

GMC 721 - Rayonnement acoustique des structures

PROJET: CONCEPTION, FABRICATION ET VALIDATION D'UN ENCOFFREMENT ACOUSTIQUE

**SAMUEL DUPONT
MATRICULE : 16 070 591**

Samuel.S.dupont.etu@usherbrooke.ca

**NAMBOURI YAZID
MATRICULE:**

PROFESSEUR : ALAIN BERRY

9 août 2017

Chapitre 1

Introduction

L'objectif de ce projet est de concevoir et tester un encoffrement qui permettant d'isoler le rayonnement d'une source de bruit blanc sur une bande de fréquence de 100 Hz à 10 kHz. Notre but est d'obtenir une insertion minimale de 15 dB tout en ayant la plus faible masse possible de l'encoffrement. La source sonore à isoler est un haut-parleur mid-range M-Audio Studiophile DX4 de dimension 21 cm en hauteur, 15 cm en largeur et 16 cm en profondeur pesant 5.4 kg. Le haut parleur sera installé en position verticale dans l'encoffrement comme indique dans la figure (2.1).

Ainsi pour réaliser ce projet, nous serons limité à un budget maximal de 100\$ pour l'achat des matériaux devant servir à la fabrication de l'encoffrement. Nous serons aussi limité à seulement 1 m pour les dimensions extérieures dans les 3 directions hauteur, largeur et profondeur.

En fin on examinera, les mesures suivantes pour évaluer le projets :

- Mesure de la performance de l'encoffrement sur la bande de fréquences mesurées

$$IL_G = 10 \log_{10} \left(\frac{\int \sum_i |P_{i,sans} \omega|^2 d\omega}{\int \sum_i |P_{i,avec} \omega|^2 d\omega} \right) \quad (1.1)$$

L'intégration ici sera faite sur la bande de fréquence de 100 Hz et 8 kHz.

- Compromis entre la masse totale et l'isolation du bruit :

$$IL_M = IL_G - 10 \log_{10}(M^2) \quad (1.2)$$

où M est la masse totale de l'encoffrement.

- La mesure des pressions acoustiques sera faite à 5 points identifiés dans la figure (2.1).

Chapitre 2

Objectif du projet

2.1 Pré-requis

Avant d'entamer dans les démarches suivies dans ce projet, on définit d'abord certains pré-requis acoustiques dont on s'est servi pour la réalisation de ce projet.

La transparence

La transparence acoustique est définie par :

$$\tau(\omega, \theta) = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} \quad (2.1)$$

Où I_t et I_i sont respectivement les intensités acoustiques de l'onde transmise et de l'onde incidente normales à la paroi, θ l'angle d'incidence et ω la pulsation de l'onde acoustique.

On utilisera la transparence en champ diffus qui nous permettra de trouver l'affaiblissement et la perte par insertion pour le cadre de ce projet. Cette transparence peut être définie par :

$$\tau_d(\omega) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau(\omega, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (2.2)$$

Affaiblissement

L'indice d'affaiblissement est une mesure permettant de caractériser l'affaiblissement du rayonnement acoustique d'une structure. Il est défini par la formule suivante, et est inversement proportionnel à la transparence acoustique :

$$R = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{\tau} \right) \quad (2.3)$$

FIGURE 2.1 – Protocole de mesure de la performance acoustique d'un encoffrement.

Perte par insertion

La perte par insertion globale en bandes 1/3 octave IL_G est définie comme :

$$IL_G(\omega) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_i |P_{i,sans}(\omega)|^2}{\sum_i |P_{i,avec}(\omega)|^2} \right) \quad (2.4)$$

Où les indices $P_{i,avec}$ et $P_{i,sans}$ indiquent les pressions acoustiques avec et sans l'encoffrement.

Supposant qu'en champ diffus, les pressions des ondes planes incidentes ont le même effet sur les plaques on peut réécrire la perte par insertion comme :

$$IL = 10 \log_{10} \frac{1}{|P_{i,avec}(\omega)|^2} \quad (2.5)$$

Mesure de performance de l'encoffrement

Pour mesurer la performance de l'encoffrement, on détermine la perte par insertion mais cette fois-ci en intégrant la somme des pression par rapport au la pulsation de l'onde acoustique comme indiquée dans la relation suivante :

$$IL_G = 10 \log_{10} \left(\frac{\int \sum_i |P_{i,sans}(\omega)|^2 d\omega}{\int \sum_i |P_{i,avec}(\omega)|^2 d\omega} \right) \quad (2.6)$$

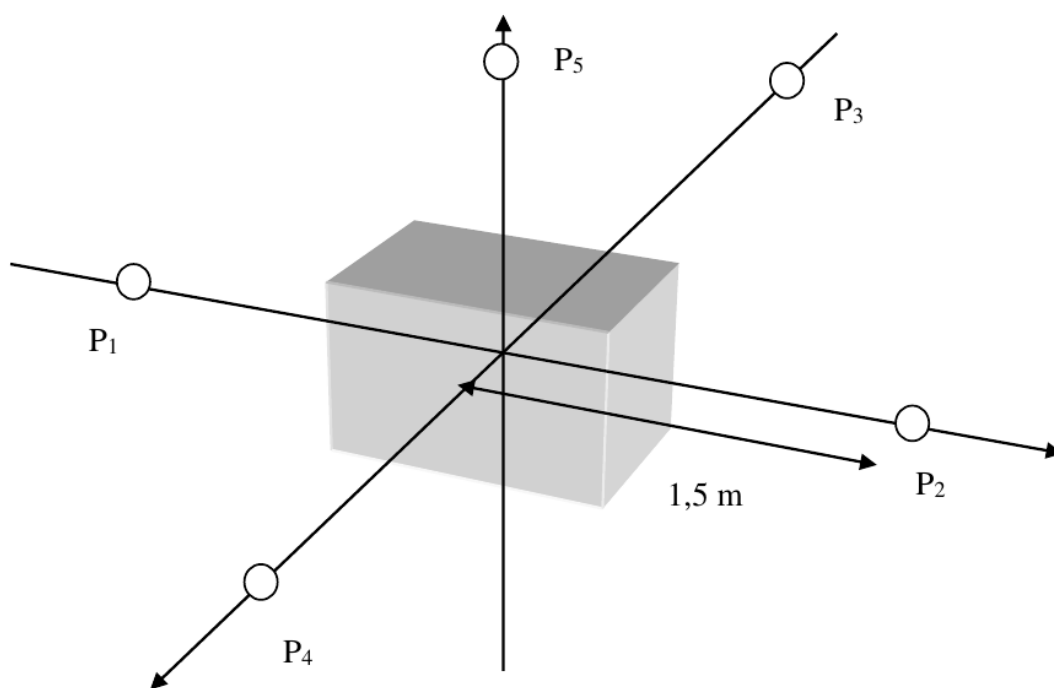


FIGURE 2.2 – Protocole de mesure de la performance acoustique d'un encoffrement.

Chapitre 3

Notion requises

3.1 Hypothèses générales

On considèrera la source comme ayant une directivité mono polaire et générant un champ diffus. Les parois de l'encoffrement sont modélisées sous forme de plaques infinies excités par les ondes provenant de cette source.

On étudiera seulement les plaques infinies pour une face de l'encoffrement en considérant que le système de paroi est identique à chaque face de l'encoffrement et tous les parois subissent le même effet des ondes qui les interfèrent.

Pour passer de l'étude des plaques infinies aux plaques finies, on devra tenir compte du comportement modal des plaques, mais ceci étant plus complexe, on simplifiera le système en supprimant les effets de réflexion des ondes réfléchies par les bords des parois finies de l'encoffrement. Les étapes pour y arriver sont comme suit :

(Equations)

3.2 Transmission acoustique par une cloison infinie

La figure () ci-dessus représente la transmission acoustique dans une cloison infinie avec les propriétés suivantes données : une masse surfacique μ , une rigidité de flexion D . L'onde p_i de nombre d'onde k a une incidence θ . On note p_r et p_t sont respectivement les ondes réfléchi et transmise. La transparence pour cette cloison infinie est déterminée par :

$$(\tau(\omega, \theta) = \omega^2 \frac{(\rho_0 c_0)^2}{\cos^2 \theta} \frac{4}{\left| -\omega^2 \mu + D k_0^4 \sin^4 \theta + \frac{2 \rho_0 \omega c_0}{j \cos \theta} \right|^2} \quad (3.1)$$

On note :

$$\omega_{coin} = \frac{c_0^2}{\sin^2 \theta} \sqrt{\frac{\mu}{D}} \quad (3.2)$$

la pulsation de coïncidence.

Figure : Affaiblissement pour une simple cloison de $h = 10$ mm d'épaisseur d'une onde d'incidence $\theta = 80^\circ$, $\rho = 750 \text{ Kg/m}^3$, $E = 12 \text{ GPa}$, $\nu = 0.245$ La pulsation de coïncidence où la transparence de la paroi est égale à 1 et l'indice d'affaiblissement est $R = 0$. C'est la fréquence à laquelle l'isolation de la paroi est mauvaise.

La fréquence de coïncidence est minimale en incidence rasante et est égale à la fréquence critique. Lorsque l'incidence diminue, elle augmente et est infinie en incidence normale $\theta = 0$. En incidence normale, la fréquence de coïncidence est celui que prévoit la loi de masse.

La loi de masse indique que l'indice d'affaiblissement augmente de 6 dB en doublant la masse de la cloison. D'où en basse fréquence l'augmentation de la masse augmente l'indice d'affaiblissement mais diminue la fréquence de coïncidence de la cloison ; ce qui peut être mauvais pour notre système car on ne veut pas avoir une fréquence de coïncidence dans une zone de très basse fréquence. En plus nous voulons avoir un encoffrement de plus petite masse possible.

Figure : Affaiblissement pour une plaque comparée avec une autre à épaisseur doublée.

En plus l'affaiblissement est faible pour le système à cloison simple et n'augmente pas assez rapidement pour bien isoler le bruit.

Nous essayerons d'étudier le système à double cloison et observer la différence.

3.3 Transmission acoustique par une double cloison infinie

Pour éviter d'avoir un indice d'affaiblissement presque nul pour les fréquences de coïncidence des cloisons doubles identiques, on étudiera tout d'abord un système double cloison d'épaisseurs différentes (cloison-air-cloison). Le devoir 6 du cours GMC 721 présente le problème de transmission acoustique par une double cloison. On prendra référence sur les équations et résultats obtenus pour ce système.

Le système constitue de 2 plaques identiques (masse surfacique μ , rigidité de flexion D) est excitée par une onde acoustique plane sous incidence oblique θ . Supposant que l'amplitude de cette onde de pression est unitaire et que le milieu acoustique est identique côté émetteur, côté récepteur et entre les 2 plaques (densité ρ_0 , célérité acoustique c_0) on peut trouver les établir les équations du système (équations pour la pression acoustique de chacun des 3 milieux, équations du mouvement des plaques, équations de continuité).

Le schéma du ce système est représenté ci-dessous.

Équations acoustique

À partir de considérations physiques on peut directement établir les équations des pressions acoustiques dans chacun des milieux. En effet en assumant une onde plane arrivant sur une plaque infinie on se retrouve avec des solutions d'ondes planes. Les ondes planes étant solutions de l'équation d'onde on a un schéma de propagation acoustique valide.

À chaque interface il y a des ondes transmises et des ondes réfléchies, la somme de ces ondes est réduite à une onde transmise et une onde réfléchie.

Les pressions dans les différents milieux sont donc :

$$\text{milieu 1 : } \begin{cases} P_{1,1} &= A_{inc} e^{j\omega t - jk \cos \theta_{x1} - jk_1 \sin \theta_{x3}}, \text{ la pression incidente} \\ P_{1,2} &= A_{ref} e^{j\omega t + jk_1 \cos \theta_{x1} - jk_1 \sin \theta_{x3}}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\text{milieu 2 : } \begin{cases} P_{2,1} &= A_{tr2} e^{j\omega t - jk_2 \cos \theta_{2x1} - jk_2 \sin \theta_{2x3}}, \text{ la pression transmise} \\ P_{2,2} &= A_{ref2} e^{j\omega t + jk_2 \cos \theta_{2x1} - jk_2 \sin \theta_{2x3}}, \text{ la pression réfléchie} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\text{milieu 3 : } \begin{cases} P_3 &= A_3 e^{j\omega t - jk_3 \cos \theta_{3x1} - jk_3 \sin \theta_{3x3}}, \text{ la pression transmise.} \end{cases} \quad (3.5)$$

Par soucis de simplicité, les $e^{j\omega t}$ seront omis dans les écritures et $A_{inc} = 1$.

Équations mécanique

L'équation d'une plaque est donné par :

$$\mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \Delta^4 w = p_- - p_+ \quad (3.6)$$

Les solutions de cette équation pour une plaque infinie sont :

$$\begin{cases} w_p &= C e^{-j\omega t - jk x_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_e &= C e^{-j\omega t - k x_3}, \text{ la solution évanescence,} \end{cases} \quad (3.7)$$

Donc les équations aux deux plaques identiques sont :

$$\begin{cases} w_{p1} &= C_{p1} e^{-j\omega t - jk x_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e1} &= C_{e1} e^{-j\omega t - k x_3}, \text{ la solution évanescence} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} w_{p2} &= C_{p2} e^{-j\omega t - jk x_3}, \text{ la solution propagative} \\ w_{e2} &= C_{e2} e^{-j\omega t - k x_3}, \text{ la solution évanescence,} \end{cases} \quad (3.9)$$

Cependant considérant la plaque excité par des ondes acoustiques, les ondes de la plaque seront toujours supersoniques, les solutions évanescences n'étant pas physiques on a :

$$\begin{cases} w_1 &= C_1 e^{-j\omega t - jk_{p1} x_3}, \text{ la solution propagative plaque 1} \\ w_2 &= C_2 e^{-j\omega t - jk_{p2} x_3}, \text{ la solution propagative plaque 2} \end{cases} \quad (3.10)$$

Remarque : k_{p1} et k_{p2} sont différent du nombre d'onde associé à l'équation de dispersion de la plaque et sont imposés par l'onde acoustique.

Équations de continuités

Les équations de continuités sont :

$$\text{plaque 1} \begin{cases} \frac{\partial P_{1,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{1,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ -\mu_1 \omega^2 w_1 + D_1 \nabla^4 w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} - P_{2,1} - P_{2,2} \text{ à } x_1 = 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{plaque 2} \begin{cases} \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ \frac{\partial P_3}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ -\mu_2 \omega^2 w_2 + D_2 \nabla^4 w_2 = P_{2,1} + P_{2,2} - P_3 \text{ à } x_1 = e. \end{cases} \quad (3.12)$$

Soit sous forme de système complet :

$$\begin{cases} jk_1 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_1 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} \\ jk_2 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_2 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} \\ -\mu_1 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} + D_1 k_{p1}^4 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} = -e^{-jk_1 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_1 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta x_3} \\ jk_2 \cos \theta_2 (-A_{tr2} e^{-jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{ref2} e^{+jk_2 \cos \theta_2 e}) e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} \\ jk_3 \cos \theta_3 (-A_{tr3}) e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} \\ -\mu_2 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} + D_2 k_{p2}^4 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} = -A_{tr2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e} - A_{ref2} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x_3 + jk_2 \cos \theta_2 e} + A_{tr3} e^{-jk_3 \sin \theta_3 x_3 - jk_2 \cos \theta_2 e}. \end{cases} \quad (3.13)$$

Les conditions de continuités de vitesse entre les milieux et les plaques entraînent :

$$k_1 \sin \theta = k_{p1} = k_2 \sin \theta_2 = k_{p2} = k_3 \sin \theta_3 = k. \quad (3.14)$$

Cela signifie l'égalité des nombres d'ondes dans les plaques et des nombres d'ondes dans les fluides. De plus étant dans les mêmes milieux fluides on peut écrire $k_1 = k_2 = k_3 = k_0$, et $\theta = \theta_2 = \theta_3$ soit :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} \\ -\mu \omega^2 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} + D k^4 C_1 e^{-jk_{p1} x_3} = -e^{-jk_0 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{ref2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk_0 \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk_0 \cos \theta e}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} \\ -\mu \omega^2 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} + D k^4 C_2 e^{-jk_{p2} x_3} = -A_{tr2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} - A_{ref2} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 + jk_0 \cos \theta e} + A_{tr3} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e}. \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_0 \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + D k^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \cos \theta e} + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + D k^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{jk \cos \theta e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} = 0. \end{cases} \quad (3.16)$$

Sous forme de système on obtient (en remplaçant $\cos \theta$ par Θ)

$$\begin{bmatrix} jk_0\Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_0\omega^2 & 0 \\ 0 & -jk_0\Theta & jk_0\Theta & 0 & \rho_0\omega^2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -\mu\omega^2 + Dk^4 & 0 \\ 0 & -jk_0\Theta e^{-jk_0\Theta e} & jk_0\Theta e^{jk_0\Theta e} & 0 & 0 & \rho_0\omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_0\Theta e^{-jk_0\Theta e} & 0 & \rho_0\omega^2 \\ 0 & +e^{-jk_0\Theta e} & +e^{jk_0\Theta e} & -e^{-jk_0\Theta e} & 0 & -\mu\omega^2 + Dk^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ A_{tr3} \\ C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} jk_0\Theta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Il est possible de résoudre le système numériquement pour trouver les solutions.

La transparence acoustique est séparant deux milieux acoustiques est donnée par la formule :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} \quad (3.18)$$

Où I_t et I_i sont les intensités acoustiques de l'onde transmise et incidente.
L'intensité est donné par :

$$I(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \Re\{p(0, x_3)v^*(0, x_3)\} \quad (3.19)$$

soit pour l'intensité incidente : $I_i(\omega, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$ et pour soit pour l'intensité transmise : $I_t(\omega, \theta) = \frac{\Re\{A_t^2\}}{2} \frac{\cos\theta}{\rho_0 c_0}$. L'intensité transmise est donc obtenue par :

$$\tau = \frac{I_t(\omega, \theta)}{I_i(\omega, \theta)} = \Re\{A_t^2\} \quad (3.20)$$

L'indice d'affaiblissement est donné par :

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau} \quad (3.21)$$

La figure ?? montre les résultats numériques de la cloison calculé précédemment comparés aux résultats analytiques d'une plaque simple.

On peut voir plusieurs différences apparaître entre les deux configurations. Des pics apparaissent, un en basse fréquence à 50 Hz et des harmoniques de 1980 Hz. Le pic en basse fréquence peut être interprété comme le moment où les deux plaques vibrent en opposition de phase, créant une fréquence dite de respiration.

Les fréquences harmoniques sont probablement due à la présence d'ondes stationnaires entre les deux plaques, les murs imposent une condition limite de résonance demi-onde qui se répète à chaque harmonique.

La fréquence de coïncidence reste la même, car il y a deux plaques identiques.

Enfin un mot général sur l'affaiblissement, on constate que les performances en très basse fréquences tendent tout deux à zéros, mais sont amélioré de quasiment 6dB en suivant la loi de 6 dB par octave jusqu'à la fréquence de respiration où l'absorption devient minimale. La pente de la cloison double change pour devenir une pente de 12dB par octave. Le comportement à la fréquence de coïncidence reste le même pour les deux configurations mais les performances de la double cloison sont supérieures de manière générale. Les fréquences de résonances demi ondes mitigent cependant les résultats, mais ils pourraient être compensés en rajoutant un matériau amortissant.

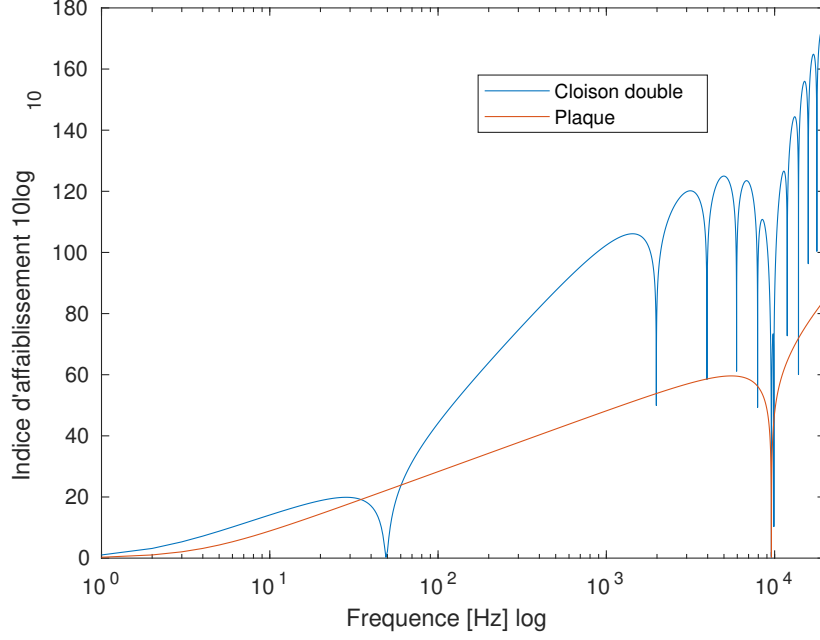


FIGURE 3.1 – Affaiblissement pour une double cloison et pour deux plaques simples montrant les fréquences de respiration de la double cloison à $f_n = 420$ Hz, et fréquences de coïncidence $f_{coin(1)} = 26232$ Hz $f_{coin(2)} = 13329$ Hz.

Plaque 1 : $h_1 = 5$ mm, $E_1 = 12.6$ GPa, $\rho = 750$ Kg/m³ $\nu = 0.245$

Plaque 2 : $h_2 = 10$ mm, $E_2 = 12.2$ GPa, $\rho = 750$ Kg/m³ $\nu = 0.245$

3.4 Transmission acoustique par une triple cloison infinie (3 plaques)

Afin de choisir la configuration finale pour la confection de l'encoffrement, on essaie aussi d'étudier la transmission des ondes acoustique par triple cloison.

Le système est illustre dans la figure () et les équations du système triple cloison sont représentées ci-dessous :

Équations de continuités

Les équations de continuités sont :

$$\text{plaque 1} \begin{cases} \frac{\partial P_{1,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{1,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_1(x_3, t) \text{ à } x_1 = 0 \\ -\mu_1 \omega^2 w_1 + D_1 \nabla^4 w_1 = P_{1,1} + P_{1,2} - P_{2,1} - P_{2,2} \text{ à } x_1 = 0. \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\text{plaque 2} \begin{cases} \frac{\partial P_{2,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{2,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ \frac{\partial P_{3,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{3,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_2(x_3, t) \text{ à } x_1 = e \\ -\mu_2 \omega^2 w_2 + D_2 \nabla^4 w_2 = P_{2,1} + P_{2,2} - P_{3,1} - P_{3,2} \text{ à } x_1 = e. \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\text{plaque 3} \begin{cases} \frac{\partial P_{3,1}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{3,2}}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_3(x_3, t) \text{ à } x_1 = L \\ \frac{\partial P_4}{\partial x_1} = \rho_0 \omega^2 w_3(x_3, t) \text{ à } x_1 = L \\ -\mu_3 \omega^2 w_3 + D_3 \nabla^4 w_3 = P_{3,1} + P_{3,2} - P_4 \text{ à } x_1 = L. \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_0 \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref3} e^{+jk \cos \theta e}) + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk \cos \theta e} + A_{ref2} e^{jk \cos \theta e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} - A_{ref3} e^{jk \cos \theta e} = 0. \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3} e^{-jk \cos \theta L} + A_{ref3} e^{+jk \cos \theta L}) + \rho_0 \omega^2 C_3 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr4}) e^{-jk \cos \theta L} + \rho_0 \omega^2 C_3 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_3 + Dk^4 C_3 + A_{tr3} e^{-jk \cos \theta L} + A_{ref3} e^{jk \cos \theta L} - A_{tr4} e^{-jk \cos \theta L} = 0. \end{cases} \quad (3.25)$$

Sous forme de système on obtient en remplaçant , $e^{-jk \cos \theta e}$ par α_{ep} , $e^{+jk \cos \theta e}$ par α_{em} , $e^{-jk \cos \theta L}$ par α_{Lm} , $e^{+jk \cos \theta e}$ par α_{Lp} et $jk_0 \cos \theta$ par x

$$\begin{bmatrix} x & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x & x & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & D_1 k^4 - \mu_1 \omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{em} & \alpha_{ep} & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{em} & x \alpha_{ep} & \rho_0 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{em} & \alpha_{ep} & 0 & -\alpha_{em} & -\alpha_{ep} & D_2 k^4 - \mu_2 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{Lm} & x \alpha_{Lp} & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x \alpha_{Lm} & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{Lm} & \alpha_{Lp} & 0 & -\alpha_{Lm} & D_3 k^4 - \mu_3 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ C_1 \\ A_{tr3} \\ A_{ref3} \\ C_2 \\ A_{tr4} \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.5 Un modèle fini plus réaliste

3.6 Influence du matériau poreux

Le matériau poreux est une possibilité pour réduire l'influence des résonances sur l'indice d'affaiblissement. afin de modélisé celui-ci le modèle de Champoux-Allard-Johnson est utilisé. Les

paramètres utilisés sont ceux d'une laine de verre qui on été trouvés sur l'article . Bien que ces paramètres ne sont probablement pas exactement les mêmes que ceux de la laine qui va être utilisé, ils peuvent servir de référence pour voir comment se comporte l'encoffrement avec amortissement.

Le cas étudié est un double encoffrement dont le milieu possède de la laine de verre. En repartant des équations de continuités écrite plus haut , on peut écrire à nouveau les équations et écrire le système :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta (-1 + A_{ref}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3} = -\rho_0 \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} + A_{ref2}) e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} = -\rho_p \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_1 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_1 e^{-jkx_3} = -e^{-jk_0 \sin \theta x_3} - A_{ref} e^{-jk_0 \sin \theta x_3} + A_{tr2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} + A_{ref2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} \\ jk_p \cos \theta (-A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{+jk_p \cos \theta_p e}) e^{-jk_p \sin \theta_p x_3} = -\rho_p \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} = -\rho_0 \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} \\ -\mu \omega^2 C_2 e^{-jkx_3} + Dk^4 C_2 e^{-jkx_3} = -A_{tr2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3 - jk_p \cos \theta_p e} - A_{ref2} e^{-jk_p \sin \theta_p x_3 + jk_p \cos \theta_p e} + A_{tr3} e^{-jk_0 \sin \theta x_3 - jk_0 \cos \theta e} \end{cases} \quad (3.27)$$

Les conditions de continuités de vitesse entre les milieux et les plaques entraînent :

$$k_0 \sin \theta = k_p \sin \theta_p = k. \quad (3.28)$$

L'angle θ_p peut être calculé par :

$$\theta_p = \arcsin \frac{k_0 \sin \theta}{k_p}. \quad (3.29)$$

Le système devient :

$$\begin{cases} jk_0 \cos \theta A_{ref} + \rho_0 \omega^2 C_1 = jk_0 \cos \theta \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} + A_{ref2}) + \rho_p \omega^2 C_1 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_1 + Dk^4 C_1 + A_{ref} - A_{tr2} - A_{ref2} = -1 \\ jk_p \cos \theta_p (-A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{+jk_p \cos \theta_p e}) + \rho_p \omega^2 C_2 = 0 \\ jk_0 \cos \theta (-A_{tr3}) e^{-jk \cos \theta e} + \rho_0 \omega^2 C_2 = 0 \\ -\mu \omega^2 C_2 + Dk^4 C_2 + A_{tr2} e^{-jk_p \cos \theta_p e} + A_{ref2} e^{+jk_p \cos \theta_p e} - A_{tr3} e^{-jk \cos \theta e} = 0. \end{cases} \quad (3.30)$$

Sous forme de système on obtient (en remplaçant $\cos \theta$ par Θ et $\cos \theta_p$ par Θ_p)

$$\begin{bmatrix} jk_0 \Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_0 \omega^2 & 0 \\ 0 & -jk_p \Theta_p & jk_p \Theta_p & 0 & \rho_p \omega^2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 & 0 \\ 0 & -jk_p \Theta_p e^{-jk_p \cos \theta_p e} & jk_p \Theta_p e^{+jk_p \cos \theta_p e} & 0 & 0 & \rho_p \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_0 \Theta e^{-jk_0 \cos \theta e} & 0 & \rho_0 \omega^2 \\ 0 & +e^{-jk_p \cos \theta_p e} & +e^{+jk_p \cos \theta_p e} & -e^{-jk_0 \cos \theta e} & 0 & -\mu \omega^2 + Dk^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ref} \\ A_{tr2} \\ A_{ref2} \\ A_{tr3} \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jk_0 \Theta \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Le résultat pour les la même configuration que précédemment avec la laine de verre est donné figure ??, on voit que les pics liés aux ondes stationnaires sont disparus. Bien que ce soir le résultat escompté, la disparition est totale, ce qui laisse planer un doute quand aux résultats. Ces résultats seront comparé avec les résultats de la méthode de transfert de matrice dans la section suivante.

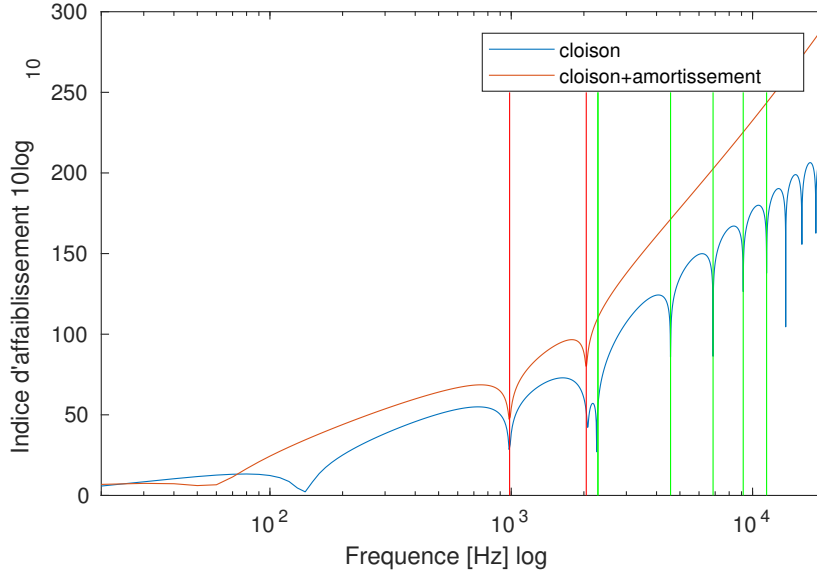


FIGURE 3.2 – Comparaison de l'indice d'affaiblissement d'une plaque double avec et sans amortissement. $\theta = 60^\circ$

3.7 Résonateur de Helmholtz

3.8 Matrice de transfert

La méthode des matrices transfert permet de décrire la propagation d'une onde dans un milieu, qu'il soit fluide, solide ou poreux. Elle permet de relier les pressions et vitesses de part et d'autre des couches et ainsi d'en obtenir la réponse.

On limite la représentation de la couche à une matrice 2x2, en considérant une onde plane traversant le milieu d'épaisseur finie h , avec un angle d'incidence θ , comme représenté sur la figure ??.

FIGURE 3.3 – Onde plane traversant une couche finie

La symétrie du problème permet de déduire les autres direction. On peut ainsi définir le champ acoustique en un point M en utilisant la pression acoustique P et la vitesse particulaire v_x à un point M' . Le vecteur d'état formé par ces deux composant est noté V . La matrice de transfert $[T_{gd}]$ permet d'écrire la relation entre les vecteurs d'état de part et d'autre du milieu fini considéré :

$$V(M) = [T_{gd}]V(M')$$

$$\begin{bmatrix} P(M) \\ v_x(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(M') \\ v_x(M') \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Tout l'intérêt des matrices de transferts réside dans le cas multi-couches, où le vecteur $V(M)$ s'écrit

en fonction de la multiplication des matrices associés au différentes couches :

$$\begin{aligned} V(M) &= [T_1][T_2][T_3][T_{\dots}]V(M') \\ &= [T]V(M') \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(M') \\ v_x(M') \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

où $[T]$ est une matrice globale $[2 \times 2]$ reliant la couche d'entrée à la couche de sortie.

3.8.1 Cas d'une couche fluide équivalente

Dans le cas d'une couche fluide ou poreuse dotée d'un comportement fluide-équivalent, le champ acoustique est décrit par la pression acoustique $P(M)$ et la composante $v_x(M)$ de la vitesse acoustique selon l'axe x :

$$V(M) = \begin{bmatrix} P(M) \\ v_x(M) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

La couche poreuse est pour sa part caractérisée par sa densité dynamique ρ et la composante selon l'axe x du nombre d'onde dans le fluide $k_x = (k_f^2 - k_f^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$, et on a :

$$[T_{fluide}] = \begin{bmatrix} \cos(k_x e) & j \frac{\omega \rho_f}{k_x} \sin(k_x e) \\ j \frac{k_x}{\omega \rho_f} \sin(k_x e) & \cos(k_x e) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$[T_{fluide}] = \begin{bmatrix} \cos(k_x e) & j \frac{Z_f}{\cos \theta} \sin(k_x e) \\ j \frac{\cos \theta}{Z_f} \sin(k_x e) & \cos(k_x e) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.8.2 Cas d'une couche élastique fine

En considérant une plaque fine avec une onde plane incidente θ . L'impédance de la plaque Z_p est définie par le ratio $(p_1 - p_2)/v_p$. En considérant la continuité des vitesse normal de part et d'autre de la plaque on peut écrire la matrice de transfert $[T_{plaque}]$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (3.37)$$

où l'expression de Z_p donné par est :

$$Z_p = \frac{D}{j\omega} [k^4 \sin^4 \theta - k_p^2 \omega^{3/2}], \quad (3.38)$$

avec D la rigidité de flexion, k nombre d'onde dans le fluide, θ l'angle d'arrivé dans le fluide et k_p le nombre d'onde dans la plaque donné respectivement par :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.39)$$

$$k_p = \sqrt[4]{\omega} \sqrt{\mu/D} \quad (3.40)$$

3.8.3 Lien avec l'indice d'affaiblissement

L'indice d'affaiblissement à déjà été défini précédemment par le ratio d'énergie transmise et incidente. dans le cours , il est montré que le l'énergie acoustique peut être écrite comme $I = \frac{1}{2} \Re \{p^* v\}$, qui peut être réécrit avec $Z_c = p/v$ par

$$I = \frac{1}{2} \Re \left\{ \frac{p^* p}{Z_c} \right\} = \frac{|p|^2}{2} \Re \left\{ \frac{1}{Z_c} \right\}. \quad (3.41)$$

En insérant l'Éq. ?? dans la définition de la transparence acoustique ?? on obtient :

$$\tau = \frac{|p_t|^2 \Re \{Z_{c1}\}}{|p_i|^2 \Re \{Z_{c2}\}}, \quad (3.42)$$

où Z_{c1} représente l'impédance caractéristique du coté de l'entrée et Z_{c2} du coté sortie. Ceci est illustré Figure ??, où la réponse de notre système peut être ramené à une matrice globale T [2x2] constitué de la multiplication matricielle des matrices de différentes couches considérées :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

La pression et la vitesse sont écrits du coté incident par :

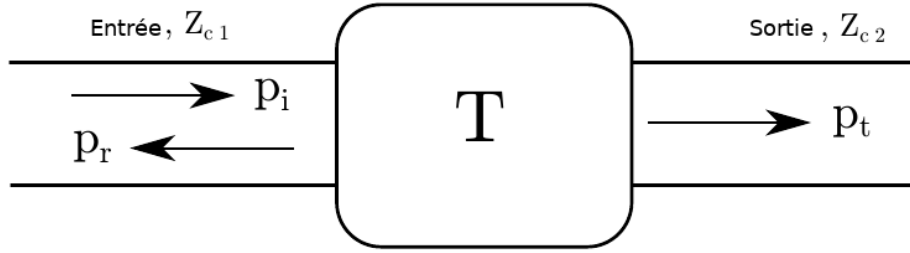


FIGURE 3.4 – Schéma matrice de transfert T globale exprimé par la pression $p_1 = p_i + p_r$ et $p_t = p_2$

$$\begin{aligned} p_1 &= p_i + p_r \\ v_1 &= \frac{(p_i - p_r)}{Z_{c1}}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

la pression et la vitesse sont écrits du coté transmis par :

$$\begin{aligned} p_2 &= p_t \\ v_2 &= \frac{p_t}{Z_{c2}}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

L'équation ?? permet d'écrire :

$$p_i = \frac{p_1 + v_1 Z_{c1}}{2}, \quad (3.46)$$

et en injectant p_1 et v_1 de l'Éq ?? :

$$p_i = \frac{T_{11} p_2 + T_{12} v_2 + Z_{c1} (T_{21} p_2 + T_{22} v_2)}{2}, \quad (3.47)$$

et en remplaçant les valeurs p_2 et v_2 par celles de l'Éq. ?? :

$$p_i = \frac{T_{11}p_t + p_t \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + p_t Z_{c1} (T_{21} + \frac{T_{22}}{Z_{c2}})}{2}, \quad (3.48)$$

finalemt on obtient en factorisant par p_t le ratio :

$$\frac{p_i}{p_t} = \frac{1}{2} \left[T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right]. \quad (3.49)$$

On peut maintenant exprimer le coefficient de transparence Éq.?? depuis le ratio trouvé Éq. ?? :

$$\tau = 4 \frac{\Re \{Z_{c1}\}}{\Re \{Z_{c2}\}} \left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right\|^{-2}. \quad (3.50)$$

L'indice d'affaiblissement peut donc s'écrire simplement par :

$$R = 10 \log_{10} \frac{\Re \{Z_{c1}\}}{\Re \{Z_{c2}\}} + 20 \log_{10} \left(\left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c2}} + Z_{c1} T_{21} + Z_{c1} \frac{T_{22}}{Z_{c2}} \right\| \right) - 6 \quad (3.51)$$

et dans le cas spécial d'air de chaque coté :

$$R = 20 \log_{10} \left\| T_{11} + \frac{T_{12}}{\rho_0 c_0} \cos \theta + \frac{\rho_0 c_0 T_{21}}{\cos \theta} + T_{22} \right\| - 6 \quad (3.52)$$

3.9 Influence de l'encoffrement : d'une plaque à un coffre

3.10 Influence de l'encoffrement : ajout du champ réverbéré

voir ref

Chapitre 4

Étude théorique : simulation et optimisation

Chapitre 5

Construction du prototype

Chapitre 6

Étude expérimentale et résultats

Chapitre 7

Conclusion