Отчёт по лабораторной работе 5

дисциплина: Математическое моделирование

Гаджиев Нурсултан, НПИбд-01-18

Содержание

4	- Выводы	11
3	Выполнение лабораторной работы 3.1 Постановка задачи	
2	Задание	4
1	. Цель работы	3

1 Цель работы

Ознакомление с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры и построение графиков на языке Modelica.

2 Задание

Вариант 35

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.29x(t) + 0.031x(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = 0.33x(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0=7, y_0=14$. Найдите стационарное состояние системы.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Постановка задачи

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

- 1. Численность популяции жертв х и хищников у зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории).
- 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
- 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
- 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
- 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

(1)

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент а описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (ху). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены -bxy и dxy в правой части уравнения).

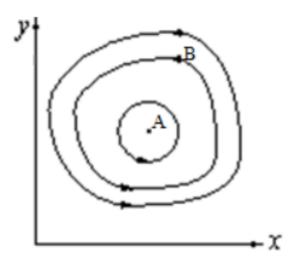


Figure 3.1: Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние (А на рис. 3.1), всякое же другое начальное состояние (В) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние В.

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0=\frac{b}{d}, y_0=\frac{a}{c}.$

Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0)=x_0,y(0)=y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а

совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей x(0), y(0). Колебания совершаются в противофазе.

3.2 Выполнение работы

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.29x(t) + 0.031x(t)y(t) \\ \frac{dx}{dt} = 0.33x(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

Начальные условии:

a - коэффициент естественной смертности хищников

b - коэффициент естественного прироста жертв

c - коэффициент увеличения числа хищников

d - коэффициент смертности жертв

У нас дано:

а = 0.29 (коэффициент естественной смертности хищников)

b = 0.33 (коэффициент увеличения числа хищников)

с = 0.031 (коэффициент естественного прироста жертв)

d = 0.024 (коэффициент смертности жертв)

Начальное число хищников – $x_0=7$, начальное число жертв – $y_0=14$.

Код программы

model nurslab5
parameter Real a= 0.29; // коэффициент естественной смертности хищников

```
parameter Real b= 0.33; // коэффициент естественного прироста жертв parameter Real c= 0.031; // коэффициент увеличения числа хищников parameter Real d= 0.024; // коэффициент смертности жертв

//parameter Real x0=7;//начальные условия

//parameter Real y0=14; //начальные условия

parameter Real x0=0.33/0.024;//(b/d)

parameter Real y0=0.29/0.031;//(a/c)

Real x(start=x0);

Real y(start=y0);

equation

der (x) = -a*x + c*x*y;

der (y) = b*y - d*x*y;

end nurslab5;
```

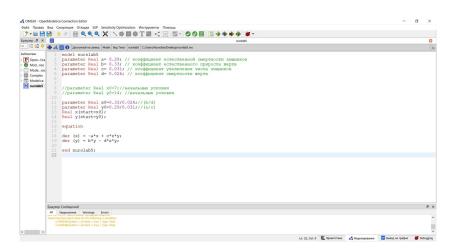


Figure 3.2: Код программы

1. Постройл график зависимости численности хищников от численности жертв (рис. 3.3)

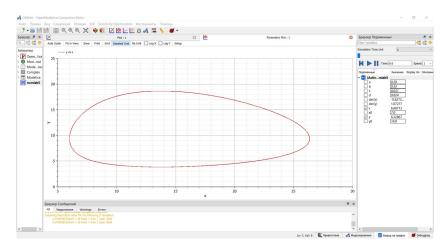


Figure 3.3: График зависимости численности хищников от численности жертв

2. Построил графики изменения численности популяции хищников и численности жертв с течением времени (рис. 3.4)

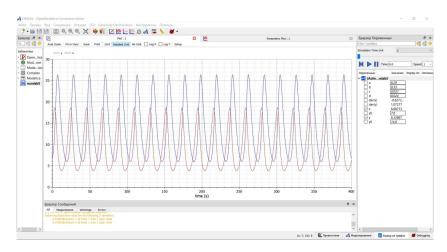


Figure 3.4: График изменения численности хищников и численности жертв с течением времени

3. Для того, чтобы найти стационарное состояние системы, необходимо приравнять производные каждой из функций х и у к нулю и выразить значения у и х соответственно.

Получим следующие значения: $x_0=\frac{b}{d},y_0=\frac{a}{c},x_0=\frac{0.33}{0.024}=13.75,y_0=\frac{0.29}{0.031}=9.35$ При стационарном состоянии значений числа и хищников не меняется во времени. (рис. 3.5)

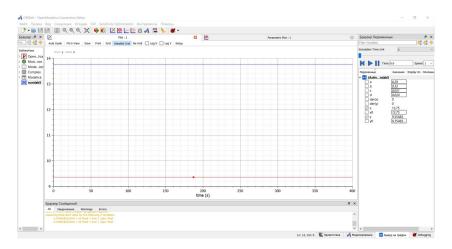


Figure 3.5: Стационарное состояние системы

4 Выводы

Ознакомился с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры и построил графики на языке Modelica.