

ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS
STUDI KASUS : PENGARUH ANGKA HARAPAN HIDUP, LAMA SEKOLAH DAN
PENGELUARAN PER KAPITA TERHADAP INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA
KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI YOGYAKARTA TAHUN 2019-2021

Makalah ini disusun untuk memenuhi tugas mata kuliah Model Linear

Dosen Pengampu: Ary Santoso, M.Si.



Disusun oleh:

Ananda Aprilia	11210940000032
Adzkia Khairunnisa Azzahra	11200940000026
Winda Ayu Mei Lestari	11200940000066
Ghazi Al Ghifari	11210940000001
Fadli Naufal Ardianto	11210940000005
Adinda Anas Qolbu	11210940000011
Puput Hanifah Nuranisa	11210940000017
Nurliana	11210940000026
Ferdian Adi Pratama	11210940000038

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SYARIF HIDAYATULLAH JAKARTA
2023 M/1444 H

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur ke hadirat Allah SWT karena atas berkat rahmat dan karunia-Nya kami dapat menyelesaikan makalah yang berjudul **“PENGARUH ANGKA HARAPAN HIDUP, LAMA SEKOLAH DAN PENGELUARAN PER KAPITA TERHADAP INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI YOGYAKARTA TAHUN 2019-2021”** dengan baik dan tepat waktu.

Makalah ini merupakan tugas kelompok mata kuliah Model Linear dengan dosen pengampu yaitu Bapak Ary Santoso, M.Si. Kami berharap makalah ini dapat membantu dan menambah wawasan bagi para pembaca.

Jelas bahwa selesainya makalah ini tidak lepas dari adanya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Untuk itu kami sangat berterima kasih kepada semua yang berperan penting dalam penyelesaian makalah ini, antara lain:

- Bapak Ary Santoso M.Si. selaku Dosen Pengampu Model Linear Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.
- Anggota Kelompok 4 mata kuliah Model Linear kelas 4A Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.
- Seluruh pihak yang telah membantu kami dalam menyusun makalah ini.

Kami menyadari bahwa dalam penyusunan makalah ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu kami mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca agar ke depannya bisa melakukan perbaikan demi hasil yang lebih baik. Terakhir, kami berharap semoga makalah ini dapat bermanfaat dan tercapai sesuai apa yang diharapkan.

Wassalammu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Ciputat, 10 Juni 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
DAFTAR TABEL	iv
DAFTAR GAMBAR.....	v
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Batasan Masalah.....	1
1.4 Tujuan.....	1
BAB II METODOLOGI.....	3
2.1 Susunan Tim.....	3
2.2 Lembar Kerja Tim.....	3
2.3 Laporan Telemeeting.....	4
2.4 Rencana Kegiatan dan Waktu	5
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	6
3.1 Pengertian Asumsi Homoskedastisitas.....	6
3.2 Dampak bagi Model Regresi jika Asumsi Homoskedastisitas dilanggar	8
3.2.1 Penyebab Heteroskedastisitas	8
3.2.2 Akibat atau Konsekuensi Adanya Heteroskedastisitas.....	9
3.3 Pemeriksaan Asumsi Homoskedastisitas	10
3.3.1 Uji Grafik.....	10
3.3.2 Uji White	11
3.3.3 Uji Breusch-Pagan Godfrey.....	12
3.3.4 Uji Glejser.....	13
3.4 Solusi Jika Terjadi Pelanggaran pada Asumsi Homoskedastisitas	13
3.5 Script R untuk memeriksa Asumsi Homoskedastisitas.....	15
3.6 Studi Kasus.....	17
3.6.1 Uji Homoskedastisitas	17
3.6.1.1 Uji Grafik	19
3.6.1.2 Uji White.....	20
3.6.1.3 Uji Breusch-Pagan Godfrey	20
3.6.1.4 Uji Glejser.....	20
3.6.2 Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas	21

3.6.2.1 Metode Transformatif Data.....	21
3.6.2.2 Metode <i>Weighted Least-Square</i> (WLS).....	22
3.6.2.3 Metode Generalized Least-Square (GLS).....	23
3.6.2.4 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode Transformatif Data ...	24
3.6.2.5 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode WLS	25
3.6.2.6 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode GLS	25
BAB IV PENUTUP	27
4.1 Kesimpulan.....	27
DAFTAR PUSTAKA.....	28

DAFTAR TABEL

Tabel 1 Susunan Tim	3
Tabel 2 Lembar Kerja Tim	4
Tabel 3 Laporan Telemeeting.....	5
Tabel 4 Rencana Kegiatan dan Waktu.....	5

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Ilustrasi homoskedastisitas.....	6
Gambar 2 Error dengan sifat homoskedastisitas.....	7
Gambar 3 Error dengan sifat heteroskedastisitas.....	8
Gambar 4 Ilustrasi perbedaan homoskedastisitas dan heteroskedastisitas	11

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan sebuah ilmu yang mempelajari bagaimana cara merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, lalu menginterpretasikan, dan akhirnya mempresentasikan data. Ilmu statistika memiliki pengaruh yang besar dalam kehidupan. Dalam statistika analisis yang sering digunakan yaitu analisis regresi, untuk menggambarkan hubungan dua atau lebih variabel dan menaksir nilai variabel berdasarkan pada nilai tertentu. Terdapat banyak macam asumsi dalam menentukan atau mencari sebuah nilai regresi. Makalah ini akan menjelaskan salah satu asumsi dalam statistika yaitu asumsi homoskedastisitas.

Homoskedastisitas merupakan salah satu asumsi klasik pada analisis regresi linear agar model bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Homoskedastisitas juga dapat diartikan sebagai kondisi di mana setiap sisaannya terdapat variansi yang sama. Salah satu pelanggaran terhadap asumsi klasik yang sering terjadi yaitu terjadinya heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas terjadi jika variansi dari *error* suatu pengamatan ke pengamatan lain terjadi ketidaksamaan (tidak konstan). Permasalahan heteroskedastisitas merupakan salah satu bentuk pelanggaran asumsi klasik yang dapat menimbulkan permasalahan yang cukup serius. Heteroskedastisitas umumnya terjadi pada data *cross-section*, yaitu data yang diambil pada satu waktu, yang mewakili berbagai ukuran (kecil, sedang dan besar).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas kami akan menyelidiki mengenai:

1. Apa yang dimaksud dengan asumsi homoskedastisitas?
2. Apa saja dampak atau akibat bagi model regresi yang dihasilkan jika asumsi homoskedastisitas dilanggar?
3. Bagaimana memeriksa atau melakukan pengujian pada asumsi homoskedastisitas?
4. Bagaimana mengatasi jika terjadi pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas?

1.3 Batasan Masalah

Dalam makalah ini memiliki batasan-batasan masalah sebagai berikut:

1. Dalam menyelidiki adanya asumsi homoskedastisitas akan digunakan uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan Godfrey, dan uji Glejser.
2. Metode yang digunakan dalam mengatasi unsur heteroskedastisitas adalah metode transformasi data, metode *Weighted Least Square (WLS)* dan metode *Generalized Least-Square (GLS)*.

1.4 Tujuan

Adapun tujuan dari makalah ini yaitu:

1. Untuk mengetahui apa yang dimaksud dengan asumsi homoskedastisitas.
2. Untuk menyelidiki akibat bagi model regresi yang dihasilkan jika asumsi homoskedastisitas dilanggar.
3. Untuk menyelidiki cara memeriksa atau melakukan pengujian pada asumsi homoskedastisitas.

4. Untuk mengetahui bagaimana cara mengatasi jika terjadi pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas.

BAB II METODOLOGI

2.1 Susunan Tim

Posisi	Nama	NIM
Ketua	Ananda Aprilia	11210940000032
Anggota	Adzkia Khairunnisa Azzahra	11200940000026
	Winda Ayu Mei Lestari	11200940000066
	Ghazi Al Ghifari	11210940000001
	Fadli Naufal Ardianto	11210940000005
	Adinda Anas Qolbu	11210940000011
	Puput Hanifah Nuranisa	11210940000017
	Nurliana	11210940000026
	Ferdian Adi Pratama	11210940000038

Tabel 1 Susunan Tim

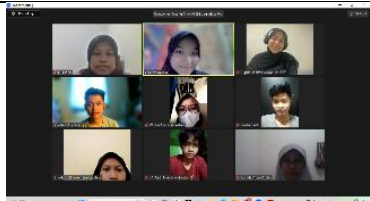
2.2 Lembar Kerja Tim



No	Nama	Deskripsi Tugas
1	Ananda Aprilia	<ul style="list-style-type: none"> - Penjelasan mengenai pemeriksaan untuk melakukan pengujian pada Asumsi Homoskedastisitas - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat PPT
2	Adzkia Khairunnisa Azzahra	<ul style="list-style-type: none"> - Penjelasan mengenai solusi untuk mengatasi jika terjadi pelanggaran pada Asumsi Homoskedastisitas - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat PPT
3	Winda Ayu Mei Lestari	<ul style="list-style-type: none"> - Membuat Kata Pengantar dan Bab 1 Pendahuluan - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat PPT
4	Ghazi Al Ghifari	<ul style="list-style-type: none"> - Membuat <i>script</i> R untuk melakukan pengujian dan mengatasi pelanggaran pada Asumsi Homoskedastisitas - Membuat PPT
5	Fadli Naufal Ardianto	<ul style="list-style-type: none"> - Membuat Kata Pengantar dan Bab 1 pendahuluan - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat Poster dan PPT
6	Adinda Anas Qolbu	<ul style="list-style-type: none"> - Penjelasan mengenai dampak bagi model regresi yang dihasilkan jika Asumsi Homoskedastisitas dilanggar

		<ul style="list-style-type: none"> - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat PPT
7	Puput Hanifah Nuranisa	<ul style="list-style-type: none"> - Membuat Bab 2 Metodologi, Kata Pengantar, Daftar isi, tabel, dan gambar - Membantu penjelasan mengenai pemeriksaan untuk melakukan pengujian pada Asumsi Homoskedastisitas - Menggabungkan dan merapikan makalah - Membuat PPT
8	Nurliana	<ul style="list-style-type: none"> - Pencarian studi kasus dan terapannya, yaitu dari pemeriksaan hingga mengatasi pelanggaran asumsi - Membuat PPT
9	Ferdian Adi Pratama	<ul style="list-style-type: none"> - Penjelasan mengenai pengertian dari Asumsi Homoskedastisitas - Kesimpulan - Daftar Pustaka - Membuat Poster dan PPT

Tabel 2 Lembar Kerja Tim

2.3 Laporan Telemeeting

No	Tanggal	Agenda	Daftar Hadir	Link Record	Foto Telemeeting
1	8/6/2023	Pembagian tugas dan penetapan <i>timeline</i>	Hadir semua	https://bit.ly/AllRecordTelemeeting	
2	11/6/2023	Pembahasan mengenai <i>draft</i> awal Makalah	Hadir semua		
3	18/6/2023	Pembahasan untuk PPT dan Poster, serta presentasi masing-masing bagian	Hadir semua		

4	21/6/2023	Pembahasan revisi Makalah, Poster dan PPT	Hadir semua		
5	25/6/2023	Pembahasan fiksasi Makalah, Poster dan PPT	Hadir semua		

Tabel 3 Laporan Telemeeting

2.4 Rencana Kegiatan dan Waktu

Juni 2023						
Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu	Minggu
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
			Telemeeting 1 dan pembagian jobdesk	Pengerjaan Draft Awal Makalah		Telemeeting 2 Draft Awal Makalah
12	13	14	15	16	17	18
Pengerjaan Makalah						Telemeeting 3 pembahasan PPT dan Poster, serta presentasi
19	20	21	22	23	24	25
Pengerjaan Poster dan PPT serta Revisi Makalah		Telemeeting 4 revisi Makalah, Poster dan PPT	Revisi Makalah, PPT, dan Poster			Telemeeting 5 fiksasi Makalah, Poster dan PPT
26	27	28	29	30		
	Pengumpulan Project					

Tabel 4 Rencana Kegiatan dan Waktu

BAB III

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pengertian Asumsi Homoskedastisitas

Homoskedastisitas merupakan salah satu asumsi klasik pada analisis regresi linear agar model bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Homoskedastisitas dapat diartikan sebagai kondisi di mana terdapat variansi yang sama dari setiap sisaannya. (Celik, 2017). Berikut adalah persamaan dari asumsi homoskedastisitas:

$$\text{Var}(e_i^2) = E(e_i^2) = \sigma^2$$

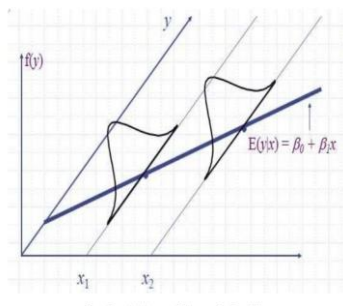
Keterangan:

$\text{Var}(e_i^2)$: Variansi sisaan ke-i

$E(e_i^2)$: Ekspektasi sisaan ke-i

σ^2 : Variansi sisaan

Asumsi homoskedastisitas menyatakan bahwa nilai-nilai variansi sisaan tidak tergantung pada nilai-nilai variabel bebas. Setiap variansi sisaan akan tetap sama baik untuk variabel bebas bernilai kecil maupun besar (Celik, 2017). Berikut adalah ilustrasi dari asumsi homoskedastisitas:



Gambar 1 Ilustrasi homoskedastisitas

Supaya estimator OLS yang diperoleh nantinya memenuhi sifat efisien, maka asumsi ini harus dipenuhi. Jika asumsi ini tidak dipenuhi, estimator yang dimiliki tetap memiliki sifat tidak bias (*unbiased*) namun standar *error* dari estimator yang dihasilkan tidak lagi minimum. Untuk model regresi standar (Wooldridge, 2009):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + e_i$$

Estimator slope β_1 tetap dapat merepresentasikan nilai populasinya (tidak bias). Akan tetapi, standar *error* dari estimator tersebut tidak lagi valid. Mengingat, standar *error* ini digunakan untuk mengevaluasi signifikansi t dari estimator:

$$t = \frac{\beta_1}{SE(\beta_1)}$$

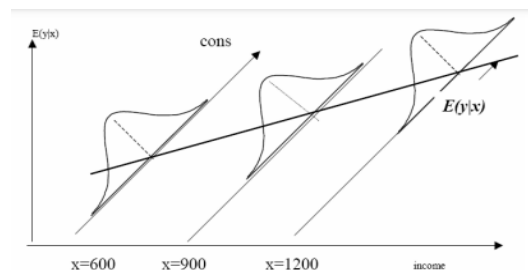
maka nilai t-hitung yang diperoleh juga tidak lagi valid. Akibatnya, kesimpulan dari uji hipotesis menggunakan statistik t bisa jadi salah.

Selain asumsi homoskedastisitas, terdapat juga heteroskedastisitas, yaitu keadaan di mana terdapat variansi sisaan yang berbeda dari suatu observasi ke observasi lainnya, atau nilai-nilai variansi sisaan tergantung pada nilai-nilai variabel bebas (X). Heteroskedastisitas dalam suatu model regresi akan mengakibatkan estimasi Metode Kuadrat Terkecil (MKT) tetap tidak bias (*unbiased*) dan konsisten, tetapi estimasi tersebut tidak efisien. Jika tetap menggunakan estimasi MKT dalam kondisi heteroskedastisitas, maka berakibat variansi estimasi parameter koefisien regresi akan *underestimate* (mengestimasi terlalu rendah) atau *overestimate* (mengestimasi terlalu tinggi). Heteroskedastisitas juga menyebabkan hasil dari uji t dan uji F tidak valid dan selang kepercayaan tidak dapat dibuat (Syukriyah, 2011).

Satu di antara asumsi-asumsi penting model regresi linear adalah variansi sisaan sama atau homogen untuk setiap observasi (homoskedastisitas). Homoskedastisitas memiliki arti bahwa variansi *error* bersifat konstan (tetap) (Kusrini, 2010). Secara simbolik keadaan homoskedastisitas dapat ditulis dalam bentuk $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$. Bila terjadi homoskedastisitas dan tidak terjadi autokorelasi maka matriks varian-kovarian *error* yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$V = E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

Secara grafis diilustrasikan pada gambar berikut:

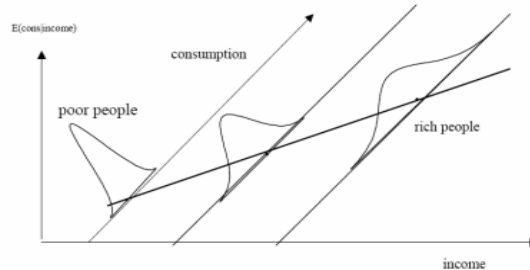


Gambar 2 Error dengan sifat homoskedastisitas

Di sisi lain asumsi heteroskedastisitas merupakan kebalikan dari asumsi homoskedastisitas, sehingga asumsi heteroskedastisitas dapat dikatakan sebagai masalah pelanggaran dari asumsi homoskedastisitas. Heteroskedastisitas memiliki arti bahwa variansi dari *error* model regresi tidak konstan, atau variansi *error* satu dengan yang lain tidak sama. Secara simbolik keadaan heteroskedastisitas dapat ditulis dalam bentuk $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$ untuk semua i , $i = 1, 2, \dots, n$ (Widarjono, 2007). Ketika heteroskedastisitas terjadi maka matriks varian-kovarian yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$V = E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Secara grafis diilustrasikan pada gambar berikut:



Gambar 3 Error dengan sifat heteroskedastisitas

Perbedaan keduanya terletak pada indeks i yang ada pada σ^2 , hal ini menunjukkan bahwa nilai *error* yang memiliki sifat heteroskedastisitas berubah bersamaan dengan perubahan pengamatan ke- i . Masalah heteroskedastisitas sering terjadi pada data *cross-section*.

3.2 Dampak bagi Model Regresi jika Asumsi Homoskedastisitas dilanggar

3.2.1 Penyebab Heteroskedastisitas

Berikut beberapa penyebab terjadinya heteroskedastisitas:

- Situasi *Error Learning*, *error learning* merupakan metode dasar untuk memecahkan masalah. Ini diidentifikasi dengan upaya berulang dan bervariasi yang dilakukan sampai berhasil. Misalkan kita ingin mencari hubungan tingkat kesalahan pengetikan terhadap beberapa variabel, jika sampel yang digunakan bersifat *time series* maka seiring berjalannya waktu kesalahan pengetikan akan menurun. Pada kasus ini σ_i^2 akan mengecil.
- Kasus peningkatan pendapatan, dengan semakin meningkatnya pendapatan maka seseorang dapat lebih memiliki banyak pilihan dalam menggunakan pendapatannya, sehingga pada kasus ini σ_i^2 akan meningkat seiring dengan peningkatan pendapatan.
- Perbaikan teknik pengumpulan data akan menurunkan σ_i^2 .
- Adanya *Outlier*, *outlier* merupakan kondisi data yang mempunyai karakteristik sangat berbeda dari rata-rata sekumpulan data yang lain. Data *outlier* mempunyai nilai rata-rata yang tidak valid dan standar *error* yang relatif besar.
- Kesalahan spesifikasi. Pembentukan model yang tidak sesuai seperti memilih variabel yang tidak tepat akan menghasilkan model yang tidak valid.

3.2.2 Akibat atau Konsekuensi Adanya Heteroskedastisitas

Menurut Widarjono, apabila terjadi masalah heteroskedastisitas maka terdapat konsekuensi terhadap estimator OLS, dimana OLS masih dapat diperoleh namun terdapat kemungkinan tidak akan menghasilkan estimator linear tidak bias yang terbaik. Jika variansi estimator β_1 memuat heteroskedastisitas maka variansinya sebagai berikut:

$$var(\beta_1) = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2}; i = 1, 2, \dots, n$$

sementara itu variansi estimator β_1 tanpa masalah heteroskedastisitas adalah sebagai berikut:

$$var(\beta_1) = \frac{\sigma_i^2}{\sum x_i^2}$$

Dengan begitu adanya heteroskedastisitas menyebabkan estimator β_1 tidak lagi bervariasi minimum ketika kita menggunakan metode OLS. Maka dari itu, estimator β_1 yang diperoleh akan memiliki karakteristik sebagai berikut:

- Estimator metode OLS masih *unbiased*
- Estimator metode OLS masih linier
- Tetapi estimator-estimator OLS tidak lagi bervariasi minimum atau efisien (*no longer best*)

Sehingga dengan adanya heteroskedastisitas, maka estimator OLS tidak menghasilkan estimator yang *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Konsekuensi dari pelanggaran asumsi homoskedastisitas adalah sebagai berikut:

- Penduga OLS masih tetap *unbiased*, linear, dan konsisten, namun tidak lagi efisien (variansi tidak lagi minimum).
- OLS *no longer BLUE* (*Best Linear Unbiased Estimator*).
- Heteroskedastisitas meningkatkan variansi *error* bagi penduga slope.
- Apabila tetap menggunakan penaksiran OLS pada masalah heteroskedastisitas (dengan variansi konstan) maka akan menyebabkan variansi atau standar deviasi dan standar *error underestimate* serta selang kepercayaan yang terlalu sempit.
- Statistik uji t atau statistik uji F menjadi lebih besar dari yang sebenarnya, sehingga lebih sering menghasilkan penolakan H_0 . Ini akan menyebabkan type I error, yaitu kesalahan yang dibuat oleh peneliti karena menolak hipotesis nol (H_0), padahal hipotesis nol itu benar.

$$t \text{ hitung} = \frac{b_i - \beta_i}{sb_i} \quad Sb_i = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\sum (x_i - \bar{x})}$$

$$F \text{ hitung} = \frac{KTR}{KTS} = \frac{KTR}{e_i^2}$$

Keterangan:

b_i : Dugaan parameter sisaan ke-i

- β_i : Parameter koefisien ke-i
 Sb_i : Simpangan baku ke-i
 X_i : Variable bebas ke-i
 \bar{X} : Rata-rata variable bebas
 KTR : Kuadrat Tengah Regresi
 e_i^2 : Variansi sisaan ke-i

Dapat dilihat dari rumus-rumus diatas bahwa ragam sisaan memiliki pengaruh terhadap hasil yang akan diperoleh untuk uji T dan uji F.

6. Uji-uji tersebut menjadi kurang terpercaya.

Berdasarkan penjelasan di atas, heteroskedastisitas merupakan masalah yang serius karena mungkin merusak parameter yang menjadi standar dari regresi linear, seperti prosedur pengujian hipotesis dan estimator OLS yang tentunya sering digunakan. Oleh karena itu, dalam segala studi konkret, terutama yang mengimplikasikan data lintas-sektoral (cross section), kita harus memeriksa apakah kita menemui masalah heteroskedastisitas.

3.3 Pemeriksaan Asumsi Homoskedastisitas

Estimasi parameter model regresi linier berganda dengan metode OLS (*Ordinary Least Square*) harus bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) atau homoskedastisitas yaitu semua *error* mempunyai variansi sama atau konstan. Dalam memeriksa homoskedastisitas, harus menguji heteroskedastisitas pada model. Uji heteroskedastisitas bertujuan untuk memeriksa apakah terdapat perbedaan variansi dari *residual* pada suatu pengamatan ke pengamatan lainnya.

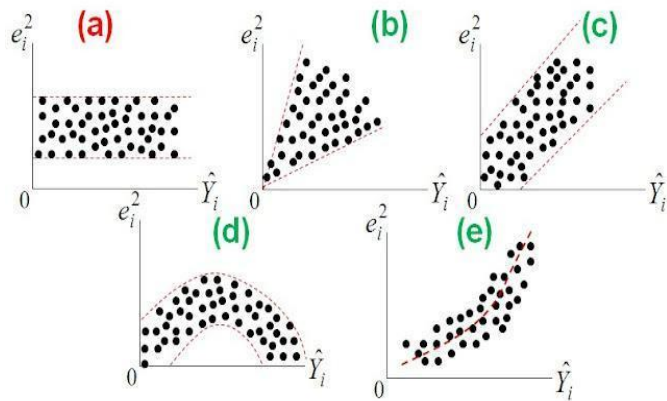
Gasperz, Vincent (1991) mengatakan bahwa heteroskedastisitas dapat mengakibatkan pendugaan parameternya tidak efisien sehingga tidak memiliki variansi minimum. Hal ini dikarenakan tidak ada variabel independen yang berkorelasi dengan *residual*. Apabila model mengalami heteroskedastisitas maka perlu diperbaiki untuk memperoleh persamaan yang tepat. Uji statistik yang biasa digunakan dalam uji heteroskedastisitas adalah uji grafik, uji White, uji Breusch-Pagan Godfrey, dan uji Glejser.

3.3.1 Uji Grafik

Uji grafik memeriksa pola *residual* (e_i^2) terhadap taksiran dari Y_i yaitu \hat{Y}_i . Pengamatan visual pada uji grafik dapat menggunakan *scatter plot*. Hasil *scatter plot* dari model yang memiliki gejala heteroskedastisitas adalah *residual* akan cenderung menyebar seiring bertambahnya nilai variabel independen. Uji grafik dengan *scatter plot* sangat efektif jika digunakan pada model regresi sederhana, namun masih relevan untuk digunakan pada model regresi berganda sehingga perlu dilakukan uji lainnya. Kriteria keputusan uji grafik sebagai berikut:

- Jika terdapat pola tertentu yang teratur (bergelombang, melebar lalu menyempit), maka model regresi heteroskedastisitas.
- Jika tidak ada pola yang jelas pada sumbu Y atau titik-titik menyebar ke atas dan ke bawah angka 0, maka model regresi tidak terdapat heteroskedastisitas.

Berikut perbedaan ilustrasi dari model yang mengalami homoskedastisitas dan heteroskedastisitas.



Gambar 4 Ilustrasi perbedaan homoskedastisitas dan heteroskedastisitas

Gambar (a) merupakan model homoskedastisitas karena tidak memiliki pola teratur. Sedangkan gambar (b), (c), (d) dan (e) merupakan model heteroskedastisitas karena memiliki pola yang teratur yaitu menyempit dan melebar ataupun bergelombang.

3.3.2 Uji White

Uji White dipublikasikan oleh Halbert White pada tahun 1980. Uji White merupakan salah satu uji heteroskedastisitas yang paling populer. Uji ini dilakukan dengan meregresikan *residual* kuadrat (e_i^2) dengan variabel bebas. Langkah-langkah uji White yaitu:

- Estimasi persamaan regresi dengan OLS dan ε_i

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

- Meregresikan model seperti di bawah ini

$$\varepsilon_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{1i} X_{2i} + \mu_i$$

- Hipotesis

H_0 : tidak terdapat heteroskedastisitas pada model

H_1 : terdapat heteroskedastisitas pada model

- Menentukan α

- Statistik uji

Menghitung nR^2 , di mana n adalah jumlah observasi dan R^2 adalah koefisien determinasi.

- Kriteria uji:

Jika $nR^2 > X_{\alpha,k}^2$ maka terdapat heteroskedastisitas pada model.

Jika $nR^2 < X_{\alpha,k}^2$ maka tidak terdapat heteroskedastisitas pada model.

3.3.3 Uji Breusch-Pagan Godfrey

Uji ini dikembangkan oleh Trevor Breusch dan Adrian Pagan pada tahun 1979. Uji ini dilakukan untuk memeriksa apakah variansi *error* bergantung pada nilai-nilai variabel independen. Misalkan terdapat persamaan regresi linear dengan jumlah variabel independen sebanyak n yaitu

$$\hat{Y} = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + e_i$$

Error variansi σ_i^2 diasumsikan sebagai berikut:

$$\sigma_i^2 = f(\alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \dots + \alpha_m Z_{mi}) \Leftrightarrow \sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{2i} + \dots + \alpha_m Z_{mi}$$

Di mana σ_i^2 adalah fungsi linear dari Z jika $\alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_m = 0$, maka $\sigma_i^2 = \alpha_1$. Langkah-langkah untuk melakukan uji Breusch-Pagan Godfrey yaitu:

a. Melakukan uji OLS persamaan

$$\hat{Y} = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + e_i$$

sehingga diperoleh nilai *residual*nya kemudian mencari

$$\sigma^2 = \frac{\sum \hat{e}_i^2}{n}$$

Keterangan:

σ^2 : Variansi

\hat{e}_i^2 : *Residual*

b. Mencari nilai p_i dengan cara:

$$p_i = \frac{\hat{e}_i^2}{\sigma^2}$$

c. Regresi p_i terhadap Z adalah

$$p_i = \alpha_0 + \alpha_1 Z_1 + v_i$$

Di mana v_i adalah *error* dari p_i terhadap $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ni}$.

Mencari ESS (*Explained Sum of Square*) dari persamaan $p_i = \alpha_0 + \alpha_1 Z_1 + v_i$, kemudian diperoleh

$$\phi = \frac{1}{2}(ESS)$$

Jika *residual* pada persamaan berdistribusi normal maka $\frac{1}{2}(ESS)$ berdistribusi Chi-Square (χ^2) sehingga $\phi = \frac{1}{2}(ESS) \sim \chi_{df}^2$. Karena variabel Z berjumlah m maka $df = (m-1)$.

Berikut langkah-langkah hipotesis untuk pengujian dengan uji Breusch Pagan Godfrey.

- a. Hipotesis
 H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas atau $var(e_i) = \sigma^2$
 H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas atau $var(e_i) \neq \sigma^2$
- b. Menentukan tingkat signifikansi (α). Tingkat signifikansi yang umum digunakan adalah 0.05 atau 0.01.
- c. Statistik uji

$$\phi = \frac{1}{2}(ESS)$$

- d. Kriteria uji
 H_0 ditolak jika $\phi_{hitung} > \chi^2_{(df;\alpha)}$
- e. Simpulan
 - i) Jika $\phi_{hitung} > \chi^2_{(df;\alpha)}$ maka data memiliki variansi galat bersifat heteroskedastisitas.
 - ii) Jika $\phi_{hitung} < \chi^2_{(df;\alpha)}$ maka data memiliki variansi galat bersifat homoskedastisitas.

3.3.4 Uji Glejser

Uji Glejser dilakukan dengan cara meregresikan nilai mutlak *residual* $|e_i|$ terhadap variabel bebas X yang berhubungan dengan variansi heteroskedastisitas σ_i^2 . Menurut Sumodiningrat (2002:271), bentuk-bentuk fungsi uji Glejser untuk memeriksa adanya heteroskedastisitas adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} |\hat{e}_i| &= \beta X_i + v_i \\ |\hat{e}_i| &= \beta \sqrt{X_i} + v_i \\ |\hat{e}_i| &= \frac{\beta}{X_i} + v_i \\ |\hat{e}_i| &= \frac{\beta}{\sqrt{X_i}} + v_i \\ |\hat{e}_i| &= \alpha + \beta X_i + v_i \\ |\hat{e}_i| &= \sqrt{(\alpha + \beta X_i) + v_i} \\ |\hat{e}_i| &= \sqrt{(\alpha + \beta X_i^2) + v_i} \end{aligned}$$

Di mana v_i adalah faktor kesalahan (*error*). Jika β pada regresi tersebut signifikan, maka terdapat heteroskedastisitas dalam data.

3.4 Solusi Jika Terjadi Pelanggaran pada Asumsi Homoskedastisitas

Heteroskedastisitas atau pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas adalah ketika sisaan bersifat tidak konstan, yaitu variansinya cenderung membesar sehingga tidak efisien yang menyebabkan penduga OLS yang diperoleh menjadi tak bias. Oleh karena itu, perlu

dilakukan perbaikan model untuk menghilangkan heteroskedastisitas tersebut. Untuk mengatasi masalah terjadinya heteroskedastisitas terdapat tiga cara, yaitu:

1) Transformasi Data

Transformasi data adalah mengubah bentuk data yang digunakan dalam model regresi. Transformasi yang sering digunakan untuk mengatasi heteroskedastisitas adalah transformasi *invers* logaritma natural dan transformasi logaritma natural.

a. Transformasi *Invers* Logaritma Natural

Pada transformasi ini, peubah-peubah ditransformasi ke dalam bentuk satu per logaritma natural dari peubah, yaitu misalnya peubah X_1 menjadi $\frac{1}{\ln|X_1|}$. Sehingga apabila model awalnya adalah:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + e$$

maka akan ditransformasi menjadi

$$\frac{1}{\ln|Y|} = b_0 + b_1 \frac{1}{\ln|X_1|} + b_2 \frac{1}{\ln|X_2|} + \dots + e$$

b. Transformasi Logaritma Natural

Pada Transformasi Logaritma Natural, peubah-peubah ditransformasi ke dalam bentuk logaritma natural dari peubah, yaitu misalnya peubah X_1 menjadi $\ln|X_1|$. Sehingga apabila model awalnya adalah:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + e$$

maka akan ditransformasi menjadi

$$\ln|Y| = b_0 + b_1\ln|X_1| + b_2\ln|X_2| + \dots + e$$

Setelah model ditransformasi, harus dilakukan pemeriksaan kembali, apakah masih terdapat heteroskedastisitas atau tidak. Jika masih, metode lainnya dapat dicoba.

2) *Weighted Least-Square* (WLS)

Menurut Montgomery dkk, model regresi dengan sisaan tidak konstan dapat diatasi dengan *Weighted Least Square Method* (WLS). WLS dapat menetralkan pelanggaran asumsi homoskedastisitas serta dapat menghilangkan sifat ketidakbiasan dari model dugaan OLS. Metode ini menggunakan pembobot yang proporsional terhadap *invers* dari variansi peubah respons sehingga diperoleh sisaan baru yang memiliki sifat seperti pada regresi dengan OLS. Sebagai Contoh, apabila kita memiliki model OLS berikut:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + e$$

maka model WLSnya adalah:

$$wY = b_0 + b_1w_1X_1 + b_2w_2X_2 + \dots + e$$

Dengan w merupakan pembobot yang dimaksud. Jika variansi sisaan proporsional terhadap X_i^2 , yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 X_i^2$ maka w yang digunakan adalah $\frac{1}{X_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Jika variansi sisaan proporsional terhadap X_i , yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 X_i$ maka w yang digunakan adalah $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Sementara jika variansi sisaan proporsional terhadap kuadrat rataannya, yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 [E(Y)]^2$ maka w yang digunakan adalah \hat{Y} yang diperoleh dengan cara melakukan regresi OLS dengan mengabaikan heteroskedastisitas. Penentuan nilai w ini tidaklah mutlak melainkan disesuaikan dengan keadaan variansi sisaan dari model yang dimiliki sedemikian sehingga ketika model diberikan pembobot (w), maka variansi sisaannya menjadi konstan (homoskedastisitas).

3) Generalized Least-Square (GLS)

Metode GLS memiliki kemampuan untuk mempertahankan sifat efisiensi penduganya tanpa harus kehilangan sifat tak bias dan kekonstanannya. Langkah-langkah membuat model GLS adalah dengan melakukan transformasi model kemudian menerapkan model OLS pada model yang telah ditransformasi. Misalkan model yang akan diestimasi adalah sebagai berikut:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$$

dengan e berada pada kondisi heteroskedastisitas dengan $\text{var}(e) = \sigma^2$.

Apabila kita mentransformasikan model yang akan diestimasi dengan cara membaginya dengan σ maka kita akan memperoleh bentuk sebagai berikut:

$$\frac{Y}{\sigma} = b_0 \left(\frac{1}{\sigma} \right) + b_1 \left(\frac{X_1}{\sigma} \right) + b_2 \left(\frac{X_2}{\sigma} \right) + \dots + \left(\frac{e}{\sigma} \right)$$

Yang secara ringkas dapat dituliskan sebagai:

$$Y^* = b_0^* + b_1 X_1^* + b_2 X_2^* + \dots + e^*$$

Perlu diperhatikan apabila kita mentransformasikan sisaan e dengan cara membaginya dengan σ maka kita akan memiliki sisaan yang baru, yaitu $e^* = \frac{e}{\sigma}$, yang memiliki variansi konstan, yaitu:

$$\text{var}(e^*) = \text{var}\left(\frac{e}{\sigma}\right) = \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \text{var}(e) = \left(\frac{1}{\sigma^2}\right) \sigma^2 = 1$$

Dengan demikian, model yang diestimasi telah bersifat homoskedastisitas.

3.5 Script R untuk memeriksa Asumsi Homoskedastisitas

Keterangan :

Y = "IPM"

X1 = "Angka Harapan Hidup"

X2 = "Rata-rata Lama Sekolah"

X3 = "Pengeluaran per Kapita disesuaikan"

```
#install packages
install.packages("car")
install.packages("lmtest")
install.packages("skedastic")

#panggil packages
library("car")
library("lmtest")
library("skedastic")

#input data
library(readr)
IPM_Kabupaten_Kota_DIY<- read_csv("C:/Users/Ghazi Al Ghifari/Downloads/IPM_Kabupaten_Kota_DIY.csv")
View(IPM_Kabupaten_Kota_DIY)

data = IPM_Kabupaten_Kota_DIY
data

#membuat model regresi linear berganda
model = lm(Y ~ X1 + X2 + X3, data)
model
summary(model)

#MENGUJI ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS

#uji grafik
plot(model)

#uji breusch-pagan
bptest(model)

#uji white
white(model)

#uji glejser
glejser(model)
```

Melakukan analisis regresi linear berganda dapat menggunakan perintah *lm()* lalu melakukan *summary* dari hasil analisis menggunakan perintah *summary()*. Pada perintah *summary()* berisikan *output Residual error*, *t value*, *t-hitung*, *R square*, dan *p-value*.

- Cara pertama untuk menguji asumsi homoskedastisitas dapat menggunakan *plot()* untuk mencari grafik plot "*Residuals vs Fitted*".
- Cara kedua lakukan uji breusch-pagan dengan fungsi *bptest()*. Test ini untuk memeriksa apakah variansi residu tergantung pada nilai variabel independen.
- Cara ketiga dengan uji white untuk melihat apakah data tersebut memiliki masalah heteroskedastisitas atau tidak, dengan menggunakan perintah *white()*.
- Cara keempat dengan uji glejser untuk meregresi nilai *absolute residual* variabel independen dengan persamaan regresi dengan menggunakan perintah *glejser()*.

#SOLUSI MENGATASI MASALAH HETEROSKEDASTISITAS

```
#mengatasi dengan transformasi data
data$logX1 = log(data$`X1`)
data$logX2 = log(data$`X2`)
data$logX3 = log(data$`X3`)
head(data)

#membuat model setelah di transformasi
Model_ln = lm(Y~logX1 + logX2 + logX3, data=data)
summary(Model_ln)

#pengujian homoskedastisitas setelah di transformasi
bptest(Model_ln)

#mengatasi dengan WLS
wt = 1/lm(abs(model$residuals)~model$fitted.values)$fitted.values^2

wls_model = lm(Y ~ X1 + X2 + X3, data, weights = wt)

summary(wls_model)

#menguji kembali setelah di atasi metode WLS
bptest(wls_model)

#mengatasi dengan GLS
fgls = lm(Y~logX1 + logX2 + logX3, data, weights = 1/model$fitted.values^2)
summary(fgls)

#menguji kembali setelah di atasi metode GLS
bptest(fgls)
```

Mentransformasi data menggunakan perintah *log()*.
Untuk mengatasi metode WLS menggunakan code dibawah ini:

```
"wt=1/lm(abs(model$residuals)~ model$fitted.values)$fitted.values^2"
```

Code ini menghitung nilai untuk regresi WLS. Nilai dihitung dengan mengambil persamaan dari nilai kuadrat dari nilai yang terduga (*fitted values*) dari residual model lain (*model\$residuals*), dan disimpan dalam variabel *wt*. Fungsi *abs()* digunakan untuk memastikan bahwa *residual* memiliki nilai positif.

Untuk mengatasi metode GLS menggunakan code dibawah ini:

```
"fgls = lm(Y~., data, weights = 1/model$fitted.values^2)"
```

menggunakan fungsi *lm()* untuk menampilkan regresi linear dengan mengikuti variabel "*Y~.*" dengan objek "*data*" sebagai variabel independen.

objek "*weights*" diatur menjadi $1/\text{model}\$fitted.values^2$, yang memberikan nilai kepada setiap observasi berdasarkan *invers* kuadrat dari nilai-nilai yang diestimasi dari model sebelumnya.

3.6 Studi Kasus

Studi kasus akan dilakukan dengan menggunakan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) menurut kabupaten/kota di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta, Angka Harapan Hidup, Pengeluaran per Kapita, dan Rata-rata Lama Sekolah tahun 2019-2021 yang bersumber dari BPS (Badan Pusat Statistik) Kabupaten Bantul.

Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten/Kota												
Kabupaten	Angka Harapan Hidup			Rata-rata Lama Sekolah			Pengeluaran per Kapita disesuaikan			IPM		
	2019	2020	2021	2019	2020	2021	2019	2020	2021	2019	2020	2021
DI Yogyakarta	74,92	74,99	75,04	9,38	9,64	9,64	14394	14111	14111	79,9	79,97	80,22
Kulonprogo	75,2	75,24	75,27	8,66	9	9,02	10275	10041	10069	74,44	74,46	74,71
Bantul	73,77	73,86	73,89	9,54	9,57	9,57	15636	15517	15545	80,01	80,01	80,28
Gunungkidul	74,03	74,12	74,19	7,13	7,3	7,3	9612	9486	9505	69,96	69,98	70,16
Sleman	74,77	74,81	74,92	10,67	10,92	10,92	16434	15926	16060	83,85	83,94	84
Yogyakarta	74,56	74,65	74,76	11,45	11,72	11,72	19125	18678	18801	86,65	86,61	87,18

Sumber: <https://bantulkab.bps.go.id/indicator/26/31/1/indeks-pembangunan-manusia-kabupaten-kota.html>

3.6.1 Uji Homoskedastisitas

Dari data tersebut dilakukan pengujian menggunakan R apakah data memenuhi asumsi homoskedastisitas dengan menggunakan uji-uji yang telah dijelaskan pada pembahasan diatas yaitu uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan, dan uji Glejser.

Membuat model

Input:

```
#install packages
install.packages("car")
install.packages("lmtest")
install.packages("skedastic")

#panggil packages
library("car")
library("lmtest")
library("skedastic")

#input data
data <- read.csv("C:/Users/ADMIN/Downloads/IPM_Kabupaten_Kota_DIY.csv")
view(data)

#membuat model regresi linear berganda
model = lm(Y~., data)
model
summary(model)
```

Output:

Y	X1	X2	X3
79.90	74.92	9.38	14394
74.44	75.20	8.66	10275
80.01	73.77	9.54	15636
69.96	74.03	7.13	9612
83.85	74.77	10.67	16434
86.65	74.56	11.45	19125
79.97	74.99	9.64	14111
74.46	75.24	9.00	10041
80.01	73.86	9.57	15517
69.98	74.12	7.30	9486
83.94	74.81	10.92	15926
86.61	74.65	11.72	18678
80.22	75.04	9.64	14111
74.71	75.27	9.02	10069
80.28	73.89	9.57	15545
70.16	74.19	7.30	9505
84.00	74.92	10.92	16060
87.18	74.76	11.72	18801


```

> model = lm(Y~., data)
> model

Call:
lm(formula = Y ~ ., data = data)

Coefficients:
(Intercept)          X1          X2          X3
-56.154792      1.434913      1.230798      0.001172

> summary(model)

Call:
lm(formula = Y ~ ., data = data)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.69186 -0.24909  0.05148  0.28115  0.64137

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -5.615e+01  2.870e+01  -1.957  0.07063 .
X1           1.435e+00  4.010e-01   3.579  0.00302 **
X2           1.231e+00  3.578e-01   3.440  0.00399 **
X3           1.172e-03  1.459e-04   8.035  1.3e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4126 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9958,    Adjusted R-squared:  0.9949
F-statistic: 1098 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Model regresi awal (OLS):

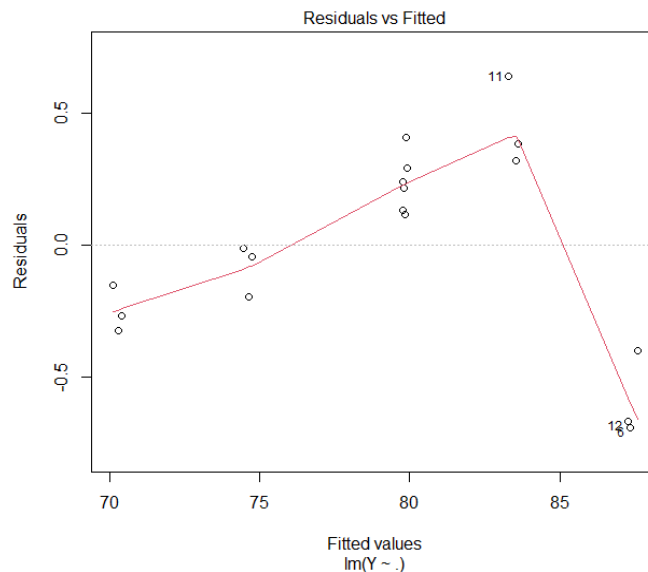
$$\hat{Y} = -56,15 + 1,435X_1 + 1,231X_2 + 0,001172X_3$$

3.6.1.1 Uji Grafik

Input:

```
#uji grafik
plot(model)
```

Output:



Berdasarkan *output* di atas terdapat grafik atau plot *residual vs fitted*. Di grafik tersebut bisa kita lihat bahwa grafik membentuk suatu pola tertentu yang teratur. Maka dapat kita simpulkan grafik pada model tersebut mengandung heteroskedastisitas.

3.6.1.2 Uji White

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Tidak terdapat heteroskedastisitas pada model

H_1 : Terdapat heteroskedastisitas pada model

Input:

```
#uji white  
white(model)
```

Output:

```
> white(model)  
# A tibble: 1 x 5  
  statistic p.value parameter method alternative  
    <dbl>    <dbl>    <dbl> <chr>    <chr>  
1      13.6  0.0347      6 white's Test greater
```

Karena p -value yang dihasilkan Uji White (0,0347) < α (0,05) maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat heteroskedastisitas pada model.

3.6.1.3 Uji Breusch-Pagan Godfrey

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#uji breusch-pagan  
bptest(model)
```

Output:

```
> bptest(model)  
  
studentized Breusch-Pagan test  
  
data: model  
BP = 9.143, df = 3, p-value = 0.02745
```

Karena p -value yang dihasilkan Uji Breusch-Pagan (0,02745) < α (0,05) maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi galat bersifat heteroskedastisitas.

3.6.1.4 Uji Glejser

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#uji glejser  
glejser(model)
```

Output:

```
> glejser(model)  
# A tibble: 1 x 4  
  statistic p.value parameter alternative  
    <dbl>    <dbl>    <dbl> <chr>  
1      8.13  0.0433      3 greater
```

Karena $p\text{-value}$ yang dihasilkan Uji Glejser $(0,0433) < \alpha (0,05)$ maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi galat bersifat heteroskedastisitas.

3.6.2 Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Untuk mengatasi pelanggaran asumsi homoskedastisitas pada data di atas dengan menggunakan tiga metode yang telah dijelaskan pada pembahasan di atas yaitu metode Transformatif Data, metode *Weighted Least-Square*, dan metode *Generalized Least-Square*.

3.6.2.1 Metode Transformatif Data

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#mengatasi dengan transformasi data
data$logX1 = log(data$`x1`)
data$logX2 = log(data$`x2`)
data$logX3 = log(data$`x3`)
head(data)

#membuat model setelah di transformasi
Model_ln = lm(Y~logX1 + logX2 +
              logX3, data=data)
summary(Model_ln)
```

Output:

```
> data$logX1 = log(data$`x1`)
> data$logX2 = log(data$`x2`)
> data$logX3 = log(data$`x3`)
> head(data)
```

	Y	x1	x2	x3	logx1	logx2	logx3
1	79.90	74.92	9.38	14394	4.316421	2.238580	9.574567
2	74.44	75.20	8.66	10275	4.320151	2.158715	9.237469
3	80.01	73.77	9.54	15636	4.300952	2.255493	9.657331
4	69.96	74.03	7.13	9612	4.304470	1.964311	9.170768
5	83.85	74.77	10.67	16434	4.314417	2.367436	9.707108
6	86.65	74.56	11.45	19125	4.311604	2.437990	9.858752

```

> Model_ln = lm(Y~logx1 + logx2 +
+               logx3, data=data)
> summary(Model_ln)

Call:
lm(formula = Y ~ logx1 + logx2 + logx3, data = data)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.35739 -0.17397 -0.04357  0.21109  0.37424

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -407.630     85.379   -4.774 0.000297 ***
logx1         74.384     18.549    4.010 0.001290 **
logx2        14.259      1.947    7.325 3.76e-06 ***
logx3        14.071      1.133   12.417 6.02e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.27 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9982,    Adjusted R-squared:  0.9978
F-statistic: 2571 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Dari hasil *output* di atas menunjukkan bahwa *residual standard error* yang diperoleh dari metode transformasi data sebesar 0,27. Hal ini menunjukkan bahwa nilai *residual standard error* metode transformasi data lebih kecil daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sebesar 0,4126. Sehingga H_0 diterima dan dapat dikatakan bahwa dalam data tersebut sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas, dengan kata lain asumsi homoskedastisitas sudah terpenuhi. Model setelah diatasi menggunakan transformasi data yaitu:

$$\hat{Y} = -407,630 + 74,384X_1 + 14,259X_2 + 14,071X_3$$

3.6.2.2 Metode *Weighted Least-Square* (WLS)

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```

#pengujian homoskedastisitas setelah di transformasi
bptest(Model_ln)

#mengatasi dengan WLS
wt = 1/lm(abs(model$residuals)~
          model$fitted.values)$fitted.values^2

wls_model = lm(Y~., data, weights = wt)

summary(wls_model)

```

Output:

```
> #mengatasi dengan WLS
> wt = 1/lm(abs(model$residuals)~
+           model$fitted.values)$fitted.values^2
>
> wls_model = lm(Y~., data, weights = wt)
>
> summary(wls_model)
```

Call:

```
lm(formula = Y ~ ., data = data, weights = wt)
```

weighted Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.9517	-0.4711	0.3764	0.6102	1.3067

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-67.284346	22.617565	-2.975	0.010039 *
x1	1.578636	0.317046	4.979	0.000202 ***
x2	1.174500	0.266135	4.413	0.000590 ***
x3	0.001242	0.000107	11.609	1.43e-08 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.067 on 14 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9985, Adjusted R-squared: 0.9981

F-statistic: 3024 on 3 and 14 DF, p-value: < 2.2e-16

Dari hasil *output* di atas menunjukkan bahwa *residual standard error* yang diperoleh dari metode WLS sebesar 1,067. Hal ini menunjukkan bahwa nilai *residual standard error* metode WLS lebih besar daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sebesar 0,4126. Sehingga H_0 ditolak dan dapat dikatakan bahwa dalam data tersebut masih terdapat masalah heteroskedastisitas. Model setelah diatasi dengan WLS yaitu:

$$\hat{Y} = -67,284346 + 1,578636X_1 + 1,174500X_2 + 0,001242X_3$$

3.6.2.3 Metode Generalized Least-Square (GLS)

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#mengatasi dengan GLS
fgls = lm(Y~logx1 + logx2 +
          logx3, data, weights = 1/model$fitted.values^2)
summary(fgls)
```

Output:

```
> #mengatasi dengan GLS
> fgls = lm(Y~logX1 + logX2 +
+          logX3, data = data, weights = 1/modelsfitted.values^2)
> summary(fgls)

Call:
lm(formula = Y ~ logX1 + logX2 + logX3, data = data, weights = 1/modelsfitted.values^2)

Weighted Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0045923 -0.0023283 -0.0002966  0.0026944  0.0048831

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -410.161     85.788   -4.781 0.000293 ***
logX1         74.851     18.654    4.013 0.001284 **
logX2         13.870      1.930    7.186 4.67e-06 ***
logX3         14.217      1.119   12.703 4.49e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.003411 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9983,    Adjusted R-squared:  0.9979
F-statistic: 2694 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Dari hasil *output* di atas menunjukkan bahwa *residual standard error* yang diperoleh dari metode GLS sebesar 0,003411. Hal ini menunjukkan bahwa nilai *residual standard error* metode GLS lebih kecil daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sebesar 0,4126. Sehingga H_0 diterima dan dapat dikatakan bahwa dalam data tersebut sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas, dengan kata lain asumsi homoskedastisitas sudah terpenuhi. Model setelah diatasi dengan GLS yaitu:

$$\hat{Y} = -410,161 + 74,851X_1 + 13,87X_2 + 14,217X_3$$

3.6.2.4 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode Transformatif

Data

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#pengujian homoskedastisitas setelah di transformasi
bptest(Model_ln)
```

Output:

```
> #pengujian homoskedastisitas setelah di transformasi
> bptest(Model_ln)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Model_ln
BP = 2.1311, df = 3, p-value = 0.5456
```

Setelah diatasi menggunakan metode transformasi data selanjutnya dilakukan uji kembali menggunakan uji Breusch-Pagan diperoleh *p-value* 0,5456. Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai *p-value* masih $> 0,05$ maka H_0 diterima ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi transformasi data sehingga variansi galat sudah bersifat homoskedastisitas.

3.6.2.5 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode WLS

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#menguji kembali setelah di atasi metode WLS  
bptest(wls_model)
```

Output:

```
> #menguji kembali setelah di atasi metode WLS  
> bptest(wls_model)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: wls_model  
BP = 537.68, df = 6, p-value < 2.2e-16
```

Setelah diatasi menggunakan metode WLS selanjutnya dilakukan uji kembali menggunakan uji Breusch-Pagan diperoleh $p\text{-value} < 2,2\text{e-}16$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai $p\text{-value}$ masih $< 0,05$ maka H_0 masih ditolak hal ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi WLS yang berarti variansi galat masih bersifat heteroskedastisitas. Metode WLS belum bisa mengatasi masalah heteroskedastisitas.

3.6.2.6 Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode GLS

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Input:

```
#menguji kembali setelah di atasi metode GLS  
bptest(fgls)
```

Output:

```
> #menguji kembali setelah di atasi metode GLS  
> bptest(fgls)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: fgls  
BP = 0.0017619, df = 3, p-value = 1
```

Setelah kita atasi menggunakan metode GLS selanjutnya kita uji kembali menggunakan uji Breusch-Pagan diperoleh $p\text{-value} = 1$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai $p\text{-value} > 0,05$ maka H_0 diterima hal ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi GLS yang berarti variansi galat sudah tidak bersifat heteroskedastisitas atau dapat diartikan juga bahwa asumsi homoskedastisitas sudah terpenuhi.

Metode WLS masih terdapat masalah heteroskedastisitas, maka kita hanya mempertimbangkan dua model yaitu pada model transformasi data dan GLS. Untuk mengetahui model terbaik dari kedua model tersebut dapat dilakukan dengan melihat *residual standard error*, semakin kecil *residual standard error* maka semakin baik model tersebut. Karena *residual standard error* pada metode transformasi data sebesar 0,27 dan pada metode GLS sebesar 0,003411. Maka model yang paling baik adalah model yang menggunakan metode GLS. Sehingga model akhirnya adalah

$$\hat{Y} = -410,161 + 74,851X_1 + 13,87X_2 + 14,217X_3$$

Interpretasi:

Sebesar 99,83% IPM (indeks pembangunan manusia) dapat dijelaskan oleh variabel angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran per kapita sedangkan 0,17% lainnya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak ikut serta diujikan. Berdasarkan analisis yang dilakukan, pada saat angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran per kapita bernilai 0 (tidak ada), maka nilai IPM sebesar -410,161. Apabila setiap peningkatan satu tahun angka harapan hidup dengan rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita tetap maka akan meningkat IPM sebesar 74,851. Apabila setiap peningkatan satu tahun rata-rata lama sekolah dengan angka harapan hidup dan pendapatan per kapita tetap maka akan meningkat IPM sebesar 13,87. Apabila setiap peningkatan satu juta pendapatan per kapita dengan angka harapan hidup dan rata-rata lama sekolah tetap maka akan meningkat IPM sebesar 14,217.

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari pembahasan di atas dapat kita simpulkan bahwa:

1. Homoskedastisitas merupakan salah satu asumsi klasik pada analisis regresi linear agar model bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Homoskedastisitas dapat diartikan sebagai kondisi di mana terdapat variansi yang sama dari setiap sisaannya.
2. Apabila asumsi homoskedastisitas dilanggar maka akan terjadi kasus heteroskedastisitas (variansi tidak konstan), di mana jika asumsi heteroskedastisitas terjadi maka parameter estimator yang dihasilkan tetap *unbiased* dan linear. Tetapi, parameter estimator tersebut tidak memiliki variansi yang minimum lagi sehingga standar *error* dari parameter menjadi tidak bisa dipercaya kebenarannya. Akibatnya hal ini berpengaruh pada pengujian hipotesis yang tidak akurat.
3. Untuk memeriksa suatu model memenuhi asumsi homoskedastisitas dapat dilakukan dengan melakukan pengujian, diantaranya uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan, dan uji Glejser. Pengujian dengan grafik dapat dilihat melalui scatter plot. Hipotesis untuk uji White, uji Breusch-Pagan, dan uji Glejser sama, yang membedakan adalah perhitungan pada statistik uji.
4. Pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas atau biasa disebut dengan heteroskedastisitas adalah kondisi ketika variansi dari sisaannya tidak konstan. Terdapat beberapa metode untuk mengatasi heteroskedastisitas diantaranya Transformasi Data, *Weighted Least Square* (WLS), dan *Generalized Least Square* (GLS).
5. Hasil dari studi kasus untuk data Pengaruh Angka Harapan Hidup, Pengeluaran Per Kapita dan Rata-Rata Lama Sekolah Terhadap Indeks Pembangunan Manusia Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Yogyakarta 2019-2021. Melalui uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan, dan uji Glejser ditemukan masalah heteroskedastisitas pada model data tersebut sehingga untuk mengatasinya kita menggunakan Transformasi data, WLS, dan GLS. Diperoleh *residual standard error* Transformasi data dan GLS lebih kecil daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sehingga model sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas sedangkan *residual standard error* metode WLS lebih besar daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sehingga masih terdapat masalah heteroskedastisitas. Setelah menguji kembali masing-masing hasil ketiga metode tersebut diperoleh bahwa metode WLS belum bisa mengatasi masalah heteroskedastisitas sedangkan metode Transformasi data dan GLS sudah memenuhi asumsi-asumsi homoskedastisitas.
6. Persamaan regresi baru model terbaik yang dipilih adalah $\hat{Y} = -410,161 + 74,851X_1 + 13,87X_2 + 14,217X_3$

DAFTAR PUSTAKA

- Andriani, S. (2017). Uji Park Dan Uji Breusch Pagan Godfrey Dalam Pendeteksian Heteroskedastisitas Pada Analisis Regresi. *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(1), 63–72. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v8i1.1014>
- Diction.id. (2017, 8 Agustus). Apa yang dimaksud dengan Uji Homoskedastisitas?. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://www.dictio.id/t/apa-yang-dimaksud-dengan-uji-homoskedastisitas/8902/2>
- Harahap, Asshofi Fadhilah. (2022). Modul Ekonometrika Dasar
- Jagostat.com. (2020). Asumsi Homoskedastisitas. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://jagostat.com/analisis-regresi/asumsi-homoskedastisitas>
- Jagostat.com. (2020). Beberapa Cara Mengatasi Masalah Heteroskedastisitas. Diakses pada 10 Juni 2023, dari <https://jagostat.com/analisis-regresi/cara-mengatasi-heteroskedastisitas>
- Jurnal.blogspot. (2008, 4 April) Diakses pada 10 Juni 2023, dari <http://id-jurnal.blogspot.com/2008/04/general-least-square.html?m=1>
- Maglearning.id. (2019, 16 Juli). Uji Heteroskedastisitas Residual Menggunakan Metode Grafik Di Gretl. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://maglearning.id/2019/07/16/uji-heteroskedastisitas-residual-menggunakan-metode-grafik-di/>
- Maziyya, P. A., Sukarsa, I. K. G., & Asih, N. M. (2015). Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Regresi Dengan Menggunakan Weighted Least Square. *E-Jurnal Matematika*, 4(1), 20. <https://doi.org/10.24843/mtk.2015.v04.i01.p083>
- Montgomery, D.C., Peck, E.A. dan Vining, G.G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis (fifth Edition)*. New York: Wiley
- Richie. (2021). *Asumsi Homoskedastisitas Dalam Regresi. August*. Asumsi Homoskedastisitas Dalam Regresi
- Rpubs.com. (2022, 21 Mei). Analisis Regresi Linear Berganda untuk Mengetahui Pengaruh antara Kemampuan Manajemen, Kemampuan Berwirausaha, dan Strategi Bersaing Terhadap Kinerja Keuangan. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://rpubs.com/gitagla/905094>
- Sukoco, A. B. (2009). Heteroskedastisitas Dalam Regresi Linier Sederhana. *UNIB Scholar Repository*, 1–19. <http://repository.unib.ac.id/2649/>
- Syamsudin, R., & Wachidah, L. (2020). Pengujian Asumsi Homoskedastisitas Regresi Linear Berganda Menggunakan RCEV Test Studentized Residual pada Data Pendapatan Asli Daerah (PAD) Kabupaten/Kota Jawa Barat Tahun 2018. *Prosiding Statistika*, 9–16. <http://dx.doi.org/10.29313/v6i2.22549>
- Syifa, L. (2009). Pendeteksian Heteroskedastisitas Dengan Pengujian Korelasi Rank Spearman Dan Tindakan Perbaikannya. <http://lib.unnes.ac.id/2135/1/4247.pdf>
- Syukriyah, A. (2011). Analisis Heteroskedastisitas Pada Regresi Linear Berganda. Skripsi Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Mulana Malik Ibrahim Malang.
- Wikipedia.org. (2023, 30 Mei). Statistika. Diakses pada 10 Juni 2023, dari <https://id.m.wikipedia.org/wiki/Statistika>
- Youlanda, S. R. (2015). Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode Weighted Least Square (WLS) untuk Menyelesaikan Heteroskedastisitas pada Analisis regresi. https://repository.unej.ac.id/bitstream/handle/123456789/65843/101810101009S_yukmaRaraYoulanda.pdf?sequence=1