

**Контрольная работа №2 (14.10.2023)**

**Вариант 1**

**1.** Пользуясь фундаментальной системой решений, найти общее решение:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_4 + x_5 + x_6 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_4 + 2x_5 - x_6 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 + 3x_5 = 2. \end{cases}$$

**2.** При каждом значении параметра  $\lambda$  исследовать систему и для тех  $\lambda$ , для которых она совместна, указать, какие неизвестные могут быть выбраны свободными:

$$\begin{cases} \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 - 2x_2 + (1 + \lambda)x_3 = 1 + \lambda. \end{cases}$$

**3.** Площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , равна 2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$  и  $2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$ .

**4.** Известны две смежные вершины  $A(3, 7)$ ,  $B(-4, 1)$  квадрата  $ABCD$ . Найти координаты двух других его вершин.

**5.** В треугольнике  $ABC$  заданы уравнения стороны  $AC$ :  $x - 2y + 7 = 0$  и медиан  $AM$ :  $x + y - 5 = 0$ ,  $CL$ :  $2x + y - 11 = 0$ . Составьте уравнение высоты, опущенной в треугольнике из вершины  $A$ .

**6.** Составить уравнение плоскости, содержащей начало координат и проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x - 3y + z - 2 = 0$ ,  $5x + y - 3z + 7 = 0$ .

**7.** Найти ортогональную проекцию точки  $(-3, 6, 1)$  на прямую пересечения плоскостей  $x + 3y + z - 10 = 0$ ,  $-x + y + z - 4 = 0$ .

**8.** Составить уравнение биссектрисы острого угла между прямыми  $7x - y + 7 = 0$  и  $3x - 3y - 5 = 0$ .

**Контрольная работа №2 (14.10.2023)**

**Вариант 2**

1. Пользуясь фундаментальной системой решений, найти общее решение:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 7, \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = 13. \end{cases}$$

2. При каждом значении параметра  $\lambda$  исследовать систему и для тех  $\lambda$ , для которых она совместна, указать, какие неизвестные могут быть выбраны свободными:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 - \lambda, \\ x_1 - \lambda x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + (3 - \lambda)x_3 = -2. \end{cases}$$

3. Площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , равна 1. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $4\mathbf{a} - \mathbf{b}$  и  $\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ .

4. Известны две несмежные вершины  $A(2, 9)$ ,  $C(0, 5)$  квадрата  $ABCD$ . Найти координаты двух других его вершин.

5. В треугольнике  $ABC$  заданы вершина  $A(2, -3)$ , уравнения стороны  $BC$ :  $x + 2y - 7 = 0$  и высоты  $CH$ :  $3x + 4y - 15 = 0$ . Составьте уравнение медианы  $AM$ .

6. Составить уравнение плоскости, содержащей ось  $Oz$  и параллельной вектору  $\{3, 11, 5\}$ .

7. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую пересечения плоскостей  $x + y - 2z + 7 = 0$ ,  $-2x + y + z - 8 = 0$ .

8. Определить, в каком угле – остром или тупом – между прямыми  $x + 7y + 6 = 0$ ,  $2x - 5y - 13 = 0$  расположена точка  $(1, -2)$ .