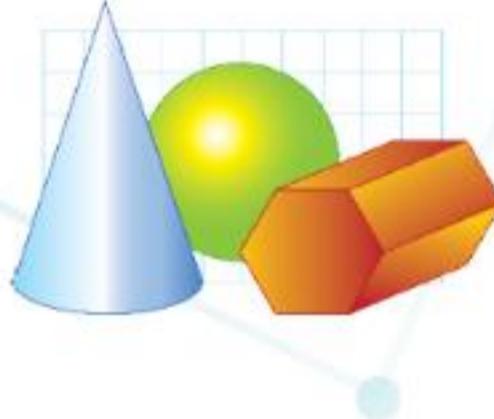


АЛГЕБРА

Умумтаълим мактабларининг
7-синфи учун дарслик

Қазоғистон Республикаси
Таълим ва фан министрлиги тасдиқлаган

7



Алматы "Мектеп" 2017

УДК 373.167.1(075.3)

ББК 22.14я72

А14

Муаллифлар:

А. Е. Абилькосимова, Т. П. Кучер,
В. Е. Корчевский, З. А. Жумагулова

Таржимон М. Йұлдош қизи

Шартлы белгилар:



— таърифлар, хоссалар, қоидалар



— янги материални үзлаштириш давомида ечиладиган
масалалар



— тәж哩лга доир саволлар



— мустақамлашга доир саволлар



— назарий материалларни мустақил үзлаштиришга
доир топшириқлар



— теорема ёки хоссалар исботларининг якунланиши

A

— ҳамма учун мажбурий топшириқлар

B

— үртача даражали топшириқлар

C

— юқори даражали топшириқлар

A14 **Алгебра: Умумтағым мактабларининг 7-сипси үчүн дарслык /**
А. Е. Абилькосимова, Т. П. Кучер, В. Е. Корчевский, З. А. Жумагулова. —
Алмати: Мектеп, 2017. — 288 б.

ISBN 978—601—07—0934—8

А **4306020503—164**
404(05)—17

УДК 373.167.1(075.3)
ББК 22.14я72

ISBN 978—601—07—0934—8

© Әбілқасымова А. Е., Кучер Т. П.,
Корчевский В. Е., Жумагулова З. А., 2017
© Таржимон Йұлдош қизи М., 2017
© "Мектеп" нашриёти,
бадий безак берган, 2017
Барча ҳуқуқлар ҳимояланған
Нашрнинг мулкий ҳуқуқлари
"Мектеп" нашриётига тегишли

БУТУН КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА

1

КҮПХАДЛАР ВА УЛАР УСТИДА АМАЛЛАР
БАЖАРИШ

2

ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯНИНГ ГРАФИГИ

3

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

4

ҚИСҚА КҮПАЙТИРИШ ФОРМУЛАЛАРИ

5

АЛГЕБРАИК КАСРЛАР ВА УЛАР УСТИДА
АМАЛЛАР БАЖАРИШ

6

МУНДАРИЖА

Кириш	6
5-6-сinfлардаги математика курсини тақрорлашга доир машқлар	8

1-бөб. БУТУН КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА

1-§. Натурал күрсаткичли даража	28
2-§. Бир хил асосли даражаларни күпайтириш	33
3-§. Бир хил асосли даражаларни бўлиш. Ноль күрсаткичли даража	37
4-§. Даражани даражага кўтариш	43
5-§. Кўпайтма ва бўлинмани даражага кўтариш	46
6-§. Бутун күрсаткичли даража	51
7-§. Бутун күрсаткичли даражанинг хоссалари	55
8-§. Соннинг стандарт шакли. Жуда катта ва жуда кичик катталикларга доир масалаларни ечиш	61
9-§. Даража катнашган ифодаларни шакл алмаштириш. Даража қатнашган сонли кетма-кетликлар	70
Ўзингизни текширинг!	77

2-бөб. КЎПҲАДЛАР ВА УЛАР УСТИДА АМАЛЛАР БАЖАРИШ

10-§. Бирҳад. Бирҳаднинг стандарт шакли	78
11-§. Кўпҳад. Кўпҳаднинг стандарт шакли. Кўпҳаднинг даражаси	85
12-§. Кўпҳадларни кўшиш ва айриши	90
13-§. Кўпҳадларни кўпайтириш	95
14-§. Бирҳад ва кўпҳадни бирҳадга бўлиш	100
15-§. Кўпҳадни кўпайтувчиларга умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқариш усули билан ажратиш	104
16-§. Кўпҳадни гурухлаш усули орқали кўпайтувчиларга ажратиш	109
17-§. Кўпҳадларни айнан шакл алмаштириш	113
Ўзингизни текширинг!	117

3-бөб. ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯНИНГ ГРАФИГИ

18-§. Функция	119
19-§. Функцияни формула орқали бериш	124
20-§. Функцияни жадвал билан бериш усули	128
21-§. Функцияни график усулда бериш	133
22-§. Чизиқли функция ва унинг графиги	141
23-§. Чизиқли функциялар графикларининг ўзаро жойлашиши	146
24-§. Икки ўзгарувчили чизиқли тенгламалар системасини график усулда ечиш	152
25-§. $y = ax^2$ функция, унинг хоссалари ва графиги	157
26-§. $y = ax^3$ функция, унинг хоссалари ва графиги	163
27-§. $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функция, унинг хоссалари ва графиги	168
Ўзингизни текширинг!	175

4-бөб. СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

28-§. Вариацион қатор	177
29-§. Абсолют частота ва солиштирма частота. Частоталар жадвали	181

30-§. Частота полигони	185
Ўзингизни текширинг!	190

5-бөб. ҚИСҚА КҮПАЙТИРИШ ФОРМУЛАЛАРИ

31-§. Икки ифода квадратларининг айирмаси формуласи	191
32-§. Икки ифода йиғиндиси ва айирмаси квадратларининг формуласи	198
33-§. Икки ифода йиғиндисининг куби ва айирмасининг куби формулалари.....	205
34-§. Икки ифода кубларинг йиғиндиси ва айирмасининг формулалари	210
35-§. Ифодаларни айнан шакл алмаштириш.....	214
36-§. Матнли масалаларни тенгламалар ва тенгсизликлар тузиш орқали ешиш.....	218
Ўзингизни текширинг!	226

6-бөб. АЛГЕБРАИК КАСР

37-§. Алгебраик каср	229
38-§. Алгебраик касрларнинг асосий хоссалари	234
39-§. Алгебраик касрларни күшиш ва айириш	239
40-§. Алгебраик ифодаларни күпайтириш, даражага күтариш ва бўлиш	250
41-§. Алгебраик ифодаларни айнан шакл алмаштириш	259
Ўзингизни текширинг!	266
7-синф алгебра курсини тақоролашга доир машқлар	268
Жавоблар	279

КИРИШ

Хурматли ўқувчилар!

Алгебра — математиканинг бир қисми. Бошланғич синфлардан бошлаб сиз тенгламалар ечдингиз, сонли ва ҳарфий ифодалар билан танишдингиз. Улар алгебра курсида үрганилади. Мактаб курсидаги алгебраик тенгламалар, тенгламалар системалари ёрдамида матнли масалалар ечишни, турли хил тенгламалар, тенгсизликтарни ва уларнинг системаларини ечиш усулларини, үзгарувчан катталиклар (масалан, тезлик, вақт давомида босиб үтилган йўл, баҳо, миқдор ва қиймат ва ҳ.к.) ораларидаги боғланишлар кўриб чиқилади. Бундай боғланишларнинг баъзилари функционал боғланиш ёки функция деб аталади.

Алгебранинг ўзига хос хусусияти шундаки, унда соннинг маъносини билдирадиган ҳарфлардан фойдаланилади. Бу ҳарф орқали белгилашдан фойдаланилди дейилади. Ҳарфлар ёрдамида Сиз қўшиш ва кўпайтиришнинг ўрин алмаштириш, тақсимот, гурухлаш қонунларидан, ноль ва бирнинг, шу билан бир қаторда, бир хил махражли оддий касрларни қўшиш ва айришнинг хоссаларини ёздингиз. Ҳарфлардан, масалан, вақт ва тезлик маълум бўлганда босиб үтилган йўлни топиш формуласини, учбуручакнинг периметрини топиш формуласини ва ҳ.к. ёзганда фойдаландингиз. Ҳарфлар қоидалар ва хоссаларни ёдда сақлаш учун қулай кўринишда ва кўргазмали ҳолда ёзишга ёрдам беради.

Ифодаларни соддалаштириш мумкинлиги барчага маълум. Демак, ҳарфий ифодаларни ҳам соддалаштириш мумкин. Бундай соддалаштиришларнинг баъзилари айнан шакл алмаштиришлар деб аталади.

Алгебра курсида сиз ифода, тенглик, тенглама, тенгсизлик ва бошқа сўзлардан фойдаланасиз. Улар атамалар ҳисобланади. 7-синфда алгебрани ўзлаштириш давомида Сиз айният, үзгарувчи, бирҳад, кўпҳад, функция, аргумент, алгебраик ифода ва бошқа атамалар билан танишасиз.

Статистика — статистик (сонли ёки сифатли) маълумотларни тўплаш, ўлчаш ва таҳлил қилишга доир муаммоларни тасвирловчи жамият ҳаётида юз берадиган ҳодисаларнинг сон кўринишида үрганадиган фан соҳаси. Дарсликдаги материал ҳақиқий тасодифий ҳодисаларнинг хоссаларини, тавсифлари ва боғланишларини кўрсатувчи математик моделларни қуриш ва таҳлил бўйича ўқувчиларнинг билими, малака ва кўникмаларини шакллантиришга йўналтирилган.

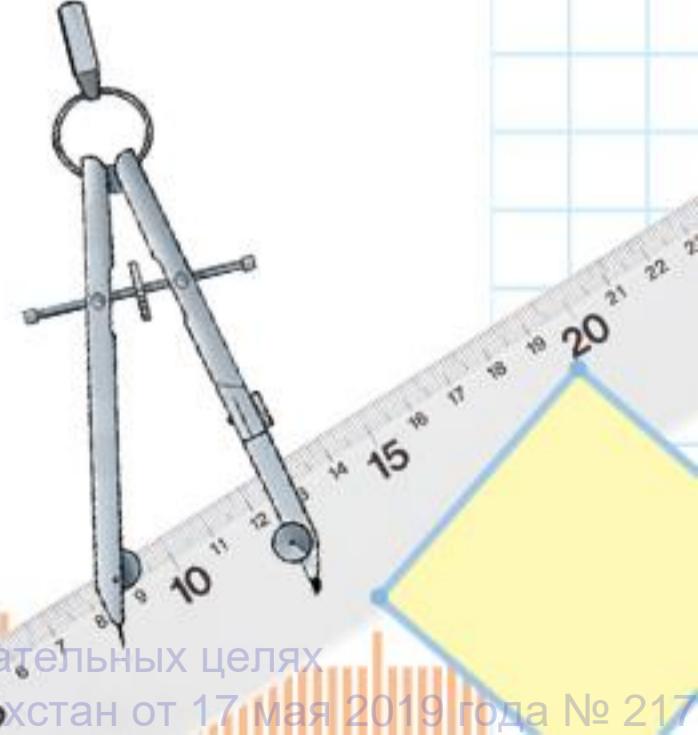
Дарсликдаги барча материаллар боб ва параграфларга бўлинган. Улар назарий материалларни, мустақил бажариш учун берилган топшириқларни, такрорлашга доир саволларни, турли мураккаблик даражасидаги масалаларни ва ҳ.к. материалларни ўз ичига олади.

Машқлар **A**, **B** ва **C** даражалар бўйича бўлинган. А даражадаги машқлар — мураккаблиги бошланғич даражали ва уни бажариш асосий материални ўзлаштирганлигини аниқлайди. В даражадаги машқлар базавий машқлар ҳисобланади ва уни бажариш ўқув материали ўзлаштирилганлигини кўрсатади. С даражасида қийинлиги юқори даражали машқлар берилган.

Ҳар бир боб охирида ўтилган мавзуларни ўзлаштиришни текшириш учун мўлжалланган тест топшириқлари берилган.

Машқларнинг тўғри жавобларини текшириш учун дарслик охирида масалаларнинг жавоблари берилган.

Ўқишлигинизда омад тилаймиз!



5—6-СИНФЛАРДАГИ МАТЕМАТИКА КУРСИНИ ТАКРОРЛАШГА ДОИР МАШҚЛАР

Амалларни бажаринг (1—3):

1. 1) $3\frac{1}{9} : 2\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6};$ 2) $1\frac{5}{7} - 4\frac{3}{13} : 1\frac{19}{26};$

3) $10\frac{16}{17} : 8\frac{5}{11} + 1\frac{2}{3};$ 4) $\frac{47}{48} : 3\frac{13}{27} - \frac{13}{16}.$

2. 1) $24,892 : 5,08 + 33,6 \cdot 6,5 - 230;$
 2) $6,22 \cdot 4,7 - 4,8076 : 4,04 + 1,956;$
 3) $68,16 : 3,55 + 51,4 \cdot 0,16 - 28,004;$
 4) $7,06 \cdot 1,02 - 69,531 : 9,03 - 0,5012.$

3. 1) $7,8 \cdot \frac{4}{13} - 61,5 : 13\frac{2}{3} + 198,8;$

2) $19,25 \cdot \frac{5}{11} + 5,76 \cdot \frac{5}{12} - 13,009;$

3) $4,625 \cdot 2\frac{2}{15} : 2,96 - 2\frac{4}{7};$

4) $30,25 : 4\frac{5}{7} : 1,05 - 2\frac{1}{6}.$

Ифоданинг қийматини топинг (4—5):

4. 1) $|-7| \cdot |-2,1| + 5,6;$ 2) $-40 + |-10| \cdot |-3,8| + 5,6;$
 3) $|-11| \cdot |-9| - 3,02;$ 4) $-2,05 + |-25| : |-16|.$

5. 1) $|-8,8| : 11 + 264 : |-2,4|;$ 2) $|-91,3 - 89,7| \cdot 0,5 - 104;$
 3) $54,2 + 6,7 \cdot |-41,2 + 32,8|;$ 4) $|-92,5| \cdot |-2,2| - 210,1.$

6. Амалларни бажаринг:

1) $\left(5\frac{5}{6} + 8\frac{2}{9}\right) : 25,3 - 3\frac{1}{9} + 1,5 : \frac{27}{28};$

2) $117,5 \cdot \frac{4}{47} - 11\frac{2}{3} + \left(10\frac{2}{25} - 8\frac{7}{15}\right) : \frac{11}{45};$

3) $89,8 : 59\frac{13}{15} + \frac{3}{7} - \left(42 - 41\frac{36}{49}\right) \cdot 3,5;$

4) $\left(73,6 - 72\frac{5}{9}\right) : 6\frac{4}{15} + \frac{7}{13} \cdot \left(20\frac{2}{3} - 19\frac{3}{7}\right);$

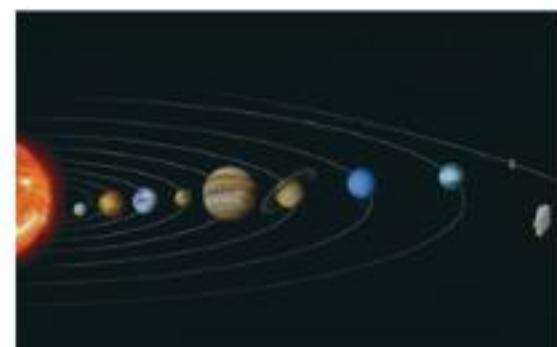
5) $\left(17\frac{5}{14} - 29\frac{4}{21}\right) \cdot (32,098 + 5,902) : \left(49\frac{1}{7} - 30\frac{10}{21}\right);$

6) $\left(81\frac{2}{15} - 79,3\right) \cdot (24,04 - 22,68) : \left(1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{9}\right);$

$$7) \left(52,25 - 49\frac{1}{7}\right) \cdot (40,01 - 36,81) : \left(6\frac{1}{6} - 2\frac{1}{42}\right);$$

$$8) (28,24 - 29,1) \cdot \left(11,75 + 30\frac{5}{6}\right) : \left(40,4 - 6\frac{1}{3}\right).$$

7. Агар Қүёшдан Венерагача бўлган масофа 108 200 600 км, Ергача бўлган масофа 149 600 000 км, Марсгача бўлган масофа 227 940 000 км, Юпитергача бўлган масофа 778 330 000 км, Сатурнгача бўлган масофа 1 429 400 000 км, Урангача бўлган масофа 2 870 990 000 км, Нептунгача бўлган масофа 4 504 300 000 км бўлса, у ҳолда ўртача масофани миллион километрларда ифодаланг.



Астрономик жисм

8. $2^4 \cdot 5^3 \cdot 29 + 2 \cdot 13^2$ ифоданинг қийматини хисоблаганда фазо кемасининг ер юзасидан учиш вақтидаги энг катта тезлигини билиб оласиз.



Фазо кемаси

9. Берилган ифодаларнинг қийматлари
Оқмўла вилоятида жойлашган баъзи бир
кўлларнинг квадрат километрларда олин-
ган юзаларини беради:

1) $(1 - 0,67) \cdot 10^3$ ифоданинг қиймати
Курғалжин кўлининг;

2) $0,46 \cdot 10^2 + 0,54 \cdot 10^2 + 0,59 \cdot 10^2$ — ифоданинг қиймати Тенгиз кўлининг;

3) $(199 + 12 \cdot 29) : 10$ ифоданинг қиймати
Қипчоқ күлининг юзасига тенг.

- 10.** Оқ айиқ Ер юзасидаги энг йирик сут эми- зувчи жониворлардан бири. Ушбу ифода- ларнинг қийматлари оқ айиқ ҳақидаги маълумотларни беради:

1) Оқ айиқнинг ўртача массаси

$$\left(1\frac{1}{5} + 2,8\right) \cdot 10^2 \text{ кг дан } (400 \cdot 50 + \\ + 5 \cdot 8000) : 10^2 \text{ кг гача;}$$



Оқайиң

- 2) $3(2^3 \cdot 5^2 + 10^2)$ ифоданинг қиймати энг катта оқ айиқнинг массасини;
- 3) $\frac{1}{2}\left(2\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7}\right)$ ифоданинг қиймати энг катта оқ айиқнинг бўйини;
- 4) $3 \cdot 2^3 : 10$ м ва $2^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 0,01$ м оралиғи ўртача бўйини;
- 5) $2^4 \cdot 3 \cdot 625$ ифоданинг қиймати оқ айиқнинг километрларда олинган мустақил ҳаёт кечириш ҳудудини;
- 6) $0,001 \cdot 2^5 \cdot 3125$ ифоданинг қиймати оқ айиқнинг неча километр суза олишини;
- 7) $2^5 \cdot 5^3 \cdot 17 : 1000$ ифоданинг қиймати катта оқ айиқнинг неча килограмм озиқ ейишини;
- 8) $5^3 \cdot 2^2$ ифоданинг қиймати оқ айиқ тутган балиқнинг килограммларда олинган массасини;
- 9) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ ифоданинг қиймати оқ айиқ тутган китнинг килограммларда олинган массасини беради.

Ифоданинг қийматини топинг (11–12):

- 11.** 1) $6\frac{3}{7}a - 8\frac{5}{8}b - \frac{2}{3}c$ бу ерда $a = \frac{14}{15}$; $b = 2\frac{18}{23}$; $c = -6,75$;
- 2) $2\frac{4}{11}a - 19,25b + \frac{4}{9}c$ бу ерда $a = 13,2$; $b = 2\frac{10}{11}$; $c = -10\frac{1}{8}$;
- 3) $36\frac{2}{3}a - 4,84b + 7\frac{5}{7}c$ бу ерда $a = 0,9$; $b = 3\frac{9}{22}$; $c = 3,5$;
- 4) $53\frac{7}{9}a - 8,2b + 4\frac{17}{38}c$ бу ерда $a = 3\frac{15}{22}$; $b = -\frac{25}{82}$; $c = -4\frac{5}{13}$.

- 12.** 1) $7\frac{2}{3}a - 1,5b - \frac{5}{6}c$ бу ерда $a = \frac{5}{46}$; $b = -\frac{4}{9}$; $c = \frac{14}{15}$;
- 2) $-\frac{20}{27}a + 1\frac{2}{25}b - \frac{8}{39}c$ бу ерда $a = -0,9$; $b = \frac{5}{9}$; $c = 3,25$;
- 3) $4\frac{2}{9}a + 8\frac{1}{6}b + \frac{14}{81}c$ бу ерда $a = \frac{3}{19}$; $b = -3\frac{3}{7}$; $c = 1\frac{13}{14}$;
- 4) $1,4a - \frac{51}{92}b + \frac{11}{25}c$ бу ерда $a = \frac{25}{42}$; $b = 1\frac{6}{17}$; $c = -1\frac{17}{33}$.

Ифоданинг қийматларини такқосланг (13–14):

- 13.** 1) $0,5 - \frac{4}{7} \cdot 2,1$ ва $\left(1 - \frac{3}{18}\right) \cdot 0,6$;
- 2) $26 - \frac{5}{14} \cdot 0,7$ ва $(0,86 + 0,17) \cdot 25$;

3) $(10,5 - 11,8) \cdot 20$ ва $\frac{40}{49} \cdot 9,4 - 34;$

4) $7,4 \cdot \frac{15}{37} + 19$ ва $(-2,97 + 3,07) \cdot 20.$

14. 1) $| -30 | \cdot 2 - | -15 | \cdot | -4 |$ ва $0,15 \cdot | -60 | - 8,9;$

2) $| -\frac{5}{18} | \cdot | -\frac{3}{10} | + \frac{7}{12}$ ва $| -\frac{25}{26} | \cdot | -\frac{26}{75} | \cdot | -1 |;$

3) $| -3,5 | + | -\frac{7}{8} | \cdot 1,6$ ва $| -8,1 + 32 | \cdot 0,01;$

4) $| 49,2 - 50 | : | -0,4 |$ ва $| 201 - 401 | \cdot 0,1.$

Ифодани соддалаштириңг (**15–16**):

15. 1) $40,3a - 51,2a + 12,19a - a;$

2) $-81,4b + 90b - 7,15b + 0,45b;$

3) $13\frac{2}{15}c - 15\frac{1}{3}c + 3,5c - \frac{4}{5}c;$

4) $59\frac{3}{16}t + 4\frac{1}{8}t - 64,25t + \frac{3}{4}t.$

16. 1) $213,25x - 49\frac{5}{7}y - 215\frac{5}{6}x + 50y;$

2) $-95\frac{7}{18}a + 79b + 93,2a - 80\frac{4}{11}b;$

3) $-59,5c + 44\frac{5}{6}d - 46\frac{2}{9}d + 57\frac{2}{7}c;$

4) $200,75t - 81\frac{5}{14}k + 80\frac{2}{21}k - 199\frac{1}{3}t.$

17. Ифодани соддалаштириб, қийматини топинг:

1) $81,5y - 63\frac{4}{7}z - 99,4y + 64\frac{2}{3}z$ бу ерда $y = 10; z = -1\frac{19}{23};$

2) $-177\frac{5}{11}t + 100,1k + 176\frac{4}{9}t$ бу ерда $t = -19,8; k = 50;$

3) $33,6n - 76\frac{3}{8}m + 78\frac{1}{9}m - 35n$ бу ерда $m = \frac{24}{25}; n = 10;$

4) $29\frac{4}{13}s + 409\frac{1}{9}t - 30,5s - 407,2t$ бу ерда $s = -2,6; t = \frac{9}{43}.$

b сонининг $a\%$ ини топинг (18–19):

- 18.** 1) $b = 35 + 4,5 \cdot 0,6$ ва $a = 20$;
 2) $b = 140 + 1,5 \cdot 0,8$ ва $a = 25$;
 3) $b = 7\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{23} - 0,03$ ва $a = 50$;
 4) $b = \frac{4}{7} + 10\frac{3}{7} : 7\frac{3}{10}$ ва $a = 110$.

- 19.** 1) $b = 0,02 \cdot 300 - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{19}$ ва $a = 144$;
 2) $b = 40\frac{1}{2} : 81 + 1,5$ ва $a = 120$;
 3) $b = 505,2 - 9\frac{1}{5} : 92$ ва $a = 260$;
 4) $b = 341\frac{1}{3} : 170\frac{2}{3} + 75$ ва $a = 2300$.

20. Оқмұла вилоятида тақминан 4000 та күл бор. Сиртининг юзаси:

- 1) 1 км^2 дан ортиқ бўлмаган; 2) 1,1 дан 5 км^2 га;
 3) 5,1 км^2 дан 10 км^2 гача; 4) 10,1 дан 50 км^2 гача етадиган;
 5) 50 км^2 дан ортиқ бўлган кўлларнинг сонини аниқланг. Бу кўллар Оқмұла вилоятидаги умумий кўллар юзасининг мос равища 92,5%; 5,4%; 1%; 0,9%; 0,2% ини ташкил этади.

21. 1) Массаси 9 кг бўлган кашалотнинг мияси — энг оғир мия ва у инсон мияси масасидан 6 марта ортиқ. У кит массасининг 0,02% ини ташкил этади. Инсон мияси ва кит танасининг массасини топинг.



Кашалот

2) Энг узун тумшук кўк кит тумшуғи ҳисобланади. Унинг узунлиги 5 метргача етади ва тана узунлигининг 33% ини ташкил этади. Кўк кит танасининг умумий узунлигини топинг.

3) Энг узун калтакесак — эчкемар. Унинг узунлиги 4,75 м гача етади ва унинг 75% и эчкемар думи узунлигига teng. Эчкемар думининг узунлигини топинг.



Калтакесак

4) Учурчакнинг периметри 12 см. Унинг бир томони периметрнинг 25% ини, иккинчи томони эса $\frac{1}{3}$ ини ташкил этади. Учурчакнинг учинчи томони периметрнинг қандай қисмини ташкил этади?

22. Берилган тенгламаларни ечиб, баъзи бир тарихий воқеалар ҳақида маълумотлар оласиз:

1) $(x - 54) : 25 = 76$, x — март ойида кўриқ ва бўз ерларни ўзлаштириш бошланган йилга мос келади;

2) $(2x + 46) : 100 = 1$, x — кўриқ ва бўз ерларни ўзлаштиришнинг дастлабки йилидаги баҳорда қурилган совхозлар сони;

3) $\left(\frac{1}{5}x + 90\right) \cdot 0,1 = 10$, x — кўриқ ва бўз ерларни ўзлаштиришнинг дастлабки йилидаги кузда қурилган совхозлар сони.

23. $17x - 121 - 3x = 19 - (x + 5)$, x — тенгламани ечиб, Шимолий Америка қундузининг бир йилда неча ой ухлашини билиб оласиз.

24. 1) $2 \cdot 700 \cdot 50 - 0,1x = 200^2$, x — тенгламадаги x нинг қиймати чақнаган чақмоқнинг дастлабки секундида қизиган ҳавонинг энг юқори ҳароратига ($^{\circ}\text{C}$ ларда) мос келади;

2) $3(109y - 200) = 9(3y + 100)$, y — тенгламадаги y нинг қиймати чақнаган чақмоқдан қизиган ҳаво ҳароратининг қуёш нурида қизиган ҳаво ҳароратидан неча марта ортиқ бўлишини кўрсатади.

25. Пропорциянинг номаълум ҳадини топинг:

$$1) \frac{x}{3} = \frac{9,6}{14,4}; \quad 2) \frac{x}{4} = \frac{49,5}{66}; \quad 3) \frac{6,5}{x} = \frac{104}{144}; \quad 4) \frac{16,1}{25,3} = \frac{x}{16,5};$$

$$5) \frac{3\frac{3}{7}}{-7\frac{3}{7}} = \frac{y}{13}; \quad 6) \frac{9}{y} = \frac{-4\frac{1}{11}}{-7\frac{3}{11}}; \quad 7) \frac{|-23|}{y} = \frac{-3\frac{37}{49}}{4\frac{4}{49}}; \quad 8) \frac{y}{16} = \frac{|76,25|}{-1\frac{5}{56}}.$$

26. Пропорциядан номаълум y ни топинг:

$$1) \frac{40 - y}{30} = \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{4}{7} = \frac{21 - y}{28}; \quad 3) \frac{220}{y - 49} = \frac{11}{13};$$

$$4) \frac{21}{53} = \frac{220}{y + 300}; \quad 5) \frac{29}{30} = \frac{78}{3y - 2}; \quad 6) \frac{52}{4y + 2} = \frac{14}{27};$$

$$7) \frac{13}{17} = \frac{7 + 2y}{85}; \quad 8) \frac{55}{90} = \frac{6 - 5y}{18}.$$

Тенгламанинг илдизини топинг (**27—29**):

27. 1) $2(2,6x - 4) = -30 + 5,09x$; 2) $20,1x - 1,1 = 4(10 - 5,25x)$;

3) $3(17 - 22,1x) = -7 - 63,4x$; 4) $19x - 0,4 = 2(32x - 5) + 0,6$.

28. 1) $6\frac{1}{3}y + 6,5 = 2,5 - \frac{2}{3}y$;

2) $3\frac{4}{9}y - 6,73 = 4\frac{4}{9}y + 9,27$;

3) $\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}x + 4,63\right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} + 1,37$;

4) $\frac{4}{9}x + 1,64 - \frac{6}{11} = 1 - \left(0,36 + \frac{5}{9}x\right)$.

29. 1) $20(x - 4) - 17(3 - 2x) = 53 + 27x$;

2) $-4,5(3x + 2) + 1,6(5 - 4x) = 3,1x + 1,3$;

3) $\frac{5}{21}(7 - 3x) - \frac{4}{35}(5x + 7) = \frac{2}{15} - \frac{2}{7}$;

4) $\frac{9}{16}(32 + x) + \frac{7}{12}(36 - x) = \frac{5}{16}x - 7$.

30. 1-жадвални тұлдириңгі:

1-жадвал

Катернинг турғын сувдаги тезлиги (км/соат)	30		35	40		
Дарё оқимининг тезлиги (км/соат)	3				3	4
Катернинг дарё оқими бүйлаб сузгандаги тезлиги (км/соат)		33	39		45	
Катернинг дарё оқимига қарши сузгандаги тезлиги (км/соат)		29		38		34

Матнни ҳисоблаб чиқаринг, унга тескари масала тузинг ва ечинг (**31—32**):

31. Биринчи устахона ишни 6 соатда, иккинчи устахона эса шу ишни 4 соатда бажаради. Агар улар биргаликда ишласа, ана шу ишни неча соатда бажаради?

32. Юк машинасига керакли йүлни босиб ўтиши учун 7 соат, енгил машинага эса 3 соат керак. Агар юк ва енгил машиналар бир вактда қарама-қарши йұналишда йүлга чиқишиша, у холда улар қанча вактдан кейин учрашади?

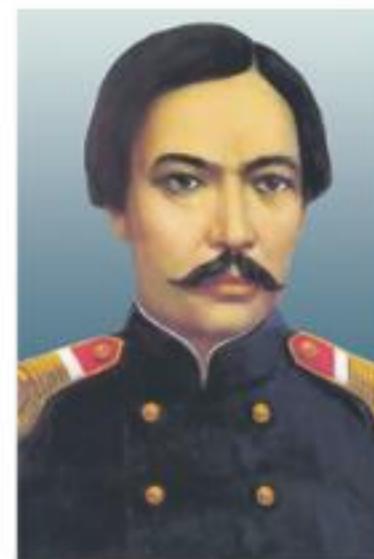
- 33.** Квадратнинг периметри томонлари: 36 см; 2 см; 0,2 см; 0,5 см; $\frac{1}{6}$ см; $\frac{2}{3}$ см бўлган олтибурчакнинг периметрига тенг. Квадратнинг юзасини топинг.
- 34.** Ҳажми томонлари: 1) 4 см, 6 см ва 9 см; 2) 4 см, 10 см, 25 см; 3) 5 см, 8 см, 25 см; 4) 27 см, 8 см, 125 см; 5) 6,4 см, 2,7 см, 34,3 см; 6) 0,7 см, 4,9 см, 0,8 см бўлган тўғри бурчакли паралелепипеднинг ҳажмига тенг бўлган кубнинг томонини топинг.
- 35.** Доира биринчи бурчаги учинчисидан икки марта, иккинчиси эса уч марта ортиқ бўлган учта секторга бўлинган. Ҳар бир секторнинг бурчагини топинг.
- 36.** Агар ўйланган сонни 2,6 га кўпайтириб, ҳосил бўлган кўпайтманинг 25% ига 0,35 ни қўшсак, у ҳолда 1 сони чиқади. Ўйланган сонни топинг.
- 37.** Турғун сувдаги тезлиги 14 км/соат бўлган моторли қайиқ дарё оқими бўйича сузди. Қайиқ чиққан пунктдан 1 соатдан кейин турғун сувдаги тезлиги 31 км/соат бўлган катер йўлга чиқди. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда катер моторли қайиқ билан қанча вақтдан кейин учрашади?
- 38.** Турғун сувдаги тезлиги 15 км/соат бўлган моторли қайиқ дарё оқими бўйича қуи томонга қараб сузди. 1 соатдан кейин унга қарама-қарши йўналишда турғун сувдаги тезлиги 33 км/соат бўлган катер йўлга чиқди. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда неча соатдан кейин катер ва моторли қайиқ ораларидаги масофа 114 км бўлади?
- 39.** Иш якунида a кг олма сотилмай қолди ва яна ҳар бирида b кг дан бўлган 5 қути олма олиб келинди. Натижада жами неча килограмм олма тўпланди?
Масалани ечиш формуласини ёзиб, $a = 5,75$ ва $b = 4,25$ бўлганда масаланинг жавобини топинг.
- 40.** $y = x + 37^2$ формулагага:
- 1) $x = 25^2 - 101$ кўйилганда, у нинг қиймати жамоат арбоби, шоир Мағжан Жумабоевнинг туғилган йили;
 - 2) $x = 24^2 - 10^2$ кўйганда, у нинг қиймати қозоқ ёзма адабиётъ нинг асосчиси, публицист Абай Қунанбоевнинг туғилган йили;
 - 3) $x = 22^2 - 2 \cdot 3^2$ кўйганда, у нинг қиймати публицист, саёҳатчи, Ўрта Осиё, Қозогистон ва Шарқий Туркистон халқларининг тарихи ва маданиятини ўрганган Чўқон Валихоновнинг туғилган йили;



М. Жұмабоев



А. Құнанбаев



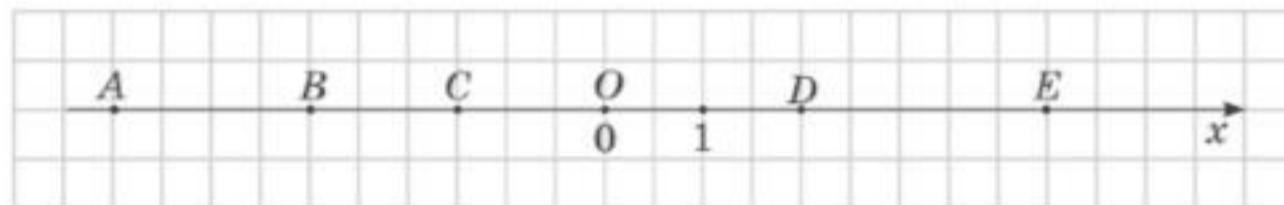
Ч. Валихонов



Ж. Жабаев

4) $x = 21^2 + 2 \cdot 3^2$ қүйилганды, у нинг қиймати жирау, сўз устаси Жамбул Жабаевнинг туғилган йили чиқади.

- 41.** 1-расмда белгиланган нұқталарнинг координаталарини топинг:
- 1) координаталар бошидан чап томонда;
 - 2) координаталар бошидан үнг томонда жойлашган нұқталарни айтинг;
 - 3) қайси нұқта координаталар бошига энг яқин жойлашган?

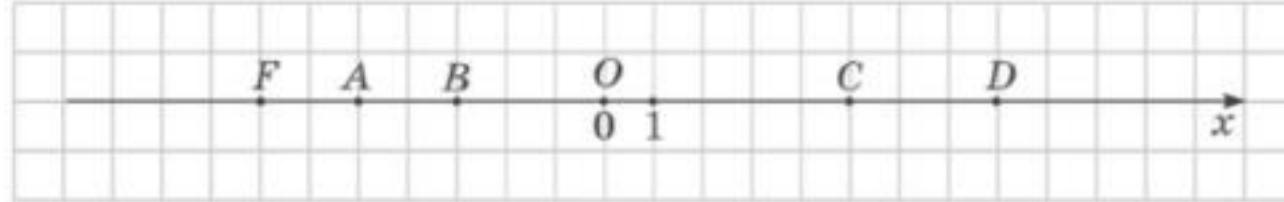


1-расм

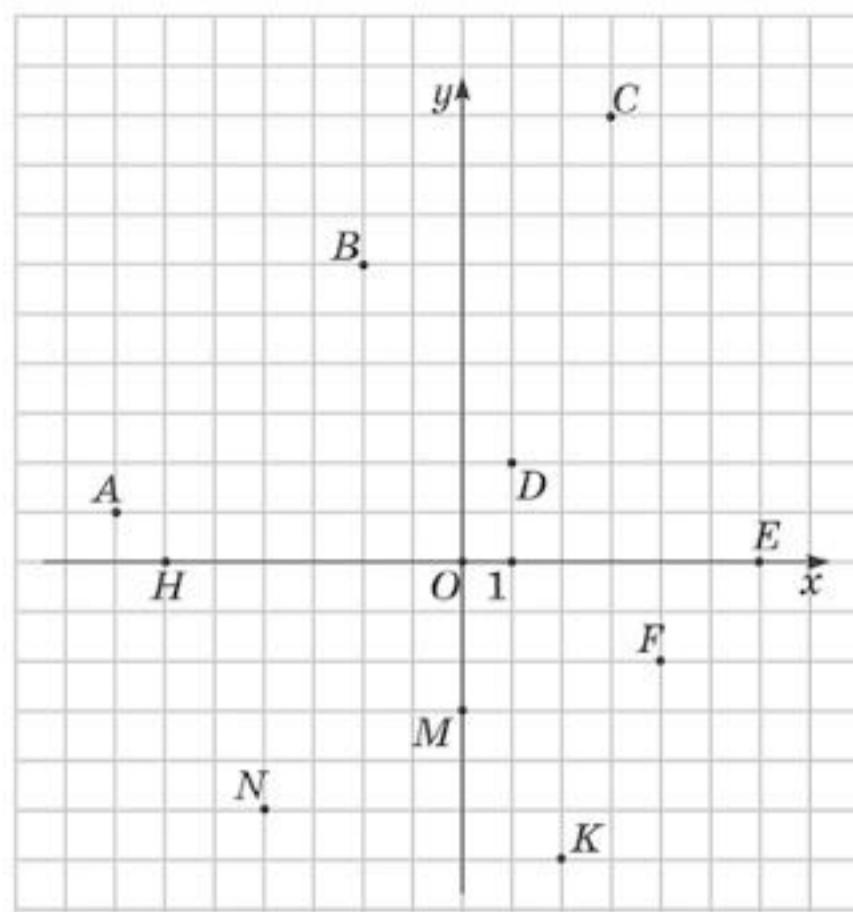
- 42.** 2-расмда берилған нұқталарнинг координаталарини топинг. Координаталар түғри чизиғида:
- 1) координаталари берилған нұқталарнинг координаталарига қарама-қарши бүлған нұқталарни белгиландырыңыз;
 - 2) C ва D нұқталар орасыда жойлашған иккита нұқта белгилаб, уларнинг координаталарини ёзинг;
 - 3) берилған нұқталарнинг ҳар биридан чап томонда (үнг томонда) жойлашған нұқтани белгиландырыңыз және унинг координаталарини ёзинг.

- 43.** Координаталар түғри чизиғида:

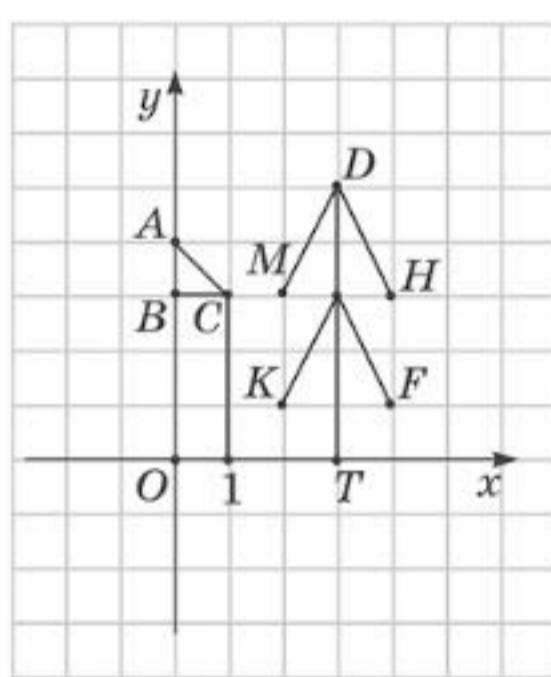
- 1) а) -4 ва 3 ; б) $-3,5$ ва 0 ; в) $-7,3$ ва -2 ; г) $-0,99$ ва $2,1$ сонлары орасыда қандай бутун сонлар жойлашған?



2-расм



3-расм



4-расм

2) а) 4,7; б) $-3,2$; в) 0,6; г) $-9,99$ сони қандай бутун сонларнинг орасида жойлашган?

- 44.** Координаталар текислигига белгиланган нүкталарнинг координаталарини ёзинг (3-расм). Ушбу нүкталарнинг қайсилари:
 1) Ох ўқида; 2) Оу ўқида; 3) I чоракда; 4) II чоракда; 5) III чоракда; 6) IV чоракда жойлашган?

- 45.** Координаталар текислигига $A(-3; 2)$; $B(0, -2)$; $C(1,5; -1)$; $D(-4; 0)$; $E(2,5; -3,5)$ нүкталар белгиланган. Улар қайси координаталар чорагида жойлашган? Башқа координаталар чоракларида нүкталар белгилаб, уларнинг координаталарини ёзинг.

- 46.** $A(5; 6)$; $B(-3; 0)$; $C(0; 8)$ нүкталарни координаталар текислигига белгиламай, уларга 1) абсцисса ўқига; 2) ординаталар ўқига; 3) координаталар бошига нисбатан мос равища симметрик бўлган M , H , K нүкталарнинг координаталарини ёзинг.

- 47.** 4-расмда белгиланган $A, B, C, E, D, M, H, K, F, T, P$ нүкталарнинг координаталарини ёзинг:

- ординаталар ўқига нисбатан мос равища $A, B, C, E, D, M, H, K, F, T, P$ нүкталарга симметрик бўлган $A_1, B_1, C_1, E_1, D_1, M_1, H_1, K_1, F_1, T_1, P_1$ нүкталарнинг координаталарини ёзинг;
- $A_1, B_1, C_1, E_1, D_1, M_1, H_1, K_1, F_1, T_1, P_1$ нүкталарни белгиланг ва $AC_1, BC_1, C_1E_1, D_1M_1, D_1H_1, P_1K_1, P_1F_1, D_1T_1$ кесмаларни чизинг.

48. $A(0; 1,5)$ ва $B(2; 6)$ нүкталарни белгиланг.

- 1) AB ва BO кесмаларни чизиб, уларнинг узунликларини 1 мм аниқликкача ўлчанг;
- 2) ординаталар ўқига нисбатан B нүктаға симметрик жойлашган F нүктанинг координаталарини ва абсцисса ўқига нисбатан мос равища F , A ва B нүкталарга симметрик бўлган E , D , C нүкталарнинг координаталарини топинг;
- 3) $ABOCDEFA$ синик чизиқ чизиб, унинг узунлигини 1 мм аниқликда ўлчанг.

49. $A(3; 4)$ нүкта ва абсциссаси A нүктанинг абсциссасига тенг бўлган, ординатаси эса A нүкта ординатасининг 50% ини ташкил этувчи B нүктани белгиланг. Ординатаси B нүктанинг ординатасига тенг бўлган, абсциссаси эса B нүктанинг абсциссасидан 2 марта катта бўлган C нүктани белгиланг. Ординатаси 0 га тенг бўлган, абсциссаси эса C нүктанинг абсциссасига тенг T нүктани белгиланг. Ординаталар ўқига нисбатан мос равища A, B, C, T нүкталарга симметрик D, M, K, F нүкталарни белгиланг. Агар бирлик кесманинг узунлиги 5 мм бўлса, у ҳолда $ABCTFKMDA$ фигурунинг периметри ва юзасини топинг.

Тенгламани ечинг (**50–51**):

50. 1) $40 + 2x = 3x - 15$; 2) $16x - 33 = 1 + 13x$;

3) $23,8y - 80 - 24,3y = 2$; 4) $95y - 4,9 = 98y - 1$;

5) $8\frac{1}{15}z - 27 = 9z - 13$; 6) $\frac{41}{45}t + \frac{2}{9} = 1\frac{2}{9}t - \frac{7}{9}$.

51. 1) $16,05x + 1,8x = 3,63 - 0,3x$; 2) $1,09 + 5,8y = 38,29 + 15,1y$;

3) $\frac{5}{7}x + 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{28} - \frac{4}{7}x$; 4) $5\frac{1}{6} + \frac{4}{15}t = -\frac{2}{5}t - \frac{2}{3}$;

5) $19t - \frac{3}{8} = \frac{5}{7} - 42t$; 6) $\frac{6}{11} - 31,28k = -\frac{2}{3} + 8,72k$.

Тенгламанинг илдизини топинг (**52–53**):

52. 1) $17x - 2,6 = 3(0,8 + 3x)$; 2) $8 + 5,1x = 49(1 + 0,1x)$;

3) $38(0,1x + 1) = 40 - 3,2x$; 4) $63x - 13,7 = 13(0,1 + 5x)$;

5) $23(x - 0,1) = 17x + 2,7$; 6) $33(0,1x + 1) = 4 - 6,7x$.

53. 1) $3(2x - 4) + 15 = 16 - 5(2 - x);$

$$2) \quad 4,5(6 - z) - 0,5z = 1 + 0,5(z + 3);$$

$$3) \frac{23}{40}(8t + 5) - t = 2,6t - (3t - \frac{3}{4});$$

$$4) \quad 10\frac{2}{3}(9 - k) + 81 = 107 - \frac{1}{3}(k - 60).$$

54. Берилган тенгламаларнинг илдизлари Шарқий Қозоғистон вилоятида жойлашган Марқакўл қўриқхонаси ҳақида маълумотлар беради:

$$1) x + 0,24 = 20 + 0,99x,$$

x — қўриқхонанинг қурилган йили;

$$2) \quad 3y - 2(169,9 + y) = 150 - (y + 339,8),$$

y — қўриқхонанинг юзаси (минг гектар);

$$3) \quad 50z + (z + 6,2) = 200,$$

z — қўриқхонадаги ўрмоннинг юзаси (минг гектар).

55. Берилган тенгламаларни ечганды турли хил баландликдаги ҳаво ҳароратига мөсүл көзөнүү оласиз:

1) $3x + (x + 2) = 2(3x + 12)$ тенгламанинг илдизи 4000 м баландликдаги ҳаво ҳарорати ($x^{\circ}\text{C}$);

2) $-3(2,5 - y) = 28,5 + 4,5y$ тенгламанинг илдизи 6000 м баландликдаги ҳаво ҳарорати ($y^{\circ}\text{C}$);

3) $25,8z - 4,3(6z + 300) = 25,8z$ тенгламанинг илдизи 10 000 м баландликдаги ҳаво ҳарорати ($^{\circ}\text{C}$).

56. Берилган тенгламаларни ечганда баъзи бир ҳайвонларнинг ўртача яшаш муддатига мос келувчи сонни оласиз:

1) $12,5 - (16x - 28,3) = -71,2$ тенгламанинг илдизи чумолининг энг узок јашаш муддатини;

2) $31,8 - \left(\frac{1}{7} + \frac{4}{7}y\right) = 1\frac{2}{3}y + 4,8$ тенгламанинг илдизи калтакесакнинг энг узоқ яшаш муддатини;

3) $\frac{13}{15}z - \left(\frac{7}{9} + \frac{1}{3}z\right) = 7\frac{2}{9}$ тенгламанинг илдизи олмахоннинг энг узоқ яшаш муддатини аниқлайди.



Марқакұл құриқхонаси

Тенгламанинг илдизларини топинг (**57–58**):

- 57.** 1) $|x| + 20,9 = 22$; 2) $315 - |x| = 288$;
 3) $|x| - 74,6 = 9,4$; 4) $15\frac{2}{15} - |x| = 7\frac{1}{12}$;
 5) $|x| - 21,9 = 6\frac{2}{3}$; 6) $100,3 + |x| = 101\frac{8}{9}$.
58. 1) $|x| + 5|x| - 40 = 4|x|$; 2) $100 - |x| = -49|x| + 124$;
 3) $6|x| - 2|x| = 35 - 16|x|$; 4) $29|x| - |x| - 13 = -22|x|$.

59. Ўзгарувчининг қандай қийматларида тенглик түғри бўлади:

- 1) $|x + 1| = x + 1$; 2) $|2 - x| = 2 - x$?
60. a нинг қандай қийматида $|10 - x| = a$ тенгламанинг: 1) ечими мавжуд бўлади; 2) ечими мавжуд бўлмайди; 3) илдизи нолга тенг бўлади; 4) илдизи 10 га тенг бўлади?

61. Битта координаталар түғри чизигида 1) сонлар интервали ва сон нури; 2) сонли кесма ва сонли очик нур ясанг. Эҳтимолий ҳолларни кўриб чиқиб, ҳар бир ҳол учун сон оралиқларининг бирлашмаси ва кесишмасини топинг.

62. Сонлар оралиғининг кесишмасига тегишли бўлган барча натурал сонларни топинг:

- 1) $(1; 8)$ ва $(-5; 7]$; 2) $[-2; 3]$ ва $(-1; 5)$;
 3) $(-\infty; 6]$ ва $[4; +\infty)$; 4) $(-10; -2]$ ва $[-7; 1)$.

63. 1) $(-10; 6)$ ва $(1; +\infty)$; 2) $[5; 29]$ ва $[20; +\infty)$;
 3) $(-3; 13]$ ва $[-4; +\infty)$; 4) $(21; +\infty)$ ва $(-20; 21]$ сон оралиқларининг кесишмасига тегишли бўлган энг катта (энг кичик) натурал сонни топинг.

64. 1) $[3,5; 7,1]$ ва $(1; +4,9)$; 2) $\left(-\infty; \frac{3}{7}\right]$ ва $\left[-\frac{8}{9}; +\infty\right)$;
 3) $(-\infty; +\infty)$ ва $\left[-7\frac{1}{3}; 8\frac{1}{3}\right]$; 4) $(-5,1; 9,1)$ ва $(-\infty; +\infty)$
 сон оралиқларининг кесишмасига тегишли бўлган энг катта (энг кичик) бутун сонни топинг.

65. Берилган тенгсизликнинг ечими бўладиган энг кичик натурал сонни топинг:

- 1) $10 + 7x > 24$; 2) $19 - 6x < -5$;
 3) $-43x + 2 \leqslant 45$; 4) $60 + 17x > -19$;
 5) $83 + x < 84x$; 6) $-7 - 30x \leqslant 5x$.

Берилган тенгсизликнинг ечими бўладиган энг катта бутун сонни топинг (**66—68**):

- 66.** 1) $0,5x + 41,5 \leqslant 42$; 2) $90 - \frac{1}{3}x > 91$;
 3) $\frac{2}{3}x - 15 < 20$; 4) $18\frac{1}{9} \geqslant 0,2x + 18$;
 5) $31 - 4\frac{1}{7}x > 2$; 6) $30,08 < -\frac{8}{9}x - 1,92$.
- 67.** 1) $-4y + 10 \geqslant 2(1-y) + 24$; 2) $49 - 3(3 - 2z) \leqslant 1 - 4z$;
 3) $7(6 - 5t) - 5 < 1 - 41t$; 4) $-0,5(8x + 9) - 0,9 > 4x - 3$.
- 68.** 1) $\frac{3x - 4}{2} > \frac{6 - 2x}{3}$; 2) $\frac{10 - x}{6} \geqslant \frac{x + 7}{5}$;
 3) $\frac{3 + 2x}{12} \geqslant \frac{3x - 2}{15}$; 4) $\frac{y - 5}{18} < \frac{6 - y}{24}$.

Тенгсизликни ечинг (**69—71**):

- 69.** 1) $3,3x - 0,4(4 - 3x) \leqslant 9,3 + 5(0,7 - x)$;
 2) $9(0,5y + 1) - 3,1(1 - y) > 5,9 + 7,2y$;
 3) $0,6(a - 2) - 0,2 \geqslant 0,8(a + 2) + 3,5$;
 4) $-1,4 + 0,5(11b - 2) < -5,5b + 1,6$.

- 70.** 1) $5\frac{2}{3} + \frac{7}{3}(14x - 3) > \frac{4}{9}(18x - 2)$;
 2) $\frac{5}{6}(7 + 9y) \leqslant 7\frac{1}{2} - \frac{7}{8}(5y - 8)$;
 3) $30 - \frac{4}{5}(2 - 15z) \geqslant \frac{2}{3}(15z + 1)$;
 4) $\frac{3}{4}(8t + 1) < \frac{5}{6}(16t - 3) - 12\frac{1}{2}$.

- 71.** 1) $\frac{x - 3}{14} - \frac{x - 7}{35} + \frac{2x + 3}{5} \geqslant 0,1$;
 2) $\frac{5 - 3y}{11} + \frac{y - 4}{10} - \frac{2 + 3y}{22} < \frac{2}{11}$;
 3) $\frac{8x - 1}{8} + \frac{7 - 4x}{5} - \frac{x + 3}{20} > \frac{3}{40}$.



Тенгсизликлар системасини ечинг (72—74):

$$72. 1) \begin{cases} 20x+40 \leq 0, \\ \frac{2}{9} - \frac{4}{27}x > 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3\frac{1}{3} - 10x < 0, \\ 1,6 - 4,8x < 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 10 + 5x > -20, \\ \frac{5}{11} - \frac{20}{33}x \geq 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7\frac{2}{7} - 51x \leq 0, \\ 3x + 40 \leq 52. \end{cases}$$

$$73. 1) \begin{cases} 2(x+5) < 2 - 2x, \\ 3(2-x) \geq 3 - x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3(x+8) > 9 - 2x, \\ 3(x+4) \geq x+5; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4(x+1) \leq 9 - 2x, \\ 2(x+5) \leq 1 - x; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 4(3-x) \geq 2 - 2x, \\ 3(x-2) \geq 2 - x. \end{cases}$$

$$74. 1) \begin{cases} 3x + 5(x-2) \leq 3 - 2x, \\ 4(5x-1) - 21x \geq 1 - 3x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7 - 11x < 9x - 2(5x+7), \\ 6 - x \geq 2(1 - 4x) - 3(1 - 3x). \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5(6x-5) < 3(4x+3) + 2, \\ 2(6x-1) - 12 + 9x > 5(8x+1); \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3(2x+13) - 2(x+2) > 10x - 4, \\ 3(4x+9) - 2(x-1) < 16x + 2. \end{cases}$$

75. Тенгсизликлар системасининг ечими бўладиган барча бутун сонларни топинг:

$$1) \begin{cases} x - 1 > \frac{2x - 0,5}{3}, \\ \frac{7x + 12}{8} \geq x + 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{9x - 13}{8} > x - 2, \\ 1 + x > \frac{10x + 6}{9}. \end{cases}$$

76. Тенгсизликлар системасининг ечими бўладиган барча натурал сонларни топинг:

$$1) \begin{cases} \frac{7,4x + 23}{21} \leq 1 + 0,4x \\ 3x - 5 \leq \frac{20x - 31}{7}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 1 - 2x \leq \frac{28 - 53x}{27}, \\ 0,1x + 3 < \frac{13 - 0,7x}{3}. \end{cases}$$

77. 1) Агар иккиланган бутун сонга унинг ярми қўшилса, у ҳолда 17 дан катта сон, агар бутун соннинг учланган кўпайтмасидан унинг ярми айрилса, у ҳолда 18 дан кичик сон ҳосил бўлади. Берилган бутун сонни топинг.

2) Агар бутун соннинг $\frac{3}{10}$ қисмига 0,25 ни қўшса, у ҳолда 5 дан кичик, агар шу бутун соннинг $\frac{7}{9}$ идан $\frac{1}{3}$ и айрилса, у ҳолда 11 дан катта сон ҳосил бўлади. Берилган бутун сонни топинг.

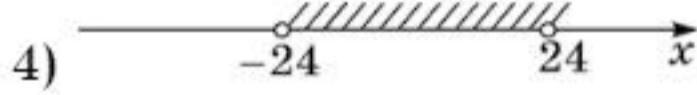
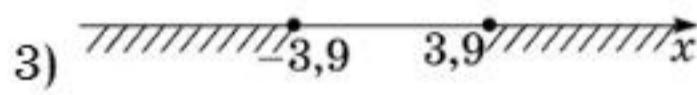
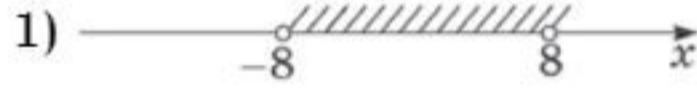
- 78.** 1) Агар бутун сонга унинг 40% и қўшилса, у ҳолда 47 дан катта, шу бутун сондан унинг 65% и айрилса, у ҳолда 12 дан кичик сон ҳосил бўлади. Дастребки бутун сонни топинг.
 2) Агар бутун сондан унинг 11% и айрилса, у ҳолда 88 дан катта, агар шу бутун сонга унинг 121% и қўшилса, у ҳолда 221 дан кичик сон ҳосил бўлади. Дастребки бутун сонни топинг.

- 79.** Тенгсизликлар системасини ечинг:

$$\begin{cases} 4x + 7,8 > 45x - 4,2, \\ 18 + 1,1x \leq 4,1x + 13,5, \\ 5,5 - 3,4x < 40,5 - 8,4x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17,3 - 29x \geq -35x - 6,7, \\ 1,5x + 13,1 < \frac{1}{2}x - 18,1, \\ \frac{6}{3}x - 27,8 \leq 21,2 - \frac{2}{3}x. \end{cases}$$

- 80.** 5-расмда тасвирланган сон оралиқларини модуль қатнашган тенгсизлик кўринишида ёзинг:



5-расм

- 81.** Тенгсизликларнинг ечимини координаталар тўғри чизигида тасвирланг:

- | | | |
|--------------------------|-------------------|---------------------------|
| 1) $ x \leq 5,6;$ | 2) $ x < 17;$ | 3) $ x > 4\frac{3}{16};$ |
| 4) $ x \geq 9;$ | 5) $ x > 10;$ | 6) $ x \leq 8,14;$ |
| 7) $ x < 3\frac{5}{6};$ | 8) $ x \geq 20.$ | |

- 82.** Тенгсизликни ечинг:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) $ 1 + 2x < 9;$ | 2) $ 3 + 2x \leq 5;$ |
| 3) $ 1 - 2x \geq 7;$ | 4) $ 2 - 5x > 22;$ |
| 5) $ 3x + 5 \geq 20;$ | 6) $ 7 - 4x \leq 11;$ |
| 7) $ 4 + 3x \leq 5;$ | 8) $ 6x - 5 \geq 1.$ |

9) $|1 - 2x| < 4;$

10) $|0,8 - \frac{1}{3}x| > 0,2;$

11) $|2,5x + 1| < 1,5;$

12) $|-4x + \frac{1}{9}| \leq \frac{5}{9}.$

83. Тенгсизликлар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} 147 - 3x \geq 51, \\ |x| \geq 11, \\ 11 + 0,5x > 0,5; \end{cases}$

2) $\begin{cases} |x| \leq 1,5, \\ 60x + 8 < 9x + 9, \\ |x| < 9,7. \end{cases}$

84. 1) $\begin{cases} |x| < 4, \\ |x| \geq 1, \\ x > -3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} |x| \leq 10, \\ x > -7, \\ x \leq 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} |x| > 3, \\ x \leq 4, \\ |x| \leq 5. \end{cases}$

тенгсизликлар системаси бажарыладиган барча бутун сонлар ииғиндинсининг қийматини топинг.

85. Тенгсизликлар системасини ечганда шамол тезликлари ҳақида маълумотта эга бўласиз.

1) $\begin{cases} \frac{1}{5}y \geq 4, \\ \frac{1}{7}y \leq 4; \end{cases} \quad y \text{ км/соат} — ўртача шамол тезлиги;$



Денгиз довули

2) $\begin{cases} 10y - 390 \geq 0, \\ 0,1y \geq -5; \end{cases} \quad y \text{ км/соат} — кучли шамол тезлиги;$

3) $\begin{cases} 15(5-z) \leq -14z, \\ 29(z-3) \leq 28z; \end{cases} \quad z \text{ км/соат} — денгиз довули тезлиги;$

4) $\begin{cases} 50 - 0,5z \leq -9, \\ 9 - \frac{1}{3}z \leq -1; \end{cases} \quad z \text{ км/соат} — кучли довул вақтидаги шамол тезлиги.$

Тенгламалар системасини ечинг (86–87):

86. 1) $\begin{cases} 4x + 3y = -7, \\ 2x - y = 9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x + 6y = 3, \\ x - 2y = -9; \end{cases}$

$$3) \begin{cases} 6x + y = -1, \\ 12x - 7y = 61; \end{cases}$$

87. 1) $\begin{cases} 8x + 15y = -56, \\ 4x - 7y = 30; \end{cases}$

$$3) \begin{cases} 11x + 10y = 73,5, \\ 6x - 5y = -54; \end{cases}$$

88. 1) $\begin{cases} x + y = 300, \\ \frac{1}{2}x - 0,5y = 30 \end{cases}$

тenglamalар системасини ечиб, қуруқликдаги әңг катта ҳайвонлардан бири бегемот ҳақида маълумотлар оласиз. x нинг қиймати бегемотнинг оғзи неча градусга очилишини; y нинг қиймати бегемот жағларининг неча сантиметрга очилишини билдиради.

89. Тenglamalар системасини ечиб, Құстоной вилоятида жойлашган Наврӯзим қўриқхонаси ҳақида маълумотларга эга бўласиз:

$$1) \begin{cases} x + y = 3897, \\ x - y = 35; \end{cases}$$

x нинг қиймати Наврӯзим қўриқхонасининг қайта қуилган йили;

y нинг қиймати Наврӯзим қўриқхонасининг қуилган йили;

$$2) \begin{cases} x + 10y = 1197, \\ 20y - x = 1434; \end{cases}$$

x нинг қиймати Наврӯзим қўриқхонасининг дастлабки майдонига (минг га);

y нинг қиймати Наврӯзим қўриқхонасининг қайта қуилгандан кейинги майдонига (минг га) мос келади;

$$3) \begin{cases} 0,1x + 0,01y = 32, \\ 2x + y = 1200; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - 4y = -42, \\ 9x + 8y = 62. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 6x - 9y = 88,5, \\ 5x + 3y = 47,5; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + 13y = -69, \\ 14x + 11y = -3. \end{cases}$$



Бегемот



Наврӯзим қўриқхонаси

x нинг қиймати Наврӯзим қўриқҳонасидаги қушлар тури;
 y нинг қиймати Наврӯзим қўриқҳонасидаги ўсимликлар турини кўрсатади;

$$4) \begin{cases} 1,5x + 2,5y = 75, \\ \frac{1}{20}x + \frac{1}{6}y = 3; \end{cases}$$

x нинг қиймати Наврӯзим қўриқҳонасидаги сут эмизувчилар тури;

y нинг қиймати Наврӯзим қўриқҳонасидаги балиқлар турини кўрсатади.

Тенгламалар системасини ечинг (90—94):

$$90. 1) \begin{cases} x = -7 + y, \\ 2x - 3y = -16; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = x - 5, \\ 4x + y = 10; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -x = 3 - 2y, \\ x - 5y = -6; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y = 4 - 5x, \\ y - 7x = -8. \end{cases}$$

$$91. 1) \begin{cases} x + 2y = 0,3, \\ x = -y + 0,5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y - 8x = 83,1, \\ y = -x - 6,9; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 21x + y = -15,1, \\ y = 0,9 - x; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} -2,5y + x = -12,8, \\ x = 1,2 - y. \end{cases}$$

$$92. 1) \begin{cases} x - y = -\frac{5}{7}, \\ 4x + 3y = -4\frac{6}{7}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 10x - 3y = \frac{94}{9}, \\ x + y = -\frac{14}{9}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 9x + 2y = -\frac{19}{7}, \\ y - x = \frac{10}{21}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7x - 6y = \frac{10}{3}, \\ y + x = -\frac{11}{3}. \end{cases}$$

$$93. 1) \begin{cases} 3(x-2) - 2(y+1) = -16, \\ 5(x-3) + 8(y-2) = 51; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -6(4-x) + (y+5) = 2, \\ 11(1+x) - 9(7-y) = -36. \end{cases}$$

$$94. 1) \begin{cases} \frac{4x-3}{2} + \frac{5y+1}{3} = 12,5, \\ 1,5x - 0,7y = -3,4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2,3x - 1,9y = 0,8, \\ \frac{4-3y}{4} + \frac{-5x-2}{3} = -4,5. \end{cases}$$

95. 2-жадвалда үйинчоқлар нархи күрсатилған:

2-жадвал

Үйинчоқ тури	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
Нархи (тengеда)	430	560	630	520	320	610	440	710	360	736

- 1) Нархи 500 тенгедан ортиқ бўлмаган үйинчоқларнинг неча тури бор?
- 2) Отаси 1000 тенгега ўғлига икки хил үйинчоқни неча усул билан сотиб олиши мумкин?
- 3) Учта үйинчоқ сотиб олган кишига 15% ли чегирма берилади. 1000 тенгедан кам пулга қандай учта үйинчоқ сотиб олиш мумкин?

- 96.** 1) Турли хил рангли кийимлар тўплами 1-диаграммада күрсатилған. Агар тўпламда жами 80 та кийим тури бўлса, қизил рангли кийимлар сонини топинг.
- 2) Корхонада йил давомида чиқарилган маҳсулотларининг таҳлили натижаси 2-диаграммада күрсатилған. Агар йиллик маҳсулот унумдорлиги 2 400 000 тенгени ташкил этса, 3-чоракда унумдорлик қандай бўлган?

6-диаграмма



7-диаграмма



1 БОБ

БУТУН КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА

1-§. НАТУРАЛ КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА



Натурал күрсаткичли даражаны нима учун билиш керак?



Тушунтириңг

Бир неча бир хил күпайтувчиларнинг күпайтмаси нима учун даража билан алмаштирилади?

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6; \quad \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} = \left(\frac{8}{9}\right)^3;$$

$$\underbrace{(-1,1) \cdot (-1,1) \cdot \dots \cdot (-1,1)}_{21 \text{ марта}} = (-1,1)^{21}.$$

Агар ихтиёрий бир сонни a ҳарфи, күпайтувчилар сонини эса n ҳарфи билан белгиласак, у ҳолда

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ марта}} = a^n \text{ турида ёзиш мумкин.}$$

a^n ифодадаги a сони (такрорланадиган күпайтувчи) даражанинг асоси, n сони (күпайтувчининг неча марта такрорланишини күрсатувчи сон) даражанинг күрсаткичи, a^n — даража деб аталади.

Даража ўқилганда аввал унинг асоси, кейин эса унинг күрсаткичи ўқилади.

a^n ифоданинг ўқилиши:

- a нинг n күрсаткичли даражаси;
- a нинг n -даражаси.

Изоҳ күрсаткичи 1 дан катта бўлган a сонининг n натурал күрсаткичли даражаси деб ҳар бир күпайтувчиси a га teng бўлган n та күпайтувчининг күпайтмасига айтилади, яъни teng a : $\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \cdot a}_{n \text{ марта}} = a^n$.

Ихтиёрий соннинг биринчи даражаси шу соннинг ўзига teng, яъни $a^1 = a$.



Ёдга тушириңг!

1. a^2 ва a^3 даражалар қандай аталади?
2. $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$; $(-0,6)^2 = 0,36$; $(-3)^3 = -27$ тенгламасини түшүнтириңг.
3. Қандай ҳолларда натурал күрсаткичли даражасы a^n мусбат, қандай ҳолларда манфий бўлади?

Натурал күрсаткичли даражасы

Агар $a > 0$ ва n натурал сон бўлса, у ҳолда $a^n > 0$, яъни ихтиёрий мусбат соннинг натурал күрсаткичли даражаси мусбат сон бўлади.

Агар $a < 0$ ва n жуфт сон бўлса, у ҳолда $a^n > 0$, яъни манфий соннинг жуфт даражаси мусбат сон; агар $a < 0$ ва n тоқ сон бўлса, у ҳолда $a^n < 0$, яъни манфий соннинг тоқ даражаси тоқ сон бўлади.

Масалан: $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$;

$$\left(\frac{6}{7}\right)^4 = \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1296}{2401};$$

$$(-0,3)^5 = (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) = -0,00243;$$

$$x \cdot x = x^8.$$



Натурал күрсаткичли даражанинг асоси қандай сон (натурал, каср, мусбат ёки манфий ва ҳ.к.) бўлиши мумкин?

Даражанинг асоси ихтиёрий рационал сон (натурал сонлар, ноль, мусбат ва манфий касрлар), манфий бутун сонлар ва ихтиёрий ўзгарувчи бўлиши мумкин.

Даражага кўтариш учинчи босқич амали ҳисобланади. Сизга биринчи босқич амаллари (қўшиш ва айриш) ва иккинчи босқич амаллари (кўпайтиш ва бўлиш) маълум. Шу билан бир қаторда, Сиз қавслар қатнашмаган сонли ифоданинг қийматини топиш учун аввал иккинчи босқичнинг, сўнгра биринчи босқичнинг амаллари бажарилишини биласиз.

Ифодада учинчи босқичнинг амаллари бўлганда қуйидаги қоидадан фойдаланилади:

Агар сонли ифодада қавс қатнашмаса, у ҳолда аввал учинчи, сүнгра иккинчи, кейин эса биринчи босқыч амаллари бажарилади.

$$\text{Масалан, } 6 : \frac{1}{8} - \frac{5}{9} \cdot (-3)^4 + 0,1 \cdot 10^2 = 6 : \frac{1}{8} - \frac{5}{9} \cdot 81 + 0,1 \cdot 100 = \\ = 48 - 45 + 10 = 13.$$

Сонни даража күринишида ёзиш күп ҳолларда, хусусан натурал сонни қўшилувчиларнинг разряди ва ўнли ёзуви шаклида ёзиш учун фойдаланилади:

$$82\,345 = 8 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 8 \cdot 10^4 + \\ + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5.$$

10 сонининг даражасидан жуда катта сонларни ёзишда фойдаланилади. Масалан, Ернинг Қуёшдан бир йилда оладиган энергияси катталиги 10^{25} Ж, довулнинг энергияси 10^{15} Ж, инсонда қон айланиш тизими узунлиги 10^5 км га teng.



1. Натурал кўрсаткичли даражанинг қиймати манфий сон, ноль бўлиши мумкинми?
2. $81 \cdot 4 - 243 : 35 + 240$ ифодадаги амаллар тартибини айтинг.

Машқлар

A

1.1. Кўпайтмани даража күринишида ёзинг:

- 1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9;$
- 2) $(-1,2) \cdot (-1,2) \cdot (-1,2) \cdot (-1,2) \cdot (-1,2);$
- 3) $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7};$
- 4) $b \cdot b \cdot b;$
- 5) $(t + k) \cdot (t + k) \cdot (t + k) \cdot (t + k);$
- 6) $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y}.$

Кўпайтмани даража күринишида ёзишдан фойдаланиб, ифодани соддалаштиринг (**1.2–1.3**):

- | | |
|---|---|
| 1.2. 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11;$ | 2) $\frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13;$ |
| 3) $1,7 \cdot 1,7 \cdot 1,7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6};$ | 4) $\left(-\frac{5}{11}\right) \cdot \left(-\frac{5}{11}\right) \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4.$ |

1.3. 1) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot c \cdot c \cdot c$; 2) $0,6 \cdot 0,6 \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d$;

3) $k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s$; 4) $\frac{t}{m} \cdot \frac{t}{m} \cdot \frac{t}{m} \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n$;

5) $(2 - b) \cdot (2 - b) \cdot (2 - b) \cdot (2 - b) \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$.

Берилган ифодани бир хил күпайтувчиларнинг күпайтмаси кўринишида ёзинг (**1.4—1.5**):

1.4. 1) 23^5 ; 2) $\left(-\frac{9}{17}\right)^6$; 3) $7,3^4$; 4) $(-0,1)^7$.

1.5. 1) $(3c)^5$; 2) $\left(t - \frac{5}{14}\right)^3$; 3) $(8s + 1)^4$; 4) $\left(\frac{2}{7}ab\right)^4$;

5) $(n + m)^6$; 6) $(0,9kst)^3$.

Хисобланг (**1.6—1.8**):

1.6. 1) 6^3 ; 2) $1,4^3$; 3) $(-8)^4$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; 5) $(-0,2)^5$.

1.7. 1) 10^4 ; 2) $(-0,7)^3$; 3) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$; 4) $\left(1\frac{4}{5}\right)^3$.

1.8. 1) $(-2,8)^3$; 2) $\left(2\frac{1}{2}\right)^5$; 3) 7^4 ; 4) $1,1^3$; 5) $\left(-\frac{3}{5}\right)^5$.

В

Амалларни бажаринг (**1.9—1.11**):

1.9. 1) $5^2 - 200$; 2) $13 - 3^3$; 3) $20 + 2^6$; 4) $2^4 - 3^2$.

1.10. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{29}{32}$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{22}{27}$; 3) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{11}{25}$;

4) $(1,2)^2 + 2,06$; 5) $(0,4)^4 - 1$; 6) $20 - (1,4)^2$.

1.11. 1) $3^5 - 2^6 : 40$; 2) $4^4 : 1000 - 0,3$;

3) $7^2 \cdot 2^3 + 608$; 4) $8^2 \cdot 3^3 - 728$.

1.12. Кўпайтмани даражада кўринишида ёзиб, ифодани соддалаштиринг:

1) $\underbrace{15 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 15}_{15 \text{ марта}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{22 \text{ марта}}$; 2) $\underbrace{2,8 \cdot 2,8 \cdot \dots \cdot 2,8}_{10 \text{ марта}} \cdot \underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_{37 \text{ марта}}$;

3) $\underbrace{\frac{10}{19} \cdot \frac{10}{19} \cdot \dots \cdot \frac{10}{19}}_{18 \text{ марта}} \cdot \underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{11 \text{ марта}}$; 4) $\underbrace{(-7) \cdot (-7) \cdot \dots \cdot (-7)}_{15 \text{ марта}} \cdot \underbrace{z \cdot z \cdot \dots \cdot z}_{22 \text{ марта}}$;

5) $\frac{24 \cdot 24 \cdot \dots \cdot 24}{20 \text{ марта}} \cdot \frac{(x+3)(x+3) \cdot \dots \cdot (x+3)}{43 \text{ марта}},$

6) $\frac{\frac{d}{4} \cdot \frac{d}{4} \cdot \dots \cdot \frac{d}{4}}{19 \text{ марта}} \cdot \frac{t \cdot t \cdot \dots \cdot t}{50 \text{ марта}}.$

1.13. Ифодани соддалаштириинг:

1) $x \cdot x \cdot x \cdot x + b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b;$ 2) $y \cdot y \cdot y - s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s;$

3) $(5a) \cdot (5a) \cdot (5a) \cdot (5a) - \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n};$ 4) $\frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} + z \cdot z.$

C

1.14. Амалларни бажаринг:

1) $10^3 - 5^2 : 8 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot 81;$ 2) $2,43 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 6^2(2^5 - 28);$

3) $9^3 - 15^2 : 16 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \frac{27}{32};$ 4) $(7^2 - 51)^3 \cdot \frac{5}{9} + 3,6 : 9^2.$

1.15. 1) $x = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 4^3 \cdot 3^4;$ 2) $x = 3^3 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2;$
 3) $x = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 24 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2;$ 4) $x = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 27 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$ бўлса,

x сонининг 25% ини топинг.

1.16. Ифодаларнинг қийматини таққосланг:

1) $8^3 - 600$ ва $17^2 - 4^4;$ 2) $-10^4 + 9^4$ ва $(-15)^3;$

3) $0,4^3 + 1,6 \cdot 1,1$ ва $1,5^3 - 11 \cdot 0,5^3;$

4) $(-2,2)^3 + 0,603 \cdot 2^4$ ва $368 - 2^3 \cdot 6^4.$

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

1.17. Ҳисобланг ва натижасини даража кўринишида ёзинг:

1) $2^3 \cdot 2^4;$ 2) $3^2 \cdot 3^3;$ 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2;$ 4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2.$

1.18. Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

1) $5^3 \cdot 5^4$ ва $5^{12};$ 2) $6^2 \cdot 6^6$ ва $6^8;$

3) $(-3)^2 \cdot (-3)^4$ ва $(-3)^8;$ 4) $4^4 \cdot 4^5$ ва $4^9.$

1.19. Тўғри тенгликни топинг ва уларни териб ёзинг:

1) $7^2 \cdot 7^6 = 7^8;$ 2) $(-6)^7 \cdot (-6)^2 = (-6)^{14};$

3) $(0,5)^5 \cdot (0,5)^2 = (0,5)^7;$ 4) $(-1,25)^3 \cdot (-1,25)^2 = (-1,25)^6.$

2-§. БИР ХИЛ АСОСЛИ ДАРАЖАЛАРНИ КҮПАЙТИРИШ



Бир хил асосли даражаларни күпайтиришнинг қандай хоссаларини биласиз?

Бир хил асосли икки даражанинг күпайтмасини күриб чиқамиз. $a^6 \cdot a^2$ ифодани асоси a бўлган даража кўринишида ёзамиз:

$$a^6 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a; \quad a^2 = a \cdot a.$$



Тушунтиринг

$$1. a^6 \cdot a^2 = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{6 \text{ марта}} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{2 \text{ марта}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{(6 + 2) \text{ марта}} = a^8$$

тенгликни тушунтиринг.

2. a^6 ва a^2 даражаларнинг кўрсаткичлари a^8 даражанинг кўрсаткичи билан қандай боғлаган?

Асослари бир хил бўлган иккита даражани күпайтирганда асос ўзгаришсиз қолиб, даража кўрсаткичлари эса қўшилганлигини кўрамиз.

Бу хосса ихтиёрий бир хил асосли даражалар учун бажарилади. Ушбу хоссанинг тўғрилигини исботлаймиз.

Агар a ихтиёрий рационал сон ва m, n ихтиёрий натурал сон бўлса, у ҳолда

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Ҳақиқатанан,

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{m \text{ марта}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ марта}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{(m+n) \text{ марта}} = a^{m+n}.$$

Шундай қилиб, натурал кўрсаткичли даражанинг хоссанини исботладик.

Бир хил асосли иккита даража күпайтмасининг қиймати асоси ўзгаришсиз қоладиган, даража кўрсаткичи эса берилган даражалар кўрсаткичларининг йиғиндисини ҳосил қилувчи даражага тенг.

Бир хил асосли натурал кўрсаткичли икки даража күпайтмасининг қийматини топиш учун қуйидаги қоидадан фойдаланилади.

Бир хил асосли даражаларни күпайтириш учун асоси ўзгаришсиз қолдирилиб, даража кўрсаткичлари қўшилади.

Бу қоидадан бир хил асосли натурал күрсаткичли уча таңдаңынан ортиқ даражалар учун фойдаланиш мүмкін.



Тушунтириңг

Нима сабабдан $d^3 d^7 dd^{11} = d^{3+7+1+11} = d^{22}$?



- Даража күрсаткичлари бүлмаган ва асослари манфий бүлган иккита даражани күпайтириш натижасида қандай сон (манфий ёки мусбат) қосыл бүлади?
- Бир хил асосли даражаларни күпайтириш қоидасидан фойдаланиш учун даражаларнинг асослари қандай сон бүлиши мүмкін?

Машқлар

A

Ифодани даража күринишида ёзинг (2.1–2.2):

2.1. 1) $x^5 x^{12}$;

2) $y^4 y^{11}$;

3) $z^{20} z^6$;

4) $40^{20} \cdot 40^3$;

5) $(0,3)^7 \cdot (0,3)^{29}$;

6) $(8,4)^3 \cdot (8,4)^{15}$;

7) $\left(\frac{2}{7}\right)^{31} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^6$;

8) $\left(\frac{15}{19}\right)^3 \cdot \left(\frac{15}{19}\right)^{19}$;

9) $\left(4\frac{4}{9}\right)^{14} \cdot \left(4\frac{4}{9}\right)^{28}$;

10) $(-5)^4 \cdot (-5)^{11}$;

11) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^8$;

12) $(-6,2)^6 \cdot (-6,2)^7$;

13) $(-c)^{10} \cdot (-c)^{51}$;

14) $\left(-\frac{d}{2}\right)^9 \cdot \left(-\frac{d}{2}\right)^9$;

15) $(-1,4k)^5 \cdot (-1,4k)^{20}$.

2.2. 1) $(3 - a)^4 \cdot (3 - a)^{10}$;

2) $(x + y)^3 \cdot (x + y)^{15}$;

3) $(2b - 3)^6 \cdot (2b - 3)^{23}$;

4) $\left(\frac{1}{2}c + 2\right)^{21} \cdot \left(\frac{1}{2}c + 2\right)^{14}$;

5) $\left(4 - \frac{2}{3}t\right)^{19} \cdot \left(4 - \frac{2}{3}t\right)^2$;

6) $(9,2-k)^{15} \cdot (9,2-k)^{34}$.

Даражани бир хил асосли икки даражанинг күпайтмаси күринишида ёзинг (**2.3—2.4**):

- 2.3.** 1) 9^{10} ; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$; 3) $(81,4)^6$; 4) $\left(-\frac{4}{11}\right)^{15}$;
 5) $(-20)^7$; 6) $\left(5\frac{1}{9}\right)^{40}$; 7) $(-0,09)^{13}$; 8) $\left(2\frac{5}{13}\right)^{28}$.
2.4. 1) y^{11} ; 2) $(-d)^{41}$; 3) $(8,5c)^{14}$; 4) $\left(-3\frac{2}{3}x\right)^{13}$.

Юлдузчалар үрнига тенглик түғри бўладиган қилиб сон қўйинг (**2.5—2.6**):

- 2.5.** 1) $a^{31} = a^{19} \cdot a^*$; 2) $b^{24} = b^* \cdot b^{16}$;
 3) $(-d)^{52} = (-d)^{34} \cdot (-d)^*$; 4) $(xy)^9 = (xy)^3 \cdot (xy)^*$;
 5) $\left(\frac{k}{3}\right)^{20} = \left(\frac{k}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{k}{3}\right)^*$; 6) $(1,3t)^* : (1,3t)^8 = (1,3t)^{13}$.
2.6. 1) $x^{40} = x^9 \cdot x^* \cdot x^{23}$; 2) $a^* \cdot a^5 \cdot a^{23} = a^{41}$;
 3) $(ab)^* \cdot (ab) \cdot (ab)^9 = a^{14}$; 4) $\left(\frac{c}{4}\right)^{20} \cdot \left(\frac{c}{4}\right)^* = \left(\frac{c}{4}\right) \cdot \left(\frac{c}{4}\right)^{25}$;
 5) $(-k)^5 \cdot (-k)^* \cdot (-k)^5 = (-k)^{15}$; 6) $\left(\frac{2}{5}y\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}y\right)^* = \left(\frac{2}{5}y\right) \cdot \left(\frac{2}{5}y\right)^8$.

B

Ифодани соддалаштиринг (**2.7—2.8**):

- 2.7.** 1) $5^k \cdot 5^4$; 2) $6^m \cdot 6^{10}$; 3) $1,7^7 \cdot 1,7^e$;
 4) $(-4)^3 \cdot (-4)^d$; 5) $\left(\frac{6}{13}\right)^c \cdot \left(\frac{6}{13}\right)^6$; 6) $(-5,2)^9 \cdot (-5,2)^n$.
2.8. 1) $8^{4n} \cdot 8^n$; 2) $(-3)^{3k} \cdot (-3)^{8k}$; 3) $\left(\frac{8}{9}\right)^{11t} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{6t}$
 4) $\left(6\frac{2}{3}\right)^{9m} \cdot \left(6\frac{2}{3}\right)^{9m}$; 5) $(-4,1)^{9t} \cdot (-4,1)^{9t}$; 6) $3,7^{8n} \cdot 3,7^{8n}$.

Даражани бир хил асосли учта даражанинг күпайтмаси күринишида ёзинг (**2.9—2.10**):

- 2.9.** 1) 15^{13n} ; 2) $(-42)^{8m}$; 3) $\left(\frac{9}{16}\right)^{20t}$; 4) $(-1,1)^{11k}$.

2.10. 1) $(-100)^{6k}$; 2) 99^{7k} ; 3) $\left(8\frac{3}{5}\right)^{17t}$; 4) $7,7^{3k}$.

2.11. Даражани бир хил асосли даражаларнинг кўпайтмаси кўринишида ёзинг. Ҳар хил ҳолларни кўриб чиқинг:

1) a^3 ; 2) $(-6)^4$; 3) $\left(\frac{5}{18}\right)^5$; 4) $(x + y)^4$.

С

Тенглик тўғри бўладиган қилиб юлдузчаларнинг ўрнига ифода қўйинг (**2.12–2.13**):

- | | |
|--|--|
| 2.12. 1) $a^k \cdot a^* = a^{k+n}$; | 2) $b^* \cdot b^{3n} = b^{m+3n}$; |
| 3) $(cd)^* = (cd)^{2t} \cdot (cd)^5$; | 4) $(5z)^6 \cdot (5z)^* = (5z)^{6+3k}$. |
| 2.13. 1) $c^k \cdot c^* = c^{2k+1}$; | 2) $d^{5k} \cdot d^* = d^{8k+2}$; |
| 3) $z^{6k} \cdot z^* = z^{10k+10}$; | 4) $m^* \cdot m^{13k} = m^{16k+13}$. |

2.14. Берилган тенгликнинг тўғри тенглик эканини исботланг:

1) $x^{k+4n-9} \cdot x^{7-3k} \cdot x^{6+2k-4n} = x^4$;
 2) $x^{5m+11} \cdot x^{20-4m+2n} \cdot x^{m-2n-30} = x^{2m+1}$.

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

2.15. Даражаларни кўпайтма кўринишида ёзинг ва касрни қисқартиринг:

1) $\frac{3^5}{3^4}$; 2) $\frac{4^4}{4^5}$; 3) $\frac{(2,3)^4}{(2,3)^3}$; 4) $\frac{(-0,8)^3}{(-0,8)^2}$.

2.16. Тўғри тенгликларни кўчириб ёзинг:

1) $\frac{2^9}{2^3} = 2^3$; 2) $\frac{7^8}{7^4} = 7^4$; 3) $\frac{(0,25)^{12}}{(0,25)^4} = (0,25)^8$.

3-§. БИР ХИЛ АСОСЛИ ДАРАЖАЛАРНИ БҮЛИШ. НОЛЬ КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА.



Бир хил асосли даражаларни бүлишнинг қандай хоссаси мавжуд? Ноль күрсаткичли даражада дегани нима?

Натурал күрсаткичли бир хил асосли иккита даражани масалан, $b^{15} : b^9$ бўлинмани кўриб чиқинг.

Ўйланг

1. $b^{15} : b^9$ ифодани берилган асосли даражада шаклида қандай ёзиш мумкин?
2. Бўлиш қандай бажарилган, $b^{15} : b^9 = \frac{b^{15}}{b^9} = \frac{b^9 \cdot b^6}{b^9} = b^6$?
3. b^{15} ва b^9 даражаларнинг күрсаткичлари b^6 даражанинг күрсаткичи билан қандай боғланган?

Бир хил асосли даражаларни бўлишда асоси ўзгаришсиз қолишини, күрсаткичи эса сурати ва маҳражидаги даражаларнинг күрсаткичлари айирмасининг қийматига teng бўлишини кўряпмиз.

Ушбу хоссанинг тўғрилигига ишонч ҳосил қиласлик:

Агар b — нолга teng бўлмаган ихтиёрий рационал сон, m ва n сонлари эса $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$ бўлган ихтиёрий натурал сонлар бўлса, у ҳолда $m > n$.

Исботи:
$$\frac{b^m}{b^n} = \frac{b^n \cdot b^{m-n}}{b^n} = b^{m-n}$$
, яъни $b^m : b^n = b^{m-n}$ ва $m > n$, $b \neq 0$.

Исботланган хоссани холосалаймиз:

нолга teng бўлмаган бир хил асосли натурал күрсаткичли икки даражада бўлинмасининг қиймати асоси ўзгаришсиз қоладиган, күрсаткичи эса бўлинувчи билан бўлувчининг айирмаси бўладиган даражага teng.

Нолга teng бўлмаган бир хил асосли икки даражада бўлинмасининг қийматини топиш учун қуидидаги қоидадан фойдаланиш мумкин:

бир хил асосли икки даражада бўлинмасининг қийматини топиш учун асосини ўзгаришсиз қолдириб, бўлинувчининг даражасидан бўлувчининг даражасини айриши керак.



Тушунтириңг

Бир хил асосли даражаларни бўлиш қандай бажарилган:

$$\frac{t^{41}}{t^{29}} = t^{41-29} = t^{12}?$$

Бир хил асосли даражаларни бўлиш қоидасини кўрсаткичлари бир хил бўлган ҳолда кўриб чиқамиз. Бунинг учун ихтиёрий даражани ўз-ўзига бўламиз. Масалан, a^n даражани a^n даражага бўлишини кўриб чиқамиз. Нолга бўлиш мумкин эмаслиги туфайли, $a \neq 0$.

У ҳолда $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$. $\frac{a^n}{a^n} = 1$, шунинг учун $a^0 = 1$.

Демак, ихтиёрий ($a \neq 0$) сони учун $a^0 = 1$.

Масалан, $10^0 = 1$; $5^0 = 1$; $28^0 = 1$; $(-16)^0 = 1$.



- Бир хил асосли даражаларни бўлиш қоидасидан фойдаланиш учун даражанинг асоси ва кўрсаткичи қандай бўлиши керак?
- Ноль кўрсаткичили даражанинг қийматини топишда нима сабабдан даражанинг асоси нолга teng бўлмаслиги керак?
- a нинг қандай қийматларида a^0 даражанинг қиймати 1 га teng бўлади?

Машқлар

A

Ифодани даража кўринишида ёзинг (3.1—3.3):

- | | | | |
|-------------|--|--|---|
| 3.1. | 1) $x^{10} : x^7$; | 2) $y^{13} : y^8$; | 3) $z^{41} : z^{19}$; |
| | 4) $35^{21} : 35^9$; | 5) $(1,8)^{14} : (1,8)^9$; | 6) $(0,8)^{50} : (0,8)^{31}$; |
| | 7) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{28} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{20}$; | 8) $\left(-\frac{17}{20}\right)^{43} : \left(-\frac{17}{20}\right)^{26}$; | 9) $\left(-5\frac{4}{18}\right)^{17} : \left(-5\frac{4}{13}\right)^8$. |
| 3.2. | 1) $(-8)^{50} : (-8)^{30}$; | 2) $\left(\frac{3}{14}\right)^3 : \left(\frac{3}{14}\right)^2$; | 3) $(4,1)^{81} : (4,1)^{72}$; |
| | 4) $\left(\frac{a}{3}\right)^{31} : \left(\frac{a}{3}\right)^{21}$; | 5) $(-k)^{38} : (-k)^{37}$; | 6) $(-6,8)^{43} : (-6,8)^{42}$. |

- 3.3.** 1) $(9+x)^6 : (9+x)^4$; 2) $(m-n)^9 : (m-n)^5$;
- 3) $(2x-1)^7 : (2x-1)^4$; 4) $\left(\frac{a}{5}-3\right)^{25} : \left(\frac{a}{5}-3\right)^{23}$;
- 5) $\left(4+\frac{b}{6}\right)^{10} : \left(4+\frac{b}{6}\right)$; 6) $(8,8-c)^{44} : (8,8-c)^{34}$.

Даражани бир хил асосли даражаларнинг бўлинмаси кўришида ёзинг **(3.4–3.5):**

- 3.4.** 1) 50^{22} ; 2) $\left(\frac{7}{3}\right)^{10}$; 3) $(-7,2)^{34}$; 4) $\left(-\frac{8}{9}\right)^{41}$.
- 3.5.** 1) y^{12} ; 2) $(-z)^{16}$; 3) $(-1,8d)^{51}$; 4) $\left(\frac{2}{11}c\right)^{77}$.

Тенглик тўғри бўладиган қилиб юлдузчаларнинг ўрнига сон ёзинг **(3.6–3.7):**

- 3.6.** 1) $200^{10} = 200^{21} : 200^*$; 2) $4,45^{39} : 4,45^* = 4,45^{30}$;
- 3) $(-5ab)^* : (-5ab) = (-5ab)^{11}$; 4) $\left(\frac{5}{16}t\right)^* : \left(\frac{5}{16}t\right)^2 = \left(\frac{5}{16}t\right)^{22}$.

- 3.7.** 1) $x^{60} = x^{-40} : x^{15} : x^*$; 2) $a^* : a^4 : a = a^7$;
- 3) $\left(-\frac{8}{15}k\right)^{38} = \left(-\frac{8}{15}k\right)^{36} : \left(-\frac{8}{15}k\right)^* : \left(-\frac{8}{15}k\right)$;
- 4) $(1,1t)^8 : (1,1t) : (1,1t)^* = 1,1t$.

- 3.8.** Хисобланг: $4,5^0$; $\left(-\frac{4}{5}\right)^0$; x^0 ; $(-2x+y)^0$; $(8,6a)^0$; $(-9,1bc)^0$.

3.9. Ифодани соддалаштиринг:

- 1) $a^{100} : a^{89} \cdot a^2$; 2) $b^{98} : b^{88} \cdot b^{15}$;
- 3) $(ax)^{41} \cdot (ax)^{12} : (ax)^{33}$; 4) $(3z)^{56} : (3z)^{51} \cdot (3z)$;
- 5) $\left(\frac{c}{5}\right)^{66} : \left(\frac{c}{5}\right)^{62} \cdot \left(\frac{c}{5}\right)^3$;
- 6) $(-kt)^{49} : (-kt)^{39} \cdot (-kt)^{10}$.

3.10. Хисобланг:

1) $3^{25} : 3^{22} \cdot 3^2;$

2) $6^{20} \cdot 6^{18} : 6^{35};$

3) $\left(\frac{5}{9}\right)^{40} : \left(\frac{5}{9}\right)^{36} \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^2;$

4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{50} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{49} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4;$

5) $(1,1)^{17} \cdot (1,1) : (1,1)^{16};$

6) $(-1,3)^{29} : (-1,3)^{28} \cdot (-1,3).$

B

3.11. 1) $a = 5; -\frac{3}{11}; 2,8; -40$ бўлса, у ҳолда $\frac{a^{20} \cdot a^{20}}{a^{17} \cdot a^{19}}$

2) $b = 8; -1,3; \frac{5}{3}; -6$ бўлса, у ҳолда $\frac{b^{40} \cdot b^{40} \cdot b^{39}}{b^{39} \cdot b^{49}}$

ифоданинг қийматини топинг.

3.12. x нинг қандай қийматларида

1) $100^{34} : 100^{32} : 100^x;$ 2) $(-40)^{50} : (-40)^x : (-40)^{21};$

3) $\left(\frac{1}{6}\right)^{42} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 : \left(\frac{1}{6}\right)^x;$ 4) $(-9,3)^*: (-9,3)^{24} \cdot (-9,3)^{48}$

ифоданинг қиймати 1 га teng бўлади?

3.13. Ифоданинг қийматларини таққосланг:

1) $4^5 : 4^3$ ва $2^8 : 2^6;$ 2) $(-9)^{10} : (-9)^9$ ва $(-8)^9 : (-8)^8;$

3) $10^{20} : 10^{19} \cdot 10^2$ ва $2^{40} : 2^{35} \cdot 2^5;$

4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{60} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{58}$ ва $\left(-\frac{1}{2}\right)^{40} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{36}.$

Ифодани соддалаштиринг (3.14—3.15):

3.14. 1) $9^n : 9^5;$ 2) $(-10)^6 : (-10)^n;$ 3) $3,7^k : 3,7^{11};$

4) $\left(\frac{3}{16}\right)^6 : \left(\frac{3}{16}\right)^d;$ 5) $\left(8\frac{1}{4}\right)^c : \left(8\frac{1}{4}\right)^e;$ 6) $(-2,4)^t : (-2,4)^1.$

3.15. 1) $11^k : 11^4 \cdot 11^{k+1};$ 2) $20^{10} : 20^t \cdot 20^{3+t};$

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3k} : \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2k+3};$ 4) $(-9)^{20t} : (-9)^{t+5} : (-9);$

5) $\left(-\frac{1}{9}\right)^{5t-2} : \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)^{5t};$ 6) $2,1^{k+3} \cdot 2,1^{6t} : 2,1^{4t+3}.$

С

3.16. Ҳисобланг:

- 1) $(2^{30} : 2^{15} : 2^{10}) \cdot (5^{27} : 5^{26} \cdot 5);$
- 2) $(3^{13} : 3^{12} \cdot 3^3) : (7^{17} : 7^{16} : 7^2);$
- 3) $(4^{10} : 4^8) \cdot (6^8 : 6^6) : (24^{37} : 24^{34});$
- 4) $(9^{22} : 9^{20}) \cdot (8^5 : 8^3) : (6^{18} : 6^{15}).$

3.17. Даражани бир хил асосли икки даражанинг бўлинмаси кўринишида ёзинг:

- 1) $a^{k+5};$
- 2) $d^{k+m};$
- 3) $b^{2k+1};$
- 4) $c^{4+5k}.$

3.18. Ҳисобланг:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{(-5)^6 \cdot (-5)^7 \cdot (-5)^8}{(-5)^{14} \cdot (-5)^4}; & 2) \frac{1,2^{40} \cdot 1,2^{25} \cdot 1,2^4}{1,2^{59} \cdot 1,2^8}; \\ 3) \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{30}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{34} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{23}}; & 4) \frac{\left(-\frac{1}{6}\right)^{25} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{19} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{16}}{\left(-\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{49}}. \end{array}$$

3.19. Ифоданинг қийматини топинг:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{(-6)^{19} \cdot (-6)^{33}}{3,2^{24} \cdot 3,2^6} \cdot \frac{3,2^{96} \cdot 3,2^{12}}{(-6)^{28} \cdot (-6)^{29}} \cdot \frac{(-6)^6}{3,2^{77}}; \\ 2) \frac{1,7^{40} \cdot 1,7^{12} \cdot 20^{30}}{1,7^{39} \cdot 20^6 \cdot 20^7} \cdot \frac{20^7 \cdot 20^8}{1,7^{13} \cdot 1,7^9} \cdot \frac{1,7^{10}}{20^{31}}. \end{array}$$

3.20. Тенгликнинг тўғрилигини текширинг:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{x^{100} \cdot x^{20} \cdot x^{60}}{x^{89} \cdot x^{72}} = \frac{x^{55} \cdot x^{36}}{x^{41} \cdot x^{13} \cdot x^{18}}; \\ 2) \frac{x^{33} \cdot x \cdot x^{69}}{x^{47} \cdot x^{49}} = \frac{x^{53} \cdot x^{56} \cdot x^{60}}{x^{81} \cdot x^2 \cdot x^{79}}; \\ 3) \frac{a^{17} \cdot a^{47} \cdot a^{56}}{a^{81} \cdot a^{39}} = \frac{a^{80} \cdot a^5 \cdot a^{37}}{a^{59} \cdot a^{63}}; \\ 4) \frac{a^{31} \cdot a^{18} \cdot a^{27} \cdot a^{19}}{a^{22} \cdot a^{54} \cdot a^{16}} = \frac{a^{39} \cdot a^{23}}{a^{59}}. \end{array}$$

Ахборот тайёрланг

3.21. Ал-Коший — XV аср бошларида $a^0 = 1$ тенгликтини (бу ерда $a \neq 0$) бириңчилардан бўлиб ўз асарларида ёзиб қолдирган самарқандлик олим.



Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

3.22. Ифодани даража кўринишида ёзинг:

$$1) (2^3)^4; \quad 2) (4^2)^3; \quad 3) \left((-2)^3\right)^2; \quad 4) (5^2)^3.$$

3.23. Тўғри тенгликларни териб ёзинг:

$$1) (7^2)^3 = 7^5; \quad 2) (8^4)^2 = 8^8; \quad 3) (3^3)^2 = 3^9.$$

4-§. ДАРАЖАНИ ДАРАЖАГА КҮТАРИШ



Даражани даражага күтариш қандай бажарилади?

$(a^7)^5$ ифода асоси a^7 ва күрсаткичи 5 га тенг бўлган даражага кўринишида берилган.



Тушунтириинг

$(a^7)^5 = a^{35}$ тенгликнинг бажарилишига натурал күрсаткичли даражанинг таърифини кўлаш орқили ишонч ҳосил қилинг.

$(x^4)^3$ ва $(2^5)^6$ ифодаларини асоси мос равища x ва 2 бўладиган даражага кўринишида ёзамиз:

$$(x^4)^3 = x^4 \cdot x^4 \cdot x^4 = x^{4 \cdot 3} = x^{12};$$

$$(2^5)^6 = 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 2^{5 \cdot 6} = 2^{30}.$$

Даражани даражага күтаришда даражанинг асоси ўзгаришсиз қолиб, даражага кўрсаткичларининг кўпайтирилганини кўриб турибиз. Энди қуидаги хоссанинг тўғрилигини исботлайлик:

агар a — ихтиёрий сон ва m , n — бутун номанфий сонлар бўлса, у ҳолда $(a^m)^n = a^{mn}$.

Дарҳақиқат натурал күрсаткичли даражанинг таърифига кўра: $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ марта}}$. Бир хил асосли даражаларни кўпайтириш қоидасидан фойдалансак: $\underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ марта}} = a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^{n \text{ марта}}}.$

Бир хил қўшилувчиларнинг йифиндисини, яъни $\underbrace{m+m+\dots+m}_{n \text{ марта}}$ ни кўпайтма билан алмаштирамиз:

$$a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^{n \text{ марта}}} = a^{mn}.$$

Демак, даражани даражага кўтарганда қуидаги қоидадан фойдаланиш мумкин.

Даражани даражага күтариш учун асосини ўзгаришсиз қолдириб, даражага кўрсаткичлари кўпайтирилади.



- Даражани даражага күтариш қоидасидан фойдаланиш учун даражанинг асоси билан кўрсаткичи қандай бўлиши керак?
- Даражани даражага күтаришни ҳамма вақт бажариш мумкинми?

Машқлар

A

Асоси b бүлгін даражада күренишида ёзинг (4.1–4.2):

- | | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|----------------|
| 4.1. 1) $(b^2)^3$; | 2) $(b^3)^2$; | 3) $(b^4)^3$; | 4) $(b^2)^4$. |
| 4.2. 1) $(b^5)^2 \cdot b^3$; | 2) $b \cdot (b^3)^4$; | 3) $b^8 \cdot (b^{10})^3$; | |
| 4) $b^6 \cdot (b^4)^8$; | 5) $(b^7)^5 \cdot b$; | 6) $(b^{11})^4 \cdot b^{10}$; | |
| 7) $(b^5)^{10} : b^{31}$; | 8) $b^{43} : (b^9)^4$; | 9) $(b^6)^{12} \cdot b^{59}$; | |
| 10) $b^{100} : (b^5)^4$; | 11) $(b^{17})^5 : b^{81}$; | 12) $b^{79} : (b^{13})^6$. | |

Соддалаштириңг (4.3–4.4):

- | | | |
|--|--------------------------------|-----------------------------------|
| 4.3. 1) $(a^4)^2 \cdot (a^3)^4$; | 2) $(b^4 b)^6$; | 3) $(c^5)^8 : (c^6)^6$; |
| 4) $(d^8 d^2)^3$; | 5) $(c^9)^5 : (c^4)^{10}$; | 6) $(kk^{11})^7$. |
| 4.4. 1) $(b^4)^6 \cdot (b^5)^4$; | 2) $(b^{16})^4 : (b^3)^{20}$; | 3) $(b^9)^{12} : (b^{10})^{10}$; |
| 4) $(b^{30})^3 : (b^4)^{20}$; | 5) $(b^3)^7 \cdot (b^5)^5$; | 6) $(b^7)^6 : (b^8)^5$. |

4.5. Ифодани даражанинг квадрати күренишида ёзинг:

- 1) a^6 ;
- 2) x^{20} ;
- 3) y^{22} ;
- 4) z^{48} .

- 4.6.** 1) a^6 ;
- 2) x^{21} ;
- 3) y^{30} ;
- 4) z^{72}

ифодани даражанинг куби күренишида ёзинг.

4.7. Ҳисобланг:

- | | | |
|---|----------------------|---|
| 1) $(5^2)^2 - 600$; | 2) $(3^3)^2 + 271$; | 3) $1000 - 5 \cdot (2^3)^2$; |
| 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 320$; | 5) $(2^4)^2 - 200$; | 6) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{3645}{32}$. |

B

4.8. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $(b^5)^3 \cdot (b^2)^7 : (b^6)^4$, бу ерда $b = -2$;

2) $(a^2)^5 \cdot (a^{10})^2 : (a^{14})^2$, бу ерда $a = -\frac{3}{7}$.

4.9. Айниятни исботланг:

1) $(a^2)^4 \cdot (a^3)^5 : (a^3)^7 = a^2$;

2) $(x^3)^6 \cdot (x^2)^5 = x^{28}$.

4.10. Соддалаштириңг:

1) $\frac{(125b^2)^3}{25b^4}$;

2) $\frac{45x^{14}y^9}{-27x^{12}(-y^3)^3}$;

3) $\frac{-32c^{15}(d^4)^5}{24c^{13}d^{17}}$.

С

4.11. Хисобланг:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{(13^5)^{11} \cdot (13^4)^{10}}{(13^{47})^2}; & 2) \frac{(7^5)^6 \cdot 7^{27}}{(7^{14})^4}; & 3) \frac{(6^8)^9 \cdot (6^4)^5}{(6^{24})^3 \cdot (6^3)^6}; \\ 4) \frac{(19^{11})^7 \cdot (19^7)^2}{(19^{20})^3 \cdot 19^{29}}; & 5) \frac{(3^{15})^5 \cdot (3^{12})^2}{(3^2)^{25} \cdot (3^3)^{16}}; & 6) \frac{(2^{40})^3 \cdot (2^{12})^5}{(2^{45})^2 \cdot (2^{11})^4}. \end{array}$$

4.12. Ифоданинг қийматини топинг:

$$\begin{array}{ll} 1) (y^4)^5 : (y^9)^2 \cdot y^3, \text{ бу ерда } y = -1; \\ 2) (z^3)^9 : (z^4)^6 \cdot z, \text{ бу ерда } z = -2. \end{array}$$

4.13. Айниятни исботланг:

$$\begin{array}{ll} 1) (a^{2k})^5 : (2a^{3k}) - 1,5a^{7k} = -a^{7k}; \\ 2) (y^{2n})^6 : (5y^{5n})^2 + 0,96y^{2n} = y^{2n}. \end{array}$$

Янги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

4.14. Түғри тенгликларни териб ёзинг:

$$\begin{array}{ll} 1) (ab)^2 = a^2b^2; & 2) (7^2 \cdot 4^3)^2 = 7^2 \cdot 4^9; \\ 3) \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}; & 4) \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{4^3}{7^3}. \end{array}$$

4.15. Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

$$\begin{array}{ll} 1) (2^3b^2)^3 \text{ ва } 2^9b^6; & 2) (m^2c^3)^4 \text{ ва } m^8c^7; \\ 3) \left(\frac{3}{11}\right)^2 \text{ ва } \frac{3^2}{11^2}; & 4) \left(\frac{2}{9}\right)^3 \text{ ва } \frac{2^3}{9^3}. \end{array}$$

4.16. $|3x - 7| \leq 3$ тенглик түғри бўладиган энг кичик натурал сонни топинг.



5-§. КҮПАЙТМА ВА БҮЛИНМАНИ ДАРАЖАГА КҮТАРИШ



Күпайтмани ва бүлинмани даражага күтаришнинг қандай хоссалари бор?



$(3 \cdot 8)^4$ даражаны 3^4 ва 8^4 даражаларнинг күпайтмаси күринишда қандай ёзиш мүмкін?



Тушунтириңг

$$(3 \cdot 8)^4 = (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 =$$

 $= 3^4 \cdot 8^4$ тенгликдан фойдаланыб, $(3 \cdot 8)^4$ даражаны $3^4 \cdot 8^4$ күринишда ёзиш мүмкінлегини тушунтириңг.

Күпайтмани даражага күтарғанда ҳар бир күпайтуvчи шу даражага күтарилиб, ҳосил бўлган даражаларнинг күпайтирилишини кўриб турибмиз. Энди ушбу хоссанинг тўғрилигига ишонч ҳосил қиласиз.

Агар a ва b — ихтиёрий рационал сонлар, m — натурал сон бўлса, у ҳолда $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.

$$(a \cdot b)^m = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot (ab)}_{m \text{ марта}}.$$

Күпайтуvчиларнинг ўринларини алмаштириш мүмкінлиги туфайли:

$$\underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot (ab)}_{m \text{ марта}} = \underbrace{aa \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ марта}} \cdot \underbrace{bb \cdot \dots \cdot b}_{m \text{ марта}} = a^m \cdot b^m.$$

Күпайтмани даражага күтаришда баъзан ушбу қоидадан фойдаланиш мүмкін:

күпайтмани даражага күтариш учун ҳар бир күпайтуvчини шу даражага күтариб, ҳосил бўлган даражаларни күпайтириш керак.

Масалан, $(2 \cdot 10)^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10\ 000 = 160\ 000$.

$\left(\frac{2}{3}\right)^4$ мисол асосида бўлинмани даражага күтаришни кўриб чиқайлик. Натурал кўрсаткичли даражанинг таърифига кўра:

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$. Касрларни күпайтиришнинг қоидасини эъти-
борга олсак, $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$. Бир хил күпайтувчиларнинг
күпайтмасини даражага билан алмаштирамиз. У ҳолда $\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^4}{3^4}$.
Демак, $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$.

Касрни даражага күтариш учун унинг сурат ва маҳражини алоҳида даражага күтариш кераклигига ишонч ҳосил қилдик.

Энди ушбу хоссанинг түғрилигини исботлаймиз.

Агар a — бутун сон, b ва n — натуранал сонлар бўлса, у ҳолда

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Дарҳақиқат натуранал кўрсаткичили даражанинг таърифига кўра:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{b}{b}}_{n \text{ марта}} = \underbrace{\frac{aa \dots a}{bb \dots b}}_{n \text{ марта}} = \frac{a^n}{b^n}.$$

Касрни даражага кўтарганда қуйидаги қоидадан фойдаланиш мумкин.

Касрни даражага күтариш учун унинг сурати ва маҳражини шу даражага күтариш керак.

Масалан, $\left(-\frac{2}{k}\right)^6 = \left(\frac{2}{k}\right)^6 = \frac{2^6}{k^6} = \frac{64}{k^6}$.



- 1) 1) Кўпайтмани; 2) касрни даражага күтариш қоидасидан фойдаланиш учун даражанинг асоси ва кўрсаткичи қандай бўлиши керак?
- 2) Кўпайтмани ёки касрни натуранал даражага кўтарганда манфий сон ёки ноль чиқиши мумкинми?

Машқлар

A

Даражани даражаларнинг кўпайтмаси кўринишида ёзинг (5.1—5.2):

- 5.1. 1) $(ax)^7$; 2) $(yz)^{10}$; 3) $(nm)^{15}$; 4) $(cd)^{20}$.

5.2. 1) $(2a)^{20}$; 2) $(1,5b)^5$; 3) $(\frac{2}{17}c)^7$; 4) $(-4d)^{12}$.

Даражани даражаларнинг бўлинимаси кўринишида ёзинг
(5.3–5.4):

5.3. 1) $\left(\frac{a}{y}\right)^3$; 2) $\left(\frac{n}{m}\right)^{10}$; 3) $\left(\frac{k}{c}\right)^{19}$; 4) $\left(\frac{d}{x}\right)^{31}$.

5.4. 1) $\left(\frac{2}{b}\right)^5$; 2) $\left(\frac{d}{7}\right)^4$; 3) $\left(\frac{5}{a}\right)^{11}$; 4) $\left(-\frac{6}{n}\right)^8$.

5.5. Ифодани кўпайтманинг даражаси кўринишида ёзинг:

1) $2^8 \cdot a^8$; 2) $5^5 \cdot b^5$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 c^7$; 4) $\left(\frac{2}{15}\right)^{10} d^{10}$.

5) $4^6 a^6 b^6$; 6) $8^9 c^9 d^9$; 7) $\left(\frac{4}{11}\right)^{11} n^{11} m^{11}$; 8) $x^{13} y^{13} z^{13}$.

5.6. Ифодани касрнинг даражаси кўринишида ёзинг:

1) $\frac{4^{10}}{x^{10}}$; 2) $\frac{7^{13}}{y^{13}}$; 3) $\frac{z^{21}}{6^{21}}$; 4) $\frac{t^{39}}{9^{39}}$.

Соддалаштиринг **(5.7–5.8):**

5.7. 1) $\frac{(a \cdot b)^3}{b^2}$; 2) $\left(\frac{x}{y}\right)^5 \cdot y^7$; 3) $\frac{(d \cdot t)^9}{d^7}$;

4) $\frac{(x \cdot y)^6}{x^5}$; 5) $\frac{(a \cdot c)^{10}}{c^8}$; 6) $m^{12} \cdot \left(\frac{n}{m}\right)^{10}$.

5.8. 1) $\frac{(x^5 y^6)^4}{x^{20} y^{22}}$; 2) $\left(\frac{a^4}{b^3}\right)^5 \cdot b^{17}$; 3) $\frac{(x^8 y^4)^3}{x^{23} y^{12}}$;

4) $\frac{a^{21} b^{34}}{(a^{10} b^{17})^2}$; 5) $y^{20} \cdot \left(\frac{z^2}{y^5}\right)^4$; 6) $\frac{z^{19} t^{41}}{(z^6 t^{13})^3}$.

B

5.9. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $(a^4 b^5)^2 : (a^2 b^2)^3$, бу ерда $a = -0,5$, $b = 2$;

2) $(x^7 y^4)^3 : (x^{10} y^5)^2$, бу ерда $x = -3$, $y = \frac{2}{3}$;

- 3) $(-2a^6b^3)^3 : (5a^8b^4)^2$, бұу ерда $a = \frac{7}{8}$, $b = -\frac{3}{25}$;
- 4) $(3a^9b^3)^2 : (-4a^4b)^4$, бұу ерда $a = -\frac{5}{9}$, $b = -16$.

5.10. Айниятни исботланг:

- 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot (2^5)^3 \cdot 3^7 : (2^{10} \cdot 3)^2 = 1$; 2) $(7^2)^8 \cdot (6^3)^4 : (7^4 \cdot 6^3)^4 = 1$;
- 3) $\left(\frac{4}{5}\right)^6 \cdot (4^3)^3 \cdot 5^8 : (4^7 \cdot 5)^2 = 4$; 4) $(9^4 \cdot 8^3)^5 : (9^{10})^2 : (8^2)^7 = 8$.

Ифодани соддалаштириңг (**5.11—5.12**):

- 5.11.** 1) $(2x^5y^7)^3 : (x^{14}y^{20}) - (3xy^5)^3 : (x^2y^{14})$;
- 2) $(-3a^4b^5)^2 \cdot (-2a^2b^3)^3 : (-72a^6b^9)^2 + a^2b$;
- 3) $(5x^6y^2)^3 \cdot (-x^8y^7)^2 : (-0,2x^{15}y^{10})^2 - 10x^4$;
- 4) $(-2a^{10}b^{20})^2 : (-a^2b^3)^3 : (-2a^5b^{24})^2$.

- 5.12.** 1) $(x^{11}y^{12}z^{13})^2 : (x^2yz^2)^9 \cdot (xyz^5)^2$; 2) $\left(\frac{x}{y}\right)^5 \cdot \left(\frac{x^4}{y^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^8}{y^{10}}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^5$.

C

- 5.13.** 1) $(a^3b^5)^5 : (a^7b^{12})^2 \cdot (ab)^3$ бўлса, у ҳолда $a = -2$, $b = -\frac{1}{2}$;
- 2) $\left(\frac{a^4}{b^5}\right)^2 \cdot \left(\frac{b^6}{a^3}\right)^2 : (ab)$ бўлса, у ҳолда $a = -\frac{1}{3}$, $b = -3$
ифоданинг қийматини топинг.

5.14. Ифодани соддалаштириңг:

- 1) $(4^k3^n)^2 : (4^{k-1}3^{n-1})^2$; 2) $(7^m9^n)^3 : (7^{m-2}9^n)^3$;
- 3) $(11^k5^t)^4 : (11^{k-1}5^{t-1})^4$; 4) $(13^m6^k)^3 : (13^{m-1}6^{k-1})^3$.

5.15. Ҳисобланг:

- 1) $(100^{10} \cdot 9^3)^7 \cdot (100^{20} \cdot 9^6)^2 : (100^{100} \cdot 9^{33})$;
- 2) $(0,15^{16} \cdot 3^7)^5 \cdot (3^3 \cdot 0,15^{10})^3 : (3^{20} \cdot 0,15^{55})^2$;

3) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^6\right)^{10} : \left(\left(\frac{4}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6\right)^5;$

4) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^7 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3\right)^8 \cdot \left(\left(\frac{6}{7}\right)^{11} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{27}\right)^2.$

5.16. 1) $((a^2)^3)^5 \cdot (a^{15}b)^2 : a^{60} - b^2;$

2) $(x^5y)^3 \cdot ((y^4)^3)^4 : y^{51} - x^{15}$ ифоданинг қиймати нолга тенг бўлишини исботланг.

5.17. Айниятни исботланг:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{10} = 3,75;$

2) $(4 \cdot 7)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} : (7^5 \cdot 3^4)^2 = 9.$

5.18. Айниятни исботланг: 1) 64; 2) 729 сонларини: а) асоси манфий; б) кўрсаткичи тоқ бўлган даражада кўринишида ёзинг.

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

5.19. З сонининг даражаларидан ташкил топган $3; 3^2; 3^3; 3^4; 3^5; 3^6 \dots$ кетма-кетликнинг қийматларини топинг.

1) Олдинги даражанинг қиймати билан таққослагандага ҳар бир кейинги даражанинг қиймати ҳақида қандай хулоса чиқариш мумкин?

2) Кейинги даражанинг қиймати билан таққослагандага ҳар бир олдинги даражанинг қиймати ҳақида қандай хулоса чиқариш мумкин?

5.20. Сонлар кетма-кетлигининг ҳар бир ҳадини даражада кўринишида ёзинг:

1) $\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81}; \dots;$

2) $\frac{2}{7}; \frac{4}{49}; \frac{8}{343}; \frac{16}{2401}; \dots$

6-§. БУТУН КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖА



Ернинг массаси $5,976 \cdot 10^{27}$ г. Бу жуда катта кattалик. Жисмларни ташкил этувчи модда молекуласининг массаси эса жуда кичик. Жуда кичик сонларни қандай ёзиш мүмкін?

Бажарып күринг

6.1-жадвалдаги бүш үринларни түлдириңг.

6.1-жадвал

Даража	Күпайтма	Даражанинг қиймати
10^2	$10 \cdot 10$	100
10^3		
10^4		
10^5		
10^6		

Топшириқни бажариш натижасида 10 сонининг даража күрсаткичи 1 га ортирилса, у ҳолда даражанинг қиймати 10 марта ортишини ва аксинча даража күрсаткичи 1 га камайтирилса, у ҳолда даражанинг қиймати 10 марта камайишини күриб туриблиз.

Ушбу қонуниятдан фойдаланиб, 6.2-жадвални түлдириңг.

6.2-жадвал

Даража	Даражанинг қиймати
10^3	1000
10^2	100
10^1	10
10^0	1
10^{-1}	$\frac{1}{10}$
10^{-2}	$\frac{1}{100}$
10^{-3}	
10^{-4}	
10^{-5}	

Түлдирилган жадвалдан фойдаланиб 10 сонининг натурал даражаси ва 10 сонининг бутун манифий күрсаткичи нимани англатишини аникланг.



Таъриф. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, бу ерда $a \neq 0$ ва n — натурал сон.

Масалан, $12^{-2} = \frac{1}{12^2} = \frac{1}{144};$

$$(-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3} = \frac{1}{-343} = -\frac{1}{343};$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81.$$



Түшунтириңг

Нима сабабдан 2^{-1} ; 3^{-2} ифодани ҳисоблаш мүмкин, 0^0 ; 0^{-1} ифодани эса ҳисоблаш мүмкин эмас?

Ёдда сақланг!

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$) ёзув бутун манфий күрсаткичли даражани каср күринишга ал-

маштириш деб аталади.



- 3 сонининг даражасын күрсаткичини 1 га камайтирилса; 2 га орттирилса; 2 га камайтирилса, ушбу даражанинг қиймати қандай үзгаради?
- Манфий күрсаткичли даражанинг асоси қандай бўлиши мүмкин?
- Нима сабабдан 0 сони натурал күрсаткичли даражанинг асоси бўла олади, бутун күрсаткичли даражанинг эса асоси бўла олмайди?

Машқлар

A

6.1. Бутун манфий күрсаткичли даражани каср билан алмаштириңг:

1) 7^{-3} ; 2) 13^{-2} ; 3) 11^{-1} ; 4) 12^{-3} ; 5) 16^{-3} ; 6) 25^{-4} .

6.2. 1) $\frac{1}{81}$; 2) $\frac{1}{64}$; 3) $\frac{1}{121}$; 4) $\frac{1}{625}$; 5) $\frac{1}{841}$; 6) $\frac{1}{256}$

касрни бутун манфий күрсаткичли даражасы билан алмаштириңг.

6.3. 5; 25; 125; 625; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{625}$ сонларнинг асоси:

1) 5; 2) $\frac{1}{5}$ бўладиган даражада кўринишида ёзинг.

6.4. Ҳисобланг:

1) 2^{-3} ; 2) $(-3)^{-3}$; 3) $(-1)^{-22}$;

4) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; 5) $0,02^{-3}$; 6) $1,25^{-2}$;

7) -4^{-3} ; 8) $(-0,3)^{-2}$; 9) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^{-3}$;

10) $(-2,25)^{-1}$; 11) $-(-2,3)^{-1}$; 12) $-\left(-2\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

B

6.5. Бутун манфий кўрсаткичли даражани каср билан алмаштириинг:

1) 25^{-1} ; 2) $0,125^{-2}$; 3) $(-2,5)^{-2}$;

4) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$; 5) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 6) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}$.

6.6. Ҳисобланг:

1) $3 \cdot 12^{-2}$; 2) $2^{-3} + 6^{-1}$;

3) $3^{-2} - (-3)^{-1}$; 4) $-2 \cdot 4^{-3}$;

5) $3 \cdot 4^{-2} + 2^{-3}$; 6) $0,4^0 - (-0,25)^{-3}$;

7) $-(-2,5)^{-2} + \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$; 8) $(-3)^{-3} - 3,5^{-1}$;

9) $-4^{-3} + \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}$; 10) $-3,5^{-1} + (-2,5)^{-2}$;

11) $3 \cdot (-4)^{-2} + 5^{-1}$; 12) $(-2,7)^0 + \left(\frac{1}{7}\right)^{-1}$.

C

6.7. 1) $a^{-1} + b^{-1}$; 2) $ab^{-1} - a^{-1}b$; 3) $(x + y^{-1})(x^{-1} + y)$ ифодани каср кўринишида ёзинг.

6.8. Касрни бутун күрсаткичли даражада күринишида ёзинг:

$$1) \frac{2ab^2}{c^2x^3};$$

$$2) \frac{54x^3y^2}{2a^5b^4};$$

$$3) \frac{4}{(x+y)^3};$$

$$4) \frac{(a-b)^3}{(a+b)^5}.$$

Ахборот тайёрланг

6.9. Француз математиги Никола Шюке — 1484 йили “Сонлар ҳақидаги фан” трактатига манфий ва ноль күрсаткичли даражаларни киритган олим.



Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

- 6.10.** 1) $(5^3 \cdot 5^2)^4 : 5^{15}$; 2) $(3^3)^4 \cdot 9^2 : 3^{10}$; 3) $3^2 \cdot (-3)^4 - 3^6$;
 4) $25^3 : 5^2$; 5) $3^4 \cdot 9^1$; 6) $4^2 \cdot (-4)^1$

ифодани соддалаштиринг.

7-§. БУТУН КҮРСАТКИЧЛИ ДАРАЖАНИНГ ХОССАЛАРИ



Бутун күрсаткичли даражанинг қандай хоссалари бор?

Натурал күрсаткичли даражанинг хоссалари бизга маълум. Ихтиёрий $a \neq 0$, $b \neq 0$ ва n ва m натурал сонлар учун $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; $a^n : a^m = a^{n-m}$, бу ерда $n \geq m$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ тенгликлар түғри бўлади.

Энди ушбу хоссаларниң даража күрсаткичлари ихтиёрий бутун сон бўлган ҳолда бажарилишини исботлаймиз.

Ихтиёрий m ва n билан $a \neq 0$ тенгликлар түғри бўлади:

- | | | |
|--------------------------------|--|-------------------------|
| 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; | 2) $a^n : a^m = a^{n-m}$; | 3) $(a^m)^n = a^{mn}$; |
| 4) $(ab)^n = a^n b^n$; | 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$. | |

Исботи. 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ тенгликни исботлаймиз.

а) Бир даража күрсаткичи мусбат сон, яъни $m > 0$, иккинчиси эса манфий сон, яъни $n < 0$ бўлган ҳолни кўриб чиқамиз.

Натурал күрсаткичли даража учун даражанинг хоссалари исботланганлиги сабабли m ва n сонларни натурал сонлар орқали ифодалаймиз. $m = k$, $n = -p$ (бу ерда k ва p — натурал сонлар) белгилаш киритамиз. Энди ушбу белгилашлардан фойдалансак,

$$a^m \cdot a^n = a^k \cdot a^{-p} \text{ эга бўламиз.}$$

Иккинчи кўпайтувчини бутун манфий күрсаткичли даражанинг таърифига кўра шакл алмаштирасак, $a^k \cdot a^{-p} = a^k \cdot \frac{1}{a^p}$.

Касрларни кўпайтириш қоидасидан фойдалансак,

$$a^k \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{a^k}{a^p}.$$

Бу ерда $k > p$, $k < p$ ва $k = p$ бўлиши мумкин.

Агар $k > p$ бўлса, у ҳолда $\frac{a^k}{a^p} = a^{k-p}$, яъни натурал күрсаткичли даражанинг хоссасига кўра $a^n : a^m = a^{n-m}$, $n > m$.

Агар $k < p$ бўлса, у ҳолда $\frac{a^k}{a^p} = \frac{1}{a^{p-k}}$, яъни касрни a^k умумий кўпайтувчига қисқартирамиз.

Демак, бутун манфий күрсаткичли даражанинг таърифиға күра

$$\frac{1}{a^{p-k}} = a^{k-p}.$$

Агар $k = p$ бўлса, у ҳолда $\frac{a^k}{a^p} = 1 = a^0 = a^{k-p}$, чунки $a \neq 0$ ва $a^k = a^p$, $a^0 = 1$.

Даража күрсаткичидаги ифодани алгебраик йиғинди кўринишида ёзамиш:

$$a^{k-p} = a^{k+(-p)}.$$

Киритилган белгилашлардан фойдаланиб ($m = k$, $n = -p$),

$$a^{k+(-p)} = a^{m+n}$$

ҳосил қиласмиш. Юқорида олинган барча шакл алмаштиришларни қуидагича ёзиш мумкин:

$$a^m \cdot a^n = a^k \cdot a^{-p} = a^k \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{a^k}{a^p} = a^{k-p} = a^{k+(-p)} = a^{m+n}.$$

б) Иккала даража күрсаткичи ҳам манфий бўлган, яъни $m < 0$, $n < 0$ бўлган ҳолни кўриб чиқамиш.

Натурал күрсаткичли даража учун даражанинг хоссалари исботланганлиги сабабли m ва n сонларни натурал сонлар орқали ифодалаймиз. $m = -k$, $n = -p$, бу ерда k ва p — натурал сонлар, белгилаш киритамиш. У ҳолда киритилган белгилашлардан фойдалансак,

$$a^m \cdot a^n = a^{-k} \cdot a^{-p}, m = -k, n = -p.$$

Энди бутун манфий күрсаткичли даражанинг таърифиға кўра

$$a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p}.$$

Касрларни кўпайтириш қоидасига кўра

$$\frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^k \cdot a^p}.$$

Натурал күрсаткичли даражанинг хоссасига кўра

$$\frac{1}{a^k \cdot a^p} = \frac{1}{a^{k+p}}$$

бўлади. Демак, бутун манфий күрсаткичли даражанинг таърифиға кўра

$$\frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)}$$

ҳосил қиласмиш. “-” ишорани эътиборга олиб қавсни очганда,

$$a^{-(k+p)} = a^{-k-p}$$

хосил бўлади. Кўрсаткичли даражали ифодани алгебраик йиғинди кўринишида ёзсак,

$$a^{-k-p} = a^{-k+(-p)}.$$

Кирилган белгилашлардан ($m = -k$, $n = -p$) фойдалансак,

$$a^{-k+(-p)} = a^{m+n}.$$

Юқорида берилган барча шакл алмаштиришларни бирлаштириб ёзиш мумкин:

$$a^m \cdot a^n = a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)} = a^{-k-p} = a^{-k+(-p)} = a^{m+n}. \quad \blacksquare$$



$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{ бу ерда } m = 0 \text{ ёки } n = 0.$$

Бир хил асосли (нолдан фарқли) бутун кўрсаткичли даражаларни кўпайтиришда асосини ўзгартирмай, даражага кўрсаткичларни кўшиш керак.



55-беттаги 2) — 5) хоссаларни исботлаб кўринг.

Бутун кўрсаткичли даражалар устида амаллар бажариш натурал кўрсаткичли даражалар устида амаллар бажариш қоидаси билан бажарилади.

1-мисол. $b^{19} \cdot b^{-13}$, бу ерда $b \neq 0$ кўпайтмани соддалаштирамиз.

Ечиш. Бир хил асосли даражаларни кўпайтиришда асосини ўзгартирмай, даражага кўрсаткичлари қўшилади: $b^{19} \cdot b^{-13} = b^{19+(-13)}$. Энди қавсни очамиз:

$$b^{19+(-13)} = b^{19-13}.$$

$$b^{19-13} = b^6.$$

Жавоб: b^6 .

2-мисол. $c^7 : c^{11}$ ($c \neq 0$) бўлинмани соддалаштирамиз.

Ечиш. Бир хил асосли даражаларни бўлишда асоси ўзгартирилмай, даражага кўрсаткичлари айрилади:

$$c^7 : c^{11} = c^{7-11} = c^{-4}.$$

Жавоб: c^{-4} .

3-мисол. $(-3x^{-4}y^2)^{-5}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечиш. Кўпайтмани даражага кўтариш учун кўпайтувчиларнинг ҳар бирини шу даражага кўтариб, натижалар кўпайтирилади:

$$(-3x^{-4}y^2)^{-5} = (-3)^{-5} (x^{-4})^{-5} (y^2)^{-5}.$$

Даражани даражага күтаришда асос үзгаришсиз қолдирилиб, даража күрсаткичлари күпайтирилади:

$$(-3)^{-5} (x^{-4})^{-5} (y^2)^{-5} = -\frac{1}{243} x^{20} y^{-10}.$$

$$\text{Жаоб: } -\frac{1}{243}x^{20}y^{-10}.$$



1. Нима сабабдан бутун кўрсаткичли даражаларнинг хоссаларидан фойдаланганда даражаларнинг асослари нолга teng бўлмаслиги керак?
 2. Бир хил асосли даражаларни бўлганда натижа нолга teng бўлиши мумкинми?

Машқлар

A

7.1. Бутун күрсаткичли даражанинг хоссаларидан фойдаланиб информации соддалаштириңг:

$$1) \ 2a^{-2} \cdot 3a^4; \quad 2) \ 24a^5 : (6a^{-3}); \quad 3) \ (2c^{-3})^2; \quad 4) \ 2(3^{-3}b^3)^2 3b^{-4}.$$

7.2. 1) $125 \cdot 5^{-4}$; 2) $27 \cdot \frac{1}{9} \cdot 3^{-4} : 3^{-2}$;

3) $\frac{1}{32} \cdot 2^7 : 64$; 4) $100^2 \cdot 10^{-3}$

ифодаларни бутун күрсаткичли даража күринишида ёзинг.

7.3. Ҳисобланг:

$$1) \ 64^{-1} \cdot 32^2; \quad 2) (6^3)^2 : 36^5; \quad 3) \frac{4^{-3} \cdot 2^5}{8^{-4}}; \quad 4) \frac{(3^{-3})^3 \cdot 3^7}{27^2}.$$

7.4. 1) $10^{-3} \cdot 0,001$; 2) $13^0 \cdot (13^{-2}) : 13^{-4}$;

$$3) \frac{(3^{-2})^{-2} \cdot 9^{-1}}{27}; \quad 4) \frac{25^{-2} \cdot 125}{5^3}$$

ифодаларнинг қийматларини топинг.

7.5. Берилган ифодаларни даража кўринишига келтириб, қийматларини топинг:

- 1) $5(5a^{-3})^{-2} a^{-2}$, бу ерда $a = (0,2)^{-1}$;
- 2) $(0,5a^{-2})^{-2} : (32a^5)^3$, бу ерда $a = (0,5)^{-4}$;
- 3) $(2^3a^{-3})^{-1} \cdot 64a^{-4}$, бу ерда $a = -0,125$;
- 4) $27(-3^2a^3) : (3^5a^{-1})^3$, бу ерда $a = -0,1$.

7.6. Тенгламаларни ечинг:

- 1) $2^{-2} + 3^{-1}x = 0,25$; 2) $3^{-1}x + 3^{-2}x = 9^{-2} + x$;
 3) $2,25x = 5,125 - 4^{-1}x$; 4) $4^{-1}x - 2^{-2}x = 8^2 + x$.

B**7.7.** Тенгсизликларни ечинг:

- 1) $7^{-1}x - 2^{-2}x \geqslant 2\frac{4}{7}$; 2) $3,125 + x \leqslant 5,125 - 4^{-1}x$;
 3) $7,25 + 2x > 5,125 - 5^{-1}x$; 4) $12,5x - 5,125 < 2^{-3} - 4^{-1}x$.

7.8. Айниятларни исботланг:

- 1) $27^{-1}81^2(3^{-3})^3 : 81^{-3} = 9^4$;
 2) $7^{-2}21^2(6^{-3})^2 : 14^{-3} : 343 = 2^{-3}9^{-2}$;
 3) $4^{-1}8^2(a^{-3})^3 : (8a^{-3})^2 = 0,25a^{-3}$;
 4) $a^{-1}(ab)^2(b^{-3})^3 : b^{-3} = ab^{-4}$.

Берилган ифодаларнинг қийматларини таққосланг (**7.9—7.10**):

- 7.9.** 1) $128^{-2} \cdot 32^3$ ва $(6^3)^2 : 36^5$; 2) $\frac{8^{-3} \cdot 2^5}{16^{-4}}$ ва $\frac{(3^{-3})^3 \cdot 9^7 \cdot 2^{-2}}{81^2}$.
7.10. 1) $13^0 \cdot 3^{-3} : 2^3$ ва $10^2 \cdot 5^{-2} : 2^3$; 2) $\frac{14^0 \cdot 3^2 : 4^{-2}}{2 \cdot 3^3}$ ва $\frac{21^3 \cdot 9^{-2}}{7^3}$.

7.11. Берилган ифодаларни даража күринишига келтириб, қийматларини топинг:

- 1) $125(5a^{-3}b^3)^{-2}a^{-2}b^4$, бу ерда $a = 0,2$, $b = 0,5$;
 2) $(0,5a^{-2})^{-2} : (32a^5b^2)^3$, бу ерда $a = (0,5)^{-4}$, $b = 0,25$;
 3) $(2^3a^{-3}b)^{-1} \cdot 64a^{-4} : a^{-5}$, бу ерда $a = -0,125$, $b = 0,5$;
 4) $27(-3^2a^3) : (3^5a^{-1}b^{-2})^3$, бу ерда $a = -0,1$, $b = 0,1$.

C**7.12.** Тенгсизликларни ечинг:

- 1) $7^{-2}x = 21 + 3^{-1}$; 2) $0,01 \cdot 10^3x + 5^2 - x = 2 \cdot 5^2$;
 3) $\frac{3 \cdot 3^{-2}}{6^{-2}}x = 2^2 \cdot 3$; 4) $\frac{5^3 \cdot 3^3}{12^0 \cdot 15^3 \cdot 2}x = 10^{-1}$.

7.13. 1) $8^{-2}x \geqslant 24,75 + 4^{-1}$;

2) $6^2 - x \geqslant -4^2 \cdot x + 5^{-1}$;

3) $3^{-1}x \geqslant 15^{-1} - 2x$ тенгсизликларни қаноатлантирувчи энг кичик бутун сонни топинг.

- 7.14.** 1) $4^{-2}x \leqslant 12,75 - 4^{-1}$;
 2) $12^2 + 3^4x \leqslant 8^2 \cdot x + 6^{-1}$;
 3) $4^{-1}x \leqslant 13^0 - 12^{-1} - 3x$

тengsizliklарни қаноатлантирувчи әнг катта бутун сонни топинг.

Күйидаги айниятларни исботланг (**7.15–7.16**):

7.15. 1) $(0,25a^{-2})^2 \cdot 4^3a^3 = 2^2 a^{-1}$;

2) $\frac{2^3 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} \cdot a = \frac{2}{a^{-3}}$;

3) $\frac{2^3 : 8}{24^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^2 = a^4$.

7.16. 1) $\left(\frac{8x^{-2}}{y^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{2^{-4}}{x^{-2}y^2}\right)^3 = 0,125y^3$;

2) $\frac{3^3 : 27}{17^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^3 = \frac{a^2}{a^{-3}}$;

3) $\frac{5^3 : 75}{19^0 \cdot b^{-2}} \cdot b = \frac{5}{3b^{-3}}$.

Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

7.17. Амалларни бажаринг:

1) $15\ 248 : 10^4$;

2) $0,0174 \cdot 10^2$;

3) $7124 : 10^3$;

4) $0,00\ 824 \cdot 10^3$.

7.18. 1) $7200 : 10^3$ ва 7,2;

2) $0,058 \cdot 10^2$ ва 5,8;

3) $193\ 000 : 10^5$ ва 1,93;

4) $0,0002 \cdot 10^3$ ва 2

ифодаларнинг қийматларини таққосланг..

7.19. 243,478; 4076,237; 15 023,4083 сонларни 1) ўндан бирларгача; 2) юздан бирларгача; 3) ўнликларгача; 4) юзликларгача яхлитланг.

8-§. СОННИНГ СТАНДАРТ ШАКЛИ. ЖУДА КАТТА ВА ЖУДА КИЧИК КАТТАЛИКЛАРГА ДОИР МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШ



Соннинг стандарт шакли деганимиз нима? Стандарт шаклда ёзилган сонлар қандай таққосланади ва улар устида амаллар қандай бажарилади?

Жуда катта ва жуда кичик сонларни ўқиши, ёзиши ва улар устида маълум бир амални бажариш учун соннинг стандарт шаклда ёзилиши содда ўнли ёзувига қараганда қулай.

Жуда катта сонларни, масалан, Ердан Қуёшгача бўлган масофани ва жуда кичик сонларни, масалан, водород атомининг массасини, уран ядроининг парчаланиш энергияси катталигини ва ҳ.к. сонларна ўқишига, ёзишига ва улар устида амаллар бажаришга қулай бўлиши учун қандай ёзиш мумкин?

Таъриф. a сонининг стандарт шакли деб, $a \cdot 10^n$ кўринишда ёзиладиган сонга айтилади, бу ерда $1 \leq a < 10$ ва n — бутун сон. n сони a сонининг тартибини кўрсатади.

Масалан, Қуёшдан Ергача бўлган масофа тахминан $1,5 \cdot 10^8$ км, кучли зилзиланинг энергияси $6 \cdot 10^{18}$ Ж, фазо кемасининг учиш энергиясининг стандарт шакли $9 \cdot 10^{11}$ Ж, ДНК молекуласининг диаметри $2 \cdot 10^{-9}$ м. Ушбу ёзувларда жоулларда ифодаланган фазо кемасининг учиш энергияси катталигини кўрсатувчи соннинг тартиби 11 га, метрларда ифодаланган ДНК молекуласи диаметрига teng бўлган соннинг тартиби 9 га teng.

Соннинг тартиби қанчалик катта ёки кичик эканлиги ҳақида маълумот беради. Масалан, агар a сонининг тартиби 3 га teng бўлса, у ҳолда $1000 \leq a < 10\ 000$ бўлади. Агар a сонининг тартиби -2 га teng бўлса, у ҳолда $0,01 \leq a < 0,1$ бўлади.

Соннинг катта мусбат тартиби унинг катталигининг энг катта эканини кўрсатади. Соннинг модули бўйича катта манфий тартиби унинг катталигининг энг кичик эканини кўрсатади.

1-мисол. 1 300 000 км га teng бўлган Қуёш диаметрини соннинг стандарт шаклидан фойдаланиб ёзамиш.

Ечиш. 1 300 000 сонига вергулни унинг бутун қисмида битта рақам қоладиган қилиб қўямиз: 1,300 000. Умумий маҳражларнинг хосасидан фойдаланамиз: $1,300\ 000 = 1,3$. У ҳолда $1\ 300\ 000 = 1,3 \cdot 10^6$, чунки 1 300 000 сонида 6 хонани чап томонга суриб, вергуль қўйдик.

Демак, сон 10^6 марта кичрайди, яъни 1 300 000 сони 1,3 сонидан 10^6 марта катта.

Жавоб: $1,3 \cdot 10^6$ км.

2-мисол. Соннинг стандарт шаклидан фойдаланиб, 0,000000 000 000 005 м га тенг бўлган атом ядроси диаметрининг узунлигини ёзамиш.

Ечии 0,000 000 000 000 005 сонидаги вергулни бутун қисмида нолдан бошқа битта ракам қолдириб қўяшимиз, у ҳолда 5,000 000 000 000 000 ҳосил бўлади, яъни ўнли касрларнинг хоссасига 5,000 000 000 000 000 бўлади. Энди вергулни 15 хонага ўнг томонга сурсак, у ҳолда 0,000 000 000 000 005 сони 10^{15} марта катталашади, яъни 0,000 000 000 000 005 сони 5 сонидан 10^{15} марта кичик, бундан

$$0,000 000 000 000 005 = 5 : 10^{15} = 5 \cdot \frac{1}{10^{15}} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ ҳосил қиласиз.}$$

Демак, $0,000 000 000 000 005 = 5 \cdot 10^{-15}$.

Жавоб: $5 \cdot 10^{-15}$ м.



Катталикларнинг тақрибий қийматларини қандай топиш ва уларни стандарт турда қандай ёзиш мумкин?



Катталикларнинг тақрибий қийматларидағи абсолют ва нисбий хатоларни қандай ҳисоблаш мумкин?

Инсон ўзининг кундалик фаолиятида катталикларнинг аниқ қийматларидан эмас, кўпинча уларнинг тақрибий қийматларидан фойдаланади.

Масалан, хонанинг бўйи (масофа, ер майдони ва ҳ.к.) миллиметрларгача бўлган аниқлик билан ўлчанмайди; турли хил товарларнинг массаси (конфет, ун, қант ва ҳ.к.) миллиграммларгача аниқликда ўлчанмайди ($1 \text{ мг} = 10^{-3} \text{ г}$) ва ҳ.к.

Масалан, ер майдонини ўлчаш давомида ер майдонининг бўйи 300 м 1 см га, эни эса 199 м 99 см га тенг бўлса, у ҳолда бўйининг тақрибий қиймати 300 м, эни эса 200 м деб олинади. Кўриб чиқилган масалаларда аниқ ва тақрибий қийматларнинг фарқи 1 см га тенг; биринчи ҳолда бу фарқ $300 \text{ м } 1 \text{ см} - 300 \text{ м} = 1 \text{ см}$ мусбат катталик билан, иккинчи ҳолда эса: $199 \text{ м } 99 \text{ см} - 200 \text{ м} = -1 \text{ см}$ манфий катталик билан ифодаланади.

Амалиётда аниқ ёки тақрибий қийматлар орасидаги фарқнинг камайиши ёки ортиши эмас, шу фарқларнинг сонли қиймати муҳим ҳисобланади. Шу сабабдан бу катталиклар орасидаги фарқ эмас, шу фарқнинг модули кўриб чиқилади.

Таъриф. Катталиктарнинг аниқ ва тақрибий қийматлари айрмасынинг модули тақрибий қийматнинг абсолют хатолиги деб аталаади.

x сони берилган дейлик, унинг тақрибий қийматини x_1 деб белгилайлик.

Таъриф. x_1 катталик (сони) билан унинг x_1 тақрибий қиймати фарқининг модули (абсолют қиймати) x_1 тақрибий қийматнинг абсолют хатолиги деб аталаади.

Тақрибий қийматнинг абсолют хатолигини Δ (дельта) символи билан белгилаймиз. У ҳолда $\Delta = |x - x_1|$.

1-мисол. Агар ҳисоблаш давомида $\frac{3}{7}$ касрни 0.42 ўнли каср билан алмаштирасак, у ҳолда тақрибий қийматнинг абсолют хатолигини топамиз.

Ечиш.

0,42 ўнли $\frac{42}{100}$ касрни оддий каср кўринишида ёзамиш:

$$\Delta = \left| \frac{3}{7} - 0,42 \right| = \left| \frac{3}{7} - \frac{42}{100} \right|. \text{ Энди } \frac{42}{100} \text{ касрни 2 га қисқартирамиз:}$$

$$\left| \frac{3}{7} - \frac{42}{100} \right| = \left| \frac{3}{7} - \frac{21}{50} \right|. \text{ Ушбу касрларни умумий махражга келтирамиз:}$$

$$\left| \frac{3}{7} - \frac{21}{50} \right| = \left| \frac{150 - 147}{350} \right|. \text{ Охирги каср суратининг қийматини топиб,}$$

$$\text{модулни очсак, } \left| \frac{150 - 147}{350} \right| = \left| \frac{3}{350} \right| = \frac{3}{350} \text{ га эга бўламиш.}$$

Жавоб: $\frac{3}{350}$.

Умуман, x сонининг тақрибий қиймати x_1 га teng ва ўша тақрибий қийматнинг абсолют хатолиги қандайдир h сонидан катта эмас (кичик ёки teng) деб ҳисобланади.

Таъриф. Агар $|x - x_1| \leq h$ бўлса, у ҳолда x_1 сони h гача аниқликда олинган x сонининг тақрибий қиймати деб аталаади.

Агар x_1 сони h гача аниқликда олинган x сонининг тақрибий қиймати бўлса, у ҳолда у $x = x_1 \pm h$ каби ёзилади.

$|x - x_1| \leq h$ тенгсизликдан $-h \leq x - x_1 \leq h$ қүш тенгсизлик келиб чиқади.

Масалан, агар $x = 1,4 \pm 0,05$ бўлса, у ҳолда ортиғи билан ёки ками билан олинган x сонининг тақрибий қийматини топамиз.

Ечиш. $x = 1,4 \pm 0,05$ дан x гача бўлган аниқлик билан олинган $1,4$ с сонининг тақрибий қиймати $0,05$ га тенг. Бундан,

$1,4 - 0,05 \leq x \leq 1,4 + 0,05$ ёки $1,35 \leq x \leq 1,45$ бўлади, у ҳолда $1,35$ ва $1,45$ сонининг тақрибий қиймати бўлиб ҳисобланади.

Жавоб: $1,35$ ва $1,45$.

Кўпгина математик, физик, техник ҳисоблашларни бажаришда, турли хил тақрибий қийматлар устида амаллар бажаришда сонларни яхлитлашдан фойдаланилади. Масалан, айлана узунлигининг унинг диаметрига нисбати кўрсатувчи ўзгармас сон $\pi = 3,141\,592\,652\dots$ эканлиги барчага маълум. Одатта, бу сон юздан бирлар хонасигача яхлитланади, яъни $\pi \approx 3,14$.

Бу ёзув $3,14$ сони Пнинг тақрибий қиймати эканини кўрсатади. Бундай яхлитлашлардан амалий ҳисоблашларни бажаришда фойдаланилади.

а сони x катталиктининг тақрибий қиймати ҳисобланади, у $x \approx a$ каби ёзилади ва x катталиктининг тақрибий қиймати a га тенг деб ўқилади.

Масалан, $5,748$ сонни юздан бирларгача яхлитлаймиз.

Ками билан яхлитлаганда $5,74$ тақрибий қийматга, ортиғи билан яхлитлаганда $5,75$ га эга бўламиз.

Аввал ками ва ортиғи билан яхлитлашларнинг абсолют хатолигини топамиз. Мос равища:

$$|5,748 - 5,74| = |0,008| = 0,008 \text{ ва } |5,748 - 5,75| = |-0,002| = 0,002 \text{ бўлади.}$$

$0,008$ ками билан олинган яхлитлашнинг хатолиги $0,002$ ортиғи билан олинган яхлитлашнинг хатолигидан кам. Бундан ортиғи билан олинган яхлитлашнинг аниқлиги юқори эканлиги кўринади.

Демак, мусбат сонларни яхлитлашда яхлитлашнинг абсолют хатолиги кичик бўлиши учун ушбу қоидадан фойдаланиш лозим.

Агар биринчи олиниб ташланаётган рақам 5 дан кичик бўлса, у ҳолда яхлитлашда тақрибий қиймат ками билан олинади, агар биринчи олиниб ташланаётган рақам 5 га тенг ёки 5 дан катта бўлса, у ҳолда яхлитлашда тақрибий қиймат ортиғи билан олинади.

Масалан, 89,621 ва 6,784 сонларни 0,1 аниқликда яхлитлашда $89,621 \approx 89,6$; $6,784 \approx 6,8$ олинади, юздан бирларгача яхлитлаганда эса $89,621 \approx 89,62$; $6,784 \approx 6,78$ ҳосил бўлади.

Сонни яхлитлашда абсолют хатолик тақрибий қиймат энг кичик разрядининг бирлигидан катта бўлмайди ва унинг барча рақамларининг қиймати тўғри бўлади.

Масалан, $\frac{4}{7}$ касрни ўнли каср кўринишида 0,571 428... деб ёзиб олиб, уни а) 0,01 гача; б) 0,00001 аниқликда яхлитласак, а) $0,571\ 428\dots \approx 0,57$ б) $0,571\ 428\dots \approx 0,57\ 143$ бўлади.

а) 0,57; б) 0,57 143 тақрибий қийматларининг абсолют хатоси мос равишида: а) 0,01; б) 0,00 001 — унинг энг кичик хоналарининг бирлигидан ошиб кетмайди (кичик ёки тенг). Тақрибий қийматнинг барча 0,57 ва 0,57 143 рақамлари тўғри бўлади.

Сонни $a \cdot 10^n$ стандарт кўринишида ёзганда a сонининг барча рақамлари тўғри бўлади.

Масалан. Ёруғлик йилининг катталиги $9,46 \cdot 10^{12}$ км га тенг. Бу 9,46 соннинг барча рақамлари тўғри эканини билдиради.

У ҳолда $9,46 \cdot 10^{12} = (9,46 \pm 0,01) \cdot 10^{12}$ км $\approx 9,46 \cdot 10^{12}$ км $\pm \pm 10^{10}$ км, яъни ёруғлик йили 10^{10} км гача бўлган аниқликда олинган.

Турли хил иккита нарсанинг узунлигини ўлчаганда, фараз қилайлик: $x = (0,2 \pm 0,1)$ см ва $y = (200,0 \pm 0,1)$ см бўлди дейлик. Иккала ҳолда ҳам натижалар 0,1 см гача бўлган аниқликда олинган. Ушбу ўлчашларнинг аниқлиги бир хил деб хулосалаш мумкинми? Нима сабабдан у нинг узунлигини ўлчаш аниқлиги x нинг узунлигини ўлчаш аниқлигидан бир мунча аниқроқ?

Ўлчаш аниқлигини баҳолаш учун абсолют хатолик билан бир қаторда *солиштирма хатоликдан* ҳам фойдаланилади.

Таъриф. *Тақрибий қийматнинг солиштирма хатолиги деб абсолют хатоликнинг тақрибий қийматиг модулига нисбатига айтилади.*

Солиштирма хатолик ε (эпсилон) ҳарфи билан белгиланади.

Бинобарин $\varepsilon = \frac{|x - x_1|}{|x_1|}$, бу ерда x_1 катталик x -нинг тақрибий қиймати.

Таърифга кўра $|x - x_1| \leq h$, бу ерда h — яхлитлаш аниқлиги бўлса, у ҳолда солишири маҳаллик $\varepsilon \leq \frac{h}{|x_1|}$.

Масалан, $x = (0,2 \pm 0,1)$ см дегани x катталикини ўлчаш натижасида $x_1 = 0,2$ см аниқликда $h = 0,1$ тақрибий қийматни олганимизни билдиради. Бундан солишири маҳаллик $\varepsilon \leq \frac{0,1}{0,2}$ ёки $\varepsilon \leq 0,5$.

$y = (200,0 \pm 0,1)$ см дегани y катталикини ўлчаш натижасида $y_1 = 200,0$ аниқликда $h = 0,1$ тақрибий қийматни олганимизни билдиради. Бундан солишири маҳаллик $\varepsilon \leq \frac{0,1}{200,0}$ ёки $\varepsilon \leq 0,0005$.

Солишири маҳаллик кўпинча фоизларда ифодаланади.

Бўлинмани фоизларда ифодалаш учун бўлинмани 100 га кўпайтириб, ҳосил бўлган кўпайтманинг қийматига фоиз белгиси қўшиб ёзилиши маълум: $\varepsilon \leq \frac{|x - x_1|}{|x_1|} \cdot 100\%$.

1-мисол. Юқорида кўрилган x ва y узунлик ўлчовларининг солишири маҳалигини ҳисоблаймиз.

Ечиш. x нинг узунлигини ўлчагандан солишири маҳаллик:

$$\varepsilon_1 \leq \frac{0,1}{0,2} \cdot 100\% = \frac{1}{2} \cdot 100\% = 0,5 \cdot 100\% = 50\%.$$

y нинг узунлигини ўлчагандан солишири маҳаллик:

$$\varepsilon_2 \leq \frac{0,1}{200} \cdot 100\% = \frac{1}{2000} \cdot 100\% = 0,0005 \cdot 100\% = 0,05\%.$$

Жавоб: 50%, 0,05%.

2-мисол. $x = 7,45 \cdot 10^{22}$ соннинг абсолют ва солишири маҳалини топамиз.

Ечиш. 7,45 соннинг барча рақамлари тўғри ва юзлик рақами охирги рақам бўлса, у ҳолда $x = (7,45 \pm 0,01) \cdot 10^{22}$. Энди қавсларни очсак, $x = 7,45 \cdot 10^{22} \pm 0,01 \cdot 10^{22}$, ёки $x = 7,45 \cdot 10^{22} \pm 10^{20}$ ҳосил қиласиз. Бу ёзув x сонининг абсолют маҳалини 10^{20} кичик ёки тенг эканини ва тақрибий соннинг солишири маҳалигини билдиради.

$x = 7,45 \cdot 10^{22}$. Демак, x сонининг солишири маҳалигини формула ёрдамида ҳисобласак,

$$\varepsilon_2 \leqslant \frac{|x - x_1|}{|x_1|} \cdot 100\% = \frac{10^{20}}{7,45 \cdot 10^{22}} \cdot 100\% = \frac{1}{7,45}\% = 0,134\%.$$

Жавоб: 10^{20} ва $0,134\%$.



1. Ўлчаш давомида қандай катталиклар пайдо бўлиши мумкин?
2. Сон ёки катталикнинг такрибий қийматидаги абсолют хатолик нимани билдиради?
3. Қандай сонларга соннинг стандарт шаклдаги ёзуви қўлланилади?
4. Ихтиёрий сонни стандарт шаклда ёзиш мумкинми?
5. $1,5 \cdot 10^3$; $0,5 \cdot 10^9$; $50 \cdot 10^4$; $2,3 \cdot 10^2$ сонларнинг қайсилари стандарт шаклда ёзилган?
6. Абсолют ва солиштирма хатоликлардан қайси бири ўлчаш аниқлиги сифатини яхши тасвирлайди?
7. Абсолют ва солиштирма хатоликлар бир-бири билан қандай борланган?

Машқлар

A

- 8.1.** Стандарт шаклда берилган сонларнинг тартибини айтинг:
 1) $4,3 \cdot 10^5$; 2) $2,34 \cdot 10^{-3}$; 3) $8,3 \cdot 10^{-13}$;
 4) $9,123 \cdot 10^{-1}$; 5) $5,31 \cdot 10^{12}$; 6) $7,1 \cdot 10^{-32}$.
- 8.2.** 1) $23\ 000\ 000\ 000$; 2) $3\ 043\ 000\ 000$;
 3) $153\ 000\ 000$; 4) $0,00\ 00\ 012$;
 5) $600,32 \cdot 10^5$; 6) $0,00\ 000\ 203$ сонларни стандарт шаклга келтиринг.
- 8.3.** 1) 1000; 2) 10 000 000; 3) 0,00 001; 4) 0,00 000 001 сонларни 10 сонининг даражаси кўринишида ёзинг.
- 8.4.** Қуйидаги гапларда учраган сонларни стандарт шаклда ёзинг:
 1) нина тўғнағичи айланасининг диаметри 0,001 м;
 2) водород атомининг диаметри 0,00 000 000 003 м;
 3) Дунё океанларининг ер юзасида эгаллаган майдони $361\ 000\ 000\ \text{км}^2$;
 4) Балхаш кўлининг ер юзасида эгаллаган майдони $22\ 000\ \text{км}^2$;
 5) Каспий дengизининг ер юзасида эгаллаган майдони $370\ 000\ \text{км}^2$;
 6) компьютер клавишини босганда 0,1 Ж энергия сарфланади;
 7) арининг қанот қоқишида сарфланадиган энергия 0,0009 Ж.
- 8.5.** Матнда учраган сонларни стандарт шаклда ёзинг: “Қозоғистон ерининг майдони $2\ 724\ 900\ \text{км}^2$. Фарбий, Шимоли-шарқий

ва шимолида Россия Федерацияси билан (чегара узунлиги 6467 км), жанубда Ўрта Осиё республикалари, хусусан Ўзбекистон билан (2300 км), Қирғизистон билан (980 км) ва Туркманистан билан (380 км), жануби-шарқда эса Хитой Халқ Республикаси билан чегарадош (1460 км). Қозогистон чегарасининг умумий узунлиги 12 200 км, ундан 600 километри ғарбда Каспий денгизи орқали ўтади.

Темир йўл умумий узунлиги 14,5 минг км, автомобиль йўлларининг узунлиги эса — 87,4 минг км.

- 8.6.** 1) $a = 4,7 \pm 0,2$; 2) $a = 43,74 \pm 0,05$;
 3) $a = -2\frac{3}{4} \pm \frac{3}{5}$; 4) $a = -3\frac{3}{5} \pm \frac{1}{10}$;
 5) $a = 7,90 \pm 0,12$; 6) $a = -3,45 \pm 0,15$;
 7) $a = -47 \pm 2$; 8) $a = 0,97 \pm 0,01$ ёзувларни тушуниринг.

- 8.7.** Берилган тенгсизликларни қўштенгсизлик кўринишида ёзинг:
 1) $x = 43,32 \pm 0,05$; 2) $y = -513,2 \pm 0,05$;
 3) $n = 433 \pm 0,1$; 4) $x = 43,2 \pm 0,25$.

- 8.8.** Барча рақамлари тўғри бўлган x сонининг такрибий қийматининг аниқлигини топинг:

- 1) $x \approx 2,74$; 2) $x \approx 35,274$; 3) $x \approx -4,004$;
 4) $x \approx 0,740$; 5) $x \approx -8,7040$; 6) $x \approx 0,07$.

- 8.9.** Водород атомининг массаси 0,000 000 000 000 000 000 000 167 г, Ернинг массаси 6 000 000 000 000 000 000 т. Водород атомининг ва Ер массасини стандарт шаклда ёзинг.

- 8.10.** Сонни:
 1) 12,4 бирликларгача; 2) 5,65 ўнликларгача;
 3) 876 ўнликларгача; 4) 7,3346 юзликларгача яхлитлаш натижасида ҳосил бўлган такрибий қийматнинг абсолют ва солиштирма хатоликларини топинг.
- 8.11.** Қуйидаги сонларни ўндан бирларгача яхлитлаб, солиштирма хатолигини топинг:
 1) 0,879; 2) 20,456; 3) 133,507;
 4) 0,058; 5) 0,987; 6) 10,509.

- 8.12.** $x = a \cdot 10^n$ кўринишида ёзилган x такрибий қийматининг солиштирма хатолигини топинг:
 1) $x \approx 34,58 \cdot 10^8$; 2) $x \approx 5,93 \cdot 10^7$; 3) $x \approx 2,75 \cdot 10^{-5}$;
 4) $x \approx 11,55 \cdot 10^0$; 5) $x \approx 25,18 \cdot 10^{-9}$; 6) $x \approx 0,086 \cdot 10^{-8}$.

- 8.13.** Электроннинг массаси $0,91 \cdot 10^{-27}$ кг. $0,91 \cdot 10^{-27}$ тақрибий қийматнинг солиштирма хатолигини күрсатинг.

В

- 8.14.** 1) Массаларни стандарт турда тоннада ёзинг: океанларнинг массаси $1\ 450\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$ кг; Ернинг массаси $60\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$ кг; 2) Юзаларни гектарларда стандарт шаклда ёзинг: Қуёшдан Ергача бўлган масофа $149\ 500\ 000$ км; Қуёш сиртнинг юзаси $6\ 000\ 000\ 000\ 000$ км²; ер юзасининг майдони $510\ 200\ 000$ км²; ой юзасининг майдони $38\ 000\ 000$ км².
- 8.15.** Ер диаметрининг узунлиги $1,2756 \cdot 10^7$ м. Атом ядроси диаметрининг узунлиги $5 \cdot 10^{-15}$ м. Ер диаметрининг узунлиги атом ядроси диаметрининг узунлигидан неча марта катта эканини топинг.
- 8.16.** 1) $2,7 \cdot 10^4$ т ни граммларда;
 2) $8,321 \cdot 10^5$ кг ни тонналарда;
 3) $1,3 \cdot 10^{-3}$ т ни килограммларда;
 4) $5,36 \cdot 10^{13}$ г ни миллиграммларда;
 5) $5,23 \cdot 10^{12}$ дм ни километрларда;
 6) $4,31 \cdot 10^5$ см ни метрларда;
 7) $1,32 \cdot 10^6$ км ни метрларда;
 8) $2,51 \cdot 10^7$ км ни сантиметрларда ифодаланг.

С

- 8.17.** Ернинг массаси $5,98 \cdot 10^{24}$ кг, энди Юпитернинг массаси эса $1,90 \cdot 10^{27}$ кг. Ернинг массаси ва Юпитернинг массаларидан қайси бири катта ва неча марта катта?
- 8.18.** 1) $(7,5 \cdot 10^4) \cdot (2,4 \cdot 10^{-1})$; 2) $(4,3 \cdot 10^4) \cdot (3,7 \cdot 10^{-3})$;
 3) $(3,4 \cdot 10^4) \cdot (5,4 \cdot 10^{-2})^2$; 4) $(5,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (2,4 \cdot 10^2)^3$
 ифоданинг қийматини стандарт шаклда ёзинг.

Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

- 8.19.** Хисобланг:

$$1) 183^0 \cdot 5^3 : 3^2 + \frac{2}{9}; \quad 2) 100^2 \cdot 5^2 : 2^3; \quad 3) \frac{155^0 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{8 \cdot 3^3}.$$

- 8.20.** Ифоданинг қиймати x ўзгарувчининг қийматига боғлиқ әмаслигини исботланг:

$$1) 2 \cdot \frac{x^4}{x^4} + x^0; \quad 2) \frac{x^5}{x^4} - x + 3.$$

9-§. ДАРАЖАЛИ ИФОДАЛАРНИ ШАКЛ АЛМАШТИРИШ. ДАРАЖА ҚАТНАШГАН СОНЛИ КЕТМА-КЕТЛИКЛАР



Ифодаларни соддалаштиришда даражанинг хоссаларидан қандай фойдаланиш мүмкін?

Даражали ифодаларни шакл алмаштириши мисоллар орқали күриб чиқамиз.

1-мисол. Ёруғлик тезлиги $3 \cdot 10^8$ м/с га тенг. Қуёшдан Ергача бўлган масофа $1,5 \cdot 10^{11}$ м. Ушбу масофани ёруғлик қанча вақтда босиб ўтади?

Ечиш. Босиб ўтилган масофани $s = v \cdot t$, формула (бу ерда v — ҳаракат тезлиги, t — ҳаракат вақти) орқали топиш мүмкін:

$$1,5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^8 \cdot t, \text{ бундан:}$$

$$t = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0,5 \cdot 10^{11-8} = 0,5 \cdot 10^3 = 0,5 \cdot 1000 = 500.$$

Жавоб: 500 с ёки 8 мин 20 с.

2-мисол. 1) $\frac{(2^3)^3 \cdot 32}{64^2}$; 2) $\frac{25^5 \cdot 36^4}{(30)^7}$ ифоданинг қийматини топамиз.

$$\text{Ечиш. 1)} \frac{(2^3)^3 \cdot 32}{64^2} = \frac{2^9 \cdot 2^5}{(2^6)^2} = \frac{2^{14}}{2^{12}} = 2^{14-12} = 2^2 = 4;$$

$$\text{2)} \frac{25^5 \cdot 36^4}{(30)^7} = \frac{(5^2)^5 \cdot (6^2)^4}{(5 \cdot 6)^7} = \frac{5^{10} \cdot 6^8}{5^7 \cdot 6^7} = 5^{10-7} \cdot 6^{8-7} = 5^3 \cdot 6 = 125 \cdot 6 = 750.$$

Жавоб: 1) 4; 2) 750.

3-мисол. $\frac{13^4 \cdot 11^7 \cdot 5^9}{13 \cdot 11^6} : \frac{13^6 \cdot 11^4 \cdot 5^8}{13^4 \cdot 11^3}$ ифоданинг қийматини топамиз.

$$\text{Ечиш. } \frac{13^4 \cdot 11^7 \cdot 5^9}{13 \cdot 11^6} : \frac{13^6 \cdot 11^4 \cdot 5^8}{13^4 \cdot 11^3} = (13^{4-1} \cdot 11^{7-6} \cdot 5^9) : (13^{6-4} \cdot 11^{4-3} \cdot 5^8) = 13^3 \cdot 11 \cdot 5^9 : (13^2 \cdot 11 \cdot 5^8) = 13^{3-2} \cdot 11^{1-1} \cdot 5^{9-8} = 13 \cdot 11^0 \cdot 5 = 65.$$

Жавоб: 65.

Натурал күрсаткичли даражаларни таққослашда улар бир хил асосга ёки бир хил күрсаткичга келтирилади. Биринчи ҳолда асоси катта бўлган даража катта, иккинчи ҳолда күрсаткичи катта бўлган даража катта бўлади.

4-мисол. $3^{40} \cdot 2^{40}$ ва 33^{20} ифодаларнинг қийматларини таққослаймиз:

Ечиш. $3^{40} \cdot 2^{40}$ даража кўринишида ёзамиз: $3^{40} \cdot 2^{40} = (3 \cdot 2)^{40} = 6^{40}$. Энди 6^{40} даражанинг кўрсаткичини 20 га келтирамиз. $6^{40} = (6^2)^{20}$ ва 36^{20} ,

$$36^{20} > 33^{20} \text{ эканлигидан } 3^{40} \cdot 2^{40} > 33^{20}.$$

5-мисол. $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}}$ касрнинг қийматини топамиз.

Ечиш. Аввал ҳар бир кўпайтувчини 2 сонининг даражаси кўринишида ёзамиз: $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}} = \frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}}$. Касрнинг суратига даражанинг “даражани даражага кўтарганда даражага кўрсаткичлари кўпайтирилади” хоссасидан фойдаланилганда,

$\frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}}$ хосил болади. Шу билан бир қаторда,

касрнинг суратига яна бир марта “бир хил асосли даражаларни кўпайтиришда асоси ўзгаришсиз қолдирилиб, даражага кўрсаткичлари

кўшилади” хоссасидан фойдаланамиз: $\frac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}} = \frac{2^{-22}}{2^{-22}}$. Энди

бўлишни бажарсак, $\frac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$.

Жавоб: 1.

6-мисол. $\left(-\frac{1}{3}x^6y^{-7}\right)^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечиш. Даражанинг “кўпайтмани даражага кўтариш учун ҳар бир кўпайтувчини шу даражага кўтариб, натижаларни кўпайтириш керак” хоссасидан фойдаланамиз:

$$\left(-\frac{1}{3}x^6y^{-7}\right)^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (x^6)^{-2} \cdot (y^{-7})^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}.$$

Энди манфий күрсаткичли даражада таърифи билан даражанинг “даражани даражага күтариш учун даражада күрсаткичларини күпайтириш керак” хоссасидан фойдалансак,

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (x^6)^{-2} \cdot (y^{-7})^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13} = (-3)^2 \cdot x^{-12} \cdot y^{14} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}.$$

Шу билан бир қаторда, -3 сонини квадратга келтириб, даражанинг “бир хил асосли даражаларни күпайтиришда асос үзгаришсиз қолдирилиб, даражада күрсаткичлари қўшилади” хоссасидан фойдаланамиз: $(-3)^2 \cdot x^{-12} \cdot y^{14} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13} = 9 \cdot x \cdot y \cdot 9^{-1}$.

Бир хил асосли даражаларни күпайтиргандага $9 \cdot x \cdot y \cdot 9^{-1} = xy$ бўлади.

Жавоб: xy .

7-мисол. $\frac{5}{6^2}x^7y^4 \cdot 36x^{-7}y^{-5}$ бўлганда $y = \frac{1}{5}$ ифоданинг қийматини топамиз.

Ечиш. Аввал $\frac{5}{6^2}x^7y^4 \cdot 36x^{-7}y^{-5}$ ифодани соддалаштирамиз. Бунинг учун сонни даражада кўринишида ёзамиз:

$$\frac{5}{6^2}x^7y^4 \cdot 36x^{-7}y^{-5} = 5 \cdot 6^{-2}x^7y^4 \cdot 6^2x^{-7}y^{-5}.$$

Энди бир хил асосли даражаларни күпайтирамиз:

$$5 \cdot 6^{-2}x^7y^4 \cdot 6^2x^{-7}y^{-5} = 5 \cdot 6^0x^0y^{-1}.$$

Ноль кўрсаткичли даражанинг таърифига кўра,

$$5 \cdot 6^0x^0y^{-1} = 5y^{-1}.$$

y нинг ўрнига $\frac{1}{5}$ сонини қўямиз: $5y^{-1} = 5\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$. У ҳолда $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5 \cdot 5 = 25$.

Жавоб: 25.

8-мисол. $\left(-\frac{1}{2}a^{-1}b^2\right)^2 \cdot 4a^3b^{-3} = ab$ айниятни исботлаймиз.

Исботи. Тенгликнинг чап томонини соддалаштирасак, у ҳолда унинг ўнг томонини ҳосил қиласиз: $\left(-\frac{1}{2}a^{-1}b^2\right)^2 \cdot 4a^3b^{-3} = \frac{1}{4}a^{-2}b^4 \cdot 4a^3b^{-3} = ab$. Берилган айният исботланди.

9-мисол. $\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}}$ ифоданинг қиймати n га боғлиқ эмас

эканини исботлаймиз.

Исботи. $\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}}$ ифодани соддалаштириб, 25 ва 49 ни

даражада күринишида ёзсак, $\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{(5^2)^{-n} \cdot (7^2)^{-1} \cdot 3^{-3}} \cdot$

Энді касрнинг маҳражидаги даражани даражага күтариб,

$$\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{(5^2)^{-n} \cdot (7^2)^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{5^{-2n} \cdot 7^{-2} \cdot 3^{-3}} \text{ ҳосил қиласиз.}$$

Ҳосил бўлган касрни қисқартириб, манфий кўрсаткичли даражанинг таърифи билан натурал сонни касрга бўлиш қоидасидан фойдаланамиз:

$$\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{(5^2)^{-n} \cdot (7^2)^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{1}{3^{-3}} = 1 : 3^{-3} = 1 : \frac{1}{3^3} = 3^3 = 27.$$

Шундай қилиб, $\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{5^{-2n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}} = \frac{1}{3^{-3}}$ ифоданинг қиймати 27 га teng бўлганлигидан, у n га боғлиқ эмас.



1. 4-мисолдаги айният исботланганда даражанинг қандай ҳоссаларидан фойдаланилди?
2. 5-мисолдаги $\frac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$ тенгликнинг қандай ҳосил бўлганини тушунтиринг.

Машқлар

A

Ифодани соддалаштиринг (9.1–9.2):

- 9.1.** 1) $(a^5)^2 : a^9 \cdot a^3$; 2) $a^{21} \cdot (a^4)^3 : (a^3)^{10}$;
 3) $b^{40} : (b^2)^{11} : (b^4)^2$; 4) $(b^6)^4 : (b^7)^3 \cdot (b^2)^3$.

- 9.2.** 1) $(x^2y)^6 : (x^5y^3)^2 \cdot xy$; 2) $(xy^3)^7 \cdot (x^6y^4)^3 : (x^{24}y^{32})$;

- 3) $\left(\frac{x}{y}\right)^8 : \left(\frac{x^2}{y}\right)^4 \cdot xy^5$; 4) $x^5y^8 \cdot (xy)^5 : (x^5y^3)^2$.

Ифодани соддалаштириб, қийматини топинг (9.3–9.4):

- 9.3.** 1) $(n^5)^2 : (n^3)^3 \cdot n^{10} : n^8$, бу ерда $n = -0,3$;
 2) $a^{20} \cdot (a^8)^4 : (a^{10})^5$, бу ерда $a = 5,5$;
 3) $(b^{17})^3 : b^{40} : (b^4)^2$, бу ерда $b = -\frac{2}{7}$;
 4) $((a^4)^4 \cdot a^{31}) : ((a^{20})^2 \cdot a^3)$, бу ерда $a = 4$.

- 9.4.** 1) $a^{10}b^{17} : (a^4b^8)^2$, бу ерда $a = 3\frac{1}{2}$ ва $b = \frac{4}{7}$;
 2) $(x^{14})^2 \cdot (y^{20})^3 : (x^9y^{19})^3$, бу ерда $x = \frac{6}{11}$ ва $y = -11$;
 3) $(m^6)^4 \cdot (n^8)^2 : (m^{11}n^7)^2$, бу ерда $m = -\frac{8}{9}$ ва $n = 0,81$;
 4) $(c^{10}d^6)^3 : (c^9)^3 : (d^2)^8$, бу ерда $c = -0,25$ ва $d = \frac{4}{5}$.

9.5. Ўзгарувчининг қандай қийматида тенглик түғри бўлади:

$$\begin{array}{ll} 1) 303 - 7^3 + (2^4)^2 = m^3; & 2) (-3)^5 + (-5)^2 + 282 = m^3; \\ 3) -16,31 - (-1,3)^2 + (-19)^2 = m^3; & 4) 49\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-24)^2 = m^2 \end{array}$$

9.6. Тенглик түғри бўладиган қилиб юлдузчалар ўрнига сон қўйинг:

$$\begin{array}{ll} 1) 10^4 - 9375 = 5^*; & 2) -2015 + 14^3 = 9^*; \\ 3) 3^9 - 11\,683 = (20)^*; & 4) 1199 + 7^4 = (60)^*. \end{array}$$

9.7. Ўзгарувчининг ихтиёрий қийматида ифоданинг қиймати 1 га тенг бўлишини исботланг:

$$\begin{array}{ll} 1) (a^5)^6 \cdot (a^4b^2)^7 : (a^{29}b^7)^2; & 2) (a^4b^5)^3 \cdot (a^8b^9) : (a^{10}b^{12})^2; \\ 3) (c^8)^6 \cdot (d^{18})^3 : (c^8d^9)^6; & 4) (x^{11}y^2)^4 \cdot (y^5)^2 : (x^{22}y^9)^2. \end{array}$$

9.8. Ифоданинг қиймати ўзгарувчининг қийматига боғлиқ эмаслигини исботланг:

$$\begin{array}{ll} 1) ((n^3)^2)^4 : (n^7)^2 - 5 - n^{10}; & 2) m^{30} : ((m^3)^2)^3 + 17 - (m^6)^2; \\ 3) ((a^2)^2)^2 \cdot a^4 + 19 - (a^4)^3; & 4) -23 - b^{40} + ((b^5)^4)^2. \end{array}$$

9.9. Қуйидаги ифодаларни соддалаштиринг:

$$\begin{array}{ll} 1) (0,25a^{-4}x^3) \cdot (5^2a^3 \cdot x^{-4}); & 2) (2,25b^{-4}x^3) \cdot (5^2b^3 \cdot x^{-6}); \\ 3) (5a^{-5}x^6) \cdot (5^2a^3 : x^7); & 4) (1,25a^{-4}x^7) : (5^2a^8 \cdot x^{-4}). \end{array}$$

9.10. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{17^2 \cdot 17^{-4}}{17^{-3}}; & 2) \frac{0,7^7 \cdot 0,7^{-3}}{0,7^3} \cdot 3; \\ 3) \frac{0,5^4 \cdot 2^5}{4^2} : 8^2; & 4) 1,33^{-5} \cdot 1,33^6 : \pi^0. \end{array}$$

9.11. 1) $\left(\frac{a^3}{a^2} - a^2\right) : a^2$; 2) $x^5 : (x^{-1})^3 + \pi^0$; 3) $(b^4 - b^3) : b^3$ ифодаларни соддалаштиринг.

9.12. 1) $2^5 \cdot 2^{-2} \cdot * = 2^7$; 2) $4^5 \cdot 8^{-2} \cdot * = 4^7$; 3) $5^5 \cdot 5^{-2} \cdot * = 5^7$ тенгликларни түғри тенгликка айлантирадиган қилиб юлдузчалар ўрнига сонлар ёзинг.

9.13. $3^{-1}; 3^3; 9^2; 27^{-2}$; $81^0; -3^2; -9^{-1}$ сонларни үсиш тартибида жойлаштириңг.

9.14. $5^{-1}; 5^3; 25^2; 27^{-2}$; $521^0; -8^2; -4^{-2}$ сонларни камайиш тартибида жойлаштириңг.

9.15. Ифоданинг қиймати манфий сон бўлишини исботланг:

$$1) \frac{(-3)^3 \cdot 9^{-2}}{(-81)^2}; \quad 2) \frac{(-4)^4 \cdot 9^{-2}}{-11^2}; \quad 3) \frac{(-3)^3 \cdot (-9^{-2})}{-8^2}.$$

9.16. Ифоданинг қиймати мусбат сон бўлишини исботланг:

$$1) 21^0 - 3^{-2} - 4^{-2}; \quad 2) 2^{-3} + 3^{-1} + (-4)^2; \quad 3) 9^{-1} - \frac{(-3)^2}{(-5^2)}.$$

В

9.17. Тенгликни исботланг:

$$1) x^3 : (x^{-1})^3 + \Pi^0 = 1 + x^6; \quad 2) (b^4 - b^3) : b^2 = b^2 - b;$$

$$3) \frac{2^4 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} a^2 = \frac{4}{a^{-4}}.$$

Ифодани ихчамланг (9.18–9.19):

$$9.18. 1) \frac{(b^5)^3 \cdot (b^7)^7}{b^{19} \cdot b^{38}};$$

$$2) \frac{c^{50} \cdot c^{11}}{(c^{20})^2 \cdot (c^2)^5};$$

$$3) \frac{(a^9)^3 \cdot (a^3)^4 \cdot a^{23}}{a^{40} \cdot a^{18}};$$

$$4) \frac{d^{13} \cdot (d^8)^3 \cdot (d^7)^2}{(d^3)^{10} \cdot (d^6)^2}.$$

$$9.19. 1) (ab)^{10} : (a^9 \cdot b^8) \cdot a^2;$$

$$2) ((x^5y^2)^3)^4 : ((x^{29})^2 \cdot (y^{12})^2);$$

$$3) ((k^6)^7) \cdot (t^3)^9 : ((k^7 \cdot t^4)^3)^2;$$

$$4) ((c^8d^{11})^5)^2 : ((c^{20}d^{25})^2)^2.$$

9.20. Ифодани ихчамланг:

$$1) \frac{8^3 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^3;$$

$$2) \frac{(x^3 \cdot x)^2}{(-x^2)^3};$$

$$3) \frac{(a^3 \cdot x^4)^2}{(a^2)^2 \cdot x^7};$$

$$4) \frac{(b^3 \cdot x^4)^3}{(-2b^2)^2 \cdot x^{12}}.$$

9.21. Ифоданинг қийматини топинг:

$$1) \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{9}}{3^3};$$

$$2) 45 \cdot \frac{5^{-2}}{9^2};$$

$$3) \frac{34^3}{17^2 \cdot 2^4} \cdot 8^2.$$

С

Тенгликнинг тұғрилигини текшириңг (9.22–9.23):

$$9.22. \quad 1) \frac{(2^4)^6 \cdot 4^5}{16^3 \cdot 8^7} = 2; \quad 2) \frac{(17^8)^2 \cdot (17^3)^3 \cdot 16^5}{17^{22} \cdot 289 \cdot 8^6} = 69.$$

$$9.23. \quad 1) \frac{(a^5)^6 \cdot (b^9)^4 \cdot (a^2 b^2)^3}{(b^4)^{10} \cdot (a^7)^5} = ab^2; \quad 2) \frac{(c^8 \cdot d^5)^{11} \cdot (c^7)^3 \cdot (d^4)^2}{(d^{31})^2 \cdot (c^{25})^4} = c^9 d.$$

9.24. $a = 1, b = -1$ бүлганда ифодаларнинг тенг эканини исботланг:

$$1) (a^5 \cdot b^6)^7 : (a^{33} \cdot b^{40}) + 1 \text{ ва } (a^8 b^2)^2 : (a^5 b)^3 + 3;$$

$$2) \frac{(a^4)^3 \cdot (b^{10})^2}{a^8 \cdot (b^5)^3} - 4 \text{ ва } \frac{(a^7)^4 \cdot (b^9)^2}{(a^5)^5 \cdot b^{16}} - 6.$$

9.25. Амалларни бажаринг ва ҳосил бүлган ифодаларни номанфий күрсаткичили даражада күришишга келтириңг:

$$1) \frac{(a^{-3} \cdot x^4)^2}{(a^{-2})^2 \cdot x^{-7}} \cdot 2^{-2}; \quad 2) \frac{(b^3 \cdot y^{-3})^2}{(b^2)^2 \cdot y^7} \cdot y^{-1}; \quad 3) \frac{(3^3 \cdot x^4)^{-2}}{(3^2)^2 \cdot x^{-7}} + \frac{2}{x^{-3}}.$$

$$9.26. \quad 1) x = 0,5 \text{ ва } b = \frac{1}{3} \text{ бүлганда } \frac{(3^3 \cdot x)^2}{(x^2)^3 \cdot b^2};$$

2) $a = 0,1$ ва $x = 2$ бүлганда $\frac{(a^3 \cdot x^4)^2}{(a^2)^2 \cdot x^7}$ ифодаларнинг қиймати натурал сан бўла оладими?

$$9.27. \quad 1) \frac{2^{-2n} \cdot 3^{-2}}{4^{-n} \cdot 3^{-1}}; \quad 2) \frac{5^{-3n} \cdot 34^{-2}}{125^{-n} \cdot 17^{-1}}; \quad 3) \frac{0,2^{-2n} \cdot 13^{-2}}{0,04^{-n} \cdot 23^{-1}}$$
 ифодалар-

нинг қиймати n га боғлиқ эмаслигини исботланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

9.28. Тұғри жавобнинг рақамини күрсатинг. Ифода бўлувчи ёзув:

1. $728 + 327$;
2. $728 + 327; \quad 7a + 2b$;
3. $728 + 327; \quad 7a + 2b, 126$
4. $728 + 327; \quad 7a + 2b, 126, 152 < 200$.

9.29. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $(327 \cdot 14 - 4577) \cdot 11^0$;
- 2) $(32 \cdot 74 - 4552) : 14 \cdot (-13)^0$.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** $2^{10} \cdot 2^{12} : 2^{21}$ ифоданинг қийматини топинг.
- A. 4; B. 2; C. 1; D. 8.
- 2.** $a^{35} \cdot a^{19} : (a^{52} \cdot a^2)$ ифодани соддалаштириңг.
- A. a ; B. a^4 ; C. 1; D. a^2 .
- 3.** $\frac{x^{10}y^8}{x^9y^6}$ ифодани соддалаштириб, $x = 2$, $y = 3$ бўлганда қийматини топинг.
- A. 24; B. 12; C. 6; D. 18.
- 4.** $0,2 \cdot (-5)^2 - 3^3$ ифоданинг қийматини топинг:
- A. -32; B. -22; C. -2; D. 52.
- 5.** $\frac{(m^3)^5 \cdot (n^4)^3}{(m^3)^4 \cdot (n^5)^2}$ ифодани соддалаштириңг.
- A. $m^{23}n^{22}$; B. m^7n^{22} ; C. m^3n^2 ; D. m^7n^2 .
- 6.** $\frac{x^4}{y^6}$ ифодани даражаларнинг кўпайтмаси кўринишида ёзинг.
- A. x^4y^6 ; B. $x^{-4}y^6$; C. $x^{-4}y^{-6}$; D. x^4y^{-6} .
- 7.** $5^{-3} \cdot 25^2$ ифоданинг қийматини топинг.
- A. 5; B. $\frac{1}{5}$; C. 25; D. $\frac{1}{25}$.
- 8.** $\frac{a^2}{b^3c^{-4}}$ ифодани даражалар кўпайтмаси кўринишида ёзинг.
- A. $a^2b^3c^{-4}$; B. $a^2b^{-3}c^4$; C. $a^{-2}b^{-3}c^{-4}$; D. $a^{-2}b^{-3}c^4$.
- 9.** $\frac{5a^9 - 3a^7}{4a^8}$ ифодани соддалаштириб, $a = -1$ бўлганда қийматини топинг:
- A. $\frac{1}{2}$; B. $-\frac{1}{2}$; C. 2; D. -2.
- 10.** Куби $-\frac{1}{8}$ га teng бўлган соннинг бешинчи даражасини топинг:
- A. $\frac{1}{32}$; B. -0,5; C. $-\frac{1}{32}$; D. -32.



2 - БОБ

КҮПХАДЛАР ВА УЛАР УСТИДА АМАЛЛАР БАЖАРИШ

10-§. БИРХАД. БИРХАДНИНГ СТАНДАРТ ШАКЛИ



Бирҳад, унинг даражаси ва стандарт шакли деганимиз нима? Бирҳадларни қандай күпайтирамиз?

Таъриф. Соңли ва ҳарфий күпайтуvчилаr ҳамда уларнинг даражаларининг күпайтмаси бирҳад дейилади.

$3^3xy; 15ab^3; -\frac{8}{9}nm^4; \left(1\frac{4}{7}\right)^5$ күпайтмаларни кўриб чиқамиз.

Уларнинг таркибига ракамлар орқали ёзилган күпайтуvчилаr (соңли күпайтуvчилаr) ва ҳарфлар (ўзгарувчилаr) ва уларнинг даражалари орқали ёзилган күпайтуvчилаr (ҳарфий күпайтуvчилаr) киради.



Юқорида кўrsatилган күпайтуvчилаr нима сабабдан бирҳадлар деб аталади?

Ихтиёрий соnни шу соn билан бирнинг күпайтмаси кўринишида ёзиш мумкин ва бир соnини нолга teng бўлмаган ихтиёрий a соnning нолинчи даражаси деб ола оламиз. Бундан $7; b; 0,09; -\frac{5}{6}$ кўринишдаги ифодалар ҳам бирҳадлар деб ҳисобланади

1-мисол. $25a^4b \cdot (0,4ab^2) \cdot 3bc$, у ҳолда $a = -1, b = 2, c = 13$ бирҳаднинг қийматини қандай топиш мумкин?

Ечиш. Биринчи усул. Ҳарфларнинг (ўзгарувчиларнинг) берилган қийматларини бирҳадга қўйиб, күпайтманинг қийматини ҳисоблаймиз. У ҳолда:

$$25 \cdot (-1)^4 \cdot 2 \cdot 0,4(-1) \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 = -6240.$$

Иккинчи усул. Ҳисоблашларни қулай усул билан бажариш мумкин. Бунинг учун күпайтиришнинг ўрин алмаштириш ва гуруҳлаш хоссаларидан фойдаланиб, берилган бирҳадни соддалаштириш керак:

$$25a^4b \cdot (0,4ab^2) \cdot 3bc = (25 \cdot 0,4 \cdot 3) \cdot (a^4 \cdot a) \cdot (b \cdot b^2 \cdot b) \cdot c = 30a^5b^4c.$$

Энди ҳарфларнинг (ўзгарувчиларнинг) берилган қийматларига мос равиша $30a^5b^4c$ бирҳаднинг қийматини топамиз:

$$30 \cdot (-1)^5 \cdot 2^4 \cdot 13 = -6240.$$

Жавоб: -6240 .

Иккинчи ҳолда берилган бирҳад $30a^5b^4c$ кўринишда ёзилди. Бунда сонли кўпайтувчи ҳамда турли хил асосли даражалар қатнашган. Бундай бирҳад стандарт шаклдаги бирҳад дейилади.

Ихтиёрий бирҳадни стандарт шаклдаги бирҳадга келтириш мумкин. Стандарт шаклдаги бирҳаднинг сонли кўрсаткичли бирҳаднинг коэффициенти деб аталади. Масалан, $\frac{4}{9}x$ бирҳаднинг коэффициенти $\frac{4}{9}$, $-7x^2$ бирҳаднинг коэффициенти -7 га teng.

2-мисол. $-0,6d^4 \cdot \left(\frac{5}{6}d^2\right)$ бирҳадни қандай стандарт шаклга келтириш мумкин?

Ечиш. Кўпайтиришнинг ўрин алмаштириш ва гурухлаш хоссаларидан, бир хил асосли даражаларни кўпайтиришнинг хоссаларидан фойдаланамиз: $-0,6d^4 \cdot \left(\frac{5}{6}d^2\right) = \left(-0,6 \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot (d^4 \cdot d^2) = = -0,5d^6$.

Жавоб: $-0,5d^6$.

Одатда, 1 га teng бўлган коэффициент ёзилмайди, чунки бирга кўпайтирилган ифоданинг қиймати ўзгармайди.

Масалан, $1 \cdot a^4b^3c = a^4b^3c$, яъни a^4b^3c бирҳаднинг коэффициенти 1 га teng. Агар коэффициент (-1) га teng бўлса, у ҳолда бирҳаднинг олдига минус ишораси қўйилади. Масалан, $(-1) \cdot mn^7t^3 = -mn^7t^3$, бундан $-mn^7t^3$ бирҳаднинг коэффициенти -1 га teng.

$3a^4b^3c$ бирҳаддаги ўзгарувчилар даражаси кўрсаткичларининг йиғиндиси 8 га teng. 8 сони $3a^4b^3c$ бирҳаднинг даражаси деб аталади.

Бирҳаддаги барча ўзгарувчилар даражаси кўрсаткичларининг йиғиндиси бирҳаднинг даражаси дейилади.

Масалан, $-0,9x^5yz^2$ бирҳаднинг даражаси $8 + 1 + 2 = 8$ teng. $\frac{4}{11}a^8b$ 125 бирҳаднинг даражаси нолга teng, чунки $125 = 125 \cdot a^0$ ёки $125 \cdot x^0y^0$.

Баъзи бир бирҳадларнинг ҳарфий қисми бир хил бўлади.

Таъриф. Бир хил бирхадлар ва коэффициентари билан фарққиладиган ҳарфий қисмлари умумий бўлган бирхадлар ўхшаш бирхадлар деб аталади.

Масалан, $7xy^3t - 8,9xy^3t$ ва $1\frac{5}{11}xy^3t$ — бирхадлар ўхшаш бирхадлар.

Бирхадларни кўпайтириш ва даражага кўтариши кўриб чиқамиз. Агар иккита бирхаднинг орасига кўпайтириш белгиси қўйилса, у ҳолда берилган ҳадларнинг кўпайтмаси деб аталувчи кўпайтма ҳосил бўлади. Масалан, $9n^3m$ ва $-1,1nm^4$ бирхадларнинг кўпайтмаси $(9n^3m) \cdot (-1,1nm^4)$ ифода бўлади. Кўпайтиришнинг гуруҳлаш ва ўрин алмаштириш хоссаларидан фойдаланиб, кўпайтмани: $9 \cdot (-1,1) \cdot n^3nm^4$ кўринишга келтирамиз. Сўнгра даражанинг хоссаларидан фойдалансак, $-9,9n^4m^5$ ҳосил бўлади.

3-мисол. $4\frac{1}{3}x^4y; -0,3xz^5; 10xy^4z^2$ бирхаднинг кўпайтмасини қандай топиш ва стандарт шаклга келтириш мумкин?

Ечиш. Бирхадларнинг кўпайтмаси $\left(4\frac{1}{3}x^4y\right) \cdot (-0,3xz^5) \cdot (10xy^4z^2)$ ифода бўлади. Энди кўпайтиришнинг гуруҳлаш ва ўрин алмаштириш хоссаларидан фойдаланиб кўпайтмани шакл алмаштирамиз:

$$\begin{aligned} \left(4\frac{1}{3}x^4y\right) \cdot (-0,3xz^5) \cdot (10xy^4z^2) &= \frac{13}{3} \cdot (-0,3) \cdot 10 \cdot x^4y \cdot xz^5 \cdot xy^4z^2 = \\ &= -13x^6y^5z^7. \end{aligned}$$

Жавоб: $-13x^6y^5z^7$.

Бирхадни натурал даражага кўтарганда бирхад ҳосил бўлади.

Бирхадни даражага кўтариш учун унинг ҳар бир кўпайтувчисини (сонли, ҳарфий) берилган даражага кўтариш керак.

$$\text{Масалан, } \left(\frac{1}{5}tk^4\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot t^3 \cdot (k^4)^3 = \left(\frac{1}{125}\right)t^3k^{12}.$$

4-мисол. $-0,125x^9y^3$ бирхадни иккинчи бирхаднинг куби шаклида ёзинг.

$$\text{Ечиш. } -0,125x^9y^3 = (-0,5)^3 \cdot (x^3)^3 \cdot y^3 = (-0,5x^3y)^3.$$

Жавоб: $(-0,5x^3y)^3$.

5-мисол. n нинг қандай қийматида $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n \cdot \left(\frac{9}{49}m^{11}\right) = 29\frac{52}{81}m^{41}$ тенглик түрі бўлишини қандай топиш мумкин?

Ечиш. Агар $m = 0$ бўлса, у ҳолда тенглик түрі.

Агар $m \neq 0$ бўлса, у ҳолда тенгликнинг иккала қисмини $\frac{9}{49}m^{11}$ га бўламиш. У ҳолда $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = 29\frac{52}{81}m^{41} : \frac{9}{49}m^{11}$ ёки $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = \frac{2401}{81} \cdot \frac{49}{9} \cdot m^{41-11}$.

Даражанинг хоссаларидан фойдаланиб, тенгликнинг ўнг томонини соддалаштирамиз:

$$\frac{2401}{81} \cdot \frac{49}{9} \cdot m^{41-11} = \left(\frac{7}{3}m^5\right)^6 \cdot m^{30}.$$

Энди натижани асоси $\frac{7}{3}m^5$ бўлган даражага келтирайлик: $\left(\frac{7}{3}m^5\right)^6$ ёки $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^6$.

Демак, $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = \left(2\frac{1}{3}m^5\right)^6$. Бундан: $n = 6$.

Жавоб: $m = 0$ бўлганда

n — ихтиёрий сон, $m \neq 0$ бўлганда $n = 6$.



- Бирҳадни сон ва натурал кўрсаткичли даражанинг кўпайтмасидан ташкил топган ифода кўринишида ёзиш мумкинми? Жавобингизни тушунириинг.
- Тартиб билан бажарилган охирги амал қўшиш ҳам, айриш ҳам бўлмайдиган ифодани бирҳад деб атаемиз деган таъриф тўғрими? Жавобингизни тушунириинг.
- 1) Ихтиёрий бирҳад ифода бўлади; 2) ихтиёрий ифода бирҳад бўлади, деган мулоҳазалар тўғрими?

Машқлар

A

- 10.1.** $8a; -0,5bc; \frac{2}{3}x^2yz; \frac{x-2}{3}; \frac{y+1}{z}; 10\frac{a}{5}; \frac{4}{b}$ ифодаларнинг қайсилари бирҳад бўлади?

10.2. 41, $9a^2c$; $-\frac{8}{17}x^5$; $6a^4ba$; $107x^2yzy^2$; $-26a^2nm^{10}$; $3ab \cdot \frac{5}{9}b$;

$0,24x^3y \frac{7}{3}x^7y$ бирхадлар орасидан стандарт шаклда ёзилган бирхадни күрсатинг.

Бирхадни стандарт шаклда ёзинг (**10.3–10.4**):

10.3. 1) $8x^5x$;	2) $-b^4b^4b$;	3) xyx^4 ;
4) $-a^5(-a^8)$;	5) $7nm^4(-8n^3)$;	6) $\frac{5}{24}k^5t\left(-\frac{3}{10}t^6\right)$
10.4. 1) $1,8a^5b^7a^{10}$;	2) $\frac{14}{5}cd^5\left(-\frac{8}{7}c^4\right)$;	3) $2,8xt^5(-0,5x^2t)$;
4) $-b^5(-b^8)(-b)$;	5) $1,4a^6t\left(-\frac{3}{2}at^8\right)$;	6) $20bc^8(-0,05b^{10})$.

10.5. 10.3—10.4. бирхадларнинг даражаларини топинг.

(**10.6–10.8**) машқлардаги бирхадни стандарт шаклга келтириңг:

10.6. 1) $5a^3(-3)ab^5$;	2) $7m^2 \cdot 6c^3m$;
3) $-6m^89am^3$;	4) $-8ac^5(-2a^4)$;
5) $3m^2np \cdot (-5mn^24)$;	6) $ab \cdot 9a \cdot 4b$.
10.7. 1) $\left(-\frac{1}{2}m^3\right) \cdot (16m^2)$;	2) $\left(\frac{3}{4}x^2y^3z\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^3y^2z^2\right)$;
3) $\left(-\frac{3}{5}a^2xy^3\right) \cdot \left(\frac{2}{3}ax^2y\right)$;	4) $\left(10\frac{1}{3}ab^2c^4\right) \cdot \left(1\frac{5}{31}a^7bc^2\right)$.
10.8. 1) $\left(\frac{4pc^2}{15}\right) \cdot \left(\frac{9ca^3}{2}\right)$;	2) $\left(-\frac{4}{5}m^4np\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}m^2n^3p^2\right)$;
3) $\left(-4\frac{3}{4}mn^2\right) \cdot \left(-\frac{17}{38}amn\right)$;	4) $\left(6\frac{1}{2}x^3yz^2\right) \cdot \left(2\frac{2}{13}x^6yz^3\right)$.

10.9. Бирхаднинг даражасини топинг:

1) $\left(\frac{2}{3}ab^2\right)^3$;	2) $\left(\frac{3}{4}a^2b^3\right)^4$;
3) $\left(\frac{4}{3}m^5n^2\right)^5$;	4) $\left(\frac{2}{9}m^{10}n^{13}\right)^3$;
5) $(-0,6a^3b^4)^4$;	6) $(-1,3x^{10}y^4)^3$;
7) $(0,02m^3n^3)^2$;	8) $(0,5x^3y^5)^3$.

B

10.10. Бирхадларни күпайтиришни бажарыб, ҳосил бўлган ифодаларнинг қийматини топинг:

- 1) $\frac{3}{4}a^2 \cdot \frac{4}{5}b^2$, бу ерда $a = 2$, $b = \frac{3}{5}$;
- 2) $0,4ab \cdot 8b^2$, бу ерда $a = 0,5$, $b = 3$;
- 3) $0,5ab^3 \cdot 16a^2b$, бу ерда $a = -0,5$, $b = -2$;
- 4) $\frac{5}{18}a^3b^4 \cdot 3\frac{3}{5}a^4b^4$, бу ерда $a = -0,2$, $b = -5$.

10.11. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $\frac{1}{2}a^2b^4x \cdot \frac{3}{4}$, бу ерда $a = 2$, $b = 1$, $x = \frac{1}{2}$;
- 2) $-4a^2b^2c^2 \cdot 6a^4c^3$, бу ерда $a = 1$, $b = \frac{1}{4}$, $c = 2$;
- 3) $\frac{2}{5}x^3y^2z \cdot 7,5xz^4$, бу ерда $x = -2$, $y = -1$, $z = -0,5$;
- 4) $-25n^2m^2 \cdot 0,16n^5m^7$, бу ерда $n = -0,1$, $m = 10$.

10.12. Бирхадни иккинчи бирхаднинг квадрати шаклида ёзинг:

- | | | |
|---------------------------------|----------------------|------------------------------------|
| 1) $16a^6$; | 2) $100m^8n^4$; | 3) $\frac{25}{81}x^6y^{12}$; |
| 4) $\frac{169}{225}a^{10}b^2$; | 5) $3,24m^4p^{14}$; | 6) $0,0289\frac{x^{20}}{y^{18}}$. |

10.13. Ифодалар орасидан бирхаднинг квадрати ва бирхаднинг куби кўринишида ёзиш мумкин бўлган ифодаларни териб ёзинг:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------------|
| 1) $a^{13}b^{30}$; | 2) $n^6m^{18}k^9$; | 3) $x^{24}y^{16}z^{20}$; |
| 4) $0,16a^2b^6$; | 5) $216a^6b^6$; | 6) $7,296a^{15}c^9$. |

C

10.14. Агар $5x^2y^3 = 8$ бўлса, у ҳолда

- | | | |
|-----------------|------------------|---|
| 1) $45x^2y^3$; | 2) $3x^2y^3$; | 3) $-5,5x^2y^3$; |
| 4) $25x^4y^6$; | 5) $125x^6y^9$; | 6) $\frac{625}{128}x^8y^{12}$ ифоданинг қийматини топинг. |

10.15. $(a^5b^3)^6 \cdot (a^7b^4)^5 : (a^{21}b^{12})^3$ ифодани соддалаштириб, $a = -\frac{5}{11}$ ва $b = 3\frac{2}{3}$ бўлганда қийматини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

- 10.16.** 1) $2a^2b - 13ab^3$ айирмани бирҳадларнинг йиғиндиси;
 2) $11x^2y + (-xy^3)$ йиғиндини бирҳадларнинг айирмаси кўришида ёзинг..
- 10.17.** $17a^3, -5ya^4; 8a^2n^3; 12xy^6$ бирҳадлар орасидан энг катта дарожали бирҳадни кўрсатинг.

11-§. КҮПХАД. КҮПХАДНИНГ СТАНДАРТ ШАКЛИ. КҮПХАДНИНГ ДАРАЖАСИ



Күпхад, унинг даражаси ва стандарт шакли деганимиз нима?

$a - b$ айирмани $a + (-b)$ йиғиндига алмаштириш мүмкінлиги сизга маълум.

$a - b$ ва $a + (-b)$ ифодалар алгебраик йиғинди деб аталади.

Таъриф. Бир нечта бирҳадларнинг алгебраик йиғиндиси күпхад дейилади.



Нима сабабдан $3 + a; a^2 - b^2; 8c + 0,7d^2; \frac{2}{9}xy^2 + z - 3$ ифодалар күпхадлар бўлади?

Таъриф. Кўпхадни ташкил этувчи бирҳадлар кўпхаднинг ҳадлари деб аталади.



Нима сабабдан $25a + \frac{7}{9}xy^2 - 1,11n^4 + 10$ кўпхаднинг ҳадлари $25a; \frac{7}{9}xy^2; -1,11n^4; 10$ бирҳадлар бўлади?

Барча кўпхадлар орасидан иккиҳад ва учҳад бўлиб кўрсатилади.



Иккита ҳаддан ташкил топган кўпхад иккиҳад дейилади.



Нима сабабдан $\frac{8}{11} + 6c; y^5 - 7,3$ ифодалар иккиҳадлар бўлади?

Таъриф. Учта ҳаддан ташкил топган кўпхад учҳад деб аталади.



Тушинтиринг

1. Нима сабабдан $a^2 - ab + 2; -\frac{5}{7}s + s^3 - k$ ёзувлар ифода ҳисобланади?

2. $8xy^2 - 1,2mx + 8,3 + 0,7mx - 9 + mx$ ифода қандай соддалаштирилган: $8xy^2 - \underline{1,2mx} + \underline{8,3} + \underline{0,7mx} - \underline{9} + \underline{mx} = 8xy^2 + (-1,2 + 0,7 + 1)mx + (-9 + 8,3) = 8xy^2 + 0,5mx - 0,7$?



Таъриф. Үхашаш бирҳадларнинг йиғиндисини битта бирҳад билан алмаштириш кўпҳаднинг үхашаш ҳадларини ихчамлаш деб аталади.

$8xy^2 + 0,5tx - 0,7$ кўпҳадда ҳар бир бирҳад стандарт шаклда ёзилган ва уларнинг орасида үхашаш бирҳадлар йўқ. Кўпҳадларнинг бундай шакли *кўпҳаднинг стандарт шакли* деб аталади.

Кўпҳадни стандарт шаклга келтириш учун унинг ҳар бир ҳадини стандарт шаклда ёзиб, сўнгра үхашаш ҳадларни ихчамлаш керак.

Кўпҳаднинг стандарт шаклдаги бирҳадларининг энг катта даражаси *кўпҳаднинг даражаси* деб аталади.



Нима сабабдан $8xy^2 + 0,5tx - 0,7$ кўпҳад учинчи даражали кўпҳад бўлади?



1. Кўпҳаддаги бирҳадларнинг энг кичик сони қандай?
2. Иккита бирҳаднинг, учта бирҳаднинг, бешта бирҳаднинг йиғиндиси қандай аталади?
3. Кўпҳаднинг даражаси нолга, бирга тенг бўлиши мумкинми?
4. Даражаси икки бўлган кўпҳадга мисоллар келтиринг.

Машқлар

A

- 11.1.** 1) a^2 ; a ва 5; 2) $9x^3$; x ва -7 ; 3) $0,8y$; $-2y$ ва y^7 ;
 4) -4 ; $7b^3$ ва d^4 ; 5) $\frac{4}{15}t^3$; $-k$ ва 10 ; 6) $\frac{19}{5}k^4$; $-6,3k^3$ ва k

ифодаларнинг қайсилари бирҳад бўлади?

- 11.2.** Кўпҳаднинг ҳар бир ҳадини стандарт шаклга келтириб, даражасини топинг:

$$\begin{array}{ll} 1) 8xy^4x^3 - 9x^3yy^7 + 10zz^5; & 2) 0,2a^5bb^6 - 1,1xyx^7 + k^8t^2k; \\ 3) \frac{1}{3}8ac^5a - 3,8t^8s^9s - b^6c^8b^{10}; & 4) nm^{10}n^2 + \frac{2}{5}c^8dd^7 - t^4t^5t. \end{array}$$

- 11.3.** Кўпҳаднинг ҳадларини атанг:

$$\begin{array}{ll} 1) 5x^4 - 6a^2c + 0,8y^5; & 2) -40a^{10} + 3,8cd^5 - nm^3; \\ 3) \frac{8}{3}ab^3 + \frac{10}{17}d^{10} - 1,2z; & 4) 5c^5 - \frac{15}{26}xy^3 + 100. \end{array}$$

Күпхаднинг ўхшаш ҳадларини ихчамланг (**11.4—11.6**):

- 11.4.** 1) $13a - 2bc + 19bc$; 2) $10nm + 9x - 20nm$;
 3) $0,7b^2 + 20a + 2,0b^2$; 4) $5xy - 34xy + 3,3a$;
 5) $9,3c + 4,5d^3 - 5,1d^3$; 6) $0,8t^4 + 2,4c - 2,1t^4$.
11.5. 1) $x^4 + a^2 - 6x^4 + 7a^2$; 2) $3y^3 - ab + 8y^3 + 9ab$;
 3) $2ab^2 - nm - 5ab^2 + 6nm$; 4) $12c^2d - 7kt^2 + 8kt^2 - 10c^2d$;
 5) $a^8c + 13a^8c - a^2d$; 6) $4x^3y - 6an + 2,1an - 7x^3y$.

- 11.6.** 1) $8\frac{2}{3}x^3 - 16ay^2 + 9ay^2 - 9x^3$;
 2) $27a^2z - 24,89a^2z + 3\frac{1}{5}y^2 - 15y^2$;
 3) $3,12ab + 7\frac{5}{6}m^3 - 4\frac{1}{6}m^3 + 16,82ab$;
 4) $19,2x^2 - 30\frac{1}{9}kt + 31kt - 20x^2$.

B

Күпхадни стандарт шаклга келтириңг, даражасини атанг (**11.7—11.9**):

- 11.7.** 1) $22a^2 - 40a^3 + 18a^2 + 29a^3 + a^4$; 2) $-7b^5 - 13b^6 + 15 - 9b^5 + 34b^6$;
 3) $41c^2 + 62c^3 - 99 - 42c^2 + 38c^3$; 4) $-52k + k^4 - 18k^4 + 52 - k$.
11.8. 1) $7,8x + 9,1y^2 - x + 1,9y^2 - 8,7y^2$;
 2) $0,246z^3 - 15,2t + 16t - z^3 - 0,94$;
 3) $-29,1c^2 + 0,17d^3 - d^3 + 30c^2 - 1,1d^3$;
 4) $40,4a^3 - b^4 + 2,6a^3 - 44a^3 + 0,73b^4$.

- 11.9.** 1) $1\frac{3}{7}b^2 - 10a^3 - \frac{2}{3}b^2 - \frac{3}{7}b^2 + 9a^3$;
 2) $-8,5c^4 + 17b + 6\frac{2}{3}c^4 + \frac{5}{6}c^4 - 19b$;
 3) $2\frac{2}{3}t^5 + 40a^2 - 3\frac{4}{9}t^5 - 41a^2 + 1\frac{1}{3}t^5$;
 4) $-\frac{6}{7}k^6 - 8,8d^4 + 2\frac{6}{11}k^6 + 9d^4 - \frac{9}{11}k^6$.

Күпхаднинг даражасини топинг: (**11.10—11.11**):

- 11.10.** 1) $5x^3 - 8x^5 + 44 - 10x^3 + 7x^5 - 60$, бу ерда $x = -2$;
 2) $-7y^2 + 13y^6 - 71 + 3y^2 + 59 - 11y^6$, бу ерда $y = 3$;

- 3) $37 + 12a^4 - a^3 - 40 + 4a^3 + 10a^4$, бу ерда $a = -3$;
 4) $-100 - 29b^3 + 51b^6 - 52b^6 + 27b^3 + 200$, бу ерда $b = 2$.

- 11.11.** 1) $\frac{1}{3}x^4 + \frac{7}{9}x^3 - 2,5 - x^3 - x^4 + 6$, бу ерда $x = 1$;
 2) $72 - \frac{4}{5}a^5 + \frac{3}{4}a^3 + \frac{2}{5}a^5 - a^3 - 69$, бу ерда $a = -1$;
 3) $80,3 + \frac{3}{8}y^2 - 79,4 - y^2 - \frac{5}{6}y^3 + y^3$, бу ерда $y = -1$;
 4) $-\frac{11}{17}b^5 + 99,1 + \frac{8}{13}b + b^5 - \frac{5}{13}b - 100$, бу ерда $b = 1$.

11.12. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $0,7ab - 49 + a - 1,2ab + 47$, бу ерда $a = \frac{2}{3}$; $b = \frac{9}{16}$;
 2) $53 - 5,3xy - y + 4,8xy - 6y$, бу ерда $x = \frac{4}{13}$; $y = \frac{13}{7}$;
 3) $mn + 8m + 9,2n - 9mn - 10n$, бу ерда $m = \frac{3}{4}$; $n = \frac{5}{8}$;
 4) $13,2c + d - cd - 10d - 8cd$, бу ерда $c = \frac{5}{3}$; $d = \frac{14}{3}$.

C

11.13. Күпхаднинг бирхадларини даражаларнинг үсиш тартибида жойлаштириинг:

- 1) $x^2 - 3x^4 + 5x^5 + x$;
 2) $-1,7y^5 + 2,8y^4 + y - y^6$;
 3) $11a + 11 - a^5 + 1,9a^4$;
 4) $4,8b^6 - b^8 - 10b + b^2$.

11.14. Күпхаднинг бирхадларини даражаларнинг камайиш тартибида жойлаштириинг:

- 1) $6x^8 - 7x^7 + 9x^{11} + x^{10}$;
 2) $-1,7y^5 + 2,8y^4 + y - y^6$;
 3) $-10 + b^2 - 4b^3 - 5b + b^5$;
 4) $2x^3 - 3x^2 - 8x^9 - 7x^8$.

11.15. Күпхаднинг қийматларини таққосланг:

- 1) $2,25x^3 - 16x^2$ ва $-2,5x^4 + 3x^3$, бу ерда $x = -2$;
 2) $3,6x^3 - 1,875x^4$ ва $0,125x^5 - x^9$, бу ерда $x = 2$;
 3) $1,9b^7 - b^6 - 2b^7$ ва $-2,4b^4 + b^5 + 2,3b^4$, бу ерда $b = -1$;
 4) $\frac{1}{3}a^{10} + \frac{2}{7}a^7 - \frac{2}{3}a^{10}$ ва $\frac{6}{7}a^9 - a^8 - \frac{2}{7}a^9$, бу ерда $a = -1$.

11.16. Күпхадларнинг қийматлари тенг эканини исботланг:

1) $11\frac{1}{9}ab^2 - 18\frac{2}{3}ab^2 + 5\frac{1}{6}ab^2 + \frac{8}{9}ab^2 + 28,6$ ва

$47,8a^2b - 6,3a^2b - 40,5a^2b - \frac{6}{7}a^2b$, бу ерда $a = 0,7$, $b = 5$;

2) $2,2c^3d^2 - 2\frac{1}{3}c^3d^2 + \frac{7}{15}c^3d^2$ ва $2\frac{2}{9}c^4d - 2,5c^4d + \frac{1}{18}c^4d$, бу ерда $c = 3$, $d = -2$.

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

11.17. $17ya^3$, $-8ya^3$; $3a^2n^3$; 4; $12xy^5$; a^2n^3 ; $-5xy^5$ бирҳадлар берилган.

Коэффициентлари билан фарқланадиган бирҳадларни атанг.

11.18. Күпхадга қарама-қарши бўлган кўпхадни ёзинг:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1) $x^2 - 3x + 5a$, | 2) $y - 2x + 3$, |
| 3) $-y^2 - 3a^3 - 5$, | 4) $8a^4 - 3a + 5$. |

12-§. КҮПХАДЛАРНИ ҚҰШИШ ВА АЙРИШ



Күпхадларни құшиш ва айришни қандай бажариш мүмкін?

Күпхадлар устида арифметик амаллар бажариш мүмкін.

Күпхадлар устида амаллар бажариш ифодаларни соддалаштириш учун бажарилади. Амалларни бажариш давомида: қавсларни очиш, үхаш ҳадларни ихчамлаш, бирхадларни күпайтириш каби шакл алмаштиришлар бажарилади.

Күпхадларни құшганда құшиш қоидасидан фойдаланилади.

Күпхадларни құшиш қоидаси: күпхадларни құшиш учун ҳамма ҳадларни ишоралари билан кетма-кет ёзиб, сүнгра күпхаднинг үхаш ҳадларини ихчамлаш керак.



Түшнитириңг

$30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9}$ ва $4 + 9,1yz^2 - 53x^5$ күпхадларнинг ииғиндисини қандай топиш мүмкін?

$$(30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9}) + (4 + 9,1yz^2 - 53x^5) =$$

$$= 30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9} + 4 + 9,1yz^2 - 53x^5 = -23x^5 + 0,3yz^2 + \frac{8}{9} ?$$

Күпхадларнинг айрмаси рационал сонларнинг айрмасини топиш каби топилади.

Күпхадларни айриш қоидаси: биринчи күпхаддан иккінчи күпхадни айриш учун камаювчи күпхадга айрилувчи күпхадга қарама-қарши күпхадни құшиш керак.



$(21,8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50)$ ва $(22y^4 - 31x^2 + 7\frac{2}{7}z - 49)$ күпхадларнинг айрмасини қандай топиш мүмкін?

Бунинг учун күпхадларни айриш амалидан фойдаланамиз:

$$\left(21,8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50 \right) - \left(22y^4 - 31x^2 + 7\frac{2}{7}z - 49 \right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (21,8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50) + (-22y^4 + 31x^2 - 7\frac{2}{7}z + 49) = 21,8y^4 - \\
 &- 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50 - 22y^4 + 31x^2 - 7\frac{2}{7}z + 49 = -0,2y^4 + 14x^2 + 1\frac{6}{7}z - 1.
 \end{aligned}$$



- Күпхадларни құшиш ва айириша қандай шакл алмаштиришлардан фойдаланилади?
- Күпхадларни құшиш ва айириш натижасыда 1) сон; 2) бирхад ҳосил бўлиши мумкинми? Агар мумкин бўлса, мисол келтиринг.
- $2x^2 - 7xy + y^2$ күпхадга қарама-қарши бўлган күпхадни атанг.

Машқлар

A

12.1. Күпхадларнинг йиғиндисини ёзинг:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| 1) $x^2 + 5$ ва $x^2 - 4$; | 2) $y - 2x$ ва $4x + 6$; |
| 3) $2ab - 1$ ва $ab + 10$; | 4) $1,8a^2 - y^3$ ва $22a^2 + 2y^3$. |

12.2. Күпхадларнинг йиғиндисини ёзинг:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $20 + a^3$ ва $90a^3 + 21$; | 2) $4b - c^2$ ва $-17b + 8c^2$; |
| 3) $77 - mn$ ва $-30mn + 8$; | 4) $4,9kt - 3z$ ва $-8,3kt + 5,2z$. |

Күпхадларнинг алгебраик йиғиндисини ихчамланг (**12.3—12.4**):

- | | |
|--|---|
| 12.3. 1) $(4x + 8y) + (23x + 5y)$; | 2) $(83a - 91b) - (89a - 100b)$; |
| 3) $(1,5m - 4,2n) - (2m + 3n)$; | 4) $(5k + 6t) + (2,8t - 3,1k)$; |
| 5) $\left(\frac{3}{16}a - 20b\right) + \left(11b - \frac{1}{16}a\right)$; | 6) $\left(\frac{7}{15}a + 53d\right) + \left(60d - \frac{13}{15}c\right)$. |

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| 12.4. 1) $(5 + 4a^3) + (a + 2a^3)$; | 2) $(y - 7x^4) - (2,3 - 9x^4)$; |
| 3) $(9b + 7c^2) - (14b - 10c^2)$; | 4) $(39n^2 - 2m) + (5m - 44n^2)$. |

12.5. 12.1-жадвални тўлдиринг:

12.1-жадвал

A	B	A + B	A - B
$8,1 - 7x^3$	$9,2x^3 - 10$		
$-15,1 + 6y^2$	$23,4 - 11y^2$		

- 12.6.** Агар $A = \frac{2}{3}a^2 - 4,5$ ва $B = 2\frac{1}{9}a^2 + 3,09$, бўлса, у ҳолда 12.2-жадвални тўлдиринг:

12.2-жадвал

$A + B$	$B - A$	$A - B$

12.7. Тенгликнинг тұғрилигини текшириңг:

- 1) $(18,9 - x^2) - (5x^2 - 21) + (7x^2 - 39,9) = x^2;$
- 2) $(60b^3 + 51,3) + (70 - 62,8b^3) - (-2,8b^3 + 121) = 0,3;$
- 3) $\left(\frac{7}{9}y^4 - 10,1\right) - \left(17 - \frac{2}{3}y^4\right) + \left(27,1 - \frac{4}{9}y^4\right) = y^4;$
- 4) $\left(4,7c^2 - 6\frac{5}{7}\right) + \left(3\frac{4}{9} - 5c^2\right) - \left(0,7c^2 - 3\frac{5}{21}\right) = -c^2.$

12.8. Ифодани соддалаштириб, қийматини топинг:

- 1) $(20a^7 + 7a^3) - (57 + 20a^7)$, бу ерда $a = 2$;
- 2) $(17,3x^5 - 62) + (3x^2 - 17,3x^5)$, бу ерда $x = -5$;
- 3) $\left(8\frac{3}{4}b^4 + 9,1\right) - \left(2,7b^3 + 8,75b^4\right)$, бу ерда $b = \frac{1}{3}$;
- 4) $\left(1\frac{44}{49} - 11,3y^4\right) + (6y^2 + 11,3y^4)$, бу ерда $y = -\frac{3}{7}$.

12.9. a үзгарувчининг қандай қийматыда ифоданинг қиймати нолга тенг бўлади:

- 1) $(90 - 24,1a) - (15,9a + 86)$;
- 2) $(4,5 - 0,23a) + (-2,9 + 0,13a)$;
- 3) $\left(1,6a + \frac{1}{12}\right) - \left(0,5a - \frac{5}{6}\right)$;
- 4) $(18,7a - 3) + \left(2\frac{2}{7} - 13,7a\right)$?

Кўпҳадларнинг йигиндиси ва айирмасини топинг (12.10–12.11):

- 12.10.**
- 1) $5x^2 - 0,18y^3$ ва $6,2x^2 + 7y^3$;
 - 2) $-10,9b^3 + 43c$ ва $60c + 11,1b^3$;
 - 3) $76n^4 - 27,2t^2$ ва $30t^2 - 80n^4$;
 - 4) $88,1x - 64m^2$ ва $41m^2 - 8,8x$.

- 12.11.**
- 1) $9\frac{1}{5}y + 81z^3$ ва $39z^3 - 10y$;
 - 2) $-51k^4 + 10\frac{3}{7}c^2$ ва $12\frac{3}{7}c^2 + 19k^4$;
 - 3) $29m^3 - 3,8t$ ва $2,8t - 21\frac{11}{19}m^3$;
 - 4) $100s^5 + 31\frac{5}{12}k$ ва $40k - 92,8s^5$.

B

12.12. Ифоданинг қиймати үзгарувчиларнинг қийматига бөғлиқ әмаслигини исботланг:

- 1) $(50 - 120x + 76y) + (88x - 74y) - (2y - 32x);$
- 2) $(8,7a - 5,1b + 13) - (2,9a - 4,2b) + (0,9b - 5,8a).$

12.13. Айниятни исботланг:

- 1) $(11a + 12b) - (20a - 34b) + (10a - 45b) = a + b;$
- 2) $(22,4x + 31,3y) + (4,9y - 30x) - (35,2y - 6,6x) = y - x.$

Ифодани соддалаштириңг (12.14—12.16):

- 12.14.** 1) $(a^3 - a^2 + 6) - (4a^3 + 8a^2 - 11);$
 2) $(11x^4 + 21x^3 - 43) + (60 - 19x^3 - 7x^4);$
 3) $(30b^5 - 15b + 16) - (17 + 17b + 44b^5);$
 4) $(-73 + 17x + 19x^3) + (-18x^3 - 39x + 50).$

- 12.15.** 1) $(5a^2 - 4x + 25) + (-31 + 9a^2 - 3x);$
 2) $(17y + 8b^2 - 11) - (70 - 9b^2 + 18y);$
 3) $(2,3c - 9,1z^3 - 4) - (10z^3 - 3c + 5,9);$
 4) $(0,8t^2 - 20m + 5) - (41 - 3m - 2,4t^2).$

- 12.16.** 1) $(xy + 6a) + (6a - z) - (8z + 10xy);$
 2) $(4b - 3cd) - (11b + 20k) + (23k - 19cd);$
 3) $(2t - mn) + (8nm - 9k) - (10k + 15z);$
 4) $(1,8a - bc) + (7,7bc - d) - (10,1d - a).$

C

12.17. Агар $A = 1,8a^2b^3 - 25a^3b^3$; $B = 20a^3b^2 - 0,7a^2b^3$ ва $C = 1,9a^2b^3 + 23a^3b^2$ бўлса, у ҳолда 12.3-жадвални тўлдириңг:

12.3-жадвал

$A + B + C$	$A - B + C$	$A - B - C$	$C - A - B$

12.18. 12.17-машқда берилганлардан фойдаланиб

- 1) $B - A + C;$
- 2) $C - A + B;$
- 3) $B - A - C$ айирмани топинг.

12.19. Тенгликнинг тўғрилигини текшириңг:

- 1) $(a^2b^2z^4 - 0,3a^4b^3c^2) - (a^2b^3z^4 - 9,3a^4b^3c^2) = 9a^4b^3c^2;$
- 2) $(7x^3y^2z - 8,1xy^2z^3) + (7,1xy^2z^3 - 7x^3y^2z) = -xy^2z^3.$

12.20. Үзгарувчиларнинг қандай қийматларида алгебраик йиғиндининг қиймати 1 га тенг бўлади:

$$1) (47,5x^4y - 28,9xy^4) - (19,6x^4y - 28,9xy^4) + (2,7x - 27,9x^4y);$$

$$2) \left(8 \frac{3}{16} a^2b^2 - 18 \frac{8}{15} a^2b^2 \right) + \left(20,6a^2b^2 - 8 \frac{3}{16} a^2b^2 \right) - \\ - \left(2 \frac{1}{15} a^2b^2 - 3,1a \right).$$

12.21. Айниятни исботланг:

$$1) (-9k^4t^2 + 11k^3t) - (19k^3t - 8k^4t^2) + (10k^4t^2 + 8k^3t) = 9k^4t^2;$$

$$2) (5n^3m^2 - n^3m^3) - (7n^3m^3 + 10n^3m^2) + (6n^3m^2 + 8n^3m^3) = n^3m^2.$$

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

12.22. Амалларни бажаринг:

$$\left(11 \frac{5}{8} : 15,5 + 4,25 - 3 \frac{7}{9} \right) \cdot \frac{9}{22} = 0,59.$$

12.23. Автомобилнинг 90 км/соат тезлик билан b соатда босиб ўтган

йўлини ифодаловчи формула ёзинг. Агар $b = 3 \frac{1}{3}$ соат бўлса, у ҳолда босиб ўтилган йўлнинг узунлигини топинг.

13-§. КҮПХАДЛАРНИ КҮПАЙТИРИШ



Күпхадларни күпайтириш қандай бажарилади?

Аввал күпхадни бирхадга күпайтириши күриб чиқамиз.

$30a - 7b$ иккихад билан $0,4x$ бирхаднинг күпайтмаси

$$(30a - 7b) \cdot 0,4x$$

ифода бўлади. Бу ифодани: $30a \cdot 0,4x + (-7b) \cdot 0,4x$ кўринишида ёзайлик. Кўпайтиришнинг гуруҳлаш хоссасидан фойдаланиб, $30a \cdot 0,4x + (-7b) \cdot 0,4x$ ёки $12ax - 2,8bx$ ифодага эга бўламиз. Кўпхадни бирхадга кўпайтириш учун қуйидаги қоидадан фойдаланамиз:

кўпхадни бирхадга кўпайтириш учун бирхадни кўпхаднинг ҳар бир ҳадига кўпайтириб, ҳосил бўлган кўпайтмаларни қўшиш керак.



Тушунтиринг

$\frac{2}{3}nm - 0,5m^2 + 7n^2$ кўпхадни $-0,3nm$ бирхадга қандай кўпайтирамиз?

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3}nm - 0,5m^2 + 7n^2 \right) \cdot (-0,3nm) = \frac{2}{3}nm \cdot (-0,3nm) + (-0,5m^2) \cdot \\ & \cdot (-0,3nm) + 7n^2 \cdot (-0,3nm) = -0,2n^2m^2 + 0,15nm^3 - 2,1n^3m? \end{aligned}$$

$a + c$ ва $a^2 - c^3 + 5$ иккита кўпхадни кўпайтириш керак бўлсин. Уларнинг кўпайтмаси $(a + c) \cdot (a^2 - c^3 + 5)$ ифода бўлади.

$a + c$ иккихаднинг қиймати сон бўлгани учун уни x ҳарфи орқали ифодалаб,

$$\begin{aligned} & (a + c)(a^2 - c^3 + 5) = x \cdot (a^2 - c^3 + 5) = x \cdot a^2 - x \cdot c^3 + 5 \cdot x = \\ & = (a + c) \cdot a^2 + (a + c) \cdot (-c^3) + (a + c) \cdot 5 \end{aligned}$$

кўринишга келтирамиз. Кўпхадни бирхадга кўпайтириш қоидасидан яна бир марта фойдалансак,

$$a^3 + a^2c - ac^3 - c^4 + 5a + 5c.$$

Шундай қилиб,

$$(a + c)(a^2 - c^2 + 5) = a^3 + a^2c - ac^3 - c^4 + 5a + 5c.$$

Күпхадларни күпайтириш натижасида бир күпхаднинг ҳар бир ҳади иккинчи күпхаднинг ҳар бир ҳадига күпайтирилиб, күпайтмаларнинг йиғиндисига тенг бўлган күпхад ҳосил бўлди.

Күпхадларни күпайтириш учун қуидаги қоидадан фойдаланилади.

Күпхадни күпхадга күпайтириш учун бир күпхаднинг ҳар бир ҳадини иккинчи күпхаднинг ҳар бир ҳадига күпайтириб, ҳосил бўлган күпайтмаларни қўшиш керак.



Тушунтиринг

$1,5t^2 - 3kt + 2k^2$ ва $\left(\frac{1}{6}k - 4t\right)$ күпхадлар қандай күпайтирилади?

$$\begin{aligned}(1,5t^2 - 3kt + 2k^2) \cdot \left(\frac{1}{6}k - 4t\right) &= 0,25kt^2 - 0,5k^2t + \frac{1}{3}k^3 - 6t^3 + 12kt^2 - \\ &- 8k^2t = \frac{1}{3}k^3 - 8,5k^2t + 12,25kt^2 - 6t^3.\end{aligned}$$



1. Күпхадни бирҳадга күпайтириш қандай бажарилади?
2. Иккиҳадни иккиҳадга күпайтириш қандай бажарилади?
3. Учҳадни иккиҳадга күпайтириш қандай бажарилади?

Машқлар

A

Күпайтмани күпхад кўринишида ёзинг (13.1—13.6):

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 13.1. 1) $a(a - c + 1)$; | 2) $-c(m + n - 3)$; |
| 3) $5x(x + y^2 - 5)$; | 4) $4y(y + x^2 - 6)$; |
| 5) $-xy(3y^2 + 2x)$; | 6) $mn(7 - m + 8n^2)$; |
| 7) $2^2xy(4x - 3y + 5xy)$; | 8) $-3a^2b(2a + 5b - 7ab)$. |

- 13.2.** 1) $(x - a)(x + y)$; 2) $(a + z)(n - m)$;
 3) $(t + s)(b + k)$; 4) $(c - d)(x - y)$;
 5) $(a + 2)(b - 3)$; 6) $(4 - b)(5 + c)$;
 7) $(d - 4)(t + 5)$; 8) $(k - 6)(7 - d)$.

- 13.3.** 1) $(x - 7)(x + 8)$; 2) $(9 - y)(y + 5)$;
 3) $(a + 6)(4 - a)$; 4) $(2 - b)(b + 3)$;
 5) $(10 - c)(9 - c)$; 6) $(d + 3)(d + 11)$.

- 13.4.** 1) $(b + 3)(b^2 - b - 7)$; 2) $(2 - a)(16 - a + a^2)$;
 3) $(a + 4)(a^2 + a - 2)$; 4) $(5 - b)(4 - b - b^2)$;
 5) $(3xy - 4)(6 + xy)$; 6) $(4nm + 3)(nm - 8)$.

- 13.5.** 1) $(a^3 - 2a - 4)(-a + 5)$; 2) $(7b - 20)(2 - b + 4b^2)$;
 3) $(-3c^2 + c - 9)(5c + 6)$; 4) $(4 - 3d + 2d^2)(1 - 7d)$.

- 13.6.** 1) $(ab + 7)(8 - ab)$; 2) $(xy + 11)(xy - 12)$;
 3) $(1,5 - 6nm)(8nm + 2,5)$; 4) $(9st - 1,6)(10 + 1,8st)$.

Ифодани соддалаштириңг (13.7–13.8):

- 13.7.** 1) $8(3n - 2m) - 5(2n - m)$;
 2) $-11(4x + 3y) - 9(2y - 3x)$;
 3) $-1,2(5x - 6y) + 1,4(5y - 3x)$.

- 13.8.** 1) $(x - 4a)(5a + 8x) - (6a - 7x)(3x - 2a)$;
 2) $(6c + d)(8c - 9d) + (-10d + 2c)(11c - 4d)$;
 3) $(\frac{2}{3}b - 5k)(6k - 0,3b) - (3k + \frac{5}{6}b)(6b - 1,8k)$;
 4) $(\frac{1}{7}x - \frac{1}{8}y)(7y - 8x) + (\frac{1}{7}y - \frac{1}{8}x)(7x - 8y)$.

13.9. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $8a^2(a - 5) - 4a(a^2 - 7)$, бу ерда $a = 3$;
 2) $b(-9b^2 + 1) + 3b(3b^2 + b)$, бу ерда $b = -2$;
 3) $(3x - 4)(8x + 2) - 24x^2 - 2$, бу ерда $x = 2$;
 4) $(c^2 + 3)(c - 9) - c^2(c - 6)$, бу ерда $c = -5$.

13.10. Тенгламани ечинг:

- 1) $3x(x^2 - 8) - 3x^3 = 12$; 2) $(x + 8)(5x - 6) - 20 = 5x^2$;
 3) $18y^3 - 2y(1 + 9y^2) = 6,5$; 4) $53 - 8y(1 - 3y) = 24y^2$.

B

13.11. Тенгсизликни ечинг:

- 1) $0,8x(5x - 0,8) + 0,04x \leq 4x^2 - 12;$
- 2) $9x^2 - 11 \geq 9x(x - 2) - 3;$
- 3) $(4x - 5)(6 - 3x) - 4 < (1 - 2x)(7 + 6x);$
- 4) $(1,8x + 1)(5x - 1) - 2,2x > 9x^2 - 4.$

13.12. Айниятни исботланг:

- 1) $(7x - 3)(4 - 8x) + 2x(28x - 26) = -12;$
- 2) $1,1x^2(x^2 - 10) - x(1,1x^3 - 9x) = -2x^2;$
- 3) $(-y^3 + 5y)2y - 10y^2(1 + 0,2y^2) = -4y^4;$
- 4) $(2,5a + b^2)(-4a) + 2a(5a - b^2) = -6ab^2.$

13.13. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $(x - 4)(x^2 + 2x - 5) - x^3,$ бу ерда $x = -\frac{4}{5};$
- 2) $(a^2 - a + 9)(2a + 1) - 2a^3,$ бу ерда $a = -\frac{3}{8};$
- 3) $24y^3 - 3(8y^2 - 1)(y + 6),$ бу ерда $y = -\frac{2}{3};$
- 4) $40m^3 - (5m^2 + m - 2)(8m + 3),$ бу ерда $m = \frac{7}{10}.$

13.14. Тенгламани ечинг:

- 1) $(x^2 + 1)(x - 2) - x^3 = -2x^2;$
- 2) $(3 - y)(1 - y^2) + 3y^2 = y^3;$
- 3) $(z - 6)(z + 5) - (z - 2)z = 30;$
- 4) $3a(a - 3) + a(2 - 3a) = -100,59.$

C

13.15. Тенгламани ечинг:

- 1) $(x + 10)(x - 9) - (x - 8)^2 = 0;$
- 2) $(x + 11)(x + 9) - (x - 3)(x + 40) = 0;$
- 3) $(x - 6)(7 + x) + (3 - x)(3 + x) = 0;$
- 4) $(x - 4)(4 + x) - (1 - x)(9 - x) = 0.$

13.16. Тенгламани ечинг:

- 1) $(a + 6)(a - 5) - a^2 \leq 0;$
- 2) $a^2 - (a - 2)(a + 4) > 0;$
- 3) $(2a - 1)(a - 4) - 2a^2 \geq 0,$
- 4) $3a^2 + (2 - a)(4 + 3a) < 0.$

13.17. Айниятни исботланг:

- 1) $b(b - 4) + (b - 8)(b + 9) - 2(b - 3)^2 = 9b - 90;$
- 2) $(c + 2)^2 - (c - 4)(3 - c) - 0,5(4c^2 - 1) = 16,5 - 3c;$

- 3) $(d - 4)(d^2 + d + 1) - d(d^2 - 3) = -3d^2 - 4;$
 4) $(k + 7)(k - 6) - 2(k - 2)^2 + (k - 3)^2 = 3k - 41.$

Яңги мавзуни үзлаштиришга тайёрланинг

13.18. Амалларни бажармай туриб, ифоданинг қийматларини таққосланг:

- 1) $(12,4 + 13,5) : 3$ ва $12,4 : 3 + 13,5;$
 2) $(5,1 - 0,34) : 1,7$ ва $5,1 - 0,34 : 1,7;$
 3) $(400 - 120) : 40$ ва $400 : 40 - 120 : 40.$

13.19. Соддалаштиринг:

$$1) \frac{25a^5b}{5a^2}; \quad 2) \frac{0,16xy^4}{2xy}; \quad 3) \frac{8a^{-2}b^3}{2^2ab^3}.$$

13.20. Агар $a = \frac{3,9 \cdot 11,5 - 45,05}{44,52 : 10,6 - 4,225}$ бўлса, у ҳолда а сонининг 45% ини топинг.

14-§. БИРХАД ВА КҮПХАДНИ БИРХАДГА БҮЛИШ



Бирҳад ва күпхадни бирҳадга қандай бўлиш мумкин?

Бирҳадни бирҳадга бўлиши мисол орқали кўриб чиқамиз.

1-мисол. $40xy^3$ бирҳадни $0,5y^2$ бирҳадга бўламиш. Бунинг учун $40xy^3 : (0,5y^2)$ бўлинмани $\frac{40xy^3}{0,5y^2}$ каср кўринишда ёзиб оламиш. Касрни $0,5$ ва y^2 га қисқартириб, $80xy$ ифодага эга бўламиш.

Жавоб: $80xy$.

Демак,

бирҳадни бирҳадга бўлиш учун йиғиндини каср турида ёзиб, қисқартиши бажариш керак.

Кўпхадни бирҳадга бўлиши мисол орқали кўриб чиқамиз.

$-3,6a^2b^2 + 3a^2b + 44a^4b^4$ кўпхадни $-4a^2b$ бирҳадга бўламиш. Йиғиндини сонга бўлиш қоидасидан $(a+b) : c = a : c + b : c$ фойдаланамиш: йиғиндини сонга бўлиш учун ана шу сонга ҳар бир қўшилувчини бўлиб, натижаларни қўшиш керак.

Ихтиёрий бирҳаднинг қиймати сон бўлганлиги учун ҳар бир қўшилувчини (кўпхаднинг ҳадини) сонга (бирҳадга) бўлишини бажарамиз:

$$\begin{aligned} (-3,6a^2b^2 + 3a^2b + 44a^4b^4) : (-4a^2b) &= -3,6a^2b^2 : (-4a^2b) + \\ &+ 3a^2b : (-4a^2b) + 44a^4b^4 : (-4a^2b) = \frac{-3,6a^2b^2}{-4a^2b} + \frac{3,6a^2b}{-4a^2b} + \frac{44a^4b^4}{-4a^2b} = 0,9b - \\ &- 0,75 - 11a^2b^3. \end{aligned}$$

Жавоб: $0,9b - 0,75 - 11a^2b^3$.

Демак,

кўпхадни бирҳадга бўлиш учун кўпхаднинг ҳар бир ҳадини берилган бирҳадга бўлиб, натижаларни қўшиш керак.

Эслатма:

1. Агар кўпхадни бирҳадга бўлганда кўпхад ҳосил бўлса, кўпхад бирҳадга бутун бўлинади дейилади. Бироқ бу ҳамма вақт ҳам бўлавермайди.

$tp + tr - pr$ – күпхад tp бирхадга бутун бўлинмайди.

2. Кўпхадни бирхадга бўлиш давомида ўзгарувчилар бўлувчининг қиймати нолга тенг бўлмайдиган қийматларни қабул қиласди.



1. Бирхадни бирхадга бўлганда қандай шакл алмаштиришлардан фойдаланилади?
2. Кўпхадни бирхадга бўлиш қандай бажарилади?

Машқлар

A

Бўлишни бажаринг (**14.1–14.2**):

- 14.1.** 1) $46a^2b : (2a)$; 2) $50xy^2 : (-5y)$; 3) $14x^2y^3 : (-7xy)$;
 4) $72cd^3 : (9cd^2)$; 5) $\frac{5}{6}a^2c^2 : \left(\frac{3}{5}ac\right)$; 6) $0,24k^4t : \left(\frac{4}{9}k^3t\right)$.

14.2. 1) $(-20a+12ab+18ac) : (-2a)$;

2) $(4,8b-0,6bc-1,5bd) : (0,3b)$;

3) $\left(\frac{14}{15}x^2 - \frac{32}{25}xy + \frac{54}{5}xz\right) : \left(\frac{2}{5}x\right)$;

4) $\left(-\frac{100}{63}nm + \frac{50}{77}nk - \frac{20}{21}nt\right) : \left(-\frac{20}{7}n\right)$.

Ифоданинг қийматини топинг: (**14.3–14.4**):

14.3. 1) $40x^2y : (8x) - 6xy$; 2) $2,8ab^2 : (0,7b) + 1,3ab$;

3) $\frac{4}{9}s^2t^2 : \left(\frac{2}{3}st\right) + \frac{1}{3}st$; 4) $8\frac{1}{3}n^3m^3 : \left(1\frac{3}{5}n^2m^2\right) - 1,9n$.

14.4. 1) $8a^2b : (4ab) + 15ac^2 : (5c^2)$;

2) $7,5x^2y^2 : (3x^2y) - 3,9my : (12m)$;

3) $2,1ab^2 : \left(\frac{4}{3}b^2\right) - 2,7at^3 : \left(\frac{8}{9}t^3\right)$;

4) $6\frac{1}{4}c^2d : \left(2\frac{1}{2}cd\right) + 8\frac{1}{4}c^2t^2 : \left(5\frac{1}{2}ct^2\right)$.

14.5. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $100b^4 : (4b^3) - 5b$, бу ерда $b = 0,2$;
- 2) $99c + 2c^5 : (0,2c^4)$, бу ерда $c = -\frac{1}{5}$;
- 3) $68t^3 : (3,4t^2) - t$, бу ерда $t = -\frac{4}{7}$;
- 4) $-21,4y + 7y^5 : (5y^4)$, бу ерда $y = -0,03$.

B**14.6.** Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

- 1) $76a^2b^2 : (38ab)$ ва $3ab$, бу ерда $a = -2$, $b = 3$;
- 2) $-5xy$ ва $105x^3y^2 : (-21x^2y)$, бу ерда $x = 0,2$, $y = 7$;
- 3) $a^5b^4 : (a^3b^3)$ ва $a^7b^9 : (a^6b^8)$, бу ерда $a = -2$, $b = -2$;
- 4) $33c^4d^2 : (1,1c^3d)$ ва $20cd$, бу ерда $c = 0,5$, $d = -0,1$.

14.7. Айниятни исботланг:

- 1) $(200x^4y^3 - 55x^3y^2) : (5x^3y^2) + 11 = 40xy$;
- 2) $1,1a - (12,1a^3b^2 - 44a^2b^2) : (11a^2b^2) = 4$;
- 3) $1,6s^4t : (0,04s^3t) - 41,22s = -1,22s$;
- 4) $(8,47n^5m^4 + 77n^4m^3) : (7,7n^4m^3) - 10 = 1,1nm$.

14.8. Ифодани соддалаштириңг:

- 1) $(\frac{1}{2}a^7b^9 + 0,3a^8b^6) : (\frac{1}{6}a^5b^6)$;
- 2) $(15,2x^4y^{11} - 5,2x^3y^8) : (0,2x^2y^7)$.

C**14.9.** Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $90a^2b^2 : (18a^2b) + 0,14a^2b : (7ab)$, бу ерда $a = -5$, $b = 2$;
- 2) $4,95x^3y^4 : (2,2x^3y^2) - 77x^5y^4 : (0,11x^4y^4)$, бу ерда $x = \frac{3}{7}$, $y = -\frac{14}{15}$.

14.10. Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

- 1) $6a^2b : (0,5ab)$ ва $8ab^2 : (0,2ab)$, бу ерда $a = 2$, $b = 3$;
- 2) $3,5n^3m : (7nm)$ ва $5,7nm^4 : (19m^3)$, бу ерда $n = -1$, $m = 1$.

Янги мавзуни үзлаштиришга тайёрланинг

- 14.11.** $9yax^3$; $-8yx$; $3xy^2n^3$; $4xy$; $5xay^5$; $-3xy$; $-9xay^5$ бирұқадлар берилған. Ушбу бирұқадлар таркибидаги умумий күпайтуvчини топинг.
- 14.12.** Күпайтиришнинг гурухлаш қонуидан фойдаланиб, умумий күпайтуvчини қавсдан ташқарига чиқаринг:
- 1) $2a + 2b$;
 - 2) $xy + xz$;
 - 3) $8c - 10d$;
 - 4) $abc - abd$.

15-§. КҮПХАДНИ КҮПАЙТУВЧИЛАРГА УМУМИЙ КҮПАЙТУВЧИНИ ҚАВСДАН ТАШҚАРИГА ЧИҚАРИШ УСУЛИ БИЛАН АЖРАТИШ



Күпхадни күпайтuvчиларга қандай ажратиш мүмкін?

Олдинги параграфда сиз күпхадни бирхадға ёки күпхадға бўлганда күпхад ҳосил бўлишини билдингиз. Баъзи ҳолларда бунга тескари мисол ечилади, яъни берилган күпхадни бир неча бирхад ва күпхадларнинг күпайтмаси кўринишида ёзиш керак. У ҳолда *берилган күпхадни күпайтuvчиларга ажратиш* бажарилади.

Кўпхадни күпайтuvчиларга ажратишни мисол орқали кўриб чиқамиз.

1-мисол. $8xy - \frac{2}{3}xz + 1,7x$ кўпхадни кўпайtuvчиларга ажратиш мүмкін, чунки берилган кўпхаднинг барча ҳадларида умумий x кўпайtuvчи бор. Шу сабабли кўпайтиришнинг тақсимот қонунидан фойдаланиб, умумий кўпайtuvчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$x(8y - \frac{2}{3}z + 1,7).$$

Жавоб: $x(8y - \frac{2}{3}z + 1,7)$.

2-мисол. $14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4$ кўпхадни кўпайtuvчиларга ажратайлик. Берилган кўпхаднинг умумий кўпайtuvчисини топиш учун аввал коэффициентларнинг энг катта умумий бўлувчисини топамиз. Сўнгра унинг ҳарфий қисмини кўриб чиқамиз. У даражаларнинг кўпайtmasinи беради. Бир хил асосли даражалар орасидан энг кичик кўrsatkiчliсини топамиз. У ҳолда $14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4$ кўпхадда 14, 49, 35 сонларнинг энг катта умумий бўлувчи 7 сони, энг кичик кўrsatkiчli даражалар m ва n^2 бўлади. Шунинг учун умумий кўпайtuvchi $7mn^2$ бирхад бўлади. Шу умумий кўпайtuvчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4 = 7mn^2(2 - 7n - 5n^2).$$

Жавоб: $7mn^2(2 - 7n - 5n^2)$.

Кўпхадни кўпайtuvчиларга ажратишнинг тўғрилигини қавс ичидаги кўпхадни умумий кўпайtuvchiga кўпайтириш орқали текшириш мүмкін.

Айрим ҳолларда умумий кўпайtuvchi бирхад эмас, кўпхад бўлиши мүмкін.

Масалан, $19(3t + 2k) - a(3t + 2k) + 3b(3t + 2k)$ кўпхаднинг умумий кўпайtuvчиси $(3t + 2k)$ иккиҳад. Бундан $19(3t + 2k) - a(3t + 2k) + 3b(3t + 2k) = (3t + 2k)(19 - a + 3b)$ ҳосил бўлади.

Умумий күпайтувчини топишда айрим ҳолларда $a - b = -(b - a)$ тенгликдан фойдаланилади.

Масалан, $(9 - c^3)d + (c^3 - 9)m$ күпхадда бир хил күпайтувчи йўқ, бироқ $(c^3 - 9)$ ифодани $-(9 - c^3)$ ифода билан алмаштирасак, у ҳолда ҳар бир күпайтувчида $9 - c^3$ умумий күпайтувчиси бўлган күпхадга эга бўламиз.

Ушбу умумий күпайтувчини қавс олдига чиқарамиз:

$$(9 - c^3)d + (c^3 - 9)m = (9 - c^3)d - (9 - c^3)m = (9 - c^3)(d - m).$$

3-мисол. 1) $11(x - 1) - x(x - 1) + y(1 - x)$; 2) $120yz^2(2z - y) - 80z(y - 2z)$ күпхадни күпайтувчига ажратамиз.

Ечши. 1) $11(x - 1) - x(x - 1) + y(1 - x) = 11(x - 1) - x(x - 1) - y(x - 1) = (x - 1)(11 - x - y)$;

$$\begin{aligned} 2) & 120yz^2(2z - y) - 80z(y - 2z) = 120yz^2(2z - y) + 80z(2z - y) = \\ & = 40z(2z - y)(3yz + 2). \end{aligned}$$

Жавоб: 1) $(x - 1)(11 - x - y)$; 2) $40z(2z - y)(3yz + 2)$.

4-мисол. 1) $0,41x + x^2 = 0$; 2) $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) - 5y\left(y - \frac{2}{3}\right) = 0$ тенгламани ечамиз.

Ечши. 1) $0,41x + x^2 = 0$ тенгламанинг чап томони ҳар бир ҳадида бир хил (умумий) x күпайтувчиси бўлган иккиҳад. Ушбу умумий күпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз. У ҳолда берилган тенглама $x(0,41 + x) = 0$ кўринишга эга бўлади. Кўпайтувчилардан бирининг қиймати нолга тенг бўлганда гина кўпайтманинг қиймати нолга тенг бўлиши маълум. Шу сабабли $x = 0$ ёки $x = -0,41$. Демак, тенгламанинг 0 ва $-0,41$ бўлган иккита илдизи мавжуд. Ёзилиши: $\{0; -0,41\}$.

2) $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) - 5y\left(y - \frac{2}{3}\right) = 0$ тенгламанинг чап томонини $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) + 5y\left(\frac{2}{3} - y\right)$ кўринишга келтирамиз. Сўнгра умумий күпайтувчини қавс олдига чиқарсак, $y\left(\frac{2}{3} - y\right)(y + 5) = 0$ тенгламани ҳосил қиласиз. Бу тенгламаларнинг илдизлари $0; \frac{2}{3}; -5$ сонлари бўлади. Ёзилиши $\{0; \frac{2}{3}; -5\}$.

Жавоб: 1) $\{0; -0,41\}$; 2) $\{0; \frac{2}{3}; -5\}$.





1. Күпхадни күпайтувчига ажратиши дегани нимани билдиради?
2. Күпхаднинг умумий күпайтувчиси қандай (фақат сон, бирхад ва х.к.) ифода бүлиши мүмкин?

Машқлар

A

Күпхадни күпайтувчиларга ажратинг (15.1—15.7):

- 15.1.** 1) $15ab - 8ac + \frac{2}{7}ad$; 2) $-\frac{3}{8}xy + 0,9xz - 15x$;
 3) $0,1mn + 2mk - 4m$; 4) $12tk - 8tx - 7t$;
 5) $\frac{3}{4}at + 0,17ax - 5a$; 6) $-\frac{6}{5}dx + \frac{3}{11}dy - 21d$.
- 15.2.** 1) $3ab + 9ac + 27ad$; 2) $4xy + 8xz - 16x$;
 3) $0,2mn - 0,8mk + 1,6m$; 4) $9tk - 18tx + 27t$;
 5) $0,75at + \frac{3}{4}ax - \frac{9}{16}a$; 6) $-\frac{2}{3}dx + \frac{4}{9}dy - \frac{8}{9}d$.
- 15.3.** 1) $16a^2b^3 - 32ab^2 + 64abc$; 2) $9x^3y^4 - 27x^2yz + 54xy^2$;
 3) $\frac{3}{16}a^4bc + \frac{7}{32}a^3bc - \frac{9}{64}a^4b^2c$; 4) $\frac{5}{9}x^8y^2z^3 + \frac{11}{27}x^6y^3z^2 - \frac{11}{54}x^7y^4z$.
- 15.4.** 1) $0,125m^2n^3 - 0,25mn + 0,625m^2n$;
 2) $328t^2k^3 + 82t^2k^2$;
 3) $0,09m^6n^5 + 0,27m^3n^8 - 0,09m^3n^5$;
 4) $1,6t^{11}k^4 - 3,2t^{10}k + 0,8t^9k$;
 5) $14m^4 - 49m^2nk + 7m^2n$;
 6) $-8t^8k^3y + 64t^3k^8 - 4t^3k^3$.
- 15.5.** 1) $12(a + b) - c \cdot (a + b) + 5d(a + b)$;
 2) $14(m - n) + x(m - n)$;
 3) $-1,5(x + y) + x(x + y) - y(x + y) + (x + y)$;
 4) $(t + k) - 8x(t + k)$;
 5) $(c + d)x - (c + d)y + 5(c + d) + 5xy(c + d)$.
- 15.6.** 1) $5a(3a - 8) - 3b(3a - 8) + 9ab(3a - 8) - (3a - 8)$;
 2) $7y(7x - y) + x(7x - y) - 7xy(7x - y) + (7x - y)$;
 3) $(a + b)^2(x + y) - x(a + b)^2 - y(a + b)^2 + (a + b)^2$;
 4) $m(m + n^3) - n^3(m + n^3) + n(m + n^3) - m^3(m + n^3)$.

B

- 15.7.** 1) $4b(7 - 8a) + a(8a - 7) - (14 - 16a) + (7a - 8a)ab;$
 2) $3x(5y - 4) - y(4 - 5y) + (15y - 12) - 3xy(4 - 5y);$
 3) $mn(m - 3n) - m(m - 3n) - n(m - 3n) + 8(6n - 2m);$
 4) $(-\frac{2}{3} + k)x - (k - \frac{2}{3}t)y + (3k - 2t)xy - (-2t + 3k).$

Тенгламани ечинг (15.8–15.9):

- 15.8.** 1) $x^2 + 6x = 0;$ 2) $x^2 - 5x = 0;$
 3) $\frac{7}{8}x + x^2 = 0;$ 4) $\frac{12}{13}x - x^2 = 0;$
 5) $x + \frac{2}{3}x^2 = 0;$ 6) $x - \frac{7}{9}x^2 = 0;$
 7) $\frac{1}{25}x + \frac{1}{125}x^2 = 0;$ 8) $\frac{1}{49}x - \frac{1}{343}x^2 = 0.$

- 15.9.** 1) $z(2z - 5) + 5(2z - 5) = 0;$ 2) $3(4-z) - 7z(z - 4) = 0;$
 3) $z(0,5z + 5) - 6(5 + 0,5z) = 0;$ 4) $z(8 - z) + z - 8 = 0.$

Күпхадни күпайтувчиларга ажратинг (15.10–15.11):

- 15.10.** 1) $(0,16a + 0,32b)a - (0,64b + 1,28a)b;$
 2) $(0,09a - 0,81b)b - (0,81b - 7,29a)a;$
 3) $(4,9x - 3,43y) \cdot xy - (3,43y - 4,9x) \cdot 4;$
 4) $\left(\frac{7}{9}ab - k\right) \cdot a - \left(k - \frac{7}{9}ab\right) \cdot k - \left(k - \frac{7}{9}ab\right) \cdot b;$
 5) $(2,5xy + 1,25m) + (1,25m + 2,5xy)y - (1,25m + 2,5xy)x.$

- 15.11.** 1) $\left(\frac{2}{3}xy - 1\right)xy - \left(1 - \frac{2}{3}xy\right);$
 2) $\left(\frac{4}{9}x - y\right)\frac{4}{9} - y\left(y - \frac{4}{9}x\right);$
 3) $\left(\frac{25}{49}x^2 + 1\right)y + \left(1 + \frac{25}{49}x^2\right);$
 4) $\left(1\frac{8}{19}y^2 + 15x^2\right)x + y\left(15x^2 + 1\frac{8}{19}y^2\right).$

C

15.12. Күпхадни күпайтувчиларга ажратинг:

- 1) $\left(\frac{121}{144}mnx + \frac{22}{24}mx\right) - n\left(\frac{11}{12}n + 2\right) + \left(4 + 1\frac{5}{6}n\right) \cdot \frac{1}{2};$
- 2) $(169abc - 196cbax) + (13^2y - 14^2yx) - (14^2x - 13^2);$
- 3) $(225x^2yz^3 - 289yz) - (15^2x^2z^2 - 17^2) + (17^2 - 225x^2z^2);$
- 4) $(450tk^4 - 225k^2) + t(8t^2b - 4t) - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - tk\right).$

Тенгламани ечинг **(15.13–15.14):**

- 15.13.** 1) $(7x - 5)x = (1,5 - 2,1x);$
 2) $(1 - 8x)x = (11,2x - 1,4);$
 3) $\left(1,7x - \frac{1}{3}\right)x = (3 - 15,3x) \cdot \frac{1}{2};$
 4) $\left(\frac{x}{7} - 1\frac{6}{7}\right)x = (3,9 - 0,3x) \cdot \frac{1}{35}.$

- 15.14.** 1) $(14x^2 - 49x)x - (2x - 7) \cdot 8x = 0;$
 2) $(125x - 25x^2) \cdot 9x - (15x - 3x^2) \cdot x = 0;$
 3) $(0,81y^2 - 0,9y) \cdot 0,9y = (0,1 - 0,09y) \cdot 10y;$
 4) $\left(\frac{3}{4}y^2 - \frac{9}{16}y\right) \cdot 8y = \frac{1}{7}y^2 - \frac{3}{28}y.$

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

15.15. Соддалаштиринг:

- 1) $(5 + a) \cdot (5 - a);$
- 2) $(a + 4)(a - 4);$
- 3) $(c + 7)(c - 7);$
- 4) $(d + 8)(8 - d);$
- 5) $(m + n)(m - 4);$
- 6) $(k + t)(k - t).$

15.16. Ифодадаги умумий умумий күпайтувчини қавсдан ташқарыга чиқаринг:

- 1) $4x^2y - 6y;$
- 2) $6x^2y - xy + 5y^3;$
- 3) $6a^2n - 2ayn + 5an^2y^3.$

16-§. КҮПХАДНИ ГУРУХЛАШ УСУЛИ ЁРДАМИДА КҮПАЙТУВЧИЛАРГА АЖРАТИШ



Ҳамма ҳадларининг умумий күпайтувчиси бўлмайдиган күпхадлар ҳам учрайди. Бундай ҳолларда күпхадни күпайтувчиларга қандай ажратиш мумкин?

Умумий күпайтувчиси бўлмаган күпхадларни күпайтувчиларга ажратиш давомида ҳар бирида умумий күпайтувчиси бўладиган қилиб күпхаднинг ҳадлари гурухланади.

$20a - 4ab + 5c - bc$ күпхаднинг күпайтувчиларга ажратилиши:

$$\begin{aligned} 20a - 4ab + 5c - bc &= (20a + 5c) + (-4ab - bc) = \\ &= 5(4a + c) - b(4a + c) = (4a + c)(5 - b). \end{aligned}$$

Жавоб: $(4a + c)(5 - b)$.

Бажарилган шакл алмаштиришлар қўшиш ва кўпайтиришнинг ўрин алмаштириш, тақсимот ва гурухлаш хоссалари асосида бажарилди. Кўпхад ҳадларини гурухлашни турли хил усуллар билан бажариш мумкин.

Масалан, олтида ҳади бўлган $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20$ кўпхадни кўпайтувчиларга ажратамиз.

Берилган кўпхаднинг ҳадларини икки усул билан гурухларга бўлиш мумкин:

$$\begin{aligned} 1) nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 &= (nt + 5n) - (mt + 5m) - (4t + \\ &+ 20) = n(t + 5) - m(t + 5) - 4(t + 5) = (t + 5)(n - m - 4). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 &= (nt - mt - 4t) + (5n - 5m - 20) = \\ &= t(n - m - 4) + 5(n - m - 4) = (t + 5)(n - m - 4). \end{aligned}$$

Жавоб: $(t + 5)(n - m - 4)$.

Шундай қилиб,

кўпхадни гурухлаш усули орқали кўпайтувчиларга ажратиш учун қўйидаги алгоритмдан фойдаланилади:

- 1) кўпхаднинг ҳадларини умумий кўпайтувчиси бўладиган қилиб кўшиловчиларга гурухлаш;
- 2) ҳар бир гурухнинг умумий кўпайтувчисини қавс олдига чиқариш;
- 3) ҳосил бўлган алгебраик йиғиндининг умумий кўпайтувчисини қавсдан ташқарига чиқариш.

Кўпхадни кўпайтувчиларга ажратишнинг бошқа усуллари қисқа кўпайтириш формулалари билан боғлиқ. У формулалар бешинчи бобда ўрганилади.

Айрим ҳолларда күпхадни гурухлаш усули билан күпайтувчиларга ажратиш учун құшилувчилар етарли бўлмайди. Бундай ҳолларда баъзи құшилувчилар йиғинди билан алмаштирилади.

Масалан, $z^2 + 14z + 33$ күпхадни күпайтувчиларга ажратайлик. Күпхадни құшилувчилар сони бир хил бўладиган қилиб гурухлаш мумкин эмас. Шу сабабли құшилувчилардан бирини, яъни $14z$, құшилувчини $3z + 11z$ йиғинди кўринишида ёзамиз. У ҳолда гурухлаш усулидан фойдаланиш мумкин. Дарҳақиқат

$$\begin{aligned} z^2 + 14z + 33 &= z^2 + 11z + 3z + 33 = z(z + 11) + 3(z + 11) = \\ &= (z + 11)(z + 3). \end{aligned}$$

Кўпхадларни күпайтувчиларга ажратишдан тенгламаларни ечишда ҳам фойдаланилади.

Масалан, $y^2 + 2y - 63 = 0$ тенгламани ечиш учун унинг чап томонини кўпайтувчиларга ажратамиз: $y^2 + 2y - 63 = y^2 - 7y + 9y - 63 = y(y - 7) + 9(y - 7) = (y - 7)(y + 9)$. Энди $(y + 9) \cdot (y - 7) = 0$ тенгламани ечамиз. Кўпайтувчилардан бири нолга тенг бўлса, у ҳолда кўпайтма нолга тенг бўлади. Шу сабабли: $y - 7 = 0$ ёки $y + 9 = 0$ иккита тенгламани хосил қиласиз. $y - 7 = 0$ бўлса $y = 7$; $y + 9 = 0$ бўлса $y = -9$ чиқади. Демак, берилган тенгламанинг 7 ва -9 бўлган иккита илдизи мавжуд.



1. Қандай ҳолларда кўпхадни кўпайтувчиларга ажратиш учун гурухлаш усулидан фойдаланилади?
2. Кўпхадни гурухлаш усули билан кўпайтувчиларга ажратиш учун қандай алгоритмдан фойдаланилади?

Машқлар

A

Гурухлаш усулидан фойдаланиб, кўпхадни кўпайтувчиларга ажратинг (16.1—16.8):

- | | | |
|--------------|-----------------------------|----------------------------|
| 16.1. | 1) $x + xy + a + ay$; | 2) $4 + 2m + 2n + mn$; |
| | 3) $kt + t - 2k - 2$; | 4) $ab + ac + 7b + 7c$; |
| | 5) $am + an + 4m + 4n$; | 6) $xz + yz - 3x - 3y$. |
| 16.2. | 1) $9x + xy + 8y + 72$; | 2) $bx - 4b + ax - 4a$; |
| | 3) $4a - ay - by + 4b$; | 4) $7ax - ay + 7bx - by$; |
| | 5) $11ay - by - 77a + 7b$; | 6) $13x - ax + 13y - ay$. |

16.3. 1) $0,5xt + yt + 0,5xk + yk$; 2) $xk + 0,5yk + xt + 0,5yt$;

3) $0,7ax - bx + 0,7ay - by$; 4) $\frac{2}{3}by - ay + \frac{2}{3}bx - ax$;

5) $\frac{5}{6}a - ax + \frac{5}{6}b - bx$; 6) $\frac{7}{8}ax - a + \frac{7}{8}bx - b$.

16.4. 1) $2ax + 3bx + 10a + 15b$; 2) $3my - 2ny - 9m + 6n$;

3) $7ax + 8ay - 28x - 32y$; 4) $48m + 56n - 6am - 7an$;

5) $12,1y - 4,4z + 8yz - 22y^2$; 6) $0,09t - 0,07k + 27at - 21ak$.

16.5. 1) $a - 0,25b + 4ax - bx$; 2) $0,6b - 3,5x + 1,2by - 7xy$;

3) $\frac{1}{7}ax + \frac{1}{3}bx + 3a + 7b$; 4) $\frac{3}{8}by - \frac{2}{7}xy - 21b + 16x$;

5) $4x - 5b - \frac{x^2}{5} + \frac{xb}{4}$; 6) $3by - 4nx + \frac{aby}{4} - \frac{anx}{3}$.

16.6. 1) $20xy - 21ab + \frac{5}{6}xye - \frac{7}{8}abc$; 2) $x - 6a + \frac{xy}{3} - 2ay$;

3) $\frac{abx}{9} + \frac{cax}{27} - 3b - c$; 4) $\frac{abm}{3} + \frac{abn}{4} - 4m - 3n$;

5) $\frac{kxy}{5} - \frac{txy}{3} + 3k - 5t$; 6) $4tx + 7kx + \frac{ty}{7} + \frac{ky}{4}$.

Б

16.7. 1) $am + an + ak + bm + bn + bk$;

2) $ax + bx + cx + ay + by + cy$;

3) $mx + my + mz - nx - ny - nz$;

4) $ta + tb + tc - ak - bk - ck$;

5) $am - an - ak - bm + bn + bk$;

6) $ax - bx - cx - ay + by + cy$.

16.8. 1) $a^2 + 2a - 15$; 2) $b^2 + 3b - 28$;

3) $x^2 + 15x + 54$; 4) $y^2 - 5y + 6$;

5) $m^2 + 15m + 56$; 6) $n^2 - n - 110$;

7) $k^2 - 17k + 72$; 8) $t^2 - 2t - 63$.

16.9. Тенгламанинг ўнг томонига гурухлаш усулини қўллаб, тенгламани ечинг:

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 2) $x^2 + 5x + 6 = 0$;

3) $x^2 + x - 6 = 0;$

4) $x^2 - x - 6 = 0;$

5) $x^2 - 5x + 4 = 0;$

6) $x^2 + 5x + 4 = 0.$

C

16.10. Гурухлаш усулидан фойдаланиб, күпхадни күпайтувчиларга ажратинг:

- 1) $2am - 2bm + 2cm + 3an - 3bn + 3cn;$
- 2) $3mx + 3nx + 3kx - 2ny - 2my - 2ky;$
- 3) $7tx + 7ty + 7tz + 4kx + 4ky + 4kz;$
- 4) $11at + 11ak + 11ap - 9bt - 9bk - 9pb.$

16.11. Қавслардаги ифодаларни гурухлаш орқали тенгламаларни ечинг:

- 1) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 7x + 12) = 0;$
- 2) $(2 + 3x + x^2)(12 + 7x + x^2) = 0;$
- 3) $(1 - 2x^2 + x) \cdot (5 - 10,5x + x^2) = 0;$
- 4) $(12 - 7x + x^2)(5x - 1 - 6x^2) = 0.$

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

16.12. 1 кг гилос 800 тг туради. 1) 300 г; 2) 500 г; 3) 1 кг 250 г; 4) 2 кг; 5) 2,5 кг; 6) $2\frac{3}{4}$ кг гилоснинг нархи қанча? 16.1-жадвални тўлдиринг.

16.1-жадвал

Гилоснинг массаси (кг)					
Гилоснинг нархи (тг)					

Гилоснинг массаси ошган сайин унинг нархи қандай ўзгаради?

Агар 2 марта, 3 марта кўп гилос сотиб олинса, нархи неча арта ошади?

16.13. Томони a см бўлган квадратдан ва бўйи a ва эни b бўлган иккита тўғри тўртбурчакдан ташкил топган фигуранинг юзини ҳисобловчи формула ёзинг.

17-§. КҮПХАДЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ



Ифодаларни қандай шакл алмаштириш мүмкін?

Күпхадларни айнан шакл алмаштириши мисоллар орқали күриб чиқамиз.

1-мисол. $(5x - 2)(3x^2 + 2x - 9) - 7\left(\frac{4}{7}x^2 - 7x\right) - 16x^3$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечши. Берилган ифодани соддалаштириш учун күпхадни бирхадга ва күпхадларни күпайтириш қоидаларидан фойдаланғандан кейин үхаш қүшилувчиларни ихчамлаймиз:

$$(5x - 2)(3x^2 + 2x - 9) - 7\left(\frac{4}{7}x^2 - 7x\right) - 16x^3 = 15x^3 + 10x^2 - \underline{45x} - \\ - 6x^2 - \underline{4x} + 18 - 4x^2 + \underline{49x} - 16x^3 = 18 - x^3.$$

Жавоб: $18 - x^3$.

2-мисол. $7a^2b - 6ab - 21ab^3 + 18b^3$ алгебраик йиғиндини күпайтма күринишида ёзамиз.

Ечши. Берилган алгебраик йиғиндини күпайтма күринишида ёзиш учун аввал умумий күпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарып, сүнгра гурухлаш усулидан фойдаланамиз:

$$7a^2b - 6ab - 21ab^3 + 18b^3 = b(7a^2 - 6a - 21ab^2 + 18b^2) = \\ = b((7a^2 - 21ab^2) + (18b^2 - 6a)) = b(7a(a - 3b^2) + 6(3b^2 - a)) = \\ = b(a - 3b^2)(7a - 6).$$

Жавоб: $b(a - 3b^2)(7a - 6)$.

3-мисол. $(4x - 1)(5 + 6x) - 3x \leq (2 + 3x)(8x - 1)$ тенгсизлик түғри бўладиган энг кичик бутун сонни топамиз.

Ечши. Күпхадни күпхадга күпайтириш қоидасидан ва бир ўзгарувчили чизикли тенгсизликларнинг бир қийматлилик қоидаларидан фойдаланамиз:

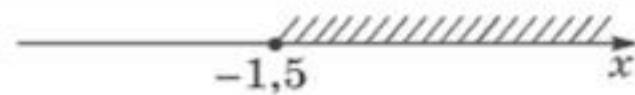
$$20x - 5 + 24x^2 - 6x - 3x \leq 16x + 24x^2 - 3x - 2,$$

$$11x - 5 + 24x^2 \leq 13x + 24x^2 - 2,$$

$$11x + 24x^2 - 13x - 24x^2 \leq -2 + 5,$$

$$-2x \leq 3,$$

$$x \geq -1,5.$$



17.1-расм

$x \geq -1,5$ тенгисизликнинг ечими $-1,5$ сондан катта ёки тенг бўладиган барча сонлар, яъни $[-1,5; +\infty)$ сон нурининг барча сонлари бўлади -1 (17.1-расм).

Жавоб: -1 .

Машқлар

A

Ифодани соддалаштиринг (17.1–17.2):

- 17.1.** 1) $(x^8 - 2)(x^4 - 1) - x^{12} + 2x^4$;
 2) $a^9 - 9a^5 - (a^4 - 9)(a^5 + 3)$;
 3) $(x^{15} + 5)(x^3 + 2) - 10 - x^{18}$;
 4) $a^{42} - 14a^7 - (a^6 - 14)(a^7 - 1)$.
- 17.2.** 1) $0,5a^2c^4(a^4 - c^2 + 6) - 0,5a^6c^4 - 0,5a^2c^6$;
 2) $4,8x^8y^7 - (12x^6y^6 - 6) - 2,4x^6y^5(2x^2y^2 - 5y + 3)$;
 3) $2,5t^8s^{10}(4t^2 - 6c^2 - 3) + 15t^8c^2s^{10} - 10t^{10}s^{10}$;
 4) $9a^{20}b^{16} - 1,8a^{10}b^{18} - 0,9a^5b^9(10a^{15}b^7 + 2a5b^9)$.

Ифоданинг қийматини топинг (17.3–17.4):

- 17.3.** 1) $5x^{17} : x^{13} - 16x^4$, бу ерда $x = -1$;
 2) $-33y^6 : y^4 + 37y^2$, бу ерда $y = 0,5$;
 3) $15z^9 : z^6 - 160z^3$, бу ерда $z = -0,5$;
 4) $250t^8 : t^5 + 6t^3$, бу ерда $t = -4t$.
- 17.4.** 1) $0,07a^8b^4 : a^7 + 0,03a^2b^6 : (ab^2)$, бу ерда $a = 7, b = -2$;
 2) $2,5x^4y : x^5 - 2,6x^{10}y : x$, бу ерда $x = -1, y = 10$;
 3) $47,3t^6z^2 : (t^5z) + 2,7t^9z^3 : (t^8z^2)$, бу ерда $z = 0,2, t = -3$;
 4) $-9,4a^{25}b^9 : a^8 - 0,6a^{10} \cdot (a^7b^9)$, бу ерда $a = 1, b = -1$.

Йиғиндини кўпайтма кўринишида ёзинг (17.5–17.7):

- 17.5.** 1) $x^2 + bx - ax - ab$; 2) $x^2 - cx + bx - bc$;
 3) $z^2 + zx - zk - xk$; 4) $y^2 + my - km - ky$.

- 17.6.** 1) $x^4y^2 + 3x^4 - 2y^2 - 6$; 2) $x^3y^3 - 2x^3 + 5y^3 - 10$;
 3) $-x^5y^2 + 7y^2 + x^5 - 7$; 4) $27 - 9x^2 - x^2y^6 + 3y^6$.

- 17.7.** 1) $3a + ax - 3b + 3c - bx + cx$;
 2) $4x + 6b + 4y - by - 24 - bx$;
 3) $ak - 18a - bk + 7k + 18b - 126$;
 4) $nx - 4x - 5mx - 100m + 20n - 80$.

Тенгламани ечинг (17.8–17.9):

- 17.8.** 1) $x(x - 8) - 20 = -15 - x(1 - x)$;
 2) $47 - x(11 - x) = 19x + x^2$;
 3) $33x - x^2 = (35 - x)x - 17$;
 4) $59x + 4x^2 = -4x(1 - x) + 21$.

- 17.9.** 1) $(x + 4,5)(6x - 1) - (3x + 1,6)(2x - 1) = -3,8x$;
 2) $(3,5 - x)(7x + 2) + (3,5x - 1)(7 + 2x) = -450$;
 3) $(8x + 3)(1 - 0,9x) + 7,4 = (4x - 5)(1 - 1,8x)$;
 4) $498 + (2,7 - 5x)(6x - 7) = (9 - 0,5x)(60x + 1)$.

17.10. Тенгсизликни ечинг:

- 1) $x(x^3 - 4) - x^4 \leq 18 - x$; 2) $x^3 + x(20 - x^2) \geq 24x - 3$;
 3) $x(31 + x^4) - x^5 > 37x - 68$; 4) $x^9 - x(47 + x^8) > 19 - 45x$.

B

17.11. Агар $A = 5x^6 + x^4 - 9$ ва $B = 10x^6 - 5x^4 + 1,8$ бўлса, у ҳолда бўлишини исботланг.

- 1) $A + 5B = 55x^6 - 24x^4$;
 2) $-2A + B = -7x^4 + 19,8$;
 3) $10A + 2B = 70x^6 - 86,4$;
 4) $-3A - 1,5B = -30x^6 + 4,5x^4 + 24,3$.

17.12. Айниятни исботланг:

- 1) $(x^2 - 8x + 7)(x + 5) + 3x(x + 11) = x^3 + 35$;
 2) $(y + 9)(10 - 3y + y^2) - 0,5y(12y - 34) = 90 + y^3$;
 3) $(2a^2 - a + 11)(8a - 3) + 7a(-13 + 2a) = -33 + 16a^3$;
 4) $(13x + 6)(4x^2 - x - 9) - 5x(2,2x - 24,6) = -54 + 52x^3$.

17.13. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $(8a^3b - c^4) \cdot (15a^5b^4) : (3a^4b^3) - 40a^4b^2$, бу ерда $a = 0,2$, $b = 0,5$,
 $c = -2$;
 2) $0,9x^{10}y^7 \cdot (10x^8y^3z^6 - 9) : (20x^9y^6) + 0,40xy$, бу ерда $x = -1$, $y = 5$,
 $z = 1$.

17.14. Тенгламанинг илдизини топинг:

- 1) $(x^4 - 3)(x + 5) = 29 - 2x + x^4(x + 5);$
- 2) $(10 - x^6) \cdot (7 + x) = 11x - 63 - x^6(x + 7);$
- 3) $(2 + x)x^5 - 15x + 41 = (x^5 - 13)(2 + x);$
- 4) $99 - 23x + x^8(x - 9) = -(17 - x^8)(x - 9).$

17.15. Тенгсизликни ечинг:

- 1) $(x^3 - 2)(x + 1) \leq x^4 + x^3 - 23;$
- 2) $-x^8 + 49 \leq (10 - x^7)(5 + x) + 5x^7;$
- 3) $(x^2 - 4x + 8) \cdot 5 < 2x(2,5x - 1);$
- 4) $3x(1,1x + 2) > 0,1x(33x + 10) - 6.$

C

17.16. 1) $(x^2 - 3x + 5)(x + 3) \leq x^3 + 7x - 1;$

$$2) (y^2 - y + 8)(4 - y) + 2,4 \leq 5y^2 - y^3 - 6y;$$

$$3) z^3 + 2,8z - 2,2 > (9 - z - z^2)(1,2 - z) + 0,2z^2 + 11,5;$$

4) $-2,2x - 7,15 - 0,5x^2 < (1,7 + x + x^2)(0,5 - x) + x^3$ тенгсизликнинг ечими бўладиган энг кичик бутун сонни топинг.

17.17. 1) $(x^5 - 6) \cdot x + 7x^4 \geq x^4(7 + x^2) - 1,8;$

$$2) (x^9 + 11) \cdot 6x - 15x^5 \leq -33 + 3x^5(2x^5 - 5);$$

$$3) 7x^3(6x^5 - 3) + 4,4 > 2x(21x^7 + 1,1) - 21x^3;$$

4) $9x^2(10x^7 - 3) + 135 < 4,5x(20x^8 - 3) - 27x^2$ тенгсизликнинг ечими бўладиган энг катта бутун сонни топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

17.18. Агар тўғри тўртбурчакнинг бўйи 5 марта ортирилиб, эни ўзгаришсиз қолдирилса, у ҳолда унинг юзаси қандай ўзгаради?

17.19. Товар қиймати 200 тенгега ўзгаради. 7 кг товар нархи неча тенгега ўзгаради?

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** $(3x^2y)^3 \cdot 5y^7$ бирұқадни стандарт шаклда ёзинг:

 - A. $135x^6y^8$;
 - B. $45x^7y^{10}$;
 - C. $135x^5y^8$;
 - D. $135x^6y^{10}$.

- 2.** $(2ab^5)^4 \cdot (5a^7b^2)^2$ ифодани соддалаштириңг:

 - A. $80a^{13}b^{24}$;
 - B. $400a^{18}b^{24}$;
 - C. $250a^{18}b^{13}$;
 - D. $400a^{13}b^{24}$.

- 3.** $2,5a^3b \cdot \frac{4}{25}a^2b^4$ ифодани соддалаштириб, $a = -1, b = -1$ бўлганда қийматини топинг:

 - A. $-0,4$;
 - B. $-2,5$;
 - C. $0,4$;
 - D. $2,5$.

- 4.** $(24m^5n^3)^2 : (12m^3n)^3$ бўлишни бажаринг:

 - A. $\frac{1}{3}m^2n^2$;
 - B. $3mn^2$;
 - C. $3m^2n^3$;
 - D. $\frac{1}{3}mn^3$.

- 5.** x нинг қандай қийматларида $x^2 - 6x - 1$ ва $6 + x^2 + x$ ифодалар тенг бўлади:

 - A. 1;
 - B. -1 ;
 - C. 0;
 - D. 6.

- 6.** $8x^6y^3 - 12x^3y^3$ ифоданинг умумий кўпайтувчиини топинг:

 - A. x^3y^3 ;
 - B. $2x^3y^3$;
 - C. $2x^3 - 4$;
 - D. $4x^3y^3$.

- 7.** $4n^3m^2 + 8n^3m^3 - 12n^2m^3$ ифодадаги умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқаринг:

 - A. $4nm(n^2m + 2n^2m^2 - 3nm^2)$;
 - B. $n^2m^2(4n + 8nm - 12m)$;
 - C. $4n^2m^2(n + 2nm - 3m)$;
 - D. $4n^2m(nm + 2nm - 3nm^2)$.

- 8.** $(x^2 + 5x) - x(x - 5) = 0$ тенгламани ечинг.

 - A. 0;
 - B. 1; 5;
 - C. 0; 5;
 - D. Илдизи йўқ.

- 9.** $3m^5 + 7m^3 - 18 - 3m^5 + 7m^3 - 18$ кўпҳаднинг даражасини аниқланг:

 - A. 6;
 - B. 5;
 - C. 0;
 - D. 3.

- 10.** $6a^3 + 9ab - 5b^2 - 8ab - 4b^2$ кўпҳадни стандарт шаклда ёзинг:

 - A. $6a^3 + 17ab - 9b^2$;
 - B. $6a^3 + ab + 9b^2$;
 - C. $6a^3 + ab - 9b^2$;
 - D. $6a^3 - ab + 9b^2$.

- 11.** $3b^2 + a^2b + 5ab^2 + 4a^2b - 5ab^2 - 3b^2$ кўпҳадни стандарт шаклга келтириб, $a = 1, b = -1$ бўлганда қийматини топинг:

 - A. 5;
 - B. -5 ;
 - C. -10 ;
 - D. 10.

12. $\frac{(2m^5n^4)^7 \cdot (4m^3n^5)^2}{(2m^4n^4)^{10}}$ ифодани соддалаштириңг:

- A. $\frac{2m}{n^2}$; B. $\frac{m^2}{2n}$; C. $\frac{m}{n^2}$; D. $\frac{2m^2}{n}$.

13. $(t^2 + 8t - 9) - (t^2 - 11t + 10) = 18t - 20$ тенгламани ечинг:

- A. $-0,5$; B. 2 ; C. -1 ; D. 1 .

14. $-0,8c \cdot (c + 5) - 0,7(10c + 5) + 0,8c^2 + 10c = 4$ ифодани соддалаштириңг:

- A. $1,6c^2 - c - 7,5$; B. $-c - 7,5$;
C. $-c - 0,5$; D. $-19c - 7,5$.

15. $81m^9n^8 : (24m^8n^5)$ ифодани соддалаштириб, $m = 32$, $n = -\frac{1}{3}$ бўлганда қийматини топинг:

- A. -12 ; B. 12 ; C. 4 ; D. -4 .

16. Агар $2(a + 1)(b + 1) = (a + b)(a + b + 2)$ бўлса, у ҳолда $a^2 + b^2$ ифоданинг қийматини топинг:

- A. 1 ; B. 3 ; C. 4 ; D. 2 .

17. $(125a^3 - 25a^3) : (5a^2) - (25a^2 - 2a^2) : a$ ифоданинг $a = 5$ бўлганда қийматини топинг.

- A. 5 ; B. -5 ; C. 10 ; D. -15 .

18. $(n^2 - n - 1)(n^2 - n + 1)$ кўпайтмани стандарт шаклдаги кўпҳадга келтириңг:

- A. $2n^2 - n$; B. $n^4 - 2n^2 - 1$;
C. $n^2 + 2n^2 + n + 1$; D. $n^4 - 2n^3 + n^2 - 1$.

19. $3x(x - 2) - (3x - 1)(x + 4) \square 8(2 - x)$ тенгсизликни қаноатлантирувчи энг кичик бутун сонни топинг.

- A. 0 ; B. -1 ; C. 1 ; D. -2 .

20. $3a + 3a^2 - b - ab$ кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратинг.

- A. $(3a - b)(1 - a)$; C. $(a - 3b)(1 + a)$;
B. $(3a - b)(1 + a)$; D. $(3a + b)(a - 1)$.



ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯНИНГ ГРАФИГИ

18-§. ФУНКЦИЯ



Функция, унинг графиги деб нимага айтилади? Функцияниң аниқланиш соҳаси ва қийматлар тўплами қандай топилади?

Иккита катталиқ — баҳо ва нархни таққослаймиз. Бу катталиклар ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлган катталиклар баҳонинг ошиши нархнинг ошишига олиб келади. Худди шундай бошқа катталиклар ҳақида ҳам айтиш мумкин. Масалан, ҳаракатланиш вақти ва тезлик. Тезлик ошиши билан йўл юришга сарфланган вақт камаяди.

С баҳонинг m нарх билан боғланишини $C = k \cdot m$ (бу ерда k товарнинг миқдори) формула орқали ифодалаш мумкин. Баҳонинг ҳар бир қийматига нархнинг биргина қиймати мос келади. Масалан, $k = 3$ қийматда,

$$m = 5 \text{ тг/дона бўлганда } C = 5 \text{ тг};$$

$$m = 10 \text{ тг/дона бўлганда } C = 30 \text{ тг};$$

$$m = 20 \text{ тг/дона бўлганда } C = 60 \text{ тг.}$$

t ҳаракатланиш вақтининг v тезлик билан боғланиши, $t = \frac{s}{v}$ (бу ерда s — босиб ўтилган йўл) формула орқали ифодаланади. Тезликнинг ҳар бир қийматига вақтнинг биттагина қиймати мос келади. Масалан, $s = 120$ км қийматда,

$$v = 40 \text{ км/соат бўлганда } t = 3 \text{ соат};$$

$$v = 60 \text{ км/соат бўлганда } t = 2 \text{ соат};$$

$$v = 12 \text{ км/соат бўлганда } t = 10 \text{ соат.}$$

Кўриб чиқилган мисолларда бир ўзгарувчили катталиктининг ҳар бир қийматига иккинчи ўзгарувчили катталиктининг ягона қиймати мос келади. Бундай боғланиш функционал боғланиши ёки функция дейилади.

Кўриб чиқилган мисоллардаги ўзгарувчили катталиклар жуфтларинг биринчиси эркли ўзгарувчи бўлади, у функцияниң қиймати ёки функция деб аталади ва одатда, у ҳарфи билан белгиланади. Ўзгарувчили катталиклар жуфтларининг иккинчиси эрксиз ўзгарувчи бўлади, у аргумент деб аталади ва одатда, x ҳарфи билан белгиланади.

Юқорида үрганилган мисолларда нарх ва ҳаракат вакти — **боғлиқ бўлган ўзгарувчилар**; баҳо ва ҳаракат тезлиги — **боғлиқ бўлмаган катталиклар**.

Таъриф. *x* ўзгарувчининг ҳар бир қийматига *y* ўзгарувчининг ягона қиймати мос келганда *y* ўзгарувчи билан боғланиши **функция** деб аталади.

Боғлиқ бўлмаган катталиклар қабул қилувчи барча қийматлар функцияниг аниқланиш соҳасини ташкил этади.

С баҳонинг *t* нарх билан боғланишини кўриб чиқилган мисолда *t* боғлиқ бўлмаган ўзгарувчи 5, 10, 20 қийматларни қабул қиласди. Ушбу қийматларнинг барчаси С функцияниг аниқланиш соҳасини ташкил этади.

С боғлиқ бўлган ўзгарувчи 15, 30, 60 қийматларни қабул қиласди. Бу қийматлар функцияниг қийматлар тўпламини ташкил этади.

t ҳаракатланиш вақтининг *v* тезлик билан боғланиши кўриб чиқилган мисолда *v* эркли ўзгарувчи 40, 60, 12 қийматларни қабул қиласди. Ушбу қийматларнинг барчаси *t* функцияниг аниқланиш соҳасини ташкил этади.

t боғлиқ бўлган ўзгарувчи 3, 2, 10 қийматларни қабул қиласди. Бу қийматлар функцияниг қийматлар тўпламини ташкил этади.

Агар функцияни кўриб чиқиш давомида эркли ўзгарувчининг аниқ қийматлари кўрсатилмаса, у ҳолда функцияниг аниқланиш соҳаси сифатида боғлиқ бўлмаган ўзгарувчининг барча мумкин бўлган қийматлари олинади.

Масалан, $y = 30x$ функция учун ўзгарувчининг мумкин бўлган қийматлар тўплами ихтиёрий сон, шу сабабли аниқланиш соҳаси $(-\infty; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади; $y = \frac{120}{x}$ функция учун ўзгарувчининг мумкин бўлган қийматлар тўплами нолдан фарқли барча сонлар (чунки нолга бўлиш мумкин эмас), шу сабабли аниқланиш соҳаси $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади.

Таъриф. *D* тўпламда ихтиёрий аргументнинг катта (кичик) қийматига функцияниг катта (кичик) қиймати мос келса, функция шу тўпламда ўсуви функция дейилади.

Таъриф. *D түпламда ихтиёрий аргументнинг катта (кичик) қийматига функцияниң кичик (катта) қиймати мос келса, функция шу түпламда камаювчи функция дейилади.*

Масалан, нархнинг баҳо билан боғланиш функцияси ўсувчи, чунки баҳо ошган сайин нарх ҳам ошади, тезликнинг вақт билан боғланиш функцияси эса камаювчи, чунки ҳаракатланиш тезлиги ортган сайин ҳаракатланиш учун сарфланган вақт камаяди.

Функция ўсувчи ҳам, камаювчи ҳам бўлмаслиги мумкин. Масалан, агар ўқувчи биринчи куни китобнинг 15 бетини ўқиб, иккинчи, учинчи ва тўртинчи кунлари у китобни ўқимай, бешинчи куни 20 бет, қолган 30 бетни эса олтинчи куни ўқиган бўлса, у ҳолда k кунда китобнинг ўқилган бетлари сонини аниқловчи функция ўсувчи бўлмайди. Чунки бир кунда 15 бет, икки кунда 15 бет, уч кунда 15 бет, тўрт кунда 15 бет ва ҳ. к., яъни куннинг сони ортган сайин китобнинг ўқилган бетлари сони ортмайди.



1. Битта катталик ҳамэркли, ҳамэрксиз катталик бўла оладими? Мисол келтиринг.
2. Нархнинг баҳога боғлиқлик функциясининг аниқланиш соҳаси манфий сон, ноль, аралаш сон бўлиши мумкинми?
3. Битта функция ўзининг аниқланиш соҳасида ҳам ўсувчи, ҳам камаювчи бўлиши мумкинми?
4. Ўсувчи ҳам, камаювчи ҳам бўлмайдиган функция мавжудми?

Машқлар

A

- 18.1.** 1) Квадратнинг периметри; 2) квадратнинг юзи; 3) ҳаракатланиш тезлиги; 4) товарнинг нархи; 5) тўғри тўртбурчакнинг периметри; 6) тўғри тўртбурчакнинг юзаси; 7) кубнинг ҳажми; 8) тўғри бурчакли паралелепипеднинг ҳажми эрксиз ўзгарувчи бўлса, у ҳолда эркли ўзгарувчини топинг.
- 18.2.** 1) Сотиб олинган товарнинг миқдори; 2) ҳаракатланиш вақти; 3) ҳаракатланиш тезлиги; 4) квадратнинг периметри эркли ўзгарувчи бўлса, у ҳолда эрксиз ўзгарувчини топинг.
- 18.3.** 1) меҳнат унумдорлиги билан муайян вақтда бажарилган иш; 2) муайян вақтда бажарилган иш билан меҳнат унумдорлиги;

3) x үзгарувчи билан унинг модули; 4) x үзгарувчининг модули билан x үзгарувчи орасидаги боғланиш функция бўладими?

B

- 18.4.** 1) Ҳамма томонлари ўзаро тенг бўлган бешбурчак периметрининг томони узунлигига; 2) мева солинган бир хил бешта қути массасининг битта қутига солинган меванинг массасига; 3) 10 та бир хил қалам баҳосининг битта қаламнинг баҳосига; 4) дарсликлар сонининг ўқувчилар сонига боғланиши функция бўладими?
- 18.5.** 1) Тенг томонли кўпбурчак периметрининг унинг узунлигига боғланиш функциясининг; 2) сув ҳолатининг ҳароратга боғланиш функциясининг аниқланиш соҳасини топинг.

C

- 18.6.** 1) Квадрат томонинг узунлиги унинг юзасига боғлиқлигини; 2) ишлаш учун сарфланган вақтнинг меҳнат унумдорлигига боғлиқлигини кўрсатувчи функция ўсуви бўладими ёки камаювчи?
- 18.7.** Квадрат томонинг узунлиги $2 \text{ см} \leqslant a \leqslant 5 \text{ см}$ қийматларни қабул қиласи. Квадратнинг 1) P периметри; 2) S юзасининг қийматлари қандай оралиқда ўзгаради?
- 18.8.** 1) $a \leqslant 4 \text{ см};$ 2) $a \geqslant 3 \text{ см};$ 3) $a \leqslant 2,5 \text{ см};$
 4) $a \geqslant 17,5 \text{ см};$ 5) $3 \text{ см} \leqslant a \leqslant 5 \text{ см};$ 6) $1,25 \text{ см} \leqslant a \leqslant 1,75 \text{ см}$ бўлса, у ҳолда томони a см бўлган квадратнинг P периметри ҳақида нима дейиш мумкин?
- 18.9.** Автомобиль, мотоцикл, поезд ва моторли қайиқ йўлда 2 соат бўлди. Агар уларнинг тезликлари мос равища 80 км/соат, 30 км/соат, 65 км/соат, 12 км/соат бўлса, у ҳолда ҳар бирининг босиб ўтган йўлини топинг. Босиб ўтилган йўл узунлигининг ҳаракатланиш тезлигига боғланишини кўрсатувчи формулани ёзинг.

Ахборот тайёрланг

18.10. Функция түшунчаси XVII асрда пайдо бўлган. Функция атамасини киритган немис математиги Готфрид Лейбниц ҳақида ахборот тайёрланг.



Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

18.11. $P = 4a$ формуладан фойдаланиб,

- 1) $a = 2,5; \quad 15; \quad \frac{1}{8}$ бўлганда P нинг қийматини;
- 2) $P = 8; \quad 1,6; \quad \frac{1}{4}$ бўлганда a нинг қийматини топинг.

18.12. $y = 3x - 9$ формуладан фойдаланиб,

- 1) $y = 0$ бўлганда x нинг;
- 2) $x = 0$ бўлганда y нинг қийматини топинг.

19-§. ФУНКЦИЯНИ ФОРМУЛА ОРҚАЛИ БЕРИШ



“Функцияни бериш” деганимиз нима? Функцияни қандай бериш мүмкін?

Функция турли хил усулларда берилиши мүмкін.

Функцияни бериш-берилған аргументтің қийматларига мөсбүлгін функцияның қийматларини топишни күрсатыш.

Функцияни формула орқали бериш мүмкін.

Функцияни формула орқали бериш *функцияни аналитик усулда берииш* деб аталади.

Масалан, маълум бир тезлик билан 2 соатта юрилған йўлнинг формуласини кўриб чиқамиз. Агар тезлик ўзгарса, у ҳолда маълум бир вақтда (масалан, 2 соатта) юрилған йўл узунлиги ўзгаради. Демак, бу мисолда тезлик боғлиқ бўлмаган ўзгарувчи, уни x орқали ифодалайлик, юрилған йўл узунлиги эса боғлиқ бўлган ўзгарувчи, уни у орқали ифодалайлик. Ҳаракатланиш вақти ўзгаришсиз қоляпти, у 2 соатга teng. У ҳолда юрилған йўл узунлигининг ҳаракатланиш тезлигига боғланишини $y = 2x$ формула орқали ёзиш мүмкін.

Формулага кўра x (тезлик) аргументтің ҳар бир қийматига y (юрилған йўл) функцияның ягона қиймати мөс келишини кўрамиз. Бундан $y = 2x$ формула функция бўлади. Ушбу формула бўйича x аргументтің берилған қиймати орқали y функцияның мөс қийматини топиш мүмкін.

Масалан, x аргумент 40 км/соат; 45 км/соат; 50 км/соат; 60 км/соат қийматларни қабул қиласа, у ҳолда $y = 2x$ функцияның мөс қийматлари бўлади. Уларни топиш учун $y = 2x$ formulадаги x нинг ўрнига мөс равища 40; 45; 50; 60 сонларни қўйдик.

Аксинча $y = 2x$ формула бўйича y функцияның берилған қийматлари бўйича x аргументтің мөс қийматларини топиш мүмкін.

Агар y функция 86 км; 94 км; 98 км қийматларни қабул қиласа, у ҳолда x аргументтің мөс қийматлари 43 км/соат; 47 км/соат; 49 км/соат бўлади. Бу қийматларни топиш учун 86; 94; 98 сонларни $y = 2x$ formulага қўйдик.

Ихтиёрий формула функция бўлавермайди.

Масалан, $|y| = x$ формула y функцияни бермайди, чунки аргументтің битта қийматига функцияның иккита қиймати мөс

келади. Масалан, $x = 2$ бўлса, у ҳолда y нинг қийматлари 2 ва -2 сонлар бўлади.

Формула ёрдамида функцияning ўсуви ёки камаючи эканини аниқлаш мумкин. Масалан, $y = 3x - 5$ функцияning ўсуви эканини исботлайлик. Таърифга кўра аргументнинг катта қийматига функцияning катта қиймати мос келса, у ҳолда функция ўсуви бўлади. $x_1 > x_2$ бўлсин. y_1 ва y_2 ни топамиз. У ҳолда $y_1 = 3x_1 - 5$ ва $y_2 = 3x_2 - 5$ келиб чиқади. $y_1 - y_2$ айирмани кўриб чиқамиз. Бунинг учун $y_1 - y_2$ ифодадаги y_1 нинг ўрнига $3x_1 - 5$, y_2 нинг ўрнига $3x_2 - 5$ ифодани қўямиз. Бундан $y_1 - y_2 = 3x_1 - 5 - (3x_2 - 5)$.

Қавсларни очиб, ўхаш қўшилувчиларни ихчамлаб, умумий кўпайтүчини қавс сиртига чиқарамиз: $3x_1 - 5 - (3x_2 - 5) = = 3x_1 - 5 - 3x_2 + 5 = 3x_1 - 3x_2 = 3(x_1 - x_2)$. $x_1 > x_2$ эканлиги туфайли, $x_1 - x_2$ ифоданинг қиймати мусбат бўлади. Бундан $y_1 - y_2 > 0$, демак, $y_1 > y_2$ яъни $y = 3x - 5$ функция ўсуви.

Формула ёрдамида функция графигининг абсцисса ўқи билан кесишиш нуктасининг координаталарини топиш мумкин. Масалан, $y = 3x - 5$ функция графигининг абсцисса ўқи билан кесишиш нуктасининг координаталарини топамиз. Абсцисса ўқига тегишли нуктанинг ординатаси нолга teng бўлгани учун $y = 3x - 5$ формуладаги y ўзгарувчининг ўрнига 0 сонини қўямиз. У ҳолда $3x - 5 = 0$ tenglama ҳосил бўлади, бундан x ўзгарувчини топамиз.

$3x = 5$ ёки $x = 1\frac{2}{3}$. Демак, $y = 3x - 5$ функцияning графиги абсцисса ўқини координаталари $(1\frac{2}{3}; 0)$ нуктада кесиб ўтади.

Формула ёрдамида аргументнинг қандай қийматида функция қийматининг мусбат ёки манфий бўлишини аниқлаш мумкин.

Масалан, $y = 3x - 5$ функцияning манфий бўладиган x аргументнинг қийматларини топамиз. Бунинг учун $3x - 5 < 0$ tengsizlikni ечамиз. Бунда $3x < 5$ ёки $x < 1\frac{2}{3}$. Демак, $(-\infty; 1\frac{2}{3})$ сонлар оралиғига тегишли барча x лар учун $y = 3x - 5$ функцияning қийматлари манфий бўлади.



- Нима сабабдан функцияни формула орқали бериш мумкин?
- Қандай ҳолларда формула функцияни бермайди?
- Формула ёрдамида функцияning аниқланиш соҳасини топиш мумкинми?
- Функцияning берилган қийматига кўра аргументнинг мос қиймати қандай топилади?

Машқлар

А

19.1. Берилған формулалардан қайси бири x га боғлиқ бўлган y функцияни беради:

$$1) y = -3x + 4; \quad 2) y = x^2; \quad 3) x + 8 - 6y = 0.$$

19.2. Функцияниң аникланиш соҳасини топинг:

$$1) y = \frac{1}{3}x; \quad 2) y = \frac{x}{2}; \quad 3) y = \frac{x}{2} + 5;$$

$$4) y = 5 \cdot (x + 2); \quad 5) y = \frac{3}{x+2}; \quad 6) y = \frac{x(x-2)}{2}.$$

19.3. 1) $x = 1782; 1101; \frac{2}{3}; 0,3$ бўлса, у ҳолда $y = \frac{1}{3}x + 8$;

2) $x = 25; 250; 2,5$ бўлса, у ҳолда $y = 0,01x - 2,5$;

3) $x = 40; 100; \frac{1}{2}; 8$ бўлса, у ҳолда $y = \frac{1}{8}x + 25x$

функцияниң қийматини топинг.

19.4. 1) $y = \frac{1}{3}; 0,3; 8; 30$ бўлса, у ҳолда $y = \frac{1}{3}x + 8$;

2) $y = 2,5; 0,01; \frac{1}{25}$ бўлса, у ҳолда $y = 0,01x - 2,5$;

3) $y = \frac{1}{4}; 0,5; 10$ бўлса, у ҳолда $y = \frac{1}{8}x + 25x$

функция учун x аргументнинг қийматини топинг.

Б

19.5. x нинг қандай қийматларида функцияниң қиймати нолга тенг бўлади:

$$1) y = 12x + 18; \quad 2) y = 12x + 3; \quad 3) y = 3x + 8;$$

$$4) y = 5x + 1; \quad 5) y = -12x + 18; \quad 6) y = 4x - 8;$$

$$7) y = -2x - 8; \quad 8) y = -10x + 2?$$

19.6. x нинг қандай қийматларида функцияниң қиймати мусбат бўлади:

$$1) y = 2x + 8; \quad 2) y = -2x + 8; \quad 3) y = -2x - 8;$$

$$4) y = 2x - 8; \quad 5) y = 0,1x + 10; \quad 6) y = -0,1x + 10;$$

$$7) y = -0,1x - 10; \quad 8) y = 0,1x - 10?$$

19.7. x нинг қандай қийматларида функцияning қиймати манфий бўлади:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $y = 100x + 4;$ | 2) $y = 4x + 100;$ | 3) $y = 20x + 80;$ |
| 4) $y = 5x + 80;$ | 5) $y = -2x + 8;$ | 6) $y = 2x - 8;$ |
| 7) $y = -2x - 8;$ | 8) $y = 2x + 8?$ | |

C

19.8. 1) $y = -3,5x + 4\frac{2}{3};$ 2) $y = \frac{5}{9}x - 14\frac{7}{18};$

3) $y = -\frac{7}{8}x + 4\frac{4}{7};$ 4) $y = -1\frac{2}{3}x - 12,5$

функцияning қиймати x аргументнинг қандай қийматларида номанфий бўлади?

19.9. 1) $y = \frac{x+6}{5-x};$ 2) $y = \frac{x+3}{8,9+2x};$

3) $y = \frac{x(x-4)}{x-4};$ 4) $y = \frac{x^2}{x^2-7x}$

функцияning аниқланиш соҳасини топинг.

Янги мавзуни ўзлаширишга тайёрланинг

19.10. Агар $y = 2,2x$ бўлса, у ҳолда қуидаги 19.1-жадвални тўлдиринг:

19.1-жадвал

x	5		-3		27		$-1\frac{1}{3}$	
y								

19.11. 19.2-жадвални тўлдиринг:

19.2-жадвал

x		$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{6}$		
$y = 3x - 2$	4			2,5	-5

20-§. ФУНКЦИЯНИ ЖАДВАЛ БИЛАН БЕРИШ ҮСУЛИ



Функцияни жадвал орқали қандай бериш мүмкін? Нима сабабдан функцияни жадвал ёрдамида бериш мүмкін?

Жадвал ёрдамида аргументнинг берилган қийматига кўра функцияниң мос қийматини топиш мүмкін бўлгани учун функцияни жадвал орқали бериш мүмкін.



Маълум бир функцияни аниқловчи жадвал ёрдамида функцияниң аниқланиш соҳасини топиш мүмкинми?

Жадвалнинг юқори қаторига x аргументнинг қийматлари ёзилади. Масалан: 15, 18, 20, 21, 30, 40 (20.1-жадвал).

20.1-жадвал

x	15	18	20	21	30	40
y	30	36	40	42	60	120

Жадвалнинг пастки қаторида y функцияниң мос қийматлари ёзилади. Аргументнинг бу қийматлари функцияниң аниқланиш соҳасини ташкил этади. 15; 18; 20; 21; 30; 40 сонлар тўпламини функцияниң аниқланиш соҳаси деб атаб, $\{15; 18; 20; 21; 30; 40\}$ кўринишида ёзилади.

Жадвал бўйича y функцияниң қандай қийматига x аргументнинг мос келадиган қийматини топиш мүмкін. Масалан, аргументнинг 30 га teng бўлган қийматига функцияниң 60 га teng қиймати мос келади (20.1-жадвал). Аксинча x аргументнинг қийматига y функцияниң қандай қиймати мос келишини топиш мүмкін. Масалан, функцияниң 36 қийматига аргументнинг 18 қиймати мос келади.



Маълум бир функцияни аниқловчи жадвал ёрдамида функцияниң ўсувчи ёки камаювчи эканини аниқлаш мүмкинми?

Жадвал ёрдамида функция ўсувчи ёки камаювчи ёки ўсувчи ҳам эмас, камаювчи ҳам эмаслигини аниқлаш мүмкін. Бунинг учун аргумент қийматларини ўсиш ёки камайиш тартибида жойлаштириб, уларга мос функцияниң қийматлари қандай ўзгаришини қараб чиқиши керак. Жадвалда аргументнинг қийматлари 15; 18; 20; 21;

30; 40 ўсиш тартиби билан ва уларга мос функцияниянг қийматлари
30; 36; 40; 42; 60; 120 ҳам ўсиш тартиби билан жойлашган.

Бундан жадвал орқали берилған функция ўсувчи.

Ихтиёрий жадвал функция бўлавермайди.

Масалан, 20.2-жадвал функция бўлмайди. Чунки x аргументнинг битта қийматига (1 га) функцияниянг иккита қиймати (4 ва 5) мос келади. Шу сабабли бу жадвал функция бўлмайди.

20.2-жадвал

x	0	1	1	2
y	3	4	5	6



- Жадвалнинг функцияни аниқлашини қандай билиш мүмкин?
- Жадвалда аргументнинг қийматларини ўсиш ёки камайиш тартибида жойлаштириш шартми?

Машқлар

A

20.1. 20.3-жадвал функция бўладими?

20.3-жадвал

1)

x	1	2	3
y	0,5	1	1,5

3)

x	1	2	1
y	-1	-2	1

2)

x	-1	-2	1	2
y	1	2	1	2

4)

x	4	2	1
y	0	0	0

20.2. 20.4-жадвал билан берилған y функцияниянг аниқланиш соҳасини топинг.

20.4-жадвал

1)

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

2)

x	1	4	2	9
y	-1	-2	1	3

20.3. 20.5-жадвал билан берилган функция үсувчи бўладими ёки камаювчи?

20.5-жадвал

1)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>12</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	x	7	8	9	12	y	1	2	3	4
x	7	8	9	12							
y	1	2	3	4							

3)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>10</th><th>20</th><th>30</th><th>40</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>5</td><td>15</td><td>10</td><td>20</td></tr> </tbody> </table>	x	10	20	30	40	y	5	15	10	20
x	10	20	30	40							
y	5	15	10	20							

5)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>90</th><th>80</th><th>70</th><th>60</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td></tr> </tbody> </table>	x	90	80	70	60	y	6	12	18	24
x	90	80	70	60							
y	6	12	18	24							

7)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>0</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr> </tbody> </table>	x	4	5	6	7	y	0	5	4	6
x	4	5	6	7							
y	0	5	4	6							

2)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>44</th><th>30</th><th>15</th><th>6</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>40</td><td>20</td><td>10</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	44	30	15	6	y	40	20	10	1
x	44	30	15	6							
y	40	20	10	1							

4)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>11</th><th>12</th><th>13</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>15</td><td>14</td><td>13</td><td>12</td></tr> </tbody> </table>	x	11	12	13	14	y	15	14	13	12
x	11	12	13	14							
y	15	14	13	12							

6)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>3</th><th>5</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>10</td><td>30</td><td>50</td><td>40</td></tr> </tbody> </table>	x	1	3	5	4	y	10	30	50	40
x	1	3	5	4							
y	10	30	50	40							

8)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>$\frac{1}{2}$</th><th>$\frac{1}{3}$</th><th>$\frac{1}{4}$</th><th>$\frac{1}{5}$</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>$-\frac{1}{5}$</td></tr> </tbody> </table>	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$
x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$							
y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$							

20.4. 20.6-жадвал билан берилган функцияни формула орқали ёзинг.

20.6-жадвал

1)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	3	6	9	12
x	1	2	3	4							
y	3	6	9	12							

2)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	4	7	10	13
x	1	2	3	4							
y	4	7	10	13							

3)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>11</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	2	5	8	11
x	1	2	3	4							
y	2	5	8	11							

4)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>-3</td><td>-6</td><td>-9</td><td>-12</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	-3	-6	-9	-12
x	1	2	3	4							
y	-3	-6	-9	-12							

5)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>-2</td><td>-5</td><td>-8</td><td>-11</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	-2	-5	-8	-11
x	1	2	3	4							
y	-2	-5	-8	-11							

6)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td><td>-4</td><td>-7</td><td>-10</td><td>-13</td></tr> </tbody> </table>	x	1	2	3	4	y	-4	-7	-10	-13
x	1	2	3	4							
y	-4	-7	-10	-13							

Функцияning аниқланиш соҳаси қандай сонлардан ташкил топган?

Функцияning қайсилари үсувчи, қайсилари камаювчи?

B

- 20.5.** 20.7-жадвал ёрдамида функциянынг аниқланиш соҳасини топинг ва функциянынг ўсуви ёки камаючи бўладиган оралиқларини аниқланг.

20.7-жадвал

1)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	2	4	8	16	32	64

2)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$

3)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	3	9	27	81	243	729

4)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$

5)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

6)

x	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
y	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{25}$

7)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-27	-8	-1	0	1	8	27

8)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{8}$	-1	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{27}$

C

- 20.6.** 20.5-машқдаги жадвалларда берилганлардан фойдаланиб, функцияларни формула орқали ифодаланг.

20.7. Агар $y = x^2$ формула орқали берилған функцияның аниқланиш соҳаси:

- 1) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;$ 2) $-30; -20; -10; 0; 10; 20; 30;$
 3) $-8; -7; -6; -5; -4;$ 4) $-0,3; -0,2; -0,1; 0; 0,1; 0,2; 0,3;$
 5) $-\frac{1}{100}; -\frac{1}{10}; \frac{1}{10}; \frac{1}{100};$ 6) $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$

сонлардан ташкил топған бўлса, ушбу функцияларни жадвал ёрдамида кўрсатинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

20.8. Координаталар текислигига қўйидаги нуқталарни белгиланг:

$A(-3; 4), B(5; 6), C(2; -3), D(-1,5; -2), M(0; -2), N(3; 0)$.

20.9. 1) Абсцисса ўқига тегишли бўлган бир нечта нуқта, ординаталар ўқига тегишли бўлган бир нечта нуқталарни белгиланг. Ушбу нуқталар координаталарининг қандай ўзига хосликлари бор?

2) Абсцисса ўқидан юқорида жойлашган бир нечта нуқта ва абсцисса ўқидан қўйида жойлашган бир нечта нуқта белгиланг. Ушбу нуқталар координаталарининг қандай ўзига хосликлари бор?

3) Ординаталар ўқининг чап томонида жойлашган бир нечта нуқта ва ординаталар ўқининг ўнг томонида жойлашган бир нечта нуқта белгиланг. Ушбу нуқталар координаталарининг қандай ўзига хосликлари бор?

21-§. ФУНКЦИЯНИ ГРАФИК УСУЛДА БЕРИШ



Функцияни график орқали қандай бериш мүмкін?

Функцияни график орқали яғни координаталар текислигининг нүкталар түплами орқали бериш мүмкін. Бу түплам чексиз ёки чекли (бир нечта нүктадан ташкил топған) бўлиши мүмкін. Бу нүкталарнинг абсциссалари боғлиқ бўлмаган ўзгарувчига (x аргументга), ординаталари эса боғлиқ бўлган ўзгарувчига (y функцияниг қийматига) тенг.



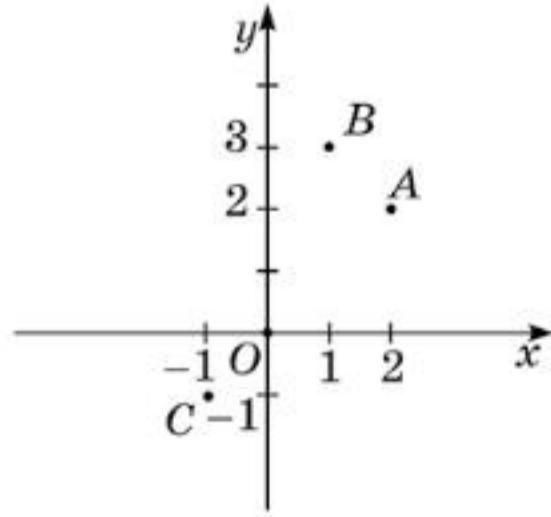
Функция қандай мақсадда график орқали берилади?

Масалан, графиги учта нүктадан ташкил топған функцияниг $x = 2$ аргументга функцияниг $y = 2$ қиймати мос, чунки бу қийматлар $A(2; 2)$ нүктанинг координаталари ҳисобланади:

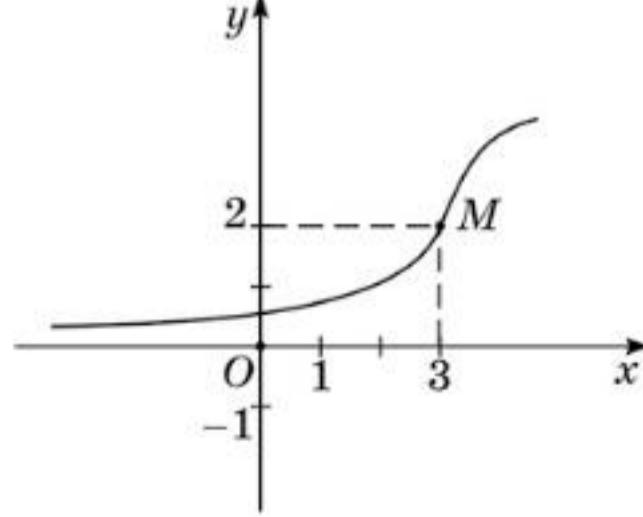
$x = 1$ аргументга функцияниг $y = 3$ қиймати мос келади, чунки улар $B(1; 3)$ нүктанинг координаталари (21.1-расм).

$x = -1$ аргументга функцияниг $y = -1$ қиймати мос келади, чунки улар $C(-1; -1)$ нүктанинг координаталари (21.1-расм).

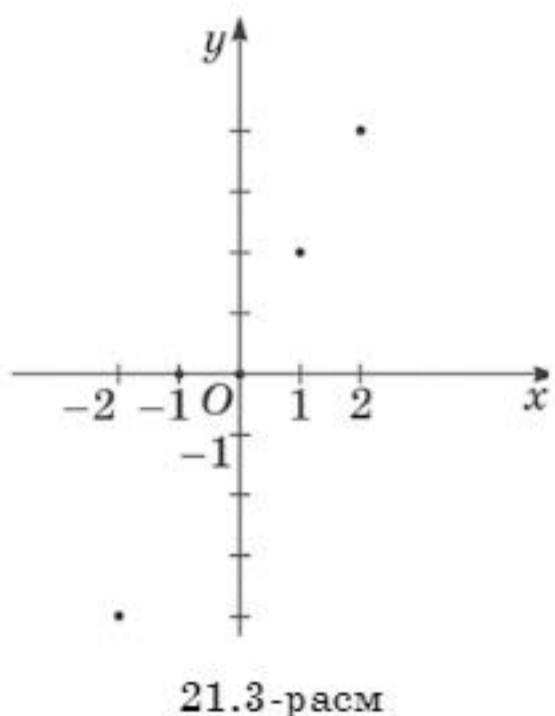
Агар функцияниг графиги тўғри чизик бўлса, у ҳолда аргумент билан функцияниг мос қийматлари қўйидагича топилади. График бўйича аргументи 3 га тенг бўлган функцияниг мос қийматини топиш учун абсциссаси 3 сонига тенг нүқта орқали Ox ўқига перпендикуляр ўтказилади (21.2-расм). Сўнгра шу перпендикуляр билан функция графигининг кесишиш нүқтаси топилади. Кўрилаётган мисолда у M нүқта. Энди шу нүктанинг ординатасини аниқлаймиз. Бунинг учун M нүктадан Oy ўқига перпендикуляр ўтказилади. Демак, аргументнинг 3 га тенг бўлган қийматига функцияниг 2 га тенг қиймати мос келади.



21.1-расм



21.2-расм



Графикнинг функцияни аниклашини қандай билиш мүмкін?

График бүйіча функцияниң аникланиш соҳаси қандай топилади? График ёрдамида функцияниң аникланиш соҳасини осон топиш мүмкін. Бунинг учун графикнинг барча нұқталарининг абсциссаларини топиш керак.

Масалан, 21.3-расмда берилған функцияниң аникланиш соҳаси $-2, -1, 0, 1, 2$ сонлардан ташкил топған. 21.4-а расмда функцияниң аникланиш соҳаси $[-2; 3]$ сонлар оралиғи, 21.1-б расмда функцияниң аникланиш соҳаси $(-\infty; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади.

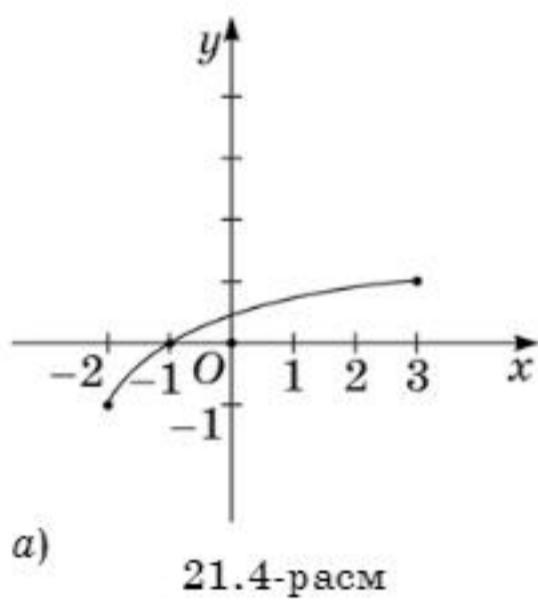


График бүйіча функцияниң үсиш ёки камайиш оралиғи осон аникланади.

Масалан:

1) 21.3-расмда функция үсуви ҳам эмас, камаючи ҳам эмас. Чунки x аргументнинг қиймати -1 дан 0 гача үсганданда функцияниң қиймати үзгармай нолга teng бўлиб қолаверади;

2) 21.4-а расмда функция үсуви, чунки график чапдан ўнгга томон кўтарилади;

3) 21.4-б расмда функция камаючи, чунки график чапдан ўнгга томон пастга тушади.

21.5-расмдан функцияниң үсмаслигини, камаймаслигини кўрамиз. Расмдан функцияниң аникланиш соҳасида яъни $(-\infty; +\infty)$ оралиқда үсуви ҳам, камаючи ҳам эмаслигини кўрамиз. Бир қисми чапдан ўнгга томон пастга тушади, иккинчи қисми эса юқорига кўтарилади. Бу ҳолда $(-\infty; -1]$ оралиқда функция камаяди, $[-1; +\infty)$ оралиқда эса функция үсади деб аталади.

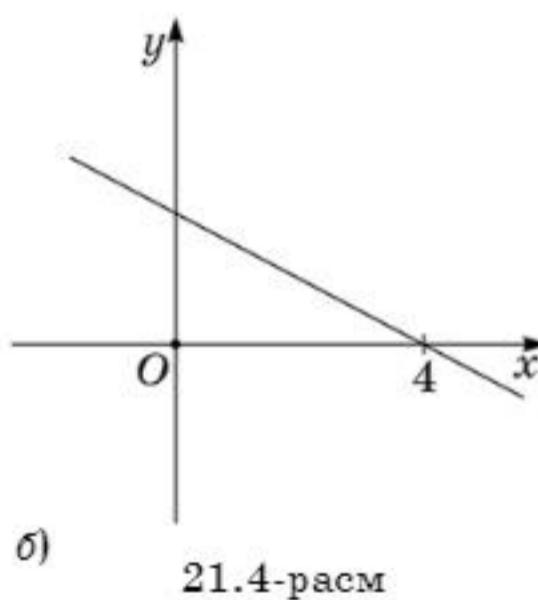


График ёрдамида функцияниң үсуви ёки камаючи эканини қандай аниклаш мүмкін?

График бүйич аргументнинг қандай қийматларида функцияның қиймати нолга тенг, нолдан катта ёки нолдан кичик эканини аниклаш мүмкін.

Масалан,

1) 21.3-расмда функцияның қиймати x нинг -1 ва 0 қийматларида нолга тенг;

x нинг 1 ва 2 қийматларида нолдан катта; x нинг -2 қийматыда нолдан кичик;

2) 21.4-*a* расмда берилған функцияның қиймати x нинг -1 қийматыда нолга тенг; $(-1; 3]$ сонлар оралиғида нолдан катта, чунки аргументнинг бу қийматлари учун функцияның графиги абсцисса үқидан юқорида жойлашған;

$[-2; -1)$ сонлар оралиғида нолдан кичик, чунки аргументнинг бу қийматларида функцияның графиги абсцисса үқидан қуида жойлашған;

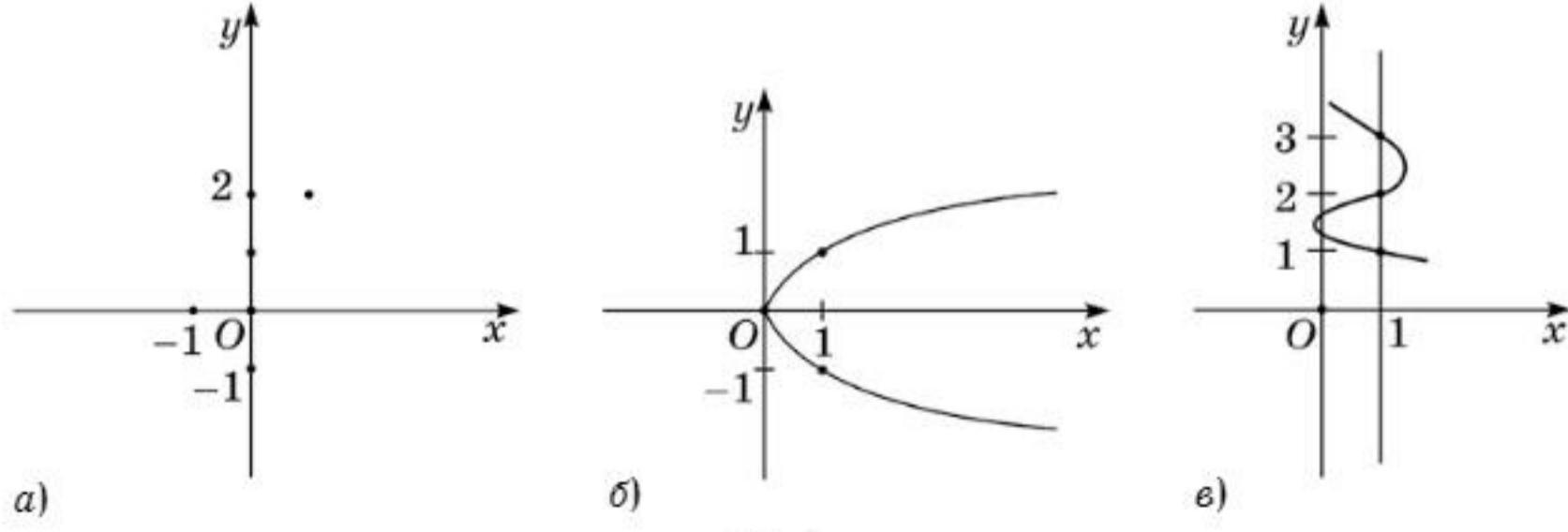
21.4-*b* расмда берилған функцияның қиймати x нинг 4 га тенг қийматыда нолга тенг; $(-\infty; 4]$ сонлар оралиғида нолдан катта, чунки аргументнинг бу қийматлари учун функцияның графиги абсцисса үқидан юқорида жойлашған; $(4; +\infty)$ сонлар оралиғида нолдан кичик, чунки аргументнинг бу қийматларида функцияның графиги абсцисса үқидан қуида жойлашған.

Ихтиёрий график функция бұлавермайды. Масалан, 21.6-*a, b, e* расмлардаги графиклар функция бўлмайды.



Аргументнинг қандай қийматларида функцияның қийматлари мусбат ёки манфий бўлишини аникловчи графикнинг нуқталари қаерда жойлашган?

Расмларга кўра x ўзгарувчининг битта қийматига у ўзгарувчининг бир нечта қиймати мос келади. *Масалан*, 21.6-*a* расмда $x = 0$ қийматга у ўзгарувчининг $-1; 0; 1; 2$ бўлган тўртта қиймати мос



21.6-расм

келади; 21.6-б расмда $x = 1$ қийматга y үзгарувчининг 1 ва -1 бўлган иккита қиймати мос келади; 21.6-в расмда $x = 1$ қийматга y үзгарувчининг 1; 2; 3 бўлган учта қиймати мос келади.

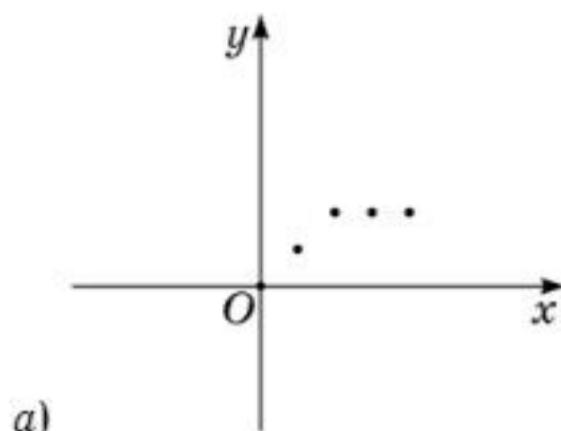


1. Координаталар текислигининг учта нуқтаси функцияниң графиги бўла оладими?
2. Ихтиёрий график функция бўла оладими?

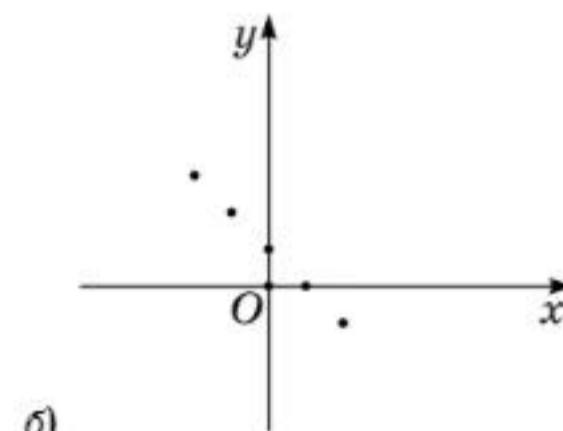
Машқлар

A

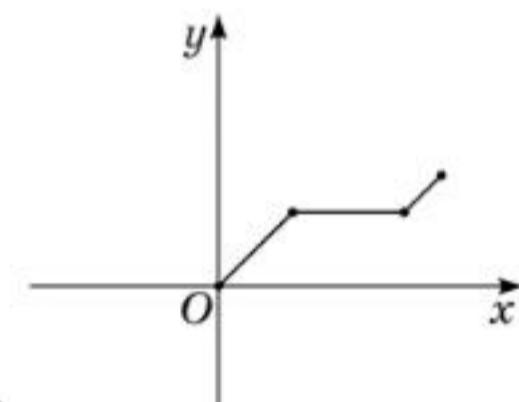
21.1. 21.7-расмда берилган график функция бўла оладими?



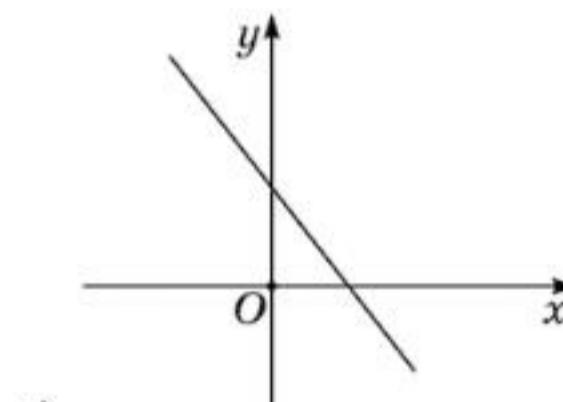
a)



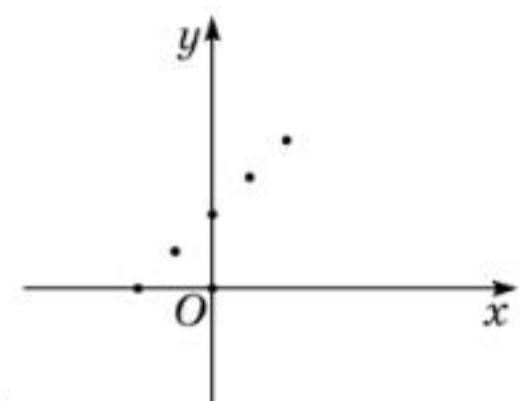
б)



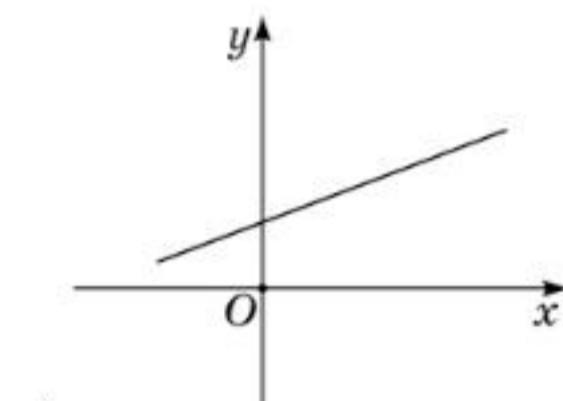
в)



г)



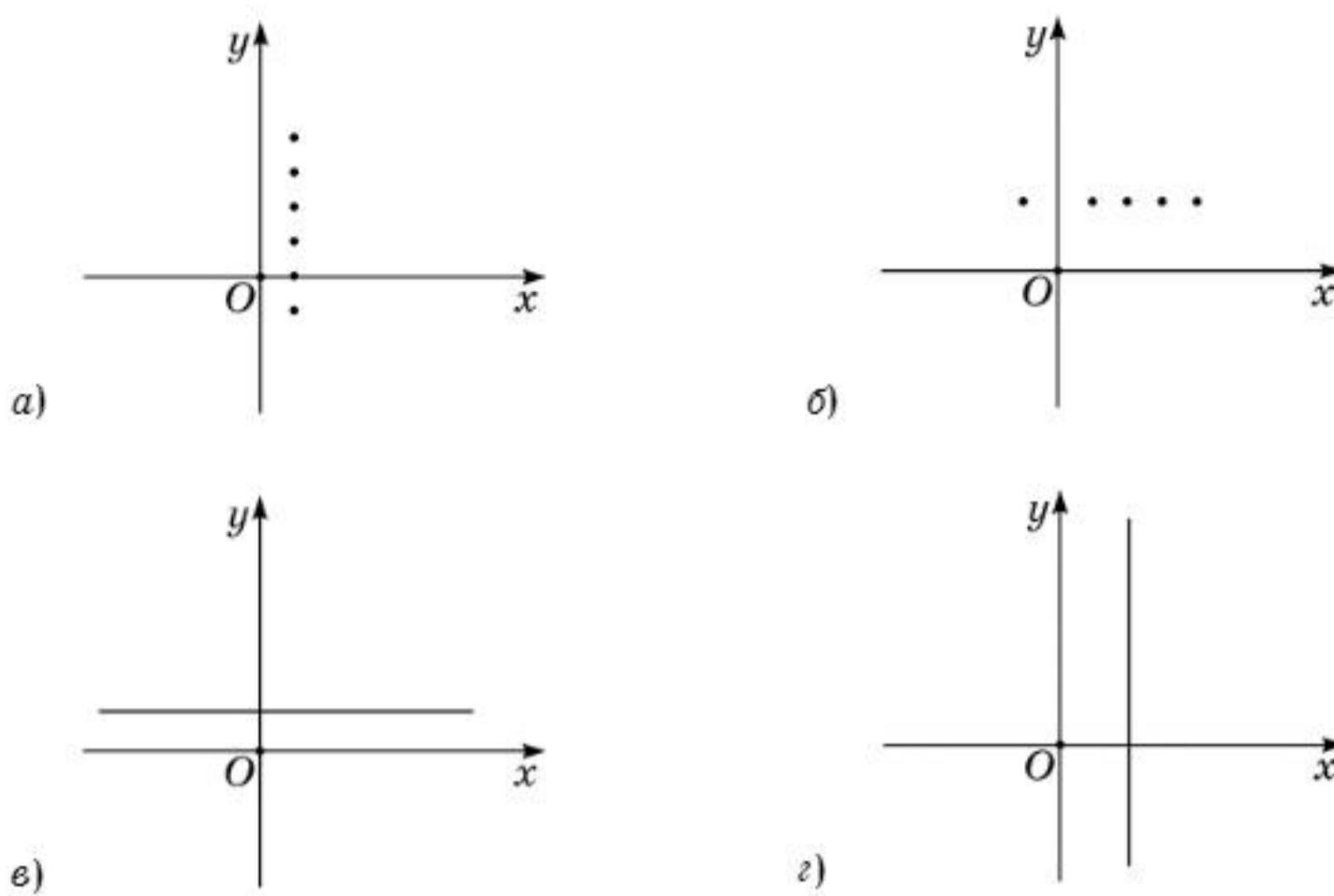
д)



е)

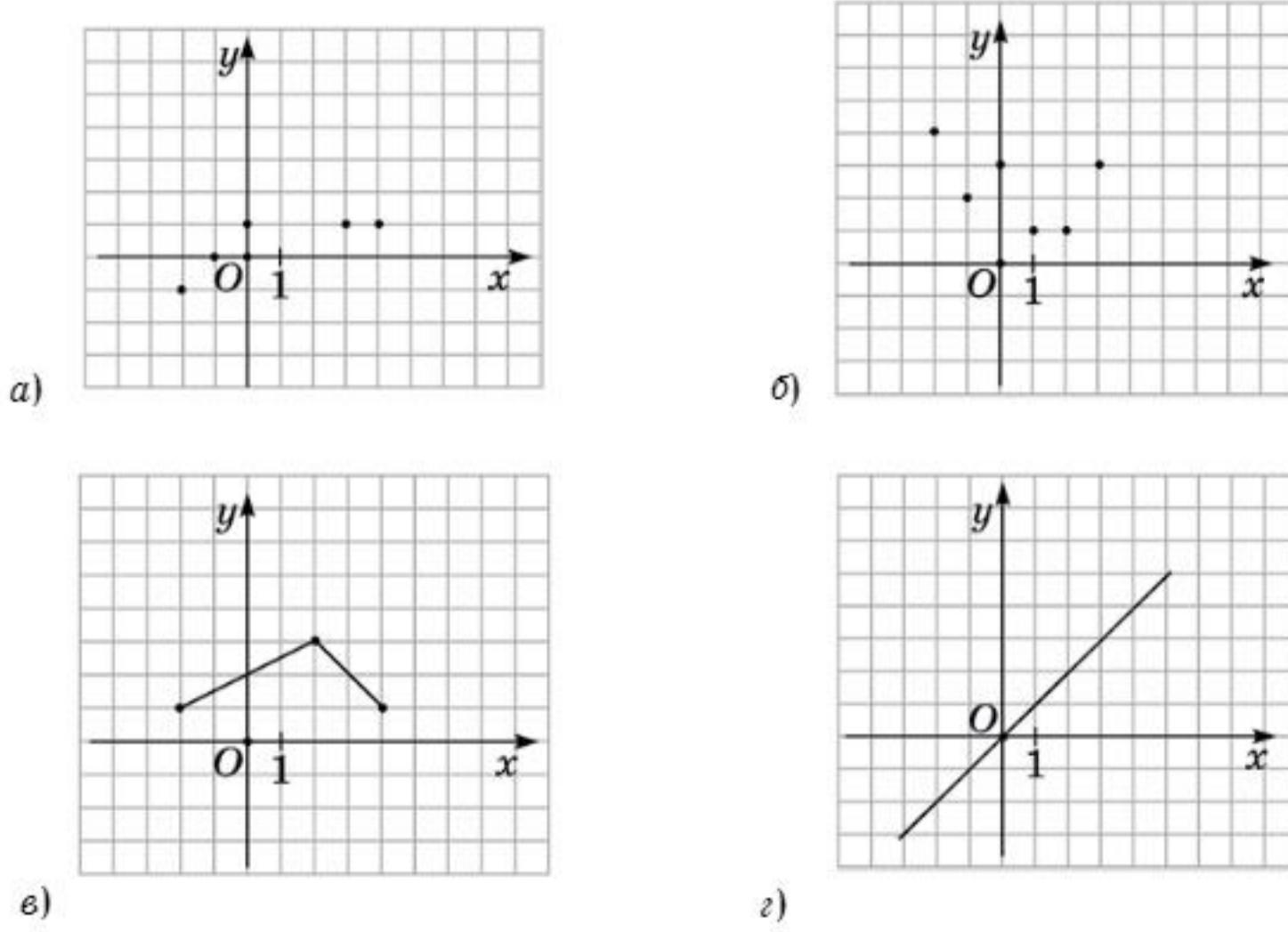
21.7-расм

21.2. 21.8-расмда берилган график функция бўла оладими?



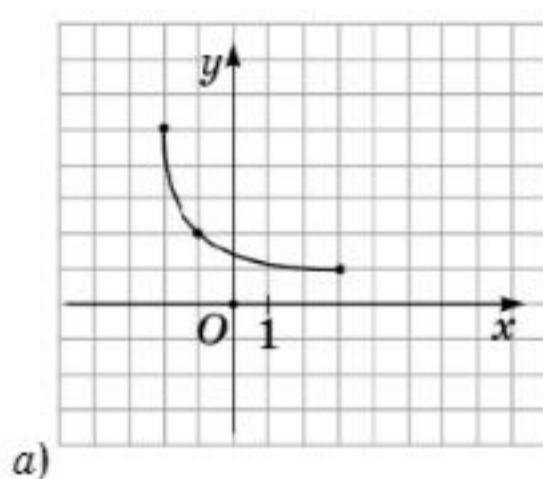
21.8-расм

21.3. 21.9-расмда берилган график ёрдамида функциянинг аниқланиш соҳасини топинг:

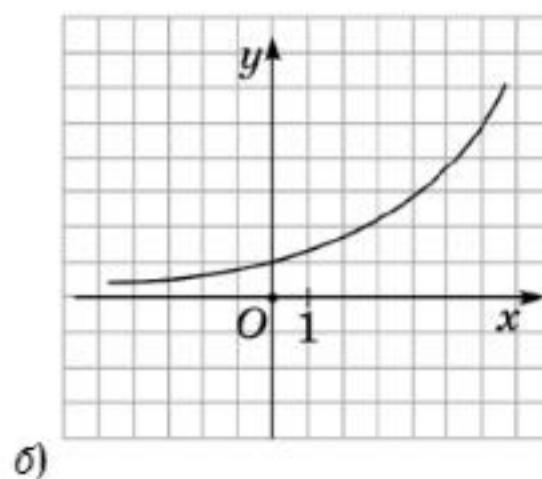


21.9-расм

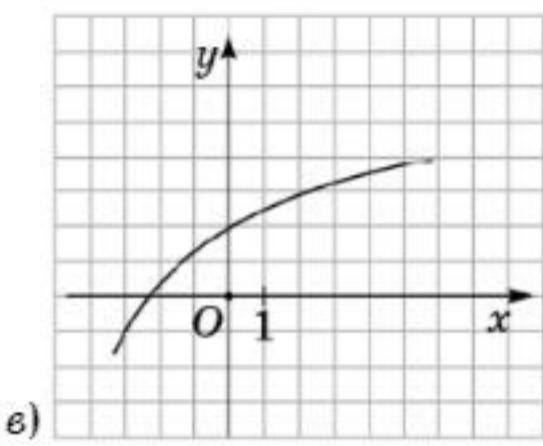
21.4. 21.10-расмда берилган график ёрдамида функцияниянг аниқланиш соҳасини топинг.



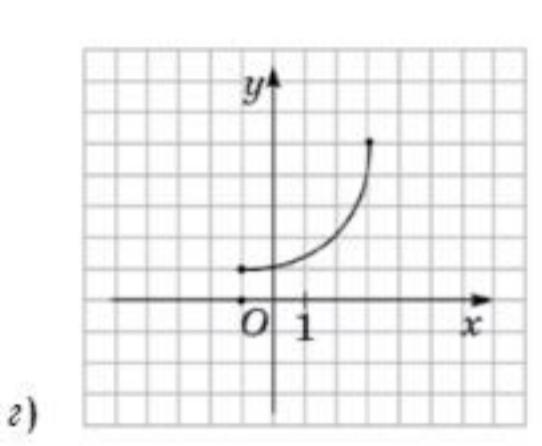
a)



б)



в)



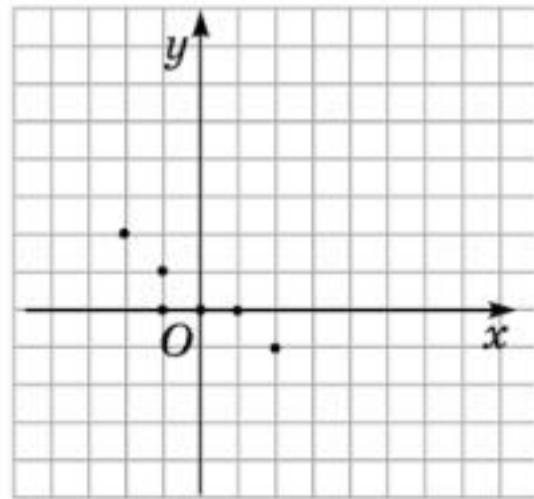
е)

21.10-расм

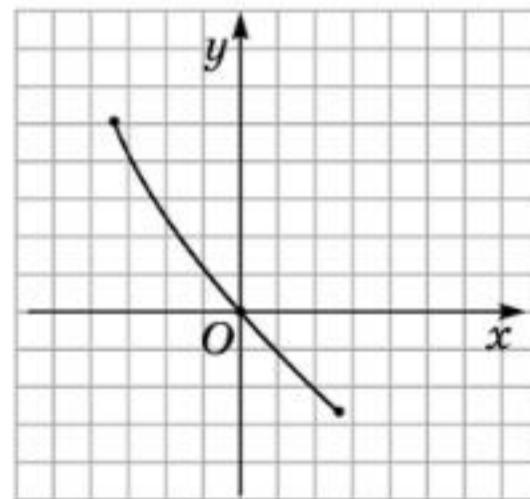
21.5. 21.10-расмда берилган график ёрдамида үсувчи функцияларни, камаювчи функцияларни аниқланг.

21.6. 21.11-расмда берилган график ёрдамида функцияниянг

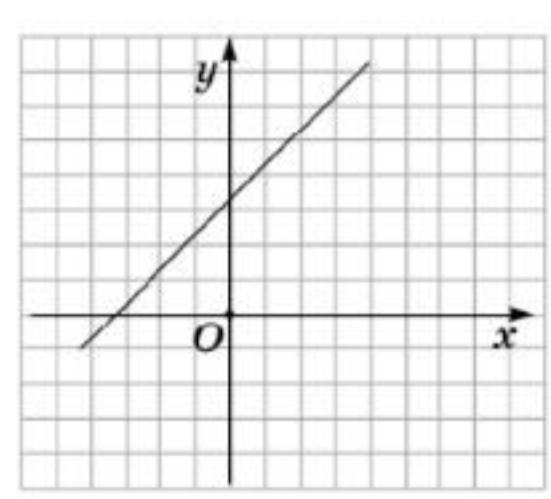
- 1) аниқланиш соҳасини;
- 2) аргументнинг қандай қийматларида функцияниянг нолга тенг бўлишини;
- 3) а) үсиш; б) камайиш сон оралиqlарини топинг.



а)



б)



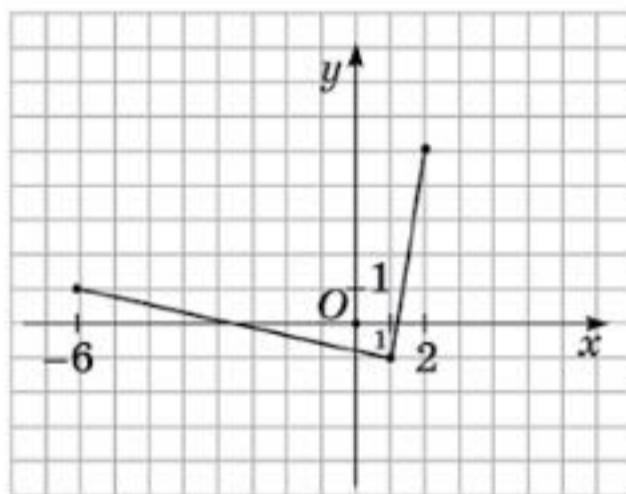
в)

21.11-расм

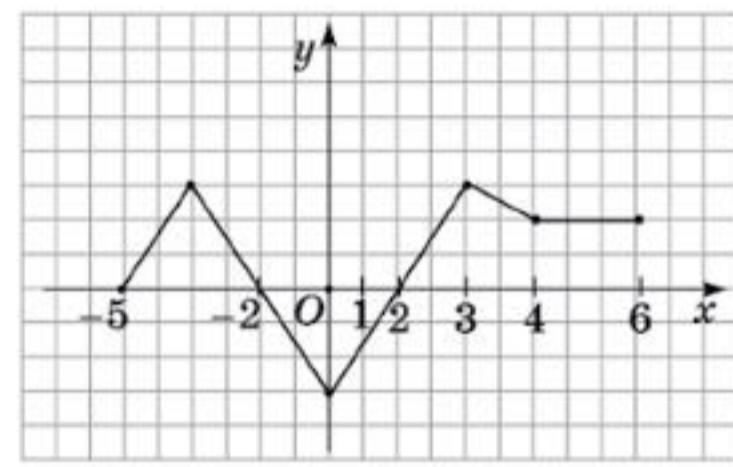
B

21.7. 21.12-расмда берилган график ёрдамида функцияниңг

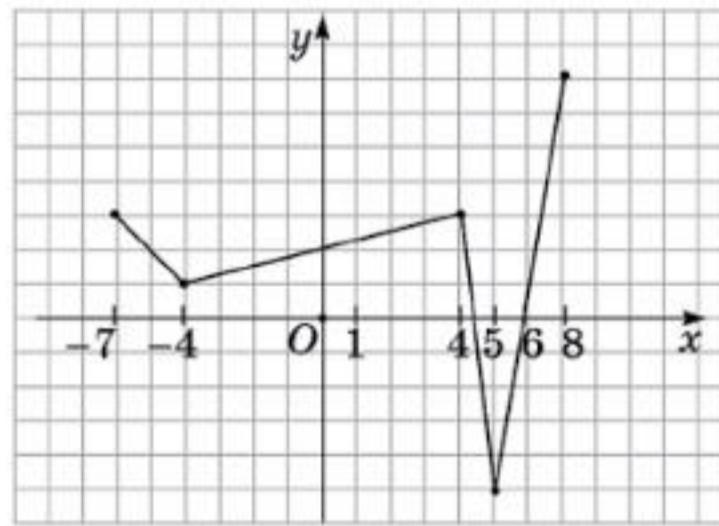
- 1) аниқланиш соҳасини;
- 2) аргументнинг қандай қийматларида функцияниң нольга тенг бўлишини;
- 3) а) ўсиш; б) камайиш сон оралиқларини;
- 4) функцияниң а) мусбат; б) манфий бўладиган сон оралиқларини топинг.



a)



б)



в)

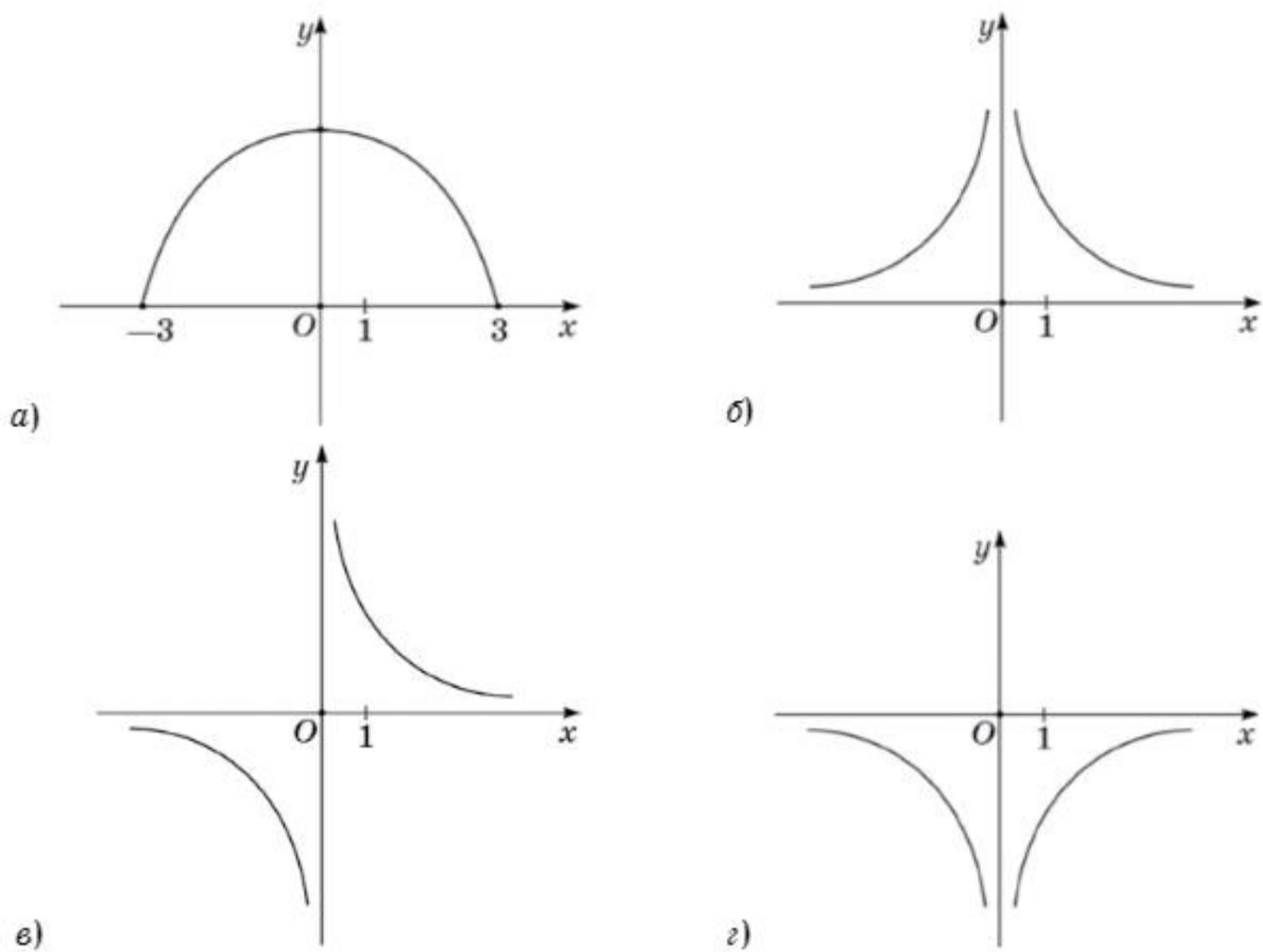
21.12-расм

21.8. Агар $y = 5x - 3$ функцияниң аниқланиш соҳаси $-1; 0; 0,5; 1; 1,5$ сонлар бўлса, у ҳолда функцияни жадвал ёрдамида беринг ва графигини ясанг.

C

21.9. 21.13-расмда берилган график ёрдамида функцияниңг

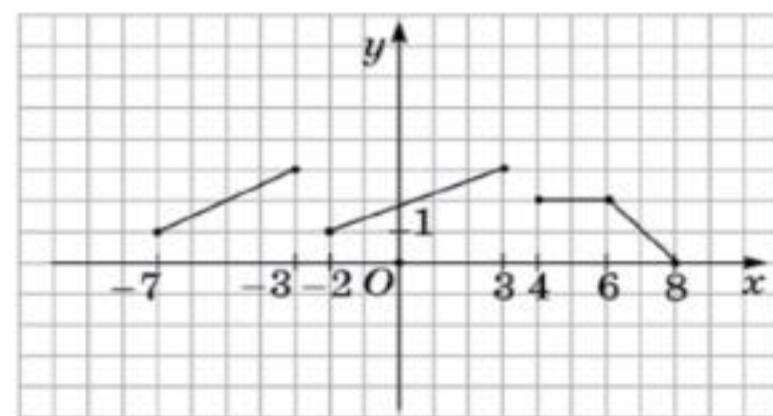
- 1) аниқланиш соҳасини;
- 2) аргументнинг қандай қийматларида функцияниң нолга тенг бўлишини;
- 3) а) ўсиш; б) камайиш сон оралиқларини топинг.



21.13-расм

21.10. 21.14-расмда берилган график ёрдамида функцияниянг

- 1) аниқланиш соҳасини;
- 2) аргументнинг қандай қийматларида функцияниянг нолга тенг бўлишини;
- 3) а) ўсиш; б) камайиш сон оралиқларини;
- 4) функцияниянг а) мусбат; б) манфий бўладиган сон оралиқларини топинг.



21.14-расм

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

21.11. Агар $y = \frac{1}{3}x$ бўлса, у ҳолда 21.1-жадвални тўлдиринг:

21.1-жадвал

x	-9	-6	-3	0	3	6	9
y							

21.12. 21.11-машқда $(x; y)$ координаталари билан берилган нуқталарни координаталар текислигига белгиланг.

22-§. ЧИЗИҚЛИ ФУНКЦИЯ ВА УНИНГ ГРАФИГИ



$y = kx + b$ формуланинг графигини қандай ясаш мүмкін? Графикнинг жойлашиши k ва b қийматларга қандай бөлік бўлади?

Таъриф. $y = kx + b$ формула ёрдамида (бу ерда x — эркли ўзгарувчи, k ва b — ихтиёрий сонлар) бериш мүмкін бўлган функция чизиқли функция деб аталади.

Масалан, $y = \frac{1}{2}x + 7$; $y = -2x + 3,4$; $y = 7$; $y = 12x$; $y = 0$ — чизиқли функциялар.

$y = -3x + 2$ чизиқли функцияни кўриб чиқиб, графигини ясаймиз. Координаталари аргументнинг ва функциянинг қийматлари бўлган нуқталардан ташкил топгани учун аввал аргументнинг қандай қийматлар қабул қилишини аниқлаймиз. Яъни, $y = -3x + 2$ функцияниг аниқланиш соҳасини топамиз. x нинг ўрнига ихтиёрий сон қўйиш мүмкін. Чунки x нинг ихтиёрий қийматида $-3x$ кўпайтманинг қийматини топиб, натижага 2 сонини қўшиш мүмкін. Демак, аниқланиш соҳаси барча сонлардан ташкил топган.

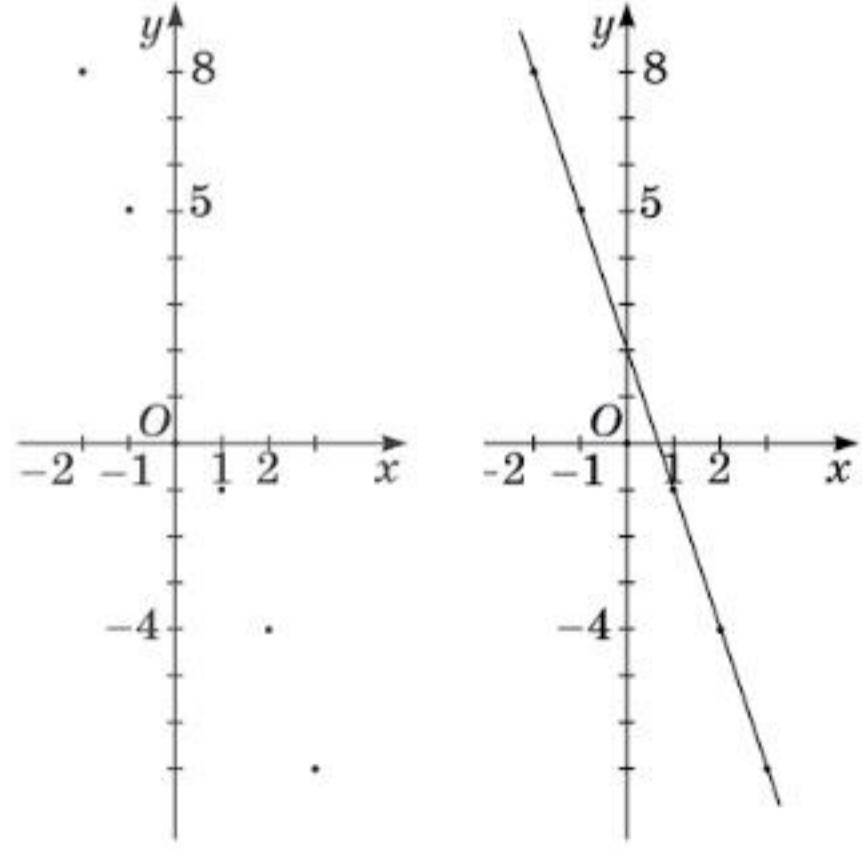
22.1-жадвални тузамиз:

22.1-жадвал

x	-2	-1	0	1	2	3
y	8	5	2	-1	-4	-7

Координаталари $(-2; 8)$; $(-1; 5)$; $(0; 2)$; $(1; -1)$, $(2; -4)$; $(3; -7)$ жуфтлар бўлган нуқталарни белгилаймиз (22.1-расм).

Бу нуқталар $y = -3x + 2$ функция графигининг барча нуқталари эмас, чунки унинг аниқланиш соҳаси $-2; -1; 0; 1; 2; 3$ олтида нуқталарданга эмас, барча нуқталардан ташкил топган. Агар $y = -3x + 2$ функция графигига тегишли бошқа нуқталарни белгиласак, у ҳолда уларнинг белгиланган нуқталар орқали ўтувчи битта тўғри чизиқда ётишини кўрсата оламиз. Бу тўғри чизиқ $y = -3x + 2$ функциянинг графиги бўлади (22.2-расм).



22.1-расм

22.2-расм

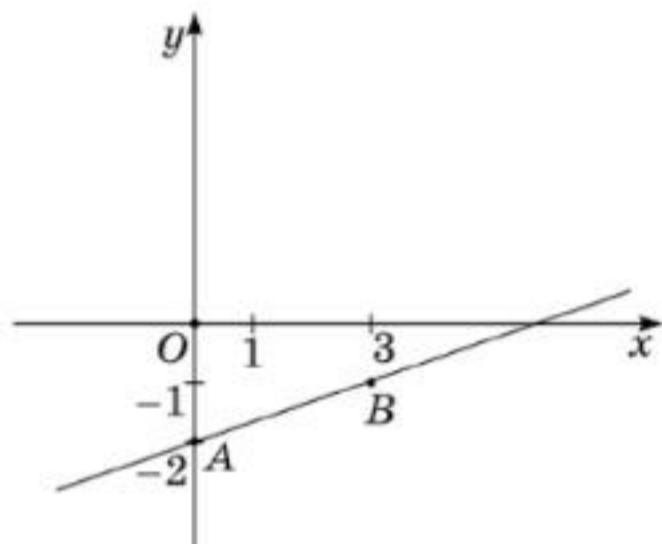
$y = kx + b$ (бу ерда k ва b — сонлар) чизиқли функцияның графиги түғри чизиқ бўлади.



Чизиқли функцияның графигини ясаш учун нечта нуқта етарли?

Чизиқли функцияның графигини ясаш учун иккита нуқта белгилаб, улар орқали түғри чизиқ ўтказиш керак.

Масалан, $y = \frac{1}{3}x - 2$ функцияның графигини ясаймиз. Бунинг учун 22.2-жадвални тузамиз. Сўнгра координаталар текислигида $A(0; -2)$ ва $B(3; -1)$ нуқталарни белгилаб, түғри чизиқ ўтказамиз (22.3-расм).

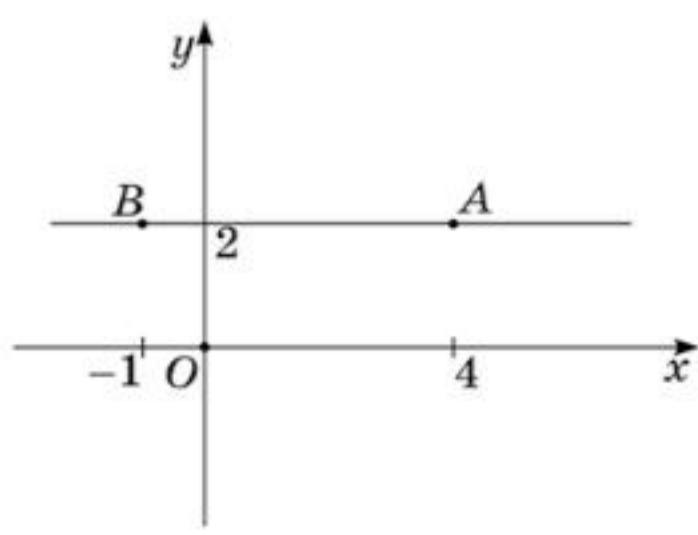


22.3-расм

22.2-жадвал	
x	y
0	-2
3	-1

$y = kx + b$ чизиқли функцияның k ёки b нолга тенг бўлганда графикларини кўриб чиқамиз. Агар $k = 0$ бўлса, у ҳолда функция $y = 0 \cdot x + b$ ёки $y = b$ кўринишга келади. Масалан, $y = 2$ функцияның графигини ясаймиз. Бунинг учун иккита нуқта белгилаймиз. Аргументнинг 4 ва -1 қийматларини олиб, $y = 0 \cdot x + 2$ формулага қўямиз: $x = 4$ бўлганда $y = 2$; $x = -1$ бўлганда $y = 2$ (22.3-жадвал).

Графикни ясаш учун иккита нуқта белгилаймиз. Аргументнинг 4 ва -1 қийматларини олиб, $y = 0 \cdot x + 2$ формулага қўямиз: $x = 4$ бўлганда $y = 2$; $x = -1$ бўлганда $y = 2$ (22.3-жадвал).



22.4-расм

22.3-жадвал	
x	y
4	2
-1	2

$A(4; 2)$ ва $B(-1; 2)$ нуқталарни белгилаб, түғри чизиқ ўтказамиз (22.4-расм). Ҳосил бўлган түғри чизиқ Ox ўқига параллель. Бу түғри чизиқ Oy ўқини ординатаси 2 га тенг бўлган нуқтада кесиб ўтади. Бундан

Демак, $y = -2$ функцияның графигини ясаш учун Ox ўқига параллель ва

Oy ўқини ординатаси -2 га teng бўлган нуқта орқали кесиб ўтувчи тўғри чизик ўтказиш керак.

$y = b$ функцияның графиги Ox ўқига параллель ва ординатасы b сонига тенг бўлган нуқта орқали ўтади.

Агар $k = 0$ ва $b = 0$ бўлса, у ҳолда $y = 0$ функцияниң графиги Ox ўқи билан устма-уст тушади.

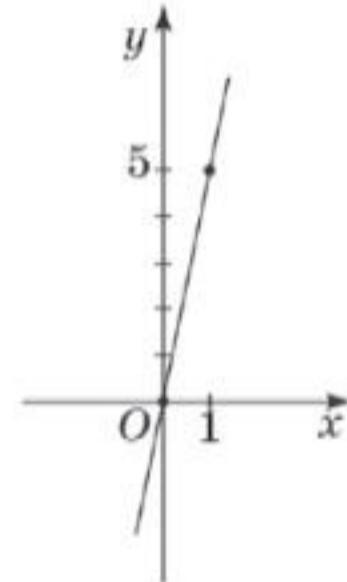
$y = kx + b$ чизиқли функцияning $b = 0$ ҳолдаги графигини күриб чиқамиз. Бу ҳолда функция $y = kx$ күринишга келади. Бу функцияning графиги k нинг ихтиёрий қийматыда координаталар боши яъни $O(0; 0)$ нуқта орқали ўтади. Дарҳақиқат, $x = 0$ бўлганда, $y = kx$ нолга teng.



Қандай ҳолларда чизиқли функцияның графигини ясаш учун биттагина нүкта белгилаш етарли?

$y = kx$ функцияниң графигини ясаш үчүн $O(0; 0)$ нүктадан бошқа яна битта нүктаниң координатасини топиш керак.

Масалан, $y = 5x$ функциянынг графигини ясаймиз. Агар $x = 1$ бўлса, у ҳолда $y = 5$. Демак, $y = 5x$ функциянынг графиги бўлган тўғри чизик $O(0; 0)$ ва $A(1; 5)$ нуқталар орқали ўтади (22.5-расм).



22.5-pacm



1. Қандай функциялар чизиқли функциялар деб аталади?
 2. Чизиқли функцияларга мисоллар келтириңг.
 3. Чизиқли функциянынг графиги қандай чизик бўлади?
 4. Чизиқли функциянынг графиги:
 - 1) абсцисса ўқига параллель; 2) ординаталар ўқига параллель бўлади?
 5. Чизиқли функция графигининг координаталар ўқлари билан кесишиш нуқталари қандай топилади?
 6. $y = kx + b$ чизиқли функциянынг графиги бўйича k ва b нинг ишораларини қандай аниqlаш мумкин?
 7. $y = kx$ функциянынг графиги қандай ясалади? Графикнинг жойлашиши k билан қандай боғланган?

Машқлар**A**

22.1. Чизиқли функция бўладими:

- 1) $y = x + 1,9$;
- 2) $y = 13 - x$;
- 3) $y = x^2 - 5$;
- 4) $y = 5\frac{1}{3}$;
- 5) $y = 0,5x - 3$;
- 6) $y = -\frac{x}{11} + 3$?

22.2. 1) $y = 4x - 3$;

2) $y = 5 + 2x$;

- 3) $y = 7 - \frac{2}{3}x$;
- 4) $y = \frac{5}{6}x + 2$

чизиқли функция берилган. Агар $x = 0$; $x = -3$; $x = 9$; $x = 1,5$ бўлса, у ҳолда y ни топинг.

22.3. 1) $y = 7,2 - 2,4x$;

2) $y = \frac{2}{3} + 6x$;

- 3) $y = -\frac{3}{8}x + 7,5$;
- 4) $y = -4,6x - 1\frac{1}{3}$

чизиқли функция берилган. Агар $y = 1$; $y = -1$; $y = -\frac{2}{3}$; $y = 5$ бўлса, у ҳолда x ни топинг.

22.4. Функция графигини ясанг:

- 1) $y = x + 4$;
- 2) $y = x - 2$;
- 3) $y = 7 - x$;
- 4) $y = -3 - x$;
- 5) $y = 0,6x - 1$;
- 6) $y = 3 + 2,5x$;
- 7) $y = \frac{1}{3}x + 9$;
- 8) $y = 6 - \frac{5}{6}x$.

22.5. $y = 3x - 6$ формула билан берилган функцияниң графигини ясанг. График ёрдамида:

- 1) x нинг $-2; -1; 0; 1,5; 3; 4$ қийматларига мос y ни топинг;
- 2) x нинг қандай қийматларида y нинг қиймати $6; 1,5; 0; -1,5; -3$ бўлишини топинг.

B

22.6. $y = -1 - 3x$ формула билан берилган функцияниң графигини ясанг. График ёрдамида:

- 1) x нинг $-3; -1; 0; 1,5; 2$ қийматларига мос y ни топинг;
- 2) x нинг қандай қийматларида y нинг қиймати $-4; -2,5; -1; 3,5; 5$ бўлишини топинг.

22.7. $A(-2; -2)$; $B(-1; -1)$; $C(1; 2)$; $D(2; 4)$ нуқталар $y = 1,5x + 1$ функция графигига тегишли бўладими?

- 22.8.** $A\left(1; \frac{29}{14}\right); B\left(0; \frac{4}{7}\right); C\left(1; \frac{13}{14}\right); D\left(-2; -\frac{17}{7}\right); E\left(\frac{2}{7}; -\frac{1}{7}\right)$ нүкталардан қайсилари $y = -\frac{4}{7} + 1,5x$ функцияның графигига тегишли?
- 22.9.** Функция графигининг координаталар үклари билан кесишиш нүкталарининг координаталарини топиб, графигини ясанг:
- 1) $y = 5x - 5$;
 - 2) $y = 3,8 - 0,2x$;
 - 3) $y = -10 + 2,5x$;
 - 4) $y = -\frac{2}{7}x + 1$;
 - 5) $y = 1\frac{5}{6}x - 2,2$;
 - 6) $y = \frac{x-8}{5}$.

C

- 22.10.** $y = -1,2x + b$ функцияның графиги 1) $A(0; 2,4)$; 2) $B(5; -9,6)$ нүкта орқали ўтса, b ни топинг.
- 22.11.** $y = \frac{1}{3}x + b$ функцияның графиги 1) $C(3; -4)$; 2) $D(-6; 9)$ нүкталар орқали ўтса b ни топинг.
- 22.12.** $y = kx + \frac{6}{7}$ функцияның графиги 1) $E(-1; 1)$; 2) $F(7; -2)$ нүкта орқали ўтса, k ни топинг.
- 22.13.** $y = kx + 3\frac{1}{3}$ функцияның графиги 1) $N(1; 4)$; 2) $M(1; -4)$ нүкталар орқали ўтса k ни топинг.
- 22.14.** 1) $y = 6x - 1$; 2) $y = 3 - 8x$; 3) $y = -4$; 4) $y = 3,8$ функцияларнинг графигини ясанг. Функцияның қабул қилувчи а) мусбат; б) манфий қийматларга мөс аргументнинг барча қийматларини күрсатинг.

Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

- 22.15.** 1) $y = 3x$; $y = 3x - 2$; $y = 3x + 1,5$;
 2) $y = 2x - 1$, $y = -2x - 1$; $y = x - 1$; $y = 5x - 1$ функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигидә ясанг.
- 22.16.** Координаталар текислигидә иккита түғри чизик ўзаро қандай жойлашиши мумкин?

23-§. ЧИЗИҚЛИ ФУНКЦИЯЛАР ГРАФИКЛАРИНИҢ ҮЗАРО ЖОЙЛАШИШИ

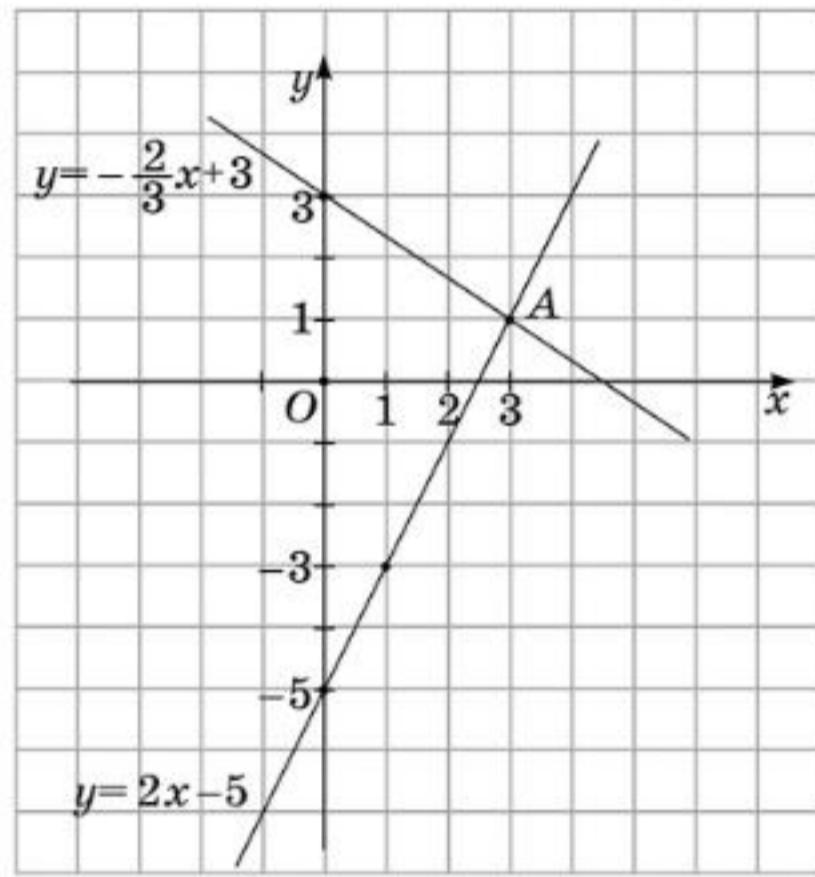
Чизиқли функцияның графиги — түғри чизик, демак, чизиқли функцияларнинг графиклари битта нұқтада кесишади ёки параллель бўлади ёки устма-уст тушади.



k ва b коэффициентлари бўйича $y = kx + b$ чизиқли функцияларнинг жойлашишини қандай аниқлаш мумкин?

Битта координаталар текислигидә қуийдаги функциялар графикларини ясаймиз (23.1-расм).

- 1) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ ва $y = 2x - 5$;
- 2) $y = 1,5x + 2$; $y = \frac{1}{4}x + 2$; $y = x + 2$;
- 3) $y = -\frac{1}{3}x$; $y = -\frac{1}{3}x - 2$; $y = -\frac{1}{3}x + 2$.



23.1-расм

1) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ ва $y = 2x - 5$. функцияларнинг графикларини ясаймиз:

$$y = -\frac{2}{3}x + 3 \quad y = 2x - 5$$

x	y
0	3
3	1

x	y
0	-5
1	-3

Графиклар $A(3; 1)$ нұқтада кесишади (23.1-расм).

$$2) y = 1,5x + 2, y = \frac{1}{4}x + 2 \text{ ва}$$

$y = x + 2$ функцияларнинг графикларини ясаймиз.

$$y = 1,5x + 2$$

$$y = \frac{1}{4}x + 2$$

$$y = x + 2$$

x	y
0	2
-2	-1

x	y
0	2
4	3

x	y
0	2
2	4

Бу функцияларда $b = 2$. Графикларнинг $(0; 2)$ нұқта орқали үтишини кўрамиз (23.2-расм).

3) $y = -\frac{1}{3}x$; $y = -\frac{1}{3}x - 2$; $y = -\frac{1}{3}x + 2$ функцияларнинг графикларини ясаймиз. Бунинг учун жадваллар тузамиз:

$$y = -\frac{1}{3}x$$

x	y
3	-1

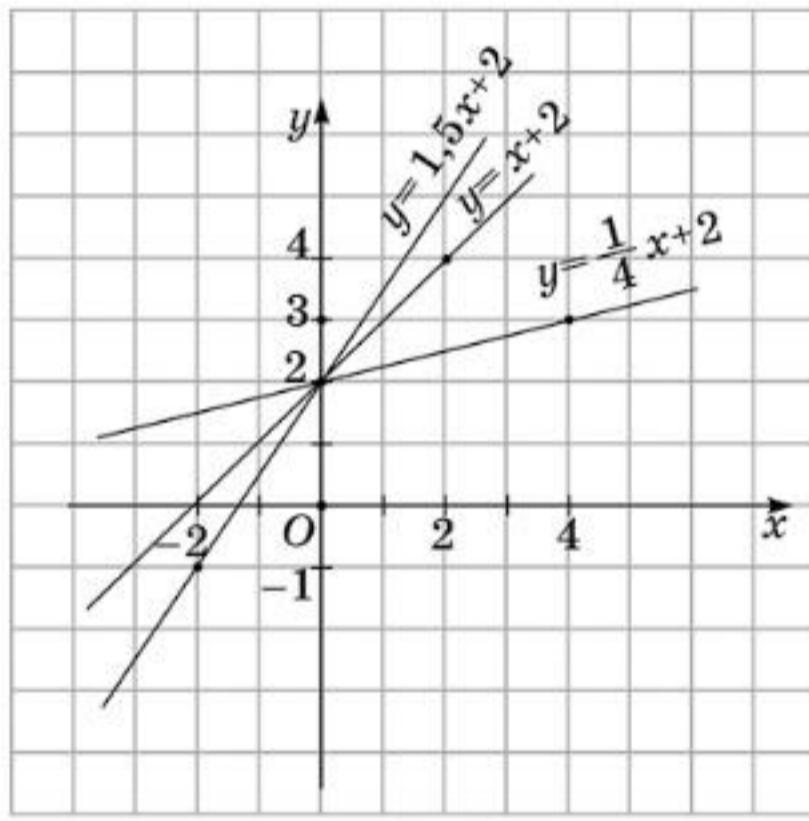
$$y = -\frac{1}{3}x - 2$$

x	y
0	-2
3	-3

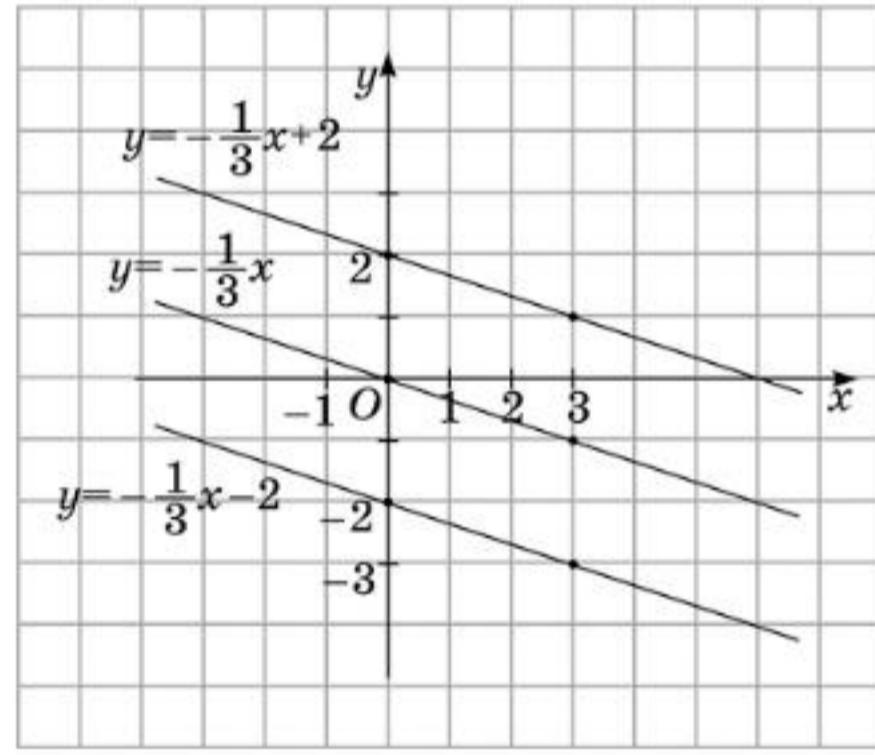
$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

x	y
0	2
3	1

Бу функцияларнинг ҳаммасида $k = -\frac{1}{3}$. 23.3-расмдан уларнинг графиклари параллель эканини күрамиз.



23.2-расм



23.3-расм

Ушбу күрилган мисолларни умумий ҳолда күриб чиқамиз.

$y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ чизикли функцияларни күриб чиқамиз (бу ерда x — ўзгарувчи, $y = k_2x + b_2$ — маълум бир сонлар). Бунда $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$. Бу тенгликда ўзгарувчилар қатнашган, демак, у тенглама бўлади. Шу тенгламани ечамиз. Бунинг учун x ўзгарувчиси қатнашган қўшилувчиларни тенгликнинг чап томонига, сонларни ўнг томонга ўтказамиз: $k_1x - k_2x = b_2 - b_1$. x умумий кўпайтувчини қавснинг сиртига чиқарамиз: $(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1$.

Агар $k_1 \neq k_2$ бўлса, у ҳолда $k_1 - k_2 \neq 0$, бундан $x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$ — ягона сон. Бу сонни $y = k_1x + b_1$ ёки $y = k_2x + b_2$ формулалардан бирига

күйиб, у нинг қийматини топсак, $(x; y)$ жуфтни аниклаймиз. Шу сабабли графиклар битта нүктада кесишади.

Агар $k_1 = k_2$ бўлса, у ҳолда $(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1$ бўлса, тенглама $0 \cdot x = b_2 - b_1$ кўринишга келади.

Агар $b_2 = b_1$ бўлса, у ҳолда бир хил коэффициентли: $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ тенгламаларга эга бўламиз, шу сабабли уларнинг графикларини ясасак, битта тўғри чизик ҳосил бўлади.

Агар $b_2 \neq b_1$ бўлса, у ҳолда $0 \cdot x = b_2 - b_1$ тенгламаларга эга бўламиз. У $y = k_1x + b_1$ ва $y = k_2x + b_2$ функция графикларига бир вақтда тегишли бўладиган нүктанинг йўқ эканлигини билдиради. Демак, $k_1 = k_2$ ва $b_2 \neq b_1$ бўлганда функцияларнинг графиклари кесишмайди, яъни параллель бўлади.

Шундай қилиб,

$y = kx + b$ формула билан берилган чизиқли функцияларнинг графиклари x нинг коэффициентлари турли хил бўлганда кесишади, x нинг коэффициентлари бир хил бўлганда параллель, x нинг коэффициентлари тенг ҳамда x ва b бир хил бўлганда устма-уст тушади.

$y = kx + b$ формуладан $x = 0$ бўлганда $y = b$ ҳосил қиласиз.

Демак, ихтиёрий $y = kx + b$ чизиқли функция координаталари $(0; b)$ бўлган нукта орқали ўтади.



1. Иккита чизиқли функция графикларининг :
 - 1) битта умумий нуктаси;
 - 2) иккита умумий нуктаси;
 - 3) умумий нукталари бўлмаслиги;
 - 4) ҳаммаси умумий нукталар бўлиши мумкинми?
2. $y = kx + b$ ва $y = tx + m$ чизиқли функцияларнинг графиклари қандай ҳолларда
 - 1) кесишади; 2) параллель бўлади; 3) усма-уст тушади?
3. Графиклари 1) кесишадиган; 2) параллел бўладиган; 3) усма-уст тушадиган иккита чизиқли функцияга мисол келтиринг.

Машқлар**A**

- 23.1.** 1) $y = 2x - 10$ ва $y = 2x + 9$; 2) $y = -3x + 9$ ва $y = -3x + 9$;
 3) $y = -5x + 6$ ва $y = -5x$; 4) $y = 1,5 + 4x$ ва $y = -4x + 3$;
 5) $y = 7 + 2,3x$ ва $y = 3,2 - 1$; 6) $y = 10x$ ва $y = 1 - 10x$
 функцияларнинг графиклари үзаро қандай жойлашган?
- 23.2.** 1) $y = 8x - 1$; 2) $y = 3 - 4x$; 3) $y = -2 + 2x$ чизиқли функция
 учун а) функцияниянг графикига параллель; б) график билан
 кесишувчи; в) график билан устма-уст тушувчи чизиқли функция
 формуласини ёзинг.
- 23.3.** 1) $y = 2x - 7x$, $y = 1,4 + 3x$, $y = x + 3,5$, $y = x + 3,5$, $y = -10,5 + 3x$, $y = 3x - 7$ чизиқли функцияниянг
 1) графикига параллель;
 2) график билан кесишувчи;
 3) график билан устма-уст тушувчи чизиқли функцияниянг
 формуласини ёзинг.
- 23.4.** Графиклари а) кесишувчи; б) параллель; в) устма-уст тушувчи
 иккита чизиқли функцияниянг формуласини ёзинг.
- 23.5.** Функция графикларининг кесишиш нүкталарининг координаталарини топинг:
 1) $y = -6x + 1$ ва $y = 5x + 9$;
 2) $y = -17 + 3,4x$ ва $y = -1,2x + 69$;
 3) $y = 21 - 9x$ ва $y = -2,5x + 8$;
 4) $y = 16,2 + 8x$ ва $y = -0,8x + 7,4$;
 5) $y = 1 - 3x$ ва $y = -x - 1$;
 6) $y = 1 + 7x$ ва $y = 6,5x$.

B

- 23.6.** Функция графикларининг кесишишини исботланг:
 1) $y = 9 + x$ ва $y = 5x + 6$; 2) $y = -0,5x + 13$ ва $y = 8 + x$;
 3) $y = 6x - 5,1$ ва $y = 9x - 6$.
- 23.7.** 1) $y = 1,4x + 2$ ва $y = x + 2$; 2) $y = -x + 1,5$ ва $y = 2x - 3$;
 3) $y = 7 + 9x$ ва $y = -9x - 0,9$; 4) $y = -\frac{5}{11}x + 2$ ва $y = x - 14$
 чизиқли функцияларнинг графикларини ясаб, уларнинг үзаро
 жойлашишини анықланг.

23.8. 1) $y = -4$; 2) $y = \frac{8}{9}$; 3) $y = 0$ функция графигига параллель бўлган бир нечта чизиқли функцияниң формуласини ёзинг.

23.9. 1) $b = -3$ бўлганда $y = 0,5x + b$; 2) $k = 4; -\frac{1}{4}$ бўлганда $y = kx - 2$ формула орқали берилган функцияларниң графикларини битта координаталар текислигига ясанг.

23.10. Ординаталар ўқини 1) $A(0; -3,5)$; 2) $B(0; -2\frac{1}{2})$; 3) $C(0; \frac{5}{6})$; 4) $D(0; -4,8)$ чизиқли функцияниң графиклари а) $y = 4x - 7$; б) $y = 10 - 2,5x$ функция графигига параллель бўлган чизиқли функцияниң формуласини ёзинг.

С

23.11. Агар $y = 3x + b$, $y = 4x + b$, $y = -x + b$, $y = 2,2x + b$ чизиқли функцияниң графиклари 1) $y = x + 7,2$; 2) $y = -5x + 9$; 3) $y = 3,4x - 8$; 4) $y = -\frac{3}{8}x - \frac{1}{4}$ чизиқли функция графиклари билан битта нуқтада кесишига, b сонини топинг.

23.12. Графиги координаталар боши орқали ўтувчи ва

1) $y = 7x + 5$; 2) $y = 3,2x - 4$; 3) $y = -\frac{6}{7}x + 3$;
4) $y = -4,5x - 8$ функция графига параллель бўлган $y = kx + b$ функцияниң графикига неchanчи чоракда жойлашган?

23.13. Графиги $A(-1; 3)$ нуқта орқали ўтувчи ва ординаталар ўқини ординатаси 1) 4,8; 2) -6,05; 3) 8,6; 4) $9\frac{1}{3}$ бўлган нуқтада кесиб ўтувчи чизиқли функцияниң формуласини ёзинг.

23.14. Графиги $y = 3x + 5$ функция графигига параллель ва 1) $A(-4; 1)$; 2) $B(1; 15)$; 3) $C(\frac{1}{3}; \frac{1}{16})$; 4) $M(0,15; -1)$ нуқта орқали ўтувчи чизиқли функцияниң формуласини ёзинг.

Яңги мавзуни үзлаштиришга тайёрланинг

- 23.15.** $\begin{cases} x+4y=5, \\ 3x-y=2 \end{cases}$ тенгламалар системасини қўшиш усули билан ечинг.
- 23.16.** $\begin{cases} 5x-y=6, \\ x-6y=7 \end{cases}$ тенгламалар системасини ўрнига қўйиш усули билан ечинг.



24-§. ИККИ ЎЗГАРУВЧИЛИ ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИНІ ГРАФИК УСУЛДА ЕЧИШ



Икки ўзгарувчили чизиқлы тенгламалар системасини график усулда қандай ечиш мүмкін?

Олтинчи синфда икки ўзгарувчили тенгламалар системасини күшиш ва ўрнига қўйиш усули билан ечиш кўриб чиқилган. Бу параграфда икки ўзгарувчили тенгламалар системасини график усулда ечишни кўриб чиқамиз.

Икки ўзгарувчили тенгламалар системасини график усулда ечганда қўйидаги алгоритмдан фойдаланилади:

- битта координаталар текислигига ҳар бир тенгламанинг графигини ясаш;

- тенгламалар графикларининг кесишиш нуктасининг (агар кесишса) координаталарини топиш;

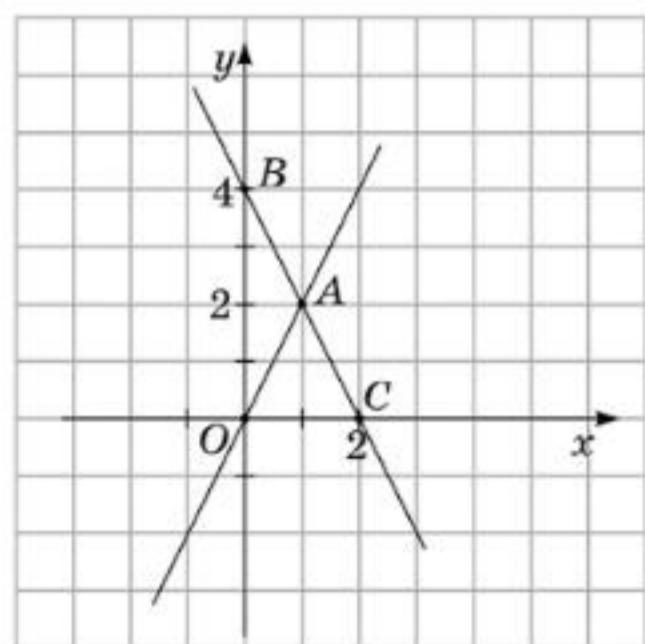
- системанинг жавобини ўзгарувчилар қийматларининг жуфти кўринишида ёзиш.

Икки ўзгарувчили тенгламалар системасини график усулда ечишни кўриб чиқамиз.

1-мисол. $\begin{cases} y - 2x = 0, \\ 2x + y - 4 = 0 \end{cases}$ тенгламалар системасини ечамиш:

Ҳар бир тенгламадаги y ни x орқали ифодалаймиз: У ҳолда $\begin{cases} y = 2x, \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ тенгламалар системасининг ҳар бири $y = kx + b$ чизиқли функция бўладиган тенгликка эга бўламиш.

$y = 2x$ ва $y = -2x + 4$ чизиқли функцияларининг графиклари тўғри чизик бўлиб, биринчи график координаталар бошидан ўтганлиги сабабли биринчи графикни ясаш учун битта нуктанинг, иккинчи график учун эса иккита нуктанинг координаталарини аниқлаймиз. 24.1- жадвални тузамиш.



24.1-расм

$$1) \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{array}$$

24.1-жадвал

$O(0; 0)$ ва $A(1; 2)$ нукталарни белгилаб, OA тўғри чизиқни ўтказамиш. У ҳолда

$y = 2x$ нинг яъни $y - 2x = 0$ тенгламанинг графиги ҳосил бўлади. $B(0; 4)$ ва $C(2; 0)$ нуқталарни белгилаб, BC тўғри чизиқни ўтказсак, $y = -2x + 4$ функциянинг ёки $2x + y - 4 = 0$ тенгламанинг графикига эга бўламиз (24.1-расм).

Графиклар $(1; 2)$ нуқтада кесишади. Демак, берилган тенгламалар системасининг $(1; 2)$ бўлган биттагина ечими мавжуд.

Жавоб: $(1; 2)$.

2-мисол. $\begin{cases} 2y - x - 2 = 0, \\ y = 0,5x - 1 \end{cases}$ тенгламалар системасини график усулда

ечамиз. Аввал ҳар бир тенгламадаги x ни y орқали ифодаласак, $y = kx + b$ чизиқли функция бўлган $y = 0,5x + 1$ ва $y = 0,5x - 1$ тенгликларга эга бўламиз. Тенгламаларнинг графикларини ясаймиз. Бунинг учун аввал жадвал тўлдирамиз (24.2-расм).

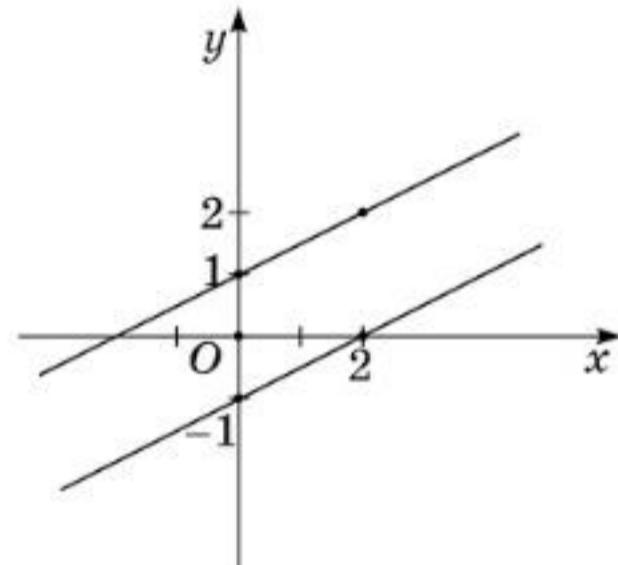
24.2-жадвал

$$y = 0,5x - 1$$

x	y
0	-1
2	0

$$y = 0,5x + 1$$

x	y
0	1
2	2



24.2-расм

Графиклар кесишмайди, улар ўзаро параллель жойлашган. Демак, тенгламалар системасининг ечими мавжуд эмас (24.2-расм).

Жавоб: \emptyset .

3-мисол. $\begin{cases} y + 3x - 2 = 0, \\ 2y = 4 - 6x \end{cases}$ тенгламалар

системасининг нечта ечими мавжуд? Саволга жавоб бериш учун $y = 2 - 3x$ ва $2y = 4 - 6x$ графикларни ясаймиз. Бунинг учун аввал 24.3-жадвални тўлдирамиз.

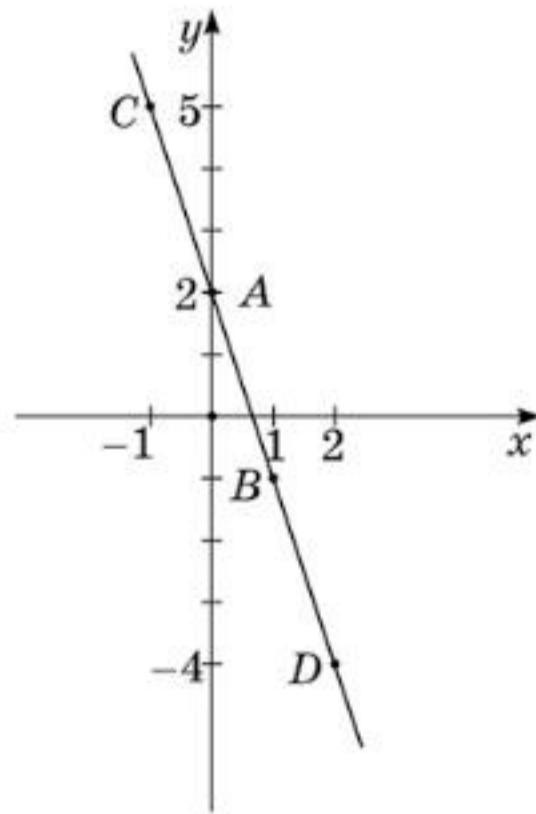
24.3-жадвал

$$y = 2 - 3x$$

x	y
0	2
1	-1

$$2y = 4 - 6x$$

x	y
-1	5
2	-4



24.3-расм

$A(0; 2)$ ва $B(1; -1)$ нүкталарни белгилаб, AB түғри чизиқни үтказсак, $y + 3x - 2 = 0$ тенгламанинг графигини, $C(-1; 5)$ ва $D(2; -4)$ нүкталарни белгилаб, CD түғри чизиқни үтказсак, $2y = 4 - 6x$ тенгламанинг графиги ҳосил бўлади (24.3-расм). Графиклар устма-уст тушади. Шу сабабли тенгламалар системасининг ечими $y = 2 - 3x$ түғри чизиқقا тегишли бўлган нүкталарнинг координаталари ҳисобланувчи сонлар жуфти. Ундан нүкталар чексиз кўп, чунки түғри чизиқ чегараланмаган.

Жавоб: чексиз кўп.

Шундай қилиб, икки ўзгарувчили чизиқли тенгламалар системасини график усулда ечиб, системанинг ягона ечими (агар түғри чизиқлар кесишса), чексиз кўп ечими (агар түғри чизиқлар устма-уст тушса) бўлишини, ечими мавжуд бўлмаслигини (түғри чизиқлар параллель бўлса) аниқладик. Бошқа ҳол бўлиши мумкин эмас, чунки текисликда иккита түғри чизиқ кесишади, параллель бўлади ёки устма-уст тушади.



- Нима учун икки ўзгарувчили тенгламалар системаси ечиш усулларидан бири график усул деб аталади?
- Икки ўзгарувчили тенгламалар системасини ечиш учун нечта түғри чизиқ ясаш керак?
- Икки ўзгарувчили тенгламалар системасининг нима учун ягона ечими мавжуд, ечими мавжуд эмас ёки чексиз кўп ечими мавжуд бўлади?

Машқлар

A

24.1. Тенглама графигининг Ox ўқи билан кесишиш нүктаси координаталарини топинг:

1) $x + y = 8;$	2) $y - x = 7;$	3) $5x - y = 2;$
4) $6x - 2y = 1;$	5) $x + 4y - 5 = 0;$	6) $2x + 3y + 1 = 0.$

24.2. Тенглама графигининг Oy ўқи билан кесишиш нүктаси координаталарини топинг:

1) $x + y = 13;$	2) $x - y = 1,7;$	3) $x + 8y = 11,2;$
4) $5x - y = 3;$	5) $8y - 7x = 14;$	6) $9x + 1,6y = 3.$

24.3. Тенгламанинг графигини ясанг:

1) $y = x + 5;$	2) $y = x - 4;$	3) $y = 7 - 2x;$
4) $x - y = 6;$	5) $3x + 2y = 1;$	6) $x + 4y = 9;$
7) $3y - 18 = 0;$	8) $16 + 8x = 0;$	9) $4 - x - y = 0.$

24.4. Функция графикларини ясаб, уларнинг кесишиш нүкталарининг координаталарини топинг:

- 1) $y = x + 4$ ва $y = 6 - x$;
- 2) $y = 7x + 9$ ва $y = 3 + x$;
- 3) $x + y = 3$ ва $x - y = 1$;
- 4) $3x - 2y = -2$ ва $7x - 5y = -4$.

B

Тенгламалар системасини ечинг (24.5—24.7):

24.5. 1) $\begin{cases} y=2x, \\ y=2+x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y=-2x, \\ y=x-3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-5x=0, \\ y=x-4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y-3x=0, \\ y=-6+x. \end{cases}$

24.6. 1) $\begin{cases} x+y=9, \\ x-y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+y=1, \\ x+y=5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-6x=-25, \\ y-x=-5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y+7x=-18, \\ y+x=0. \end{cases}$

24.7. 1) $\begin{cases} x+20y=37, \\ 5y+x=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-8x=-33, \\ 7x-y=29; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 17x+y=90, \\ y-23x=-110. \end{cases}$

24.8. Тенгламалар системасининг нечта ечими мавжуд:

1) $\begin{cases} 6x+y=0, \\ -4x+y=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y+x=7, \\ y=-x-5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x-y=2, \\ 3x-3y-6=0? \end{cases}$

C

24.9. Агар $A(x_0; y_0)$ нүкта

1) $\begin{cases} 7x-3y=-1, \\ 14x-2y=\frac{2}{3}; \end{cases}$	2) $\begin{cases} 12y+7x=-4, \\ x+24y=-2\frac{5}{7}; \end{cases}$
3) $\begin{cases} 8y-7x=-5,6, \\ 35x+2y=7; \end{cases}$	4) $\begin{cases} 10x+12y=7,5, \\ 24y-5x=-5 \end{cases}$

тенгламалар системасининг ечими бўлса, у ҳолда $7x_0 + 3y_0$ ифоданинг қийматини топинг.

Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

24.10. 24.4-жадвалдан фойдаланиб чизиқли функцияning графигини ясанг

24.4-жадвөл

x	-1	0
y	-5	-3

24.11. $y = -2x + 4$ чизиқли функцияning графигини ясанг. Графикдан фойдаланиб, x нинг қандай қийматларида функция номанфий қийматлар қабул қилишини анықланг.

25-§. $y = ax^2$ ФУНКЦИЯ, УНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИГИ



$y = ax^2$ ($a \neq 0$) функцияның қандай хоссалари мавжуд? Унинг графигини қандай ясаш мүмкін?

Функцияның хоссаларини ўрганиб чиққанда унинг аниқланиш соҳасини, қийматлар тўпламини, функцияның мусбат ва манфий қийматлар ёки ноль (функцияның ноллари) қабул қиласидиган аргументларининг қийматларини, функцияның ўсуви ёки камаючи (функцияның ўсиш ёки камайиш оралиқлари) оралиқлари топилишини биласиз.

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) функцияның хоссаларини ўрганиб чиқинг.

1) Нима учун $y = ax^2$ функцияның аниқланиш соҳаси сонлар ўқининг сонлар тўплами бўлади?

Белгилар ёрдамида улар қўйидагича белгиланади: $D(y) = (-\infty; +\infty)$ ёки $D(ax^2) = (-\infty; +\infty)$ ёки $D(y) = R$ ёки $D(ax^2) = R$.

2) Функцияның қийматлар тўплами a сонининг ишорасига боғлиқ.

1. Агар a мусбат сон ($a > 0$) бўлса, у ҳолда $y = ax^2$ функцияның қабул қилиши мумкин бўлган қийматлар тўплами $[0; +\infty)$ нур бўлади.

Белгилар ёрдамида белгиланиши: $E(y) = [0; +\infty)$ ёки $E(ax^2) = [0; +\infty)$:



Нима сабабдан x ўзгарувчининг ихтиёрий қийматида $a > 0$ бўлганда $ax^2 \geq 0$ бажарилишини тушунтиринг.

2. Агар a манфий сон ($a < 0$) бўлса, у ҳолда $y = ax^2$ функцияның қийматлари тўплами $(-\infty; 0)$ нур болади.

Белгилар ёрдамида белгиланиши: $E(y) = (-\infty; 0]$ ёки $E(ax^2) = (-\infty; 0]$.



Нима сабабдан x ўзгарувчининг ихтиёрий қийматида $a < 0$ бўлганда, $ax^2 \leq 0$ бажарилишини тушунтиринг.

$y = ax^2$ функцияның биринчи ва иккинчи хоссаларидан қўйидагилар келиб чиқади:

- ♦ $a > 0$ бўлганда функцияның графиги I ва II координаталар чоракларида (абсцисса ўқининг юқори қисмида);
- ♦ $a < 0$ бўлганда III ва IV координаталар чоракларида (абсцисса ўқининг қуий қисмида) жойлашади.



3) Функциянынг үзгармас ишорали оралиқларини аниқтаймиз.

$y = ax^2$ функциянынг биринчи ва иккинчи хоссаларидан қуидагилар келиб чиқади:

- $a > 0$ бўлганда функция $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ оралиқда фақат мусбат қийматлар, $a < 0$ бўлганда функция $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ оралиқда фақат манфий қийматлар қабул қиласди.

4) Функциянынг нолларини топамиз. $x = 0$ бўлганда $y = ax^2$ функциянынг қиймати нолга тенг бўлади.

Ҳақиқатан, $y = 0$ бўлса, $ax^2 = 0$ ни ҳосил қиласми. $a \neq 0$ эканлигидан $x^2 = 0$ ёки $x \cdot x = 0$. Ҳеч бўлмагандан битта кўпайтuvчиси нолга тенг бўлган кўпайтманинг қиймати нолга тенг. Шундай қилиб, $x = 0$.

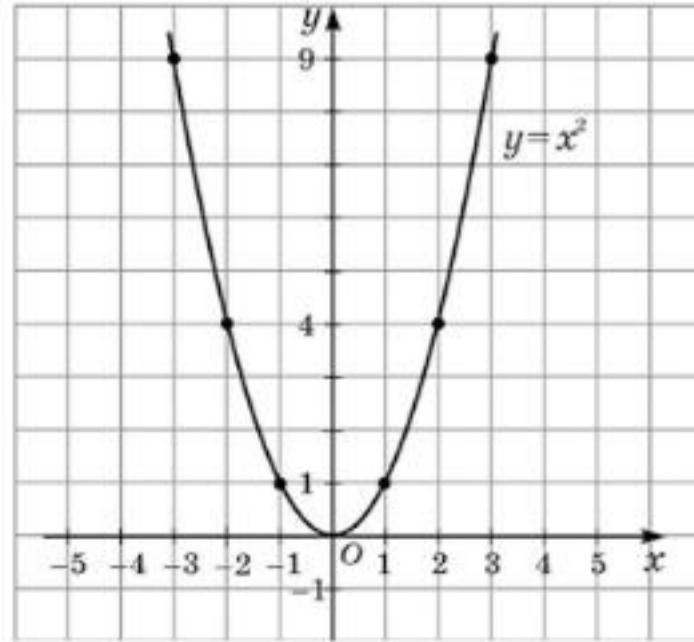
$y = x^2$ ва $y = -x^2$ функцияларининг графикларини ясаш учун қуидаги 25.1-жадвални тузамиз:

25.1-жадвол

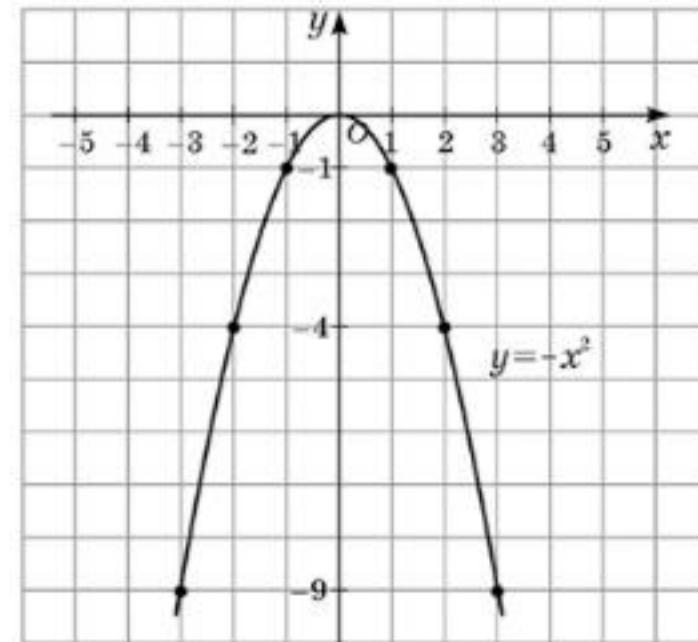
x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$y = -x^2$	-9	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-9

Агар $y = x^2$ ёки $y = -x^2$ функцияларнинг графикларида ётувчи бошқа нуқталарни белгиласак, у ҳолда улар жадвал ёрдамида ясаладиган нуқталарнинг силлиқ эгри чизикда жойлашганини кўрамиз.

$y = x^2$ ва $y = -x^2$ функцияларнинг графики *парабола* деб аталади. (25.1, 25. 2-расм).



25.1-расм



25.2-расм

$y = 2x^2$ ва $y = -2x^2$ функцияларнинг графикларини ясаш учун қуийдаги 25.2-жадвални тузамиз:

25.2-жадвал

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 2x^2$	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8
$y = -2x^2$	-8	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	-8

Мустақил бажариш учун топшириқ

Аргументнинг бир хил қийматларига мос функцияларнинг қийматларини таққосланг: 1) $y = 2x^2$ ва $y = x^2$; 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ ва $y = x^2$ (25.3-жадвал).

25.3-жадвал

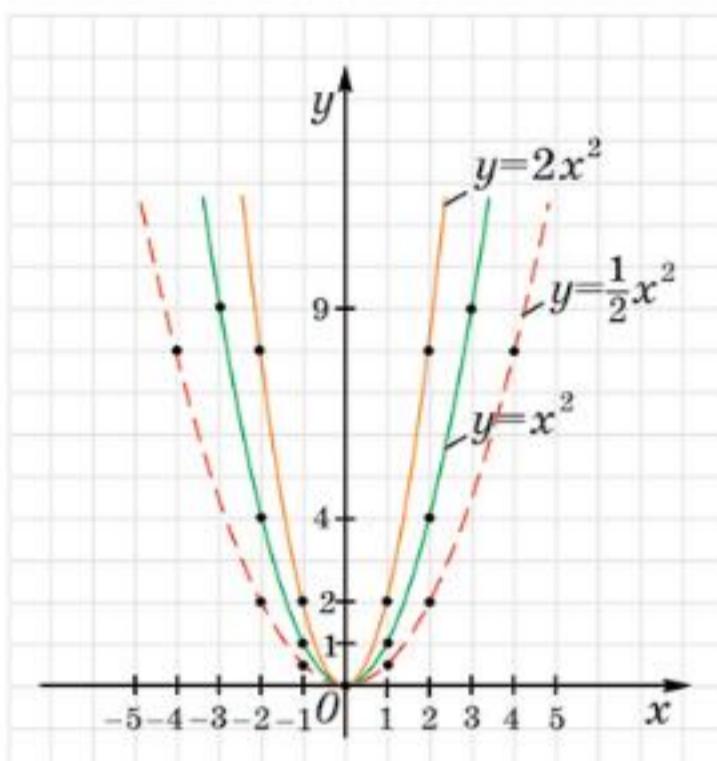
x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = 2x^2$	32	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8	32
$y = x^2$	16	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	16
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	2	8

Аргументнинг бир хил қийматларида $y = 2x^2$ функцияниянг қийматлари мос равища $y = x^2$ функцияниянг қийматларидан 2 марта катта.

$y = 2x^2$ функцияниянг графиги $y = x^2$ функцияниянг графигини Oy ўки бўйича 2 марта сиқиши орқали ҳосил қилинади.

Аргументнинг бир хил қийматларида $y = \frac{1}{2}x^2$ функцияниянг қийматлари мос равища $y = x^2$ функцияниянг қийматларидан 2 марта кичик.

$y = \frac{1}{2}x^2$ функцияниянг графиги $y = x^2$ функцияниянг графигини Oy ўки бўйича 2 марта чўзиши орқали ҳосил қилинади.



25.3-расм

$y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ ва $y = 2x^2$ функцияларнинг графиклари битта координаталар системасида ясалган (25.3-расм). Бу графикларнинг барчаси *парабола* деб аталади.

“ $y = x^2$ функциянынг графиги бўлган параболани ясаш” жумласининг ўрнига қисқача “ $y = x^2$ параболани ясаш” деб айтилади.

Мустақил бажариш учун топшириқ

$y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ ва $y = -2x^2$ функцияларнинг графиклари бўлган параболаларни битта координаталар системасида ясанг.



1. $y = x^2$ параболадан $y = -7x^2$; $y = \frac{1}{7}x^2$ параболаларни қандай ҳосил қиласиз?
2. $y = 25x^2$; $y = -25x^2$ параболалар бир-бирларига нисбатан қандай жойлашган?
3. Нима сабабдан ординаталар ўқи $y = ax^2$ кўринишдаги параболанинг ўқ симметрияси бўлишини тушунтиринг.
4. $y = 9x^2$; $y = -9x^2$ параболалар қайси координаталар чоракларида жойлашган?

Машқлар

A

- 25.1.** 1) $A(1; 3)$; 2) $B(0,5; 0,75)$; 3) $C(-2; 8)$;
4) $M(-4; 48)$; 5) $P(-1; 3,5)$; 6) $K(\pi; 3\pi^2)$

нуқталар $y = 3x^2$ функциянынг графикига тегишлими?

- 25.2.** $y = -3x^2$ функциянынг графикини ясанг. График бўйича функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқларини ёзинг.

- 25.3.** 1) $y = 4x^2$ ва $y = \frac{1}{4}x^2$; 2) $y = -x^2$ ва $y = \frac{1}{3}x^2$; 3) $y = 2x^2$ ва $y = 5x^2$ функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг.

- 25.4.** $y = 0,4x^2$ функция ёрдамида берилган ифодаларнинг қийматларини таққосланг:
- 1) $0,4 \cdot 3^4$ ва $0,4 \cdot 4^4$;
 - 2) $0,4 \cdot (-2)^2$ ва $0,4 \cdot (-3)^2$.

B

- 25.5.** 1) $x^2 + 4 = 0$; 2) $4x^2 - 3 = 5$;
 3) $5 - 0,4x^2 = 2$; 4) $-2^3 + 3^2x^2 = 4$
 тенгламаларнинг илдизлар сонини график усули билан топинг.

25.6. $y = 3x^2$ ва $y = 5 - 2x$ функцияларнинг графиклари кесишадими?

25.7. График усулида $2x^2 = 3x + 1$ тенглама илдизларининг тақрий қийматларини топинг.

25.8. 1) $[1; 4]$; 2) $[-4; -2]$; 3) $[0; 14]$ оралиқларда $y = -\frac{1}{3}x^2$ функция үсувчими ёки камаювчи?

C

25.9. а) 1) $[0; 5]$; 2) $[-1; 2]$; 3) $[-5; -4]$; 4) $[0,4; 2,6]$ оралиқларда $y = 5x^2$ функцияниянг энг катта ва энг кичик қийматларини топинг.

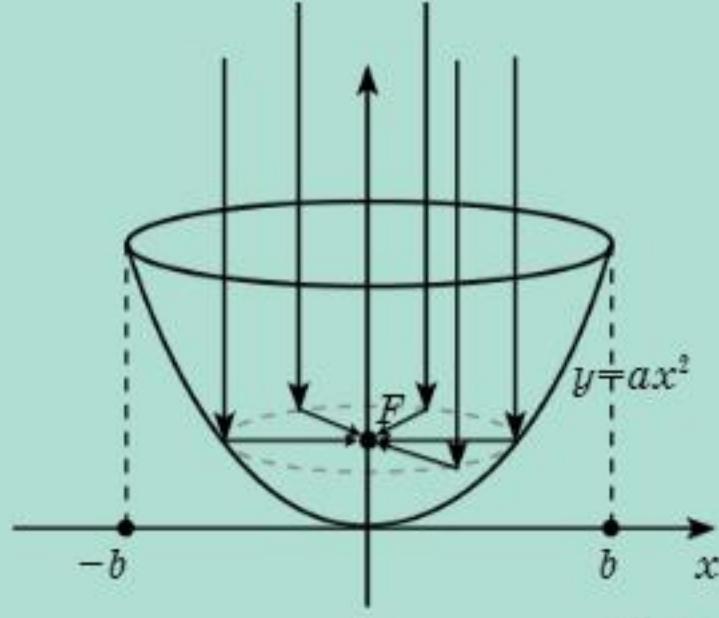
б) 1) $[-2; 0]$; 2) $[-3; 3]$; 3) $[-5; -4]$; 4) $[0; 6]$ оралиқларда $y = -0,5x^2$ функцияниянг энг катта ва энг кичик қийматларини топинг.

25.10. $y = ax^2$ ва $y = ax - 5$ функцияларнинг графиклари кесишадими?

Ахборат тайёрланг

25.11. “Парабола” атамаси қандай пайдо бўлган?

25.12. 25.4-расмда параболанинг хоссаларидан амалда фойдаланилиши кўрсатилган. Ундан расмда кўрсатилган параболоидни ясашда фойдаланилади. Параболоид қандай ясалади ва қаерда фойдаланилади?



25.4-расм



Янги мавзуни үзлаштиришга тайёрланинг

25.13. Мосликни топинг:

Сон оралиғи	Тасвири, белгиләниси
1) очик сонлар нури	A.  x $[a; b)$
2) сонлар түғри чизиғи	B.  x $(a; b)$
3) сонлар нури	C.  x $(a; +\infty)$
4) сонлар интервали	D.  x $(-\infty; b]$
5) сонлар ярим интервали	E.  x $(-\infty; +\infty)$
	F.  x $[a; b]$

26-§. $y = ax^3$ ФУНКЦИЯ, ВА УНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИГИ



$y = ax^3$ ($a \neq 0$) функцияның қандай хоссалари мавжуд ва унинг графиги қандай ясалади?

$y = ax^3$, бу ерда $a \neq 0$ функцияның хоссаларини күриб чиқамиз.

1) Нима сабабдан $y = ax^3$ функцияның аниқланиш соҳаси сонлар ўқидаги сонлар тўплами бўлади?

Белгиланиши:

$D(y) = (-\infty; +\infty)$ ёки $D(ax^3) = (-\infty; +\infty)$, $D(y) = R$ ёки $D(ax^3) = R$.

2) $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўпламини топамиз.

Агар a мусбат сон ($a > 0$) бўлса ва x ўзгарувчи манфий қийматлар қабул қиласа, у ҳолда $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўплами $(-\infty; 0)$ очик сонлар нури бўлади;

x ўзгарувчи мусбат қийматлар қабул қиласа, у ҳолда $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўплами $(0; +\infty)$ очик сонлар нури бўлади;

x ўзгарувчи нолга teng бўлган қиймат қабул қиласа, у ҳолда $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўплами нолга teng бўлади.

Демак, $a > 0$ бўлганда $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўплами $(-\infty; +\infty)$ сонлар ўқи бўлади.



Тушунтиринг

Нима сабабдан $a < 0$ бўлганда, $y = ax^3$ функцияның қийматлар тўплами $(-\infty; +\infty)$ сонлар ўқи бўлишини тушунтиринг.

$y = ax^3$, бу ерда $a \neq 0$ функцияның қийматлар тўплами $(-\infty; +\infty)$ сонлар ўқи бўлади.

Белгиланиши:

$E(y) = (-\infty; +\infty)$ ёки $E(ax^3) = (-\infty; +\infty)$ ёки $E(y) = R$ ёки $E(ax^3) = R$.

$y = ax^3$ функцияның биринчи ва иккинчи хоссаларидан қўйидагилар келиб чиқади:

- ♦ $a > 0$ бўлганда функцияның графиги I ва III координаталар чоракларида;

- ♦ $a < 0$ бўлганда II ва IV координаталар чоракларида (абсцисса ўқининг қуи қисмида) жойлашади.



3) Функциянынг үзгармас ишорали оралиқларини аниқтаймиз.

$y = ax^3$ функциянынг биринчи ва иккинчи хоссаларидан қуидагилар келиб чыкади:

функция $a > 0$ бўлганда $(0; +\infty)$, оралиқда мусбат қийматлар, $(-\infty;$

0) оралиқда манфий қийматлар;

$a < 0$ бўлганда, $(-\infty; 0)$ оралиқда мусбат қийматлар, $(-0; +\infty)$ оралиқда факат манфий қийматлар қабул қиласди.

4) Функциянынг нолларини топамиз. $x = 0$ бўлганда $y = ax^3$ функциянынг қиймати нолга teng бўлади.

Ҳақиқатан, $y = 0$ бўлса, $ax^3 = 0$ ни ҳосил қиласми. $a \neq 0$ эканлигидан $x^3 = 0$ ёки $x \cdot x \cdot x = 0$. Ҳеч бўлмагандан битта кўпайтывчиси нолга teng бўлган кўпайтманинг қиймати нолга teng. Шундай қилиб, $x = 0$.

$y = x^3$ ва $y = -x^3$ функцияларнинг графикларини ясаш учун қуидаги 26.1-жадвални тузамиз:

26.1-жадвал

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = x^3$	-8	-1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1	8
$y = -x^3$	8	1	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{1}{8}$	-1	-8

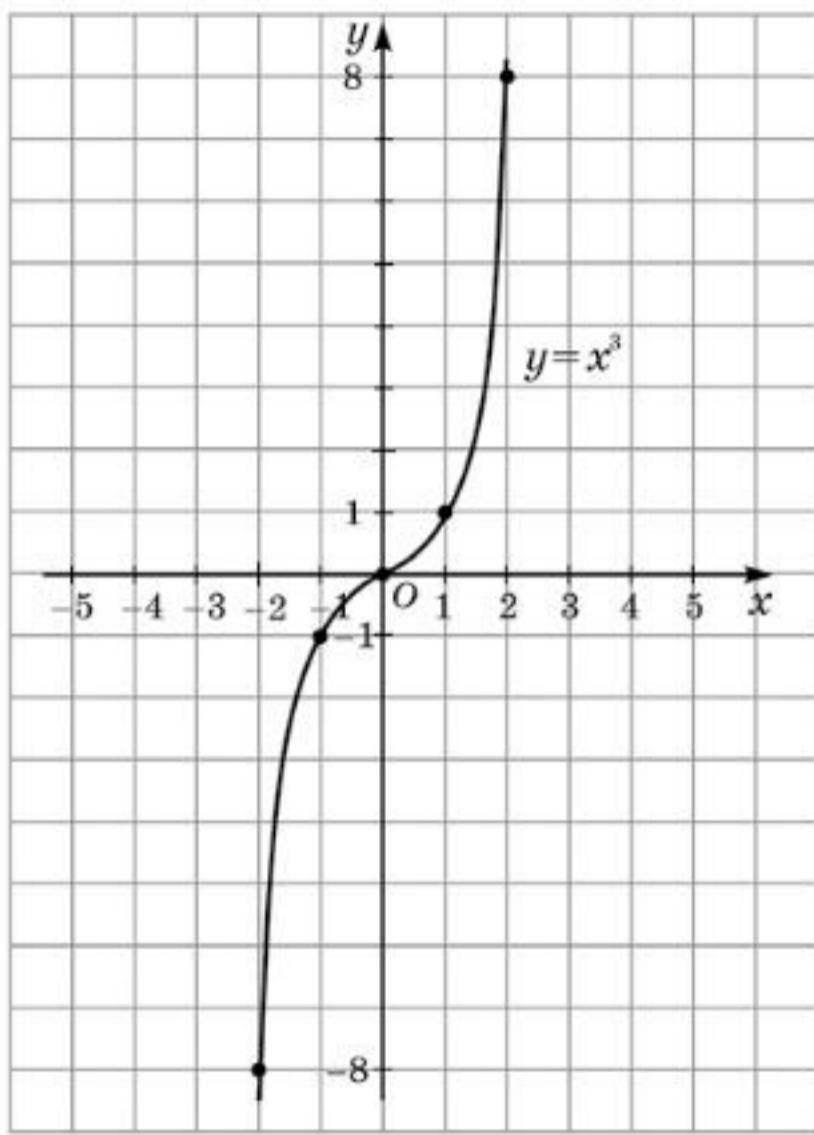
Агар $y = x^3$ ёки $y = -x^3$ функцияларнинг графикларида ётувчи бошқа нүқталарни белгиласак, у ҳолда улар жадвал ёрдамида ясаладиган нүқталарнинг силлиқ эгри чизиқда жойлашганини кўрамиз.

$y = x^3$ ва $y = -x^3$ функцияларнинг графиги **кубик парабола** деб аталади (26.1, 26.2-расм).

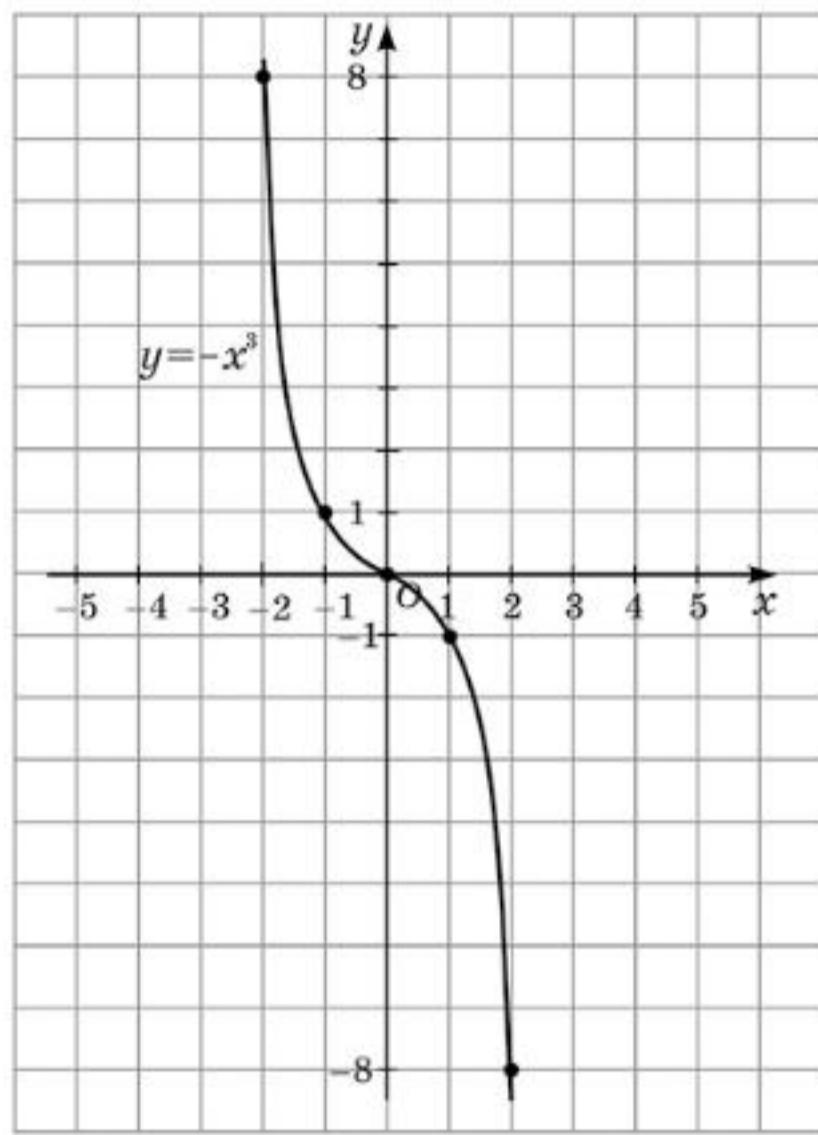
$y = 2x^3$ ва $y = -2x^3$ функцияларнинг графикларини ясаш учун қуидаги 26.2-жадвални тузамиз:

26.2-жадвал

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 2x^3$	-16	-2	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	2	16
$y = -2x^3$	16	2	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-2	-16



26.1-расм



26.2-расм



26.3-жадвални түлдириңг. Аргументнинг бир хил қийматларига мос функцияларнинг қийматларини таққосланг: 1) $y = 2x^3$ ва $y = x^3$; 2) $y = \frac{1}{2}x^3$ ва $y = x^3$.

26.3-жадвал

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	-0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = 2x^3$									
$y = x^3$									
$y = \frac{1}{2}x^3$									

$y = x^3$, $y = \frac{1}{2}x^3$ ва $y = 2x^3$ функцияларнинг графиклари кубик парабола деб аталади.

“ $y = x^3$ функциянияннг графиги бўлган кубик параболани ясаш” жумласининг ўрнига қисқача “ $y = x^3$ кубик параболани ясаш” деб айтилади.



$y = -x^3$, $y = -\frac{1}{2}x^3$ ва $y = -2x^3$ функцияларнинг графилари бўлган кубик параболаларни битта координаталар системасида ясанг.



1. $y = x^3$ кубик параболадан $y = 7x^3$; $y = \frac{1}{7}x^3$ кубик параболаларни қандай ҳосил қиласиз?
2. $y = 5x^3$ ва $y = -5x^3$ кубик параболалар бир-бирларига нисбатан қандай жойлашган?
3. Нима сабабдан координаталар боши $y = ax^3$ кўринишдаги кубик параболанинг марказий симметрияси бўлишини тушунтиринг.
4. $y = 7x^3$; $y = -7x^3$ кубик параболалар қайси координаталар чоракларида жойлашган?

Машқлар

A

- 26.1.** 1) $A(2; 16)$; 2) $B(-1; -1)$;
 3) $C(3; 54)$; 4) $D(-2; -8)$;
 5) $M(-0,2; -0,008)$; 6) $R(-3; 27)$;
 7) $P(0,3; 1,27)$; 8) $X(-5; -125)$
- нуқталар $y = x^3$ функциянинг графигига тегишлими?

- 26.2.** $y = 0,5x^3$ функциянинг графигини ясанг. Графикдан
 1) $x = -1,25; -0,75; 2,5; 4$ қийматларга мос y нинг;
 2) $y = -3; -1; 4; 4,8$ қийматларга мос x нинг қийматларини топинг.

- 26.3.** 1) $y = x^3$, $y = 5x^3$, $y = \frac{1}{4}x^3$, $y = 4x^3$;
 2) $y = -5x^3$, $y = -\frac{1}{4}x^3$; $y = -4x^3$; $y = -\frac{1}{2}x^3$

функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигига ясанг.

B

- 26.4.** $y = x^3$ функция графиги ёрдамида берилган сонларни таққосланг:
- 1) $(-3)^3$ ва $(-2)^3$;
 - 2) $(-1,2)^3$ ва $0,2^3$;
 - 3) $4,4^3$ ва $5,02^3$;
 - 4) 0 ва $(-2)^3$.

- 26.5.** 1) $x^3 = 2x + 1$;
- 2) $2x^3 = -3x$;
 - 3) $0,4x + 2 = x^3$;
 - 4) $-1,2x - 1 = x^3$
- тenglamalarning ildizlari mavjudmi?

26.6. Тенгламани ечинг:

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1) $x^3 = -8$; | 2) $x^3 = 125$; |
| 3) $2x^3 = -54$; | 4) $-0,5x^3 = -4$. |

26.7. $y = -0,4x^3$ ва $y = -0,3x + 5$ функцияларнинг графиклари кесишидими?

26.8. 1) $-0,3x^3 = -4$; 2) $-0,3x^3 = 5$; 3) $-0,3x^3 = 1,4$

тенгламалар илдизларининг тақрибий қийматларини график усулда топинг.

C

26.9. 1) $a = 3$, $b = 2$;

2) $a = -3$, $b = 0,2$;

3) $a = 0,2$, $b = -0,2$;

4) $a = -4$, $b = -2$

бўлса, у ҳолда $y = ax^2$ ва $y = bx^3$ функциялар графиклари-нинг нечта кесишиш нуқтаси мавжуд?

26.10. $y = 2x^3$ функцияниң 1) $[-2; 5]$; 2) $[-1; -0,5]$; 3) $[-3; 3,5]$ оралиқлардаги энг катта ва энг кичик қийматларини то-пинг.

26.11*.1) $\frac{y - x^2}{x - 3} = 0$;

2) $\frac{2y - x^2}{4 - x^2} = 0$;

3) $\frac{y - x^2}{x - 3} = 0$;

4) $\frac{y - 0,25x^2}{4 - y} = 0$

тенгламаларнинг графикларини ясанг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

26.12. $y = -3x$; $y = 2x - 1$; $y = 3 - \frac{x}{3}$; $y = 0,5x + 1$ функцияларнинг қайсилари 1) ўсуви; 2) камаювчи бўлади?

26.13. 1) $y = -0,2x^2$; 2) $y = 5x^2$; 3) $y = -2x^3$ функцияларнинг графиклари қайси чоракларда жойлашган?



27-§. $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) ФУНКЦИЯ, УНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИГИ



$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның қандай хоссалари мавжуд ва унинг графиги қандай ясалади?

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның хоссаларини күриб чиқамиз.

1) Нима сабабдан $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның аниқланиш соҳаси нолдан фарқли барча сонлар түплами бўлади? $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

Белгиланиши: $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ёки $D(\frac{k}{x}, (k \neq 0)) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2) $y = \frac{k}{x}$ функцияның қийматлар түпламини топамиз.

Агар k сон мусбат сон ($k > 0$) бўлса ва x ўзгарувчи манфий қийматлар қабул қиласа, у ҳолда $y = \frac{k}{x}$ функцияның қийматлар түплами $(-\infty; 0)$ оралиқ бўлади;

x ўзгарувчи нольга teng бўлган қиймат қабул қиласа, у ҳолда $y = \frac{k}{x}$ функция маънога эга бўлмайди;

Демак, $y = \frac{k}{x}$ бўлганда $k > 0$ функцияның қийматлар түплами $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади.



Тушунтириинг

Нима сабабдан $k < 0$ бўлганда, $y = \frac{k}{x}$ функцияның қийматлар түплами $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлишини тушунтириинг.

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның қийматлар түплами $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади.

Белгиланиши: $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ёки $E(\frac{k}{x}) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

$y = \frac{k}{x}$ функцияның биринчи ва иккинчи хоссаларидан қуидагилар келиб чиқади:

- ♦ $k > 0$ бўлганда функцияның графиги I ва III координаталар чоракларида,

- ♦ $k < 0$ бўлганда II ва IV координаталар чоракларида (абсцисса ўқининг қуий қисмида) жойлашади.

3) Функцияның ўзгармас ишорали оралиқларини аниқлаймиз.

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның биринчи ва иккинчи хоссаларидан қуидагилар келиб чиқади:

- ♦ $k > 0$ бўлганда, функция $(0; +\infty)$ оралиқда мусбат қийматлар, $(0; +\infty)$ оралиқда манфий қийматлар;

- ♦ $k < 0$ бўлганда, функция $(-\infty; 0)$ оралиқда мусбат қийматлар, $(0; +\infty)$ оралиқда факат манфий қийматлар қабул қиласди.

4) Функцияның нолларини топамиз.



Тушунтиринг

Нима сабабдан $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функцияның қиймати нолга teng бўла олмайди?

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) функция нолга teng эмас. Бу функцияның графиги Ox ўқини кесиб ўтмаслигини кўрсатади.

5) Функцияның ўсиш ва камайиш оралиқларини топамиз.

$x_1 > x_2$ бўлсин. y_1 ва y_2 ларни таққослаймиз. Бунинг учун $y_1 - y_2$ айрманинг қийматини топамиз. $y_1 - y_2 = \frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2}$ функцияның фор-

муласидан фойдаланиб, $y = \frac{k}{x}$ ҳосил қиласми. k умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига сиртига чиқарамиз: $\frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2} = k \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$.

Касрларни умумий маҳражга келтирсак,

$$k \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2} \right)$$

хосил бўлади. а мусбат ва манфий қийматлар қабул қилиши мумкин, у ҳолда а) $k < 0$, б) $k > 0$ бўлган иккита ҳолни кўриб чиқамиз. $x_1 > x_2$ эканини эътиборга олсак, $x_1 - x_2 > 0$ ёки $x_2 - x_1 < 0$. У ҳолда $k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2} \right)$ кўпайтмадаги касрнинг сурати манфий қийматлар, маҳражи эса мусбат қийматлар қабул қиласди, чунки $x_1 > x_2 > 0$ ва $x_2 < x_1 < 0$ бўлганда манфий сонларнинг ҳам, мусбат сонларнинг ҳам кўпайтмаси мусбат сон бўлади. Шу сабабли, агар:

а) $k < 0$, бўлса, у ҳолда $y_1 - y_2 = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2} \right) > 0$ бўлади. Демак, унинг аниқланиш соҳасидан олинган x ўзгарувчининг барча қийматларида яъни $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ сонлар оралиғида $y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$ функция ўсувчи, чунки x аргументнинг катта қийматига y функцияниң катта қиймати мос келади.

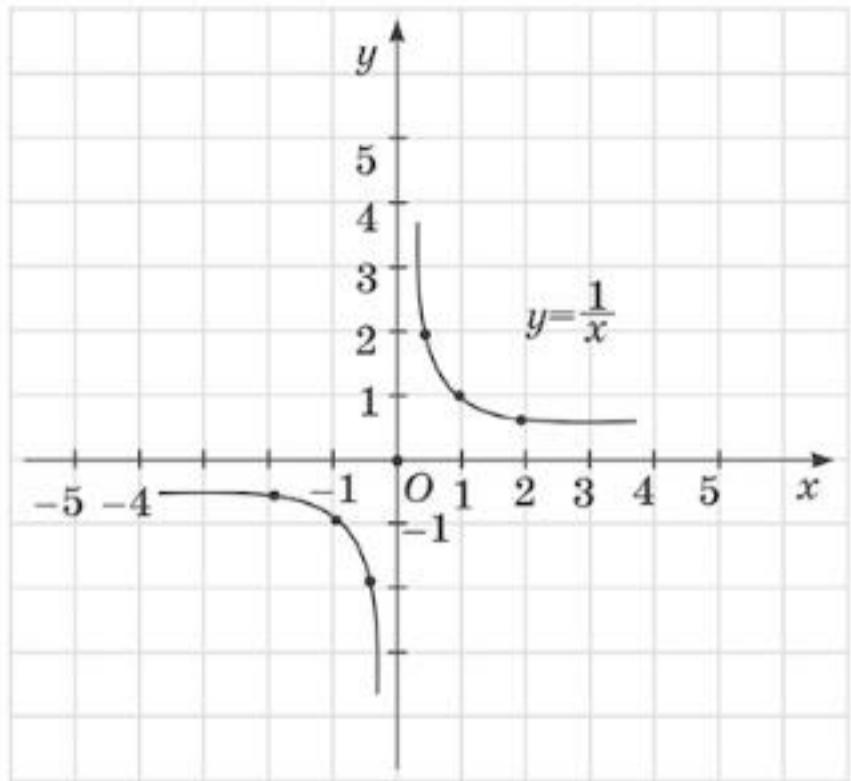
Агар x ёки y функцияларнинг графикларида ётувчи бошқа нуқталарни белгиласак, уларнинг 27.1-жадвал ёрдамида ясаладиган нуқталарнинг силлиқ эгри чизикда жойлашганини кўрамиз.

б) $k > 0$, бўлса, у ҳолда $y_1 - y_2 = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2} \right) < 0$ бўлади. Демак, унинг аниқланиш соҳасидан олинган x ўзгарувчининг барча қийматларида яъни $(-\infty; 0)$ ва $(0; +\infty)$ сонлар оралиғида $y = \frac{k}{x}$ функция камаювчи, чунки x аргументнинг катта қийматиги y функцияниң кичик қиймати мос келади.

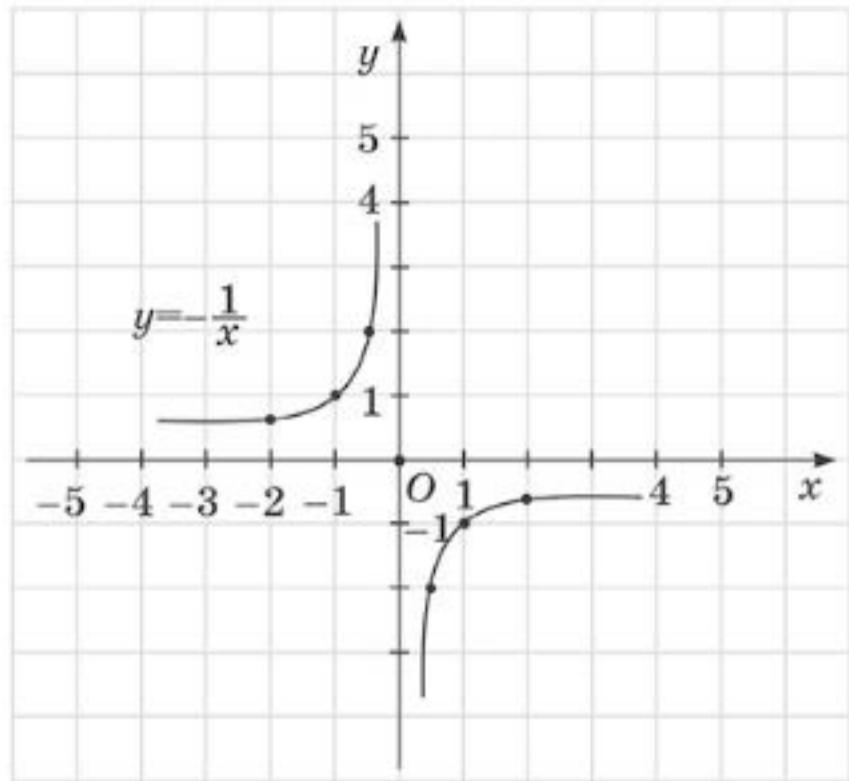
$y = \frac{1}{x}$ ва $y = -\frac{1}{x}$ функцияларнинг графикларини ясаш учун қуйидаги 27.1-жадвални тузамиз:

27.1-жадвал

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	мавжуд эмас	2	1	$\frac{1}{2}$
$y = -\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	мавжуд эмас	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



27.1-расм



27.2-расм

Функцияларнинг графиги *гипербола* деб аталади (27.1, 27.2-расм).

Мустақил ишлаш учун мүлжалланган топшириқ.

$y = \frac{1}{x}$ ва $y = -\frac{1}{x}$ функцияларнинг графиклари бўлган гиперболовларни битта координаталар системасида ясанг.



27.2-жадвални тўлдиринг. Аргументнинг бир хил қийматларига мос функцияларнинг қийматларини таққосланг: 1) $y = \frac{2}{x}$ ва $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{1}{2x}$ ва $y = \frac{1}{x}$.

27.2-жадвол

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = \frac{2}{x}$									
$y = \frac{1}{x}$									
$y = \frac{1}{2x}$									

$y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{2}{x}$ ва $y = \frac{1}{2x}$ функцияларнинг барчасининг графиги *гипербола* деб аталади.

“ $y = \frac{1}{x}$ функциянынг графиклари бўлган гиперболани ясаш” жумласи ўрнига қисқача “ $y = \frac{1}{x}$ гиперболаны ясаш” деп айтилади.



$y = -\frac{2}{x}$, $y = -\frac{1}{2x}$ ва $y = -\frac{2}{x}$ функцияларнинг графиклари бўлган гиперболаларни битта координаталар системасида ясанг.



1. $y = \frac{1}{x}$ гиперболадан $y = -7 \cdot \frac{1}{x}$; $y = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{x}$ гиперболаларни қандай хосил қиласиз?
2. $y = \frac{k}{x}$ ва $y = -\frac{k}{x}$ гиперболалар бир-бирларига нисбатан қандай жойлашган?
3. Нима сабабдан координаталар боши $y = \frac{k}{x}$ кўринишдаги гиперболанинг марказий симметрияси бўлишини тушунтиринг.
4. $y = \frac{11}{x}$; $y = -\frac{11}{x}$ гиперболалар қайси координаталар чоракларида жойлашган?

Машқлар

A

- 27.1.** 1) $A(2; 0,5)$; 2) $B(-3; 4,3)$; 3) $C(-10; -0,1)$; 4) $M(-0,2; -5)$ нуқталар $y = \frac{1}{x}$ функциянынг графигига тегишлими?
- 27.2.** $y = \frac{3}{x}$ функциянынг графигини ясанг. Графикдан:
- 1) $x = -3; -0,6; 5; 30$ қийматларга мос функциянынг қийматларини;
 - 2) $y = -2; -1,5; 0,5; 2,5; 4$ қийматларга мос аргументнинг қийматларини топинг;
 - 3) агар: $f(0,5) + f(3)$; $f(1) - f(-1,5)$; $f(2) - 2f(3)$; $f(-0,3) + 3f(1,5)$, $y = f(x)$ бўлса, у ҳолда қуйидагиларни топинг:
- 27.3.** $y = \frac{2}{x}$; $y = \frac{4}{x}$; $y = -\frac{2}{x}$; $y = -\frac{4}{x}$; $y = \frac{0,5}{x}$ функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг.
- 27.4.** Функция $y = -\frac{5}{x}$ формула билан берилган. 27.3-жадвални тўлдиринг.

27.3-жадвал

x	-5	-2	-1	1	2	5
y						

B

27.5. 1) $-\frac{5}{x} = 3x + 2;$

2) $-\frac{2,5}{x} = 5;$

3) $\frac{4}{x} = -x;$

4) $\frac{6}{x} = 4x - 3$ тенгламаларнинг ил-

дизлари мавжудми?

27.6. 1) $4 = -\frac{2}{x};$ 2) $3 = \frac{4}{x};$ 3) $x = -\frac{2}{x};$ 4) $2x = -\frac{5}{x};$

5) $x^2 = \frac{1}{x};$ 6) $x^3 = -x^2;$ 7) $x^2 = x + 2;$ 8) $0,25x^2 = \frac{2}{x}$

тенгламаларни график усулда ечинг.

27.7. 1) $y = -x + 3;$ 2) $y = 2x;$ 3) $y = x + 1;$

4) $y = -3x - 3,5;$ 5) $y = -x^2;$ 6) $y = -0,5x^3;$

7) $y = \frac{1}{3}x^2;$ 8) $y = |x|$ функцияларнинг графиклари ва
 $f(x) = -\frac{5}{x}$ функцияниянг графиги кесишадими?

C

27.8*. $y = \frac{4}{x}$ ва $y = ax + b$ функцияларнинг графиклари:

1) фактат битта нүктада;

2) фактат иккита нүктада;

3) учта нүктада кесишиши мумкинми?

27.9. 1) $y = \frac{2}{x};$ 2) $y = -\frac{2}{x};$

3) $y = -\frac{1}{|-x|};$

4) $y = \frac{-0,2}{|x|}$ функцияларнинг графи-

гини ясанг.

27.10*. Функцияниянг $f(x) = \frac{2}{|x|}$ оралиқлардаги энг катта ва энг ки-
 чик қийматларини топинг:

- 1) [2,4; 5]; 2) [-2,4; -1]; 3) [-3,5; -0,5]; 4) [4; 12].

27.11. $y = \frac{k}{x}$ функциянынг графиги $M(-4; 2)$ нүкта орқали үтади.

Шу функциянынг графиги нүкталар орқали үтадими?

- 1) $A(-1; 8)$; 2) $B(3; -9)$; 3) $C(0,5; -16)$; 4) $K(-3; 2\frac{2}{3})$.

Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

27.12. Дўкондаги “болалар ўйинчоқлари” бўлимидаги ўйинчоқларнинг нархи қўйидаги рўйхатда берилган:

480 тг, 780 тг, 250 тг, 420 тг; 420 тг; 180 тг, 250 тг; 480 тг, 480 тг, 680 тг, 250 тг, 380 тг, 540 тг, 125 тг, 430 тг, 450 тг, 380 тг, 680 тг, 990 тг, 410 тг; 690 тг, 450 тг, 360 тг, 1200 тг, 850 тг, 800 тг; 150 тг, 250 тг.

- 1) Нархи 300 тг дан 700 тг гача бўлган нечта ўйинчоқ бор?
 2) Нархи 600 тг дан ортиқ бўлган ўйинчоқлар сони нечта?
 3) Нархи 600 тг дан ошмайдиган нечта ўйинчақ бор?

26.13. Ҳаво ҳарорати қўйидаги рўйхатда берилган:

-12°C ; -10°C ; -9°C ; -12°C ; -11°C ; -10°C ; -9°C ; -8°C ; -9°C ; -12°C ; -11°C ; -10°C ; -10°C ; -9°C ; -8°C .

Ушбу рўйхатни 1) камайиш тартиби бўйича;
 2) ўсиш тартиби бўйича ёзинг.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** $y = 2x^2$ функция графигига тегишли бўлмаган нуктани аниқланг.
 А. $(0; 0)$;
 Б. $(1; 2)$;
 С. $(-1; 2)$;
 Д. $(-1; -2)$.

- 2.** $y = -3x^3$ функциянинг $x = -2$ бўлганда қийматини топинг.
 А. -24 ;
 Б. 18 ;
 С. 24 ;
 Д. -18 .

- 3.** $y = ax^2$ функциянинг $x = -3$ бўлганда қиймати -9 га тенг.
 a нинг қийматини топинг.
 А. 1 ;
 Б. -1 ;
 С. $\frac{1}{3}$;
 Д. $-\frac{1}{3}$.

- 4.** $y = -\frac{5}{x}$ функциянинг графигига тегишли бўлмаган нуктани топинг.
 А. $(1; 5)$;
 Б. $(-2; 10)$;
 С. $\left(\frac{1}{5}; -25\right)$;
 Д. $(2; 2,5)$?

- 5.** $y = -\frac{14}{x}$ функциянинг қиймати ўсадиган x нинг барча қийматларини кўрсатинг
 А. $(0; +\infty)$;
 Б. $(-\infty; 0)$;
 С. R ;
 Д. $(-\infty; 0)$ ва $(0; +\infty)$.

- 6.** Графиги $A(-2; -4,5)$ нүкталар орқали үтувчи тескари пропорционалликни формула билан ифодаланг.
- $y = -\frac{9}{x}$;
 - $y = \frac{9}{x}$;
 - $y = -\frac{14}{x}$;
 - $y = -\frac{2}{9x}$.
- 7.** $y = \frac{20}{x}$ функцияниянг қиймати мусбат бўладиган x нинг барча қийматларини кўрсатинг.
- $(0; +\infty)$;
 - $(-\infty; 0)$;
 - R ;
 - $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
- 8.** $y = x^2$ ва $y = x^3$ функцияларнинг графиклари нечта нүктада кесишиди?
- Иккита нүктада;
 - Битта нүктада;
 - Умумий нүкталари йўқ;
 - Чексиз кўп нүктада?
- 9.** Нүкталарнинг қай силари $y = -x^3$ функцияниянг графикига тегишли бўлади?
- $(1; 1), (-1; -1)$;
 - $(1; -1), (-1; -1)$;
 - $(-1; 1), (1; -1)$;
 - $(1; 1), (0; 0)$?
- 10.** $y = 3x^3$ ва $y = \frac{3}{x}$ функцияларнинг графиклари нечта нүктада кесишиди?
- Умумий нүкталари йўқ;
 - Битта нүктада;
 - Иккита нүктада;
 - Учта нүктада?



СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

Математик статистика — илмий ва амалий холосалар чиқариш учун күзатиши натижаларини тартибга солиши, қайта ишлаш ва текширишнинг математик усулларини ўрганувчи математиканинг бўлими.

28-§. ВАРИАЦИОН ҚАТОР



Бош тўплам тасодифий танлов, вариацион қатор, варианта деганимиз нима?

Илм-фан ва амалиётда холосалар, натижалар ва маълумотлар асослангандағина қадрли бўлади.

Исталган тадқиқот натижалари күзатишлиарни тўплашдан бошланди. У маълумотларни қайта ишлаш ва тартибга солишида статистик тушунчалар ёрдам беради. Улар: бош тўплам, тасодифий танлаш, вариацион қатор, варианта.

Таъриф. Текширишни талаб этувчи умумий тавсифга эга бўлган барча обьектлар ва ҳодисалар тўплами *бош тўплам* (инглиз тилида *population*) деб аталади.

Бош тўплам текширишнинг олдига қўйган мақсадларига боғлиқ бўлади. *Масалан*, эман дарахти баргларининг ўлчовларини ўрганиш керак бўлса, у ҳолда бош тўплам сифатида эман баргларининг тўплами олинади; куз ойларида кузатилган ҳаво ҳароратини ўргангандаги бош тўплам куз ойларида кузатилган ҳаво ҳароратининг кўрсаткичлари бўлади; еттинчи синф ўқувчиларининг бўйлари узунликларини ўргангандаги бош тўплам шу ёшдаги барча болалар бўйларининг узунликлари кўрсаткичлари бўлади.



Бош тўплам қандай обьектлардан ташкил топиши мумкин?

Бош тўплам элементлари исталган обьектлар бўлиши мумкин: нарсалар, кишилар, табиий ҳодисалар ва бошқалар.

Таъриф. Агар бош тўпламдан баъзи бир элементлар (объектлар) ихтиёрий тартибда танлаб олинса, у ҳолда ҳосил бўлган тўплам *тасодифий танлаш* деб аталади.

Масалан, 13 ёшли болалар бўйларининг узунлигини кузатганда тасодифий танлаш ўзлари ўқийдиган мактабнинг 13 ёшли болалари бўлади (28.1-расм).



Бош тўплам 13 ёшли барча болалар

Тасодифий танлаш бош тўпламдан танлаб олинган 13 ёшли болалар

28.1-расм

Таъриф. Объектлар тўпламининг ўсиши ёки камайиши бўйича тартибга солиниши *вариацион қатор* дейилади.



1. $-3^\circ, 0^\circ, -3^\circ, -6^\circ, -7^\circ, -12^\circ, -11^\circ, 0^\circ, 0^\circ, -7^\circ, -9^\circ, -10^\circ, -12^\circ, -10^\circ$ кетма-кетликда 5 ва 18 ноябрь оралиғидаги ҳаво ҳарорати ёзилган. Бу кетма-кетлик нима учун вариацион қатор бўлмайди?
2. Қуидада берилган кетма-кетликлар вариацион қатор бўладими:
 $-12^\circ, -12^\circ, -11^\circ, -10^\circ, -10^\circ, -9^\circ, -7^\circ, -7^\circ, -6^\circ, -3^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ;$
 $0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, -3^\circ, -3^\circ, -6^\circ, -7^\circ, -7^\circ, -9^\circ, -10^\circ, -10^\circ, -11^\circ, -12^\circ, -12^\circ?$

Таъриф. Вариацион қаторнинг ҳар бир ҳади *варианта* деб аталади.



Кузатишлар натижаларини исталган тартибда берадиган кетма-кетлика қараганда вариацион қаторнинг қандай афзаллиги бор?

Вариацион қатор ёрдамида қаторнинг энг катта ва энг кичик қийматларини, бошқа қийматларига нисбатан кўпроқ такрорланадиган қийматларини ва ҳ.к. бирдан кўрсатиш мумкин. Бироқ варианталарнинг сони жуда кўп бўлганда олинган маълумотларни кўрсатиш қулай эмас.



1. Бош түплам ва тасодиғий танлашга мисоллар келтириңг.
2. 2003 ва 2009 йиллар оралиғида Астана шаҳри аҳолисининг сонини күрсатувчи 1 149 641, 1 175 208, 1 209 485, 1 247 896, 1 287 246, 1 324 739, 1 365 105 кетма-кетлик вариацион қатор бўла оладими?

Машқлар

A

- 28.1.** Берилган кетма-кетликлар орасидан вариацион қаторни аниқланг:
- 1) 1, 12, 13, 15, 16, 21, 22, 24, 26;
 - 2) -17, -15, -13, -11, -10, -9, -8, -5, -4;
 - 3) 111, 112, 113, 125, 126, 121, 122, 124, 126;
 - 4) 101, 102, 103, 105, 216, 221, 222, 224, 326, 334, 339.
- 28.2.** Рўйхат бўйича синфда 25 та ўқувчи бор. Рўйхат бўйича ҳар бир ўқувчининг бўйи узунлигини ёзинг. Ёзилган қийматлар вариацион қатор бўладими? Жавобларингизни тушунириңг.
- 28.3.** Астана шаҳридаги 9 ноябрдан 19 ноябргача бўлган ҳаво ҳароратининг қатори берилган:
- -2° , -6° , -2° , -3° , -13° , -14° , -10° , -5° , -3° , -7° .
- Ушбу қатор вариацион қатор бўладими? Жавобингизни тушунириңг.
- 28.4.** 1, 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 11, 11, 12, 12 кетма-кетлик вариацион қатор бўладими? Энг кўп такрорланувчи вариантани ёзинг. Энг кам такрорланувчи вариантани ёзинг. Вариантанинг энг катта ва энг кичик қийматларини ёзинг.

B

- 28.5.** Танланманинг бош тўпламини атанг (28.1-жадвал):

28.1-жадвал

Айик	Бўри	Тулки	Қуён	Кийик	Буғу	Тўнғиз
60 кг	50 кг	5 кг	3, 5 кг	25 кг	45 кг	36 кг

28.1-жадвални тўлдириб, ҳайвонлар массаларининг вариацион қаторини ёзинг.

- 28.6.** Мактабда спорт билан шуғулланадиган 7, 8-синф ўқувчилари сонининг бош тўпламдан танлашга мисоллар келтириңг (28.2-жадвал):

28.2-жадвал

Синф	Волей-бол	Баскет-бол	Сузиш	Енгил атлетика	Тен-nis	Футбол	Гимнастика	Ку-раш
7-синф								
8-синф								

1. Берилган бош түпламдан вариацион қатор тузинг.
2. Вариантанинг энг кичик ва энг катта қийматларини ёзинг.

C

Ахборот тайёрланг

28.7. Илм-фанга “статистика” тушунчасини киритгандык Готфрид Ахенвалль (1719—1772) ҳақида ахборот тайёрланг.



Яңги мавзууни үзлаштиришга тайёрланинг

28.8. 28.3-жадвални түлдириңг:

28.3-жадвал

x нинг қиймати	-1	1			4	5		
$y = 2x - 1$				5				
$y = x^2$								49
$y = \frac{2}{x}$			1				$\frac{1}{3}$	

29-§. АБСОЛЮТ ЧАСТОТА ВА СОЛИШТИРМА ЧАСТОТА. ЧАСТОТАЛАР ЖАДВАЛИ



Вариантанинг абсолют ва солишири ма частоталарини қандай ҳисоблаш ва танловни частота жадвали шаклида қандай бериш мүмкін?

Вариацион қаторда баъзи бир варианталар бир неча марта такрорланган: -12° , -12° , -11° , -10° , -10° , -9° , -7° , -7° , -6° , -3° , -3° , 0° , 0° . Бундай ҳолда кузатиш натижаларини 29.1-жадвал күринишида бериш қулай. Бундай жадвалда турли хил варианталар ва уларнинг сонлари күрсатилган.

Таъриф. Вариантани неча марта кузатилғанligини күрсатувчи сон *вариантанинг абсолют частотаси* дейилади.

29.1-жадвал

Варианта	-12°	-11°	-10°	-9°	-7°	-6°	-3°	0°
Вариантанинг абсолют частотаси	2	1	2	1	2	1	2	3



Нима сабабдан -7° вариантанинг абсолют хатоси иккига, 0° вариантанинг абсолют хатоси эса учга тенг?

Кўрилаётган мисолда жами 14 та кузатиш бор. Агар варианта-нинг абсолют частотасини кузатишларнинг жами сонига бўлсак, у ҳолда вариантанинг солишири ма частотасига эга бўламиз (29.2-жадвал).

29.2-жадвал

Варианта	-12°	-11°	-10°	-9°	-7°	-6°	-3°	0°
Вариантанинг абсолют частотаси	2	1	2	1	2	1	2	3
Вариантанинг солишири ма частотаси	$\frac{1}{7} \approx 0,14$	$\frac{1}{14} \approx 0,07$	$\frac{1}{7} \approx 0,14$	$\frac{1}{14} \approx 0,07$	$\frac{1}{7} \approx 0,14$	$\frac{1}{14} \approx 0,07$	$\frac{1}{7} \approx 0,14$	$\frac{3}{14} \approx 0,21$

Вариантанинг солишириңма частотаси бәзі бир ҳолларда фоизларда берилади.

Статистик маълумотлар частоталар жадвали ёрдамида берилади.



Жадвалдаги маълумотларнинг зиддиятга олиб келмаслигини қандай текшириш мүмкін?

Частота жадвалининг хоссалари:

Вариантанинг абсолют частотаси йиғиндисининг қиймати ва солишириңма частотаси йиғиндиларнинг қийматини ҳисобланғ. Хулоса чиқаринг.

1) вариантанинг абсолют частотаси йиғиндисининг қиймати кузатишлиарнинг умумий сонига тенг;

2) солишириңма частота йиғиндисининг қиймати 1 га тенг.



1. Вариантанинг абсолют частотаси ва солишириңма частотасини топиши учун қандай маълумотлар лозим?

2. 20, 20, 30, 10, 10, 20, 30, 20, 30, 20 натижалардан фойдаланиб, вариантанинг абсолют частотаси ва солишириңма частотасини топинг.

Машқлар

A

29.1. 29.3-расмда Шимолий Қозғистон вилоятининг 2016 йил июль ойидаги үртача ҳаво ҳарорати қийматлари берилган.

29.3-жадвал

Варианталар	x	29°	27°	26°	25°	24°	22°	21°	20°
Вариантанинг абсолют частотаси	n	4	4	5	6	4	4	2	1
Вариантанинг солишириңма частотаси	W								

W солишириңма частотани 0,01 гача аниқликда топиб, жадвални түлдириңг. Қайси варианта күп учрайди?

Жадвал ёрдамида жавоб бериш мүмкін бўлган саволлар тузинг.

29.2. 2 2 3 3 3 3 4 2 3 3 2 3 2 3 2 4 3 2 2 3 2 4 5 2 3 3 2 4 3 2 3 4 3 3 2 3 5 3 статистик қатордан фойдаланиб, вариацион қатор тузинг. Вариацион қатордан фойдаланиб “3”, “4” варианタルарнинг абсолют ва солишириңма частотасини топинг.

- 29.3.** Синфдошларингизнинг математика, қозоқ тили, физикадан чорак баҳолари ҳақида маълумотлар тўпланг. Ҳар бир маълумотни вариацион қатор кўринишида ёзинг. Ҳар бир фан бўйича энг кўп, энг кам ва энг кўп учрайдиган баҳоларни аниқланг.

B

- 29.4.** Ўқувчилар орасида севимли фанни аниқлаш мақсадида савол-жавоб олиб боринг. Ушбу савол-жавоб натижаси асосида мактабда ўқитиладиган фанларнинг рейтингини ясанг. Бу рейтингнинг ўқувчилар ёшига боғлиқлигини сездингизми?

- 29.5.** Биринчи чоракда математикадан 24 марта уй вазифаси берилган.

1) Ўқувчи уй вазифасини саккиз марта “5”га бажарган. Чорак давомида ўқувчининг уй вазифасини “5”га бажаришининг абсолют частотасини топинг.

2) Ўқувчи уй вазифасини ўн икки марта “4” га бажарган. Чорак давомида ўқувчининг уй вазифасини “4” га бажаришининг абсолют частотасини топинг.

C

- 29.6.** Ўйин кубигини ташлаш бўйича тажрибани 30 марта ўтказинг.

1. Тажриба натижасида тушган очколарни 29.4-жадвалга ёзинг.

29.4-жадвал

Тушиши	Протокол										Абсолют частота	Солишири- ма частота
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
												
												
												
												
												
												
Йиғиндининг қиймати												

2. Ҳар бир очко тушишининг абсолют ва солишири ма частотасини топинг.

3. Абсолют ва солишири ма частоталарнинг натижаларидан қийматларни топинг.

Холоса ясанг.

Синфда олинган натижаларнинг холосасини битта жадвалга түлдириңг.

Яңги мавзуни үзлаштиришга тайёрланинг

- 29.7.** Координаталар текислигиге $A(0; 1)$; $B(2; 3)$, $C(4; 3)$, $M(6; 4)$ нүкталарни белгиланг. Ушбу нүкталарни кесмалар билан туаштириңг.

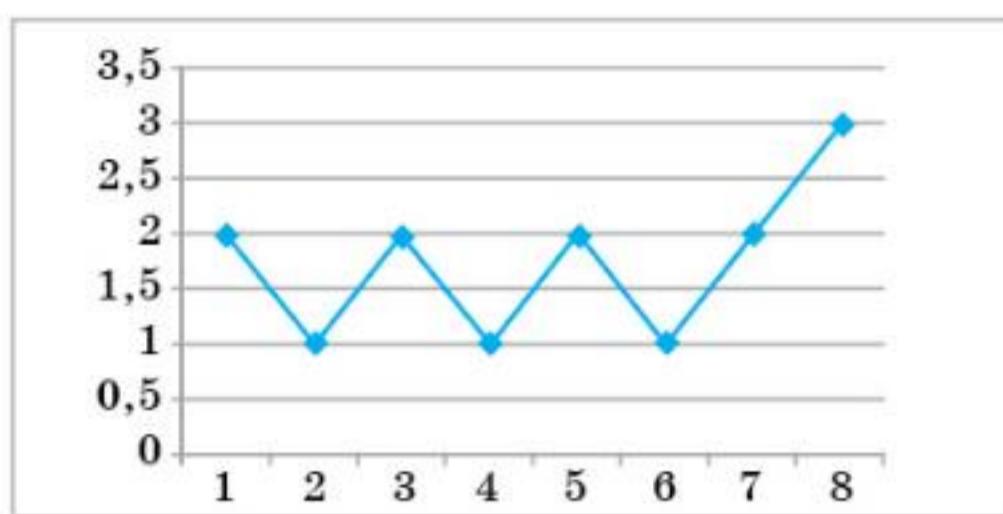
30-§. ЧАСТОТА ПОЛИГОНИ



Танлов натижаларини частота полигони күринишида қандай бериш мүмкін?

Кузатиш натижаларини график шаклида берамиз.

Вариантанинг абсолют частотаси жадвалини түлдириб, 30.1-расм бўйича синик чизик қандай чизилганини тушунтиринг.



30.1-расм

Расмда берилган синик чизик *абсолют частота полигони* деб аталади.

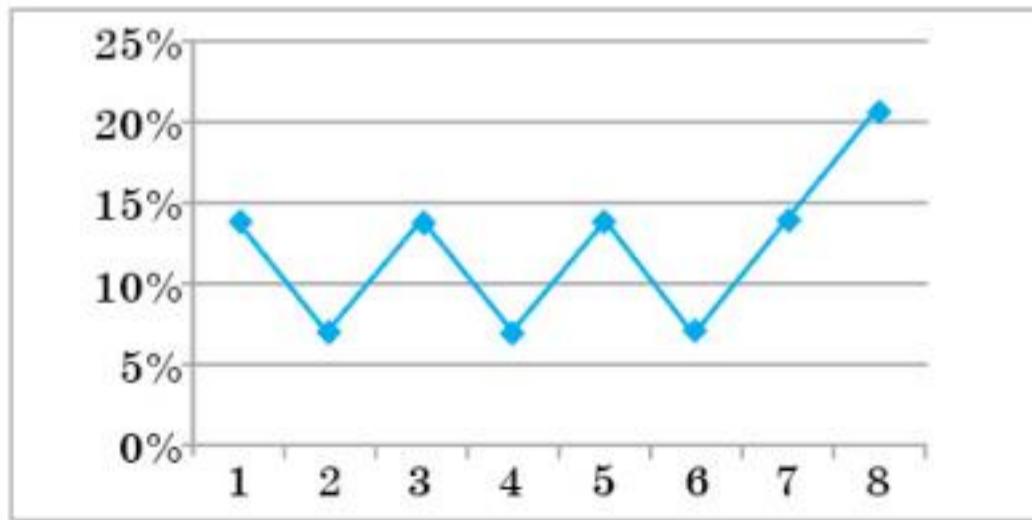
Таъриф. Бўғинлари абсциссалари турли бўлган варианталар, ординаталари ўша варианталарнинг абсолют частотаси бўлган нуқталарни туташтирувчи синик чизик *абсолют частота полигони* деб аталади.

Абсолют частота полигонини ясаш алгоритми:

1. Ох ўқида x варианталарни кўрсатинг.
2. Oy ўқида n частотани кўрсатинг.
3. Координаталари $(x; n)$ бўлган нуқталарни ясанг.
4. Нуқталарни кесмалар билан туташтиринг.



Солиширма частота полигони қандай ясалган (30.2-расм)?



30.2-расм

Таъриф. Бўғинлари абсциссалари турли хил варианталар бўлган, ординаталари шу варианталарнинг солишишима частотаси бўлган нукталарни туташтирувчи синик чизик **солишишима частота полигони** деб аталади.

Солишишима частота полигонини ясаш алгоритми:

1. Ox ўқида x варианталарни кўрсатинг.
2. Oy ўқида W частотани кўрсатинг.
3. Координаталари (x, W) бўлган нукталарни ясанг.
4. Нукталарни кесмалар билан туташтиринг.

Жадвал ва частота полигони кўринишида берилган статистик маълумотларни қандай таҳлил қилиш мумкин?

30.1-жадвалда синф ўқувчиларининг назорат ишида олган баҳолари ҳақида маълумотлар берилган.

30.1-жадвал

Варианта	x	3	4	5
Вариантанинг абсолют частотаси	n	4	12	9
Вариантанинг солишишима частотаси	W	16%	48%	36%

Варианта частотаси 4 нафар ўқувчи “3” олганини ва улар 16% ни ташкил этишини, 12 нафар ўқувчи “4” олганини (48%), 9 нафар ўқувчи “5” олганлигини 36% кўрсатади.

Ушбу маълумотни частота полигонидан ҳам олиш мумкин (30.3-расм).



30.3-расм



Тўғри жавобнинг тартиб рақамини кўрсатинг:

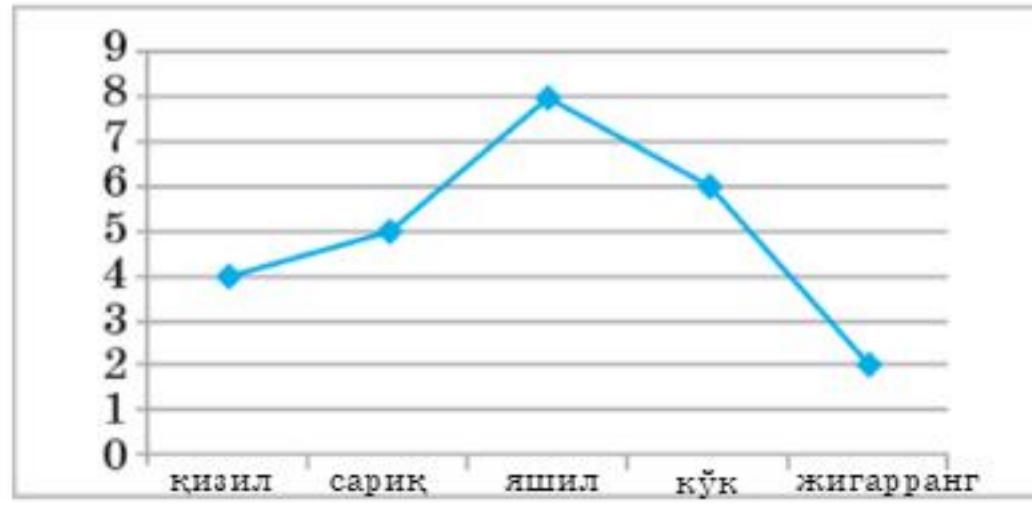
1. Частота полигони қандай чизик?
 - 1) Тўғри чизик; 2) синик чизик; 3) эгри чизик.
2. Частота полигони маълумотларни қўйидаги кўринишда беради:
 - 1) жадвал; 2) график;
3. Варианталар қўйидаги ўқда белгиланади:
 - 1) абсциссалар ўқи; 2) ординатарлар ўқи;
4. Частоталар қўйидаги ўқда белгиланади:
 - 1) абсциссалар ўқи; 2) ординаталар ўқи;

Машқлар**A**

- 30.1.** 13; 15; 13; 12; 12; 13; 14; 13; 15; 13; 12; 12 сонлар қаторининг ўрта арифметигини, модаси ва қулочини топинг.
 1) Берилган маълумотлар учун вариацион қатор тузинг.
 2) Қаторга киравчи варианталарнинг абсолют ва солишиштирма частоталарини топинг.
 3) Танлов натижаларини частота полигони орқали кўрсатинг.
- 30.2.** Мактаб ҳаётидан вариацион қатор тузинг, абсолют ва солишиштирма частоталарини, уларнинг йифиндиси қийматларини топинг. Маълумотларни частота полигони орқали кўрсатинг.
- 30.3.** Тасодифий танлов натижасида 8-синфдаги 30 нафар ўқувчининг бўй узунликлари маълум (сантиметрларда олинган): 166, 165, 163, 166, 168, 165, 168, 170, 165, 165, 165, 164, 168, 165, 164, 161, 162, 164, 166, 165, 166, 167, 164, 163, 168, 167, 165, 162. Ушбу танлов учун вариацион қатор тузинг. Вариацион қатор бўйича абсолют ва солишиштирма частоталар жадвалини тузинг ва қуйидаги саволларга жавоб беринг:
 1) ўқувчилар бўйи узунликларининг энг кичик ва энг катта қийматлари қандай?
 2) бўйининг узунлиги 168 см бўлган ўқувчилар неча фойизни ташкил этади?
 3) танловда ўқувчилар бўйининг қайси узунлиги кўп учрайди?

B

- 30.4.** Ҳар хил рангли ўйинчоқлар тўпламининг 30.4-расмда берилган абсолют частота полигонидан фойдаланиб:
 1) ўйинчоқларнинг умумий сонини;
 2) ҳар хил рангли ўйинчоқларнинг солишиштирма частотасини;



30.4-расм

3) Үйинчоқларнинг бир ранги иккинчи рангидан неча ортиқ (кам) эканини топинг.

- 30.5.** 30.4-машқдаги маълумотлардан фойдаланиб, турли рангли үйинчоқлар тўпламининг частота жадвалини тузинг.

C

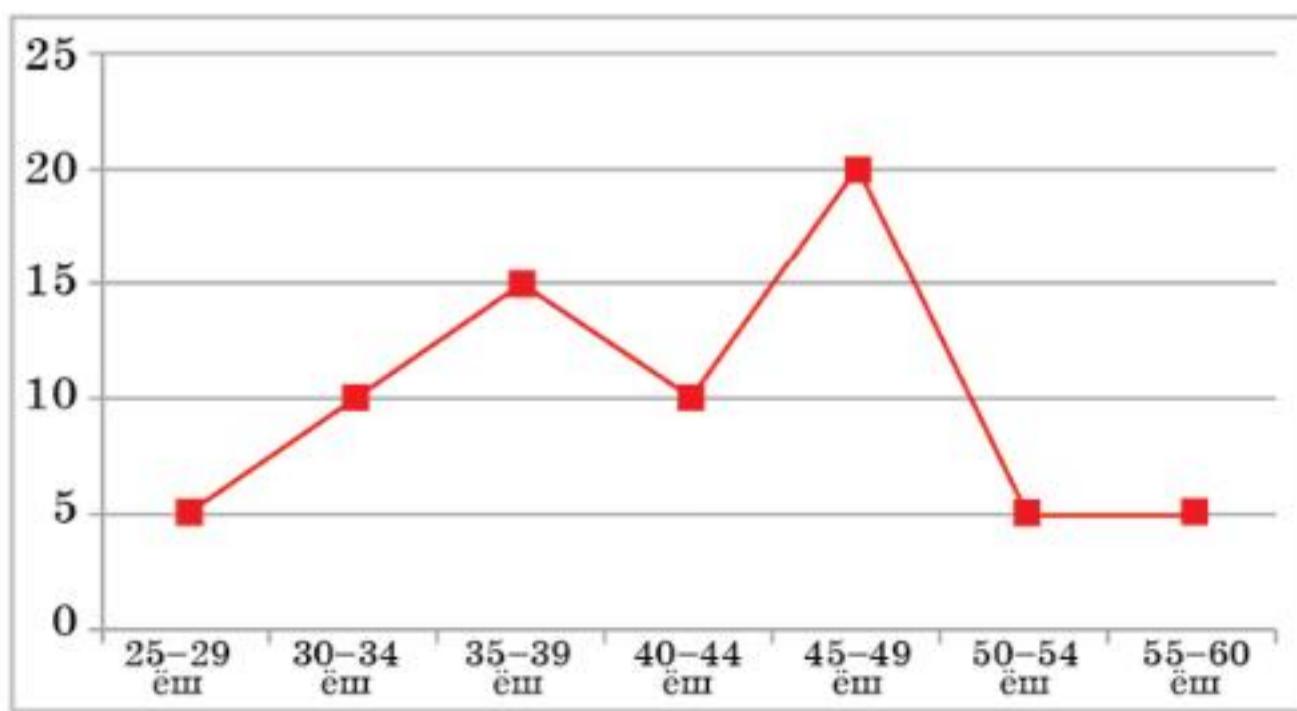
- 30.6.** Учта үйин кубиги ёрдамида 50 та тажриба ўтказинг. Натижаларни MS Excel да ёзиб, ҳар бир тажрибадаги очколар йиғиндинисининг қийматини топинг. Вариацион қаторни ёзиб, унинг частота жадвалини тузинг. Жадвални тўлдириб, йиғиндинининг қиймати 5; 10; 15 бўлиш частотасини топинг.
- 30.7.** Назорат ишида ўқувчиларга 8 та топшириқдан ташкил топган тест берилди. 48 нафар ўқувчининг тўғри жавобларининг сони 30.2-жадвалда кўрсатилган.

30.2-жадвал

Тўғри жавоблар сони	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Абсолют частотаси	0	0	0	1	5	14	16	6	6
Солиштирма частота									

- Номаълум абсолют частотани топинг.
- Ҳар бир тўғри жавобнинг солиштирма частотасини топинг ва жадвални тўлдиринг.
- Абсолют ва солиштирма частоталар полигонини ясанг.

- 30.8.** 30.5-расмда суғурта компанияси хизматчиларининг ёши бўйича гурухлар частота полигони берилган.



30.5-расм

- 1) 39 ёшдан катта бўлган хизматчиларнинг солиширима частотасини (% ларда) топинг.
 - 2) 40 ёшдан катта бўлган хизматчиларнинг солиширима частотасини (% ларда) топинг.
- 30.9.** Агар ўнта топшириқдан тузилган тестда тўғри жавобларнинг абсолют частотаси 24 га teng бўлса, тўғри жавобларнинг солиширима частотаси 30% бўлса, у ҳолда неча ўқувчи тестни бажаришган?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

- 30.10.** Амалларни бажаринг:

- 1) $2a^2 \cdot (a^2 - ab + b^2)$;
- 2) $a \cdot (a^2 - 2ab + b) - 2ab$;
- 3) $x^2 \cdot (a^2 - 3ax + x) + 3ax^2$.

- 30.11.** Айниятни исботланг:

- 1) $a \cdot (a^2 - ab + b^2) + a^2b - ab^2 = a^3$;
- 2) $a \cdot (a + 2ax - x) - 2a^2x - a^2 + 1 = 1 - ax$.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** $+5^\circ, 0^\circ, 0^\circ, +4^\circ, +2^\circ, +5^\circ, +8^\circ, +7^\circ, +4^\circ, +1^\circ, +2^\circ, 0^\circ$ қаторнинг энг катта ва энг кичик варианталари қийматларининг айирмасини топинг:

A. 8° ; B. 9° ; C. 10° ; D. 7° .

- 2.** (-30) қаторнинг $-20, -20, -10, 00, -30, -20, -20, -50, -60, -30, -30, -20, -30, -50, -40, -60$ вариантасининг абсолют частотасини топинг:

A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

- 3.** (-20) қаторнинг $-20, -20, -10, 00, -30, -20, -20, -50, -60, -30, -30, -20, -30, -50, -40, -60$ вариантасининг абсолют частотасини топинг:

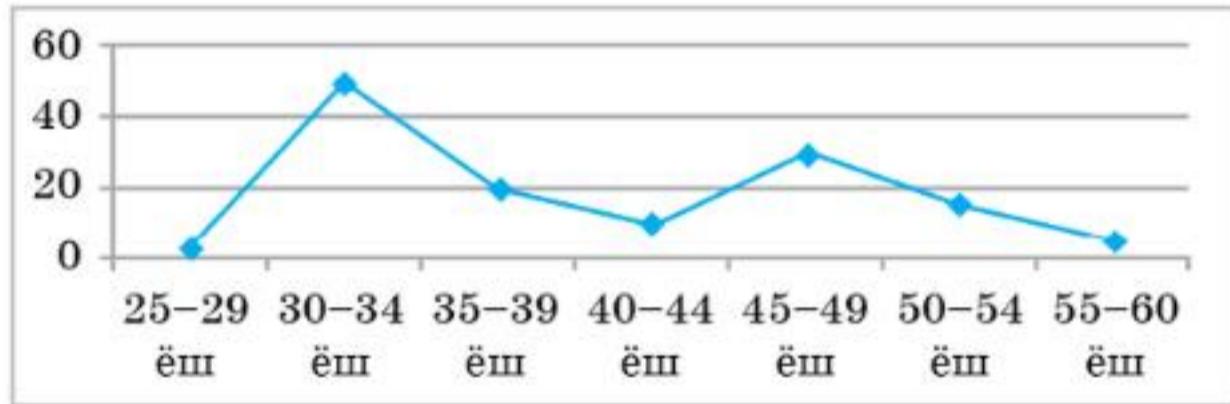
A. 20%; B. 25%; C. 28%; D. 30%.

- 4.** 163, 162, 163, 165, 162, 165, 166, 158, 160, 162, 165, 165, 164, 162, 160, 164, 161, 162, 164, 162, 165, 162, 160, 162, 163 танловдаги ўқувчилар бўйлари узунликларининг абсолют ва солиштирма частотасини топинг:

A. 7; 28%; B. 6; 32%; C. 8; 30%; D. 8; 32%.

- 5.** 30.6-расмда берилган частота полигони бўйича 44 ёшдан катта бўлган хизматчиларнинг солиштирма частотасини (% ларда) топинг:

A. 24%; B. 30%; C. 37%; D. 40%.



30.6-расм

- 6.** 10 та топширикдан ташкил топган тестни бажариш давомида берилган тўғри жавобларнинг солиштирма частотаси 30.3-жадвалда берилган. Номаълум солиштирма частотани топинг.

A. 19%; B. 20%; C. 24%; D. 25%.

30.3-жадвал

Тўғри жавоблар сони	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Солиштирма частота (%)	1	2	6	8	12	...	22	15	12	4	1



ҚИСҚА КҮПАЙТИРИШ ФОРМУЛАЛАРИ

31-§. ИККИ ИФОДА КВАДРАТЛАРИНИНГ АЙИРМАСИ ФОРМУЛАСИ



Қисқа күпайтириш формуласи деганимиз нима ва улардан қандай фойдаланылади?

$a - b$ күпханинг $a + b$ күпхадга күпайтмасини күриб чиқамиз. Бунинг учун күпхадни күпхадга күпайтириш қоидасидан фойдаланамиз, яъни биринчи күпхаднинг ҳар бир ҳадини иккинчи күпхаднинг ҳар бир ҳадига күпайтирамиз.

У ҳолда $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 + ab - ab - b^2$.

Эни ўнг томондаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамласак, $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ ёки $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ келиб чиқади.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ тенглик квадратларнинг айрмаси формуласи деб аталади.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ тенгликнинг ўқилиши: икки ифода квадратларнинг айрмаси уларнинг айрмаси билан йиғиндисининг күпайтмасига тенг.

31.1-расмдан фойдаланиб, квадратлар айрмасининг формуласини геометрик усулда келтириб чиқариш мумкин.

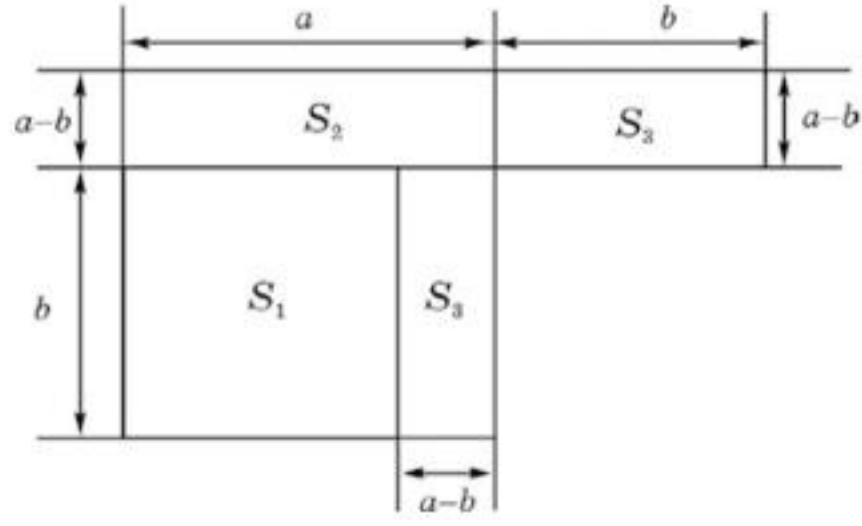
Расмда берилган фигуранлар:

Томоннинг узунлиги b га тенг, юзаси эса $S_1 = b^2$ бўлган квадрат;

♦ томонларининг узунлиги a ва $(a - b)$, юзаси эса $S_2 = a(a - b)$ бўлган тўғри тўртбурчак;

♦ томонларининг узунликлари b ва $(a - b)$, юзаси эса $S_3 = b \cdot (a - b)$ бўлган ўзаро тенг иккита тўғри тўртбурчак.

Томоннинг узунлиги a га тенг, юзаси $S = a^2$ бўлган квадрат



31.1-расм

томонининг узунлиги b га тенг бўлган квадратдан ва биринчисининг томонлари узунликлари ($a - b$) ва b , иккинчисининг томонлари узунликлари ($a - b$) ва a бўлган иккита тўғри тўртбурчакдан ташкил топганлигини расмдан кўриш мумкин. Бундан

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \text{ ёки } S - S_1 = S_2 + S_3.$$

Иккита кичкина тўғри тўртбурчакларнинг юзаси маълум, бундан:

$$S_2 + S_3 = (a - b) b + (a - b) a = (a - b)(a + b).$$

Демак, $S - S_1 = (a - b)(a + b)$.

Энди $S = a^2$ ва $S_1 = b^2$ формулаларни охирги тенгликка қўйсак $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. 

Квадратларнинг айирмаси формуласига мисоллар келтирайлик:

$$1) 25 - m^2 = 5^2 - m^2 = (5 - m)(5 + m);$$

$$2) y^4 - 0,49x^2 = (y^2)^2 - (0,7x)^2 = (y^2 - 0,7x)(y^2 + 0,7x).$$

Квадратлар айирмаси формуласидан фойдаланиш давомида турли хил ҳисоблашларни осонлаштириш, ифодаларни соддлаштириш мумкин.



Тушунтириинг

1. Квадратлар айирмаси формуласидан фойдаланиб:

$71^2 - 59^2 = (71 - 59)(71 + 59) = 12 \cdot 130 = 1560$ ифоданинг қиймати қандай ҳисобланшишини тушунтириинг.

2. $\left(\frac{1}{3}x + 8y\right)\left(\frac{1}{3}x - 8y\right)$ ифодани қандай ҳисобланган:
 $\left(\frac{1}{3}x + 8y\right)\left(\frac{1}{3}x - 8y\right) = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - (8y)^2 = \frac{1}{9}x^2 - 64y^2?$

Квадратлар айирмаси формуласидан тенгламаларни ечишда ҳам фойдаланиш мумкин.

Мисол. $1,69 - z^2 = 0$ тенгламани ечамиш.

Ечши. Квадратлар айирмаси формуласидан фойдалансак:

$1,69 - z^2 = 1,3^2 - z^2 = (1,3 - z)(1,3 + z)$. У ҳолда $1,69 - z^2 = 0$ тенгламанинг ўрнига унга бир жинсли: $(1,3 - z)(1,3 + z) = 0$ ҳосил бўлади. Агар $z = 1,3$ ёки $z = -1,3$ бўлса, кўпайтманинг қиймати нолга тенг. Демак, берилган тенгламанинг $1,3$ ва $-1,3$ иккита илдизи мавжуд. Тенгламанинг жавобини $\{-1,3; 1,3\}$ кўринишда ёзиб, тенгламанинг ечими $-1,3$ ва $1,3$ сонлардан ташкил топган тўплам деб айтилади.

Жавоб: $\{1,3; -1,3\}$.



- Икки ифоданинг квадратлари айирмаси формуласини хисоблаб чиқариш учун қандай қоидалар күлланилади?
- Икки ифоданинг квадратлари айирмаси формуласини икки хил усул билан қандай үқиши мүмкін?

Машқлар

A

31.1. Күпайтиришни бажаринг:

- | | |
|---|---|
| 1) $(x + y)(x - y)$; | 2) $(n - m)(n + m)$; |
| 3) $(k - 2)(k + 2)$; | 4) $(3 - c)(3 + c)$; |
| 5) $(4 + b)(4 - b)$; | 6) $(a - 7)(a + 7)$; |
| 7) $\left(\frac{1}{7} + x\right)\left(\frac{1}{7} - x\right)$; | 8) $\left(a - \frac{2}{9}\right)\left(a + \frac{2}{9}\right)$; |
| 9) $\left(\frac{5}{6} + m\right)\left(\frac{5}{6} - m\right)$; | 10) $(0,4 + n)(0,4 - m)$; |
| 11) $(k + 1,1)(k - 1,1)$; | 12) $(d - 2,2)(d + 2,2)$. |

31.2. Амални бажаринг:

- | | |
|--|--|
| 1) $(x - 5)(5 + x)$; | 2) $(8 + y)(y - 8)$; |
| 3) $(10 - k)(k + 10)$; | 4) $\left(a + \frac{2}{3}b\right)\left(a - \frac{2}{3}b\right)$; |
| 5) $\left(\frac{4}{9}x - y\right)\left(y + \frac{4}{9}x\right)$; | 6) $\left(\frac{4}{15}n - m\right)\left(m + \frac{4}{15}n\right)$; |
| 7) $(9x - 5y)(9x + 5y)$; | 8) $(-4a + 3b)(3b + 4a)$; |
| 9) $(13k - 2d)(2d + 13k)$; | 10) $\left(\frac{5}{4}c + \frac{3}{7}d\right)\left(\frac{3}{7}d - \frac{5}{4}c\right)$; |
| 11) $\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)\left(3y + \frac{1}{3}x\right)$; | 12) $\left(\frac{1}{5}a + \frac{1}{9}b\right)\left(\frac{1}{9}b - \frac{1}{5}a\right)$. |

31.3. Күпайтувчиларга ажратинг:

- | | | | |
|---|---|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $a^2 - 49$; | 2) $64 - b^2$; | 3) $c^2 - 2,25$; | 4) $2,89 - d^2$; |
| 5) $\frac{64}{81} - x^2$; | 6) $\frac{100}{121} - y^2$; | 7) $z^2 - \frac{169}{196}$; | 8) $t^2 - \frac{400}{441}$; |
| 9) $25x^2 - 36$; | 10) $-16 + 49y^2$; | 11) $0,64 - \frac{1}{9}z^2$; | 12) $\frac{4}{25}t^2 - 36$. |
| 13) $\frac{9}{16} - \frac{1}{144}a^2$; | 14) $\frac{25}{64}b^2 - \frac{1}{81}$; | 15) $2,56x^2 - \frac{225}{361}$; | 16) $\frac{81}{100} - 0,04c^2$. |

31.4. Иккихадни күпайтма шаклида ёзинг:

- | | | | |
|-------------------|-----------------|------------------|------------------|
| 1) $c^2 - 0,49$; | 2) $16 - k^2$; | 3) $400 - m^2$; | 4) $t^2 - 225$; |
|-------------------|-----------------|------------------|------------------|

$$5) 1,69 - b^2; \quad 6) y^2 - \frac{16}{81}; \quad 7) 25x^2 - 4; \quad 8) \frac{25}{36} - 64y^2.$$

31.5. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формула ёрдамида ҳисобланг:

$$1) 13^2 - 9^2; \quad 2) 20^2 - 19^2;$$

$$3) 2,2^2 - 2,8^2; \quad 4) 3,5^2 - 3,7^2;$$

$$5) \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2; \quad 6) \left(\frac{7}{9}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2;$$

$$7) \left(\frac{5}{12}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2; \quad 8) \left(\frac{3}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2;$$

$$9) \left(\frac{8}{15}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2; \quad 10) \left(2\frac{1}{7}\right)^2 - \left(2\frac{1}{7}\right)^2;$$

$$11) \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{2}\right)^2; \quad 12) \left(5\frac{1}{6}\right)^2 - \left(7\frac{1}{3}\right)^2;$$

$$13) 51^2 - 41^2; \quad 14) 54^2 - 46^2;$$

$$15) 76^2 - 24^2; \quad 16) 328^2 - 172^2;$$

$$17) \left(3\frac{2}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{3}\right)^2; \quad 18) \left(7\frac{5}{9}\right)^2 - \left(4\frac{4}{9}\right)^2.$$

31.6. Күпайтувчиларни $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формула ёрдамида үйғинди ёки айирма күринишида ёзиб, қийматини топинг:

$$1) 101 \cdot 99; \quad 2) 102 \cdot 98; \quad 3) 103 \cdot 97;$$

$$4) 104 \cdot 96; \quad 5) 105 \cdot 95; \quad 6) 106 \cdot 94.$$

31.7. Ифодани соддалаштириңг:

$$1) (5 + b)(b - 5) - b^2; \quad 2) c^2 + (9 - c)(9 + c);$$

$$3) \left(\frac{1}{3} - z\right)\left(\frac{1}{3} + z\right) - \frac{1}{9}; \quad 4) -\frac{16}{49} + \left(\frac{4}{7} - d\right)\left(d + \frac{4}{7}\right);$$

$$5) (0,9 - a)(a + 0,9) - a(1 + a); \quad 6) k(5 - k) + (1,2 + k)(k - 1,2).$$

31.8. Ифоданинг қийматини топинг:

$$1) d = 0,5 \text{ бўлса, у ҳолда } (7 + d)(d - 7) + (d + 3)(3 - d) + 40(d + 1);$$

$$2) x = -101 \text{ бўлса, у ҳолда } x(2x - 1) - (6 + x)(x - 6) + (x + 10)(10 - x);$$

$$3) b = -\frac{5}{6} \text{ бўлса, у ҳолда } 1,2(b + 1,2) + (0,5 - b)(b + 0,5) - (b + 1,3)(1,3 - b);$$

4) $c = \frac{2}{3}$ бўлса, у ҳолда $(1,5 + c)(c - 1,5) - (c + 8)(c - 8) = -2,5(c - 24,5)$.

31.9. Тенгламани ечинг:

- 1) $x^2 - 16 = 0$;
- 2) $25 - y^2 = 0$;
- 3) $3,24 - z^2 = 0$;
- 4) $\frac{144}{169} - n^2 = 0$;
- 5) $7,29 - m^2 = 0$;
- 6) $k^2 - \frac{196}{625} = 0$.

31.10. Ифоданинг қиймати a ўзгарувчининг қийматига боғлиқ эмас эканини исботланг:

- 1) $(a - 10)(10 + a) + 60 = a^2$;
- 2) $0,64 + a^2 = (0,5 + a)(a - 0,5)$;
- 3) $(2,4 - a)(a + 2,4) + (1,9 + a)(a - 1,9)$;
- 4) $(17 + a)(17 - a) - (0,6 - a)(a + 0,6)$.

31.11. Айниятни исботланг:

- 1) $(x - 1,6)(1,6 + x) + 5 - x^2 = 2,44$;
- 2) $(2 - 0,9x)(0,9x + 2) - 10 + 0,81x^2 = -6$;
- 3) $(x - 1,5)(1,5 + x) + (6 - x)(6 + x) = 33,75$;
- 4) $(2,1 - x)(x + 2,1) - (5 - x)(x + 5) = -20,59$.

B

Кўпайтиришни бажаринг (31.12—31.14):

- | | |
|---|--|
| 31.12. 1) $(4a^2 - y)(y + 4a^2)$; | 2) $(0,3b^3 + x)(0,3b^3 - x)$; |
| 3) $(1,1c^2 + z^2)(z^2 - 1,1c^2)$; | 4) $(21d^2 - k^3) \cdot (21d^2 + k^3)$; |
| 5) $(5a^3 - 4b^2)(4b^2 + 5a^3)$; | 6) $(1,9c^4 + 6d)(6d - 1,9c^4)$. |
-
- | | |
|---|---|
| 31.13. 1) $\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right)$; | 2) $\left(1\frac{4}{7}x^5 - z^2\right)\left(1\frac{4}{5}x^5 + z^2\right)$; |
| 3) $\left(\frac{2}{3}m + \frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m - \frac{3}{4}n\right)$; | 4) $\left(m^6 - 2\frac{1}{3}n^5\right)\left(2\frac{1}{3}n^5 + m^6\right)$. |
-
- | | |
|---|---------------------------------------|
| 31.14. 1) $(0,2a - 1,3b)(0,2a + 1,3b)$; | 2) $(0,1x^3 + 2,5z)(0,1x^3 - 2,5z)$; |
| 3) $(a^5 - b^2)(a^5 + b^2)$; | 4) $(x^4 + y^3)(x^4 - y^3)$; |
| 5) $(7t^2 - 3y)(7t^2 + 3y)$; | 6) $(4a^2 + 9c^4)(4a^2 - 9c^4)$. |



Күпайтувчиларга ажратинг (31.15–31.16):

- 31.15.** 1) $x^3 - 100x$; 2) $2y^3 - 32y$; 3) $0,16y^6 - y^4$;
 4) $\frac{2}{3}x^5 - \frac{8}{27}x^3$; 5) $\frac{9}{16}x^4 - \frac{16}{9}x^2$; 6) $3y^5 - \frac{3}{25}y^7$.
- 31.16.** 1) $x^4 - 0,49y^2$; 2) $-0,64z^4 + t^6$; 3) $0,81a^8 - b^2$;
 4) $\frac{361}{400}m^2 - n^{10}$; 5) $c^6 - \frac{289}{324}d^4$; 6) $5,76x^{12} - \frac{4}{81}y^8$.

31.17. Күпхадни күпайтма шаклида ёзинг:

- 1) $m^2 - n^2 - m + n$; 2) $9x^2 - 4y^2 - 3x + 2y$;
 3) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$; 4) $81 - (3 - 8y)^2$;
 5) $(x + 5)^2 - 16$; 6) $36 - (y + 1)^2$;
 7) $(3x - 7)^2 - 25$; 8) $(4 - 5x)^2 - 64$.

Хисобланг (31.18–31.19):

- 31.18.** 1) $\frac{20^2 - 13^2}{31^2 - 24^2}$; 2) $\frac{17^2 - 22^2}{49^2 - 10^2}$;
 3) $\frac{37^2 - 47^2}{72^2 - 12^2}$; 4) $\frac{100^2 - 60^2}{70^2 - 90^2}$.
- 31.19.** 1) $\frac{38^2 - 28^2}{47^2 - 19^2}$; 2) $\frac{53^2 - 25^2}{79^2 - 51^2}$;
 3) $\frac{181^2 - 61^2}{319^2 - 77^2}$; 4) $\frac{200^2 - 380^2}{420^2 - 160^2}$.

Күпайтмани күпхад күринишида ёзинг (31.20–31.21):

- 31.20.** 1) $(5 - a)(5 + a) \cdot (25 + a^2)$;
 2) $(3x + 2)(3x - 2)(9x^2 + 4)$;
 3) $\left(\frac{1}{3} + 2b\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 2b\right) \left(\frac{1}{9} + 4b^2\right)$;
 4) $\left(6c^2 - \frac{2}{7}\right) \cdot \left(6c^2 + \frac{2}{7}\right) \left(36c^4 + \frac{4}{49}\right)$.
- 31.21.** 1) $(a - y)(a + y)(a^2 + y^2)$;
 2) $(7x + 1)(7x - 1)(49x^2 + 1)$;
 3) $(x - 6y^3)^2 \cdot (x + 6y^3)^2$;
 4) $(8 + x^3)(8 - x^3) \cdot (64 + x^6)$;
 5) $(25x^2 + y^2)(5x + y)(5x - y)$;
 6) $(81a^4 + 16b^4)(9b^2 + 4a^2)(4a^2 - 9b^2)$.

С

31.22. Тенгламанинг илдизини топинг:

- 1) $x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x = 0;$
- 2) $x^5 - x^4 - x + 1 = 0;$
- 3) $(1 - 3x)^2 = (3x + 5)^2 - 96;$
- 4) $\left(\frac{1}{2} - 5x\right)^2 + \frac{3}{4} = (5x - 4)^2;$
- 5) $x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) = 13;$
- 6) $4x(x - 1) - (2x + 5)(2x - 5) = 1.$

31.23. Тенгсизликни ечинг:

- 1) $(10 - x)(x + 10) + x^2 \leq x + 90;$
- 2) $y^2 - (y - 8)(8 + y) - 4 > 32 - y;$
- 3) $x(x + 0,3) - (x - 0,3)(x + 0,3) \geq 0,1;$
- 4) $27 - (1,2 - y)(-y - 1,2) < 1,44 - y^2 - y.$

31.24. Айниятни исботланг:

- 1) $(1 + a)(1 - a)(1 + a^2) - 5 + a^4 = -4;$
- 2) $5a^2 - 3(a + 1)(a - 1) + 8a^2 + 5 = 10a^2 + 8;$
- 3) $7(a^2 + 2) - 4(a + 3)(a - 3) + 3a^2 + 24 = 6a^2 + 74;$
- 4) $10(a^2 - 15) - 12(a - 4)(a + 4) + 8 - a^2 = 50 - 3a^2.$

31.25. 1) $25a^4x^2z^{10} - 9b^6y^2z^{10};$ 2) $(9a^4 - 4b^6)a^2b^2 - 12a^2b^8$ ифоданы күпайтма күринишида ёзинг.

31.26. k нинг қандай әнг кичик натурал қийматида:

- 1) $(k - 3)^2 - (k + 3)^2$ ифода 15 га;
- 2) $(7k + 2)^2 - (7k - 2)^2$ ифода 21 га бўлинади?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

31.27. Квадрат томонининг узунлиги 13 см. Квадрат томонининг узунлигини 2 см га орттирилди. Ҳосил бўлган квадратнинг юзасини топинг.

31.28. $4a^2 - 4a + 1$ ифодани гуруҳлаш усулидан фойдаланиб, иккита бир хил кўпайтувчиларга ажратинг.

32-§. ИККИ ИФОДА ЙИФИНДИСИ ВА АЙИРМАСИНИНГ КВАДРАТИ ФОРМУЛАЛАРИ



Икки ифода йиғиндиси ва айирмасининг квадратини қандай қулай усул билан топиш мүмкін?

Иккита ифоданинг (ҳаднинг) йиғиндисига тенг бўлган $(a + b)$ иккиҳаднинг квадратини кўриб чиқамиз.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) \text{ эканлиги маълум.}$$

Кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш қоидасига кўра:

$$(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$\text{Демак, } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Ҳосил бўлган формула иккита ҳад йиғиндисининг квадратини учта бирҳаднинг йиғиндиси (учҳад) кўринишида ёзишга имкон беради.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формула йиғиндининг ёки икки ифода йиғиндисининг квадрати формуласи деб аталади.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ формуланинг ўқилиши:}$$

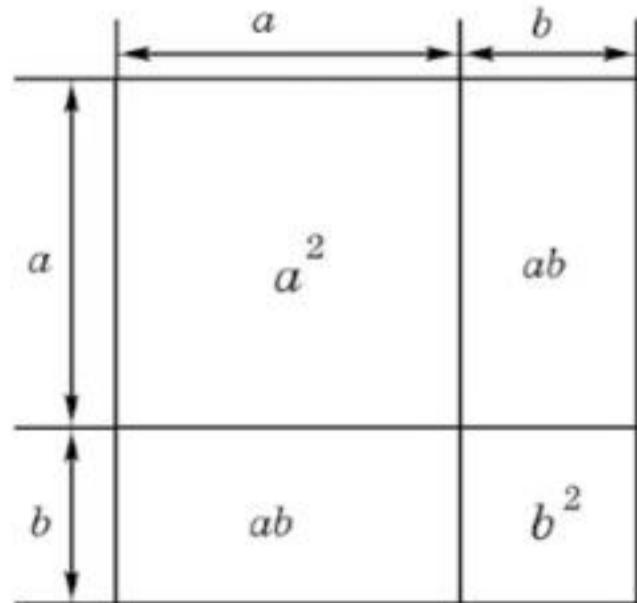
икки ифода йиғиндисининг квадрати биринчи ифоданинг квадрати билан биринчи ифода ва иккинчи ифоданинг иккиланган кўпайтмаси ҳамда иккинчи ифоданинг квадратининг йиғиндисига тенг.

32.1-расмда берилган формуланинг геометрик тасвири берилган.



Тушунтиринг

32.1-расм ёрдамида $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ formulani қандай ҳосил қилиш мүмкін?



32.1-расм

1-мисол. $(5n + 2m)^2$ иккиҳадни учҳад кўринишида ёзамиз.

Ечиш. a нинг ўрнига $5n$ ни, b нинг ўрнига $2m$ ни олиб, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формуладан фойдаланамиз:

$$(5n + 2m)^2 = (5n)^2 + 2 \cdot (5n) \cdot (2m) + (2m)^2 = 25n^2 + 20nm + 4m^2$$

Жавоб: $25n^2 + 20nm + 4m^2$.

2-мисол. $0,49c^2 + 1,4cd + d^2$ учҳадни икки ифода йиғиндисининг квадрати кўринишида ёзамиз.

Ечши. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формуладан фойдаланиш учун берилган учқадни шакл алмаштирамиз.

$$0,49c^2 + 1,4cd + d^2 = (0,7c)^2 + 2 \cdot (0,7c) \cdot d + d^2.$$

$$(0,7c)^2 + 2 \cdot (0,7c) \cdot d + d^2 = (0,7c + d)^2.$$

Жавоб: $(0,7c + d)^2$.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ формула икки ифода ёки икки ифода айрмасининг квадрати формуласи деб аталади.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ формуланинг ўқилиши:

икки ифода айрмасининг квадрати биринчи ифоданинг квадратига минус биринчи ва иккинчи ифодаларнинг иккиланган кўпайтмасига плюс иккинчи ифоданинг квадратига тенг.



Иккиҳад йиғиндиси квадратининг формуласи каби кўпҳадни кўпҳадга кўпайтириш қоидасидан фойдаланиб, иккиҳад айрмасининг квадрати формуласини мустақил исботлаб кўринг.

32.2-расмдан фойдаланиб, иккиҳад айрмасининг квадрати формуласини геометрик усулда исботлаш мумкин.

32.2-расмда томони a га тенг, юзаси $S_1 = a^2$ бўлган квадрат; томони $(a - b)$ га, юзаси $S_2 = (a - b)^2$ бўлган квадрат; хар бирининг томонлари $(a - b)$ ва b га, юзаси $S_3 = (a - b) \cdot b$ тенг бўлган ўзаро тенг иккита тўғри тўртбурчак ва томони b га тенг, юзаси $S_4 = b^2$ бўлган квадрат берилган.

Катта квадратининг S_1 юзаси S_2 , $2S_3$ ва S_4 юзаларнинг йиғиндисига тенг, яъни $S_1 = S_2 + 2S_3 + S_4$. Энди S_1 , S_2 , S_3 ва S_4 нинг ўрнига a , b ($a - b$) кийматларини кўйсак, $a^2 = (a - b)^2 + 2(a - b) \cdot b + b^2$ ёки $a^2 - 2(a - b) \cdot b - b^2 = (a - b)^2$ келиб чиқади.

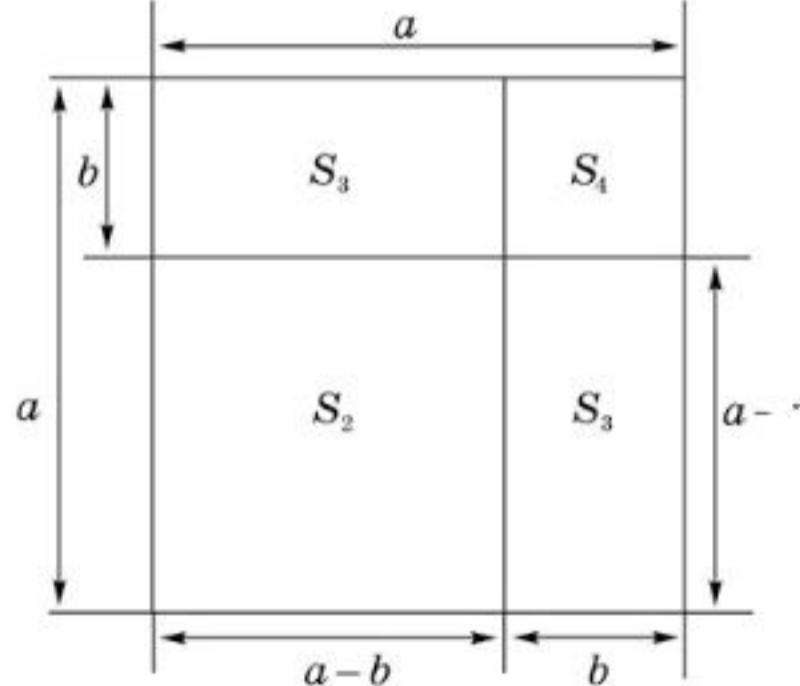
Бундан: $a^2 - 2ab + 2b^2 - b^2 = (a - b)^2$ ёки $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ ни ҳосил киласиз.

З-мисол. $\left(\frac{1}{7}n - 3m^2\right)^2$ икки ифода

айрмасининг квадратини учқад кўринишида ёзамиз.

Ечши. Икки ифода айрмасининг квадрати

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ формуласидан фойдаланамиз.



32.2-расм

Демак:

$$\left(\frac{1}{7}n - 3m^2\right)^2 = \left(\frac{1}{7}n\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{7}n\right) \cdot (3m^2) + (3m^2)^2 = \frac{1}{49}n^2 - \frac{6}{7}nm^2 + 9m^4.$$

Жавоб: $\frac{1}{49}n^2 - \frac{6}{7}nm^2 + 9m^4$.

4-мисол. $0,36a^6 - 9,6a^3b + 64b^2$ учқадни айрманинг квадрати күришида ёзамиш.

Ечиш. Айрманинг квадрати формуласидан фойдаланиш учун $0,36a^6 - 9,6a^3b + 64b^2$ ифодани күйидагича ёзамиш:

$$0,36a^6 - 9,6a^3b + 64b^2 = (0,6a^3)^2 - 2 \cdot (0,6a^3) \cdot (8b) + (8b)^2.$$

Охирги тенгликтининг ўнг томони икки ҳаднинг айрмаси квадратини берганлигидан: $(0,6a^3)^2 - 2 \cdot (0,6a^3) \cdot (8b) + (8b)^2 = (0,6a^3 - 8b)^2$.

Демак, $0,36a^6 - 9,6a^3b + 64b^2 = (0,6a^3 - 8b)^2$.

Жавоб: $(0,6a^3 - 8b)^2$.

Йиғиндининг квадрати билан айрманинг квадрати формулаларини битта тенглик билан ёзиш мүмкін:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$



1. Йиғиндининг квадрати билан айрманинг квадрати формулалари даги үхшаш ва фарқни айтинг.
2. Йиғиндининг квадрати билан айрманинг квадрати формулаларидан “чапдан ўнгга” ва “ўнгдан чапга” томон фойдаланиш нимага боғлиқ?

Машқлар

A

Күпхад күришида ёзинг (32.1–32.2):

32.1. 1) $(m - 3)^2$; 2) $(x + 5)^2$; 3) $(6 + y)^2$; 4) $(b - 9)^2$;

5) $(4 + d)^2$; 6) $(p + q)^2$; 7) $(z^2 - y)^2$; 8) $(a + 1)^2$.

32.2. 1) $\left(a + \frac{1}{7}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{9} + b\right)^2$; 3) $\left(\frac{n}{4} + \frac{m}{3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{k}{2} - \frac{t}{5}\right)^2$;

5) $\left(4\frac{1}{3} - x\right)^2$; 6) $\left(y + 3\frac{1}{4}\right)^2$; 7) $\left(z - 5\frac{1}{5}\right)^2$; 8) $\left(4\frac{1}{2} + t\right)^2$.

32.3. Даражанинг асосини йиғинди ёки айирма күришида ёзиб, қийматини хисобланг:

1) 101^2 ;	2) 102^2 ;	3) 103^2 ;	4) 104^2 ;
5) 99^2 ;	6) 98^2 ;	7) 97^2 ;	8) 96^2 .

Учадни иккихаднинг йиғиндиси квадрати күринишида ёзинг
(32.4—32.7):

32.4. 1) $a^2 + 2a + 1$; 2) $b^2 - 8b + 16$; 3) $c^2 + 10c + 25$;
4) $n^2 + 14n + 49$; 5) $100 - 20z + z^2$; 6) $81 + 18b + b^2$.

32.5. 1) $0,16 - 0,8t + t^2$; 2) $z^2 + 1,4z + 0,49$;
3) $0,36 - 1,2b + b^2$; 4) $2,25 - 3x + x^2$;
5) $y^2 - 3,2y + 2,56$; 6) $3,61 + 3,8d + d^2$.

32.6. 1) $\frac{4}{9} + \frac{4}{3}a + a^2$; 2) $\frac{9}{25} + \frac{6}{5}b + b^2$;
3) $\frac{16}{49} + \frac{8}{7}c + c^2$; 4) $\frac{100}{121}k^2 - \frac{20}{11}tk + t^2$;
5) $m^2 - \frac{22}{13}mn + \frac{121}{169}n^2$; 6) $\frac{400}{441}t^2 + \frac{40}{21}nt + n^2$.

32.7. 1) $\frac{25}{4} + 5x + x^2$; 2) $\frac{9}{16} - \frac{3}{2}y + y^2$;
3) $\frac{49}{36} - \frac{7}{3}z + z^2$; 4) $n^2 - \frac{9}{4}cn + \frac{81}{64}c^2$;
5) $m^2 + \frac{11}{6}m + \frac{121}{144}$; 6) $t^2 - \frac{17}{5}dt + \frac{289}{100}d^2$.

Ифодани соддалаштириңг **(32.8—32.10):**

32.8. 1) $(x + 5) \cdot 6 + (x - 3)^2$; 2) $(y - 4)^2 - (y + 2) \cdot 8$;
3) $26 - a^2 - (5 - a)^2$; 4) $(k + 7)^2 - 14k - 50$;
5) $0,3 + b^2 - (b - 0,5)^2$; 6) $15 + (0,4 + c)^2 - 0,8c^2$.

32.9. 1) $(a - 4b)^2 - 8ab - 17b$; 2) $-9c^2 + (3c + d)^2 - d^2$;
3) $(5a - 6)^2 - (5a - 6)(5a + 6)$; 4) $(7b - t)(t + 7b) + (7b + t)^2$;
5) $(9 - 8b)(2b + 3) + (4b - 1)^2$; 6) $(11c + 3)^2 - 2c(5,5c + 33)$.

32.10. 1) $a(a - 2b) - (3b + a)^2$; 2) $(m + 8)^2 - (m - 2n)(m + 2n)$;
3) $3(b - 10)^2 + 8b - 5b^2$; 4) $(n + 15)^2 - n(n - 19)$;
5) $4c(9c - 3) - (6c + 1)^2$; 6) $(6 - 5m)(5m + 6) + (5m - 4)^2$.

Иккихаднинг йиғиндиси ёки айирмасини квадрат күринишида ёзинг **(32.11—32.12):**

32.11. 1) $9y^2 - 12xy + 4y^2$; 2) $25t^2 + 30t + 9$;
3) $16k^2 - 40k + 25$; 4) $121a^2 - 44ac + 4c^2$;
5) $4n^2 + 52mn + 169m^2$; 6) $36t^2 - 84ts + 49s^2$.

- 32.12.** 1) $0,04x^2 - 1,2xy + 9y^2$; 2) $36c^2 + 6cd + 0,25d^2$;
 3) $1,96k^2 - 14kt + 25t^2$; 4) $\frac{1}{49}a^2 + \frac{2}{21}ab + \frac{1}{9}b^2$;
 5) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}xy + \frac{9}{64}y^2$; 6) $81d^2 - \frac{27}{2}cd + \frac{9}{16}c^2$.

Учадни күпайтувчиларга ажратинг **(32.13—32.14):**

- 32.13.** 1) $5x^2 + 20x + 20$; 2) $2x^2 - 12x + 18$;
 3) $-3x^2 + 18x - 27$; 4) $-2y^2 - 16y - 32$;
 5) $6x^2 + 12x + 6$; 6) $-10a^2 + 20a - 10$.
32.14. 1) $a^3 + 2a^2 + a$; 2) $x^2y - 6xy + 9y$;
 3) $c^4 - 4c^3 + 4c^2$; 4) $2ay^2 - 4ay + 2a$;
 5) $\frac{1}{9}a - \frac{8}{9}ab + \frac{16}{9}ab^2$; 6) $0,5cd - acd + 0,5a^2cd$.

Тенгламани ечинг **(32.15—32.17):**

- 32.15.** 1) $(x + 11)^2 - x^2 = 11$; 2) $69 - (13 - y)^2 = -y^2$;
 3) $44 + z^2 = (12 + z)^2$; 4) $31 - t^2 = -(t - 9)^2$.
32.16. 1) $(a - 3)^2 - (a + 8)(a - 8) = 0$;
 2) $(9 - b)(b + 9) + (4 - b)^2 = 0$;
 3) $(c - 6)^2 - (7 + c)^2 = 0$;
 4) $(d - 10)^2 + (4 - d)(d + 4) = 0$.

- 32.17.** 1) $x(x - 4) = 2 + (x - 1)^2$;
 2) $(x + 2)(x - 3) - 3 = (x + 1)^2$;
 3) $y(5 - y) = 1 - (y + 2)^2$;
 4) $(y - 1)^2 - (y + 1)(y - 7) = 0$.

Тенгсизликни ечинг **(32.18—32.20):**

- 32.18.** 1) $n^2 - (n + 1)^2 > 2$; 2) $(1 - t)^2 - t^2 > 3$;
 3) $(m - 2)^2 - 41 < m^2$; 4) $m^2 + 9 < (1 - m)^2$.
32.19. 1) $x(x - 5) - (x - 3)^2 < 0$; 2) $(4 + y)^2 - y(6 + y) > 0$;
 3) $(17 - y)^2 > y(y - 13) - 5$; 4) $z(z - 10) > (3 - z)^2$.
32.20. 1) $(x + 9)(x - 2) - (x - 2)^2 > 0$;
 2) $(10 - x)^2 + (x + 10)(10 - x) < 0$;
 3) $(5 - x)(x + 5) + (x - 5)^2 > 0$;
 4) $(4 + x)(2 - x) + (1 - x)^2 > 0$.

B

Даражани күпхад күринишида ёзинг (32.21–32.22):

- 32.21.** 1) $(3x - 8y)^2$; 2) $(7z + 11d)^2$; 3) $(3,5t - 4k)^2$;
 4) $(5k + 1,2t)^2$; 5) $\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{7}b\right)^2$; 6) $\left(\frac{7}{8}c - \frac{4}{7}d\right)^2$.

- 32.22.** 1) $(1,3m^2 + 4n^2)^2$; 2) $(2,5a^2 + 4b)^2$;
 3) $\left(\frac{5}{2}p - 0,5q^3\right)^2$; 4) $\left(2,4m^3 - \frac{3}{4}t\right)^2$;
 5) $\left(\frac{7}{4} + 0,6b^4\right)^2$; 6) $\left(\frac{3}{8}a - \frac{2}{3}b^4\right)^2$.

32.23. Күпхадни иккинчи күпхаднинг квадрати күринишида ёзинг:

- 1) $a^{10} - 10a^5b^8 + 25b^{16}$; 2) $a^6 + 6a^3x^4 + 9x^8$;
 3) $81a^6 - 90a^3b^2c + 25b^4c^2$; 4) $16x^2 + 24x^3 + 9x^4$.

32.24. Учхадни иккихаднинг квадрати күринишида ёзинг:

- 1) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$; 2) $\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}$;
 3) $\frac{a^2}{b^2} - 2a + b^2$; 4) $\frac{a^2}{4b^2} + 2 + \frac{4b^2}{a^2}$;
 5) $\frac{1}{4x^2} + 1 + x^2$; 6) $\frac{9x^2}{4y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{9x^2}$.

32.25. Ифодани соддалаштириңгі:

- 1) $(11a - b)^2 + (9a + 7b)(8a - 13b)$;
 2) $(18x + 5y)(2x - 4y) - (6x - 3y)^2$;
 3) $4x(3x - 2y) - (10y - 0,4x)^2$;
 4) $(15a + 2b)^2 - (3a - 7b)(3b - 5a)$.

Тенгламани ечинг (32.26–32.27):

- 32.26.** 1) $(2a - 11)(11 + 2a) - (2a - 5)^2 = 0$;
 2) $(4 + 9b)^2 + (9b + 2)(2 - 9b) = 0$;
 3) $(2,5 - 8c)^2 - (8c - 1,5)(8c + 1,5) = 0$;
 4) $\left(\frac{3}{4} - 5d\right)\left(5d + \frac{3}{4}\right) + \left(5d - \frac{3}{4}\right)^2 = 0$.

- 32.27.** 1) $(7 - 8x)(2x + 1) + (4x - 1)^2 = 0$;
 2) $(2x - 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3) = 15$;
 3) $(3x + 5)(3x - 5) - (3x - 1)^2 = -4$;
 4) $(9x + 2)(1 - 4x) + (5 - 6x)^2 = -32$.



Тенгсизликни ечинг (32.28—32.30):

- 32.28.** 1) $(3,5 - x)(4x + 1) + (2x + 3)^2 < 0$;
 2) $8(y - 3)^2 + (5 - y)(3 + 8y) > 2$;
 3) $\left(3z + \frac{1}{3}\right)^2 - (1,5z + 1)(6z - 1) > 0$;
 4) $\left(7z - \frac{1}{7}\right)^2 - (24,5z + 11)(2z - 1) < 0$.

- 32.29.** 1) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 < 3x$;
 2) $3(x - 1)^2 - 3x(x - 5) > 21$;
 3) $10(x - 2)^2 - 5x(2x - 1) < -30$;
 4) $(5x + 6)^2 - (5x - 6)^2 > 12$.

- 32.30.** 1) $(3x - 1)^2 - 7 < (9x + 2)x + 2$;
 2) $2x(8x + 3) + 1 > (5 - 4x)^2 - 1$;
 3) $(0,3x + 0,2)^2 + 0,58x > 3,9 - (2 - 0,3x)(2 + 0,3x)$;
 4) $(0,2 - 0,8x)^2 + 11,16 < (0,5 + 0,8x)^2 - 0,25$.

32.31. Ўзгарувчининг ихтиёрий кийматида ифоданинг киймати манфий сон бўлишини исботланг:

- 1) $5(3 - 5a)^2 - 5(3a - 7)(3a + 7) - 80a^2 + 150a - 300$;
 2) $3(a - 1)^2 + 5(a + 1)(a - 1) - 8a^2 + 6a$;
 3) $(m - 1)^2 - 4(m + 1)^2 + 3m^2 + 10m$;
 4) $5(1 - y)^2 - (3 + y)^2 - 4y^2 + 16y$.

32.32. Айниятни исботланг:

$$\begin{aligned} 1) & \left(\frac{3}{5}a^{3n+1}b^2 + \frac{2}{3}a^{n-1}b^3\right)^2 - \frac{4}{45}a^{2n-2}b^5(9a^{2n+2} + 5b) + \frac{16}{25}a^{6n+2}b^4 = \\ & = a^{6n+2}b^4; \\ 2) & \left(\frac{5}{6}x^{2n-1}y^n - \frac{3}{5}x^{n+1}y^2\right)^2 - \frac{1}{36}x^{3n}y^{n+2}(25x^{n-2}y^{n-2} - 36) = \\ & = \frac{9}{25}x^{2n+2}y^4. \end{aligned}$$

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

32.33. Куб томонининг узунлиги a см га тенг. Агар кубнинг томонини: 1) 2 см узайтирилса; 2) 3 см кискартирилса, у холда куб ҳажмини формула орқали ифодаланг.

32.34. Куб томонининг узунлиги a см га тенг. Куб томонининг узунлиги 4 см га узайтирилган. Агар куб томонининг узунлиги 8 см га тенг бўлса, у холда унинг ҳажми неча см^3 га катталашади?

33-§. ИККИ ИФОДА ЙИГИНДИСИННИНГ КУБИ ВА АЙИРМАСИНИНГ КУБИ ФОРМУЛАЛАРИ



Қисқа күпайтириш формулалари ёрдамида ифодаларни айнан шакл алмаштириш қандай бажарилади?

Аввалги параграфларда йиғиндининг квадрати $(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ формуласи билан танишдингиз. Энди йиғиндининг куби $(a + b)^3$ ифодасини кўпҳад кўринишида ёзамиз. Бунинг учун $a + b$ иккихадни ўз-ўзига уч марта кўпайтириш керак, яъни:

$$(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b).$$

Шу тенгликнинг ўнг томонини $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 \cdot (a + b)$ кўринишида ёзамиз. Биринчи кўпайтувчи йиғиндининг квадратини беради. Бундан $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формуладан фойдаланиб, $(a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$ га эга бўламиз. Энди кўпҳадларни кўпайтириш коидасидан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \end{aligned}$$

Шундай қилиб:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Бу формула икки ифода йиғиндининг куби формуласи деб аталади.



$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ формулани мустақил ўқиб кўринг.

1-мисол. $4m + 3n$ ифоданинг кубини топамиз.

Ечиш. Йиғиндининг куби формуласидан фойдаланамиз. У ҳолда: $(4m + 3n)^3 = (4m)^3 + 3 \cdot (4m)^2 \cdot 3n + 3 \cdot 4m \cdot (3n)^2 + (3n)^3 = 64 m^3 + 144 m^2n + 108 mn^2 + 27n^3$.

Жавоб: $64m^3 + 144 m^2n + 108 mn^2 + 27n^3$.

2-мисол. $t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3$ кўпҳадни иккихаднинг куби кўринишида ёзамиз.

Ечиш. Берилган кўпҳадни куйидагича ёзамиз:

$$t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3 = (t^2)^3 + 3 \cdot (t^2)^2 \cdot 5k + 3 \cdot t^2 \cdot (5k)^2 + (5k)^3.$$

Охирги тенгликнинг ўнг томонида жойлашган кўпҳад иккихад кубининг формуласини беради, шунинг учун уни

$$(t^2)^3 + 3(t^2)^2 \cdot 5k + 3t^2 \cdot (5k)^2 + (5k)^3 = (t^2 + 5k)^3$$

кўринишида ёзамиз. Шундай қилиб,

$$t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3 = (t^2 + 5k)^3$$
 формула орқали аникланади.

Жавоб: $(t^2 + 5k)^3$.

Икки ифода айирмасининг куби ёки айирманинг куби:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ формуланинг ўқилиши:

икки ифода айирмасининг куби биринчи ифоданинг куби минус биринчи ифода квадрати билан иккинчи ифода кўпайтмасининг учлангани плюс биринчи ифода билан иккинчи ифода квадратининг учлангани минус иккинчи ифоданинг куби.



$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ формуланинг тўғрилигини мустақил исботлаб кўринг.

3-мисол. $\left(\frac{1}{4}p - s\right)^3$ ифодани кўпҳад кўринишида ёзамиш.

Ечиш. Иккихад айирмасининг куби формуласидан фойдалансак,

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}p - s\right)^3 &= \left(\frac{1}{4}p\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}p\right)^2 \cdot s + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}p\right) \cdot s^2 - s^3 = \\ &= \frac{1}{64}p^3 - \frac{3}{16}p^2s + \frac{3}{4}ps^2 - s^3.\end{aligned}$$

$$\text{Жавоб: } \frac{1}{64}p^3 - \frac{3}{16}p^2s + \frac{3}{4}ps^2 - s^3.$$

4-мисол. $8x^3 - 3,6x^2y + 0,54xy^2 - 0,027y^3$ кўпҳадни икки ифода айирмасининг куби кўринишида ёзамиш.

Ечиш. Берилган кўпҳадни куйидагича турлаймиз:

$$\begin{aligned}8x^3 - 3,6x^2y + 0,54xy^2 - 0,027y^3 &= (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot (0,3y) + \\ &\quad + 3 \cdot (2x) \cdot (0,3y)^2 - (0,3y)^3.\end{aligned}$$

Охирги тенгликнинг ўнг томони $2x$ ва $0,3y$ ифодалар айирмасининг кубини беради. Демак,

$$(2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot (0,3y) + 3 \cdot (2x) \cdot (0,3y)^2 - (0,3y)^3 = (2x - 0,3y)^3.$$

$$\text{Шундай қилиб, } 8x^3 - 3,6x^2y + 0,54xy^2 - 0,027y^3 = (2x - 0,3y)^3.$$

$$\text{Жавоб: } (2x - 0,3y)^3.$$



1. Йиғиндининг ва айирманинг куби формулаларини битта тенглик орқали қандай ёзиш мумкин?
2. Йиғиндининг куби формуласини келтириб чиқариш жараёнида қандай қоидалардан фойдаланилади?

Машқлар

A

Күпхад күренишида ёзинг (33.1—33.4):

- | | | | | |
|-------|--|--|---|--------------------|
| 33.1. | 1) $(2 + x)^3$; | 2) $(a - 2)^3$; | 3) $(5 - b)^3$; | 4) $(y + 3)^3$; |
| 5) | $(a - c)^3$; | 6) $(c + d)^3$; | 7) $(z - t)^3$; | 8) $(k + m)^3$. |
| 33.2. | 1) $(4x + 1)^3$; | 2) $(1 - 3y)^3$; | 3) $(5z - 2)^3$; | 4) $(4x - 3)^3$; |
| 5) | $(a + 2x)^3$; | 6) $(2y - 3)^3$; | 7) $(p - 3q)^3$; | 8) $(3n - 2m)^3$. |
| 33.3. | 1) $(0,2a + 5)^3$; | 2) $(4 - 0,5b)^3$; | 3) $(0,6c - 5)^3$; | |
| | 4) $\left(\frac{1}{2}d - 2\right)^3$; | 5) $\left(\frac{1}{3}t + 3\right)^3$; | 6) $\left(2 - \frac{1}{4}k\right)^3$. | |
| 33.4. | 1) $(4x + 0,1y)^3$; | 2) $(0,2a + 30b)^3$; | 3) $\left(\frac{1}{7}a - 7c\right)^3$; | |
| | 4) $(0,3b - 10c)^3$; | 5) $(0,5x - 2y)^3$; | 6) $\left(\frac{2}{9}n + \frac{9}{2}m\right)^3$. | |

Иккихаднинг куби күренишида ёзинг (33.5—33.6):

- | | | |
|-------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 33.5. | 1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$; | 2) $y^3 - 3y^2 + 3y - 1$; |
| 3) | $8 + 12p + 6p^2 + p^3$; | 4) $1 - 6q + 12q^2 - 8q^3$; |
| 5) | $125 - 75a + 15a^2 - a^3$; | 6) $0,008 + 0,12p + 0,6p^2 + p^3$. |
| 33.6. | 1) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$; | 2) $27m^3 + 27m^2n + 9mn^2 + n^3$; |
| | 3) $8p^3 + 27q^3 + 54pq^2 + 36p^2q$; | 4) $x^3y^3 - 6x^2y^2 + 12xy - 8$. |

- 33.7. Ифодани соддалаштириб, ўзгарувчининг берилган кийматлари учун ҳисобланг:

- 1) $(3a - 1)^3 - 27a^3 + 5$ бунда $a = -1; 0; 1$;
- 2) $(0,7b - 2)^3 - (0,7b + 2)^3$ бунда $b = -2; -1; 1$;
- 3) $(5x - 4)^3 + (5x - 2)^3 - 250x^3$ бунда $x = 0,5; 0; -1$;
- 4) $(0,2 + 5y)^3 - (0,5 + 2y)^3 - 117y^3$ бунда $y = -1; 0; 2$.

Тенгламани ечинг (33.8—33.9):

- | | |
|-------|---|
| 33.8. | 1) $(x + 1)^3 - 4x = 5 + x^2(x + 3)$; |
| 2) | $(1 - y)^3 + 8y = 7 + y^2(3 - y)$; |
| 3) | $(x + 1)^3 + (x - 1)^3 - 2x^3 = 12$; |
| 4) | $(1 + y)^3 + (1 - y)^3 - 6y^2 = 3y - 1$. |
| 33.9. | 1) $(2 + x)^3 - x^2(6 + x) = 11x + 19$; |
| 2) | $(z - 2)^3 - z^2(z - 6) = 13z - 7$; |
| 3) | $(y + 3)^3 - 2y - 30 = y^2(9 + y)$; |
| 4) | $(3 - t)^3 + 3t + 21 = -t^2(t - 9)$. |



33.10. Айниятни исботланг:

- 1) $(3a + b)^3 - (a + 3b)^3 - 18ab(a - b) = 26(a^3 - b^3);$
 2) $(x + 4y)^3 + (4x - y)^3 + 12xy(3x - 5y) - 128y^3 = 65(x^3 - y^3).$

B**33.11.** Күпхад күринишида ёзинг:

- 1) $(a^2 - b^2)^3;$ 2) $(m^2 + n^2)^3;$ 3) $(2a^2 + b^2)^3;$
 4) $(x^4 - 6y^2)^3;$ 5) $(7m^3 - n^4)^3;$ 6) $\left(a^3 - \frac{1}{3}b^2\right)^3;$
 7) $(0,3x^5 - 0,5y^2)^3;$ 8) $\left(0,6x^4 - \frac{1}{2}y^3\right)^3;$ 9) $\left(\frac{1}{5}a^2 + 0,36^4\right)^3.$

33.12. Күпхадни иккихаднинг куби күринишида ёзинг:

- 1) $8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3;$
 2) $64a^{15} + 144a^{10}b^3 + 108a^5b^6 + 27b^9;$
 3) $0,125a^9 - 0,15a^6b^4 + 0,06a^3b^8 - 0,008b^{12};$
 4) $0,216x^{12} + 0,54x^8y^5 + 0,45x^4y^{10} + 0,125y^{15}.$

Ифодани соддалаштириңг (**33.13—33.14**):

- 33.13.** 1) $(x^2 + 1)^3 - 3(x^2 - 1)^2 - 5x(x - 2) + 10;$
 2) $(x - 2)^3 + 20(2x - 1)^3 + x(x - 5);$
 3) $(1 - 3y)^3 - 3(y + 3)^3 + 10y(y^2 - 2);$
 4) $(y^3 + 2)^3 - y^6(y^3 - 6) + 2(y - 2)^2.$

- 33.14.** 1) $(x + 5)^3 - (x + 1)^3 - 4(3x^2 - 5) + 10x - 7;$
 2) $(x - 3)^3 - x^2(x + 6) - 5x(5 - 3x) - 19x + 1;$
 3) $(y + 4)^3 + (3y + 1)^3 - 7y^2(4y + 9) + 24y^2 + 8;$
 4) $(4y - 5)^3 - (4y + 5)^3 - 48y(1 - 10y) + 5 - 14y^2.$

Тенгламани ечинг (**33.15—33.16**):

- 33.15.** 1) $(x + 2)^3 - (x - 2)^3 = 2x(6x + 2);$
 2) $(x + 3)^3 - (x - 4)^3 = 21x^2 + 7;$
 3) $(x + 2)^3 + 3x^2 - 11 = (x + 3)^3;$
 4) $(x - 3)^3 = x^2(x - 9) + 27.$

- 33.16.** 1) $(6 - x)^3 - x^2(16 - x) = 2x^2 + 116;$
 2) $(y + 7)^3 + y(13 - y^2) = 21y^2 + 23;$
 3) $(4 - 3z)^3 + z(14 + 27z^2) = 108z^2 + 77;$
 4) $(5x + 2)^3 - 25x(5x^2 - 4) = 150x^2 + 21.$

С

33.17. Тенгсизликнинг ечими бўладиган энг катта бутун сонни топинг:

- 1) $(2 - 3x)^3 - 54x^2 \leq -27x^3 - 41x;$
- 2) $(3 + 2x)^3 - 36x^2 \geq 60x + 8x^3.$

33.18. Тенгсизликнинг ечими бўладиган энг кичик бутун сонни топинг:

- 1) $(x - 7)^3 + 42x^2 \geq (x + 7)^3 + 14 - 7x;$
- 2) $(6 + x)^3 - 220x \leq 2x^3 - (x - 6)^3 + 19.$

33.19. Айниятни исботланг:

- 1) $(b + 5)^3 - b(b - 5)^2 - 25(1 + b)^2 = 100;$
- 2) $5(1 - b)^3 + 5b(1 + b)^2 - (1 - 5b)^2 = 4;$
- 3) $(2b - 3)^3 - 4b^2(2b - 6) + 6b(2b - 9) = -27;$
- 4) $(b + 2)^3 + (2b + 1)^3 - 9b(b^2 + 2b + 2) - 10 = -1.$

33.20. Ўзгарувчининг исталган қийматида ифоданинг қиймати нолга тенг бўлишини исботланг:

- 1) $(a + x)^3 - a(a + x)^2 - x^2(2a + x) - a^2x;$
- 2) $(a - 1)^3 + 3(a - 1)^2 + 3(a - 1) + 1 = a^3;$
- 3) $(x^3 + y^3)^2 - (x^2 + y^2)^3 + 3x^2y^2(x + y)^2 - 8x^3y^3;$
- 4) $(m - 3n)^3 - (2m - 3n)(3mn + (m - 3n)^2) + m^3.$

Янги мавзууни ўзлаштиришга тайёрланинг

33.21. Амалларни бажаринг:

- 1) $(a + 2b)(a^2 + ab + b^2);$
- 2) $(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2).$

33.22. Биринчи кубнинг томонлари узунлиги a см га, иккинчи кубнинг томонлари узунлиги эса b см га тенг. Кублар ҳажмларинг йиғиндиси ва айирмасини берувчи формуналар ёзинг.



34-§. ИККИ ИФОДА КУБЛАРИНИНГ ЙИФИНДИСИ ВА АЙИРМАСИ ФОРМУЛАЛАРИ



Қисқа күпайтириш формулалари ёрдамида ифодаларни қандай күпайтувчиларга ажратиш мүмкін?

Ифодаларни шакл алмаштириш давомида икки ифода (хад) квадратларнинг айирмаси

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

икки ифода йиғиндиси ва айирмасининг квадрати

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

икки ифода йиғиндиси ва айирмасининг куби

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

формулалар билан бир каторда икки ифода кубларнинг йиғиндиси ва кубларнинг айирмаси формулалари

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) \text{ дан фойдаланилади.}$$

Кубларнинг йиғиндиси $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ формуласын түғрилигини исботлаймиз. Бунинг учун күпхадни күпхадга күпайтириш Коидасидан фойдаланиб, тенгликнинг үнг томонини шакл алмаштирамиз:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ формуланинг ўқилиши:

икки ифода кубининг йиғиндиси шу икки ифода йиғиндиси билан улар айирмасининг түлиқ бўлмаган квадратининг күпайтмасига тенг.



$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ тенгликнинг түғрилигини мустақил исботлаб кўринг.
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ формула каби $a^3 + b^3$ формулани мустақил келтириб чиқаринг.

1-мисол. $n^6 + \frac{8}{125} m^3$ ифодани күпайтувчиларга ажратинг.

Ечиш. Иккита хад кубларнинг йиғиндиси формуласидан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} n^6 + \frac{8}{125} m^3 &= (n^2)^3 + \left(\frac{2}{5}m\right)^3 = \left(n^2 + \frac{2}{5}m\right) \left((n^2)^2 - n^2 \cdot \left(\frac{2}{5}m\right) + \left(\frac{2}{5}m\right)^2 \right) = \\ &= \left(n^2 + \frac{2}{5}m\right) \cdot \left(n^4 - \frac{2}{5}mn^2 + \frac{4}{25}m^2\right). \end{aligned}$$

Жавоб: $\left(n^2 + \frac{2}{5}m\right) \cdot \left(n^4 - \frac{2}{5}mn^2 + \frac{4}{25}m^2\right).$

2-мисол. $8c^3 + (3 - 2c)(9 + 6c + 4c^2)$ ифодани соддалаштириңг.

Ечши. Кубларнинг айирмаси формуласидан фойдаланамиз:

$$8c^3 + (3 - 2c)(9 + 6c + 4c^2) = 8c^3 + 27 - 8c^3 = 27.$$

Жавоб: 27.



- Икки ифода кубларининг йиғиндиси (айирмаси) формуласининг йиғиндининг (айирманинг) кубидан қандай фарқи бор?
- Кубларнинг йиғиндиси формуласини келтириб чиқаришда нима сабабдан “икки ифода айирмасининг түлиқ бўлмаган квадрати” сўз биримасидан фойдаланилган?

Машқлар

A

Кўпайтувчиларга ажратинг (34.1—34.3):

- 34.1.** 1) $a^3 + x^3$; 2) $y^3 - b^3$; 3) $t^3 - n^3$; 4) $m^3 + k^3$;
 5) $z^3 - 8$; 6) $64 + s^3$; 7) $125 - x^3$; 8) $1000 + y^3$.

- 34.2.** 1) $27 - a^3$; 2) $b^3 + 125$; 3) $64 - m^3$; 4) $8 + q^3$;
 5) $0,008 + a^3$; 6) $0,216 - b^3$; 7) $0,027 + n^3$; 8) $0,125 - m^3$.

- 34.3.** 1) $\frac{1}{8} - b^3$; 2) $\frac{1}{27} + c^3$; 3) $\frac{1}{64} - d^3$; 4) $\frac{1}{125} + t^3$;
 5) $\frac{8}{27} + z^3$; 6) $y^3 - \frac{27}{64}$; 7) $k^3 + \frac{27}{125}$; 8) $\frac{1}{216} - z^3$.

34.4. Кўпайтмани кўпҳад шаклига келтириңг:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$; | 2) $(1 - x^2)(1 + x^2 + x^4)$; |
| 3) $(k - 5)(k^2 + 5k + 25)$; | 4) $(3 + m)(9 - 3m + m^2)$; |
| 5) $(1 + a^3)(1 - a^3 + a^6)$; | 6) $(4 - n^2)(16 + 4n^2 + n^4)$; |
| 7) $(25 - 5y^2 + y^4)(5 + y^2)$; | 8) $(64 + 8z^3 + z^6)(8 - z^3)$. |

Ифодани соддалаштириңг (34.5—34.6):

- 34.5.** 1) $(x - 10)(x^2 + 10x + 100) - x^3$; 2) $216 - (a + 6)(a^2 - 6a + 36)$;
 3) $y^3 + (7 - y)(49 - 7y + y^2)$; 4) $600 - (8 - z)(z^2 + 8z + 64)$.

- 34.6.** 1) $(a - 1)(a^2 + a + 1) - a^2(a - 8)$; 2) $(b + 2)(b^2 - 2b + 4) - b(b^2 - 1)$;
 3) $2a^3 + 7(x^2 - x + 1)(x + 1)$; 4) $y^3 - (y - 3)(y^2 + 3y + 9)$.

34.7. Тенгламани ечинг:

- 1) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 8x^3 = 2,7x$;
 2) $(3 + 4x)(16x^2 - 12x + 9) - 64x^3 = -10x$;



- 3) $(5 - 2x)(4x^2 + 10x + 25) = 2,5x - 8x^3;$
 4) $(6 - 5x)(36 + 30x + 25x^2) = 108x - 125x^3.$

34.8. Тенгсизликни ечинг:

- 1) $(1 - 4x)(1 + 4x + 16x^2) - 6x^3 \leq 10x - 70x^3;$
 2) $99x^3 - (1 + 5x)(1 - 5x + 25x^2) \geq 12x - 26x^3.$

34.9. Айниятни исботланг:

- 1) $(5x - 6)(25x^2 + 30x + 36) - 0,25(500x^3 - 864) = 0;$
 2) $91x^3 - (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16) - (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2) = 37.$

B

34.10. Күпхадни күпайтувчиларга ажратинг:

- | | | |
|------------------------|----------------------------|----------------------|
| 1) $a^3 - 27b^3;$ | 2) $m^3n^3 + k^3;$ | 3) $x^6 - y^6;$ |
| 4) $k^6 + (pq)^6;$ | 5) $(a - b)^3 + b^3;$ | 6) $(x - 2)^3 - 27;$ |
| 7) $8a^3 + (a - b)^3;$ | 8) $27x^3 - y^3(x - y)^3.$ | |

34.11. Күпайтмани күпхад шаклида ёзинг:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}x + x^2\right);$ | 2) $\left(n - \frac{1}{2}\right)\left(n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}\right);$ |
| 3) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{1}{9}b^2\right);$ | 4) $\left(\frac{1}{4}y^2 - yz + 4z^2\right)\left(\frac{1}{2}y + 2z\right).$ |

34.12. Күпхадни күпайтма шаклида ёзинг:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $m^3 - n^3 + 2n - 2m;$ | 2) $3a^3 - 3b^3 + 5a^2 - 5b^2;$ |
| 3) $x^6 + y^6 + x^2 + y^2;$ | 4) $a^3 - b^3 + a^2 - b^2;$ |
| 5) $x^4 + xy^3 - x^3y - y^4;$ | 6) $a^4 - a^3b + ab^3 - b^4.$ |

Ифодани соддалаштириңг (**34.13–34.14**):

- 34.13.** 1) $2a^3 + 9 - 2(a + 1)(a^2 - a + 1);$
 2) $x(x + 2)(x - 2) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9);$
 3) $3(b - 1)^2 + (b + 2)(b^2 - 2b + 4) - (b + 1)^3;$
 4) $(a - 1)^3 - 4a(a + 1)(a - 1) + 3(a - 1)(a^2 + a + 1).$

- 34.14.** 1) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x - 3)(x + 3) - 42;$
 2) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x^2 - 16) + 21;$
 3) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 23 - 4x(2x^2 - 3);$
 4) $16x(4x^2 - 5) + 17 - (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1).$

C

34.15. Ифодани соддалаштириңг:

- 1) $6(x + 1)^2 + 2(x - 1)(x^2 + x + 1) - 2(x + 1)^3;$

- 2) $5x(x - 3)^2 - 5(x - 1)^3 + 15(x + 2)(x - 2)$;
 3) $(x + 2)^3 - x(3x + 1)^2 + (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$.

34.16. Тенгламани ечинг:

- 1) $x^3 - (x - 3)(x^2 + 3x + 9) + 9x = -18$;
 2) $(x + 4)(16 - 4x + x^2) - x(x^2 + 8) = -192$;
 3) $y(y^2 - 5) - (y - 2)(y^2 + 2y + 4) + 3y = -192$;
 4) $(5 + y)(25 - 5y + y^2) - 20y - y^3 = 0$.

Айниятни исботланг (34.17–34.18):

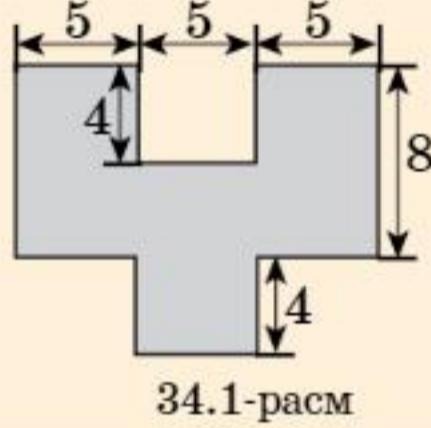
- 34.17.** 1) $(x + y)^3 - (x - y)^3 - 6y(x^2 - y^2) = 8y^3$;
 2) $(m + n)^3 - (m - n)^3 - 2n(m^2 + n^2) = 4m^2n$;
 3) $x^3 - 4 - (x + 2)^2 + x(4 + x) = x^3 - 8$.
- 34.18.** 1) $(a^2 - 3)^3 - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - a^2(a^4 - 10a^2 + 27) + 27 = 16$;
 2) $(b^2 + 3)^3 - (b^2 + 3)(b^4 - 3b^2 + 9) - 9b^2(b^2 + 3) = 0$;
 3) $(m^2 - 1)(m^4 + m^2 + 1) - (m^2 - 1)^3 + 3(m^2 - 1) = 3m^4 - 3$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

34.19. Тенгсизликни ечинг:

1) $(x + 2)^2 - 10 \leq 12x + x^2$; 2) $24 - (3 - x)^2 > 8x - x^2$.

34.20. 34.1-расмда берилган фигуранинг периметри ва юзасини топинг.



34.1-расм

35-§. ИФОДАЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ



Хисоблашларни қулай усулда бажариш учун қисқа күпайтириш формулаларидан қандай фойдаланиш мүмкін?

Таръиф: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ — квадратларнинг айрмаси;
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — йиғиндининг квадрати;
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — айрманинг квадрати;
 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ — йиғиндининг куби;
 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ — айрманинг куби;
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ — кубларнинг айрмаси;
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ — кубларнинг йиғиндиси

формулалари қисқа күпайтириш формулалари деб аталади.

Қисқа күпайтириш формулаларидан күпинча ифодаларни шакл алмаштиришда фойдаланилади.

Ушбу формулалардан фойдаланишга доир мисоллар күриб чикамиз.

1-мисол. $(4 - 5a)^2 - 8a(3a + 1) + (7a - 4)(4 + 7a)$ ифодани содалаштирамиз.

Ечиш. Берилган ифодани содалаштириш учун аввал айрманинг квадрати, квадратларнинг айрмаси формулаларидан, бирхадни күпхадга күпайтириш коидасидан фойдаланамиз, сүнгра үхшаш күшилувчиларни ихчамлаймиз:

$$(4 - 5a)^2 - 8a(3a + 1) + (7a - 4)(4 + 7a) = \\ = 16 - 40a + 25a^2 - 24a^2 - 8a + 49a^2 - 16 = 50a^2 - 48a.$$

Жавоб: $50a^2 - 48a$.

2-мисол. $(5 - 2x)^2 - 8x \leq 2x(2x - 6) + 9$ тенгсизликни ечамиз.

Ечиш.

$$\begin{aligned} 25 - 20x + 4x^2 - 8x &\leq 4x^2 - 12x + 9; \\ -20x + 4x^2 - 8x - 4x^2 + 12x &\leq 9 - 25; \\ -16x &\leq -16; \\ x &\geq 1. \end{aligned}$$

Жавоб: $[1; +\infty)$.

3-мисол. $4(b - 5)^2 - (b - 3)(b^2 + 3b + 9) + (b + 4)^3 - 8b(2b + 1) = 191$ айниятни исботлаймиз.

Исботи.

$$\begin{aligned} 4(b - 5)^2 - (b - 3)(b^2 + 3b + 9) + (b + 4)^3 - 8b(2b + 1) &= \\ = 4(b^2 - 10b + 25) - (b^3 - 27) + b^3 + 12b^2 + 48b + 64 - 16b^2 - 8b &= \\ = 4b^2 - 40b + 100 - b^3 + 27 + b^3 - 4b^2 + 40b + 64 &= 191. \end{aligned}$$

Машқлар**A**

Ифодани соддалаштириңг (35.1—35.4):

- 35.1.** 1) $(m^3 + 6n^2)^2 - (6n^2 - m^3)^2$; 2) $(x^2 - 7y^3)^2 + (x^2 + 7y^3)^2$;
 3) $(9z + 2x^4)^2 - (2x^4 - 9z)^2$; 4) $(5a^3 - 4b)^2 + (4b + 5a^3)^2$.

- 35.2.** 1) $(1,1x^2 - 6y)^2 - (1,1x^2 - 6y)(1,1x^2 + 6y)$;
 2) $(2,3a - 7b^3)(2,3a + 7b^3) - (2,3a + 7b^3)^2$;
 3) $(3,1n^3 - 5m)^2 + (5m - 3,1n^3)(5m + 3,1n^3)$.

- 35.3.** 1) $1000 + a^6 - (a^2 + 10)(a^4 - 10a^2 + 100)$;
 2) $(a^3 - 9)(a^6 + 9a^3 + 81) - a^9 - 729$;
 3) $0,512t^3 - 100 + (0,8t + 5)(0,64t^2 - 4t + 25)$;
 4) $(1,1d - c^3)(1,21d^2 + 1,1c^3d + c^6) - 1,331d^3 + 2c^9$.

- 35.4.** 1) $(2 + a^4)(a^8 - 2a^4 + 4) + a^{10} (1 - a^2)$;
 2) $k^5(k + 1) - (3 + k^2)(k^4 - 3k^2 + 9)$;
 3) $(25 - 5y^4 + y^8)(5 + y^4) - y^6(y^6 - 1)$;
 4) $(z^6 + 7z^3 + 49)(z^3 - 7) + z(1 - z^8)$.

Тенгламани ечинг (35.5—35.6):

- 35.5.** 1) $35 + (5x - 1)(5x + 1) = (5x + 2)^2$;
 2) $3 + (2x + 3)^2 = 4(x - 6)(6 + x)$;
 3) $6 - x + (2x - 1)^2 = 4(x + 3)^2$;
 4) $39x + (4x + 3)^2 = 2 + 4(2x + 1)^2$.

- 35.6.** 1) $7x - (x - 2)^3 = 13 - x^2(x - 6)$;
 2) $10 + (3 - x)^3 = x^2(9 - x) - 17$;
 3) $-16 + (4 + x)^3 = x^2(x + 12)$;
 4) $11 - x^2(x + 9) = 8x - (x + 3)^3$.

35.7. Тенгламанинг илдизини топинг:

- 1) $(x - 7)^2 - 49 = 0$; 2) $(6 + y)^2 - 81 = 0$;
 3) $100 - (z - 19)^2 = 0$; 4) $25 - (13 + t)^2 = 0$.

Тенгламани ечинг (35.8—35.10):

- 35.8.** 1) $x(0,25x - 3) - (0,5x + 1)(0,5x - 1) = 0$;
 2) $(1,2 - x)(x + 1,2) + 1,8x + x^2 = 0$;
 3) $0,49x^2 - 3x - (0,7x + 2)(0,7x - 2) = 0$;
 4) $(1,6x + 1)(1 - 1,6x) - 64x(1 - 0,04x) = 0$.

- 35.9.** 1) $(7x - 5)^2 + 67x - 49x^2 = -2$;
 2) $196x^2 - (14x + 3)^2 + 80x = -5$;
 3) $-2,89x^2 + (1,7x + 2)^2 + 0,2x = 11$;
 4) $(2,4x - 1)^2 - 0,2x - 5,76x^2 = 3$.

- 35.10.** 1) $5(2 + x)^3 - 5x^3 = 28x + 30x^2$;
 2) $54x^2 - 6(x - 3)^3 = 162 + 6x^3$;

- 3) $(x + 9)(x^2 - 9x + 81) = -7 - 4x + x^3;$
 4) $x^3 - 2x - 331 = (x^2 - 11x + 121)(x + 11).$

Тенгсизликни ечинг (35.11—35.13):

- 35.11.** 1) $(x + 8)^2 - x^2 \leqslant 11x;$ 2) $x^2 - (9 - x)^2 > -2x;$
 3) $(12 + x)^2 \geqslant x^2 + 21x;$ 4) $x^2 < (25 - x)^2 + 25x.$
- 35.12.** 1) $(y + 7)^3 - y^3 - 21y^2 \geqslant 0;$ 2) $-24y^2 + (8 - y)^3 + y^3 \leqslant 0;$
 3) $(6 - y)^3 + y^3 - 18y^2 < 0;$ 4) $y^3 - 27y^2 - (y - 9)^3 > 0.$
- 35.13.** 1) $(10 + x)(100 - 10x + x^2) - x^3 - 500x < 0;$
 2) $-x^3 + 675x - (15 + x)(225 - 15x + x^2) > 0;$
 3) $(169 + 13x + x^2)(x - 13) - x^3 - 2262x \leqslant 0;$
 4) $1331x - x^3 + (11 + x)(x^2 - 11x + 121) \leqslant 0.$

Айниятни исботланг (35.14—35.15):

- 35.14.** 1) $(3x + 4y)^2 - (4y - 3x)^2 = 48xy;$
 2) $(1,5x - 2y)^2 + (2x + 1,5y)^2 = 6,25(x^2 + y^2);$
 3) $(2a - 3b)^3 - (2a + 3b)^3 = -18b(4a^2 + 3b^2);$
 4) $(3a - 2b)^3 + (3a + 2b)^3 = 18a(3a^2 + 4b^2).$
- 35.15.** 1) $(5z^2 - 6k)^2 - (5z^2 + 3k)^2 + 90z^2k = 27k^2;$
 2) $(m^2 - n^2)(m^2 + n^2) - m^2(m^2 - n^2) - m^2n^2 = -n^4;$
 3) $(1,2x^4 - 7y^2)(1,2x^4 + 7y^2) + 0,56x^8 + 49y^4 = 2x^8;$
 4) $(1,4a^3 - 5b^2)(1,4a^3 + 5b^2) - 2,96a^6 + 25b^4 = -a^6.$

B

Ифодани соддалаштириинг (35.16—35.17):

- 35.16.** 1) $(4x^3 - 1)(9x^3 + 5) - (6x^3 - 1)^2;$ 2) $(x^4 - 1)^2 - (x^4 + 4) - (x^4 - 6);$
 3) $(x^7 - 3)(x^7 + 7) - (x^7 + 2)^2;$ 4) $(x^8 + 9)(11 - x^8) - (x^8 + 1)^2.$
- 35.17.** 1) $(a^3 + b^3)^3 - (a^3 - b^3)^3 - 2b^9;$ 2) $(1 - a^3b^3)^3 - (a^3b^3 - 1)^3 - 2;$
 3) $3a^4b^4(a^4 - b^4) - (a^4 - b^4)^2;$ 4) $(c^2 + d^2)^3 - 3c^2d^2(c^2 + d^2).$

Тенгламани ечинг (35.18—35.19):

- 35.18.** 1) $8(x - 10)^2 - 11(x + 5)^2 = -3x^2 - 170x + 1600;$
 2) $2,5(4 + x)^2 + 7(5 - x)(5 + x) = 295 - 4,5x^2;$
 3) $1,9(y + 20)(20 - y) - 1,6(y + 20)^2 = 116 - 3,5y^2;$
 4) $30(1,8 - y)^2 + 20(y + 1,8)(y - 1,8) = 50y^2 + 140,4.$
- 35.19.** 1) $(2,3x - 10)(5,29x^2 + 23x + 100) - 125x = 12,167x^3;$
 2) $(20 + 1,7x)(2,89x^2 - 34x + 400) - 400x = 4,913x^3;$
 3) $5(x - 6)^3 - 13(2 + x)^3 + 32 = -8x^2(x + 21);$
 4) $-6(4 + x)^3 + 3(5 - x)^3 = 1017 - 9x^2(3 + x).$

Тенгсизликни ечинг (35.20—35.21):

- 35.20.** 1) $(9x - 7)^2 - 10 \leqslant (9x + 3)(9x - 5);$
 2) $(3 + 7x)^2 - x \leqslant -26 + x(49x - 8);$
 3) $(11 + 25x)x + 7 < (5x - 7)^2 - 3x;$
 4) $4 + (6 - 11x)^2 > 25x + x(121x + 3).$

- 35.21.** 1) $13 + x^2(x - 9) \geq (x - 3)^3 + 11$;
 2) $26 + (2 + x)^3 < x^2(6 + x)$;
 3) $3x - x^2(15 + x) > -(x + 5)^3 - 4x$;
 4) $(4 + x)^3 - 6x \leq x^2(x + 12) + 1$.

C

35.22. Тенгсизликнинг ечими бўлган энг катта бутун сонни топинг:

- 1) $(3 - x)(9 + 3x + x^2) - 2x + x^3 \geq 7x + 7$;
 2) $(x - 7)(x^2 + 7x + 49) < -4x + x^3 + 17$;
 3) $7x - x^3 > 27x - (x + 8)(x^2 - 8x + 64)$;
 4) $16x(32x^2 + 1) \leq -32 + (8x - 1)(64x^2 + 8x + 1)$.

35.23. Тенгсизликнинг ечими бўлган энг кичик бутун сонни топинг:

- 1) $(x + 9)^2 - x^2 > 15x - 79$; 2) $x^2 - (11 - x)^2 < 23x + 19$;
 3) $(x - 8)^3 + 24x^2 \geq x^3 + 64x$; 4) $x^3 - (7 + x)^3 \geq -21x^2 - 490$.

Айниятни исботланг (**35.24–35.25**):

- 35.24.** 1) $((a^7 - 8b^4)(8b^4 + a^7) + 63b^8)^2 - a^{14}(+2b^8 + a^{14}) = b^{16}$;
 2) $b^{24} - (82c^{10} + (b^6 - 9c^5)(9c^5 + b^6))^2 + c^{20} = -2c^{10}b^{12}$;
 3) $(x^3 - 9y^4)^2 - (x^3 + 9y^4)^2 + 36x^3(y^4 - x) = -36x^4$;
 4) $0,5z^4(40zt^2 - 5) - (z^5 + 10t^2)^2 + (10t^2 - z^5)^2 = -2,5z^4 - 20z^5t^2$.

- 35.25.** 1) $(a^7 - t^5)(a^{14} + a^7t^5 + t^{10}) + (t^5 - a^7)^3 - 3a^{14}t^5 = -3a^7t^{10}$;
 2) $(x^4 + b^9)^3 - (b^9 + x^4)(b^{18} - x^4b^9 + x^8) - 3x^8b^9 = 3x^4b^{18}$.

Ахборот тайёрланг

- 35.26.** Киска кўпайтиришнинг баъзи бир формулалари 4 минг йил аввал маълум бўлган. Бу формулалар Евклиднинг “Негизлар” китобида қандай берилгани ҳакида баён қилинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

- 35.27.** Иккита ток сон кубларининг айрмаси билан улар айрмаси кубининг айрмаси 6 сонига каррагали бўлишини исботланг.
- 35.28.** 1,5; 2,5; 3,5 ... сонларни иккинчи даражага кўтариш унинг учун бутун қисмини кейинги сонга кўпайтириб, оркасидан 0,25 сони ёзилса, даражанинг қиймати чишини исботланг.
- 35.29.** Квадратнинг қарама-карши жойлашган томонларининг узунликлари 5 см га ортирилди, колган иккита қарама-карши томонларининг узунликлари эса шунча сантиметрга камайтирилди. Ҳосил бўлган фигуранинг юзаси дастлабки фигуранинг юзасига караганда қандай ўзгаради?



36-§. МАТНЛИ МАСАЛАЛАРНИ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ТЕНГСИЗЛИКЛАР ТУЗИШ ОРҚАЛИ ЕЧИШ



Матнли масалаларни тенгламалар ва тенгсизликлар тузиш орқали қандай ечиш мумкин?

Математикада ечимини топиш керак бўлган кўпгина турли хил аник ҳолатлар тавсифланади. Уларни ечиш давомида математик тил, ҳар хил математик коидалардан фойдаланилади ва математик моделлар тузилади.

Кўпгина аник ҳоллар арифметик усул билан ечилади, яъни масалада берилган саволга сонлар устида арифметик амаллар бажариш орқали жавоб бериш мумкин. Алгебраик усул билан, яъни тенгламалар ёрдамида ечиш мумкин бўлган кўпгина амалий масалалар ҳам мавжуд.

Матнли масалаларни алгебраик усул билан ечиш давомида куйидаги алгоритмдан фойдаланилади:

- 1) топилиши керак бўлган катталил ёки бир нечта катталиклар $x, y, z \dots$ ҳарфлар орқали белгиланади;
- 2) берилган катталиклар билан топилиши керак бўлган катталиклар орасида боғланиш ўрнатилади;
- 3) тенглама ёки тенгсизлик ёки тенгламалар системаси ёки тенгсизликлар системаси (математик модель) тузилади;
- 4) тузилган тенглама ёки тенгсизлик ёки тенгламалар системаси ёки тенгсизликлар системаси ечилади;
- 5) ҳосил бўлган натижа масала шарти билан таккосланади;
- 6) жавоб ёзилади.



Масала шартига кўра математик моделни қандай тузиш мумкин?

Математик модель тенглама ёки тенгсизлик, тенгламалар системаси ёки тенгсизликлар системаси, жадвал, чизма кўринишида берилиши мумкин. Бир нечта амалий масалалар ечимини кўриб чиқамиз.

1-мисол. Сабзавотлар базасида бодринг ва помидор бор. Помидор солинган яшиклар сони бодринглар солинган яшиклар сонидан икки хисса кўп. Агар базадан помидор солинган бешта яшик олиб кетилиб, базага бодринг солинган бешта яшик олиб келинса, у ҳолда помидор солинган яшиклар сони бодринг солинган яшиклар сонидан 5 та кўп бўлади. Базада бодринг ва помидорлар солинган нечта яшик бор?

Ечиш. Бодринг солинган яшиклар сони x бўлсин, у ҳолда помидор солинган яшиклар сони $2x$ бўлади. Демак, базада жами сабзавот солинган яшиклар сони — $x + 2x = 3x$. Агар базадан помидор солинган 5 та яшик олиб кетилса, у ҳолда помидор со-

линган яшиклар сони $(2x - 5)$. Агар базага бодринг солинган 5 та яшик олиб келинса, у ҳолда бодринг солинган яшиклар сони $(x + 5)$. Масала шартига күра помидор солинган яшиклар сони бодринг солинган яшиклар сонидан 5 та ортиқ. Математик тилда қуидагича ёзилади: $(2x - 5) - (x + 5) = 5$ ($x > 0$).

Тузилган тенглама берилған матнли масаланинг математик мөдели бўлади. $2x - 5 - x - 5 = 5$ тенгламани ечиб, $x = 15$ ни ҳосил қиласиз.

Демак, базада бодринг солинган яшиклар 15, помидор солинган яшиклар сони — 30. Масала ечимининг тўғрилигини шарт бўйича текширамиз.

Помидор солинган 5 та яшик олиб кетилди, у ҳолда $30 - 5 = 25$.

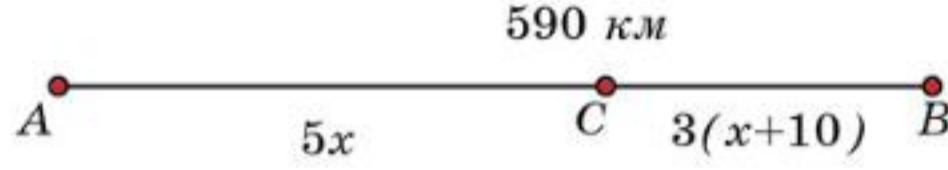
Бодринг солинган 5 та яшик олиб келинди, у ҳолда $15 + 5 = 20$.

Демак, помидор солинган яшиклар сони бодринг солинган яшиклар сонидан 5 та ортиқ ($25 - 20 = 5$). Базада жами $3 \cdot 15 = 45$.

Жавоб: 45 яшик.

2-мисол. Ораларидаги масофа 590 км бўлган йўл бўйлаб бирбирига қарама-қарши йўналишда иккита автобус йўлга чиқди. Иккинчи автобуснинг тезлиги биринчи автобуснинг тезлигига қараганда 10 км/соат ортиқ. Биринчи автобус 2 соат аввал йўлга чиққани маълум. Улар 5 соатдан кейин учрашишди. Ҳар бир автобуснинг тезлигини топинг.

Ечиш. $s = v \cdot t$ формуладан фойдаланамиз, бу ерда s — масофа (босиб ўтилган йўлнинг узунлиги), v — ҳаракат тезлиги, t — ҳаракатланиш вақти.



Масаланинг математик моделини тузамиз. Биринчи автобуснинг тезлиги x км/соат бўлсин, у ҳолда иккинчи автобуснинг тезлиги $(x + 10)$ км/соат. Учрашгунга қадар биринчи автобус йўлда 5 соат, иккинчи автобус эса $(5 - 2) = 3$ соат бўлади.

Демак, биринчи автобус 5 соатда $5x$ км, иккинчиси эса 3 соатда $3(x + 10)$ км йўл юради. Масала шартига кўра улар учрашишди, демак, иккаласи биргаликда $(5x + 3 \cdot (x + 10))$ км, яъни 590 км йўл юрган.

Тенглама тузамиз: $5x + 3(x + 10) = 590$.

Тузилган тенглама берилған матнли масаланинг математик мөдели бўлади. Тенгламани ечиб, $x = 70$ га эга бўласиз.

Демак, биринчи автобуснинг тезлиги 70 км/соат бўлса, у ҳолда иккинчи автобуснинг тезлиги $70 + 10 = 80$ (км/соат).

Масала ечимининг тўғрилигини шарт бўйича текширамиз. Масала шартига кўра биринчи автобус 70 км/соат тезлик билан 5 соат юрди. Демак, 350 км йўл юрди. Иккинчи автобус 80 км/соат тезлик билан 3 соат юрди. Демак, у 240 км йўл юрди. Масала шартига кўра улар учрашишди, у ҳолда улар биргаликда $240 + 350 = 590$ (км) йўл юриб ўтган.

Жавоб: 70 км/соат, 80 км/соат.

З-мисол. Автобус 70 км/соат тезлик билан Петропавл шаҳридан Астана шаҳрига томон йўлга чиқди. Икки соатдан кейин унинг орқасидан енгил машина йўлга чиқди. Шаҳарлар орасидаги масофа 630 км. Автобусни Астана шаҳрига етгунча қувиб етиб олиш учун енгил машина қандай тезлик билан ҳаракатланиши керак?

Ечиш. Енгил машинанинг тезлиги x км/соат бўлсин. Автобус Астана шаҳрига 9 соатда етиб боради, чунки $630 : 70 = 9$. Енгил машина йўлга чиққандан кейин автобус йўлда 7 соат бўлди. Демак, енгил машина Петропавл шаҳридан Астана шаҳригача бўлган йўлда камида 7 соат бўлди. Яъни навбатдаги тенгсизликни оламиз:

$$\frac{630}{x} \leqslant 7.$$

Бундан $x \geqslant 630$ ёки $x \geqslant 90$.

Демак, енгил машинанинг тезлиги 90 км/соатдан кам бўлмаслиги керак.

Жавоб: 90 км/соат дан кам эмас.



1. Масаланинг математик модели нимани беради?
2. Матнли масалаларни алгебраик (арифметик) усул билан ечиш деганда нимани тушунасиз?
3. Матнли масалаларнинг тўғри ечилганлигини қандай текшириш мумкин?
4. Матнли масалаларни тенгсизлик ёрдамида ечиш усули қандай аталади?
5. Матнли масалаларни тенгламалар ёки тенгсизликлар системаси ёрдамида ечиш усули қандай аталади?

Машқлар**A**

- 36.1.** Кутубхоначи дарсликларни жавонларга жойлаштириши керак. Агар ҳар бир жавонга 20 та дарсликdan қўйилса, у ҳолда иккита жавон бўш қолади. Агар ҳар жавонга 15 та дарсликdan қўйиладиган бўлса, у ҳолда барча жавонлардаги китоблар сони бир хил бўлади. Кутубхоначи нечта дарсликни жавонларга жойлаштириши керак?
- 36.2.** Шахмат мусобақасида 6-7-синфлардан 20 нафар ўқувчи қатнашиди. 7-синф ўқувчилари 6-синф ўқувчиларидан 1,5 марта кўп. Мусобақага ҳар бир синфдан неча ўқувчидан қатнашиди?
- 36.3.** Еттинчи синфдаги қиз болалар сони ўғил болалар сонидан 1,4 марта ортиқ. Агар қиз болалар сони ўғил болалар сонидан 16 та ортиқ бўлса, у ҳолда еттинчи синф ўқувчилари сонини топинг.
- 36.4.** Биринчи яшикдаги олмалар сони иккинчи яшикдагига қараганда 3 марта ортиқ. Агар биринчи яшикдан 17 та олма олиниб, иккинчи яшикка эса 35 та олма солинса, у ҳолда иккита яшикдаги олмалар сони teng бўлади. Дастрлаб ҳар бир яшикда нечтадан олма бўлган?
- 36.5.** Икки соннинг йиғиндиси $77 \frac{2}{3}$ га teng. Агар бир соннинг $\frac{2}{3}$ қисми иккинчи соннинг 0,8 ини ташкил этадиган бўлса, у ҳолда берилган иккита сонни топинг.
- 36.6.** Шафтolinинг баҳоси ўрикнинг баҳосидан 50 тг ортиқ. Компот тайёрлаш учун 4 кг шафтoli ва 6 кг ўрик керак бўлади. Агар шафтoli билан ўрик 4200 тенгега сотиб олинган бўлса, у ҳолда мевалар қандай нархда сотиб олинган?
- 36.7.** ABC учбурчакнинг периметри 92 см. AB томонининг узунлиги BC томонининг узунлигидан икки марта қисқа ва AC томонининг узунлигидан 8 см қисқа. Учбурчакнинг барча томонлари узунликларини топинг.
- 36.8.** Икки қирғоқ орасидаги масофа 80 км. Ушбу масофани катер дарё оқими бўйича 4 соатда, дарё оқимиiga қарши 5 соатда сузуб ўтади. Катернинг турғун сувдаги тезлиги ва дарё оқимининг тезлигини топинг.
- 36.9.** Ораларидаги масофа 30 км бўлган A ва B пунктлардан бирбирига қарама-қарши йўналишда иккита пиёда йўлга чиқиб, 3 соат 20 минутдан кейин учрашиши. Агар биринчи пиёда иккинчи пиёдага қараганда 2 соат аввал йўлга чиқсан бўлса, у ҳолда уларнинг учрашуви иккинчи пиёда йўлга чиқсандан



кейин 2 соат 30 минутдан кейин бўлар эди. Иккинчи пиёданинг тезлигини топинг.

- 36.10.** Иккита ишчи биргаликда 678 та деталь тайёрлади. Биринчи ишчи 8 кун, иккинчи ишчи 11 кун ишлади. Агар иккинчи ишчи ҳар тўрт кунда биринчи ишчининг уч кунда ясаган деталларидан 22 та ортиқ тайёрлаган бўлса, у ҳолда ҳар бир ишчи бир кунда нечта деталь тайёрлаган?

В

- 36.11.** Учта бригада бир сменада 96 та деталь тайёрлайди. Биринчи бригада иккинчисига қараганда 18 та деталь ортиқ, учинчи бригада биринчи ва иккинчи бригадаларнинг биргаликда ясаган деталлар сонининг $\frac{5}{11}$ ини тайёрлайди.

- 1) Ҳар бир бригада нечтадан деталь тайёрлайди?
- 2) Агар ишчи ясаган ҳар бир деталига 56 тг оладиган бўлса, у ҳолда ҳар бир ишчи неча тенге олади?
- 3) Биринчи ишчининг бир сменадаги маоши учинчи ишчининг маошидан неча фоиз кўп?

- 36.12.** Полнинг юзаси 9 м^2 ва квадратсимон бўлган хона деворларига гулқоғозлар ёпиштириш керак. Хонанинг баландлиги 3 м, эшикнинг юзи $1,8 \text{ м}^2$, деразанинг юзи $1,5 \text{ м}^2$ ва бир ўрам гулқоғоз ёрдамида $7,2 \text{ м}^2$ юзани ёпиштириш мумкин.

- 1) Хонага ёпиштириш учун керак бўладиган гулқоғозлар ўрамининг сонини топинг.
- 2) Агар гулқоғозларнинг нархи 650 тг/ўрам бўлса, у ҳолда гулқоғоз олиш учун неча тенге керак?

- 36.13.** Қирраларининг узунлиги 30 см бўлган кубсимон аквариумни тўлдириш учун неча литр сув керак бўлади?

- 36.14.** Гулзорнинг ихоталари узунликлари 3:4 нисбат каби бўлган тўртбурчак шаклида. Агар гулзорнинг юзаси 4800 дм^2 бўлса, у ҳолда тўғри тўртбурчакнинг ўлчамларини топинг.

- 36.15.** Гулзор эни бўйининг $\frac{5}{7}$ ини ташкил этувчи тўғри тўртбурчак шаклида.

- 1) Агар гулзорнинг юзаси 3500 дм^2 бўлса, у ҳолда унинг ўлчамларини топинг.
- 2) Агар гулзорни ўраш учун лозим бўлган битта манзарали блокнинг узунлиги 50 см бўлса, у ҳолда ихота учун жами қанча манзарали блок керак бўлади?

- 36.16.** Тўғри бурчакли параллелепипеднинг ўлчамлари $2 : 3 : 4$ нисбат каби, юзаси эса 192 дм^3 .

Тўғри бурчакли параллелепипеднинг ўлчамларини топинг.

36.17. Иморат түғри бурчакли параллелепипед шаклида. Унинг эни бўйидан 6 марта қисқа ва баландлигидан 3 марта қисқа. Агар иморат ён сиртининг юзи 8232 м^2 бўлса, у ҳолда унинг баландлигини топинг.

36.18. Агар оддий касрнинг суратидан 4 сони айрилиб, махражи 4 сонига кўпайтирилса, у ҳолда $\frac{1}{12}$, агар оддий касрнинг сурати 2 га кўпайтирилиб, махражидан 2 сони айрилса, у ҳолда 2 сони ҳосил бўлади. Дастребки касрни топинг.

36.19. Банк омонатчиси йиллик 10% билан депозит очди. Бир йилдан кейин у депозитдан 60 000 тг олганда депозитда дастреб солинган сумманинг ярмига teng пул қолди. Иккинчи йилнинг охирида депозитда қанча пул бўлади?

С

36.20. Бир вақтда *A* қирғоқдан сол ва *B* қирғоқдан дарё оқими бўйича *A* қирғоққа томон моторли қайик йўлга чиқди. Агар қайик билан сол 2 соатдан кейин учрашишса ва уларнинг босиб ўтган йўллари 16 км бўлса, у ҳолда қайиқнинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

36.21. Турғун сувдаги тезлиги 12 км/соат бўлган қайик қирғоқдан дарё оқими бўйича йўлга чиқди. Турғун сувдаги тезлиги 18 км/соат бўлган катер 1 соатдан кейин юкорига қараб сузди. Агар қайик йўлга чиққандан кейин 3 соатдан сўнг қайик ва катернинг босиб ўтган йўли 75 км бўлса, у ҳолда дарё оқимининг тезлигини топинг.

36.22. 400 000 аҳолининг 60% и футболга қизиқмайди. Футбол мухлисларининг 75% и чемпионлар лигасининг якуний ўйинларини телевизордан кўришган:

- 1) Қанча аҳоли ўйинни кўрган?
- 2) Аҳолининг неча фоизи ўйинни кўрган?
- 3) Аҳолининг неча фоизи ўйинни кўрмаган?

36.23. Оила депозитга 250 000 тг солмоқчи бўлди. Ушбу сумманинг бир қисмини фоизлардаги ўсими 10% бўлган ҳисоб-рақамга, қолганини эса 50 000 тг камайтирмай олиб тuriш мумкин бўлган йиллик фоизи 9% дан паст бўлган депозитга солинди. Бир йилдан кейин депозитдаги сумма 274 000 тг га етди.

- 1) Фоизлардаги ўсими 10% бўлган счётга қанча сумма солинади?



- 2) Йиллик фоизи 9% га тенг бўлган депозитда бир йилдан кейин қанча сумма бўлади?
- 3) Фоизлардаги ўсими 10% га тенг бўлган ҳисоб-ракамга қанча тенге солган фойдали?

36.24. Биринчи оператор қўлёzmани 9 соатда, иккинчи оператор 6 соатда теради. Биринчи оператор 3 соат ишлагандан кейин бошқа ишчига алмаштирилди. Қўлёzmанинг қолган қисмини иккинчи оператор терди.

- 1) Ишнинг қолган қисмини иккинчи оператор қанча вақтда бажаради?
- 2) Ҳамма иш қанча вақтда бажарилади?
- 3) Агар ишнинг ярмини биринчи оператор, иккинчи ярмини иккинчи оператор терган бўлса, у ҳолда иш қанча вақтда бажарилади?
- 4) Агар иккита оператор ишни бир вақтда бажарса, у ҳолда ҳамма иш қанча вақтда бажарилади?

36.25*. Рақамларининг йиғиндиси 12 сонидан ортиқ эмас, ўнликлар рақами эса бирликлар рақамидан уч марта ортиқ бўлган икки хонали сонларни топинг.

36.26*. Автобуснинг ўртача тезлиги 60 км/соатдан ортиқ, бироқ 80 км/соатдан кам.

- 1) Автобус 240 км масофани неча соатда босиб ўтади?
- 2) Ушбу масофани 3 соат 20 минутдан ортиқ бўлмаган вақтда босиб ўтиш учун автобуснинг тезлиги қандай бўлиши керак?

36.27. 1) Икки хонали сон йиғиндисининг қиймати 36, улар квадратларининг айирмаси 432 га тенг. Ушбу сонларни топинг;

2) Ечиш давомида қуйидаги тенгламани ҳосил қилувчи матнли масаланинг матнини тузинг:

$$\text{a)} x(x - 3) = 28; \text{ б)} \frac{42}{17 - x} - \frac{40}{17 + x} = 1; \text{ в)} \frac{20}{50 + x} + \frac{10}{10 - x} = 1.$$

Тузилган матнли масалани ечинг.

36.28*. 48 сонини икки хонали соннинг рақамлари йиғиндисига бўлганда бўлинманинг қиймати 4 бўлади. Ушбу сон рақамлари квадратларининг айирмасининг қиймати 24 га тенг. Берилган сонни топинг.

36.29*. 1) А ва В пунктлар орасидаги масофа 180 км. Агар автомобиль тезлигини 20 км/соатга оширса, у ҳолда 2 соатда 180 км дан ортиқ йўл юради. Агар тезлигини 20 км/соат га камайтиrsa, у ҳолда борадиган манзилга 3 соатда етиб улгурмайди. Автомобилнинг тезлигини топинг.

- 2) Икки қирғоқ орасидаги масофа 36 км. Агар моторли қайиқ тезлигини 3 км/соатга оширса, у ҳолда у 36 км ортиқ йўл юри. Агар моторли қайиқ тезлигини 2 км/соатга камайтира, у ҳолда у 4 соатда керакли пунктга етмайди. Моторли қайиқнинг тезлигини топинг.
- 3) Икки мотоциклчи ораларидағи масофа 7 км. Бирининг тезлиги 14 км/соат, иккинчисиники эса 16 км/соат. Агар мотоциклчилар а) бир хил йўналишда; б) қарама-қарши йўналишда юрса (иккала ҳолда кўриб чиқинг), у ҳолда қанча вақтда улар орасидаги масофа 1 км бўлади?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

36.30. Берилган ифоданинг қиймати нолга teng бўладигандек айниятнинг қийматини топинг:

- 1) $2x - 5$;
- 2) $36x - 4x^2$;
- 3) $2\frac{1}{3}x - 14$;
- 4) $x^2 - 16$;
- 5) $25 - x^2$;
- 6) $9x + 4x^2$.

36.31. Берилган ифодани стандарт кўпҳад кўринишида ёзинг:

1) $\frac{2x^2 - 3x + 3}{4}$;	2) $36x - \frac{x^2 + 4x + 5}{2}$;
3) $2\frac{1}{3}x - \frac{7 - 5x + 2x^3}{3}$;	4) $x^2 + 1 - \frac{x - 3}{4} + \frac{8x^2 - 3}{4}$.



ҰЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** Нотұғри тенгликни анықланг:

 - A. $(3b - c)(3b + c) = 9b^2 - c^2$;
 - B. $(x + 4)(4 - x) = 16 - x^2$;
 - C. $36n^2 - 49 = (6n + 7)(7 - 6n)$;
 - D. $y^4 - 25 = (y^2 - 5)(y^2 + 5)$.

- 2.** x ни қандай бирхад билан алмаштирганда $n^2 + x + 0,04$ ифода иккихаднинг квадрати бўлади?

 - A. $0,2n$ ёки $-0,2n$;
 - B. $4n$ ёки $-4n$;
 - C. $2n$ ёки $-2n$;
 - D. $0,4n$ ёки $-0,4n$.

- 3.** Тўғри тенгликни анықланг:

 - A. $(3 + a^2)^2 = 9 + 3a + a^2$;
 - B. $(k - 5)^2 = k^2 - 10k + 10$;
 - C. $(x + 2y^2)^2 = x^2 + 4xy^2 + 4y^4$;
 - D. $16a^4 - 24a^2b + 9b^2 = (8a^2 - 3b)^2$.

- 4.** $a^4b^6 - 16c^8$ ифодани кўпайтувчиларга ажратинг:

 - A. $(a^2b^3 - 4c^4)^2$;
 - B. $(a^2b^3 + 4c^4)^2$;
 - C. $(a^2b^3 - 4c^4)(a^2b^3 + 4c^4)$;
 - D. $(a^2b^3 + 4c^4)(4c^4 - a^2b^3)$.

- 5.** $4x^2 - 25 = 0$ тенгламани ечининг:

 - A. $2,5$;
 - B. $-2,5$;
 - C. $-2,5; 2,5$;
 - D. $-10; 10$.

- 6.** $169 - (z + 7)^2$ ифодани кўпайтувчиларга ажратинг:

 - A. $(6 - z)(20 + z)$;
 - B. $(6 - z)(20 - z)$;
 - C. $(6 - z)(z - 20)$;
 - D. $(z - 6)(20 - z)$.

- 7.** Тўғри тенгликни анықланг:

 - A. $8t^3 + 1 = (2t - 1)(4t^2 + 2t + 1)$;
 - B. $216a^3 - b^6 = (6a + b^2)(36a^2 - 6ab^2 - b^3)$;
 - C. $27x^3 - 64y^3 = (3x - 4y)(9x^2 + 12xy + 16y^2)$;
 - D. $\frac{8}{27}a^3 - \frac{1}{64}b^3 = \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{4}{9}a^2 + \frac{1}{12}ab + \frac{1}{4}b^2\right)$.

- 8.** $41^3 + 14^3$ ифода қандай сонга бўлинади?

 - A. 2 ;
 - B. 7 ;
 - C. 14 ;
 - D. 55 .

- 9.** Айирманинг квадрати ҳосил бўладиган қилиб $0,25a^2 - *ab + 9b^2$ ифодадаги (*) белги ўрнига сон қўйинг:

 - A. $1,5$;
 - B. $-1,5$;
 - C. 3 ;
 - D. -3 .

- 10.** $\frac{5,2^2 - 4,8^2}{1,1^2 - 2 \cdot 1,1 + 1}$ ифодани ҳисобланг:
- A. 400; B. 40;
C. -40; D. -400.
- 11.** $5x^3 - 125x = 0$ тенгламани ечинг:
- A. 0,5; B. -5;
C. 0; D. -5; 0; 5.
- 12.** $(8+x)(8-x) + (x+2)^2$ ифодани соддалаштириңг:
- A. $68 - 4x$; B. $68 + 4x$;
C. $60 - 4x$; D. $60 + 4x$.
- 13.** $(9-b)(9+b) - (3-b)(9+3b+b^2)$ ифодани соддалаштириб, $b = -1$ бўлганда қийматини топинг:
- A. 52; B. 53;
C. 56; D. 108.
- 14.** Иккита ҳад айирмасининг квадрати ҳосил бўлиши учун $m^2 + 2*$ + 0,04 ифодадаги (*) белгининг ўрнига бирҳад қўйинг:
- A. 0,1 m ёки -0,1 m; B. 0,2 m;
C. -0,2 m; D. 0,2m ёки -0,2 m.
- 15.** $(5x - 2)(x + 1) - (5 - 2x)^2$ ифодани стандарт кўпҳад шаклига келтириңг:
- A. $x^2 + 23x - 27$; B. $9x^2 + 23x - 27$;
C. $9x^2 - 27x - 27$; D. $x^2 + 23x + 27$.
- 16.** $2x + y + y^2 - 4x^2$ ифодани кўпайтувчиларга ажратинг:
- A. $(2x + y)(y - 2x)$; B. $(2x + y)(1 + y - 2x)$;
C. $(y + 2x)(y - 2x - 1)$; D. $(y + 2x)(2x - y - 1)$.
- 17.** $(2 - a)(4 + 2a + a^2) - (3 + a)(9 - 6a + a^2)$ ифодани соддалаштириб, $a = -2$ бўлганда қийматини топинг:
- A. -3; B. 37;
C. -37; D. -19.
- 18.** $\frac{18^3 - 7^3}{18^2 + 18 \cdot 7 + 7^2}$ ифодани ҳисобланг:
- A. 3218; B. 1321;
C. 11; D. 3125.



19. $(b - 4)^2 - (a + 3)^2$ ифодани күпайтувчиларга ажратинг:

- A. $(b - a - 7)(b - a + 1)$; B. $(b - a - 7)(b + a - 1)$;
C. $(b + a - 7)(b - a + 1)$; D. $(b - a + 7)(b - a - 1)$.

20. $x^6 - x^2 \cdot y^4$ ифодани күпайтувчиларга ажратинг:

- A. $(x^3 - y^2)(x^3 + y^2)$; B. $x^2(x^2 - y^2)^2$;
C. $x^2(x^2 + y^2)^2$; D. $x^2(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$.

АЛГЕБРАИК КАСР

37-§. АЛГЕБРАИК КАСР



Алгебраик каср нима?

Сиз күпхад (бирхад, иккихад, учхад) тушунчаси билан танишсиз. Масалан, $-2a^2b^5$ бирхад, $x^3 + 0,12y^3$ иккихад, $\frac{1}{3}x^2 + 2xy + y^2$ учхад, $x^2 + 3x + 7xy + 8y + y^2 + \frac{1}{12}$ — күпхад.

Күпхадлар бутун ифодалар ҳисобланади. Сон ҳам күпхад ҳисобланади.



Тушунтириинг

Нима сабабдан $\frac{b-36}{2}$, $n^3 - \frac{n(n-9)}{4}$ ифодалар бутун ифодалар (күпхалар) бўлишини тушунтириинг.

$\frac{4+b}{-2a+11}$, $\frac{2x+6-y}{x^2-8+y}$, $\frac{14+n^2}{n^2-7}$ күпхадларнинг сурати ва маҳражи

күпхадлар ёки бутун ифодалардан ташкил топган. Бундай ифодалар алгебраик рационал касрлар ёки каср ифодалар деб аталади.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ тенгламаси квадратлар ўзгарувчиси формуласи деб аталади.

Таръиф. Алгебраик рационал каср (каср ифода) деб $\frac{A}{B}$ күринишдаги ифодага айтилади, бу ерда A ва B — күпхадлар (бутун ифодалар).

А күпхад алгебраик касрнинг сурати деб, В күпхад алгебраик касрнинг маҳражи деб аталади.

Таръиф. Бутун ва каср ифодалар (күпхадлар ва алгебраик касрлар) рационал ифодалар деб аталади.



Сиз бутун ифодаларнинг қийматларини топишни биласиз. Каср ифодаларнинг қийматлари ҳам шундай топилади.



Тушунтириング

$\frac{7a - 8b}{1,4ab}$ алгебраик ифоданинг $a = \frac{2}{7}$, $b = -10$ бўлганда қиймати қандай топилишини тушунтиринг.

$$\frac{7a - 8b}{1,4ab} = \frac{7 \cdot \frac{2}{7} - 8(-10)}{1,4 \cdot \frac{2}{7}(-10)} = \frac{2 + 80}{-4} = \frac{82}{-4} = -20,5.$$

Бутун ифоданинг (кўпхаднинг) қийматини топиш учун ҳар доим кўрсатилган арифметик амалларни бажариш мумкин, шу сабабли бутун ифоданинг унга тегишли ўзгарувчиларнинг исталган қиймати маънога эга бўлади.



Нима сабабдан $\frac{7a - 8b}{1,4ab}$ алгебраик касрнинг $a = 0$ ёки $b = 0$ бўлганда қийматини топиш мумкин эмас?

Каср ифода ўзгарувчиларнинг баъзи бир қийматларида маънога эга бўлмаслиги мумкин.

Нима сабабдан $\frac{10x - 12}{x}$ каср ифода $x = 0$ бўлганда маънога эга бўлмайди? Бу каср ифода x ўзгарувчининг бошқа барча қийматларида маънога эга.

Таръиф. Каср ифода маънога эга бўладиган ўзгарувчиларнинг қийматлари шу каср ифода ўзгарувчисининг мумкин бўлган қийматлари деб аталади.



Алгебраик каср ўзгарувчиларининг мумкин бўлган қийматлар тўпламини қандай топиш мумкин?

Масалан, $\frac{7 + 8x}{x(x - 3)}$ каср ифодадаги x ўзгарувчининг мумкин бўлган қийматларини топамиз.

Ечиш. Касрнинг мумкин бўлган қийматлари деб махражини нолга айлантирмайдиган ўзгарувчининг барча қийматларига айти-

лади. У ҳолда алгебраик касрнинг махражини нолга айлантирадиган x ўзгарувчининг қийматларини топиб, уларни барча сонларнинг ичидан чиқариб ташлаймиз. Бунинг учун аввал $x(x - 3) = 0$ тенгламани ечамиз.

Бу тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: 0 ва 3, чунки ҳеч бўлмаганди битта кўпайтувчи нолга тенг бўлсагина кўпайтма нолга тенг бўлади. Демак, $\frac{7 + 8x}{x(x - 3)}$ каср ифодада x ўзгарувчининг мумкин бўлган қийматлари 0 ва 3 дан бошқа барча сонлар, яъни $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$ сон оралиқлари бўлади.

Жавоб: $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$.

Алгебраик касрлар *каср-рационал ифодалар* деб ҳам аталади. Масалан, $\frac{-58}{y}$, $\frac{x + 83}{100}$, $\frac{x - y}{x^2 - 2xy + y^2}$, $\frac{mn}{m^2 + n^2}$ — каср-рационал ифодалар.

Каср-рационал ифоданинг мумкин бўлган қийматлари деб касрнинг махражини нолга айлантирмайдиган ўзгарувчиларнинг қийматларига айтилади.



1. Қуйидаги мулоҳазалар тўғрими:

- исталган каср ифода рационал ифода бўлади;
- исталган рационал ифода каср ифода бўлади;
- исталган рационал ифода бутун ифода бўлади;
- исталган бутун ифода рационал ифода бўлади;
- исталган алгебраик каср каср ифода бўлади;
- исталган кўпхад бутун ифода бўлади?

2. Ўзгарувчиларнинг қандай қийматларида рационал ифода маънога эта бўлмайди?

Машқлар

A

37.1. 1) $\frac{2x}{3} + \frac{4}{7}$; 2) $\frac{2 - 5x}{7,3} - \frac{4x + 3}{3}$; 3) $\frac{3}{x - 2}$;

4) $\frac{3x + 4}{x - 2} + \frac{x}{7}$; 5) $\frac{3y}{2,7 - \frac{3}{7}}$; 6) $\frac{4y - 5}{3 - 0,2y} + \frac{2y - 3}{8}$

ифодалар каср-рационал ифода бўладими?

37.2. 1) $x = 3; 1; -5; \frac{1}{2}; -1,6$ бўлганда, $100 \frac{2x - 1}{x}$;

2) $a = -2; -0,4; 0; 2,5$ бўлганда, $\frac{3a - 7}{2a + 5}$ ифоданинг қийматини топинг.



- 3) $b = 3; 4,4; 5; 6$ бўлганда, $\frac{b^2 + 6}{3b - 4}$;
- 4) $x = -\frac{1}{2}; 0,5; 1; 3$ бўлганда, $2x + \frac{8}{x+1}$;
- 5) $y = 1,5; 2,5; 4; 4,5$ бўлганда, $\frac{y+3}{2y} + \frac{2y}{y-3}$;
- 6) $x = -\frac{1}{2}; 1,5; 2; 3$ бўлганда, $\frac{x+3}{x} + \frac{x}{x-3}$;
- 7) $a = -3, b = -1$ бўлганда, $\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1}$;
- 8) $a = 1\frac{1}{2}, b = 0,5$ бўлганда, $\frac{2a^2 - b}{b^2 + 1} - \frac{1}{a}$ ифодаларнинг қийматини топинг.

37.3. Берилган жадвални тўлдиринг:

37.1-жадвал

x	-13	-5	-0,2	0	$\frac{1}{17}$	1	5	7
$\frac{x+5}{x-3}$								

37.4. Ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган ифодалар маънога эга бўлмайди?

- 1) $\frac{x}{x-2}$; 2) $\frac{b+4}{b^2+7}$; 3) $\frac{y^2-1}{y} + \frac{y}{y-3}$;
- 4) $\frac{a+10}{a(a-1)} - 1$; 5) $\frac{y^3-1}{2-y} - \frac{2y}{3y-3}$; 6) $\frac{c^2-1}{3c} + \frac{4c}{2c-3}$.

37.5. 1) сурати x ва у нинг кўпайтмаси, махражи эса $2x$ ва Зу нинг ийғиндиси бўлган;
2) сурати $2a$ ва $b-1$ ифодаларнинг айирмаси, махражи эса уларнинг кўпайтмаси бўлган каср тузинг.

B

- 37.6.** 1) $\frac{5y-8}{11}$; 2) $\frac{y^2+1}{y^2-2y}$; 3) $\frac{y-10}{y^2+3}$;
- 4) $\frac{6y}{3y-4} + \frac{15}{y+16}$; 5) $\frac{32}{5y} - \frac{3y+1}{2y+7}$ ифодалар ўзгарувчилигининг мумкин бўлган қийматларини топинг.

- 37.7.** 1) $\frac{4}{x} - \frac{1}{2x-6}$; 2) $\frac{2x+3}{x(x+1)} + \frac{4}{3x}$;
- 3) $5x + \frac{71}{x+5}$; 4) $\frac{5y-7}{(y-3)\cdot(2y+5)} - \frac{5}{y}$ ифодалар үзгартувларининг мумкин бўлган қийматларини топинг.

- 37.8.** x нинг 1) 3; 2) 4; 3) -2; 4) -1 ва 2; 5) 3 билан 5; 6) $-\frac{2}{3}$ билан 7 сонлардан бошқа барча маънога эга бўлган x үзгарувчили каср ёзинг.

С

- 37.9.** Ораларидаги масофа s км бўлган A ва B шаҳарлардан иккита поезд бир вақтда бир-бирига қарама-қарши йўналишда йўлга чиқди. Биринчиси v_1 км/соат тезлик билан, иккинчиси эса v_2 км/соат тезлик билан ҳаракатланиб, улар t соат вақтдан кейин учрашиди. t үзгарувчини s , v_1 ва v_2 орқали ифодаланг. Агар:

- 1) $s = 350$, $v_1 = 55$, $v_2 = 45$;
 2) $s = 465$, $v_1 = 85$, $v_2 = 70$ эканлиги маълум бўлса, t үзгарувчини топинг.

- 37.10.** 1) $x = 0$; $x = 0,5$; $x = 2$; $x = 4,6$; $x = 3$ бўлганда, $\frac{3x}{x^3 - 3x^2}$ ифоданинг қиймати мавжуд бўлса, у нимага тенг?

- 2) $c = -2$; $c = 4,5$; $c = 6\frac{1}{4}$; $c = \frac{2}{3}$; $c = 1,5$ бўлганда, $\frac{2c - 3}{2c^3 - 3c^2}$ ифоданинг қиймати мавжуд бўлса, у нимага тенг?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

- 37.11.** $\frac{x - 4y}{y} = 12$ бўлса, у ҳолда ифоданинг қийматини топинг:
 1) $\frac{x}{y}$; 2) $\frac{y}{x}$; 3) $\frac{3x + y}{2y}$.

- 37.12.** Тўғри тенгликни кўрсатинг:

$$1) \frac{65}{85} = \frac{13}{17}; \quad 2) \frac{46}{79} = \frac{138}{237}; \quad 3) \frac{21}{23} = \frac{189}{230}.$$

38-§. АГЕБРАИК КАСРЛАРНИНГ АСОСИЙ ХОССАСИ



Агебраик касрларнинг асосий хоссаси қандай ва ундан қандай фойдаланилади?

Сиз оддий касрларнинг асосий хоссасини биласиз: агар касрнинг сурат ва махражини нолга teng бўлмаган бир хил сонга кўпайтирасак ёки бўлсак, касрнинг қиймати ўзгармайди.

Каср-рационал ифода ҳам худди шундай хоссага эга.

Теорема. *Исталган $a, b \neq 0$ ва $c \neq 0$ учун $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ тенглик ба-жарилади.*

Исботи. $\frac{a}{b}$ касрни t ҳарфи билан белгилаб, $\frac{a}{b} = t$ тенгликтан бўлинувчини ифодалаймиз: $\frac{a}{b} = t$, $a = bt$. Энди $a = bt$ тенгликтининг иккала томонини c га кўпайтирамиз: $ac = (bt)c$. Кўпайтиришнинг ўрин алмаштириш ва гуруҳлаш хоссаларидан фойдаланамиз:

$$ac = (bc)t.$$

$ac = (bc)t$ тенгликтан t ни ифодаласак, (бу ерда $bc \neq 0$), $t = \frac{ac}{bc}$.

Дастлабки $\frac{a}{b}$ белгилашни назарга олиб t , $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ га эга бўламиз .

$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ тенглик ёрдамида ифодаланувчи хосса касрнинг асосий хоссаси деб аталади.

Айният деб ўзгарувчиларнинг исталган қийматларида тўғри тенгликка айланадиган тенгликка айтилиши сизга маълум.

$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ тенглик чап ва ўнг томонлари маънога эга бўладиган ўзгарувчиларнинг барча қийматларида, яъни ўзгарувчиларнинг барча мумкин бўлган қийматларида тўғри бўладиган тенгликка айтилади.

Таъриф. *Айният деб унга киравчи ўзгарувчиларнинг барча мумкин бўлган қийматларида тўғри бўладиган тенгликка айтилади.*

Таркибига кирган ўзгарувчиларнинг барча мумкин бўлган қийматларида бир қийматлар қабул қилувчи иккита ифода айният деб, шу ифодаларнинг бирини иккинчиси билан алмаштириш эса айнан шакл алмаштириш деб аталади.

$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ айниятнинг чап ва ўнг томонларини алмаштириб, $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$.

Бу айният $\frac{ac}{bc}$ кўринишдаги касрни $\frac{a}{b}$ каср билан алмаштириш ёки $\frac{ac}{bc}$ касрнинг сурати ва маҳражини умумий кўпайтувчига қисқартишига имкон беради.

1-мисол. $\frac{35a^3}{21ab}$ касрни қисқартирайлик.

Ечиш. Касрнинг сурат ва маҳражини таркибида $7a$ кўпайтувчи бўлган кўпайтма кўринишда ёзамиз: $\frac{35a^3}{21ab} = \frac{5a^2 \cdot 7a}{3b \cdot 7a}$.

Энди касрни $7a$ умумий кўпайтувчига қисқартирамиз:

$$\frac{5a^2 \cdot 7a}{3b \cdot 7a} = \frac{5a^2}{3b}.$$

Жавоб: $\frac{5a^2}{3b}$.

2-мисол. $\frac{16 - x^2}{8x + 2x^2}$ касрни қисқартирайлик.

Ечиш. Касрнинг сурат ва маҳражини кўпайтувчиларга ажратамиз:

$\frac{16 - x^2}{8x + 2x^2} = \frac{(4 - x)(4 + x)}{2x(4 + x)}$. Ҳосил бўлган $4 + x$ умумий кўпайтувчига

қисқартирамиз: $\frac{(4 - x)(4 + x)}{2x(4 + x)} = \frac{4 - x}{2x}$.

Жавоб: $\frac{4 - x}{2x}$.

3-мисол. $\frac{5x}{6y}$ касрни маҳражи $12y^3$ бўлган касрга келтирайлик.

Ечиш. Ҳосил қилиниши керак бўлган касрнинг маҳражини, яъни $12y^3$ ифодани кўйтувчиларидан бири берилган кўпайтувчига тенг бўлган кўпайтувчиларга ажратайлик: $12y^3 = 6y \cdot 2y^2$.

Энди шу кўпайтманинг иккинчи $\frac{5x}{6y}$ кўпайтувчисига (у қўшимча деб аталади) $2y^2$ касрнинг сурат ва маҳражини кўпайтирамиз:

$$\frac{5x}{6y} = \frac{5x \cdot 2y^2}{6y \cdot 2y^2}.$$

Бу касрнинг сурат ва маҳражини соддалаштириб, $\frac{5x \cdot 2y^2}{6y \cdot 2y^2} = \frac{10xy^2}{12y^3}$ га эга бўламиз.

Жавоб: $\frac{10xy^2}{12y^3}$.

4-мисол. $\frac{2x^2}{9y - 7}$ касрни махражи $7 - 9y$ бўлган касрга келтирилик.

Ечиш. Биринчи касрнинг сурат ва махражини -1 га кўпайтириб, сўнгра соддалаштиrsак, $\frac{2x}{9y - 7} = \frac{2x \cdot (-1)}{(9y - 7) \cdot (-1)} = \frac{-2x}{-9y + 7}$ ҳосил бўлади. Касрнинг махражига кўпайтиришнинг ўрин алмаштириш хоссасини қўллаймиз: $\frac{-2x}{-9y + 7} = \frac{-2x}{7 - 9y}$. Энди $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ хоссадан фойдаланиб, $\frac{-2x}{7 - 9y} = \frac{2x}{9y - 7}$ ни оламиз.

Жавоб: $-\frac{2x}{7 - 9y}$.



- Тенглик нотўғри, маънога эга бўлмаган қийматларида айният бўлиши мумкинми?
- Ҳарфларнинг қандай қийматларида касрларнинг асосий хоссаси ба жарилади?

Машқлар

A

Берилган алгебраик касрларни қисқартиринг (38.1—38.2):

38.1. 1) $\frac{12xa}{15ya}$; 2) $\frac{12cb^2}{9bc^3}$; 3) $\frac{12ay^3}{-8a^2y}$; 4) $\frac{-6p^3q}{-12q^3}$;

5) $\frac{-4ax^2}{12xy}$; 6) $\frac{9axy^2}{6ay^3}$; 7) $\frac{48a^2c^2}{36ac}$; 8) $\frac{63x^3y^5}{84x^6y^4}$.

38.2. 1) $\frac{18bc}{24c}$; 2) $\frac{25a^2y}{15by}$; 3) $\frac{24a^3}{6ac}$; 4) $\frac{27x^2y}{21xy^3}$;

5) $\frac{-2a^6b^3}{a^3b^5}$; 6) $\frac{x^7y^4}{x^5y^8}$; 7) $\frac{42m^3n^5}{35mn^5}$; 8) $\frac{75p^4q}{150p^5q}$.

38.3. 1) $\frac{4a}{a^3c}$; 2) $\frac{5ac^3}{a^2c}$; 3) $\frac{4a}{2ac^2}$;

4) $\frac{ac^4}{0,5ac}$; 5) $\frac{5,5ac}{a^2c}$; 6) $\frac{-ax}{a^3c}$ касрларни махражи

$4a^5c^2$ бўлган касрга келтиринг.

- 38.4.** 1) $\frac{2y}{a-b}$ касрнинг маҳражи $(a-b)^2$;
- 2) $\frac{-3x}{x+a}$ касрнинг маҳражи $x^2 - a^2$;
- 3) $\frac{5a}{y-1}$ касрнинг маҳражи $y^3 - 1$;
- 4) $\frac{4b}{a^2 + ab + b^2}$ касрнинг маҳражи $a^3 - b^3$;
- 5) $\frac{9y}{y-b}$ касрнинг маҳражи $b - y$;
- 6) $\frac{-5x}{x-10}$ касрнинг маҳражи $10 - x$;
- 7) $\frac{-4p}{p+2}$ касрнинг маҳражи $4 - p^2$;
- 8) $\frac{2a+3}{6-2a}$ касрнинг маҳражи $2(a^2 - 9)$;
- 9) $\frac{7a}{3xy^2}$ касрнинг маҳражи $15x^2y^3$;
- 10) $\frac{11}{x+1}$ касрнинг маҳражи $x^3 + 1$ бўлган касрга келтиринг.

- 38.5.** 1) $\frac{x^7 + x^5}{x^4 + x^2}$; 2) $\frac{y^7 + y^9}{y^4 + y^2}$; 3) $\frac{a^7 - a^{10}}{a^5 - a^2}$; 4) $\frac{x^6 - x^4}{x^3 + x^2}$;
- 5) $\frac{a - 2b}{2b - a}$; 6) $\frac{4(a - b)^2}{2b - 2a}$; 7) $\frac{(-a - b)^2}{a + b}$; 8) $\frac{(a - b)^2}{(b - a)^2}$

каср-рационал ифодаларни соддалаштиринг.

B

- 38.6.** 1) $x = -0,6$ бўлганда $\frac{x^5 + 4x^4}{x^4 + 4x^3}$;
- 2) $x = -3\frac{2}{3}$ бўлганда $\frac{3x^5 - 4x^4}{3x^3 - 4x^2}$ каср ифодаларнинг қийматларини топинг.

- 38.7.** 1) $\frac{a(x - 2y)}{b(2y - x)}$; 2) $\frac{3a - 36}{12b - ab}$; 3) $\frac{25 - a^2}{3a - 15}$; 4) $\frac{8b^2 - 8a^2}{a^2 - 2ab + b^2}$;

$$5) \frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)}; \quad 6) \frac{7b - 14b^2}{42b^2 - 21b}; \quad 7) \frac{3 - 3x}{x^2 - 2x + 1}; \quad 8) \frac{(b-2)^3}{(2-b)^2}$$

алгебраик касрларни қисқартириңг.

- 38.8.** 1) $\frac{18a - 3a^2}{8a^2 - 48a}; \quad 2) \frac{8p - 40}{15 - 3p}; \quad 3) \frac{4 - x^2}{10 - 5x};$
 4) $\frac{(3x + 6y)^2}{5x + 10y}; \quad 5) \frac{ax + bx - ay - by}{bx - by}; \quad 6) \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3};$
 7) $\frac{(2a - 2b)^2}{a - b}; \quad 8) \frac{(4c + 12d)^2}{c + 3d}; \quad 9) \frac{4x^2 - y^2}{(6x - 3y)^2};$
 10) $\frac{ab - 3b - 2a + 6}{15 - 5a}$ каср-рационал ифодаларни соддалаштириңг.

C

- 38.9.** $a + 2c = 7$ әканини ҳисобга олиб, каср-рационал ифоданинг қийматини топинг:

$$1) \frac{3a + 6c}{(2c + a)^2}; \quad 2) \frac{a + 2c}{2(2c + a)^2}; \quad 3) \frac{a + 2c}{(2c + a)^3}; \quad 4) \frac{(2c - a) \cdot 4}{(4c^2 - a^2)}.$$

- 38.10.** 1) $a = -3, b = -0,2$ бүлганданың $\frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2}$;
 2) $c = 1\frac{2}{3}, d = 0,5$ бүлганданың $\frac{9c^2 - 4d^2}{18c^2d - 12cd^2}$;
 3) $x = \frac{2}{3}, y = -0,4$ бүлганданың $\frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2}$;
 4) $x = -0,2, y = -0,6$ бүлганданың $\frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{4x^2 + 12xy}$ алгебраик касрларни соддалаштириб, қийматини топинг.

Яңги мавзуны ўзлаштиришга тайёрланинг

- 38.11.** Иккита темир устаси 8 соатда 120 та деталь тайёрлади. Агар бир уста иккинчисига қараганда бир соатда 3 та деталь ортиқ тайёрласа, усталарнинг ҳар бири соатига нечта деталдан тайёрлайди?

- 38.12.** Соңлы ифодаларнинг қийматини топинг:

$$1) \frac{2}{3} + 1\frac{4}{5}; \quad 2) \frac{11}{15} - 2\frac{3}{5}; \quad 3) 4\frac{5}{7} - 2\frac{3}{14}.$$

39-§. АЛГЕБРАИК ИФОДАЛАРНИ ҚҰШИШ ВА АЙРИШ



Алгебраик ифодаларни құшиш ва айриш қандай бажарилади?

Сизга бир хил махражли оддий касрларни құшишда уларнинг суратлари қўшилиб, махражлари ўзгаришсиз қолиши маълум. Масалан, $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$.

Исталган бир хил махражли рационал касрлар ҳам шундай қўшилади.

Теорема. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ тенглик ўзгарувчиларнинг исталган мумкин бўлган қийматларида ($c \neq 0$) тўғри.

Исботи. Касрларни $\frac{a}{c}$ ва $\frac{b}{c}$ ҳарфлари билан белгилаймиз: m ва n : $\frac{a}{c} = m$, $\frac{b}{c} = n$. Бундан a ва b бўлинувчиларни топамиз: $a = cm$, $b = cn$.

Охирги тенгликтан фойдаланиб, $a + b$ йифиндини шакл алмаштирамиз: $a + b = cm + cn$. Энди c умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$cm + cn = c(m + n).$$

У ҳолда тенгликтин шаклини алмаштириб, $a + b = c(m + n)$ ҳосил қиласиз. Бундан $m + n$ (чунки $c \neq 0$) кўпайтувчини топамиз:

$m + n = \frac{a+b}{c}$. Киритилган m ва n белгилашлардан фойдаланиб, $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ ҳосил қиласиз

Бир хил махражли рационал касрларни құшиш қоидаси: бир хил махражли касрларни құшиш учун уларнинг суратларини қўшиб, махражларини ўзгаришсиз қолдириш керак.



Бу қоидадан бир хил махражли учта касрни құшишда фойдаланиш мумкинligини исботланг. Нима сабабдан бу қоидадан бир хил махражли тўртта ва ундан ортиқ касрларни құшишда ҳам фойдаланиш мумкин?

Қўшиш ва айриш ўзаро тескари амал эканини биласиз.

Агар $x + y = k$ бўлса, у ҳолда $k - y = x$ бўлади ва аксинча, агар $k - y = x$ бўлса, у ҳолда $x + y = k$ бўлади.

Бу қўшиш ва айриш орасидаги боғланишни ўзаро тенг белгиси ёрдамида қўйидагича ёзиш мумкин: $x + y = k \Leftrightarrow k - y = x$.

3
6
2.0

Анда

$x + y = k \Leftrightarrow k - y = x$ ёзувнинг үқилиши: $x + y = k$ тенглик
 $k - y = x$ тенглик билан тенг кучли.



Күшиш ва айришнинг боғланишидан фойдаланиб, исталган a, b ва с учун
 $c \neq 0$ тенглик $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$ түғри эканини исботланг.

Бир хил махражли касрларни айриш қоидаси: бир хил махражли касрларни айриш учун камаючининг суратидан айрилувчининг суратини айриб, махражини ўзгаришсиз қолдириш керак.

1-мисол. $\frac{3a - 7b}{15ab}$ ва $\frac{2a - 2b}{15ab}$ касрларни қўшамиз.

Ечиш.

Бир хил махражли касрларни қўшиш қоидасидан фойдалана-
 миз: $\frac{3a - 7b}{15ab} + \frac{2a + 2b}{15ab} = \frac{3a - 7b + 2a + 2b}{15ab}$. Ҳосил бўлган касрнинг
 суратидаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлаб, $\frac{3a - 7b + 2a + 2b}{15ab} =$
 $= \frac{5a - 5b}{15ab}$ ни ҳосил қиласиз. Энди касрнинг суратидаги умумий
 кўпайтувчи 5 сонини қавсдан ташқарига чиқариб, касрни 5 га
 қисқартирамиз: $\frac{5a - 5b}{15ab} = \frac{a - b}{3ab}$.

Мисолнинг ечимини қисқача қуидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{3a - 7b}{15ab} + \frac{2a + 2b}{15ab} = \frac{3a - 7b + 2a + 2b}{15ab} = \frac{5a - 5b}{15ab} = \frac{5(a - b)}{15ab} = \frac{a - b}{3ab}.$$

Жавоб: $\frac{a - b}{3ab}$.

2-мисол. $\frac{a^2 + 9}{5a - 15}$ касрдан $\frac{6a}{5a - 15}$ касрни айирамиз.

$$Echiish. \frac{a^2 + 9}{5a - 15} - \frac{6a}{5a - 15} = \frac{a^2 + 9 - 6a}{5a - 15} = \frac{(a - 3)^2}{5(a - 3)} = \frac{a - 3}{5}.$$

Жавоб: $\frac{a - 3}{5}$.

3-мисол. $\frac{x^2 - 3}{x^2 + 2x} + \frac{2}{x^2 + 2x} - \frac{2x - 1}{x^2 + 2x}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечиш. Бу ерда касрларни қўшиш ва айришни алоҳида эмас,
 биргаликда бажарган қулай:

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 3}{x^2 + 2x} + \frac{2}{x^2 + 2x} - \frac{2x - 1}{x^2 + 2x} = \frac{x^2 - 3 + 2 - (2x - 1)}{x^2 + 2x} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 2x} = \\ & = \frac{x(x - 2)}{x(x + 2)} = \frac{x - 2}{x + 2}. \end{aligned}$$

Жавоб: $\frac{x - 2}{x + 2}$.

4-мисол. $\frac{3a}{2x - a}$ ва $\frac{6x}{a - 2x}$ касрларни қўшамиз.

Ечиш. $\frac{3a}{2x - a}$ ва $\frac{6x}{a - 2x}$ касрларнинг махражлари қарама-қарши ифодалар бўлгани учун иккинчи касрнинг махражидаги ишораларни ўзгартирамиз: $\frac{6x}{a - 2x} = -\frac{6x}{2x - a}$. Сўнгра касрларни умумий махражга келтириб, бир хил махражли касрларни айриш қоидасидан фойдаланамиз:

$$\frac{3a}{2x - a} + \frac{6x}{a - 2x} = \frac{3a}{2x - a} - \frac{6x}{2x - a} = \frac{3a - 6x}{2x - a} = \frac{-3(2x - a)}{2x - a}.$$

Жавоб: -3 .

Ҳар хил махражли касрларни қўшиш ва айришни кўриб чиқамиз. Улар бир ҳил махражли касрларни қўшиш ва айришга келтирилади.

Масалан, $\frac{a}{b}$ ва $\frac{c}{d}$ рационал касрларни қўшамиз.

Касрларни махражлари bd бир хил бўлган касрга келтириш учун биринчи касрнинг сурат ва махражини d га, иккинчи касрнинг сурат ва махражини эса b га кўпайтирамиз: $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$ ва $\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$.

Бир хил махражли касрларни қўшиш қоидасига кўра $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$.

Демак, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$.

Ҳар хил рационал касрларни айриш ҳам худди шу каби бажарилади: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$.

Демак, $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$.

Ҳар хил рационал касрларни қўшиш ва айришда умумий махражни топиш учун касрнинг махражларидаги энг кичик умумий карралини топиш керак эканлиги сизга маълум, яъни:

- агар касрнинг махражлари ўзаро туб сонлар бўлса, у хода энг кичик умумий каррали махражларнинг кўпайтмасига тенг;
- агар касрнинг махражлари бир-бирига бўлинса, у ҳолда у ана шу махражларнинг каттасига тенг;
- касрларнинг махражидаги ифодалар туб кўпайтuvчиларга ажратилиб, шу кўпайtuvчиларнинг таркибида бўлган, бироқ биринчи ва иккинчи касрнинг махражларида бўлмаган кўпайtuvчиларнинг кўпайтмаси энг кичик умумий каррали сифатида олинади.

Ҳар хил махражли рационал касрларнинг умумий махражини топишида аввал шу махражларнинг умумий кўпайtuvчилари бўладиган қилиб кўпайtuvчиларга ажратиш усулидан фойдаланилади.

5-мисол. $\frac{m - 10nk}{14n^3k^2}$ ва $\frac{5}{7n^2k}$ касрларни қўшамиз.

Ечиш. Аввал биринчи касрнинг махражини иккинчи касрнинг махражига тенг бўладиган бирҳадларнинг кўпайтмаси кўринишига келтирамиз: $\frac{m - 10nk}{14n^3k^2} = \frac{m - 10nk}{7n^2k \cdot 2nk}$. Кейин тўлдирувчи кўпайtuvчини топамиз:

$$\frac{\cancel{m - 10nk}}{7n^2k \cdot 2nk} + \frac{\cancel{5}}{7n^2k} = \frac{m - 10nk}{14n^3k^2} + \frac{10nk}{14n^3k^2} = \frac{m - 10nk + 10nk}{14n^3k^2}.$$

Хосил бўлган касрнинг суратидаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлаймиз: $\frac{m - 10nk + 10nk}{14n^3k^2} = \frac{m}{14n^3k^2}$.

Жавоб: $\frac{m}{14n^3k^2}$.

6-мисол. $\frac{x + 7}{x^2 + xy} + \frac{y - 7}{xy + y^2}$ айирмани шакл алмаштирамиз.

Ечиш. Аввал камаювчи ва айрилувчининг махражларини кўпайtuvчиларга ажратиб, умумий кўпайtuvчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$\frac{x + 7}{x^2 + xy} + \frac{y - 7}{xy + y^2} = \frac{x + 7}{x(x + y)} - \frac{y - 7}{y(x + y)}.$$

Бир хил махражга келтириб, тўлдирувчи кўпайtuvчини топамиз:

$$\frac{\cancel{x + 7}}{x(x + y)} - \frac{\cancel{y - 7}}{y(x + y)} = \frac{(x + 7) \cdot y}{xy(x + y)} - \frac{(y - 7) \cdot x}{xy(x + y)}.$$

$$\text{Айиришни бажарсак, } \frac{(x+7) \cdot y}{xy(x+y)} - \frac{(y-7) \cdot x}{xy(x+y)} = \frac{xy + 7y - xy + 7x}{xy(x+y)}$$

хосил бўлади. Касрнинг маҳражидаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлаб, $\frac{xy + 7y - xy + 7x}{xy(x+y)} = \frac{7y + 7x}{xy(x+y)}$ ни оламиз. Энди умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқариб, касрни қисқартирамиз:

$$\frac{7y + 7x}{xy(x+y)} = \frac{7(y+x)}{xy(x+y)} = \frac{7}{xy}.$$

Жавоб: $\frac{7}{xy}$.

7-мисол. $b - 2 - \frac{b^2 + 5}{b + 2}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечиш.

$b - 2$ ифодани маҳражи 1 сони бўладиган каср кўринишида ёзамиз:

$$b - 2 - \frac{b^2 + 5}{b + 2} = \frac{b - 2}{1} - \frac{b^2 + 5}{b + 2}. \text{ Энди тўлдирувчи кўпайтувчиларни топамиз: } \frac{b - 2}{1} - \frac{b^2 + 5}{b + 2} = \frac{\cancel{b+2}/b - 2}{1} - \frac{b^2 + 5}{b + 2}. \text{ Касрларни айриб, } \frac{\cancel{b+2}/b - 2}{1} - \frac{b^2 + 5}{b + 2} = \frac{(b - 2) \cdot (b + 2) - (b^2 + 5)}{b + 2}. \text{ Шу ифодадаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлаб, } \frac{(b - 2) \cdot (b + 2) - (b^2 + 5)}{b + 2} = \frac{b^2 - 4 - b^2 - 5}{b + 2} = \\ = \frac{9}{b + 2} = -\frac{9}{b + 2}.$$

Жавоб: $-\frac{9}{b + 2}$.



1. Қандай ҳолда иккита рационал касрнинг умумий маҳражи шу касрлар маҳражларининг кўпайтмасига; биттасининг маҳражига teng бўлади?
2. Ҳарфларнинг қандай қийматларида рационал касрларни қўшиш ва айриш амаллари бажарилади?

3
2.0

2.0
Анда

Машқлар

A

39.1. $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ айниятдан фойдаланиб, берилган касрни касрларнинг йиғиндиси кўринишида ёзинг:

1) $\frac{2a+b}{x};$

2) $\frac{2a^2+5a}{4y};$

3) $\frac{x^2+6y^2}{2xy};$

4) $\frac{12a^2+y^3}{6ay};$

5) $\frac{2a^2-3y^3}{3ay^3};$

6) $\frac{12a^2+y^4+5y}{8ay^3}.$

39.2. Қўйидаги касрларни қисқартиринг:

1) $\frac{x}{5} + \frac{y}{5};$

2) $\frac{a}{4} + \frac{b}{4};$

3) $\frac{a}{y} + \frac{2a}{y};$

4) $\frac{5b^2}{3a} + \frac{13b^2}{3a};$

5) $\frac{x+y}{19} + \frac{2x}{19};$

6) $\frac{2c-x}{2b} + \frac{x}{2b}.$

Амалларни бажаринг (39.3—39.5):

39.3. 1) $\frac{17-12x}{x} - \frac{10}{x};$ 2) $\frac{12p-1}{3p^2} - \frac{1+3p}{3p^2};$ 3) $\frac{6y-3}{5y} - \frac{y+2}{5y};$

4) $\frac{5b}{6} - \frac{3a-2b}{6};$ 5) $\frac{5y-3}{7y} - \frac{3y+2}{7y};$ 6) $\frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x};$

7) $\frac{7y-13}{10y} - \frac{2y+3}{10y};$ 8) $\frac{8c+25}{6c} + \frac{5-2c}{6c}.$

39.4. 1) $\frac{3p-q}{5p} - \frac{2p+6q}{5p} + \frac{p-4q}{5p};$ 2) $\frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c};$

3) $\frac{2a}{b} - \frac{1-6a}{b} + \frac{13-8a}{b};$

4) $\frac{4b-2}{5b} - \frac{2b-1}{5b} + \frac{1}{5b};$

5) $\frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y};$

6) $\frac{11a-2b}{2a} + \frac{2a-3b}{2a} - \frac{a-b}{2a}.$

39.5. 1) $\frac{5a+b^5}{8b} - \frac{5a-7b^5}{8b};$ 2) $\frac{2x-3y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy};$

3) $\frac{3x-y^4}{4y^5} - \frac{y^4+3x}{4y^5};$

4) $\frac{a-2}{7a} + \frac{2a+5}{7a} - \frac{3-a}{7a};$

5) $\frac{7y-5}{11y} - \frac{10y-9}{11y} + \frac{10-5y}{11y};$

6) $\frac{21a+2b}{6a} + \frac{21a-3b}{6a} - \frac{36a-b}{6a}.$

Ифоданинг қийматини топинг (39.6—39.7):

39.6. 1) $x = 57$ бүлганданда $\frac{x^2 + 1}{x - 3} - \frac{10}{x - 3}$;

2) $y = 5,7$ бүлганданда $\frac{y + 7}{y^2 - 25} - \frac{2y + 2}{y^2 - 25}$;

3) $a = 33,25$ бүлганданда $\frac{a^2 - 16}{a - 3} + \frac{7}{a - 3}$;

4) $b = 4,5$ бүлганданда $\frac{9b - 1}{b^2 - 9} - \frac{6b - 10}{b^2 - 9}$.

39.7. 1) $x = 77$ бүлганданда $\frac{x^2 - 19}{x - 3} + \frac{10}{x - 3}$;

2) $y = -25,1$ бүлганданда $\frac{y + 7}{y^2 - 25} - \frac{2y + 2}{y^2 - 25}$;

3) $a = -10,25$ бүлганданда $\frac{a^2 - 43}{a - 6} - \frac{7}{6 - a}$;

4) $b = -10$ бүлганданда $\frac{9b - 1}{b^2 - 9} - \frac{6b - 10}{b^2 - 9}$.

Берилган ифодаларни соддалаштириңг (39.8—39.9):

39.8. 1) $\frac{12 - 2x}{x - 2} + \frac{10 - x}{2 - x}$;

2) $\frac{12p^3 - 1}{3p^2} - \frac{1 - 3p^3}{3p^2}$;

3) $\frac{3x + 5}{2x - 1} + \frac{7x + 3}{1 - 2x}$;

4) $\frac{5x + 1}{5x - 20} + \frac{x + 17}{20 - 5x}$;

5) $\frac{x^2}{x^2 - 16} - \frac{8(x - 2)}{x^2 - 16}$;

6) $\frac{64 - 2ab}{(a - 8)^2} + \frac{2ab - a^2}{(8 - a)^2}$;

7) $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{4(x - 1)}{x^2 - 4}$;

8) $\frac{x^2 + 6}{x^2 - 9} - \frac{3(2x - 1)}{9 - x^2}$.

39.9. 1) $\frac{x^2}{(x - 6)^2} - \frac{36}{(6 - x)^2}$;

2) $\frac{x^2 + 25}{(x - 5)^2} - \frac{10x}{(5 - x)^2}$;

3) $\frac{10p}{p - c} + \frac{6p + 7c}{c - p}$;

4) $\frac{5a}{a - b} + \frac{5b}{b - a}$;

5) $\frac{2x-5}{x-2} - \frac{1}{2-x};$

6) $\frac{a}{2a-b} + \frac{3a-b}{b-2a};$

7) $\frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{9-a^2};$

8) $\frac{y^2}{y-1} + \frac{1}{1-y}.$

39.10. Ўзгарувчиларнинг исталган қийматида:

1) $\frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}$ ифоданинг қиймати 4 га тенг;

2) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$ ифоданинг қиймати 2 га тенг бўлишини текширинг.

39.11. Қуйидаги ифодаларни рационал каср кўринишида ёзинг:

1) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3};$

2) $\frac{c}{6} - \frac{d}{12};$

3) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p};$

4) $\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a};$

5) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3x};$

6) $\frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c};$

7) $\frac{5x}{8y} + \frac{x}{4y};$

8) $\frac{17y}{24c} - \frac{25y}{36c};$

9) $\frac{5a}{18b} - \frac{7a}{45b};$

10) $\frac{3}{2a} + \frac{3a-b}{2a};$

11) $\frac{a}{7b} + \frac{4a-b}{7b};$

12) $\frac{2a-3b}{2a-b} + \frac{7a-b}{b-2a}.$

39.12. Берилган ифодаларни соддалаштиринг:

1) $\frac{a^2+16}{a-4} + \frac{8a}{4-a};$

2) $\frac{x^2+4y^2}{x-2y} + \frac{4xy}{2y-x};$

3) $\frac{x^2+25y^2}{x-5y} + \frac{10xy}{5y-x};$

4) $\frac{9a^2+4y^2}{3a-2y} + \frac{12ay}{2y-3a};$

5) $\frac{a}{2a-yb} + \frac{3a-by}{by-2a};$

6) $\frac{a^2x^2+25y^2}{ax-5y} + \frac{10axy}{5y-ax}.$

39.13. Ўзгарувчиларнинг исталган қийматида берилган ифодаларнинг қиймати бутун сон бўлишини исботланг:

1) $\frac{-2x}{x-4} - \frac{8}{4-x};$

2) $\frac{0,1y}{y-3} + \frac{0,3}{3-y};$

$$3) \frac{3,1y}{y-0,1} + \frac{0,31}{0,1-y};$$

$$4) \frac{0,1y^2}{y^2-3} + \frac{0,3}{3-y^2}.$$

$$39.14. 1) \frac{3x+5}{2x-1} + \frac{7x+3}{1-2x} = -2;$$

$$2) \frac{5x+1}{5x-20} + \frac{x+17}{20-5x} = 0,8;$$

$$3) \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(5-x)^2} = \frac{x+5}{x-5};$$

$$4) \frac{x^2+25}{(x-5)^2} - \frac{10x}{(5-x)^2} = 1;$$

$$5) \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{8(x-2)}{x^2-16} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$6) \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(8-a)^2} = -\frac{a+8}{x-8}$$

тенгликнинг тұғрилигини текширинг.

$$39.15. 1) 2 - \frac{a}{3} - \frac{b}{4};$$

$$2) 12 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b};$$

$$3) \frac{x-2}{2} - 4 - \frac{x-3}{3};$$

$$4) 4a - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3};$$

$$5) \frac{a+b}{4} - a + b;$$

$$6) 2a + 3b - \frac{a^2 + b^2}{a};$$

$$7) 3x + 3b - \frac{x^2 + 2y^2}{x};$$

$$8) 5a - 3b - \frac{3a^2 - b^2}{a}$$

ифодаларни каср күринишига келтириңг.

B

39.16. Амалларни бажаринг:

$$1) \frac{4a}{5(a+y)} - \frac{2y}{3(a+y)}; \quad 2) \frac{p}{7a-14} + \frac{1}{2-a}; \quad 3) \frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{by-bx};$$

$$4) \frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm}; \quad 5) \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6}; \quad 6) \frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)}.$$

39.17. Берилган ифодаларни соддалаштириңг:

$$1) \frac{1}{xy} + \frac{1}{ax} + \frac{1}{ay};$$

$$2) \frac{xy-y}{x} - \frac{xy-x}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy};$$

$$3) \frac{3ac+2c^2}{ac} - \frac{a+2c}{a} + \frac{a-2c}{c}.$$



39.18. Амалларни бажаринг:

1) $\frac{2x}{3(x-y)} - \frac{4y}{5(x-y)}$; 2) $\frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)}$; 3) $\frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{by-bx}$;

4) $\frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm}$; 5) $\frac{c}{2x+4} - \frac{c}{3x+6}$; 6) $\frac{a}{7a-14} + \frac{1}{2-a}$.

39.19. 1) $y = 2,5$ бүлганды $\frac{y-25}{5y-25} + \frac{3y+5}{y^2-5y}$;

2) $x = 2; y = -3$ бүлганды $\frac{2}{y^2-yx} - \frac{2}{yx-x^2}$ ифоданинг қийматини топинг.

CИфодаларни соддалаштириңг (**39.20—39.22**):

39.20. 1) $\frac{2a+n}{a-n} - \frac{3n}{a-n}$; 2) $\frac{a^2+b^2}{a-b} - a$; 3) $m-n + \frac{n^2}{m+n}$;

4) $a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b}$; 5) $x - \frac{9}{x-3} - 3$; 6) $a^2 - \frac{a^4+1}{a^2-1} + 1$;

7) $2m+2n + \frac{4n^2}{2m-2n}$; 8) $2a-n + \frac{n^2+2an}{2a+n}$.

39.21. 1) $\frac{1}{a+b} - \frac{a^2+b^2}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{p^3-q^3}$;

3) $\frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{a^3+1}$; 4) $\frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16}$.

39.22. 1) $\frac{b}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{b^2-ab}$; 2) $\frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} + \frac{a^2}{36-a^2}$;

3) $\frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} - \frac{2a}{16b^2-a^2}$; 4) $\frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2x-2y}$;

5) $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y-2} + \frac{12}{y^2-4}$; 6) $\frac{1}{2b-2a} + \frac{1}{2b+2a} + \frac{a^2}{a^2b-b^2}$;

7) $\frac{1}{2x-b} + \frac{6bx}{b^3 - 8x^3}; \quad 8) \frac{2y^2 + 16}{y^3 + 8} - \frac{2}{y+2};$

9) $\frac{1}{2a-2c} + \frac{1}{2a+2c} + \frac{2a^2}{a^2c-c^3}.$

39.23. 1) $\frac{n^3}{n^2 - 4} - \frac{n}{n-2} - \frac{2}{n+2}$ ва $n = 1;$

2) $\frac{3}{a^2 - 3a} + \frac{a^2}{a-3}$ ва $a = 3 + \frac{9a+3}{a^2 - 3a};$

3) $\frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab}$ ва $\frac{-8}{2a+b};$

4) $\frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{a^2-9} + \frac{1}{(a+3)^2}$ ва $\frac{36}{(a^2-9)^2};$

5) $\frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{6x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2}$ ва $\frac{2x-4}{x^2+2x+4};$

6) $\frac{2a^2+7a+3}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{3}{a-1}$ ва $\frac{1}{a-1}$ ифодаларнинг айнан
тенг эканини исботланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

39.24. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $\frac{55}{34} \cdot \frac{17}{22}; \quad 2) \frac{12}{35} : \frac{18}{25}; \quad 3) \frac{13}{32} : \frac{91}{128};$

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3; \quad 5) \frac{8}{9} : \left(\frac{2}{3}\right)^2; \quad 6) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3.$

39.25. 2 кг олма билан 3 кг конфет 1500 тенге туради. 1 кг олма
ва 1 кг конфет биргаликда 550 тг туради. 1 кг олма ва 1 кг
конфетнинг баҳоси қанча?

40-§. АЛГЕБРАИК КАСРЛАРНИ КҮПАЙТИРИШ, ДАРАЖАГА КҮТАРИШ ВА БҮЛИШ



Алгебраик касрларни күпайтириш, даражага күтариш ва бўлиш қандай бажарилади?

Оддий касрларни күпайтиришда уларнинг суратларини алоҳида, махражларини алоҳида күпайтириб, биринчи күпайтмани касрнинг суратига, иккинчи күпайтмани эса касрнинг махражига ёзилишини биласиз.

$$\text{Масалан, } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}.$$

Исталган рационал касрлар ҳам худди шу каби күпайтирилади.

1-хосса. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ тенглик ўзгарувчиларнинг мумкин бўлган қийматларида, яъни $b \neq 0$ ва $d \neq 0$ бўлганда бажарилади.

Исботи. $\frac{a}{b} = m$, $\frac{c}{d} = n$ касрларни m ва n ҳарфлар билан белгилаб, a ва c бўлинувчиларни топамиз: $a = bm$, $c = dn$.

Юқорида олинган тенгликтан фойдаланиб, ac күпайтмани шакл алмаштирамиз: $ac = (bm)(dn)$. Энди күпайтиришнинг ўрин алмаштириш ва гурухлаш хоссаларидан фойдаланиб, $(bm)(dn) = (bd)(mn)$ тенгликни ҳосил қиласиз. $ac = (bd)(mn)$ тенгликтан mn ни ифодаласак, $mn = \frac{ac}{bd}$ ҳосил бўлади. Теорема исботланди .

Рационал касрларни күпайтириш қоидаси:

Рационал касрни рационал касрга күпайтириш учун уларнинг суратларини алоҳида, махражларини алоҳида күпайтириб, биринчи күпайтмани касрнинг суратига, иккинчи күпайтмани эса касрнинг махражига ёзиш керак.



Бу қоидадан учта рационал касрларни күпайтиришда фойдаланиш мумкинligини исботланг: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} = \frac{acm}{bdn}$.



Нима сабабдан бу қоидадан тўртта ёки ундан ортиқ рационал касрларни күпайтиришда фойдаланиш мумкин?

1-мисол. $\frac{m^7}{28n^6}$ касрни $\frac{24n^5}{m^6}$ касрга күпайтирайлик.

Ечиш. Аввал касрларни күпайтириш қоидасидан фойдаланамиз:

$$\frac{m^7}{28n^6} \cdot \frac{24n^5}{m^6} = \frac{m^7 \cdot 24n^5}{28n^6 m^6}. \text{ Энди ҳосил бўлган касрни қисқартирамиз:}$$

$$\frac{m^7 \cdot 24n^5}{28n^6 m^6} = \frac{6m}{7n}.$$

Жавоб: $\frac{6m}{7n}$.

2-мисол. $\frac{a^2 - 4}{a^2 b^3}$ касрни $\frac{a^3 b^2}{2b - ab}$ касрга күпайтирайлик.

Ечиш. Аввал касрларни күпайтириш қоидасидан фойдаланамиз:

$$\frac{a^2 - 4}{a^2 b^3} \cdot \frac{a^3 b^2}{2b - ab} = \frac{(a^2 - 4) \cdot a^3 b^2}{a^2 b^3 \cdot (2b - ab)}. \text{ Ҳосил бўлган касрнинг сурати ва маҳра-}$$

$$\text{жини кўпайтувчиларга ажратиб, } \frac{(a^2 - 4) \cdot a^3 b^2}{a^2 b^3 \cdot (2b - ab)} = \frac{(a - 2) \cdot (a + 2) \cdot a^3 b^2}{a^2 b^3 \cdot b \cdot (2 - a)} \text{ каср-}$$

$$\text{ни ҳосил қиласиз ва уни қисқартирамиз: } \frac{(a - 2) \cdot (a + 2) \cdot a^3 b^2}{a^2 b^3 \cdot b \cdot (2 - a)} = \frac{-(a + 2) \cdot a}{b \cdot b}.$$

$$\text{Энди ифодани соддалаштирамиз: } \frac{-(a + 2) \cdot a}{b \cdot b} = -\frac{a(a + 2)}{b^2}.$$

Жавоб: $-\frac{a(a + 2)}{b^2}$.

3-мисол. $\frac{2p + p^2}{1 - p^2} \cdot \frac{p + 1}{p + 2} \cdot \frac{p - 1}{p}$ каср-рационал ифодани соддалаштирамиз.

Ечиш.

Аввал биринчи касрнинг сурати ва маҳражини кўпайтувчиларга ажратиб, рационал касрларни күпайтириш қоидасидан фойдалана-

$$\text{миз: } \frac{2p + p^2}{1 - p^2} \cdot \frac{p + 1}{p + 2} \cdot \frac{p - 1}{p} = \frac{p(2 + p) \cdot (p + 1) \cdot (p - 1)}{(1 - p)(1 + p) \cdot (p + 2) \cdot p}. \text{ Ҳосил бўлган рационал}$$

$$\text{касрларни қисқартирамиз: } \frac{p(2 + p) \cdot (p + 1) \cdot (p - 1)}{(1 - p)(1 + p) \cdot (p + 2) \cdot p} = \frac{-1}{1} = -1.$$

Жавоб: -1 .

4-мисол. $\frac{3b + 2a}{9b^2 - 4a^2}$ рационал касрни $4a^2 - 12ab + 9b^2$ кўпҳадга кўпайтирамиз.

Ечиш. Аввал кўпҳадни каср кўринишида ёзамиш:

$$\frac{3b + 2a}{9b^2 - 4a^2} \cdot (4a^2 - 12ab + 9b^2) = \frac{3b + 2a}{9b^2 - 4a^2} \cdot \frac{4a^2 - 12ab + 9b^2}{1}.$$



Бунга касрларни күпайтириш қоидасини қўллаймиз:

$$\frac{3b+2a}{9b^2-4a^2} = \frac{4a^2-12ab+9b^2}{1} = \frac{(3b+2a) \cdot (4a^2-12ab+9b^2)}{9b^2-4a^2}.$$

Энди қисқа күпайтириш формуласидан фойдаланиб, ифодани $4a^2 - 12ab + 9b^2$ ва $9b^2 - 4a^2$ күпайтувчиларга ажратамиз:

$$\frac{(3b+2a) \cdot (4a^2-12ab+9b^2)}{9b^2-4a^2} = \frac{(3b+2a) \cdot (2a-3b)^2}{(3b-2a) \cdot (3b+2a)}.$$

Ушбу касрни $(2a - 3b)^2 = (3b - 2a)^2$ эканини инобатга олиб, қисқартирамиз:

$$\frac{(3b+2a) \cdot (2a-3b)^2}{(3b-2a) \cdot (3b+2a)} = \frac{3b-2a}{b} = 3b-2a.$$

Жавоб: $3b - 2a$.

Ихтиёрий рационал касрни ҳам шунга ўхшаш даражага кўтарамиз.

Касрни даражага кўтариш учун ана шу даражага унинг сурати ва махражини кўтариб, биринчи натижани касрнинг суратига, иккинчи натижани эса касрнинг махражига ёзиш керак эканини биласиз: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

2-хосса. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (бу ерда n — бутун сон) тенглик ўзгарувчиларнинг исталган мумкин бўлган қийматларида, $b \neq 0$ бажарилади.



2-теоремани мустакил исботланг.

Рационал касрларни даражага кўтариш қоидаси:

рационал касрларни даражага кўтариш учун шу даражага унинг сурати ва махражини кўтариб, биринчи натижани касрнинг суратига, иккинчи натижани эса касрнинг махражига ёзиш керак.

5 мисол. $\frac{5m^4}{6n^7}$ рационал касрни квадратга күтарамиз.

Ечиш. Аввал рационал касрларни даражага күтариш қоидасидан

фойдаланамиз: $\left(\frac{5m^4}{6n^7}\right)^2 = \frac{(5m^4)^2}{(6n^7)^2}$. Сүнгра касрнинг сурат ва маҳражини

даражага күтарамиз: $\left(\frac{5m^4}{6n^7}\right)^2 = \frac{(5m^4)^2}{(6n^7)^2}$.

Жавоб: $\frac{25m^8}{36n^{14}}$.

Рационал касрларни бўлишни кўриб чиқамиз.

Оддий касрларни бўлишда биринчи касрни (бўлинувчини) иккинчи касрга (бўлувчига) тескари бўлган касрга кўпайтириш керак эканини биласиз.

Масалан, $\frac{7}{9} : \frac{4}{5} = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{36}$.

Рационал касрларни бўлиш ҳам худди шу каби бажарилади.

3-теорема. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ тенглик ўзгарувчиларнинг исталган мумкин бўлган қийматларида, яъни $b \neq 0$, $c \neq 0$ ва $d \neq 0$ бўлганда тўғри.



Кўпайтириш ва бўлиш орасидаги $x : y = k \Leftrightarrow k \cdot y = x$ боғланишдан фойдаланиб, 3-хоссани исботланг.

Рационал касрларни бўлиш қоидаси:

рационал касрга бўлиш учун бўлинувчи касрни бўлувчи касрнинг тескари бўлган касрга кўпайтириш керак.

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ тенглик ва рационал касрларни кўпайтириш қоидасидан фойдалансак, $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ ҳосил қиласиз. Демак, $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$.

6-мисол. $\left(\frac{3+b}{2b^2 - 6b}\right)^3 : \left(\frac{b^2 + 6b + 9}{2b \cdot (b^2 - 6b + 9)}\right)^2$ каср-рационал ифодани содалаштирамиз.

Ечиш. Аввал касрни даражага күтариш қоидасидан фойдаланамиз:

$$\left(\frac{3+b}{2b^2-6b}\right)^3 : \left(\frac{b^2+6b+9}{2b \cdot (b^2-6b+9)}\right)^2 = \frac{(3+b)^3}{(2b^2-6b)^3} : \frac{(b^2+6b+9)^2}{4b^2 \cdot (b^2-6b+9)^2}. \text{ Энди рационал касрларни бўлиш қоидасидан фойдаланамиз:}$$

$$\frac{(3+b)^3}{(2b^2-6b)^3} : \frac{(b^2+6b+9)^2}{4b^2 \cdot (b^2-6b+9)^2} = \frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot (b^2-6b+9)^2}{(2b^2-6b)^3 \cdot (b^2+6b+9)^2}.$$

Сўнгра қисқа кўпайтириш формуласи ва умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқариш қоидаларидан фойдаланиб, ифодани $b^2 - 6b + 9$, $b^2 + 6b + 9$, $2b^2 - 6b$ кўпайтувчиларга ажратамиз:

$$\frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot (b^2-6b+9)^2}{(2b^2-6b)^3 \cdot (b^2+6b+9)^2} = \frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot ((b-3)^2)^2}{(2b(b-3b))^3 \cdot ((b+3)^2)^2}.$$

Кўпайтма ва даражани даражага кўтарамиз:

$$\frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot ((b-3)^2)^2}{(2b(b-3b))^3 \cdot ((b+3)^2)^2} = \frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot (b-3)^4}{8b^3(b-3b)^3 \cdot (b+3)^4}.$$

Охирги касрни қисқартирамиз:

$$\frac{(3+b)^3 \cdot 4b^2 \cdot (b-3)^4}{8b^3(b-3b)^3 \cdot (b+3)^4} = \frac{b-3}{2b \cdot (b+3)}.$$

Жавоб: $\frac{b-3}{2b \cdot (b+3)}$.



1. Оддий касрлар билан рационал касрларни кўпайтириш ва бўлиш қоидаларида қандай ўҳшашлик ва фарқ бор?
2. Ҳарфларнинг қандай қийматларида рационал касрларни кўпайтириш ва бўлиш амаллари бажарилади?

Машқлар

A

$$40.1. \quad 1) \frac{3xy - 2y}{5x^2}; \quad 2) \frac{4x^3y - 2y^2}{3xy^2}; \quad 3) \frac{3xy^3 + 12y}{5x^2a}; \quad 4) \frac{7xy - 25y^3}{5a^2 - x}$$

касрни иккита каср-рационал ифодаларнинг кўпайтмаси ёки бўлинмаси кўринишида ёзинг.

40.2. Күпайтиришларни бажаринг:

1) $\frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3};$

2) $\frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10};$

3) $\frac{b^2}{10} \cdot \frac{5}{b};$

4) $\frac{12x^5}{25} \cdot \frac{15}{8x^2};$

5) $\frac{5}{3a} \cdot \frac{2b}{3};$

6) $\frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{x};$

7) $\frac{3b^2}{10} \cdot \frac{15}{b^3};$

8) $\frac{16x^5}{35} \cdot \frac{5}{8x^3};$

9) $\frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10};$

10) $\frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3};$

11) $\frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24};$

12) $\frac{3}{4a^3} \cdot \frac{16a^2}{9};$

13) $\frac{15x^3}{4} \cdot \frac{12}{5x};$

14) $\frac{15}{3ab} \cdot \frac{12b^3}{3};$

15) $\frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24}.$

40.3. Бўлишларни бажаринг:

1) $35x^5y : \frac{7x^3}{34};$

2) $\frac{12p^2}{7d^4} : \frac{6p^3}{35d^2};$

3) $\frac{3ab}{4xy} : \left(-\frac{12a^2b}{10x^2y} \right);$

4) $-\frac{a^2}{12b} : \frac{ab}{36};$

5) $-\frac{9y^2}{20x^3} : \frac{y^5}{16x};$

6) $\frac{18a^2b^2}{5cd} : \left(-\frac{9ab^3}{5c^2d^4} \right);$

7) $-\frac{8c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d};$

8) $-\frac{11x}{4y^2} : (-22x^2);$

9) $-\frac{18c^4}{7d} : (-9c^2d);$

10) $\frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2};$

11) $\frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2};$

12) $27a^3 : \frac{18a^4}{7b^2}.$

Амалларни бажаринг (**40.4–40.5**):

40.4. 1) $\frac{2a^2b}{3xy} \cdot \frac{3x^2y}{4ab^2} \cdot \frac{6ax}{15b^2};$ 2) $\frac{x^2 - xy}{4y} \cdot \frac{y^2}{x} \cdot \frac{2x^3}{x-y};$ 3) $\frac{6m^3n^2}{35p^3} \cdot \frac{49n^4}{m^5p^3} \cdot \frac{5m^4p^2}{42n^6};$

4) $\frac{m-n}{mn} \cdot \frac{2mn}{mn - m^2};$ 5) $\frac{ma - mb}{3n^2} \cdot \frac{2m}{nb - na};$ 6) $\frac{3a}{b^2} \cdot \frac{ab + b^2}{9} \cdot \frac{6}{a};$

7) $\frac{4ab}{cx + dx} \cdot \frac{ax + bx}{2ab};$ 8) $\frac{ax - ay}{5x^2y^2} \cdot \left(-\frac{5xy}{by - bx} \right);$ 9) $\frac{cx - cy}{35x^2y^2} \cdot \left(-\frac{15xy}{ny - nx} \right).$

40.5. 1) $(x + 3y) : (x^2 - 9y^2);$

2) $\frac{ab^2}{a^2 - 1} : \frac{5b}{a - a^2};$

3) $(a^2 + 6ab + 9b^2) : (a^2 - 9b^2);$

4) $\frac{x^2 - 4y^2}{xy} : \frac{x^2 - 2xy}{3y};$



$$5) \frac{a^2 - 3a}{a^2 - 25} : \frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a}; \quad 6) \frac{3m^2 - 3n^2}{m^2 + mp} : \frac{6m - 6n}{p + m}.$$

40.6. 1) $m = \frac{1}{4}$, $n = -5$ бүлганды $\frac{3mn - m}{4m + n} \cdot \frac{16m^2n^2}{3n - 1}$;

2) $x = 0,5$; $y = -1,5$ бүлганды $\frac{(x-2)^2}{4y+9} \cdot \frac{2y+6}{x^2-4}$ ифоданинг қийматини топинг.

40.7. 1) $\frac{12x^4}{m^3n^3} : \frac{x^3}{4mn^2}$; 2) $\frac{a^2b^3}{22mn^2} : \left(-\frac{4ab^3}{33mn}\right)$; 3) $\frac{16mx^2}{3y^3} : (4m^3x)$;
 4) $\frac{35x^2y}{12ab} : \frac{7xy}{8ab^2}$; 5) $-\frac{6xy^2}{5ab} : \left(\frac{9x^2y^2}{10ab}\right)$; 6) $45a^2bx \cdot \frac{b^2}{30x^2a^3}$ ифодаларни соддалаштириңг.

40.8. Амалларни бажаринг:

$$1) \frac{(y-5)^2}{2y+12} \cdot \frac{y^2-36}{2y-10}; \quad 2) \frac{(a+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{2x+9};$$

$$3) \frac{a^2+2bc}{b+3} \cdot \frac{5b+15}{b^2-4c^2}; \quad 4) \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{7a-7b}{a^2+a}.$$

40.9. 1) $\left(\frac{a^3}{c^2}\right)^4$; 2) $\left(\frac{2a^3}{3b^4}\right)^5$; 3) $\left(\frac{3x^2y^4}{4m^3}\right)^2$;
 4) $\left(-\frac{10m^2}{3n^2p^3}\right)^3$; 5) $\left(-\frac{5a^3}{3b^2c^4}\right)^4$; 6) $\left(-\frac{b^3c^2}{8a^3}\right)^2$ ифодани

каср күринишида ёзинг.

B

40.10. 1) $\frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{7a-7b}{a^2+a} : \frac{a-1}{a}$; 2) $\frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} \cdot \frac{2}{(x+3) \cdot (x+2)}$;
 3) $\frac{(y-5)^2}{2y+12} \cdot \frac{y^2-36}{2y-10} \cdot \frac{2}{(y-5) \cdot (x+6)}$; 4) $\frac{n^2+2nc}{n+3} \cdot \frac{5n+15}{n^2-4c^2} \cdot \frac{n-2c}{n}$

ифодаларнинг қиймати үзгарувчининг қийматига боғлиқ әмаслигини исботланг.

40.11. Амалларни бажаринг:

1) $\frac{mx^2 - my^2}{2m + 8} \cdot \frac{3m + 12}{my + mx} : (x - y);$ 2) $\frac{a^2 - 1}{a^3 + 1} \cdot \frac{a^2 - a + 1}{a^2 + 2a + 1} \cdot (a + 1);$

3) $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{7x + 7y} : ax;$ 4) $\frac{b^3 - 8}{b^2 - 9} \cdot \frac{b + 3}{b^2 + 2b + 4};$

5) $\frac{x^3 - y^3}{x + y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2} : (x - y);$ 6) $\frac{c^2 + 6c + 9}{c^3 + 27} \cdot \frac{c^2 - 3c + 9}{3c + 9} : (c - 3).$

40.12. 1) $\frac{n^2 - 10n + 25}{3a + 12} \cdot \frac{a^2 - 16}{2n - 10};$ 2) $\frac{y^2 - 25}{y^2 + 12y + 36} \cdot \frac{3y + 18}{2y + 10};$

3) $\frac{4 - a^2}{4a + 8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a};$ 4) $\frac{a^3 + 8}{18a^2 + 27a} \cdot \frac{2a + 3}{a^2 - 2a + 4}$

ифодани соддалаштиринг.

40.13. 1) Агар $x = 2,5; -3,4$ бўлса, у ҳолда $\frac{8x^2 - 8x}{x + 3} : (2x - 2) \cdot x;$

2) агар $a = 2,6, b = -1,2$ бўлса, у ҳолда $(3a - 6b) : \frac{2a^2 - 8b^2}{a - 2b}$ ифоданинг қийматини топинг.

40.14. Ўзгарувчининг исталган қийматида берилган ифодаларнинг қиймати бутун сон бўлишини исботланг:

1) $\frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} \cdot \frac{(2 - a) \cdot (4 - b^2)}{a + 2};$

2) $\frac{4m^2 - 25n^2}{m^3 + 8} : \frac{2m + 5n}{m^2 - 2m + 4} \cdot \frac{m + 2}{2m - 5n}.$

40.15. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\frac{a - 3}{2a + 4} \cdot \frac{a^2 - 4}{a^3 - 27} \cdot \frac{a^2 + 3a + 9}{a^2 - 2a};$ 2) $\frac{ab - 2b}{a^2 + 8a + 16} \cdot \frac{a^2 - 16}{2a - a^2} : \frac{a - 4}{4b}.$

40.16. Айниятни исботланг:

1) $\frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1} : \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} = \frac{x + 1}{a - x};$ 2) $\frac{ap^2 - 9a}{p^3 - 8} : \frac{p + 3}{2p - 4} = \frac{2a(p - 3)}{p^2 + 2p + 4}.$

40.17. 1) $\frac{c^2 - 1}{c^3 + 1} : \frac{c - 1}{c^2 - c + 1}$ ($c \neq 1$ ва $c \neq -1$) ифоданинг қиймати c ўзгарувчининг қийматига боғлик эмаслигини исботланг;

2) $\frac{a^2 - 4}{a^3 + 8} \cdot \frac{a^2 - 2a + 4}{3a - 6}$ ($a \neq 2$ ва $a \neq -2$) ифоданинг қиймати a ўзгарувчининг қийматига боғлик эмаслигини исботланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

40.18. Ифодани соддалаштиринг:

$$1) (a - 0,4)^2 - (a + 0,4)^2 + 2,68; \quad 2) (a + 0,1)^3 + (a - 0,1)^3 - 2a^3.$$

40.18. Ифоданинг қийматини таққосланг:

$$1) \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{4} \text{ ва } \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2; \quad 2) 1\frac{2}{5} + 3\frac{4}{15} \text{ ва } 2\frac{3}{7} + 1\frac{11}{14}.$$

41-§. АЛГЕБРАИК ИФОДАЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ



Алгебраик ифодаларни айнан шакл алмаштириш қандай амалга оширилади?

1-мисол. $a + 4 - \frac{6a+3}{4a^2+4a+1} \cdot \frac{4a^2-1}{3a}$ ифодани рационал касрға шакл алмаштирайлик.

Ечиш.

1) Касрларни күпайтиришни бажарамиз:

$$\frac{6a+3}{4a^2+4a+1} \cdot \frac{4a^2-1}{3a} = \frac{3 \cdot (2a+1)(2a-1)(2a+1)}{3a \cdot (2a+1)^2} = \frac{2a-1}{a}.$$

2) Ҳосил бўлган касрдан $a + 4$ кўпҳадни айирамиз:

$$\begin{aligned} a + 4 - \frac{2a-1}{a} &= \frac{a \cdot (a+4) - (2a-1)}{a} = \frac{a^2 + 4a - 2a + 1}{a} = \\ &= \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = \frac{(a+1)^2}{a}. \end{aligned}$$

Жавоб: $\frac{(a+1)^2}{a}$.

Айниятни қуйидаги усуллардан бири ёрдамида исботлаш мумкинлигини биласиз:

- ♦ айниятнинг чап томонини ўнг томони ҳосил бўлгунга қадар шакл алмаштириш;
- ♦ айниятни ўнг томонини чап томони ҳосил бўлгунга қадар шакл алмаштириш;
- ♦ айниятни иккала томонини бир хил ифода ҳосил бўлгунга қадар шакл алмаштириш;
- ♦ айниятни чап ва ўнг томонларининг айирмасини шакл алмаштириб, ноль ҳосил қилиш.

2-мисол. $\left(\frac{m}{n^2 - mn} + \frac{n}{mn - m^2} \right) \cdot \frac{n^2m + nm^2}{n^2 + m^2} = \frac{2n}{n-m} - 1$ айниятни исботлайлик.

Ечиш. Аввал айниятнинг чап томонини шакл алмаштирамиз:

$$\begin{aligned} \left(\frac{m}{n^2 - mn} + \frac{n}{mn - m^2} \right) \cdot \frac{n^2m + nm^2}{n^2 + m^2} &= \left(\frac{\frac{m}{m}}{n \cdot (n-m)} + \frac{\frac{n}{n}}{m \cdot (n-m)} \right) \cdot \\ \frac{nm(n+m)}{n^2 + m^2} &= \left(\frac{m^2 + n^2}{nm \cdot (n-m)} \right) \cdot \frac{nm(n+m)}{n^2 + m^2} = \frac{(m^2 + n^2) \cdot nm(n+m)}{nm \cdot (n-m) \cdot (n^2 + m^2)} = \\ &= \frac{n+m}{n-m}; \end{aligned}$$



Энди айниятнинг ўнг томонини шакл алмаштирамиз:

$$\frac{2n}{n-m} - 1 = \frac{2n - n + m}{n-m} = \frac{n+m}{n-m}.$$

Охирида тенгликнинг ҳар иккала томонида бир хил $\frac{n+m}{n-m}$ ифодада эга бўламиз: $\frac{n+m}{n-m} = \frac{n+m}{n-m}$



1. Исталган каср-рационал ифодани каср кўринишида ёзиш мумкинми?
2. Маълум бўлган усулларнинг исталган бири ёрдамида ихтиёрий айниятни исботлаш осонми?

Машқлар

A

Амалларни бажаринг (41.1–41.2):

- | | |
|---|--|
| 41.1. 1) $\left(\frac{2a}{y^2} - \frac{2}{a}\right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{a}\right);$ | 2) $\left(\frac{n}{m^2} + \frac{n^2}{m^3}\right) : \left(\frac{m^2}{3n^2} + \frac{m}{3n}\right);$ |
| 3) $\frac{ab + b^2}{5} : \frac{b^3}{5a} + \frac{a+b}{b};$ | 4) $\frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{5y};$ |
| 5) $\left(\frac{x}{x+1} + 1\right) \cdot \frac{1+x}{2x-1};$ | 6) $\left(\frac{4a}{2-a} - a\right) : \frac{a+2}{a-2};$ |
| 7) $\frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y}\right);$ | 8) $\frac{xb + b^2}{7} : \frac{b^2}{7x} + \frac{x+b}{b};$ |
| 9) $\frac{x-4}{x-5} \cdot \left(x + \frac{x}{4-x}\right);$ | 10) $\left(\frac{a-b}{2a+2b}\right) : \left(\frac{2}{a} - \frac{2}{b}\right) \cdot \left(\frac{4a+4b}{a^2b}\right).$ |
-
- | | |
|--|---|
| 41.2. 1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) : \frac{4m}{10m-5};$ | 2) $\left(\frac{y+3}{y^2+9}\right) \cdot \left(\frac{y+3}{y-3} + \frac{y-3}{y+3}\right).$ |
|--|---|

Берилган ифодаларни соддалаштиринг (41.3–41.4):

- | | |
|--|--|
| 41.3. 1) $\frac{n^2 - 9}{2n^2 + 1} \cdot \left(\frac{6n+1}{n-3} + \frac{6n-1}{n+3}\right);$ | 2) $\left(\frac{6x+y}{x-6y} + \frac{6x-y}{x+6y}\right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2 - 36y^2}.$ |
|--|--|

41.4. 1) $\left(\frac{x}{xy - y^2} - \frac{y}{x^2 - xy} \right) : \frac{x^2 - y^2}{5xy};$ 2) $\left(\frac{4p - 8}{p^3 - 2p^2} - \frac{q + 2}{q^3 + 2q^2} \right) : \frac{p}{2q - p};$

3) $\left(\frac{a}{b^2 - ab} + \frac{b}{a^2 - ab} \right) \cdot \frac{3ab}{b - a};$ 4) $\left(\frac{a - 7b}{ab - b^2} + \frac{7a + b}{a^2 - ab} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a - b}.$

Берилган ифодаларнинг қийматини топинг (41.5–41.6):

41.5. 1) $\frac{a^2 - 25}{a + 3} \cdot \frac{1}{a^2 + 5a} - \frac{a + 5}{a^2 - 3a},$ бу ерда 1) $a = 2;$ 2) $a = -4;$

2) $\frac{1 - 2x}{2x + 1} + \frac{x^2 + 3x}{4x^2 - 1} : \frac{3 + x}{4x + 2},$ бу ерда 1) $x = -1;$ 2) $x = -2,5.$

41.6. 1) $\frac{n - c}{a + n} - \frac{an - n^2}{a^2 - ac} \cdot \frac{a^2 - c^2}{a^2 - n^2},$ бу ерда $a = 2;$ $n = -1;$ $c = 3;$

2) $\frac{n^2 - 4}{x^2 - 9} : \frac{n^2 - 2n}{xy + 3y} + \frac{2 - y}{x - 3},$ бу ерда $n = 3;$ $x = -4;$ $y = -5.$

41.7. Амалларни бажаринг:

1) $\left(2a + 1 - \frac{1}{1 - 2a} \right) : \left(2a - \frac{4a^2}{2a - 1} \right);$

2) $(y + 1)^2 \cdot \left(\frac{1}{y + 1} + \frac{1}{y^2 - 1} - \frac{1}{y - 1} \right);$

3) $1 - \left(\frac{2}{c - 2} - \frac{2}{c + 2} \right) \cdot \left(c - \frac{3c + 2}{4} \right);$

4) $1 + \left(1 - \frac{9x^2 + 4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right).$

41.8. Берилган пропорцияларнинг номаълум ҳадини топинг:

1) $(a^2 - 4) : (2a - 4) = x : (a + 2);$

2) $(a^2 - 1)^2 : x = (a^2 - 1) : (a^3 + 1).$

41.9. 1) $\frac{x^3}{x^2 - 4} + \frac{x}{x + 2} - x = \frac{x}{x - 2};$

2) $\frac{5a^2 - 10}{a^4 + 2a^3 - a^2 - 4a - 2} - \frac{6}{(a + 1)^2} = -\frac{1}{(a + 1)^2}$

айниятни исботланг.

41.10. Тенгламаларни ечинг:

$$1) (c^2 - 9) \cdot x = 2c + 6;$$

$$2) \frac{x}{(c+2)^2} = \frac{3}{c^2 - 4};$$

$$3) \frac{4x}{(c+1)^2} = \frac{3c}{c^2 - 1};$$

$$4) \frac{x-3}{(c-4)^2} = \frac{2,4}{16 - c^2}.$$

41.11. 1) $\frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} \cdot \frac{5y}{3(x-1)}$; 2) $\frac{5a(b-1)}{3^2 d} : \frac{5cd^2}{9ab} : \frac{a^2(b-1)}{c^3 d}$;

$$3) \frac{7p^4}{10q^3} \cdot \frac{5q^2(p+1)}{14p^2} : \frac{3p}{4q^4}; \quad 4) \frac{8x^2y^3}{7ab^2} : \frac{14xy^2}{7a^2b} : \frac{2x^2(y+2)}{ab}$$

ифодаларни рационал каср күришида ёзинг.

41.12. Агар $x = \frac{3n}{n+2}$ бўлса, у ҳолда берилган ифоданинг қийматини топинг:

$$1) \frac{x-3}{2x+n}; \quad 2) \frac{2x-4n}{x+2n} + \frac{1}{x}; \quad 3) \frac{3x-3}{(2+n)x+n} - \frac{x-3}{2x-3n}.$$

41.13. $a = 3, b = -4$ бўлганда $\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b\right) : (a-b)$ ва $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$ ифодаларнинг қийматларини таққосланг.

41.14. 1) $\frac{a^2 - 25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2 + 5a} - \frac{a+5}{a^2 - 3a} = \frac{16}{9 - a^2}$

$$2) \frac{b-c}{a+b} - \frac{ab-b^2}{a^2-ac} \cdot \frac{a^2-c^2}{a^2-b^2} = -\frac{c}{a}$$
 тенгликларнинг

тўғрилигини исботланг.

41.15. Берилган ифодаларнинг қиймати ўзгарувчининг қийматига боғлиқ эмаслигини текширинг:

$$1) \frac{(x-2)^2}{3x^4} \cdot \frac{4x^3}{x-2} \cdot \frac{-x}{2-x};$$

$$2) \frac{(3x+2)^3}{x-3} : \frac{(3x+2)}{(x-3)^2} \cdot \frac{5}{(x-3)(3x+2)^2}.$$

41.16. 1) $\frac{2x-q}{xq} - \frac{1}{x+q} \cdot \left(\frac{x}{q} - \frac{q}{x}\right) = \frac{1}{q}$;

$$2) \frac{1,2a^2 - ac}{0,36a^2 - 0,25c^2} = \frac{20a}{6a + 5c}$$
 айниятни исботланг.

B

Амалларни бажаринг: **(41.17–41.18):**

41.17. 1) $(a^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} + 1 \right);$

2) $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y} \right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + y^2}{x+y} \right);$

3) $\left(x + 1 - \frac{1}{1-x} \right) : \left(x - \frac{x^2}{x-1} \right);$

4) $\left(a + b - \frac{2ab}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a} \right).$

41.18. 1) $\left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a};$

2) $\left(\frac{1}{n+1} - \frac{3}{n^3+1} + \frac{3}{n^2-n+1} \right) \cdot \left(n - \frac{2n-1}{n+1} \right).$

41.19. Берилган ифодаларни соддалаштириңг:

1) $\left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right);$

2) $\frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{y^2-x^2} + \frac{1}{x^2+2xy+y^2} \right);$

3) $\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right);$

4) $\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2};$

5) $\frac{4,5a+4x}{0,81a^2-0,64x^2} - \frac{50}{9a-8x} + \frac{1}{ax}.$

41.20. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $\frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} - \frac{3}{x-2},$ бұу ерда $x = -1,5;$

2) $\left(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9} - \frac{3y+9}{y^2-9} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right),$ бұу ерда $y = -3,6.$

C

41.21. 1) $\frac{1}{a^2 + 2a - 8} = \frac{x}{a + 4} + \frac{y}{a - 2};$

2) $\frac{1}{a^2 - 5a + 6} = \frac{x}{a - 3} + \frac{y}{a - 2};$

3) $\frac{1}{a^2 - 2a - 8} = \frac{x}{a - 4} + \frac{y}{a + 2};$

4) $\frac{1}{2a^2 - 5a + 3} = \frac{x}{a - 1} + \frac{y}{2a - 3}$ айниятларда x ва y ни топинг.

41.22. Агар $a + c = 4$ ва $ac = 2$ бўлса, $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2c}\right)^4 + \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}\right) \cdot \frac{1}{2ac}$

у холда ифоданинг қийматини топинг.

41.23. 1) $\left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{2a + 2b}\right) \cdot \frac{2a}{a + b} + \frac{b}{b - a} \cdot x = 1;$

2) $\frac{c}{a - c} - \frac{a^3 - ac^2}{a^2 + c^2} \cdot \left(\frac{a}{(a - c)^2} - \frac{c}{a^2 - c^2}\right) = 2x$

тенгламаларни ечинг.

41.24. Ифоданинг қиймати a ва c ўзгарувчиларнинг қийматига боғлиқ эмаслигини исботланг:

1) $\left(\frac{1}{a - c} - \frac{3c^2}{a^3 - c^3} - \frac{c}{a^2 + ac + c^2}\right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a + c}\right)$

2) $\cdot \left(\frac{1}{a - c} - \frac{c}{a^3 - c^3} \cdot \frac{a^2 + ac + c^2}{a + c}\right) - \frac{3c^2}{a^2 - c^2}.$

41.25. Ўзгарувчиларнинг барча мумкин бўлган қийматларида

1) $\left(\frac{2xb}{x^2 - b^2} + \frac{x - b}{2x + 2b}\right) \cdot \frac{2x}{x + b} + \frac{b}{b - x};$

2) $3a \cdot \frac{y}{y - x} + \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x - y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2}\right)$

ифодаларнинг қиймати номанфий ва ўзгарувчининг қийматига боғлиқ эмаслигини исботланг.

41.26. Берилган ифодаларни соддалаштириңг:

$$1) \frac{3 - \frac{2}{x}}{3 + \frac{2}{x}};$$

$$2) \frac{\frac{5n - b}{b} + 1}{\frac{15n + b}{b} - 1};$$

$$3) \frac{\frac{2x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{2y}{x^2}};$$

$$4) \frac{\frac{11}{a} + \frac{11}{b} + \frac{11}{c}}{\frac{12}{ab} + \frac{12}{bc} + \frac{12}{ac}} + \frac{1}{12}.$$



ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

- 1.** a нинг қандай қийматларида $\frac{a - 1}{a^2 + 4}$ каср маънога эга бўлади?
 - A. 4 дан бошқа сонлар;
 - B. 1 дан бошқа сонлар;
 - C. -2 ва 2 дан бошқа сонлар;
 - D. a — ихтиёрий сон.

- 2.** Ўзгарувчининг қандай қийматларида $\frac{x - 3}{x + 3}$ каср маънога эга бўлмайди?
 - A. 9;
 - B. 3;
 - C. 0;
 - D. -3 .

- 3.** $\frac{8x^2 - 4xy}{y - 2x}$ касрни қисқартиринг:
 - A. 4;
 - B. $-4x$;
 - C. $4x$;
 - D. -4 .

- 4.** $\frac{3}{y - x}$ касрга тенг бўлган касрни аниқланг:
 - A. $\frac{6}{2x - y}$;
 - B. $\frac{3}{y - x}$;
 - C. $\frac{3}{x + y}$;
 - D. $-\frac{3}{y - x}$.

- 5.** Тўғри тенгликни кўрсатинг:

А. $\frac{5a}{a^2 - 3} = \frac{5}{a - 3}$;	Б. $\frac{x + y}{x - y} = \frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2}$;
C. $\frac{b}{b - 3} = \frac{7b}{21 - 7b}$;	D. $\frac{5}{11} = \frac{5}{11n}$.

- 6.** $\frac{1}{3x^2}; \frac{5}{6xy^2}; \frac{3}{10xy^3}$ касрларнинг умумий маҳражини топинг:
 - A. $30x^2y^3$;
 - B. $60x^2y^3$;
 - C. $30x^5y^5$;
 - D. $180x^2y^3$.

- 7.** $\frac{6}{3a - a^2}; \frac{a + 1}{a^2 - 9}; \frac{4}{a^2}$ касрларнинг умумий маҳражи нимага тенг?
 - A. $a^2 - 9$;
 - B. $a(a^2 - 9)$;
 - C. $a(9 - a^2)$;
 - D. $a^2(9 - a^2)$.

- 8.** $\frac{3x - 26}{18x^2} - \frac{x - 4}{3x^2} - \frac{5}{9x}$ ифодани соддалаштиринг:
 - A. $\frac{13x - 26}{18x^2}$;
 - B. $\frac{19x - 22}{18x^2}$;
 - C. $-\frac{13x + 2}{18x^2}$;
 - D. $\frac{13x - 26}{18x^2}$.

- 9.** x нинг қандай қийматларида $\frac{2}{x^2 - 9} = \frac{1}{x - 3} + \frac{3}{x + 3}$ тенглик бажарилади?
 - A. 1;
 - B. 0;
 - C. 2;
 - D. -1 .

- 10.** $\frac{2y+3}{x} \cdot \frac{3y^2}{4y^2 - 9} : \frac{y}{10xy - 15x}$ ифодани соддалаштириңг:
- A. 15; B. $15y$; C. $\frac{1}{15y}$; D. $\frac{x}{15y}$.
- 11.** $\left(1 - \frac{3}{a}\right) \cdot \frac{a}{a^2 - 9}$ ифодани соддалаштириңг:
- A. $\frac{1}{a+3}$; B. $a+3$; C. $\frac{a^2}{a+3}$; D. 1.
- 12.** $\frac{8 - a^3}{16 - a^2} \cdot \frac{a + 4}{a^2 + 2a + 4}$ ифодани соддалаштириб, $a = -2$ бүлганда қийматини топинг.
- A. 0; B. $\frac{2}{3}$; C. 1; D. -1.
- 13.** $\frac{9x^2 + 24xy + 16y^2}{9x^2 - 16y^2}$ касрни қисқартириңг:
- A. $\frac{4y + 3x}{4y - 3x}$; B. $\frac{3x - 4y}{4y + 3x}$; C. $\frac{4y + 3x}{3x - 4y}$; D. $\frac{1}{3x + 4y}$.
- 14.** Агар $\frac{2a - b}{3a + 2} = 5$ бўлса, $\frac{4b - 8a}{15a + 10}$ ифоданинг қийматини топинг:
- A. 4; B. 100; C. -4; D. -100.
- 15.** $\left(\frac{6a}{5b}\right)^2 \cdot \left(\frac{5b^3}{6a}\right)^4 \cdot (6a)^2$ ифодани соддалаштириңг:
- A. $25b^{10}$; B. $\frac{b^{10}}{5}$; C. $30a^4b^{12}$; D. 1.
- 16.** $\frac{a^3 - 25a}{2a + 10} = \frac{3a^2 - 15a}{x}$ пропорциядан x нинг қийматини топинг:
- A. $\frac{1}{6}$; B. 1; C. 6; D. -6.
- 17.** $\frac{1}{x} = \frac{b}{a} - b$ тенглиқдан a ни ифодаланг:
- A. $\frac{4 + xb}{xb}$; B. $\frac{xb}{1 + xb}$; C. $\frac{1 - xb}{xb}$; D. $\frac{xb}{1 - xb}$.
- 18.** Агар $\frac{1}{x} + x = m$ экани маълум бўлса, у ҳолда $\frac{1}{x^2} + x^2$ ифодани топинг:
- A. m^2 ; B. $2 + m^2$; C. $m^2 - 2$; D. $2 - m^2$.



7-СИНФ МАТЕМАТИКА КУРСИНИ ТАКРОРЛАШГА ДОИР МАШҚЛАР

Хисоблашлар

Хисобланг (1—5):

1. 1) $0,7 \cdot 5^4 - 37,5$;
- 2) $-9^4 \cdot 2,1 + 13700,1$;
- 3) $6,3 - 10^3 \cdot 0,0073$;
- 4) $192 \cdot (-0,2)^3 - 0,112$;
- 5) $-240,02 + 7^4 \cdot 0,02$;
- 6) $104 \cdot 3,241 + 7590$.

2. 1) $\frac{4^8 \cdot 12^7 \cdot 9^3}{6^{12} \cdot 16^4}$;

2) $\frac{21^8 \cdot 27^5 \cdot 49^6}{9^{11} \cdot 343^7}$;

3) $\frac{25^{11} \cdot 81^4}{625^4 \cdot 15^5 \cdot 9^6}$;

4) $\frac{32^9 \cdot 125^8}{8^{13} \cdot 10^7 \cdot 25^8}$.

3. 1) $10^4 - 9^5 - 951$;
- 2) $15^4 + 14^4 - 9041$;
- 3) $6^5 + 5^6 + 7719$;
- 4) $-7^4 + 8^4 + 305$.

4. 1) $\frac{8^3 \cdot (11^3)^5}{121^7 \cdot 4^{19}}$;

2) $\frac{81^{10} \cdot 169^5}{(13^3)^3 \cdot 27^{13}}$;

3) $\frac{49^{25} \cdot 625^{15}}{(5^{12})^5 \cdot (7^{16})^3}$;

4) $\frac{216^8 \cdot 125^7}{625^5 \cdot (6^5)^4}$.

5) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 32^2 \cdot 1000 \cdot 5^3}{4^7 \cdot 0,001 \cdot 25^4}$;

6) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 9^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 2^6}{\left(\frac{1}{11}\right)^2 \cdot 363 - \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4}$.

5. 1) $\frac{27^2 - 17^2}{16^2 - 6^2}$; 2) $\frac{48^2 - 18^2}{35^2 - 15^2}$;

3) $\frac{87^2 - 43^2}{31^2 - 16^2}$;

4) $\frac{98^2 - 58^2}{75^2 - 35^2}$; 5) $\frac{123^3 + 73^3}{196} - 123 \cdot 73$; 6) $\frac{186^3 - 34^3}{152} + 186 \cdot 34$.

6. Амалларни бажаринг:

1) $243 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 - 8,75 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot 0,25 + 0,12$;

2) $\left(\frac{6}{7}\right)^2 \cdot 2,45 - \left(34 - 3 \frac{5}{14}\right) + 0,05 \cdot 2^8$;

3) $6,25 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 - 0,024 \cdot 9^3 + 1,552$;

4) $\left(\frac{8}{11}\right)^2 \cdot 0,5 \cdot \left(3 \frac{2}{3}\right)^3 + \left(1 \frac{1}{3}\right)^4 : 85 \frac{1}{3}$.

- 7.** 1) $b = 2^5 \cdot 5^2 + 200$ ва $a = 11$;
 2) $b = (-3)^3 \cdot 4^4 + 6962$ ва $a = 5$;
 3) $b = (0,5)^4 \cdot 2^8 + 18^4$ ва $a = 13,5$;
 4) $b = 0,2^8 \cdot 5^{10} + 6^2$ ва $a = 50$ бўлса, у ҳолда b нинг a % ини топинг.

8. Ифоданинг қийматини топинг:

- 1) $5a^4 - 7b^5 + 11c^3$, бу ерда $a = 2$, $b = -1$, $c = -1$;
 2) $1,2x^5 + 3,9y^4 - 6c^4$, бу ерда $x = -1$, $y = 2$, $c = -2$;
 3) $0,005n^3 + 0,023m^3$, бу ерда $n = -10$, $m = 10$;
 4) $64t^6 - 27s^3 + 125k^3$, бу ерда $t = -\frac{1}{2}$, $s = \frac{1}{3}$, $k = -\frac{1}{5}$.

9. Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

- 1) $7^3 \cdot (-2)^2$ ва $10^3 + 7^3$;
 2) $\left(-\frac{2}{9}\right)^4 \cdot 0,729$ ва $3^3 - 5^2 \cdot 1,01$;
 3) $(-0,2)^3 \cdot 5^4$ ва $6^4 : (11^3 - 35)$;
 4) $4^5 : (2 \cdot 5^3)$ ва $2^2 \cdot (0,9^2 + 0,14)$.

10. Даражанинг хоссаларидан фойдаланиб, ифоданинг қийматларини таққосланг:

- 1) 40^{20} ва 20^{40} ; 2) 25^5 ва 125^8 ; 3) 16^5 ва 64^3 ; 4) 72^{10} ва $32 \cdot 12^{10}$.

Ифодаларни айнан шакл алмаштириш

Ифодани соддалаштиринг (**11—12**):

- 11.** 1) $(a - 5)^2 + (a + 7)(5 - a) + 8a$;
 2) $-73 + (6 + a)^2 + (9 - a)(a + 4)$;
 3) $(3a - 4)(9a + 8) - (2 - 27a)(16 - a)$;
- 12.** 1) $(a^2 - 5)(3 + 2a) - 2a(a^2 + 4)$;
 2) $(2 - 3a)^3 - 4(2 - 9a) + 26a^3$;
 3) $(4 + a)^3 - (a - 4)^3 - 36(2a^2 + 3)$.

13. x нинг қандай қийматида:

- 1) $(4m + x)^2 = 16m^2 + 24mn + 9n^2$;
 2) $(2a - x)^2 = 4a^2 - 28ab + 49b^2$;
 3) $(x + 9n)^2 = 36m^2 + 108mn + 81n^2$;
 4) $(x - 6b)^2 = 64a^2 - 96ab + 36b^2$ тенглик тўғри бўлади?

14. y нинг қандай қийматида:

- 1) $(5a - y)^2 = 25a^2 - 2ac + 0,04c^2$;
 2) $(0,5a + y)^2 = 0,25a^2 + 6ab + 36b^2$;

3) $(y - 5c)^2 = 0,64a^2 - 8ac + 25c^2;$

4) $(1,4a + y)^2 = 1,96a^2 + 16,8ab + 36b^2$ тенглик түғри бўлади?

15. Ўзгарувчининг исталган қийматига:

1) $(8ac - 4)(ac + 5) - 4ac(2ac + 9);$

2) $(15mn - 7)(12mn + 8) - 36mn(5mn + 1);$

3) $(10x^2 - 3)(9x^2 - 2) - 3x^2(30x^2 + 17) + 98x^2;$

4) $(4cd^3 - 7)^2 + 4 cd^3 (14 - 4 cd^3)$ ифоданинг қиймати боғлиқ эмаслигини исботланг.

16. Ўзгарувчининг исталган қийматига

1) $25x^2(x^2 - y^2) - 25x^2(x^2 + y^2) + 50x^2y^2;$

2) $(5ac - 8)^2 - (8ac - 5)^2 + 39(a^2c^2 - 1)$ ифоданинг қиймати нолга тенг бўлишини исботланг.

17. Тенгликнинг тўғрилигини текширинг:

1) $(12a - 5)^2 - 18a(8a - 6a) + 12a = 25;$

2) $17(a - 3)^2 - (4a + 1)^2 - 22(7 - 5a) = a^2 - 2;$

3) $9\left(b + 1 \frac{2}{3}\right)^2 - 21(2b + 1) - (3b - 2)^2 - 200 = 0;$

4) $15(5a + 6)(6 - 5a) + 13(6a - 1)^2 - 31(17 + 3a^2) - 26 = - 156a.$

18. Ифодани соддалаштиринг:

1) $(8a - 5)(9a + 10) - (12a - 7)(11 + 6a) + 55a;$

2) $(14a - 3)(15a + 10) - (35a + 2)(7 + 6a) + 162a;$

3) $(a - 3)^3 - (a + 7)^3 + 30a^2 + 120a;$

4) $(a + 5)^3 + (6 - a)^3 + 33(20 - a + a^2).$

Айниятни исботланг (**19–20**):

19. 1) $(a - m + 7) \cdot (a + m - 7) - a^2 = (m - 7)^2;$

2) $(3x + 5 - y) \cdot (3x + 5 + y) + y^2 = (3x + 5)^2;$

3) $(6x - 8y + 7) \cdot (6x + 8y - 7) + (8y - 7)^2 = 36x^2;$

4) $(9k + 11 + 2m + n) \cdot (9k - 2m + 11 - n) - 9k(9k + 22) + 4m(m + n) = 121 - n^2.$

20. 1) $4 + (a + b)^2 - 7a = a(2b - 7) + (a^2 + 4 + b^2);$

2) $4t^2 + (3 - k)^2 - (2t - 7 + k) = k^2 + 2t(2t - 1) + k - 8(k - 2);$

3) $9x^2 - (3x - 2y)^2 = 2y(6x - 2y).$

21. Берилган ифодаларнинг айнан тенг эканлигини исботланг:

1) $\frac{x - 2}{x^2 + 2x + 4} - \frac{6x}{x^3 - 8} + \frac{1}{x - 2}$ ва $\frac{2x - 4}{x^2 + 2x + 4};$

2) $\frac{2a^2 + 7a + 3}{a^3 - 1} - \frac{1 - 2a}{a^2 + a + 1} - \frac{3}{a - 1}$ ва $\frac{1}{a - 1}.$

22. Амалларни бажаринг:

$$1) \frac{18c^4}{7d} : (-9c^2d);$$

$$2) \frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2};$$

$$3) \frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2};$$

$$4) 27a^3 \cdot \frac{a^2}{b} : \frac{18a^4}{7b^2}.$$

23. $\frac{5a^2 - 10}{a^4 + 2a^3 - a^2 - 4a - 2} = \frac{6}{(a+1)^2} - \frac{1}{(a+1)^2}$ айниятни исботланг.

24. Берилган ифодаларни рационал каср күринишида ёзинг:

$$1) \frac{3x^2}{5y^3} : \frac{27x^5}{2y^4} \cdot \frac{5y}{3(x-1)}; \quad 2) \frac{25a(b-1)}{3^2 d} : \frac{5cd^2}{9ab} : \frac{a^3(b-1)}{c^3 d};$$

$$3) \frac{28p^4}{15q^3} \cdot \frac{5q^2(p+1)}{14p^2} : \frac{3p^2}{4q^4}; \quad 4) \frac{8x^3y^4}{13ab^2} : \frac{4xy^2}{13a^2b} : \frac{2x^2(y+2)}{ab}.$$

25. Агар $x = \frac{2n}{n-2}$ бўлса, у ҳолда:

$$1) \frac{x-3}{2x+n}; \quad 2) \frac{2x-4n}{x+2n} + \frac{1}{2x}; \quad 3) \frac{3x-3}{(2-n)x+n} - \frac{x-3}{2x-3n}$$

ифодаларнинг қийматини топинг.

26. $x=0,5, y=4$ бўлганда $\left(\frac{x}{y} + 1\right)^2 + \left(\frac{x}{y} - 1\right) - 2$ ифоданинг қиймати-

ни топинг. Ўзгарувчининг мумкин бўлган қийматларида берилган ифодаларнинг қиймати ўзгарувчига боғлиқ эмас эканлигини исботланг (**27–28**):

$$27. 1) \left(\frac{4a}{a^2 - 1} + \frac{a-1}{a+1} \right) \cdot \frac{a}{a+1} - \frac{a}{a-1};$$

$$2) \left(\frac{8a}{a^2 - 4} + \frac{a-2}{a+2} \right) \cdot \frac{a}{a+2} - \frac{a}{a-2}.$$

$$28. 1) \left(\frac{20a}{25 - a^2} + \frac{5-a}{a+5} \right) : \frac{a+5}{5} - \frac{5}{5-a};$$

$$2) \left(\frac{28c}{c^2 - 49} + \frac{c-7}{c+7} \right) \cdot \frac{c}{c+7} - \frac{c}{c-7}.$$



Тенгламалар ва тенгсизликлар

Тенгламани ечинг **(29—31):**

29. 1) $(x + 2)^2 - (x^2 + 2^2) - 2^3 = 0;$

2) $(3 + x)^2 - (x^2 + 3^2) - 3^2 = 0;$

3) $0,5(0,5 + 2x) + x^2 - 10 - (x^2 + 0,25) = 0;$

4) $x\left(x + 1\frac{1}{3}\right) + \frac{4}{9} - \frac{3}{4} - \left(\frac{4}{9} + x^2\right) = 0.$

30. 1) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 7\frac{1}{4} + x^2;$

2) $2 - \left(\frac{1}{64} + x^2\right) = -\left(x - \frac{1}{8}\right)^2$

3) $27 + 25x^2 + 2,7^2 = 7,29 + 5x(5x - 5,4);$

4) $\frac{1}{49}x^2 - 7\left(-x - \frac{2}{7}\right) = -61 + \left(-\frac{1}{7}x\right)^2.$

31. 1) $x^2 - (x - 7)(x + 7) = 5 - 2(-2 - x);$

2) $121 - (11 - x)(x + 11) = 187 + x(x + 11);$

3) $x^2 - 0,3 \cdot \frac{3}{10} - x = (x + 0,3)(x - 0,3);$

4) $\left(x - \frac{3}{4}\right)(x + 0,75) + \frac{3}{4}(0,75 - x) = x^2 + 1,5.$

32. Тенгламалар системасини график усулда ечинг:

1) $\begin{cases} 2,25x + 2y = 3, \\ 2x + y = 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 2x + y = 10. \end{cases}$

33. 1) Учланган биринчи сон билан иккиланган иккинчи сон йифиндисининг қиймати 62, 5 га күпайтирилган биринчи сон билан 6 га күпайтирилган иккинчи сон айрмасининг қиймати (-18) га teng бўлган иккита сонни топинг; 2) кублари кўпайтмасининг қиймати -1000. Иккинчи сон айрмасининг қиймати 3 га, йифиндиларининг қиймати эса - 7 га teng бўлган иккита сонни топинг.

34. 1) Иккита автомобилнинг яқинлашиш тезлиги 173 км/соат, узоклашиш тезлиги эса 17 км/соат бўлса, у ҳолда уларнинг тезликларини топинг. 2) Агар теплоходнинг оқим бўйича тезлиги 47 км/соат, дарё оқимига қарши тезлиги эса 39 км/соат бўлса, теплоходнинг турғун сувдаги тезлиги ва дарё оқимининг тезлигини топинг.

35*. Параметрли системани ечинг:

$$1) \begin{cases} -2x + 5y - 7 = 0, \\ px + 3y - 1 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 8x - 9y + 4 = 0, \\ 4x - py + 2 = 0. \end{cases}$$

36. x нинг қандай қийматларида:

$$1) 5x - 16;$$

$$3) x^2 - 11 - x(x - 2);$$

$$5) (x + 5)^2 - x^2 - 12x;$$

нинг қиймати номанфий.

$$2) 47 - 97x;$$

$$4) x(3 + x) - x^2 - 33;$$

6) $20x + x^2 - (4 - x)^2$ ифодада-

37. y нинг қандай қийматида

$$1) y^2 - 16 \text{ ва } 8y + y^2;$$

$$3) (1 - y)^2 + 13 \text{ ва } y^2 - 6;$$

4) $5y^3 + 10y$ ва $17 + 5y^3$;

4) $87 + y^2$ ва $(y - 3)^2 + 5$ ифодада-

лар айирмасининг қиймати нолдан кичик бўлади?

Функция

38. Функцияниң графигини ясанг:

$$1) x + y - 3 = 0; \quad 2) x - y - 3 = 0; \quad 3) y - x + 3 = 0;$$

$$4) y - x - 3 = 0; \quad 5) y + 2x^3 = 0; \quad 6) y - \frac{3}{x} = 0;$$

7) $y + \frac{0,3}{x} = 0$ тенгликниң графигини ясанг.

39. 1) $A(-3; 2)$ ва $B(1; -1)$; 2) $M(-4; -2)$ ва $K(2; 4)$;

3) $F(-1; 6)$ ва $E(1; -6)$; 4) $T(5; 3)$ ва $P(-5; -3)$ нуктадар орқали ўтувчи чизиқли функцияниң формуласини ёзинг.

40. x нинг қандай қийматларида

$$1) 2,3x - 7y + 4 = 0; \quad 2) 5x + 4y - 9 = 0; \quad 3) x^2 + y = 0;$$

$$4) y = 2x^2; \quad 5) y - \frac{3}{x} = 0; \quad 6) y + \frac{2}{x} = 0$$

тенгламанинг графиги абсциссалар ўқидан пастда жойлашади?

41. 1-расмдаги функцияниң графигидан фойдаланиб,

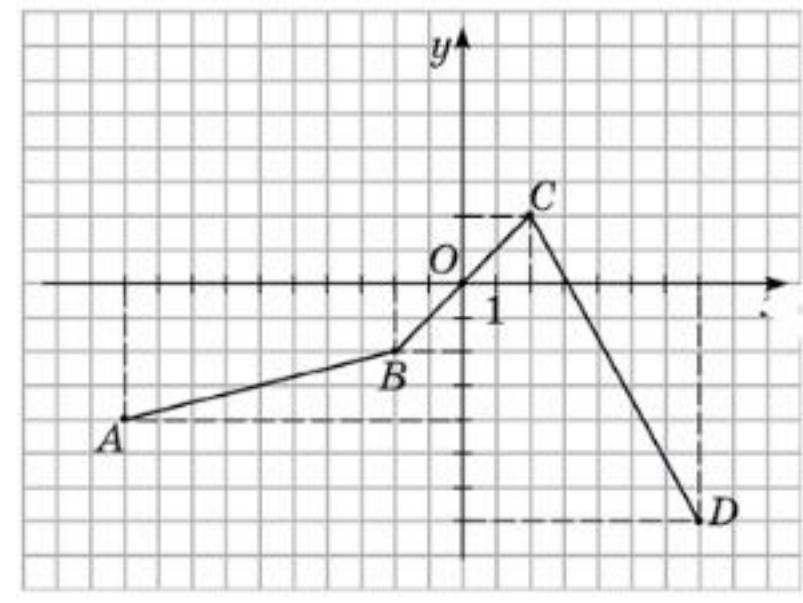
1) функцияниң аниқланиш соҳасини;

2) функция ўсувчи бўладиган x аргументниң қийматларини;

3) функция камаювчи бўладиган x аргументниң қийматларини;

4) A, B, C, D нукталарини координаталарини;

5) графикниң координата ўқлари билан кесишиш нукталариниң координаталарини;



1-расм

6) AB , BC , CD түрі чизиқларнинг тенгламаларини топинг.

42. $y = 4x + 8$; $y = -5x + 11$; $y = 4x$; $y = 5x$; $y = 7x - 0,5$; $y = -6x - 0,5$; $y = 1,5x + 2$; $y = -9 + 1,5x$; $y = x - 4$; $y = 8 + 6x$ қайси чизиқли функцияларнинг графиклари:

1) кесишиди; 2) параллель бўлади; 3) устма-уст тушади?

43. x аргументнинг қандай қийматларида:

1) $y = -0,125x + 7$; 2) $y = 0,3 - 0,015x$;

3) $y = 32x - 2^7$; 4) $y = 1000x - 80$;

5) $y = 0,5x^2$; 6) $y = -3x^3$;

7) $y = \frac{0,3}{x}$; 8) $y = -\frac{3}{x}$

функцияниң қиймати мусбат бўлади?

44. 1) $A(0; -4)$; 2) $B(8; -7)$; 3) $C(-8; -1)$;

4) $M(16; 2)$; 5) $K(-16; -2)$; 6) $F(-4; -2,5)$

нуқта $y = -\frac{3}{8}x - 4$ функцияниң графикига тегишлими?

45. Агар биринчи чизиқли функцияниң графиги $F(3; 0)$ ва $K(0; 3)$, иккинчиси $M(-6; 0)$ ва $T(0; -6)$ нуқталар орқали ўтса, учинчи ва тўртинчи функцияларнинг графиклари эса ординаталар ўқининг ординатаси 6 га teng бўлган нуқтада кесишиб ва мос равища биринчи ва иккинчи функцияларнинг графикларига параллель бўлса, у ҳолда шу тўртта чизиқли функцияларнинг графикларини ясанг.

46. Графиги $M(-5; 4)$ нуқта орқали ўтувчи ва $y = 1\frac{1}{3}x + 7$ функцияниң графикига параллель бўлган чизиқли функцияниң формуласини ёзинг ва графикини ясанг. Функцияниң қиймати 1) мусбат; 2) манфий бўладиган чизиқли функция аргументинин қийматини топинг.

47. Азиз дарё бўйи билан пастга қараб юриб, озгина дам олгандан кейин ортига қайтди. 2-расмда Азизнинг ҳаракатланиш графикни кўрсатилган.

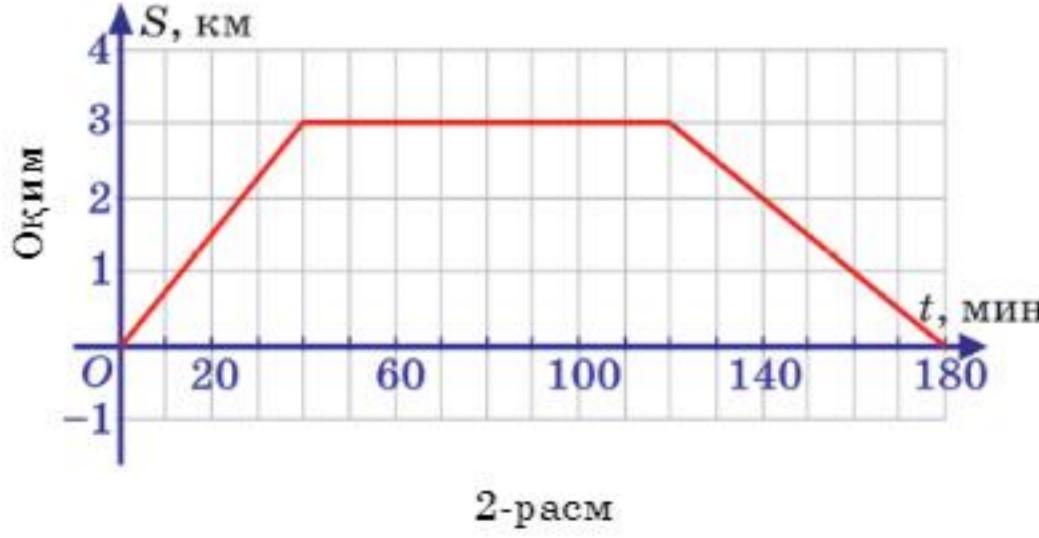
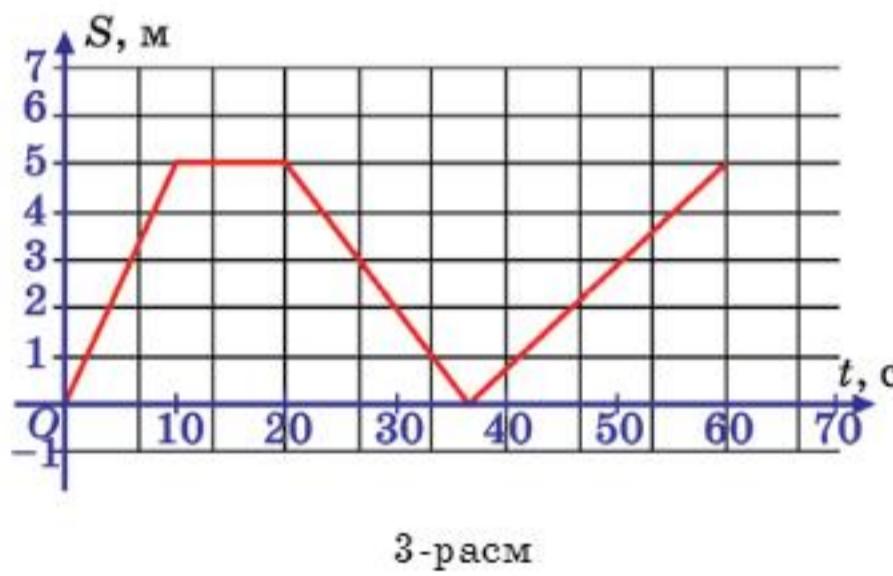


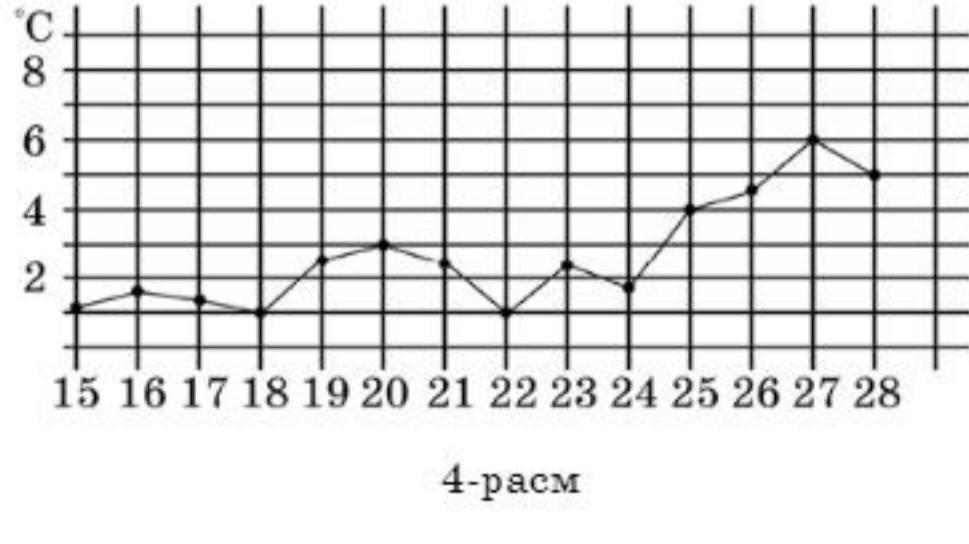
График ёрдамида

- 1) Азизнинг дам олган вақтини;
- 2) күтарилиш тезлигини (км/соатларда);
- 3) юриш учун қанча вақт сафлаганини топинг.

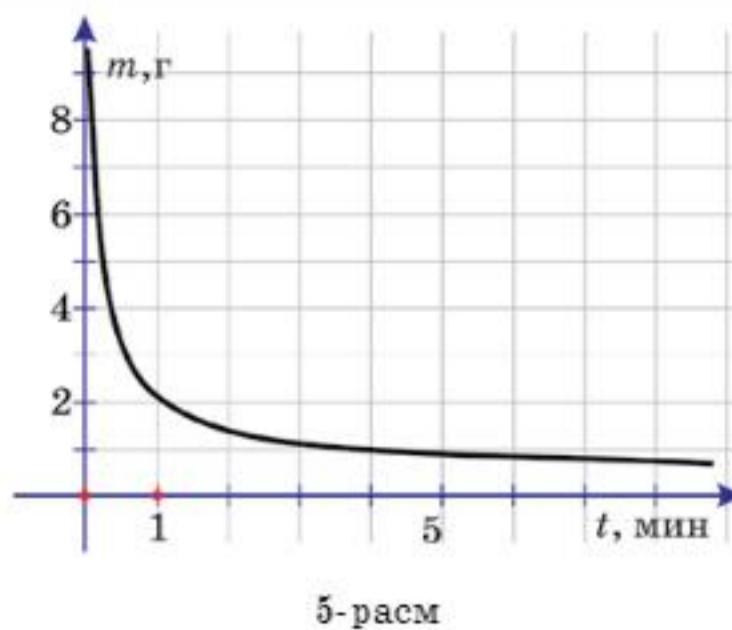
48. Ари уясидан гулга ва ортига учди. У гулга қўниб, ундан асал йиғди. Уядан гулгача бўлган масофа 5 м. З-расмда арининг тезлиги бўйича ари ва уя орасидаги масофа кўрсатилган. Ари 40 с да қандай масофани учиб ўтган?



49. 2016 йилнинг 15—28 март оралиғида N шаҳарнинг ҳаво ҳарорати 4-расмда нуқталар билан кўрсатилган. Энига ой кунлари, бўйига об-ҳаво ҳарорати берилган. Кўргазмалилик учун нуқталар чизиқлар билан туташтирилган. Расмдан фойдаланиб кўрсатилган оралиқдаги ҳаво ҳароратининг энг катта ва энг кичик катталиклари орасидаги фарқни топинг. Жавобни Цельсий орқали беринг.



50. Кимёвий реакция ўтказиш давомида реакцияга қатнашмаган модда (реагент) вақт ўтиши билан камаяди. Бу боғланиш 5-расмда берилган. Абсцисса ўқида реакция бошлангандан кейинги вақт (минутларда), ординаталар ўқида эса реакцияга қатнашмаган реагент массаси (граммларда) кўрсатилган. Тўрт минутда реакцияга неча грамм реагент тушганини топинг.



51*. $y = -\frac{2}{x}$ функциянынг графиги берилган (6-расм).

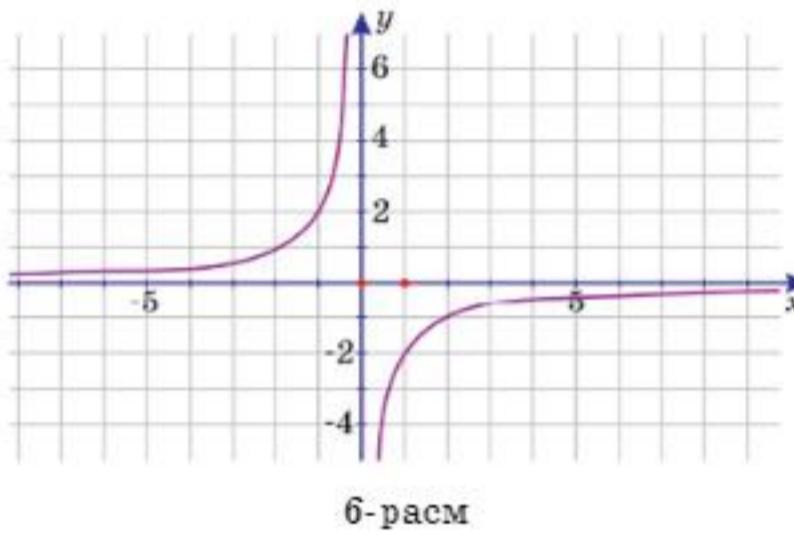
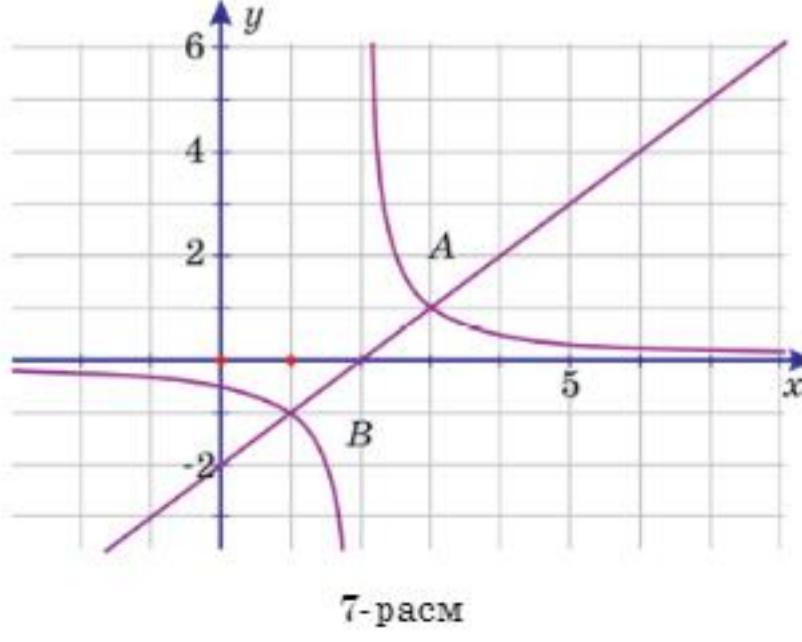


График ёрдамида x нинг қандай қийматларыда функциянынг:

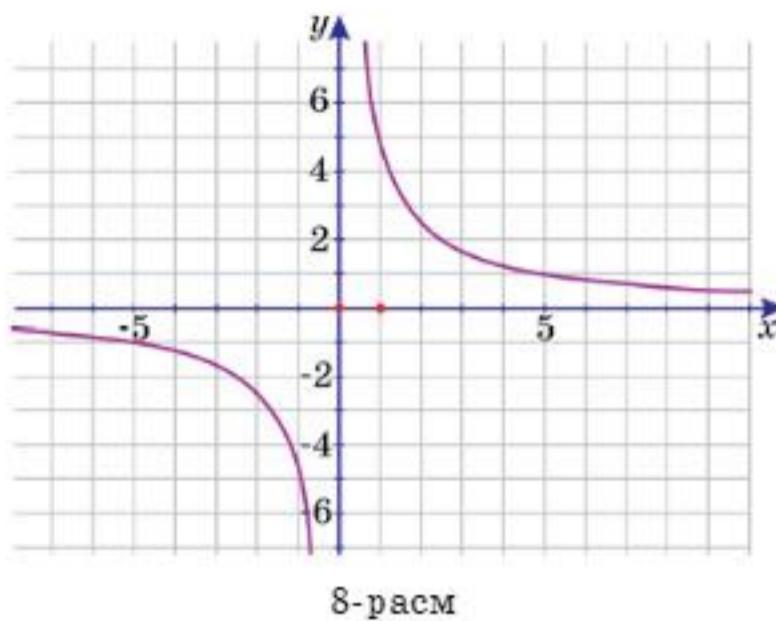
- 1) номанфий қийматлар қабул қилишини;
- 2) камайишини;
- 3) 2 дан кам бўлмаган қийматлар қабул қилишини;
- 4) -1 дан кичик қийматлар қабул қилишини топинг.

52. Иккита функциянынг графиклари A ва B нуқталарда кесишади (7-расм).



A ва B нуқталарнинг координаталарини топинг.

- 53.** $y = \frac{5}{x}$ функциянынг графиги берилган (8-расм). Функциянынг графиги 1) $A(1; 7)$; 2) $B(-5; -1)$; 3) $C(2; 1)$; $M(-2; -2,5)$ нұқта орқали үтадими?



Ўта мураккаб топшириқлар

- 54.** $a + b + c = 9$ ва $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{5}{6}$ экани маълум. $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c}$ ифоданинг қийматини топинг.
- 55.** Томонининг узунлиги 1 м бўлган квадрат томонининг узунлиги 1 см бўлган квадратларга бўлинган. Ҳосил бўлган квадратларни бир қаторга йиғадиган бўлсак, у ҳолда қаторнинг узунлиги қанча бўлади?
- 56.** Ҳар ювган сайин совун 20% га камаяди. Неча марта ювгандан кейин совун учдан икки қисмидан кам эмасга камаяди? Энг кичик сонни топинг.
- 57.** $7^{2017} - 3^{2017}$ ифода 10 сонига бўлинишини исботланг.
- 58.** n нинг қандай натурал қийматларида: 1) $\frac{n^2 - n + 3}{n + 1}$; 2) $\frac{2n^2 - 3n + 2}{2n - 1}$ ифодалар бутун сон бўлади?
- 59.** n нинг исталган натурал қийматида:
- 1) $7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n$ ифода 19 га;
 - 2) $6^{2n} + 3^n + 3^{n+2}$ ифода 11 га;
 - 3) $8^n + 5^n - 2^{n+1}$ ифода 3 га;
 - 4) $3^n + 5^n + 7^n + 9^n$ ифода 4 га
- бўлинишини исботланг.
- 60.** $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017}$ ифоданинг қийматини топинг.

