

SAÜ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ  
METALURJİ VE MALZEME MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ  
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. Diferensiyel denklemlerin çözüm tanımından hareketle  $y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonunun  $y' + 3y = 3x^2e^{-3x}$  denkleminin çözümü olduğunu gösteriniz.
2.  $(2x + 3y)dx + (y - x)dy = 0$  denkleminin çözümünü bulunuz.
3.  $y' = p$  olmak üzere  $y = xp + (1 + p^2)$  denkleminin çözümlerini bulunuz.
4.  $y''' + 9y'' + 9y' = x^2e^{-3x}$  denklemini veriliyor. Bu denkleme ilişkin homojen kısma ait  $y_h$  çözümünü elde ediniz. Daha sonra ise  $y_p$  özel çözümünün belirsiz katsayılar metodu ile nasıl seçilmesi gerektiğini nedenleri ile belirtiniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayınız.)

SÜRE: 70 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİZ

## Metallurji

1)  $y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonunu ve

$$y' = 3x^2 e^{-3x} - 3e^{-3x}(x^3 + c) \quad \text{türevini verken}$$

denklemden yeriye yazalım.

$$3x^2 e^{-3x} - 3e^{-3x}(x^3 + c) + 3(x^3 + c)e^{-3x} = 3x^2 e^{-3x} \quad \text{oldu dan}$$

$y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonu  $y' + 3y = 3x^2 e^{-3x}$  denkleminin  
çözümüdür.

---

2)  $(2x + 3y) dx + (y - x) dy = 0$  Homojen  $y = vx$   
 $dy = v dx + x dv$

$$(v^2 + 2v + 2) dx + x(v - 1) dv = 0$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{v-1}{v^2+2v+2} dv = 0$$

$$\ln x + \frac{1}{2} \ln(v^2 + 2v + 2) - 2 \arctan(v+1) = C_1$$

$$v = \frac{y}{x} \quad \text{ile}$$

$$\ln x + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{y^2}{x^2} + 2\frac{y}{x} + 2\right) - 2 \arctan\left(\frac{y}{x} + 1\right) = 0$$

3)  $y = xp + (1+p^2)$  (Clairaut)  
 $x$ 'e göre türev alalım  $\frac{dy}{dx} = p + x \frac{dp}{dx} + 2p \frac{dp}{dx} = 0$

$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{y = cx + 1 + c^2}$  Genel Çözüm

$\left. \begin{array}{l} x + 2p = 0 \\ y = xp + 1 + p^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = -\frac{x}{2} \\ y = x(-\frac{x}{2}) + 1 + (-\frac{x}{2})^2 \end{array}$

$y = -\frac{x^2}{2} + 1 + \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4}$

$\boxed{y = 1 - \frac{x^2}{4}}$  Aykırı Çözüm

4)  $y''' + 9y'' + 9y' = x^2 e^{-3x}$

$y''' + 9y'' + 9y' = 0 \quad r^3 + 9r^2 + 9r = 0$

$r(r^2 + 9r + 9) = 0 \quad r_1 = 0 \quad r_2 = r_3 = -3$   
 $\{1, e^{-3x}, x e^{-3x}\}$

$y_h = C_1 + C_2 e^{-3x} + C_3 x e^{-3x}$

$y_p = x^2 (Ax^2 + Bx + C) e^{-3x}$

↓

$r_2 = r_3 = -3$