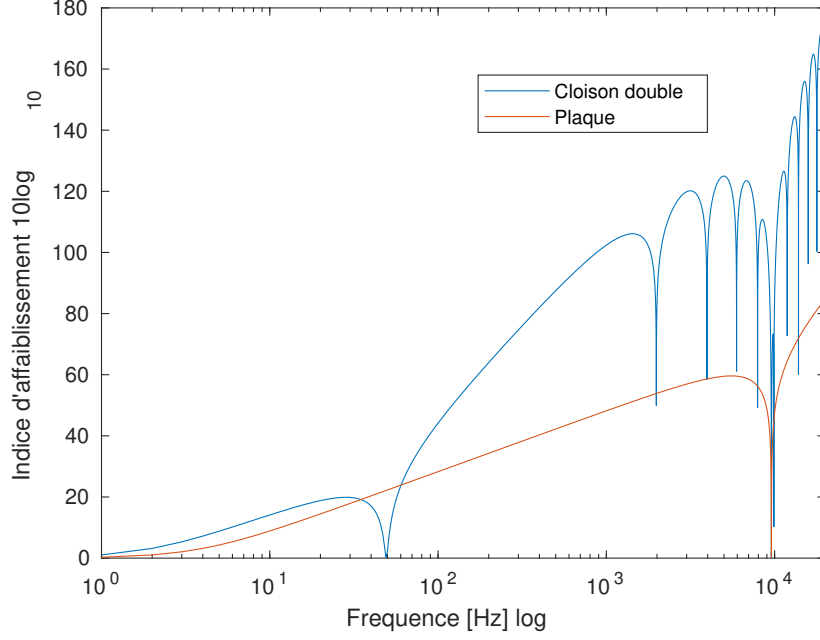


FIGURE 3.1 – Comparaison de l'indice d'affaiblissement d'une plaque simple et d'une cloison

3.4 3 plaques

Équations de continuités

Les équations de continuités sont :

$$\text{plaque 1} \begin{cases} \frac{\partial P_{1,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{1,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ -\mu_1 \omega^2 w_1 + D_1 \nabla^4 w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} - P_{2,1} - P_{2,2} \text{ à } x_1 = 0. \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\text{plaque 2} \begin{cases} \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ \frac{\partial P_{3,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{3,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ -\mu_2 \omega^2 w_2 + D_2 \nabla^4 w_2 = P_{2,1} + P_{2,2} - P_{3,1} - P_{3,2} \text{ à } x_1 = e. \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\text{plaque 3} \begin{cases} \frac{\partial P_{3,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{3,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_3(x_3, t) \text{ à } x_1 = L \\ \frac{\partial P_4}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_3(x_3, t) \text{ à } x_1 = L \\ -\mu_3 \omega^2 w_3 + D_3 \nabla^4 w_3 = P_{3,1} + P_{3,2} - P_4 \text{ à } x_1 = L. \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_0 \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref3} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{jk \cos \theta e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} - A_{ref3} e^{jk \cos \theta e} = 0. \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3} e^{-jk \cos \theta L} + A_{ref3} e^{+jk \cos \theta L}) + \rho_0 \omega^2 C_3 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr4}) e^{-jk \cos \theta L} + \rho_0 \omega^2 C_3 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_3 + Dk^4 C_3 + A_{tr3} e^{-jk \cos \theta L} + A_{ref3} e^{jk \cos \theta L} - A_{tr4} e^{-jk \cos \theta L} = 0. \end{cases} \quad (3.23)$$

Sous forme de système on obtient en remplaçant , $e^{-jk \cos \theta e}$ par α_{ep} , $e^{+jk \cos \theta e}$ par α_{em} , $e^{-jk \cos \theta L}$ par α_{Lm} , $e^{+jk \cos \theta e}$ par α_{Lp} et $jk_0 \cos \theta$ par x

$$\begin{bmatrix} x & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x & x & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & D_1 k^4 - \mu_1 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{em} & \alpha_{ep} & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{em} & x \alpha_{ep} & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{em} & \alpha_{ep} & 0 & -\alpha_{em} & -\alpha_{ep} & D_2 k^4 - \mu_2 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{Lm} & x \alpha_{Lp} & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{Lm} & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{Lm} & \alpha_{Lp} & 0 & -\alpha_{Lm} & D_3 k^4 - \mu_3 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ C_1 \\ A_{tr3} \\ A_{ref3} \\ C_2 \\ A_{tr4} \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

3.5 Un modèle fini plus réaliste

3.6 Influence du matériau poreux

Le matériau poreux est une possibilité pour réduire l'influence des résonances sur l'indice d'affaiblissement. afin de modélisé celui-ci le modèle de Champoux-Allard-Johnson est utilisé. Les paramètres utilisés sont ceux d'une laine de verre qui on été trouvés sur l'article . Bien que ces paramètres ne sont probablement pas exactement les mêmes que ceux de la laine qui va être utilisé, ils peuvent servir de référence pour voir comment se comporte l'encoffrement avec amortissement.

Le cas étudié est un double encoffrement dont le milieu possède de la laine de verre. En repartant des équations de continuités écrite plus haut , on peut écrire à nouveau les équations et écrire le système :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} = -\rho_p \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_1 e^{-jkx_3} = -e^{-jk_0 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} + A_{ref2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} \\ jk_p \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{+jk_p \cos \theta_p e}) e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} = -\rho_p \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_2 e^{-jkx_3} = -A_{tr2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3 - jk_p \cos \theta_p e} - A_{ref2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3 + jk_p \cos \theta_p e} + A_{tr3} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} \end{cases} \quad (3.25)$$

Les conditions de continuités de vitesse entre les milieux et les plaques entraînent :

$$k_0 \sin \theta = k_p \sin \theta_p = k. \quad (3.26)$$

L'angle θ_p peut être calculé par :

$$\theta_p = \arcsin \frac{k_0 \sin \theta}{k_p}. \quad (3.27)$$

Le système devient :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_p \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{+jk_p \cos \theta_p e}) + \rho_p \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \cos \theta e} + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{jk_p \cos \theta_p e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} = 0. \end{cases} \quad (3.28)$$

Sous forme de système on obtient (en remplaçant $\cos \theta$ par Θ et $\cos \theta_p$ par Θ_p)

$$\begin{bmatrix} jk_0 \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 0 & -jk_p \Theta_p & jk_p \Theta_p & 0 & \rho_p \omega^2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 & 0 \\ 0 & -jk_p \Theta_p e^{-jk_p \Theta_p e} & jk_p \Theta_p e^{jk_p \Theta_p e} & 0 & 0 & \rho_p \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk_0 \Theta e} & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & +e^{-jk_p \Theta_p e} & +e^{jk_p \Theta_p e} & -e^{-jk_0 \Theta e} & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ A_{tr3} \\ C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} jk_0 \Theta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

Le résultat pour les la même configuration que précédemment avec la laine de verre est donné figure 3.2, on voit que les pics liés aux ondes stationnaires sont disparus. Bien que ce soit le résultat escompté, la disparition est totale, ce qui laisse planer un doute quand aux résultats. Ces résultats seront comparé avec les résultats de la méthode de transfert de matrice dans la section suivante.

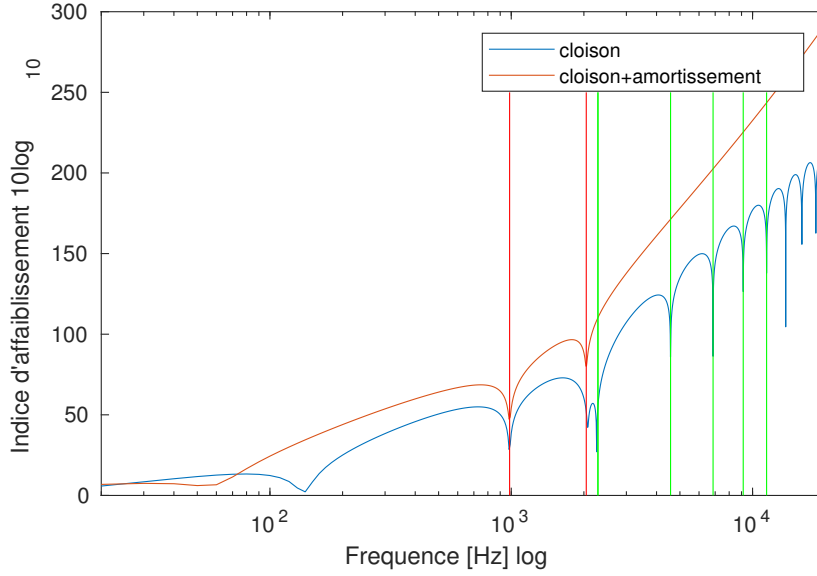


FIGURE 3.2 – Comparaison de l’indice d’affaiblissement d’une plaque double avec et sans amortissement. $\theta = 60^\circ$

3.7 Résonateur de Helmholtz

3.8 Matrice de transfert

La méthode des matrices transfert permet de décrire la propagation d’une onde dans un milieu, qu’il soit fluide, solide ou poreux. Elle permet de relier les pressions et vitesses de part et d’autre des couches et ainsi d’en obtenir la réponse.

On limite la représentation de la couche à une matrice 2x2, en considérant une onde plane traversant le milieu d’épaisseur finie h , avec un angle d’incidence θ , comme représenté sur la figure 3.3.

FIGURE 3.3 – Onde plane traversant une couche finie

La symétrie du problème permet de déduire les autres direction. On peut ainsi définir le champ acoustique en un point M en utilisant la pression acoustique P et la vitesse particulaire v_x à un point M' . Le vecteur d’état formé par ces deux composant est noté V . La matrice de transfert $[T_{gd}]$ permet d’écrire la relation entre les vecteurs d’état de part et d’autre du milieu fini considéré :

$$V(M) = [T_{gd}]V(M')$$

$$\begin{bmatrix} P(M) \\ v_x(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(M') \\ v_x(M') \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Tout l’intérêt des matrices de transferts réside dans le cas multi-couches, où le vecteur $V(M)$ s’écrit

en fonction de la multiplication des matrices associés au différentes couches :

$$\begin{aligned} V(M) &= [T_1][T_2][T_3][T_{\dots}]V(M') \\ &= [T]V(M') \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(M') \\ v_x(M') \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

où $[T]$ est une matrice globale $[2 \times 2]$ reliant la couche d'entrée à la couche de sortie.

3.8.1 Cas d'une couche fluide équivalente

Dans le cas d'une couche poreuse dotée d'un comportement fluide-équivalent, le champ acoustique est décrit par la pression acoustique $P(M)$ et la composante $v_x(M)$ de la vitesse acoustique selon l'axe x :

$$V(M) = \begin{bmatrix} P(M) \\ v_x(M) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

La couche poreuse est pour sa part caractérisée par sa densité dynamique ρ et la composante selon l'axe x du nombre d'onde $k_x = (k^2 - k^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$, et on a :

$$[T_{fluide}] = \begin{bmatrix} \cos(k_x e) & j \frac{\omega \rho_f}{k_x} \sin(k_x e) \\ j \frac{\omega \rho_f}{k_x} \sin(k_x e) & \cos(k_x e) \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

3.8.2 Cas d'une couche élastique fine

En considérant une plaque fine avec une onde plane incidente θ . L'impédance de la plaque Z_p est définie par le ratio $(p_1 - p_2)/v_p$. En considérant la continuité des vitesse normal de part et d'autre de la plaque on peut écrire la matrice de transfert $[T_{plaque}]$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

où l'expression de Z_p donné par est :

$$Z_p = \frac{D}{j\omega} [k_a^4 \sin^4 \theta - k_p^4], \quad (3.35)$$

avec D la rigidité de flexion, et k_p le nombre d'onde dans la plaque donné respectivement par :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.36)$$

$$k_p = \sqrt[4]{\omega} \sqrt{\mu/D} \quad (3.37)$$

3.8.3 Lien avec l'indice d'affaiblissement

L'indice d'affaiblissement à déjà été définie précédemment par le ratio d'énergie transmise et incidente. dans le cours , il est montré que le l'énergie acoustique peut être écrite comme

$I = \frac{1}{2} \Re \{p^* v\}$, qui peut être réécrit avec $Z_c = p/v$ par

$$I = \frac{1}{2} \Re \left\{ \frac{p^* p}{Z_c} \right\} = \frac{|p|^2}{2} \Re \left\{ \frac{1}{Z_c} \right\}. \quad (3.38)$$

En insérant l'Éq. 3.38 dans la définition de la transparence acoustique 3.18 on obtient :

$$\tau = \frac{|p_t|^2 \Re \{Z_{c1}\}}{|p_i|^2 \Re \{Z_{c2}\}}, \quad (3.39)$$

où Z_{c1} représente l'impédance caractéristique du côté de l'entrée et Z_{c2} du côté sortie. Ceci est illustré Figure 3.4, où la réponse de notre système peut être ramené à une matrice globale T [2x2] constitué de la multiplication matricielle des matrices de différentes couches considérées :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

La pression et la vitesse sont écrites du côté incident par :

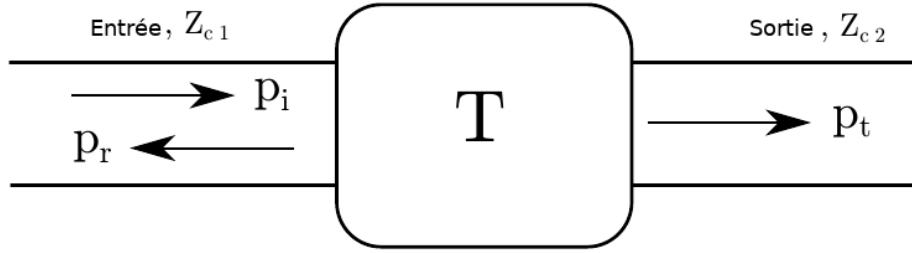


FIGURE 3.4 – Schéma matriciel de transfert T globale exprimé par la pression $p_1 = p_i + p_r$ et $p_t = p_2$

$$\begin{aligned} p_1 &= p_i + p_r \\ v_1 &= \frac{(p_i - p_r)}{Z_{c1}}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

la pression et la vitesse sont écrites du côté transmis par :

$$\begin{aligned} p_2 &= p_t \\ v_2 &= \frac{p_t}{Z_{c2}}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

L'équation 3.41 permet d'écrire :

$$p_i = \frac{p_1 + v_1 Z_{c1}}{2}, \quad (3.43)$$

et en injectant p_1 et v_1 de l'Éq. 3.40 :

$$p_i = \frac{T_{11} p_2 + T_{12} v_2 + Z_{c1} (T_{21} p_2 + T_{22} v_2)}{2}, \quad (3.44)$$

et en remplaçant les valeurs p_2 et v_2 par celles de l'Éq. 3.42 :

$$p_i = \frac{T_{11} p_t + p_t \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + p_t Z_{c1} (T_{21} + \frac{T_{22}}{Z_{c2}})}{2}, \quad (3.45)$$

finalement on obtient en factorisant par p_t le ratio :

$$\frac{p_i}{p_t} = \frac{1}{2} \left[T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right]. \quad (3.46)$$

On peut maintenant exprimer le coefficient de transparence Éq.3.39 depuis le ratio trouvé Éq. 3.46 :

$$\tau = 4 \frac{\Re \{Z_{c1}\}}{\Re \{Z_{c2}\}} \left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right\|^{-2}. \quad (3.47)$$

L'indice d'affaiblissement peut donc s'écrire simplement par :

$$R = 20 \log_{10} \left(\frac{\Re \{Z_{c1}\}}{\Re \{Z_{c2}\}} \left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right\| \right) - 6 \quad (3.48)$$

et dans le cas spécial d'air de chaque coté :

$$R = 20 \log_{10} \left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{\rho_0 c_0} \cos \theta + \frac{\rho_0 c_0 T_{21}}{\cos \theta} + T_{22} \right\| - 6 \quad (3.49)$$

Chapitre 4

Étude théorique : simulation et optimisation

Chapitre 5

Construction du prototype

Chapitre 6

Étude expérimentale et résultats

Chapitre 7

Conclusion