

ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS



**STUDI KASUS : PENGARUH ANGKA HARAPAN HIDUP,
LAMA SEKOLAH DAN PENGELOUARAN PER KAPITA
TERHADAP INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA
KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI YOGYAKARTA TAHUN
2019-2021**



Anggota Kelompok

Ananda Aprilia
11210940000032



Adzkia Khairunnisa
11200940000026



Winda Ayu Mei Lestari
11200940000066



Ghazi Al Ghifari
11210940000001



Fadli Naufal Ardianto
11210940000005



Adinda Anas Qolbu
11210940000011



Puput Hanifah Nuranisa
11210940000017



Nurliana
11210940000026



Ferdian Adi Pratama
11210940000038



Kelas 4A

POKOK BAHASAN

- ① PENGERTIAN ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS**
- ② DAMPAK BAGI MODEL REGRESI JIKA ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS DILANGGAR**
- ③ PEMERIKSAAN ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS**
- ④ SOLUSI JIKA TERJADI PELANGGARAN PADA ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS**
- ⑤ SCRIPT R UNTUK MEMERIKSA ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS**
- ⑥ STUDI KASUS**
- ⑦ KESIMPULAN**

PENGERTIAN ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS

1

Pengertian

Homoskedastisitas merupakan salah satu asumsi klasik pada analisis regresi linear agar model bersifat BLUE (Best Linear Unbiased Estimator)

Homoskedastisitas dapat diartikan sebagai kondisi dimana terdapat variansi yang sama dari setiap sisaannya.
Pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas dikenal sebagai heteroskedastisitas.

Persamaan dan Ilustrasi Asumsi Homoskedastisitas

$$Var(e_i^2) = E(e_i^2) = \sigma^2$$

Keterangan:

$$Var(e_i^2)$$

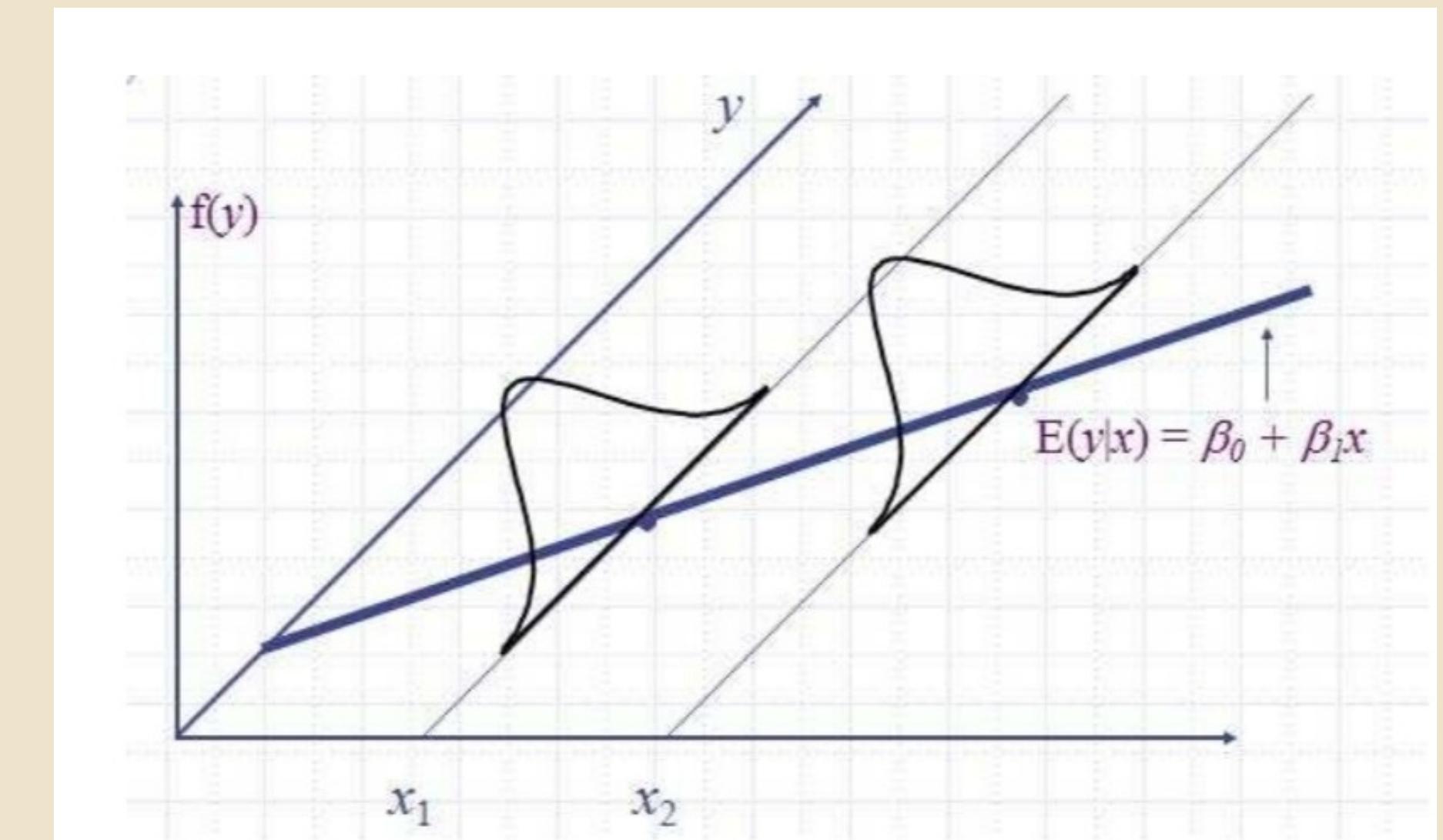
: Variansi sisaan ke-i

$$E(e_i^2)$$

: Ekspektasi sisaan ke-i

$$\sigma^2$$

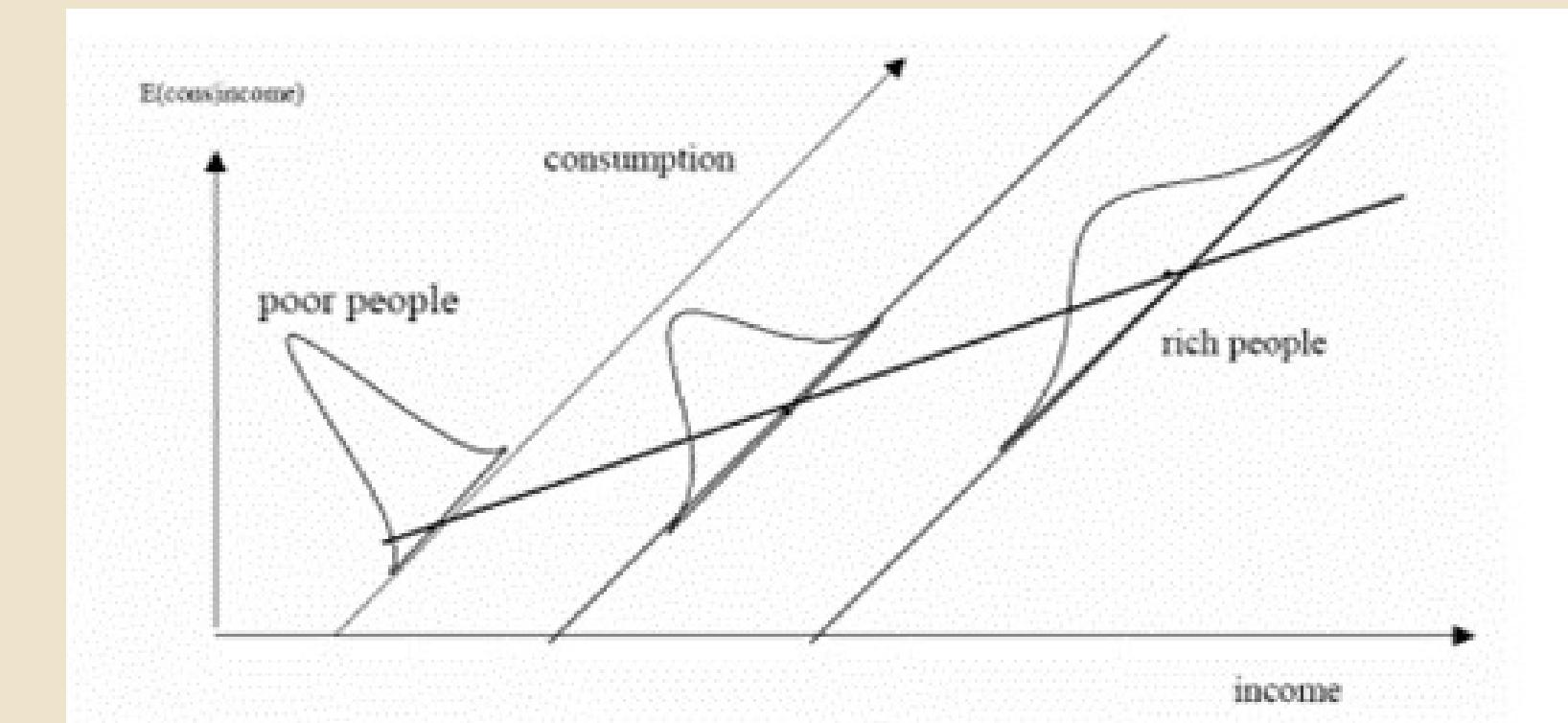
: Ragam sisaan



Homoskedastisitas berarti variansi error konstan, di sisi lain asumsi heteroskedastisitas merupakan kebalikan dari asumsi homoskedastisitas, yang berarti bahwa variansi dari error model regresi tidak konstan, ini dapat ditulis dalam bentuk:

$$\text{Var}(e_i) = E(e_i^2) = \sigma_i^2$$

Ilustrasi grafis asumsi heteroskedastisitas



Perbedaan keduanya terletak pada indeks i , ini menunjukkan bahwa nilai error yang memiliki sifat heteroskedastisitas berubah bersamaan dengan perubahan pengamatan ke- i .

DAMPAK BAGI MODEL
REGRESI JIKA ASUMSI
HOMOSKEDASTISITAS
DILANGGAR

2

Penyebab Heteroskedastisitas

Situasi error learning

Error learning merupakan metode dasar untuk memecahkan masalah dengan upaya berulang dan bervariasi sampai berhasil. Pada kasus ini σ_i^2 akan mengelil.

Kasus peningkatan pendapatan

Semakin meningkatnya pendapatan maka lebih banyak pilihan dalam menggunakan pendapatan. Pada kasus ini σ_i^2 akan meningkat seiring dengan peningkatan pendapatan.

Penyebab Heteroskedastisitas

Adanya outlier

Outlier merupakan kondisi data yang memiliki karakteristik berbeda dari rata-rata data lain. Data outlier nilai rata-ratanya tidak valid dan standar error relative besar.

Kesalahan spesifikasi

Pembentukan model yang tidak sesuai seperti memilih variabel yang tidak tepat akan menghasilkan model yang tidak valid.

Perbaikan teknik pengumpulan data

Dengan adanya perbaikan teknik pengumpulan data akan menurunkan σ_i^2 .

Akibat atau Konsekuensi Adanya Heteroskedastisitas

1. Penduga OLS masih tetap unbiased, linear, dan konsisten, namun tidak lagi efisien (variansi tidak lagi minimum).
2. Apabila tetap menggunakan penaksiran OLS pada masalah heteroskedastisitas maka variansi penaksir parameter koefisien regresi akan overestimate atau underestimate.
3. Selang kepercayaan tidak memberikan hasil yang valid serta uji hipotesis yang didasari pada uji t dan uji F tidak bisa lagi dipercaya untuk mengevaluasi hasil regresi yang menyebabkan β_i menjadi tampak signifikan walau sebenarnya tidak, hal ini terjadi karena variansi berperan dalam penghitungan ketiganya.

PEMERIKSAAN ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS

3

Uji heteroskedastisitas bertujuan untuk memeriksa apakah terdapat perbedaan variansi dari residual pada suatu pengamatan ke pengamatan lainnya.

Uji statistik yang biasa digunakan dalam uji heteroskedastisitas adalah uji grafik, uji White, uji Breusch-Pagan Godfrey, dan uji Glejser.

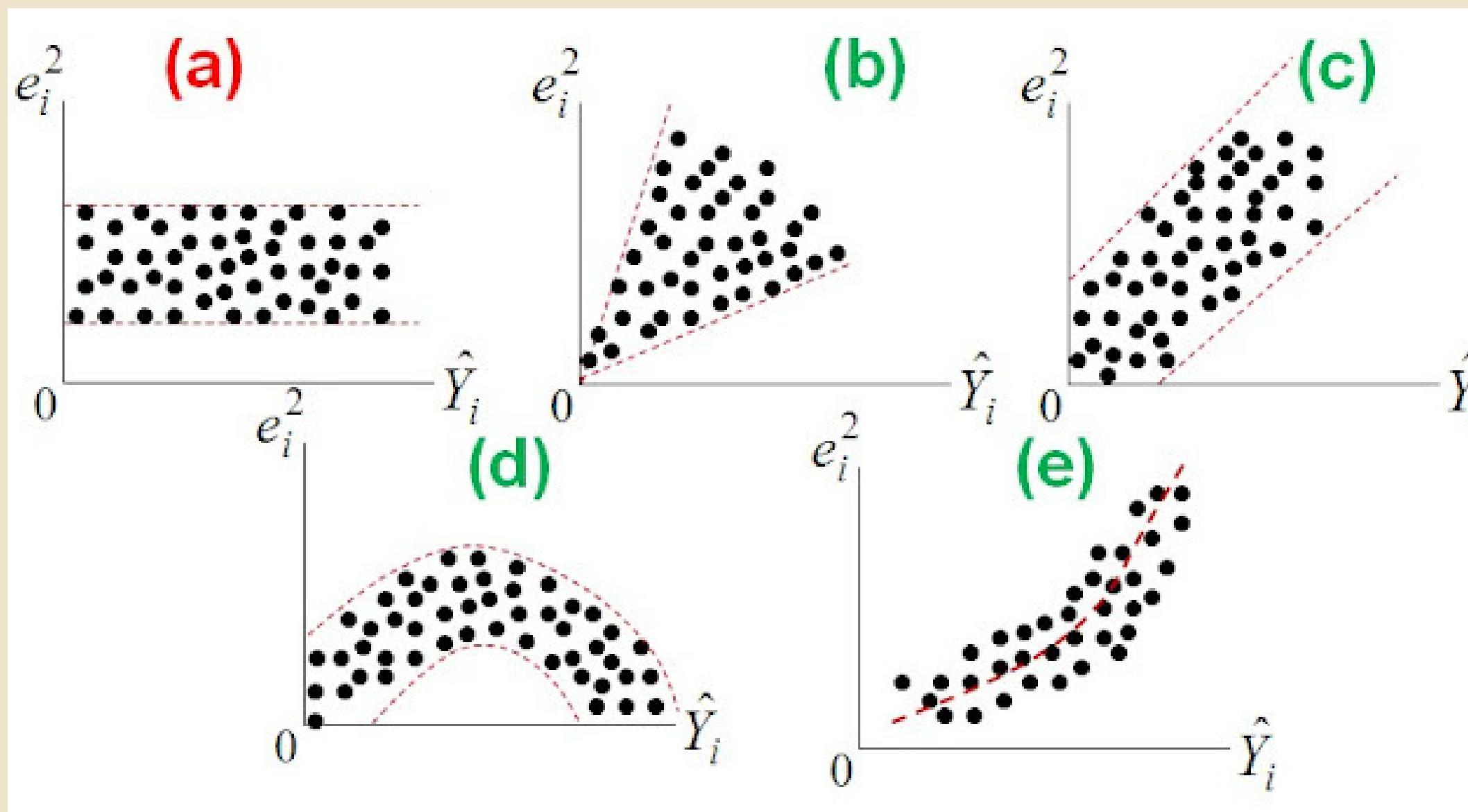
UJI GRAFIK

Uji grafik memeriksa pola residual (e_i^2) terhadap taksiran dari Y_i yaitu \hat{Y}_i .

Kriteria keputusan uji grafik:

- Jika terdapat pola teratur (bergelombang, melebar lalu menyempit) maka model regresi heteroskedastisitas.
- Jika titik-titik menyebar ke atas dan ke bawah angka 0, maka model regresi tidak terdapat heteroskedastisitas.

UJI GRAFIK



- Gambar (a) merupakan model homoskedastisitas karena tidak memiliki pola teratur.
- Gambar (b), (c), (d) dan (e) merupakan model heteroskedastisitas karena memiliki pola yang teratur yaitu menyempit dan melebar ataupun bergelombang.

Uji ini dilakukan dengan meregresikan residual kuadrat (e_i^2) dengan variabel bebas.

Langkah-langkah uji White yaitu:

a. Estimasi persamaan regresi dengan OLS dan ε_i

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

b. Meregresikan model

$$\varepsilon_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{1i} X_{2i} + \mu_i$$

c. Hipotesis

H_0 : tidak terdapat heteroskedastisitas pada model

H_1 : terdapat heteroskedastisitas pada model.

UJI WHITE

UJI WHITE

d. Menentukan α

e. Statistik uji : nR^2

dengan n : jumlah observasi

R^2 : koefisien determinasi.

f. Kriteria uji:

- Jika $nR^2 > X_{\alpha;k}^2$ maka terdapat heteroskedastisitas pada model.
- Jika $nR^2 < X_{\alpha;k}^2$ maka tidak terdapat heteroskedastisitas pada model.

UJI Breusch-Pagan Godfrey

Uji ini dilakukan untuk memeriksa apakah variansi error bergantung pada nilai-nilai variabel independen.

Langkah-langkah untuk melakukan uji Uji Breusch-Pagan Godfrey yaitu:

a. Melakukan uji OLS persamaan: $\hat{Y} = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + e_i$

b. Mencari variansi dan nilai pi :

$$\sigma^2 = \frac{\sum \hat{e}_i^2}{n} \quad p_i = \frac{\hat{e}_i^2}{\sigma^2}$$

keterangan:

σ^2 : Variansi
 \hat{e}_i^2 : Residual

c. Regresi pi terhadap Z adalah $p_i = a_0 + a_1 Z_1 + v_i$

d. Mencari ESS (Explained Sum of Square) dari pi : $\phi = \frac{1}{2} (ESS)$

UJI Breusch-Pagan Godfrey

e. Hipotesis

H_0 : Variansi galat bersifat homoskedastisitas atau $\text{var}(e_i) = \sigma^2$

H_1 : Variansi galat bersifat heteroskedastisitas atau $\text{var}(e_i) \neq \sigma^2$

f. Menentukan tingkat signifikansi (α).

g. Statistik uji :

$$\phi = \frac{1}{2} (ESS)$$

h. Simpulan

- Jika $\phi_{\text{hitung}} > \chi^2_{(df;\alpha)}$ maka variansi galat bersifat heteroskedastisitas.
- Jika $\phi_{\text{hitung}} < \chi^2_{(df;\alpha)}$ maka variansi galat bersifat homoskedastisitas.

UJI GLEJSER

Uji Glejser dilakukan dengan cara meregresikan nilai mutlak residual $|e_i|$ terhadap variabel bebas X yang berhubungan dengan variansi heteroskedastis σ_i^2

v_i adalah faktor kesalahan (error)

Jika β pada regresi tersebut signifikan, maka terdapat heteroskedastisitas dalam data.

Tujuh bentuk yang disarankan oleh Glejser, yaitu :

$$|\hat{e}_i| = \beta X_i + v_i$$

$$|\hat{e}_i| = \beta \sqrt{X_i} + v_i$$

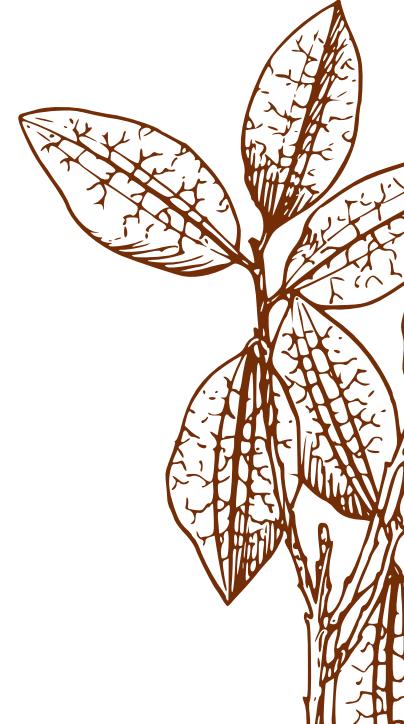
$$|\hat{e}_i| = \frac{\beta}{X_i} + v_i$$

$$|\hat{e}_i| = \frac{\beta}{\sqrt{X_i}} + v_i$$

$$|\hat{e}_i| = \alpha + \beta X_i + v_i$$

$$|\hat{e}_i| = \sqrt{(\alpha + \beta X_i) + v_i}$$

$$|\hat{e}_i| = \sqrt{(\alpha + \beta X_i^2) + v_i}$$



SOLUSI JIKA TERJADI
PELANGGARAN PADA
ASUMSI
HOMOSKEDASTISITAS

1. Transformasi Data

Transformasi data adalah mengubah bentuk data yang digunakan dalam model regresi. Transformasi yang sering digunakan untuk mengatasi heteroskedastisitas adalah transformasi invers logaritma natural dan transformasi logaritma natural.

a. Transformasi Invers Logaritma Natural

Pada transformasi ini, peubah-peubah ditransformasi ke dalam bentuk satu per logaritma natural dari peubah, yaitu misalnya peubah X_1 menjadi $\frac{1}{\ln|X_1|}$. Sehingga apabila model awalnya adalah: $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$ maka akan ditransformasi menjadi $\frac{1}{\ln|Y|} = b_0 + b_1 \frac{1}{\ln|X_1|} + b_2 \frac{1}{\ln|X_2|} + \dots + e$

b. Transformasi Logaritma Natural

Pada Transformasi Logaritma Natural, peubah-peubah ditransformasi ke dalam bentuk logaritma natural dari peubah, yaitu misalnya peubah X_1 menjadi $\ln|X_1|$. Sehingga apabila model awalnya adalah: $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$ maka akan ditransformasi menjadi $\ln|Y| = b_0 + b_1 \ln|X_1| + b_2 \ln|X_2| + \dots + e$

2. Weighted Least-Square

Metode ini menggunakan pembobot yang proporsional terhadap ragam peubah respon sehingga diperoleh sisaan baru yang memiliki sifat seperti pada regresi dengan OLS.

Sebagai contoh, apabila kita memiliki model OLS berikut:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$$

Maka model WLS nya adalah:

$$wY = w b_0 + b_1 w X_1 + b_2 w X_2 + \dots + w e$$

Dengan w merupakan pembobot yang dimaksud.

Jika ragam sisaan proporsional terhadap X_i^2 yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 X_i^2$ maka w yang digunakan adalah $\frac{1}{X_i^2}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Jika ragam sisaan proporsional terhadap X_i yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 X_i$ maka w yang digunakan adalah $\frac{1}{X_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Sementara jika ragam sisaan proporsional terhadap kuadrat rataannya yakni $\text{var}(e) = \sigma^2 [E(Y)]^2$ maka w yang digunakan adalah \hat{Y} yang diperoleh dengan cara melakukan regresi OLS dengan mengabaikan heteroskedastisitas.

Penentuan nilai w ini tidaklah mutlak melainkan disesuaikan dengan keadaan ragam sisaan dari model yang dimiliki sedemikian sehingga ketika model diberikan pembobot (w), maka ragam sisaannya menjadi konstan (homoskedastisitas).

3. Generalized Least-Square

Langkah-langkah membuat model GLS adalah dengan melakukan transformasi model kemudian menerapkan model OLS pada model yang telah ditransformasi.

Misalkan model yang akan diestimasi adalah sebagai berikut:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$$

dengan e berada pada kondisi heteroskedastisitas dengan

$$\text{var}(e) = \sigma^2$$

Apabila kita mentransformasikan model yang akan diestimasi dengan cara membaginya dengan σ maka kita akan memperoleh bentuk sebagai berikut:

$$\frac{Y}{\sigma} = b_0 \left(\frac{1}{\sigma} \right) + b_1 \left(\frac{X_1}{\sigma} \right) + b_2 \left(\frac{X_2}{\sigma} \right) + \dots + \left(\frac{e}{\sigma} \right)$$

Yang secara ringkas dapat dituliskan sebagai:

$$Y^* = b_0^* + b_1^* X_1^* + b_2^* X_2^* + \dots + e^*$$

Perlu diperhatikan apabila kita mentransformasikan sisaan e dengan cara membaginya dengan σ maka kita akan memiliki sisaan yang baru, yaitu $e^* = \frac{e}{\sigma}$, yang memiliki ragam konstan, yaitu:

$$\text{var}(e^*) = \text{var}\left(\frac{e}{\sigma}\right) = \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)\text{var}(e) = \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)\sigma^2 = 1$$

Dengan demikian, model yang diestimasi telah bersifat homoskedastisitas.

SCRIPT R UNTUK
MEMERIKSA ASUMSI
HOMOSKEDASTISITAS

```
#install packages
install.packages("car")
install.packages("lmttest")
install.packages("skedastic")

#panggil packages
library("car")
library("lmttest")
library("skedastic")

#input data
library(readr)
IPM_Kabupaten_Kota_DIY<- read_csv("C:/Users/Ghazi Al Ghifari/Downloads/IPM_Kabupaten_Kota_DIY.csv")
View(IPM_Kabupaten_Kota_DIY)

data = IPM_Kabupaten_Kota_DIY
data
```

Penjelasan :

- package "car", package "lmttest", package "skedastic" -> merupakan fungsi R untuk melakukan uji Homoskedastisitas
- *library* -> untuk memanggil fungsi tersebut
- Untuk Input data menggunakan perinta *read_csv()* lalu untuk menampilkan data menggunakan perintah *view()*

Penjelasan :

- Membuat model regresi linear menggunakan fungsi *lm()*
- *summary* -> untuk menampilkan nilai dalam vektor, kerangka data, model regresi atau model ANOVA
- *plot* -> untuk mencari grafik plot "Residuals vs Fitted".
- *bptest* -> untuk menguji breusch-pagan
- *white* -> untuk menguji White
- *glejser* -> untuk menguji glejser

```
#membuat model regresi linear berganda
model1 = lm(Y ~ X1 + X2 + X3, data)
model1
summary(model1)

#MENGUJI ASUMSI HOMOSKEDASTISITAS

#uji grafik
plot(model1)

#uji breusch-pagan
bptest(model1)

#uji white
white(model1)

#uji glejser
glejser(model1)
```

#SOLUSI MENGATASI MASALAH HETEROSKEDASTISITAS

```
#mengatasi dengan transformasi data  
data$logX1 = log(data$`X1`)  
data$logX2 = log(data$`X2`)  
data$logX3 = log(data$`X3`)  
head(data)
```

```
#membuat model setelah di transformasi  
Model_1n = lm(Y~logX1 + logX2 +  
                logX3, data=data)  
summary(Model_1n)
```

Penjelasan :

- Untuk transformasi data menggunakan fungsi *log()* dengan mengikuti variabel "*X1*" dalam data frame "data" dan menamakan hasilnya ke kolom baru bernama "*logX1*" dalam data frame yang sama dan berlaku untuk "*X2*" dan "*X3*".
- Membuat model analisi regresi dengan data yang sudah di transformasi dengan fungsi *lm()* dengan mengikuti variable (*Y, logX1, logX2, logX3*) setelah itu menggunakan fungsi *summary()* untuk menampilkan nilai dalam vektor, kerangka data, model regresi atau model ANOVA

```

#mengatasi dengan WLS
wt = 1/lm(abs(model$residuals)~model$fitted.values)$fitted.values^2

wls_model = lm(Y~., data, weights = wt)

summary(wls_model)

```

Penjelasan :

- Untuk mengatasi metode WLS menggunakan code dibawah ini:
`"wt=1/lm(abs(model$residuals)~model$fitted.values)$fitted.values^2"`
- Code diatas menghitung nilai untuk regresi WLS. Nilai dihitung dengan mengambil persamaan dari nilai kuadrat dari nilai yang terduga (*fitted values*) dari residual model lain (*model\$residuals*), dan disimpan dalam variabel *wt*.
- *abs()* -> digunakan untuk memastikan bahwa residual memiliki nilai positif.
- *summary* -> untuk menampilkan nilai dalam vektor, kerangka data, model regresi atau model ANOVA

```
#mengatasi dengan GLS  
fgls = lm(Y~logX1 + logX2 + logX3, data, weights = 1/model$fitted.values^2)  
summary(fgls)
```

Penjelasan :

- Untuk mengatasi metode GLS menggunakan code dibawah ini:
"fgls = lm(Y~logX1 + logX2 + logX3, data, weights = 1/model\$fitted.values^2)"
- Menggunakan fungsi *lm()* untuk menampilkan regresi linear dengan mengikuti variabel "*Y~logX1 + logX2 + logX3*" dengan objek "*data*" sebagai variabel independen. Objek "*weights*" diatur menjadi *1/model\$fitted.values^2*, yang memberikan nilai kepada setiap observasi berdasarkan invers kuadrat dari nilai-nilai yang diestimasi dari model sebelumnya.
- *summary* -> untuk menampilkan nilai dalam vektor, kerangka data, model regresi atau model ANOVA

STUDI KASUS

6

Data Kabupaten/Kota di Provinsi Yogyakarta

Kabupaten	Indeks Pembangunan Manusia Kabupaten/Kota											
	Angka Harapan Hidup			Rata-rata Lama Sekolah			Pengeluaran per Kapita disesuaikan			IPM		
	2019	2020	2021	2019	2020	2021	2019	2020	2021	2019	2020	2021
DI Yogyakarta	74,92	74,99	75,04	9,38	9,64	9,64	14394	14111	14111	79,9	79,97	80,22
Kulonprogo	75,2	75,24	75,27	8,66	9	9,02	10275	10041	10069	74,44	74,46	74,71
Bantul	73,77	73,86	73,89	9,54	9,57	9,57	15636	15517	15545	80,01	80,01	80,28
Gunungkidul	74,03	74,12	74,19	7,13	7,3	7,3	9612	9486	9505	69,96	69,98	70,16
Sleman	74,77	74,81	74,92	10,67	10,92	10,92	16434	15926	16060	83,85	83,94	84
Yogyakarta	74,56	74,65	74,76	11,45	11,72	11,72	19125	18678	18801	86,65	86,61	87,18

Sumber:

<https://bantulkab.bps.go.id/indicator/26/31/1/indeks-pembangunan-manusia-kabupaten-kota.html>

Y	X1	X2	X3
79.90	74.92	9.38	14394
74.44	75.20	8.66	10275
80.01	73.77	9.54	15636
69.96	74.03	7.13	9612
83.85	74.77	10.67	16434
86.65	74.56	11.45	19125
79.97	74.99	9.64	14111
74.46	75.24	9.00	10041
80.01	73.86	9.57	15517
69.98	74.12	7.30	9486
83.94	74.81	10.92	15926
86.61	74.65	11.72	18678
80.22	75.04	9.64	14111
74.71	75.27	9.02	10069
80.28	73.89	9.57	15545
70.16	74.19	7.30	9505
84.00	74.92	10.92	16060
87.18	74.76	11.72	18801

Keterangan:

Y = IPM

X₁= Angka Harapan Hidup

X₂= Rata-rata lama sekolah

X₃= Pengeluaran per kapita

Membuat Model

Input:

```
#install packages
install.packages("car")
install.packages("lmtest")
install.packages("skedastic")

#panggil packages
library("car")
library("lmtest")
library("skedastic")

#input data
data <- read.csv("C:/Users/ADMINT/Downloads/IPM_Kabupaten_Kota_DIY.csv")
view(data)

#membuat model regresi linear berganda
model = lm(Y~., data)
model
summary(model)
```

Model regresi awal (OLS) :

$$\hat{Y} = -56,15 + 1,435X_1 + 1,231X_2 + 0,001172X_3$$

Output:

```
> model = lm(Y~., data)
> model

call:
lm(formula = Y ~ ., data = data)

Coefficients:
(Intercept)           X1            X2            X3  
-56.154792      1.434913      1.230798     0.001172 

> summary(model)

call:
lm(formula = Y ~ ., data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-0.69186 -0.24909  0.05148  0.28115  0.64137 

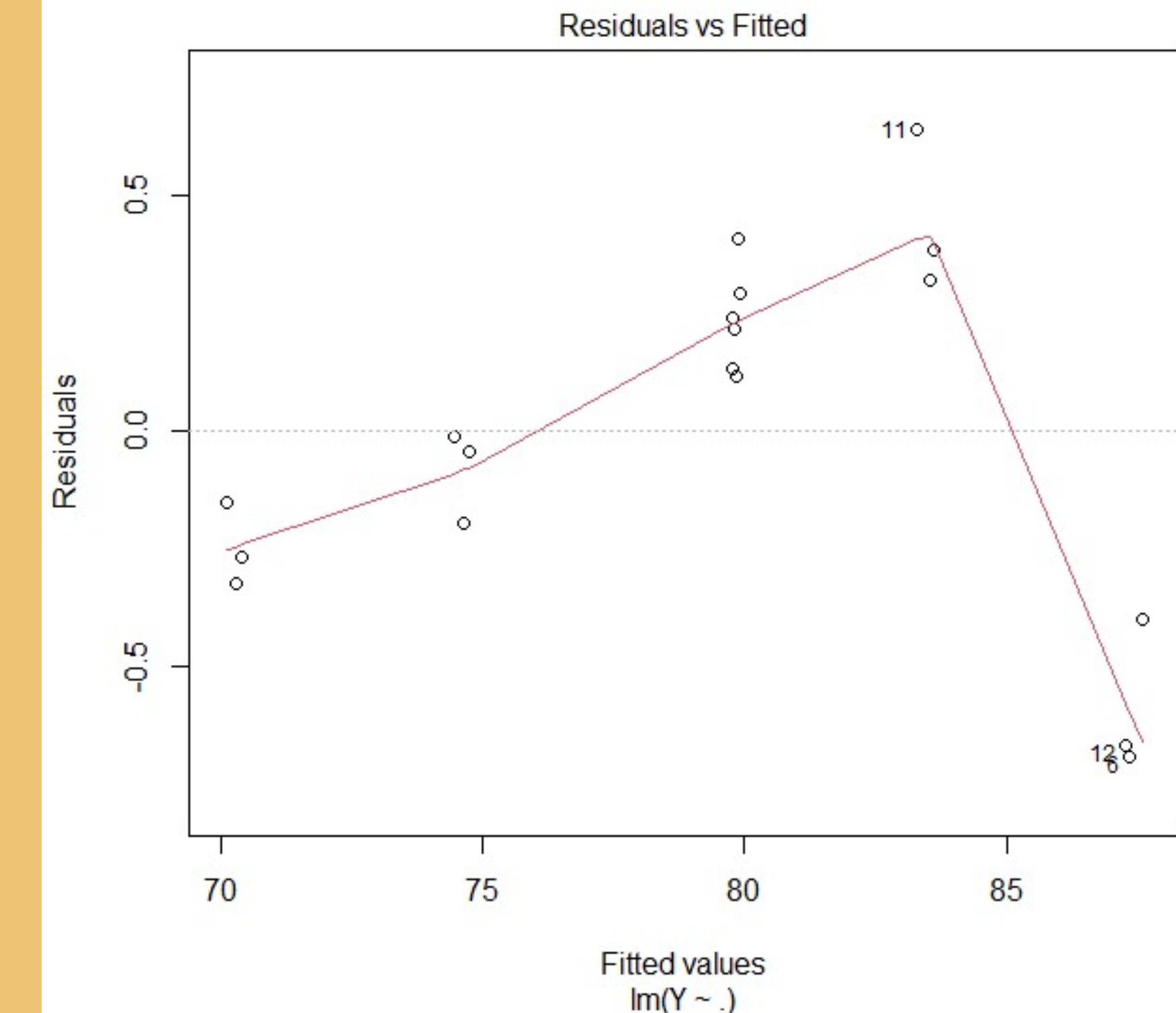
Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -5.615e+01  2.870e+01 -1.957  0.07063 .
X1          1.435e+00  4.010e-01  3.579  0.00302 ***
X2          1.231e+00  3.578e-01  3.440  0.00399 ***
X3          1.172e-03  1.459e-04  8.035  1.3e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4126 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9958,    Adjusted R-squared:  0.9949 
F-statistic: 1098 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Uji Grafik

Grafik membentuk suatu pola tertentu yang teratur.

Maka dapat kita simpulkan grafik pada model tersebut mengandung heteroskedastisitas.



Uji White

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Tidak terdapat Heteroskedastisitas pada model

H_1 : Terdapat Heteroskedastisitas pada model

Outputnya :

```
> white(model)
# A tibble: 1 x 5
  statistic p.value parameter method      alternative
        <dbl>     <dbl>     <dbl> <chr>      <chr>
1     13.6    0.0347       6 White's Test greater
```

P-value yang dihasilkan Uji White (0,0347) < alpha (0,05) maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat Heteroskedastisitas pada model.

Uji Breusch-Pagan Godfrey

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

```
> bptest(model)
studentized Breusch-Pagan test
data: model
BP = 9.143, df = 3, p-value = 0.02745
```

Outputnya :

P-value yang dihasilkan Uji Breusch Pagan (0,02745) < alpha (0,05) maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi galat bersifat Heteroskedastisitas.

Uji Glejser

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

Outputnya :

```
> glejser(model)
# A tibble: 1 x 4
  statistic p.value parameter alternative
        <dbl>    <dbl>      <dbl>   <chr>
1       8.13  0.0433          3 greater
```

P-value yang dihasilkan Uji Glejser (0,0433) < alpha (0,05) maka H_0 ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi galat bersifat Heteroskedastisitas.

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Metode Transformasi Data

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

Nilai residual standar error metode transformasi data (0,27) lebih kecil daripada nilai residual standar error awal (0,4126).

Maka H_0 diterima sehingga dalam data tersebut sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas

Model setelah diatasi dengan transformasi data yaitu:

$$\hat{Y} = -407,630 + 74,384 X_1 + 14,259 X_2 + 14,071 X_3$$

Outputnya :

```
> Model_1n = lm(Y~logX1 + logX2 +
+                   logX3, data=data)
> summary(Model_1n)

call:
lm(formula = Y ~ logX1 + logX2 + logX3, data = data)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-0.35739 -0.17397 -0.04357  0.21109  0.37424 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -407.630     85.379  -4.774 0.000297 ***
logX1        74.384     18.549   4.010 0.001290 **  
logX2        14.259      1.947   7.325 3.76e-06 ***
logX3        14.071      1.133  12.417 6.02e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.27 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9982,    Adjusted R-squared:  0.9978 
F-statistic: 2571 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Metode Weighted Least-Square (WLS)

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

Nilai residual standar error metode WLS (1,067) lebih besar daripada nilai residual standar error awal (0.4126). Maka H_0 ditolak sehingga dalam data tersebut masih terdapat masalah heteroskedastisitas

Model setelah diatasi dengan WLS yaitu:

$$\hat{Y} = -67,284346 + 1,578636X_1 + 1,174500X_2 + 0,001242X_3$$

Outputnya :

```
> #mengatasi dengan WLS
> wt = 1/lm(abs(model$residuals)~
+           model$fitted.values)^2
>
> wls_model = lm(Y~., data, weights = wt)
>
> summary(wls_model)

call:
lm(formula = Y ~ ., data = data, weights = wt)

weighted Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.9517 -0.4711  0.3764  0.6102  1.3067 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -67.284346  22.617565  -2.975 0.010039 *  
x1          1.578636   0.317046   4.979 0.000202 *** 
x2          1.174500   0.266135   4.413 0.000590 *** 
x3          0.001242   0.000107  11.609 1.43e-08 *** 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.067 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9985, Adjusted R-squared:  0.9981 
F-statistic: 3024 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Metode Generalized Least-Square (GLS)

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

Nilai residual standar error metode GLS (0,003411) lebih kecil daripada nilai residual standar error awal (0,4126). Maka H_0 diterima sehingga dalam data tersebut sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas

Model setelah diatasi dengan GLS yaitu:

$$\hat{Y} = -410,161 + 74,851 X_1 + 13,87 X_2 + 14,217 X_3$$

Outputnya :

```
> #mengatasi dengan GLS
> fgls = lm(Y~logX1 + logX2 + logX3, data, weights = 1/model$fitted.values^2)

> summary(fgls)

Call:
lm(formula = Y ~ logX1 + logX2 + logX3, data = data, weights = 1/model$fitted.values^2)

Weighted Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-0.0045923 -0.0023283 -0.0002966  0.0026944  0.0048831 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -410.161    85.788  -4.781 0.000293 ***
logX1        74.851    18.654   4.013 0.001284 **  
logX2        13.870    1.930   7.186 4.67e-06 ***
logX3        14.217    1.119  12.703 4.49e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.003411 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9983, Adjusted R-squared:  0.9979 
F-statistic: 2694 on 3 and 14 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode Trasnformatif Data

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

```
> #pengujian homoskedastisitas setelah di transformasi  
> bptest(Model_1n)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Model_1n  
BP = 2.1311, df = 3, p-value = 0.5456
```

Outputnya :

Dilakukan uji kembali menggunakan uji breusch pagan diperoleh p-value 0,5456 > alpha (0,05) maka H_0 diterima ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi transformasi data sehingga variansi galat sudah bersifat homoskedastisitas.

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode WLS

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

```
> #menguji kembali setelah di atasi metode WLS
> bptest(wls_model)
```

studentized Breusch-Pagan test

Outputnya :

```
data: wls_model
BP = 537.68, df = 6, p-value < 2.2e-16
```

Dilakukan uji kembali menggunakan uji breusch pagan diperoleh p-value ($2,2\text{e}-16$) $<$ alpha (0.05) maka H_0 ditolak ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi WLS sehingga variansi galat masih bersifat heteroskedastisitas.

Solusi untuk mengatasi pelanggaran Asumsi Homoskedastisitas

Menguji Kembali Model yang Dihasilkan dari Metode GLS

Kriteria Hipotesis:

H_0 : Variansi galat bersifat Homoskedastisitas

H_1 : Variansi galat bersifat Heteroskedastisitas

```
> #menguji kembali setelah di atasi metode GLS  
> bptest(fgls)
```

studentized Breusch-Pagan test

```
data: fgls  
BP = 0.0017619, df = 3, p-value = 1
```

Outputnya :

Dilakukan uji kembali menggunakan uji breusch pagan diperoleh p-value (1) > alpha (0.05) maka H_0 ditolak ini berarti sesuai dengan interpretasi pada solusi GLS sehingga variansi galat sudah bersifat homoskedastisitas.

Model yang di pilih

Semakin kecil *residual standard error* maka semakin baik suatu model tersebut. *Residual standard error* pada metode transformasi data sebesar 0,27 dan pada metode GLS sebesar 0,003411. Maka model yang paling baik adalah model yang menggunakan metode GLS.

Sehingga model akhirnya adalah $\hat{Y} = -410,161 + 74,851X_1 + 13,87X_2 + 14,217 X_3$

Interpretasi:

- Sebesar 99,83% IPM (indeks pembangunan manusia) dapat dijelaskan oleh variabel angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran per kapita sedangkan 0,17% lainnya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak ikut serta diujikan.

Model yang di pilih

- Berdasarkan analisis yang dilakukan, pada saat angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran per kapita bernilai 0 (tidak ada), maka nilai IPM sebesar -410,161.
- Apabila setiap peningkatan satu tahun angka harapan hidup dengan rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita tetap maka akan meningkat IPM sebesar 74,851 .
- Apabila setiap peningkatan satu tahun rata-rata lama sekolah dengan angka harapan hidup dan pendapatan per kapita tetap maka akan meningkat IPM sebesar 13,87 .
- Apabila setiap peningkatan satu juta pendapatan per kapita dengan angka harapan hidup dan rata-rata lama sekolah tetap maka akan meningkat IPM sebesar 14,217 .

KESIMPULAN

7

- Homoskedastisitas merupakan salah satu asumsi klasik pada analisis regresi linear agar model bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Homoskedastisitas dapat diartikan sebagai kondisi dimana terdapat varians yang sama dari setiap sisaannya.
- Apabila asumsi homoskedastisitas dilanggar maka akan terjadi kasus heteroskedastisitas (variansi tidak konstan) dan parameter estimator yang dihasilkan tetap unbiased dan linear. Tetapi, parameter estimator tersebut tidak memiliki varian yang minimum lagi sehingga standar error dari parameter menjadi tidak bisa dipercaya kebenarannya. Akibatnya hal ini berpengaruh pada pengujian hipotesis yang tidak akurat.

- Untuk memeriksa suatu model memenuhi asumsi homoskedastisitas dilakukan dengan uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan dan uji Glejser. Uji grafik dapat dilihat melalui scatter plot. Sedangkan untuk uji White, uji Breusch-Pagan dan uji Glejser dengan analisis regresi melalui statistik uji.
- Pelanggaran pada asumsi homoskedastisitas atau biasa disebut heteroskedastisitas adalah kondisi ketika ragam dari sisaannya bersifat tidak konstan. Beberapa metode untuk mengatasi heteroskedastisitas diantaranya Transformasi Data, *Weighted Least Square*, dan *Generalized Least-Square*.

Hasil dari studi kasus untuk data Pengaruh Angka Harapan Hidup, Pengeluaran Per Kapita dan Rata-Rata Lama Sekolah Terhadap Indeks Pembangunan Manusia Menurut Kabupaten/Kota di Provinsi Yogyakarta 2019–2021. Melalui uji Grafik, uji White, uji Breusch-Pagan,dan uji Glejser ditemukan masalah heteroskedastisitas pada model data tersebut sehingga untuk mengatasinya kita menggunakan Transformasi data, WLS, dan GLS. Diperoleh *residual standard error* Transformasi data dan GLS lebih kecil daripada nilai *residual standard error* awal (OLS) sehingga model sudah tidak terdapat masalah heteroskedastisitas sedangkan residual standard error metode WLS lebih besar daripada nilai residual standard error awal (OLS) sehingga masih terdapat masalah heteroskedastisitas. Setelah menguji kembali masing-masing hasil ketiga metode tersebut diperoleh bahwa metode WLS belum bisa mengatasi masalah heteroskedastisitas sedangkan metode Transformasi data dan GLS sudah memenuhi asumsi-asumsi homoskedastisitas.

Persamaan regresi baru model terbaik yang dipilih adalah

$$\hat{Y} = -410,161 + 74,851X_1 + 13,87X_2 + 14,217X_3$$

DAFTAR PUSTAKA

- Andriani, S. (2017). Uji Park Dan Uji Breusch Pagan Godfrey Dalam Pendekripsi Heteroskedastisitas Pada Analisis Regresi. Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika, 8(1), 63–72. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v8i1.1014>
- Harahap, Asshofi Fadhillah. (2022). Modul Ekonometrika Dasar
- Maziyya, P. A., Sukarsa, I. K. G., & Asih, N. M. (2015). Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Regresi Dengan Menggunakan Weighted Least Square. E-Jurnal Matematika, 4(1), 20. <https://doi.org/10.24843/mtk.2015.v04.i01.p083>
- Montgomery, D.C., Peck, E.A. dan Vining, G.G. (2012). Introduction to Linear Regression Analysis (fifth Edition). New York: Wiley
- Richie. (2021). Asumsi Homoskedastisitas Dalam Regresi. August. Asumsi Homoskedastisitas Dalam Regresi
- Sukoco, A. B. (2009). Heteroskedastisitas Dalam Regresi Linier Sederhana. UNIB Scholar Repository, 1–19. <http://repository.unib.ac.id/2649/>

- Syamsudin, R., & Wachidah, L. (2020). Pengujian Asumsi Homoskedastisitas Regresi Linear Berganda Menggunakan RCEV Test Studentized Residual pada Data Pendapatan Asli Daerah (PAD) Kabupaten/Kota Jawa Barat Tahun 2018. Prosiding Statistika, 9–16. <http://dx.doi.org/10.29313/.v6i2.22549>
- Syifa, L. (2009). Pendeteksian Heteroskedastisitas Dengan Pengujian Korelasi Rank Spearman Dan Tindakan Perbaikannya. <http://lib.unnes.ac.id/2135/1/4247.pdf>
- Syukriyah, A. (2011). Analisis Heteroskedastisitas Pada Regresi Linear Berganda. Skripsi Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Mulana Malik Ibrahim Malang.
- Youlanda, S. R. (2015). Perbandingan Metode Regresi Kuantil Median dengan Metode Weighted Least Square (WLS) untuk Menyelesaikan Heteroskedastisitas pada Analisis regresi.<https://repository.unej.ac.id/bitstream/handle/123456789/65843/101810101009SyoukmaRaraYoulanda.pdf?sequence=1>

- Jagostat.com. (2020). Asumsi Homoskedastisitas. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://jagostat.com/analisis-regresi/asumsi-homoskedastisitas>
- Jagostat.com. (2020). Beberapa Cara Mengatasi Masalah Heteroskedastisitas. Diakses pada 10 Juni 2023, dari <https://jagostat.com/analisis-regresi/cara-mengatasi-heteroskedastisitas>
- Jurnal.blogspot. (2008, 4 April) Diakses pada 10 Juni 2023, dari <http://id-jurnal.blogspot.com/2008/04/general-least-square.html?m=1>
- Maglearning.id. (2019, 16 Juli). Uji Heteroskedastisitas Residual Menggunakan Metode Grafik Di Gretl. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://maglearning.id/2019/07/16/uji-heteroskedastisitas-residual-menggunakan-metode-grafik-di/>
- Rpubs.com. (2022, 21 Mei). Analisis Regresi Linear Berganda untuk Mengetahui Pengaruh antara Kemampuan Manajemen, Kemampuan Berwirausaha, dan Strategi Bersaing Terhadap Kinerja Keuangan. Diakses pada 9 Juni 2023, dari <https://rpubs.com/gitaglra/905094>
- Wikipedia.org. (2023, 30 Mei). Statistika. Diakses pada 10 Juni 2023, dari <https://id.m.wikipedia.org/wiki/Statistika>

Terima Kasih

