

# 上海工程技术大学

(勤奋、求是、创新、奉献)

2019 ~ 2020 学年 第二学期期末考试试卷

主考教师: 杨淑群 陈姗姗

学院 电子电气工程学院 班级                      姓名                      学号                     

## 《离散数学》课程试卷 A

(本卷考试时间 90 分钟)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总得分
题分	30	15	45	10					100
得分									

### 一、 选择题 (本题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

(请将选择题的答案填于下方表格内)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								
题号	9	10	11	12	13	14	15	
答案								

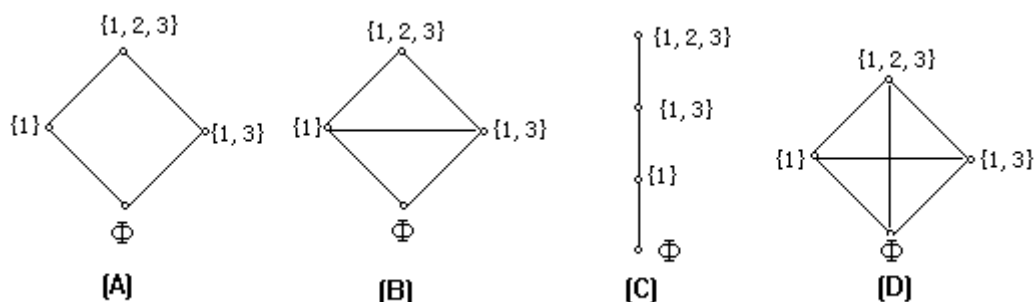
- 下列语句中, ( ) 是命题。  
(A) 我在说谎!                      (B) 下午有会吗?  
(C)  $x + 5 > 6$                       (D) 雪是白色的。
- 设  $S = \{\Phi, \{1\}, \{1, 2\}\}$ , 则有 ( )  $\subseteq S$ 。  
(A)  $\{\{1, 2\}\}$               (B)  $\{1, 2\}$               (C)  $\{1\}$               (D)  $\{2\}$ 。
- 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ , 则  $R$  具备 ( )。  
(A) 对称性              (B) 传递性              (C) 反对称性              (D) 自反性
- 下面说法中, 正确的是 ( )。  
(A) 函数不是二元关系。

(B) 任意两个函数都可以进行复合运算。

(C) 非空有限集  $A$  上的单射  $f: A \rightarrow A$  为满射。

(D) 前域相等并且对应法则相等的两个函数相等。

5. 设  $A = \{\Phi, \{1\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ , 则  $A$  上包含关系 “ $\subseteq$ ” 的哈斯图为 ( )



6.  $\langle A, \leq \rangle$  是偏序集,  $B \subseteq A$ , 下面结论正确的是 ( )。

(A)  $B$  的极大元  $b \in B$  且唯一

(B)  $B$  的极大元  $b \in A$  且不唯一

(C)  $B$  的上确界  $b \in A$  且唯一

(D)  $B$  的上界  $b \in B$  且不唯一

7. 谓词公式  $\forall (P(x) \vee \exists y R(y)) \rightarrow Q(x)$  中的变元  $x$  是 ( )。

(A) 自由变元

(B) 既不是自由变元也不是约束变元

(C) 约束变元

(D) 既是自由变元又是约束变元

8. 命题公式的范式中命题的全体大项的合取式为 ( )。

(A) 可满足式

(B) 矛盾式

(C) 永真式

(D) A, B, C 都有可能。

9. 一阶逻辑公式  $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$  的前束范式是 ( )。

(A)  $\exists x \exists y (\neg P(x) \vee Q(y))$

(B)  $\neg \forall x P(x) \vee \exists y Q(y)$

(C)  $\forall x \exists y \neg P(x) \vee Q(y)$

(D)  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))$

10. 给下列序列, 哪一个可构成无向简单图的顶点度数序列 ( )。

(A) (1, 1, 2, 2, 3)

(B) (1, 1, 2, 2, 2)

(C) (1, 2, 3, 4, 5)

(D) (1, 3, 4, 4, 5)

11. 设矩阵  $A(G)$  是有向图  $G = (V, E)$  的邻接矩阵, 其中第  $i$  行中值为 1 的元素数目为 ( )。

(A) 结点  $V_i$  的入度

(B) 结点  $V_i$  的度数

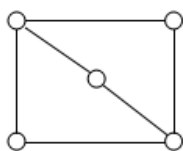
(C) 结点  $V_i$  的出度

(D) 结点的总度数

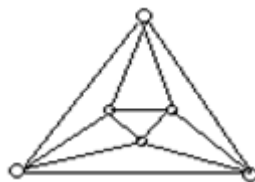
12. 一个连通无向图  $G$ , 若它的所有结点的度数都是偶数, 那么它具有有一条( )。

- (A) 哈密尔顿回路 (B) 欧拉回路 (C) 哈密尔顿通路 (D) 初级回路

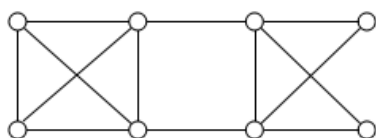
13. 下面图中, 属于哈密尔顿图的是( )。



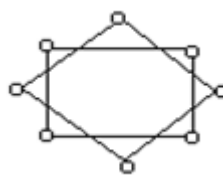
(A)



(B)



(C)



(D)

14.  $G=\langle V, E \rangle$  是简单有向图, 可达矩阵  $P(G)$  刻画下列哪种关系 ( )。

- (A) 点与点 (B) 点与边 (C) 边与点 (D) 边与边

15. 设图  $G$  是有 6 个顶点的连通图, 总度数为 20, 则从  $G$  中删去多少条边使之变成树? ( )。

- (A) 5 (B) 10 (C) 3 (D) 2

## 二、填空题 (本题共 10 个空, 每空 1.5 分, 共 15 分)

1. 设  $A=\{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B=\{1, 2, 4\}$ ,  $H=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 1,4 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,4 \rangle\}$ , 则  $\text{dom}H=$ \_\_\_\_\_。

2. 已知集合  $A=\{\emptyset, b, \{2\}\}$ , 则  $A$  的幂集为\_\_\_\_\_。

3. 设  $A, B, R$  是三个集合, 其中  $R$  是实数集,  $A=\{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \in R\}$ ,  $B=\{x \mid 0 \leq x < 2, x \in R\}$ , 则  $A-B=$ \_\_\_\_\_。

4.  $\{\emptyset, 1\} \times \{\{\emptyset\}, \{1\}\} =$ \_\_\_\_\_。

5. 写出  $P=\{a, b, c, d\}$  的最大划分 (即集中元素数目最多的划分)\_\_\_\_\_。

6. 设集合  $A=\{a, b, c, d, e\}$ ,  $A$  上二元关系  $R=\{\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle b, b \rangle\}$ ,  $S=\{\langle b, d \rangle, \langle c, a \rangle, \langle d, b \rangle\}$  则  $S \circ R^c =$ \_\_\_\_\_。

7. 若  $P$ : 他聪明;  $Q$ : 他用工, 则 “他虽聪明, 但不用功” 可符号为\_\_\_\_\_。

8. 命题公式  $P \rightarrow (Q \vee P)$  的真值为 \_\_\_\_\_。

9. 设图  $G=\langle V, E \rangle$ ,  $V=\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$  的邻接矩阵为  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 则从  $V_3$  到  $V_4$  长度为 2 的路有 \_\_\_\_\_ 条。

10. 无向树  $T$  中, 有 3 个度数为 2 的结点, 有 4 个度数为 3 的结点, 其余结点皆为叶结点。那么, 该树有 \_\_\_\_\_ 个叶结点。

### 三、计算题 (本题共 4 个小题, 共 45 分)

1. (本题 10 分) 设  $R$  是集合  $A=\{a, b, c, d\}$  上的二元关系, 其中  $R=\{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle\}$

(1) 求出  $r(R)$ ,  $s(R)$ ,  $t(R)$ ;

(2) 画出  $s(R)$ ,  $t(R)$  的关系图。

2. (本题 10 分) 求出命题公式  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$  的主合取范式, 并利用真值表法进行验证。

3. (本题 6 分) 已知无向图  $G$  有 12 条边,  $G$  中有 6 个 3 度结点, 其余结点的度数均小于 3, 问图  $G$  中至少有多少个结点?
4. (本题 7 分) 求出一棵带权为 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5 的最优二叉(元)树  $T$ , 并计算它的权  $W(T)$ 。
5. (本题 12 分) 利用推理理论构造下列推理的证明:  
前提:  $\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$ ,  $\exists x (A(x) \wedge H(x))$ , 结论:  $\exists x (B(x) \wedge H(x))$

#### 四、分析题（本题 10 分）

如下图所示的赋权图表示某七个城市 $V_1, V_2, \dots, V_7$ 及预先算出它们之间的一些直接通信的造价（单位：万元），试利用 Kruskal 算法（避圈法）给出一个设计方案，使得各城市之间既能够通信又使总造价最小，并求出最小的总造价。

