Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

АЛГЕБРА

8

Умумтаълим мактабларининг
8-синфи учун дарслик

Қозоғистон Республикаси
Таълим ва фан вазирлиги тасдиқлаган

Алмати "Мектеп" 2018

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72
А39

Муаллифлар:

**А.Е. Абилқосимова, Т.П. Кучер,
З.А. Жумағулова, В.Е. Корчевский**

Таржимон: **М. Зайниддинова**

Шартли белгилар:

— таърифлар, хоссалар, қоидалар

— янги мавзуни ўзлаштириш давомида ечиладиган масалалар

— таҳлил қилиш орқали саволларга жавоб беринг

— мустаҳкамлаш саволлари

— назарий материалларни мустақил ўзлаштириш учун берилган топшириқлар

— теорема ёки хоссалар исботининг якуни

A — ҳамма учун мажбурий топшириқлар

B — ўртача даражали топшириқлар

C — юқори даражали топшириқлар

Алгебра. Умумтаълим мактабларининг 8-синфи учун дарслик./
А39 А.Е.Абилқосимова, Т.П. Кучер, З.А. Жумағулова, В.Е. Корчевский. — Алмати: Мектеп, 2018. — 200 б., расм.

ISBN 978-601-07-1068-9

А $\frac{4306020503-088}{404(05)-18}$ 62-18

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72

© Әбілқасымова А.Е.,
Кучер Т.П., Жұмағулова З.Ә.,
Корчевский В.Е., 2018

© Таржимон: Зайниддинова М.

© "Мектеп" нашриёти бадиий безак берган, 2018

Барча ҳуқуқлар ҳимояланган

Нашрнинг мулкий ҳуқуқлари "Мектеп" нашриётига тегишли

ISBN 978-601-07-1068-9

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КВАДРАТ ИЛДИЗ ВА ИРРАЦИОНАЛ ИФОДАЛАР 1

КВАДРАТ ТЕНГЛАМАЛАР 2

КВАДРАТ ФУНКЦИЯ 3

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ 4

ТЕНГСИЗЛИКЛАР 5

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КИРИШ

Азиз ўқувчилар! Сиз 8-синфда алгебра курсини ўқишни давом эттирасиз.

Ушбу курсда сиз сонлар тўплами, ифодалар, тенгламалар, тенгсизликлар ва уларнинг системалари, функциянинг графиги, статистика элементлари ҳақидаги билимларингизни кенгайтирасиз. Аниқроғи, *иррационал ва ҳақиқий сонлар, квадрат илдиз, дискриминант, квадрат учҳад, квадрат тенглама, рационал тенгсизлик* ва ҳ.к. тушунчалар билан танишасиз. Таркибида квадрат илдиз бўлган ифодаларни айнан шакл алмаштириш, квадрат тенгламани, квадрат тенгламага келтириладиган тенгламалар, рационал тенгсизликларни ечишни, квадрат функция графигини ясашни ўрганасиз.

Дарслик 5 та бўлим, 20 та параграфдан ташкил топган.

Дарсликнинг назарий қисмида назарий материаллардан фойдаланишга йўналтирилган мисоллар ечимлари келтирилган. Назарий материалларни бериш давомида мустақил бажариш учун мўлжалланган топшириқлар, назарий бўлимдан кейин мустаҳкамлаш саволлари берилган.

Ҳар бир параграф бўйича берилган топшириқлар системаси учта даражадан ташкил топган: A, B, C. Биринчи даражали топшириқлар (A) — ҳамма ўқувчилар бажариши шарт бўлган топшириқлар, иккинчи даражали топшириқлар (B) — ўртача мураккабликдаги топшириқлар, учинчи даражали топшириқлар (C) — юқори мураккабликдаги топшириқлар. Параграф сўнгида ўтилган дарсларни такрорлашга доир ва янги билимларни ўзлаштиришга тайёргарлик сифатида кўриладиган топшириқлар берилган.

Топшириқлар ечимларининг тўғрилигини текшириш мақсадида дарсликнинг охирида жавоблар берилган.

Математикани ўзлаштириш сизлардан қатъийлик, чидамлилик, зийраклик ва меҳнатсеварликни талаб этади. Сиз ушбу хусусиятларингиз ёрдамида мақсадга эришишни ўрганасиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7-СИНФ АЛГЕБРА КУРСИНИ ТАКРОРЛАШГА ДОИР ТОПШИРИҚЛАР

МАШҚЛАР

Ҳисобланг **(1—5)**:

1. 1) $10 \cdot 2 : 0{,}4 - 2{,}6 \cdot (-3)$; 2) $4{,}5 + 5^2 \cdot 0{,}4 - 10^3 \cdot 0{,}006$;

3) $10^2 \cdot 0{,}63 - 5^2 \cdot 0{,}008 + 4{,}44$; 4) $6{,}8 - 25^2 \cdot 0{,}4 - 10^3 \cdot 0{,}045$.

2. 1) $\frac{3^2 \cdot 4^3 \cdot 12^2}{9^2 \cdot 6^3}$; 2) $\frac{5^2 \cdot 6^4 \cdot 12^2}{15^2 \cdot 9^3}$; 3) $\frac{12^2 \cdot 4^3 \cdot 6^2}{8^2 \cdot 18^3}$; 4) $\frac{(3^3)^3 \cdot 9^7 \cdot 2^2}{81^5 \cdot 2^3}$.

3. 1) $5^4 - 6^3 + 254$; 2) $2 \cdot 5^3 - 3^3 + 3 \cdot 54$;

3) $5 \cdot 4^3 - 6^3 + 3 \cdot 88$; 4) $2^3 \cdot 5^2 - 8^3 - 4 \cdot 84$.

4. 1) $\frac{(2^4)^3 \cdot 6^7 \cdot 3^2}{18^4 \cdot 2^9}$; 2) $\frac{2 \cdot (5^3)^3 \cdot 9^4 \cdot 4^2}{10^7 \cdot 3^6}$; 3) $\frac{(3^3)^3 \cdot 5^7 \cdot 2^2}{81^2 \cdot 10^5}$; 4) $\frac{(6^3)^3 \cdot 9^2 \cdot (5^2)^2}{1000 \cdot 18^7}$.

5. 1) $\frac{(0{,}5)^3 \cdot 8^7 \cdot 12^2}{6^3 \cdot 2^{15}}$; 2) $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 9^5 \cdot 20^3}{18^4 \cdot 5^2}$.

6. Амалларни бажаринг:

1) $\frac{1}{3^5} \cdot 243 + 0{,}25 \cdot 4{,}4 - 2{,}34$; 2) $\frac{(1{,}5)^3 \cdot 8 - 21}{(5 \cdot 2)^3} + 2{,}45$;

3) $\frac{(2{,}5)^2 \cdot 8 - 42{,}8}{(5 \cdot 2)^2} + 6{,}45$; 4) $\frac{(0{,}5)^2 \cdot 6^3 - 4{,}8}{(5 \cdot 4)^2} - 2{,}45 : 4^{-1}$;

5) $\frac{24^2 - 13^2}{33} + 3^2$; 6) $\frac{105^2 - 99^2}{408} - 2^{-2}$;

7) $\frac{24^3 + 12^3}{21^2 - 15^2} + 6^{-1}$; 8) $\frac{18^3 + 15^3}{19^2 - 14^2} + 5^{-1}$.

7. Ифодаларнинг қийматларини таққосланг:

1) $128 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2$ ва $(6^3)^2 : 36^5$; 2) $\frac{8^3 \cdot 2^5}{16^4}$ ва $1\frac{1}{8}$;

3) $13 \cdot 4^3 : 2^3$ ва $10^2 : 5^2 : 2^3$; 4) $\frac{14 \cdot 3^2 : 4^2}{2 \cdot 3^3}$ ва $\frac{21^3 \cdot 5}{7^3 \cdot 3^4}$;

5) $(-0{,}5)^3 \cdot 16 + 4$ ва $2^3 - 2{,}6$;

6) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 243 + 6^3 - 64$ ва $6^3 + (-3)^2 - 2^5$;

7) 50^4 ва $2^4 \cdot 5^6$; 8) 90^4 ва $3^4 \cdot 10^6$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8. а) Оддий касрни чексиз даврий ўнли каср кўринишида ёзинг ва унинг даврини топинг: 1) $\frac{4}{9}$; 2) $2\frac{2}{11}$; 3) $3\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{4}{15}$; 5) $2\frac{3}{7}$; 6) $3\frac{6}{17}$;

б) чексиз даврий ўнли касрни оддий каср кўринишида ёзинг: 1) 3,(13); 2) 1,(36); 3) 2,2(3); 4) 10,0(21); 5) 0,2(13); 6) 2,20(31).

Ифодани соддалаштиринг **(9—11)**:

9. 1) $(a + 7)^2 + (a - 2)(a + 5) - 7a$;
2) $(a - 6)^2 + (a + 3)(a - 5) + 7$;
3) $-54 - (a - 3)^2 + (a + 6)(a - 2) - 8a$;
4) $8 - (a + 5)^2 - (a - 4)(a + 7) - 12a$.

10. 1) $4(a - 1)^2 + (a - 2)(6 - a) - 13a$;
2) $5(a - 4)^2 - (a - 4)(7 - 2a) - 17$;
3) $-(a - 5)^2 + (3a - 2)(7 - a) - 18a + 6$;
4) $-(4 - 2a)^2 - (3a - 2)(6 - a) + a^2$.

11. 1) $7(2a + 1)^2 - (3a - 2)(6 - 2a) - 3a^2$;
2) $-(3a - 1)^2 - (4 - 5a)(7 - 2a) - 5a^2$;
3) $(2a - 5)^2 + (1 - 3a)(3 - 2a) - 7a^2$;
4) $2(2a - 3)^2 - 3(3a + 7)(4 - a) + 9a^2$.

12. 1) $(4c - y)^2 = 16c^2 - 24ca + 9a^2$; 2) $(5c + y)^2 = 25c^2 + 30ca + 9a^2$;
3) $(y - 7a)^2 = 16c^2 - 56ca + 49a^2$; 4) $(2c - 3y)^2 = 4c^2 - 24ca + 36a^2$
айният y ўзгарувчининг қандай қийматларида тўғри бўлади?

13. 1) $x^3(x^2 - y^2) - x^3(x^2 + y^2) + 2x^3y^2 - 7$;
2) $(3xy - 5)^2 - (5xy - 3)^2 + 16(x^2y^2 - 2) - 1$
ифодаларнинг қиймати ўзгарувчиларнинг қийматларига боғлиқ эмаслигини исботланг.

14. Айниятни исботланг:
1) $(2a - 5)(2a + 5) + 25 - 3a^2 = a^2$;
2) $(a + 6)(3a - 4) + 2(12 - a^2 - 6a) + 1 = (a + 1)^2$.

15. Ифодани соддалаштиринг:
1) $(2a + 5)^2 - 3(a - 7)(7 - a) + 9a^2 - 79$;
2) $-(2a - 3)^2 - 5(3a - 7)(4 + a) - 3a^2 - 2$;
3) $-(3 - 2a)^2 + 2(a - 8)(4 - a) - 5a^2 - 7$;
4) $3(5 - 2a)^2 - 4(3a - 5)(7 - a) + 15a^2 - 6$.

16. Айниятни исботланг:
1) $(c + 6)(3a - 4) + (a - c)(1 + c + a) - 3ac + 24 + 5c - 19a = a^2 - c^2$;
2) $(a - c)^2 - (a^2 - c^2) + 2ac - 2 = 2(c^2 - 1)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

17. Сонли тенгликни исботланг:

1) $27^{-1}81^2(3^{-3})^3 : 81^{-3} = 9^4$;
2) $7^{-2}\,21^2\,(6^{-3})^2 : 14^{-3} : 343 = 2^{-3}9^{-2}$;
3) $4^{-1}8^2(a^{-3})^3 : (8a^{-3})^2 = 0{,}25a^{-3}$;
4) $a^{-1}(ab)^2(b^{-3})^3 : b^{-3} = ab^{-4}$.

18. Кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратинг:

1) $a^2 - 10a + 25$;
2) $144 - 24c + c^2$;
3) $9x^2 - 12x + 4$;
4) $25n^2 + 30n + 9$.

Ифодаларни кўпайтувчиларга ажратинг **(19—21)** :

19. 1) $4a^2c^3 - 4ac^3 + c^3$;
2) $12ax^2 - 60ax + 75a$;
3) $-0{,}2y^2 + 1{,}2y - 1{,}8$;
4) $\frac{1}{9}a^2 + 1\frac{1}{3}a + 4$.

20. 1) $9a^2 - 25c^2$;
2) $0{,}81x^2 - 1{,}44y^2$;
3) $8a^3 - 27$;
4) $0{,}001x^3 - 125a^3$.

21. 1) $(2x - 3)^2 - (3x - 5)^2$;
2) $(3x + 2)^2 - (1 - 2x)^2$;
3) $16(2x + 5)^2 - 81(4 - 5x)^2$;
4) $0{,}01a^2 - (a - 3)^2$;
5) $(2a - 1)^3 - 27a^3$;
6) $(3x - 2)^3 + (5 - 4x)^3$.

ТЕНГЛАМАЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИ

Тенгламаларни ечинг **(22—25)** :

22. 1) $3(x^2 - 2) - 3x + 7 - 3(x^2 - 2x) = 0$;
2) $-(x^2 - 2) - 0{,}3x + 7x + (x^2 - 0{,}2x) = 0$;
3) $(x^3 - 2x + 4) - 4x + 8 - (x^3 - 5x) = 0$;
4) $-3(x^3 - 5x - 7) - 2x + 8{,}2 - 3(2{,}3 - x^3 - 5x) = 0$.

23. 1) $(x - 2)^2 - (3 - x)^2 = 0$;
2) $(2x + 1)^2 - (4 - 2x)^2 = 0$;
3) $3(2x - 5)^2 - 4(3 - 2x)^2 + 4x^2 = 0$;
4) $0{,}2(3x - 1{,}5)^2 - 0{,}4(1 - 2x)^2 - 0{,}2x^2 = 0$.

24. 1) $2^2 + 3x = 0{,}25$;
2) $3x + 3^2x = 9^2 + x$;
3) $2{,}25x = 5{,}125 - 4x$;
4) $0{,}25x - 2^2x = 8^2 + x$.

25. 1) $(3x - 2) \cdot (x + 3) - 3x\,(x + 1) - 3 = 0$;
2) $(2x - 2) \cdot (2x + 7) - x\,(4x + 1) - 3{,}5 = 0$;
3) $(2 - 5x) \cdot (2x - 1) + x\,(10x + 1) - 4{,}7 = 0$;
4) $(2{,}4 - 5x) \cdot (4x - 1) + 2x\,(10x + 8{,}4) - 3{,}3 = 0$;
5) $(x - 1)^3 - x\,(x + 2)^2 + x\,(7x - 5) = 6$;
6) $(2x - 1)^3 - 2x^2\,(4x - 6) + 10x - 5{,}4 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тенгламаларнинг чап томонини кўпайтувчиларга ажратиб ечинг **(26—28)** :

26. 1) $x^2 - 3x = 0$; 2) $5x + 2x^2 = 0$;

3) $0{,}7x - 1{,}4x^2 = 0$; 4) $\frac{1}{7}x + 3\frac{1}{7}x^2 = 0$.

27. 1) $\frac{1}{4}x^2 - 1 = 0$; 2) $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$;

3) $0{,}2 - 1{,}8x^2 = 0$; 4) $7 - \frac{4}{7}x^2 = 0$.

28. 1) $(2x - 1) \cdot (3x + 5) - (2x - 1) \cdot 5x + 7(2x - 1) = 0$;

2) $(4x - 3) \cdot (3x - 9) - (4x - 3) \cdot 7x + 5(4x - 3) = 0$;

3) $(3 - 7x) \cdot (8x - 5) - (2x - 1) \cdot (3 - 7x) + 7(3 - 7x) - 7x + 3 = 0$;

4) $(1 - x^2) \cdot (8x - 5) - (1 - x^2) \cdot (3 - 7x) - 9(1 - x^2) + x^2 - 1 = 0$.

29. Биринчи сон 360 га, иккинчи сон биринчи соннинг 90% ига, учинчи сон биринчи ва иккинчи сонлар йиғиндисининг 50% ига тенг. Берилган учта сон йиғиндисининг қийматини топинг.

30. Соннинг 60% и билан шу соннинг иккиланган йиғиндиси қиймати 91 га тенг. Берилган сонни топинг.

31. Моторли қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги 10 км/соат, дарё оқимининг тезлиги эса қайиқнинг турғун сувдаги тезлигининг 20% ини ташкил этади. Моторли қайиқнинг дарё оқими бўйича тезлиги оқимга қарши тезлигидан неча марта ортиқ? Моторли қайиқнинг оқимга қарши тезлиги оқим бўйича тезлигининг неча фоизини ташкил этади?

Тенгламалар системасини ечинг **(32—34)** :

32. 1) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 2x + 2y = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 0{,}4y = -5, \\ 4x - 0{,}4y = 10; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 0{,}6y = 8, \\ 2x - 0{,}3y = 16; \end{cases}$ 4) ☒

5) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}y = -6, \\ -4x - \frac{2}{3}y = 26; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{2}{7}y = -2\frac{5}{21}, \\ 4x - \frac{8 - 2y}{7} = 5\frac{3}{7}; \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - \frac{2}{7}y = \frac{1}{5}, \\ \frac{2-x}{3} - \frac{5-y}{7} = 8\frac{3}{21}; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{2y + 7}{7} = -\frac{20}{21}, \\ 4x - \frac{8 - 2y}{7} = 3\frac{1}{7}. \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

33. 1) $\begin{cases} 0,3x - 0,7y = -2,4, \\ 1,2y - 0,9x = 2,7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2,4x - 0,9y = -3,6, \\ 1,2y + 0,8x = 1,8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3,4x - 2,6y = 4,2, \\ 1,3y + 0,8x = 2,9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 1,4x - 0,7y = -0,7, \\ 2,1y - 0,7x = -1,4; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3,5x - 0,9y - 15,6 = -13, \\ -1,8y + 0,8x + 1,8 = 0,8; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 0,8x - 2,3y - 25,6 = -30,3, \\ -3,7y - 0,8x + 2,8 = 1,5. \end{cases}$

34. 1) $\begin{cases} \frac{3x-5}{3} - \frac{2y+12}{7} = -\frac{11}{21}, \\ \frac{2x-3}{3} - \frac{5-y}{7} = -\frac{17}{21}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{2x+5}{4} + \frac{2y+4}{5} = 1\frac{19}{20}, \\ \frac{3x-4}{3} - \frac{2-y}{5} = -2\frac{8}{15}. \end{cases}$

35. 1) Иккиланган биринчи сон билан тўртга кўпайтирилган иккинчи соннинг йиғиндиси 46 га, 5 га кўпайтирилган биринчи сон билан иккиланган иккинчи соннинг айирмаси 34 га тенг. Берилган сонларни топинг.

2) Йиғиндиси 8 га, квадратларининг айирмаси 48 га тенг бўлган иккита сонни топинг.

36. Теплоходнинг дарё оқими бўйича тезлиги 24,4 км/соат, дарё оқимига қарши тезлиги эса 18,2 км/соат. Теплоходнинг турғун сувдаги тезлигини ва дарё оқимининг тезлигини топинг.

2) Бир-бирларига қарама-қарши йўналишда келаётган енгил машина билан автобуснинг яқинлашиш тезлиги 14,4 км/соат, агар улар А шаҳардан В шаҳарга бир вақтда йўлга чиқишса, у ҳолда уларнинг бир-бирларидан узоқлашиш тезлиги 17,2 км/соат бўлади. Енгил машина билан автобуснинг тезликларини топинг.

37. Берилган параметрли тенгламалар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ ax + 2y = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -3x + 4y = -2, \\ 5ax - 2y = -6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 12x - 3y - 7 = 0, \\ 3ax + 2y = -3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2ax - 3y = 5, \\ 4ax + 5y = 12. \end{cases}$

ТЕНГСИЗЛИКЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИ

38. 1) $5x - 3$; 2) $-7x + 12$; 3) $-2,3x + 4\frac{3}{5}$;

4) $4\frac{3}{7}x + 8\frac{16}{91}$; 5) $12,3x + 4,92$; 6) $-2,7x + 8,19$;

7) $-8\frac{3}{7}x + 2\frac{17}{21}$; 8) $-9\frac{3}{26}x + 11\frac{7}{13}$ ифода x ўзгарувчининг қандай қийматларида мусбат қийматлар қабул қилади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

39. 1) $7x - 14$; 2) $-3x + 15$; 3) $-2{,}4x + 5\frac{3}{5}$;

4) $2\frac{3}{7}x - 5\frac{5}{14}$; 5) $-12{,}3x + 6{,}15$; 6) $2{,}7x - 9{,}45$;

7) $-7\frac{3}{7}x - 12\frac{8}{21}$; 8) $-12\frac{3}{16}x - 16\frac{5}{16}$ ифода x ўзгарувчининг қандай қийматларида номанфий қийматлар қабул қилади?

40. 1) $2{,}5x - 7{,}5$; 2) $-8x + 3{,}2$; 3) $2{,}3x - 6\frac{9}{10}$;

4) $-5\frac{3}{7}x + 7\frac{8}{21}$; 5) $-22{,}3x + 8{,}92$; 6) $2{,}07x + 8{,}19$;

7) $12 \quad x + 85\frac{1}{2}$; 8) $-12\frac{5}{26}x + 19\frac{10}{13}$ ифода x ўзгарувчининг қандай қийматларида мусбат бўлмаган қийматлар қабул қилади?

41. Тенгсизликни ечинг:

1) $\frac{1}{7}x - 0{,}25x$ | $2\frac{4}{7}$; 2) $3{,}125 + x$ m $5{,}125 - 0{,}25x$;

3) $7{,}25 + 2x > 5{,}125 - \frac{1}{5}x$; 4) $12{,}5x - 5{,}125 < \frac{1}{8} - \frac{1}{4}x$.

42. Берилган тенгсизликни тўғри тенгсизликка айлантирадиган энг кичик бутун сонни топинг:

1) $-2{,}3x + 2{,}8 > -7{,}5x + 1{,}6$; 2) $0{,}3x - 1{,}8 > -7{,}5x - 2{,}8$;

3) $-2\frac{1}{5}x + 1{,}4 > -4\frac{1}{2}x + 3{,}6$; 4) $3{,}4x + 3{,}8 < 6{,}6x - 2{,}4$.

43. Берилган тенгсизликни тўғри тенгсизликка айлантирадиган энг катта бутун сонни топинг:

1) $-1{,}3x + 2{,}8 < -5{,}5x - 1{,}6$; 2) $3{,}3x - 4{,}8 > 6{,}5x + 21{,}6$;

3) $-3\frac{1}{5}x + 5{,}4 < -3\frac{1}{2}x + 5{,}6$; 4) $13{,}4x + 5{,}84 < 9{,}5x - 4{,}44$.

44. Параметрли тенгсизликни ечинг:

1) $a \cdot x - 7 > 3$; 2) $c \cdot x + 6 > 3{,}5$;

3) $a \cdot x - 6\frac{1}{5} < -5{,}5$; 4) $8 - c \cdot x$ m $7{,}3$.

Тенгсизликлар системасини ечинг **(45-46)** :

45. 1) $\begin{cases} 3x - 9 > -6, \\ 2x + 5 > 4{,}3 + x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x + 7 > x - 5, \\ 3x - 6{,}7 < 4{,}3 + 2{,}5x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2{,}5x + 12{,}4 > 3x + 1{,}5, \\ 3x - 6{,}7 < 4{,}3 + 4{,}5x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2{,}4x + 3{,}6 > 2x - 3{,}4, \\ 5{,}4x - 8{,}7 < 7{,}3 + 2{,}4x. \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

46. 1) $\begin{cases} 3x - 2 \geqslant 2{,}5, \\ |x| \leqslant 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 6{,}1 \geqslant 4{,}5, \\ |x| > 3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3|x| - 5 \geqslant 2{,}5, \\ |x| \leqslant 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5{,}1 - 2|x| \leqslant 4{,}5, \\ |x| \leqslant 3. \end{cases}$

47. Берилган тенгсизликни тўғри тенгсизликка айлантирадиган x ўзгарувчининг энг кичик ва энг катта бутун қийматларини топинг:

1) $\left|\frac{5}{8}x - 4\right| \leqslant 1\frac{2}{9}$; 2) $\left|4\frac{1}{3}x - 5{,}3\right| < 2\frac{4}{9}$;

3) $\left|9{,}7 - 5\frac{1}{4}x\right| \leqslant 9\frac{4}{7}$; 4) $\left|2{,}6 - 3\frac{1}{3}x\right| < 3\frac{2}{3}$.

48. Берилган тенгсизликларни ечинг:

1) $|x - 3| + 2x - 3{,}2 > 4$; 2) $|2x - 5| - 3x + 1{,}6 > 7{,}3$;

3) $4|x - 6| - 2x - 5{,}2 > 7{,}6$; 4) $3|2x + 3| - 6x - 1{,}2 > 8{,}4$.

ФУНКЦИЯ

49. Функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг ва кесишиш нуқталарининг координаталарини топинг:

1) $f(x) = x^3$ ва $f(x) = x$; 2) $f(x) = \frac{1}{x}$ ва $f(x) = x$;

3) $f(x) = x^2$ ва $f(x) = x + 2$.

50. Функциянинг графигини ясанг:

1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = -\frac{1}{x}$; 3) $y = \frac{2}{x}$; 4) $y = \frac{1}{x - 1}$;

5) $y = x^2$; 6) $y = -x^3$; 7) $y = -2x^3$; 8) $y = 0{,}5x^3$.

51. 1) $y = 2x - 6$; 2) $y = 3x - 2$;

3) $y = 6 - 3x$; 4) $y = 2{,}5 + 2x$ функция учун

а) $x = -3; -1{,}5; 0; 1{,}3; 2{,}5; 4{,}4$ қийматларга мос y нинг қийматларини топинг;

б) $y = -4; -2{,}3; 0; 1{,}2; 4; 5{,}6$ қийматларга мос x нинг қийматларини топинг;

в) $A(-2; -1)$; $B(0; -5)$; $C(1; -3)$; $M(3; 1)$; $P(5; 5)$ нуқталарнинг функция графигига тегишлилигини текширинг.

52. Тенгламаларни график ёрдамида ечинг:

1) $x^2 = \frac{1}{x}$; 2) $\frac{1}{8}x^2 = -\frac{1}{x}$; 3) $x^3 = \frac{16}{x}$; 4) $2x + 3 = \frac{1}{x - 1}$;

5) $x^2 = x^3$; 6) $x + 2 = x^3$; 7) $3 - x = -2x^3$; 8) $x^2 = x + 2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КАСР-РАЦИОНАЛ ИФОДАЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ

53. Берилган ифодани соддалаштиринг:

1) $\frac{3}{5-a}+\frac{4}{a+5}$; 2) $\frac{5}{4-x}+\frac{6}{x+4}$; 3) $\frac{8}{6+x}-\frac{8}{x-7}$;

4) ; 5) $\frac{ay}{a-yb}+\frac{3a-by}{by-a}$; 6) $\frac{a^2x^2+36y^2}{ax-6y}+\frac{12axy}{6y-ax}$.

54. Берилган ифодаларнинг айнан тенг эканлигини исботланг:

1) $\frac{1}{6x+10}-\frac{1}{9x-15}+\frac{5}{9x^2-25}$ ва $\frac{1}{6\cdot(3x-5)}$;

2) $\frac{1}{2x-8}+\frac{1}{40-10x}+\frac{1}{x^2-8x+16}$ ва $\frac{2x-3}{5(x-4)^2}$;

3) $\frac{1}{x-2}+\frac{x-2}{x^2+2x+4}-\frac{6x}{x^3-8}$ ва $\frac{2x-4}{x^2+2x+4}$;

4) $\frac{2a^2+7a+3}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}-\frac{1}{a-1}$ ва $\frac{3}{a-1}$.

55. Қуйидаги амалларни бажаринг:

1) $\frac{27c^4}{5d}:(-18c^3d^2)$; 2) $\frac{14a^2}{9x^3}:\frac{7a}{4x^2}$;

3) $\frac{7x^2}{10a^3}:\frac{343x^8}{15a^5}$; 4) $27a^3\cdot\frac{a^2}{b^2}:\frac{18a^5}{7b^3}$.

56. Берилган ифодаларни рационал каср кўринишида ёзинг:

1) $\frac{9x^2}{5y^3}:\frac{27x^5}{2y^4}\cdot\frac{15}{4y(x-1)}$; 2) $\frac{25a(b-1)}{3^2d}:\frac{5cd^2}{27ab}:\frac{a^3(b-1)}{c^3d^2}$;

3) $\frac{28p^4}{5q^3}\cdot\frac{15q^2(p-2)}{7p^2}:\frac{3p^2}{4q^3}$; 4) $\frac{12x^5y^4}{13ab^2}:\frac{4xy^2}{13a^2b}:\frac{3x^2(y+3)}{ab}$.

57. Берилган ифодаларни соддалаштиринг:

1) $\left(\frac{p}{q}+\frac{q}{p}\right)^2-\left(\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right)^2-2$;

2) $\left(\frac{a+y}{a}-\frac{a-y}{y}\right)^2-\left(\frac{a+y}{a}+\frac{a-y}{y}\right)^2$;

3) $\frac{x}{x+1}\cdot\left(\frac{4x}{x^2-1}+\frac{x-1}{x+1}\right)-\frac{x}{x-1}$;

4) $a^4\cdot\left(\frac{3a+b}{a}-3\right)^2+b^4\cdot\left(\frac{a-2b}{b}+2\right)^2-4(ab)^2$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5) $\frac{a}{a-2} - \left(\frac{8a}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2}\right) \cdot \frac{a}{a+2}$;

6) $2 + \left(\frac{28c}{c^2-49} + \frac{c-7}{c+7}\right) \cdot \frac{c}{c+7} - \frac{c}{c-7}$;

7) $2 + \frac{9x^2 - 4^{-1}}{3x + 2^{-1}} - 3x$; 8) $3 + \frac{4x^2 - 9^{-1}}{2x + 3^{-1}} - 2(x-1)$;

9) $\frac{169^{-1} - a^2}{13^{-1} - a} - \left(a + 5\frac{1}{13}\right)$; 10) $\left(\frac{1}{2-4a} + \frac{4a^2+2a+1}{2a+1} \cdot \frac{a+1}{8a^3-1}\right) : \frac{1}{4a-2}$.

58. Берилган пропорциядаги номаълум x ни топинг:

1) ; 2) $\frac{x}{2n+c} = \frac{4c}{c^2-4n^2}$; 3) $\frac{x}{a-3c} = \frac{2c}{9c^2-a^2}$;

4) $\frac{6c}{25c^2-4a^2} = \frac{x}{5c+2a}$; 5) $\frac{a \cdot x}{2a-3c} = \frac{3ac}{9c^2-4a^2}$; 6) $\frac{2a \cdot x}{3b-a} = \frac{6ab}{9b^2-a^2}$.

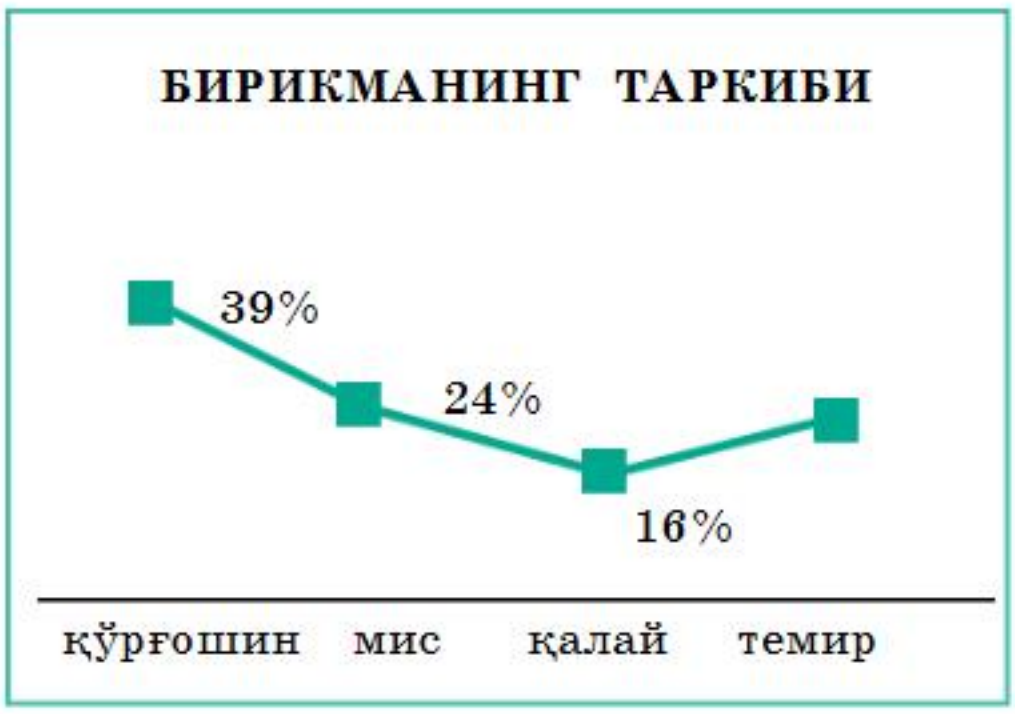
59. 1) $2x + \frac{3}{x} = 5$ бўлганда, $4x^2 + \frac{9}{x^2}$; 2) $3x - \frac{5}{2x} = 2$ бўлганда, $9x^2 + \frac{25}{4x^2}$ ифоданинг қийматини топинг.

60. $(5-2a)^2 - 4a^2$ ифода 5 сонига каррали бўлишини исботланг.

61. $(n+4)^2 - n^2$ ифода 8 сонига каррали бўлишини исботланг.

АМАЛИЁТГА ЙЎНАЛТИРИЛГАН ТОПШИРИҚЛАР

62. Массаси 120 кг бўлган бирикманинг таркиби 1-расмда кўрсатилган.



1-расм

Бирикмада неча килограмм темир бор?

63. Махсус дўконда кийимнинг 60 хил тури бор. Ушбу кийимларнинг нархлари жадвалда берилган.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Нархи (минг тенге)	7 гача	7—9	9—12	12—15	15
Ҳар бир турнинг сони	8	10	?	14	8

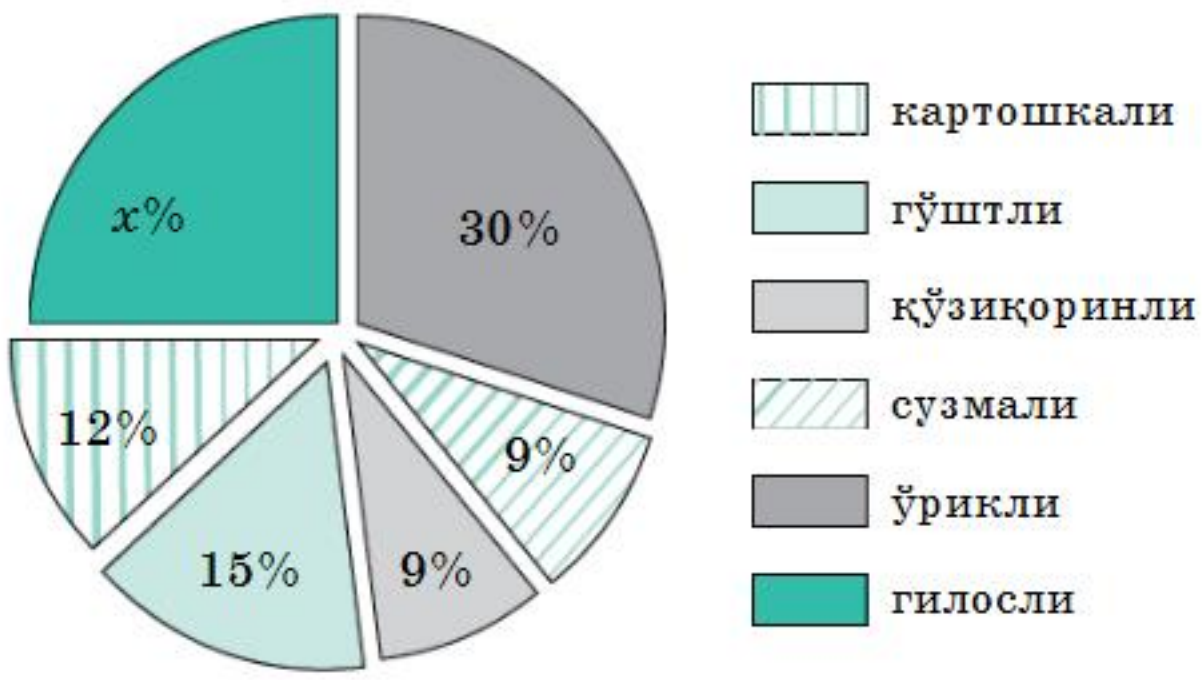
Жадвални тўлдириб, навбатдаги саволларга жавоб беринг.

1. 9 минг тенгедан 12 минг тенгегача бўлган кийимларнинг неча тури бор?

2. Энг қиммат кийимлар сонининг кийимларнинг умумий сонига нисбати нимага тенг?

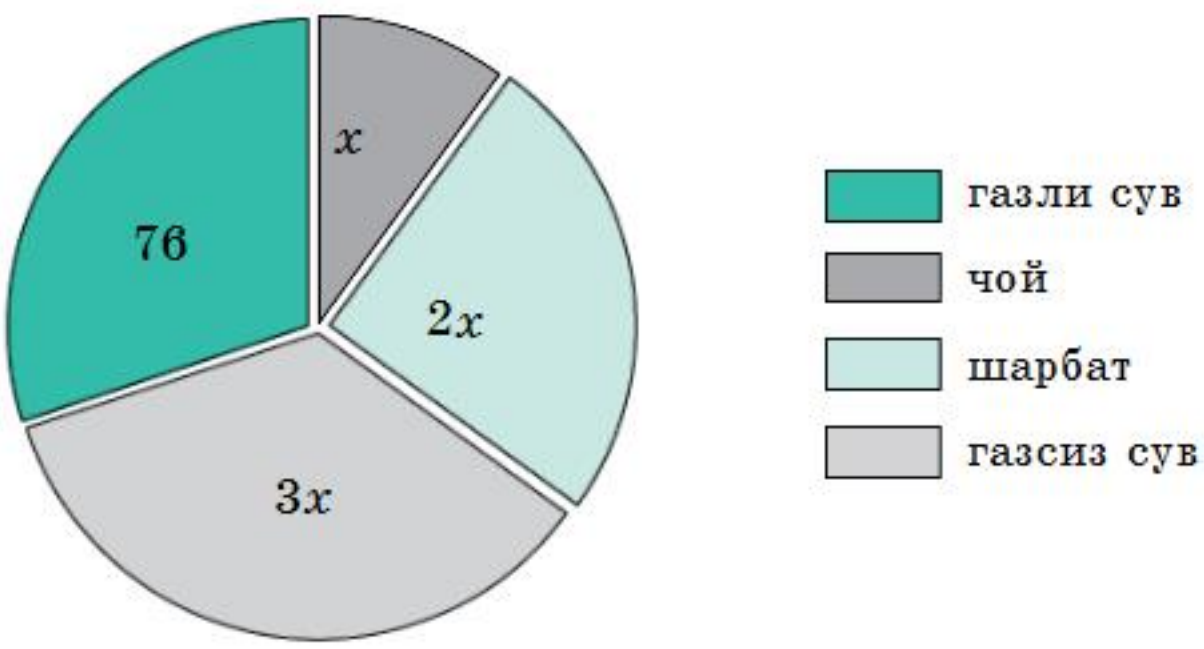
3. Нархи 9 минг тенгедан 15 минг тенгегача бўлган кийимлар сони неча фоизни ташкил этади?

64. Дўкондаги пишириқларнинг турлари 2-расмда кўрсатилган. Агар дўконда жами 180 та пишириқ бўлса, у ҳолда гилосли пишириқлар сони қанча?



2-расм

65. Дўконда ичимликларнинг 250 та тури бор (3-расм). Чойдан тайёрланадиган ичимликларнинг сони қанча?

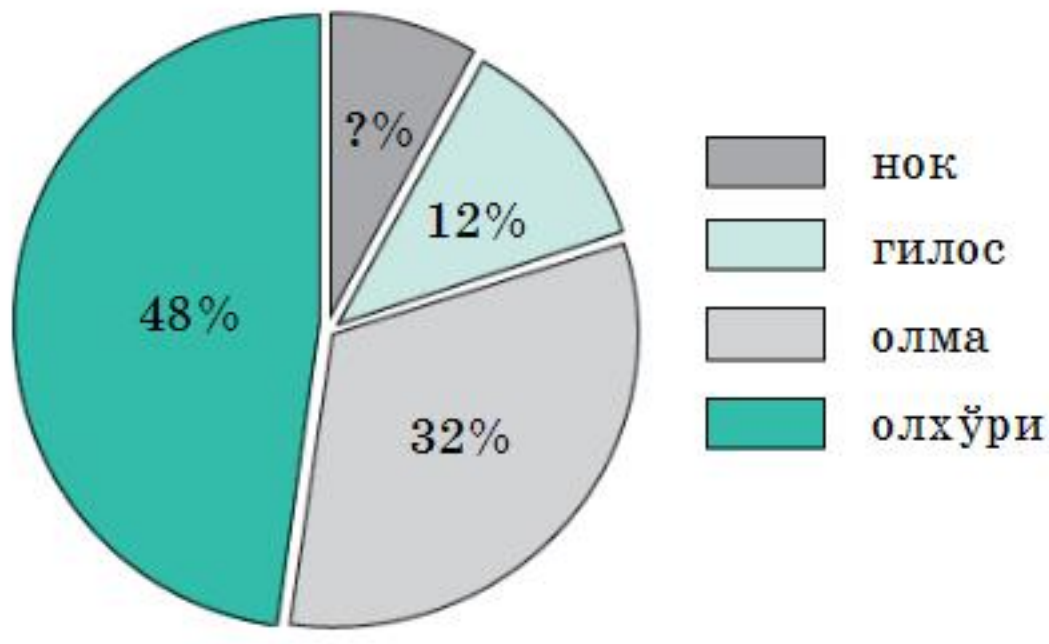


3-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

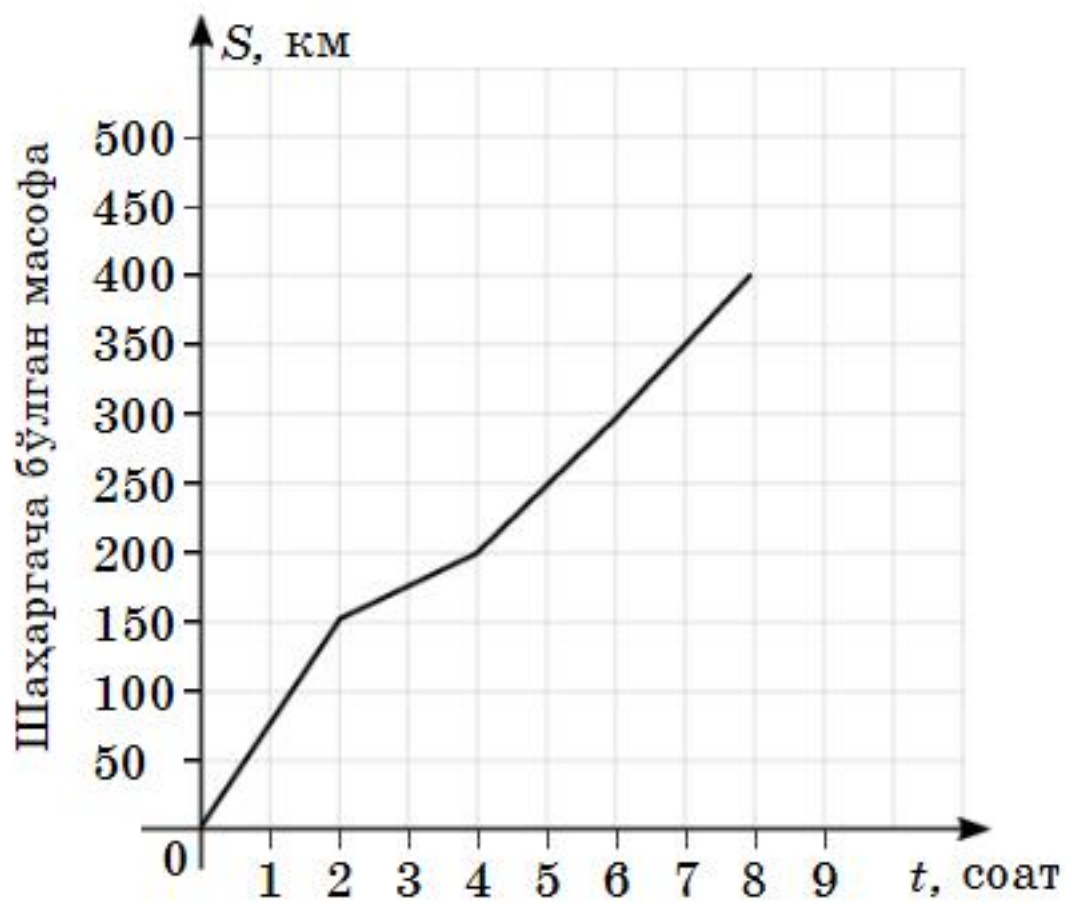
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

66. Боғда 400 та мевали дарахт турлари бор (4-расм). Боғдаги нок дарахтларининг сони қанча?



4-расм

67. Биринчи ҳайдовчининг ҳаракат тезлиги 5-расмда берилган. Икки соатдан кейин иккинчи ҳайдовчи йўлга чиққан. Иккинчи ҳайдовчи ўзининг чиққан вақтидан кейин тўрт соатдан сўнг биринчи ҳайдовчини қувиб етиши учун қандай тезлик билан юриши керак?



5-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1 -БЎЛИМ

КВАДРАТ ИЛДИЗ ВА ИРРАЦИОНАЛ ИФОДАЛАР

1-§. ҲАҚИҚИЙ СОНЛАР

Иррационал сон нима?

Теорема. *Рационал сонлар орасида квадрати 2 га тенг бўлган сон мавжуд эмас.*

Исботлаш. Исботлашни *тескарисидан фараз қилиш усули* билан бажарамиз.

Квадрати 2 га тенг бўлган рационал соннинг мавжуд эмаслигини исботлаш керак. Бундай сон мавжуд дейлик. Шу билан бирга, $\frac{m}{n}$ (бу ерда m — бутун сон, n — натурал сон) қисқармас каср бўлсин. У ҳолда $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$.

$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$ ифодани шакл алмаштириб, касрни (касрни даражага кўтариш хоссаси бўйича) иккинчи даражага кўтарсак, $\frac{m^2}{n^2} = 2$ бўлади.

$n \neq 0$ эканлигидан ушбу тенгликнинг иккала томонини n^2 га кўпайтирсак, $m^2 = 2 \cdot n^2$ бўлади. Охирги тенгликдан m сонининг 2 га бўлиниши келиб чиқади. Демак, m сонини $m = 2 \cdot q$ кўринишида ёзиш мумкин. m ҳарфининг ўрнига $2 \cdot q$ ифодани қўйиб, уни иккинчи даражага кўтарсак, $4 \cdot q^2 = 2 \cdot n^2$ ни ҳосил қиламиз.

Тенгликнинг иккала томонини ҳам 2 га бўламиз: $n^2 = 2 \cdot q^2$. Бу тенгликдан n сони 2 га бўлиниши келиб чиқади. Демак, n сонини $n = 2 \cdot t$ кўринишда ёзиш мумкин.

Шундай қилиб, $\frac{m}{n}$ касрдаги m нинг ўрнига $2 \cdot q$ ифодани ва n нинг ўрнига $2 \cdot t$ ифодани қўйсак, $\frac{m}{n}$ қисқармас каср ҳосил бўлади, бироқ бу мулоҳаза $\frac{m}{n}$ қисқармас каср деб олган фаразимизга зид.

Худди шундай квадрати 2 га тенг бўлган рационал сон мавжуд деган фаразимиз зиддиятга учради. Демак, квадрати 2 га тенг бўлган рационал сон мавжуд эмас.

Теорема исботланди.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Квадрати 3 га ва 5 га тенг бўлган сонларнинг мавжуд эмаслигини мустақил исботланг.

Юқорида исботланган теорема $x^2 = 2$ тенгламанинг илдизи рационал сон эмаслигини кўрсатади. $x^2 = 2$ тенгламанинг илдизи бўладиган сон *иррационал сонлар тўпламига тегишли*, яъни у — *иррационал сон*.

Демак, иррационал сонлар — рационал сон бўлмайдиган сонлар.

Сизга маълум бўлган $\pi \approx 3{,}14$ сони — иррационал сон.

Иррационал сон деб чексиз даврий бўлмаган ўнли каср кўринишида ёзиш мумкин бўлган сонга айтилади.

Ҳақиқий сон нима?

Барча рационал ва иррационал сонлар биргаликда ҳақиқий сонлар тўпламини ташкил этади.

Ҳақиқий сонлар тўплами R ҳарфи билан белгиланади. Рационал сон чексиз даврий ўнли каср, иррационал сон чексиз даврий бўлмаган ўнли каср кўринишида ёзилади. Демак, ҳақиқий сонлар тўплами чексиз ўнли каср кўринишида ёзиш мумкин бўлган сонлардан ташкил топган (1, 2-схемалар).

1-схема

Чексиз ўнли касрлар → даврий ўнли касрлар; даврий бўлмаган ўнли касрлар

2-схема

Ҳақиқий сонлар → рационал сонлар; иррационал сонлар

1. Исталган рационал сонни қандай ёзиш мумкин?
2. Чексиз ўнли касрнинг қайсилари рационал сон, қайсилари иррационал сон бўлади?
3. Қуйидаги мулоҳаза ўринлими?
   1) исталган рационал сон ҳақиқий сон бўлади;
   2) исталган иррационал сон ҳақиқий сон бўлади;
   3) исталган ҳақиқий сон рационал сон бўлади;
   4) исталган ҳақиқий сон иррационал сон бўлади.

Машқлар

A

1.1. -22; $-13\frac{4}{23}$; 0; 1; 7; 11,23; $47\frac{3}{11}$; 1298 сонлар ичидан: 1) натурал; 2) бутун; 3) рационал сонларни териб ёзинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.2. 1) $-2,(3)$; 2) $-5,0(6)$; 3) $-12,(124)$;
4) $4,21(31)$; 5) $123,40(103)$; 6) $888,(89)$
чексиз даврий ўнли касрларни оддий каср кўринишида ёзинг.

1.3. 1) $-\frac{2}{25}$; 2) $-2\frac{12}{17}$; 3) $4\frac{3}{11}$; 4) $13\frac{23}{39}$; 5) $18\frac{5}{12}$; 6) $127\frac{12}{41}$
оддий касрларни чексиз даврий ўнли каср кўринишида ёзинг.

1.4. 1) 0,02305 ва 0,02315; 2) 0,375 ва $\frac{3}{8}$;
3) $-2,374$ ва $-2\frac{3}{7}$; 4) $\frac{11}{14}$ ва $\frac{15}{17}$;
5) $-43,3052$ ва $-43,30(52)$; 6) $3,(14)$ ва π;
7) $2,(53)$ ва $2,53$; 8) $6\frac{1}{7}$ ва $6,144$
сонларни таққосланг.

B

1.5. Агар иккита сондан биттаси иррационал, иккинчиси рационал сон бўлса, у ҳолда уларнинг йиғиндиси (айирмаси)нинг қиймати рационал сон бўлиши мумкинми? Мисоллар келтиринг.

1.6. a, b, c ва d — рационал сонлар. $a + d$; $b : c$; $b - c$; abc сонига тенг бўлган рационал сон мавжуд эмаслигини исботланг.

C

1.7. Квадрати 1) 13; 2) 11; 3) 7 сонига тенг рационал сон бўлмаслигини исботланг.

Такрорлаш

1.8. 1) $x^2 - 4a^2$; 2) $-15x^2 + 15$; 3) $\frac{a^2}{25} - \frac{c^2}{49}$
ифодаларни кўпайтувчиларга ажратинг.

1.9. 1) $\begin{cases} x + y = 6, \\ y = x^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -3x + y = 4, \\ y = x^3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y - 5x = -2, \\ y = x^3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ y = -x^2 \end{cases}$

тенгламалар системасини график усулда ечинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.10. 1) $\left(a-1+\frac{1}{1-a}\right)\cdot\frac{a^2-a}{(2-a)^2}=\frac{a^2}{a-2}$;

2) $\left(\frac{x+y}{y}-\frac{x}{x+y}\right):\left(\frac{x+y}{x}-\frac{y}{x+y}\right)=\frac{x}{y}$ айниятни исботланг.

1.11. 23,46726; −59,43933; 0,06745; 52,50738 сонларни:

1) ўнлик улушларгача;
2) юзлик улушларгача;
3) минглик улушларгача;
4) ўн минглик улушларгача яхлитланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

1.12. Тенгламанинг илдизларини топинг:

1) $x^2-0{,}16=0$; 2) $x^2+10=0$;

3) $4x^2-25=0$; 4) $4x^2-\frac{4}{9}=0$.

1.13. Ифодаларнинг қийматлари тенг бўладими:

1) $(1{,}3)^2$ ва $(-1{,}3)^2$; 2) $(-3{,}4)^2$ ва $\left(3\frac{2}{5}\right)^2$;

3) $(0{,}(3))^2$ ва $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 4) $(1{,}(1))^2$ ва $\left(1\frac{1}{9}\right)^2$?

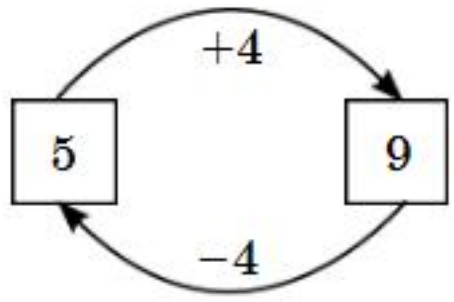
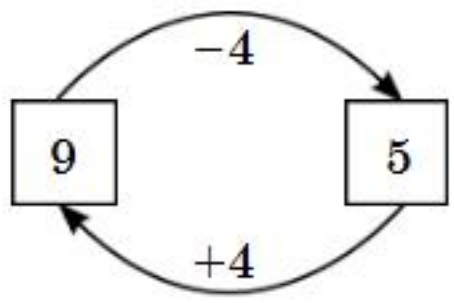
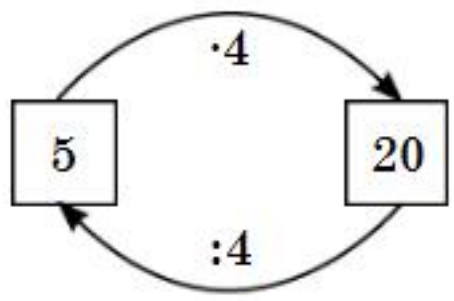
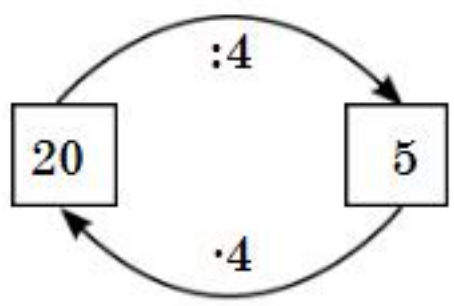
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2-§. КВАДРАТ ИЛДИЗ

Тескари амални атанг (1-жадвал).

1-жадвал

Амал	Мисол	Тескари амал
Қўшиш		
Айириш		
Кўпайтириш		
Бўлиш		

Даражага кўтариш амалига ҳам тескари бўлган амал мавжуд. Бу амал илдиз *чиқариш амали* дейилади.

Иккинчи даражага кўтариш (соннинг квадратини топиш) амалига тескари бўлган амал *квадрат илдиз чиқариш* деб аталади.

Квадратилдиз ва арифметик квадрат илдиз деганимиз нима? Уларорасида қандай фарқ бор?

a сонининг квадрат илдизи деб квадрати a га тенг бўлган x сонига айтилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тушунтиринг

Нима сабабдан $x^2 = 4$ тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: 2 ва -2?

4 сонининг мусбат квадрат илдизини арифметик квадрат илдиз деб атаб, *арифметик квадрат илдиз белгиси* ёки *квадрат радикал* деб аталувчи $\sqrt{\ }$ (ўқилиши: квадрат илдиз; $\sqrt{\ }$ белги ўқилганда "арифметик" сўзи ишлатилмайди) белгиси орқали белгиланади. $\sqrt{4} = 2$.

a сонининг арифметик квадрат илдизи деб квадрати a га тенг бўлган номанфий сонга айтилади.

Таърифга кўра: 1) $\sqrt{a} \geq 0$ ва 2) $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ҳосил бўлади.

Агар $\sqrt{a}$ нинг қийматини b ҳарфи билан белгиласак, у ҳолда таърифга кўра a ва b номанфий сонлар учун қуйидаги тасдиққа келиш мумкин:

$\sqrt{a} = b$ тенглик $a = b^2$, $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ бўлганда бажарилади.

Тушунтиринг

Нима учун $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{400} = 20$; $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$; $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$?

a сони 1) 25; 2) 36; 3) 100; 4) 0; 5) $\frac{1}{4}$; 6) 0,25 га тенг бўлганда, $\sqrt{a}$ ни топинг.

Маълумки, томонлар узунлиги a га тенг бўлган квадратнинг S юзаси $S = a^2$ формула орқали ҳисобланади. У ҳолда юзаси S га тенг бўлган квадрат томони $a = \sqrt{S}$ формула орқали топилади.

$a = \sqrt{S}$ тенглик *a сони S нинг квадрат илдизига тенг* деб ўқилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$x^2 = a$ тенгламани кўриб чиқамиз. Бу тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: $\sqrt{a}$ ва $-\sqrt{a}$. $x = \pm\sqrt{a}$ кўринишда ёзилади.

$x = \pm\sqrt{a}$ тенглик x нинг қиймати a мусбат ва манфий квадрат илдизига тенг деб ўқилади.

$\sqrt{a}$ ёзувдаги илдиз белгиси остида турган a ифода *илдиз остидаги ифода* деб аталади.

Агар $\sqrt{a}$ ифода 1) 3; 2) 6; 3) 10; 4) 0; 5) $\frac{1}{4}$; 6) 0,5 га тенг бўлса, у ҳолда *a* сонини топинг. *a* сони манфий сон бўлиши мумкинми?

Илдиз остидаги сон номанфий сонгина бўлиши мумкин. Ҳақиқатанан, $a < 0$ бўлганда, $\sqrt{a}$ ифода маънога эга эмас, чунки исталган соннинг квадрати номанфий сон.

$\sqrt{a}$ кўринишдаги ифода фақат a | 0 бўлганда маънога эга бўлади.

Масалан, $\sqrt{-9}$; $\sqrt{-\frac{4}{25}}$; $\sqrt{-0{,}36}$ ифодалар маънога эга эмас.

Мисол. $\sqrt{a-2}$ ифодадаги a ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматларини топамиз.

Ечилиши. Ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари деб ифодани маънога эга бўладиган ўзгарувчининг қийматларига айтилади. Квадрат илдизи бўлган ифоданинг илдиз белгиси остидаги ифода фақат номанфий бўлганда маънога эга, яъни $a - 2$ | 0. -2 ни тенгсизликнинг ўнг томонига ўтказсак, a | 2 бўлади. a | 2 тенгсизликнинг ечими — $[2; +\infty)$.

Шундай қилиб, $\sqrt{a-2}$ ифодада a ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматлари $[2; +\infty)$ оралиқ бўлади.

Жавоб: $[2; +\infty)$.

Тескарисидан фараз қилиш усулидан фойдаланиб, нима учун 2 дан квадрат илдиз чиқарганда чекли ўнли каср ҳам, чексиз даврий ўнли каср ҳам чиқмаслигини тушунтиринг.

Амалий ҳисоблашларда квадрат илдизнинг яхлит қийматини топишда махсус жадвал ёки калькулятордан фойдаланилади.

Мисол. $\sqrt{57{,}1}$ ни топамиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ечилиши. Калькуляторда 57,1 сонини териб, $\sqrt{\ }$ белгисини ёки sqrt сўзи ёзилган тугмани босиб, 7, 556 454 194 925 0... сонини оламиз.

Ҳосил бўлган сонни керакли ҳолларда яхлитлаймиз.

7, 556 454 194 925 0... сонини юзлик улушларгача яхлитлаб, $\sqrt{57{,}1} \approx 7{,}56$ ни ҳосил қиламиз.

Жавоб: $\sqrt{57{,}1} \approx 7{,}56$.

1. Қандай иккита шарт бажарилганда $\sqrt{a} = b$ тенглик бажарилади?
2. x нинг қандай қийматларида $\sqrt{x}$ ифода маънога эга бўлади?

Машқлар

А

Қуйидаги тенгликлар тўғрими **(2.1-2.2)**:

2.1. 1) [redacted] ; 2) $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$; 3) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = 1\frac{1}{5}$?

2.2. 1) $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$; 2) $\sqrt{0{,}0036} = 0{,}06$; 3) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{\frac{121}{25}} = 2\frac{1}{5}$?

2.3. Натурал сонлар квадратлари жадвалидан фойдаланиб берилган илдизларнинг қийматини топинг: $\sqrt{169}$; $\sqrt{196}$; $\sqrt{256}$; $\sqrt{324}$; $\sqrt{361}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{529}$; $\sqrt{576}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{676}$; $\sqrt{1{,}21}$; $\sqrt{2{,}89}$.

2.4. Квадрат илдизнинг таърифидан фойдаланиб қуйидаги ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{0{,}0001}$; 2) $\sqrt{(-12)^2}$; 3) $-\sqrt{(-27)\cdot(-3)}$; 4) $3\cdot\sqrt{2{,}25}+5$.

2.5. a | 2 бўлганда, $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$ тенгликнинг тўғрилигини тушунтиринг.

2.6. Берилган сон орасида жойлашган кетма-кет олинган иккита натурал сонни кўрсатинг:

1) $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{8}$; 3) $\sqrt{23}$; 4) $\sqrt{227}$; 5) $2+\sqrt{14}$.

2.7. 1) $\left(\sqrt{2{,}89}\right)^2$; 2) $\left(-\sqrt{2{,}89}\right)^2$; 3) $\left(-\sqrt{441}\right)^2$; 4) $0{,}5\left(-\sqrt{2{,}25}\right)^2$;

5) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2\cdot 2^2$; 6) $\left(-\sqrt{5{,}76}\right) : 2^3$ ифодаларнинг қийматини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2.8. 1) $0,54 + 2(\sqrt{4,84})^2$; 2) $(3\sqrt{4,41})^2 - (-2)^3$; 3) $-0,2(\sqrt{12})^2 + 3,45$;

4) $-0,4 : \sqrt{4,84} : 11$ ифодаларнинг қийматини топинг.

2.9. Ҳисобланг:

1) $3\sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7})$; 2) $(0,1\sqrt{30})^2 + (-3\sqrt{5})^2$;

3) $-0,2\left(\sqrt{10}\right)^2 + 4,3$; 4) $\sqrt{3,61} + \sqrt{0,0121}$.

2.10. Микрокалькулятордан фойдаланиб, берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг:

1) $x^2 = 42$; 2) $14 + y^2 = 25$; 3) $a^2 = 5,19$; 4) $x^2 = 0,0204$.

Жавобини юзлик улушларгача яхлитланг.

2.11. Квадрат илдизнинг таърифидан фойдаланиб, берилган тенгламаларни ечинг:

1) $20 + x^2 = 56$; 2) $2y^2 = 50$; 3) $a^2 - 1 = 4,29$; 4) $b^2 - 3 = 1,84$.

B

2.12. 1) $\sqrt{-64}$; 2) $\left(-\sqrt{144}\right)^2$; 3) $\left(-\sqrt{-144}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{144}\right)^2 - \sqrt{-25}$; 5) $\sqrt{\frac{(-2)^4}{25}}$ ифодалар маънога эгами?

x нинг қандай қийматларида берилган ифодалар маънога эга бўлади **(2.13-2.14)** :

2.13. 1) $\sqrt{3x}$; 2) $\sqrt{-3x}$; 3) $\sqrt{-x}$;

4) $\sqrt{x-5}$; 5) $\sqrt{x+9}$; 6) $\sqrt{7-x}$?

2.14. 1) $\sqrt{3-x}$; 2) $\sqrt{3-3x}$; 3) $\sqrt{-4x}$;

4) $\sqrt{x-3,5}$; 5) $\sqrt{3x+12}$; 6) $\sqrt{7-0,2x}$?

2.15. 1) $\sqrt{x} = 11$; 2) $\sqrt{x} = 1,1$; 3) $\sqrt{-x} = 19$;

4) $2\sqrt{x} = 0,4$; 5) $0,1\sqrt{x} = 1$; 6) $\sqrt{2x} = -22$

тенгликлар x нинг қандай қийматларида тўғри бўлади?

C

Тенгликларни тўғри тенгликка айлантирувчи a нинг қийматларини топинг **(2.16-2.17)**:

2.16. 1) $4\sqrt{a} = 8$; 2) $\sqrt{\frac{4}{25}} = -a$; 3) $\sqrt{3-a} = 5$;

4) $\sqrt{a+4} = 4$; 5) $\frac{3}{5} \cdot \left(-\sqrt{a}\right)^2 = 15$.

2.17. 1) $(a-3)^2 = 16$; 2) $(a+5)^2 = 36$;

3) $(a-1)^2 = 0,16$; 4) $(2a-3)^2 = 0,81$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Математика тарихига доир маълумотлар

Даражага кўтариш ва илдиз чиқариш амаллари ҳам бошқа тўртта арифметик амаллар каби амалий талаблардан ҳосил бўлди. Бундан 4000 йил аввал вавилонлик олимлар кўпайтириш ва тескари катталиклар жадваллари билан бир қаторда сонлар квадратларининг жадваллари ва сонларнинг квадрат илдизлари жадвалларини тузишган. Шу билан бир қаторда, улар исталган бутун соннинг тақрибий квадрат илдизини ҳисоблашган.

XVI асрда баъзи олимлар, хусусан, италиялик математик Рафаэль Бомбелли ва нидерланд математиги Симон Стевин биринчи маротаба *иррационал сон* тушунчасини *рационал сон* тушунчаси билан бир қаторда фойдаланди.

Умар Хайём XII аср бошларида Евклиднинг "Негизлар" асарини ва Евдокс ўрганган нисбатларнинг умумий назариясини таҳлил қилган ҳолда сонларни ҳақиқий мусбат сонларгача кенгайтирди.

Умар Хайём (1048—1131)

Такрорлаш

2.18. a нинг қандай қийматларида қуйидаги ифодалар маънога эга бўлади:

1) $\sqrt{2-a}$; 2) $\frac{2}{a-4}$; 3) $\sqrt{3a-13}$; 4) $\frac{a+3}{(a+2)(3-2a)}$?

2.19. 1) $\left(0{,}1y^{-3}\right)^{-2}\cdot\frac{(a^{-3}\cdot y^4)^3}{(a^{-2})^3\cdot y^{18}}$; 2) $\frac{(a^3\cdot y^{-3})^2}{(a^2)^3\cdot y^8}\cdot 4y^4a^4$; 3) $\frac{(5^3\cdot x^4)^{-2}}{(5^2)^{-2}\cdot x^{-10}}:\frac{5^2}{x^{-2}}\cdot 2^3$

ифодаларни соддалаштиринг.

2.20. Учта қишлоқда жами 6000 аҳоли яшайди. Иккинчи қишлоқда биринчисига қараганда икки марта ортиқ, учинчи қишлоқда иккинчисидан 400 та аҳоли кам яшайди. Ҳар бир қишлоқда ушбу учта қишлоқ умумий аҳолисининг неча фоизи яшайди?

2.21. Айниятларни исботланг:

1) $\frac{x}{x-y}+\frac{3x}{x+y}-\frac{2xy}{x^2-y^2}=\frac{4x}{x+y}$; 2) $\left(\frac{x^2}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x+2}\right):\left(-\frac{4}{x^2-4}\right)=x-1$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

2.22. Ифодаларнинг қийматлари тенг бўладими: 1) $\sqrt{100}$ ва $\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}$; 2) $\sqrt{3600}$ ва $\sqrt{144}$; 3) $\sqrt{169}$ ва $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}}$?

2.23. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{25^2-24^2}$; 2) $\sqrt{25^2\cdot 16}$; 3) $\sqrt{\frac{225}{9}}$; 4) $\left(\sqrt{13^2}\right)^2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3-§. АРИФМЕТИК КВАДРАТ ИЛДИЗНИНГ ХОССАЛАРИ

Арифметик илдиз қандай хоссаларгаэга?

Арифметик квадрат илдизлари бўлган ифодаларни шакл алмаштиришда квадрат илдизнинг хоссаларидан фойдаланилади.

1-теорема. *Номанфий кўпайтувчилар кўпайтмасининг арифметик квадрат илдизи ана шу кўпайтувчилар квадрат илдизларининг кўпайтмасига тенг ва аксинча, номанфий кўпайтувчиларнинг квадрат илдизлари кўпайтмаси улар кўпайтмасининг квадрат илдизига тенг.*

Агар $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ бўлса, у ҳолда ва аксинча $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Исботлаш. Агар 1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ ва 2) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$ шартлар бажарилса, у ҳолда арифметик квадрат илдизнинг таърифига кўра $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ тенглик тўғри бўлади.

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ шарт бажарилади, чунки $\sqrt{a} \geq 0$ ва $\sqrt{b} \geq 0$; 2) Шартнинг бажарилишини текшириш учун $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$ тенгликнинг чап томонини "кўпайтмани даражага кўтариш учун ҳар бир кўпайтувчини шу даражага кўтариб, натижаларни кўпайтириш керак" деган даражанинг хоссасидан фойдаланиб шакл алмаштирамиз $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2$.

Квадрат илдизнинг таърифига кўра $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ва $(\sqrt{b})^2 = b$ эканлигидан, $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$. ■

Агар $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ бўлса,у ҳолда $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ тенглик тўғри эканини текширинг.

Тушунтиринг

1. $\sqrt{9 \cdot 16}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12.$ *Жавоб*: 12.

2. $\sqrt{6 \cdot 54}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\sqrt{6 \cdot 54} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 9} = \sqrt{36 \cdot 9} = 6 \cdot 3 = 18.$ *Жавоб*: 18.

3. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10.$ *Жавоб*: 10.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$a \geq 0$, $b \geq 0$ ва $c \geq 0$ бўлганда, $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$ тенгликнинг тўғрилигини текширинг.
Агар илдиз остидаги номанфий кўпайтувчиларнинг сони учтадан ортиқ бўлса, у ҳолда арифметик квадрат илдизнинг хоссаси бажариладими?

2-теорема. *Сурати номанфий ва маҳражи мусбат бўлган касрнинг арифметик квадрат илдизи ана шу касрнинг сурати ва маҳражидаги арифметик квадрат илдизларнинг бўлинмасига тенг ва аксинча сурати номанфий ва маҳражи мусбат бўлган арифметик квадрат илдизларнинг бўлинмаси сурати номанфий, маҳражи мусбат бўлган касрнинг арифметик квадрат илдизига тенг.*

Агар $a \geq 0$ ва $b > 0$ бўлса, у ҳолда $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ва аксинча $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Исботлаш. Агар 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ ва 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ шартлар бажарилса, у ҳолда арифметик квадрат илдизнинг таърифига кўра $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ тенглик тўғри бўлади.

Дарҳақиқат, 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ шарт бажарилади, чунки $\sqrt{a} \geq 0$ ва $\sqrt{b} > 0$; 2) шартнинг бажарилишини текшириш учун $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ тенгликнинг чап томонини "касрни даражага кўтариш учун унинг сурати ҳам, маҳражи ҳам шу даражага кўтарилади" деган даражанинг хоссасидан фойдаланиб шакл алмаштирамиз: $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}$. Квадрат илдизнинг таърифига кўра $(\sqrt{a})^2 = a$ ва $(\sqrt{b})^2 = b$ бўлганда $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$. ■

$a \geq 0$, $b > 0$ бўлганда, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ тенгликнинг тўғрилигини текширинг.

Тушунтиринг

1. $\sqrt{4\frac{29}{49}}$ илдизнинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\sqrt{4\frac{29}{49}} = \sqrt{\frac{225}{49}} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

Жавоб: $2\frac{1}{7}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2. $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{5}}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{85}{5}} = \sqrt{17}$. *Жавоб*: $\sqrt{17}$.

3. $\sqrt{13^2 - 12^2}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши. $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{25} = 5$.

Жавоб: 5.

a | 0 бўлганда, $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тенгликнинг тўғри бўлишини аниқланг.

Тушунтиринг

1. $\sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{17^2}$ ифоданинг қиймати қандай топилади?

Ечилиши.

$\sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{17^2} = \sqrt{(2^3)^2} \cdot \sqrt{(3^2)^2} \cdot \sqrt{17^2} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17 = 1224$.

Жавоб: 1224.

2. Калькулятор ва сонлар квадратларининг жадвалидан фойдаланмай, $\sqrt{1920996}$ амалнинг бажарилишини тушунтиринг.

Ечилиши. $\sqrt{1920996} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 = 1386$.

Жавоб: 1386.

1) $\sqrt{3^2} = 3$ ва $\sqrt{(-3)^2} = 3$; 2) [illegible] $= 4$ ва $\sqrt{(-4)^2} = 4$;

3) $\sqrt{5^2} = 5$ ва $\sqrt{(-5)^2} = 5$ тенгликларнинг тўғри бўлишини текширинг.

3-теорема. *Исталган x сони учун $\sqrt{x^2} = |x|$ тенглик тўғри.*

Исботлаш. $\sqrt{x^2} = |x|$ тенгликнинг чап томонини шакл алмаштирамиз. Бунинг учун иккала томонини ҳам кўриб чиқамиз:

1) x | 0 бўлса, арифметик квадрат илдизнинг таърифига кўра $\sqrt{x^2} = x$;

2) $x < 0$ бўлса, арифметик квадрат илдизнинг таърифига кўра $\sqrt{x^2} = -x$, яъни $x < 0$ эканлигидан, $-x > 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\sqrt{x^2} = x$ тенгликнинг ўнг томонини шакл алмаштирамиз.
Иккала томонини ҳам кўриб чиқамиз:
1) $x \geq 0$ бўлса, соннинг модули таърифига кўра $|x| = x$.
2) $x < 0$ бўлса, соннинг модули таърифига кўра $|x| = -x$.

Демак, x ўзгарувчининг исталган қиймати учун $\sqrt{x^2}$ бўлса, ифоданинг қиймати $|x|$ ифода қийматига мос келади. Тенглик исботланди.

Тушунтиринг

а) $\sqrt{y^4}$; б) $\sqrt{x^6}$, бу ерда $x < 0$, ифодалар қандай соддалаштирилганини тушунтиринг.

Ечилиши. а) $\sqrt{y^4} = \sqrt{(y^2)^2} = |y^2| = y^2$;

б) $\sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x^3| = -x^3$.

Жавоб: а) y^2; б) $-x^3$.

1. $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тенглик ҳамма вақт бажариладими?
2. $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тенгликда a сони қандай ҳолларда манфий бўлиши мумкин?
3. a нинг қандай қийматларида $\sqrt{a^2} = -a$ тенглик тўғри бўлади?

Машқлар

А

3.1. 1) $\sqrt{36 \cdot 49}$; 2) $\sqrt{64 \cdot 225}$; 3) $\sqrt{0,25 \cdot 196}$;
4) $\sqrt{\frac{16}{121}}$; 5) $\sqrt{1\frac{11}{25} \cdot \frac{100}{49}}$; 6) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$;
7) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$; 8) $\sqrt{144 \cdot 625}$; 9) $\sqrt{1,96 \cdot 8,41}$;
10) $\sqrt{4,84 \cdot 6,25}$ илдизларнинг қийматини топинг.

3.2. 1) $\sqrt{16 \cdot 0,25 \cdot 121}$; 2) $\sqrt{1,96 \cdot 0,01 \cdot 400}$;
3) $\sqrt{1,96 \cdot \frac{9}{49} \cdot 1,44}$; 4) $\sqrt{2,25 \cdot \frac{196}{81} \cdot \frac{9}{25}}$
ифодаларнинг қийматини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3.3. Ҳисобланг:

1) $\sqrt{360 \cdot 490}$; 2) $\sqrt{32 \cdot 72}$; 3) $\sqrt{125 \cdot 80}$;

4) $\sqrt{3,6 \cdot 810}$; 5) $\sqrt{275\,625}$; 6) $\sqrt{331\,776}$;

7) $\sqrt{45 \cdot 80 \cdot 0,16}$; 8) $\sqrt{98 \cdot 24 \cdot 27}$.

3.4. 1) $\sqrt{17^2 - 8^2}$ ва $17 - 8$;

2) $\sqrt{4^2 + 8^2}$ ва $4 + 8$;

3) $\sqrt{117^2 - 108^2}$ ва $117 - 108$;

4) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$ ва $21,8 - 18,2$

ифодаларнинг қийматларини таққосланг.

3.5. 1) $\sqrt{122^2 - 22^2}$; 2) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$;

3) $\sqrt{45,8^2 - 44,2^2}$; 4) $\sqrt{3,13^2 - 3,12^2}$

илдизларнинг қийматларини топинг.

3.6. 1) $\sqrt{14}$; 2) $\sqrt{7xa}$; 3) $\sqrt{42ac}$;

4) $\sqrt{15c}$; 5) $\sqrt{46a}$; 6) $\sqrt{1,5y}$

ифодаларни илдизларнинг кўпайтмаси кўринишида ёзинг.

3.7. 1) $\sqrt{\frac{7}{11}}$; 2) $\sqrt{\frac{a}{17}}$; 3) $\sqrt{\frac{5}{c}}$; 4) $\sqrt{\frac{y}{131}}$;

5) $\sqrt{\frac{5}{47c}}$; 6) $\sqrt{\frac{2y}{231}}$; 7) $\sqrt{\frac{15}{57a}}$; 8) $\sqrt{\frac{21y}{56}}$

ифодаларнинг бўлинмаси кўринишида ёзинг.

3.8. Берилган кўпайтмаларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$; 2) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$; 3) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$;

4) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50}$; 5) $\sqrt{162} \cdot \sqrt{32}$; 6) $\sqrt{1,1} \cdot \sqrt{9,9}$.

3.9. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28}$; 2) $\sqrt{6} : \sqrt{24}$; 3) $\sqrt{0,5} \cdot \sqrt{0,32}$;

4) $\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{63}{125}}$; 5) $\sqrt{3\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{0,2}$; 6) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{135}}$.

3.10. Микрокалькулятор ёрдамида берилган ифодаларнинг тақрибий қийматини 0,01 гача аниқликда топинг:

1) $3 \cdot \sqrt{15}$; 2) $12 \cdot \sqrt{215}$; 3) $0,4 \cdot \sqrt{315}$; 4) $0,1 \cdot \sqrt{95} : 5$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3.11. Дарсликнинг 174-бетида берилган квадратлар жадвалидан фойдаланиб, берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{115600}$; 2) $\sqrt{7,29} - 3,25$;

3) $\sqrt{42,25} - 6,05$; 4) $\sqrt{0,1296} + 4,06$.

Ҳисобланг **(3.12-3.13)** :

3.12. 1) $3 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{44}$; 2) $\sqrt{3^4} \cdot \sqrt{7^2}$;

3) $\sqrt{13^2 \cdot 2^4}$; 4) $0,2 \cdot \sqrt{\frac{4}{25}}$.

3.13. 1) $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{75} \cdot \sqrt{48}$; 2) ▬ ;

3) $\sqrt{0,5} \cdot \sqrt{4\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{6\frac{1}{4}}$; 4) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{27}$.

3.14. 1) $5\sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7})$; 2) $0,2\sqrt{72} \cdot (-\sqrt{2})$;

3) $5\sqrt{49} \cdot (-\sqrt{7})^2$; 4) $4\sqrt{81} - (-\sqrt{5})^2$

ифодаларнинг қийматини топинг.

3.15. 1) $\sqrt{x - 4,5}$; 2) $\sqrt{2x - 0,74}$;

3) $57\sqrt{4,3 - x}$; 4) $x\sqrt{28 - 4x}$

ифодалардаги ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматларини топинг.

Берилган тенгламаларни ечиб, жавобларини минглик улушлargача яхлитланг **(3.16-3.17)**:

3.16. 1) $x^2 - 7 = 0$; 2) $2x^2 - 34 = 0$;

3) $138 - 3x^2 = 0$; 4) $0,3x^2 - 5,4 = 0$.

3.17. 1) $x^2 - 0,002809 = 0$; 2) $3,286x^2 = 0$;

3) $2x^2 - 48,096 = 0$; 4) $(x - 4)^2 - 28,09 = 0$.

3.18. $y = x^2$ функция гафиги ёрдамида берилган тенгламалар илдизларининг тақрибий қийматларини топинг:

1) $x^2 = 5$; 2) $3x^2 = 1,2$; 3) $\frac{1}{3}x^2 = 0,6$; 4) $4x^2 - 5 = 0$.

3.19. Ҳисобланг:

1) $\left((\sqrt{3})^2\right)^3$; 2) $\left(-(-\sqrt{2})^2\right)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{5}(\sqrt{5})^2\right)^3$; 4) $\left(-\frac{1}{2}(\sqrt{3})^{-1}\right)^6$.

3.20. Икки хонали сонлар квадратлари жадвалидан фойдаланиб ҳисобланг :

1) $0,1 \cdot \sqrt{23,04}$; 2) $-0,2 \cdot \sqrt{7,84} - \frac{1}{3} \cdot \sqrt{10,89}$;

3) $5 \cdot \sqrt{3,61} - \frac{1}{5} \cdot \sqrt{8,41}$; 4) $3 \cdot \frac{1}{\sqrt{81}} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{256}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

3.21. 1) $\sqrt{-x} = 7$; 2) $-\sqrt{x} = 2{,}8$; 3) $\sqrt{-2x} + 8 = 0$; 4) $\sqrt{0{,}2x} - 1{,}2 = 0$ тенгликларни тўғри тенгликка айлантирувчи x ўзгарувчининг қийматлари мавжудми?

3.22. 1) $7x$, x | 0; 2) $\sqrt{-2x - 4}$, $x > 0$;

3) $\sqrt{-12x + 3}$, $x < 0$; 4) $-0{,}01\sqrt{5x + 2{,}34}$, $x > 0$

ифодалар маънога эгами?

3.23. a ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган ифодалар маънога эга бўлади:

1) $\sqrt{3a} + \sqrt{-4a}$; 2) $2 -$; 3) $\sqrt{\frac{a}{|a|}} - 7$; 4) $\sqrt{-a^4 - 0{,}02}$?

C

3.24. x ўзгарувчининг қандай қийматларида ифода маънога эга бўлади:

1) $\sqrt{|x|} - 3$; 2) $\sqrt{-|x + 5|} - 9$; 3) $\sqrt{\frac{x^2}{x - 4}}$;

4) $\sqrt{\frac{5 - x}{|x|}}$; 5) $\sqrt{\frac{x + 7}{|x - 2|}}$; 6) $\sqrt{\frac{2x-3}{(x-3)^2}}$?

3.2 5. 1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}} + \sqrt{0{,}64}$; 2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} + \sqrt{0{,}0484}$; 3) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{96}} - \sqrt{256}$;

4) $-\frac{\sqrt{648}}{\sqrt{12}} + \sqrt{0{,}0081}$ ифодани соддалаштиринг.

3.26. 1) а) $x > 4$; б) $x < 4$ бўлса, $(x - 4) \cdot \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ ифодани соддалаштиринг.

2) а) $x > -1$; б) $x < -1$ бўлса, $(x + 1) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}$ ифодани соддалаштиринг.

3.27. 1) $\sqrt{\sqrt{625}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{0{,}1296}}$; 3) $6\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4$; 4) $2\left(-\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^2$ ифодаларнинг қийматини топинг.

3.28. Қуйидаги ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $(\sqrt{45} - \sqrt{5})^2$; 2) $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$;

3) $(\sqrt{77} - \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{77} + \sqrt{15})$; 4) $(\sqrt{6} - \sqrt{24})^2 - \sqrt{0{,}0121}$.

3.29. 1) $x = 3$; 2) $x = -3$; 3) x | 0; 4) x m 0 бўлса, $x\sqrt{6} = \sqrt{6x^2}$ тенглик тўғрими?

3.30. 1) $x = 4$; 2) $x = -5$; 3) x | 0; 4) x m 0 бўлса, $x\sqrt{6} = -\sqrt{6x^2}$ тенглик тўғрими?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3.31. Мусбат кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритинг:

1) $4 \cdot \sqrt{2a}$; 2) $-3 \cdot \sqrt{0,1a}$; 3) $-\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,9a}$;

4) $-0,1 \cdot \sqrt{10a}$; 5) $-a \cdot \sqrt{-3a}$; 6) $2a \cdot \sqrt{-3a}$.

3.32. Қуйидаги ифодаларни соддалаштиринг:

1) $\sqrt{(x-3)^2} + 3,\ x < 3$; 2) $\sqrt{(x-7)^2} - 7,\ x \mid 7$;

3) $\sqrt{(x+0,7)^2},\ x < -0,7$; 4) $\sqrt{(x+7,5)^2} + \sqrt{x^2},\ x < -7,5$.

Такрорлаш

3.33. $x = -4;\ -3;\ -2,7;\ -1,23;\ 0;\ 3;\ 7;\ 9;\ 10,4;\ 12,75;\ 13\frac{3}{7}$ бўлса, $x + \sqrt{x^2}$ ифоданинг қийматини топинг.

3.34. Қуйидаги ифодаларни соддалаштиринг:

1) $4y^2 \cdot \frac{1}{32} \cdot y^4$; 2) $5(2y^2)^3$; 3) $2\frac{1}{2}y^5 : (5y^2)^2$; 4) $0,4y^3 : (3\frac{1}{5}y^3)^2$.

3.35. Мусбат кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритинг:

1) $3\sqrt{6}$; 2) $-2\sqrt{14}$; 3) $-0,3\sqrt{2,6x}$; 4) $2,5\sqrt{-0,2a}$.

3.36. 1) $\left(\frac{5}{y+1} - \frac{3}{y-1} + \frac{6}{y^2-1}\right) \cdot \frac{y+1}{2}$; 2) ☒

ифодаларнинг қиймати y нинг барча қабул қилиши мумкин бўлган қийматларида y га боғлиқ эмаслигини исботланг.

3.37. Тўғри тўртбурчак шаклидаги ер майдонининг бир томони иккинчи томонининг 75% ини ташкил этади. Агар ер майдонининг юзаси 12 м^2 бўлса, у ҳолда томонлари ва периметрини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

3.38. Тенгликнинг тўғрилигини текширинг:

1) $\sqrt{2 \cdot 25n^2} = 5|n|\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{75p^2} = 5p \cdot \sqrt{3}$; 3) $\sqrt{2 \cdot 25 \cdot a^2} = -5a\sqrt{2}$.

3.39. Кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратинг:

1) $p^2 - 5$; 2) $2x^2 - 9$; 3) $3y^2 - 7$.

3.40. Ифодаларнинг қийматлари тенг бўладими:

1) $\sqrt{72}$ ва $6\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{288}$ ва $12\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{2a^2}$ ва $a\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{12a^4}$ ва $2a^2\sqrt{3}$?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4-§. КВАДРАТ ИЛДИЗ ҚАТНАШГАН ИФОДАЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ

Квадрат илдиз қатнашган ифодаларқандай соддалаштирилади?

Таркибида арифметик квадрат илдиз қатнашган ифодаларни шакл алмаштиришни кўриб чиқамиз, шу билан бир қаторда, ушбу ифодалардаги ўзгарувчиларнинг қийматларини номанфий деб оламиз.

Тушунтиринг

а) $\sqrt{x^4y^6}$; б) $\sqrt{\frac{25a^6}{121b^{10}}}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечилиши. а) $\sqrt{x^4y^6} = \sqrt{(x^2)^2} \cdot \sqrt{(y^3)^2} = x^2 \cdot |y|^3$;

б) $\sqrt{\frac{25a^6}{121b^{10}}} = \frac{\sqrt{(5a^3)^2}}{\sqrt{(11b^5)^2}} = \frac{5|a|^3}{11|b|^5}$.

Жавоб: а) $x^2|y|^3$; б) $\frac{5|a|^3}{11|b|^5}$.

Кўпайтувчини квадрат илдиз белгиси олдига қандай чиқариш мумкин?

Масалан, $\sqrt{72a}$ ифодани шакл алмаштириш керак бўлсин. 72 сонидан бутун илдиз чиқмайди. Шу сабабли уни кўпайтувчилардан бири соннинг квадрати бўладиган қилиб кўпайтувчиларга ажратамиз: $72 = 36 \cdot 2$.

Энди кўпайтмадан илдиз чиқариш хоссасидан фойдаланамиз. У ҳолда

$$\sqrt{72a} = \sqrt{36 \cdot 2a} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2a} = 6\sqrt{2a}.$$

Бундай шакл алмаштириш *кўпайтувчини илдиз белгиси олдига чиқариш* деб аталади.

Тушунтиринг

Арифметик квадрат илдиз белгиси остидан кўпайтувчини чиқарамиз: а) $\sqrt{144m}$; б) $\sqrt{50n^2}$; в) $\sqrt{49m^3n^5}$.

Ечилиши. а) $\sqrt{144m} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{m} = 12\sqrt{m}$;

б) $\sqrt{50n^2} = \sqrt{2 \cdot 25 \cdot n^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{n^2} = 5|n|\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{49m^3n^5} = \sqrt{49}\sqrt{m^2 \cdot m} \cdot \sqrt{n^4 \cdot n} = 7|m|\sqrt{m} \cdot n^2 \cdot \sqrt{n} = 7|m|n^2\sqrt{mn}$.

Жавоб: а) $12\sqrt{m}$; б) $5|n|\sqrt{2}$; в) $7|m|n^2\sqrt{mn}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Кўпайтувчини квадрат илдиз белгиси остига қандай киритиш мумкин?

Масалан, $4\sqrt{3}$ ифодада 4 сонини илдиз белгиси остига киритамиз. Бунинг учун $\sqrt{16} = 4$ эканини инобатга олган ҳолда берилган ифодадаги 4 сонининг ўрнига $\sqrt{16}$ ни қўйиб, арифметик квадрат илдизнинг хоссасидан фойдаланамиз. У ҳолда $4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48}$.

Бундай шакл алмаштириш *кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритиш* деб аталади.

Тушунтиринг

а) $3\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{5}$ ифодада илдиз олдидаги сонни квадрат илдиз белгиси остига киритиш қандай бажарилади?

Ечилиши. а) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$;

б) $\frac{1}{3}\sqrt{5} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}}$.

Жавоб: а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{\frac{5}{9}}$.

Кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритишдан иррационал сонларни таққослашда фойдаланилади. Масалан, $5\sqrt{3}$ ва $3\sqrt{5}$ сонларни таққослаймиз. Бунинг учун ҳар бир ифодада кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритамиз.

$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$ ва $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$. $75 > 45$ эканлигидан $\sqrt{75} > \sqrt{45}$. Демак, $5\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$.

Квадрат илдиз қатнашган ифодаларни қандай шакл алмаштириш мумкин?

Квадрат илдизи бўлган ифодаларни шакл алмаштиришда қисқа кўпайтириш формулаларидан фойдаланишни кўриб чиқамиз.

Тушунтиринг

Амаллар қандай бажарилган?

а) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$; б) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$.

Ечилиши. а) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

б) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2=\left(\sqrt{x}\right)^2-2\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}+\left(\sqrt{y}\right)^2=x-2\sqrt{xy}+y.$

Жавоб: а) $x-y$; б) $x-2\sqrt{xy}+y$.

Энди квадрат илдиз қатнашган ифодаларни кўпайтувчиларга ажратишга мисоллар келтирамиз.

Мисол. а) $9m+30\sqrt{mn}+25n$ $(m \mid 0,\ n \mid 0)$; б) $1-m\sqrt{m}$ $(m \mid 0)$ ифодаларни кўпайтувчиларга ажратамиз.

Ечилиши. а) $9m+30\sqrt{mn}+25n=\left(3\sqrt{m}\right)^2+2\cdot 3\sqrt{m}\cdot 5\sqrt{n}+\left(5\sqrt{n}\right)^2=$
$=\left(3\sqrt{m}+5\sqrt{n}\right)^2$;

б) $1-m\sqrt{m}=1-\left(\sqrt{m}\right)^2\sqrt{m}=1-\left(\sqrt{m}\right)^3=1^3-\left(\sqrt{m}\right)^3=$
$=(1-\sqrt{m})(1+\sqrt{m}+m)$.

Жавоб: а) $(3\sqrt{m}+5\sqrt{n})^2$; б) $\left(1-\sqrt{m}\right)\left(1+\sqrt{m}+m\right)$.

Тушунтиринг

$x>0$ ва $y>0$ бўлса, а) $\frac{x^2-5}{x+\sqrt{5}}$; б) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{x-y}$ касрларни қисқартириш қандай бажарилади?

Ечилиши. а) $\frac{x^2-5}{x+\sqrt{5}}=\frac{x^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}{x+\sqrt{5}}=\frac{\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)}{x+\sqrt{5}}=x-\sqrt{5}$;

б) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{x-y}=\frac{\left(\sqrt{x}\right)^2+2\sqrt{xy}+\left(\sqrt{y}\right)^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2-\left(\sqrt{y}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$.

Жавоб: а) $x-\sqrt{5}$; б) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$.

Касрнинг маҳражини иррационалликдан қандай қутқазиш мумкин?

Агар касрнинг маҳражида (суратида) арифметик квадрат илдиз белгиси бор бўлса, *маҳражда* (*суратда*) *иррационаллик бор* деб айтилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалан, $\frac{3}{\sqrt{2}}$; $-\frac{7a}{\sqrt{7-ab}}$; $\frac{6\sqrt{a}}{7\sqrt{bc}}$ касрларнинг маҳражида иррационалликлар бор.

$\frac{2-\sqrt{7}}{2+\sqrt{7}}$; $\frac{\sqrt{43}+24}{\sqrt{43}}$; $\frac{9-4\sqrt{5}}{5}$; $\frac{6}{\sqrt{6}}$ касрлар орасидан а) суратида; б) маҳражида иррационаллик бор бўлган касрларни ёзинг.

Касрнинг маҳражидаги (суратидаги) иррационалликдан қутқариш деб маҳражида (суратида) арифметик илдиз белгиси бўлмайдиган қилиб шакл алмаштирилган касрга, яъни маҳражида (суратида) иррационаллиги бўлмаган касрга айтилади.

Тушунтиринг

Касрнинг маҳражидаги иррационалликдан қутқариш қандай бажарилган: $\frac{3}{\sqrt{2}}$?

Ечилиши. $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Жавоб: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Айрим ҳолларда касрнинг маҳражини иррационалликдан қутқариш учун қўшма ифодалар тушунчаси қўлланилади.

$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ва $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ — *қўшма ифодалар.*

Масалан, $\frac{4}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}$ касрни иррационалликдан қутқарамиз. Бунинг учун касрнинг сурати ва маҳражига қўшма $\sqrt{11}+\sqrt{7}$ ифодани кўпайтирамиз: $\frac{4}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} = \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})} = \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{11-7} =$

$= \frac{4(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{4} = \sqrt{11}+\sqrt{7}$.

Мисол. $\left(\frac{1}{m+m\sqrt{n}}+\frac{1}{m-m\sqrt{n}}\right)\cdot\frac{n-1}{2}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечилиши. Дастлаб касрнинг маҳражидаги m умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$$\left(\frac{1}{m+m\sqrt{n}}+\frac{1}{m-m\sqrt{n}}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1}{m\left(1+\sqrt{n}\right)}+\frac{1}{m\left(1-\sqrt{n}\right)}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Ҳосил бўлган касрни умумий маҳражга келтирамиз:

$$\left(\frac{1}{m(1+\sqrt{n})}+\frac{1}{m(1-\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1-\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}+\frac{1+\sqrt{n}}{m(1-\sqrt{n})(1+\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Энди касрларни қўшамиз:

$$\left(\frac{1-\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}+\frac{1+\sqrt{n}}{m(1-\sqrt{n})(1+\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1-\sqrt{n}+1+\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Касрнинг маҳражидаги ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлаб, маҳражида квадратларнинг айирмаси формуласидан фойдаланамиз:

$$\left(\frac{1-\sqrt{n}+1+\sqrt{n}}{m\left(1+\sqrt{n}\right)\left(1-\sqrt{n}\right)}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\frac{2}{m(1-n)}\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Касрларни кўпайтириб, ҳосил бўлган умумий кўпайтувчига қисқартирамиз :

$$\frac{2}{m(1-n)}\cdot\frac{n-1}{2}=\frac{2\cdot(n-1)}{m(1-n)\cdot 2}=-\frac{1}{m}.$$

Жавоб: $-\frac{1}{m}$.

Мисол. $\sqrt{13+4\sqrt{3}}+\sqrt{13-4\sqrt{3}}$ ифодани соддалаштирамиз.

Ечилиши. Ҳар бир илдиз остидаги ифодани қисқа кўпайтириш формулалари ёрдамида шакл алмаштирамиз:

$$13+4\sqrt{3}=\left(2\sqrt{3}\right)^2+2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 1+1^2=(2\sqrt{3}+1)^2.$$

$13-4\sqrt{3}=\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 1+1^2=(2\sqrt{3}-1)^2$. У ҳолда

$$\sqrt{13+4\sqrt{3}}+\sqrt{13-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}+1\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2}=|2\sqrt{3}+1|+$$

$$+|2\sqrt{3}-1|=2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-1=4\sqrt{3}.$$

Жавоб: $4\sqrt{3}$.

1. Умумий кўпайтувчини илдиз белгиси остидан чиқариш арифметик квадрат илдизнинг қандай хоссаларига асосланган? Мисол келтиринг.
2. Умумий кўпайтувчини илдиз белгиси остидан киритиш арифметик квадрат илдизнинг қандай хоссаларига асосланган? Мисол келтиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Машқлар

A

4.1. 1) $\sqrt{a^2}$; 2) $\sqrt{0{,}0121c^2}$, c | 0;

3) $\sqrt{0{,}0256c^2}$, c m 0; 4) $-5\sqrt{0{,}36x^2}$, $x < 0$

ифодаларни айнан шакл алмаштиринг.

4.2. 1) $\sqrt{49a^2}$; 2) $a < 0$ бўлса, $\sqrt{75a^2}$;

3) $y < 0$ бўлса, $\sqrt{1{,}21y^2}$; 4) $c < 0$ бўлса, $-2 \cdot \sqrt{\frac{c^2}{1{,}44}} + 2|c|$

ифодани соддалаштиринг.

4.3. Ҳисобланг:

1) $\sqrt{(-3)^6}$; 2) $\sqrt{2^2 \cdot (-8)^2}$; 3) $-3\sqrt{(-12)^4}$; 4) $-\sqrt{5^2 \cdot 14^4}$.

4.4. 1) $2\sqrt{3}$ ва $3\sqrt{2}$; 2) $2\sqrt{5}$ ва $3\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{23}$ ва $2\sqrt{6}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt{72}$ ва $13\sqrt{\frac{2}{3}}$

ифодаларнинг қийматларини таққосланг.

4.5. 1) $2\sqrt{14}$, 5 ¤, $3\sqrt{7}$, $7\sqrt{2}$, $\sqrt{73}$; 2) $3\sqrt{8}$, $\sqrt{79}$, $2\sqrt{22}$, $4\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$ сонларни ўсиш тартибида жойлаштиринг.

Амалларни бажаринг **(4.6—4.8)**:

4.6. 1) $\sqrt{3} \cdot \left(2\sqrt{27} - \sqrt{12}\right) - \sqrt{75}$; 2) $\sqrt{75} - 2\sqrt{3} \cdot \left(3 - 6\sqrt{12}\right) + 14$;

3) $\left(3\sqrt{5} - \sqrt{8}\right) \cdot \left(\sqrt{8} + 3\sqrt{5}\right) + \sqrt{48}$; 4) $\left(5\sqrt{5} - \sqrt{12}\right) \cdot \left(2 - \sqrt{5}\right) + 7\sqrt{3}$.

4.7. 1) $(x + \sqrt{y})(x + \sqrt{y})$; 2) $(\sqrt{x} + \sqrt{xy})^2$;

3) $(3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2$; 4) $(4\sqrt{5} - 7\sqrt{5})^2$.

4.8. 1) $\left(\sqrt{15} + 3\sqrt{5}\right)^2 - 30\sqrt{3}$; 2) $\left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{\sqrt{7} + 4}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^2$; 4) $\left(\sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}}\right)^2$.

4.9. 1) $(2 - \sqrt{a})(2 + \sqrt{a}) - 4$; 2) $(3 - \sqrt{2a})(3 + \sqrt{2a}) + 4a$;

3) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{a})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{a})$; 4) $(2\sqrt{7} - \sqrt{7a})(2\sqrt{7} + \sqrt{7a})$

ифодани шакл алмаштиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.10. 1) $a^2 - 5$; 2) $4a^2 - 7$; 3) $\sqrt{a} + \sqrt{3a}$;
4) $\sqrt{3c} - \sqrt{6c}$; 5) $c - 11\sqrt{c}$; 6) $\sqrt{12c} + \sqrt{28c}$
ифодаларни кўпайтувчиларга ажратинг.

4.11. 1) $\frac{a-\sqrt{3}}{a^2-3}$; 2) $\frac{b+\sqrt{7}}{b^2-7}$; 3) $\frac{a+\sqrt{3a}}{a-3}$; 4) $\frac{a^2-a\sqrt{5}}{a^2-5}$; 5) $\frac{3\sqrt{x}-2\sqrt{a}}{9x-4a}$; 6) $\frac{7+\sqrt{3c}}{49-3c}$
касрларни қисқартиринг.

Қуйидаги ифодаларни соддалаштиринг **(4.12—4.14)** :

4.12. 1) $\frac{\sqrt{7}-2}{2\sqrt{7}-4}+1{,}5$; 2) $\frac{\sqrt{28}-6}{\sqrt{7}-3}-17{,}5$; 3) $\frac{3\sqrt{7}-2a}{6\sqrt{7}-4a}-1{,}5$; 4) $\frac{\sqrt{3c}+2}{\sqrt{12c}+4}+7{,}5$.

4.13. 1) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{x}}{5-x}$; 2) $\frac{\sqrt{7}+a}{a^2-7}$; 3) $\frac{3\sqrt{x}-5}{25-9x}$; 4) $\frac{5x-6}{\sqrt{6}-\sqrt{5x}}$.

4.14. 1) $1-\frac{a-\sqrt{7a}}{a-7}$; 2) $\frac{y+\sqrt{3x}}{y^2-3x}$; 3) $\frac{x^2-6a}{x+\sqrt{6a}}-x$; 4) $\frac{c^2-3a}{c+\sqrt{3a}}+3c$.

Берилган касрнинг махражини иррационалликдан қутқаринг **(4.15—4.17)**:

4.15. 1) $\frac{5a}{\sqrt{5}}$; 2) $\frac{3+3\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$; 3) $\frac{15c}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{5a}{\sqrt{5}-1}$; 5) $\frac{3a}{\sqrt{5}-\sqrt{a}}$; 6) $\frac{7}{1+\sqrt{3}}$.

4.16. 1) $\frac{5-a}{1+\sqrt{5}}$; 2) $\frac{7a+\sqrt{a}}{2-\sqrt{a}}$; 3) $\frac{1{,}5c}{\sqrt{3}+c}$; 4) $\frac{5c-1}{\sqrt{5c}-1}$; 5) $\frac{3x+a}{\sqrt{5x}-\sqrt{a}}$; 6) $\frac{x-6}{\sqrt{x}+\sqrt{3x}}$.

4.17. 1) $\frac{5a}{\sqrt{5}+2}$; 2) $\frac{2+\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}$; 3) $\frac{15c}{2-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{8y-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-7}$; 5) $\frac{3\sqrt{a}-1}{\sqrt{3}-\sqrt{a}}$; 6) $\frac{7}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$.

4.18. Амалларни бажаринг:

1) $(4-3\sqrt{a})(4+3\sqrt{a})-4a$; 2) $(5-\sqrt{2a})(5+\sqrt{2a})-(4a-20)$;
3) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{a})(2+3\sqrt{a})-4\sqrt{3}$; 4) $2a-(2\sqrt{7}-\sqrt{7a})(2\sqrt{7}+\sqrt{7a})$.

4.19. 1) $\sqrt{(a+1)^2-4a}$; 2) $\sqrt{(a-3)^2+12a}$;
3) $\sqrt{(a-2)^2+8a}$; 4) $\sqrt{(2a+3)^2-24a}$
ифодаларни соддалаштиринг.

4.20. Касрнинг суратини иррационалликдан қутқаринг:

1) $\frac{5-\sqrt{a}}{2}$; 2) $\frac{2+\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}$; 3) ; 4) $\frac{8y-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-y}$; 5) $\frac{3\sqrt{a}-1}{\sqrt{3}+a}$; 6) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

4.21. 1) $\frac{3x-1}{\sqrt{3x}-1}-\sqrt{3x}=1$; 2) $\frac{3x+a}{\sqrt{5x}-\sqrt{a}}+\sqrt{5x}+\sqrt{a}=\frac{8x}{\sqrt{5x}-\sqrt{a}}$

айниятни исботланг.

4.22. 1) $\sqrt{17}$; 2) $\sqrt{67}$; 3) $\sqrt{61,5}$; 4) $\sqrt{152,7}$;

5) $-\sqrt{7}$; 6) $-\sqrt{26}$; 7) $2\sqrt{61}$; 8) $\sqrt{626}-4$

сондан кичик бўлган энг катта бутун сонни топинг.

4.23. 1) $\sqrt{114}$; 2) $\sqrt{657}$; 3) $\sqrt{67,7}$; 4) $\sqrt{1647}$;

5) $-\sqrt{17}$; 6) $-\sqrt{27}$; 7) $2\sqrt{63}$; 8) $\sqrt{62,6}-4$

сондан катта бўлган энг кичик бутун сонни топинг.

4.24. 1) $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{17}$; 3) $\sqrt{92}$; 4) $\sqrt{179}$;

5) $\sqrt{876}$; 6) $\sqrt{1245}$; 7) $\sqrt{946,5}$; 8) $\sqrt{1207,45}$

сони орасида жойлашган кетма-кет олинган иккита натурал сонни топинг.

C

4.25. 1) $a-3+\sqrt{6a+\sqrt{a^4+18a^2+81}}$, бу ерда $a \mid -3$;

2) $2x-1+\sqrt{10x+22+\sqrt{x^4+6x^2+9}}$, бу ерда $x \mid -5$;

3) $\frac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}+\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}$; 4) $\frac{a^2+a\sqrt{2}}{a^2+2}\cdot\left(\frac{a}{a-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{a+\sqrt{2}}\right)$;

5) $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)\cdot\frac{x-y}{x^2+xy}$; 6) $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}+4\sqrt{a}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{a}{4}}-\frac{1}{\sqrt{4a}}\right)$

ифодаларни соддалаштиринг.

4.26. 1) $(x+1)\cdot\sqrt{3}=x+3$; 2) $(x-1)\cdot\sqrt{2}=2x-1$;

3) $\sqrt{7x-1}=2$; 4) $\sqrt{6-x}=2\sqrt{2}$

тенгламаларни ечинг.

Илдиз остидаги ифодани тўла квадрат шаклига келтириб, берилган ифодани соддалаштиринг **(4.27—4.28)** :

4.27. 1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$; 3) $\sqrt{10-2\sqrt{21}}$; 4) $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$.

4.28. 1) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}-\sqrt{14-6\sqrt{5}}$;

3) $\sqrt{28+10\sqrt{3}}-\sqrt{28-10\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt{5+\sqrt{24}}-\sqrt{7+\sqrt{48}}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.29. 1) $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}$; 3) $\sqrt{\sqrt{17+\sqrt{288}}}$;

4) $a \mid 2$ бўлса, $\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ радикални соддалаштиринг.

4.30. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\frac{a-c}{a-\sqrt{2a}} \cdot \frac{a-2}{\sqrt{a}-\sqrt{c}} \cdot \left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}\right)$;

2) $\left(\frac{a^2}{2}-\frac{a}{\sqrt{2}}+1\right) \cdot \left(\frac{a^2}{2}+\frac{a}{\sqrt{2}}+1\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{a^4+2a^2+4}$;

3) $\frac{x+2\sqrt{3}}{3x-3\sqrt{3}} - \frac{3y-x}{2x-2y} + \frac{x^2-y\sqrt{3}}{x^2-xy+y\sqrt{3}-x\sqrt{3}}$;

4) $\left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}-\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ac}}{c-a}\right) \cdot \left(\sqrt{c} - \frac{\sqrt{ac}+a}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}\right)$ амалларни бажаринг.

4.31. 1) $a = 1+\sqrt{3}$ бўлса, a^2-2a-1;

2) $a = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$ бўлса, a^2-3a-2;

3) $a = 2-\sqrt{11}$ бўлса, a^2-4a-6;

4) $a = \frac{5+\sqrt{3}}{2}$ бўлса, a^2-5a+3 ифоданинг қийматини топинг.

4.32. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-y}$; 2) $\frac{x+\sqrt{yx}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2\sqrt{x}$; 3) $\frac{\sqrt{ac}-c}{\sqrt{-c}} - \sqrt{a}$; 4) $\frac{a-c}{\sqrt{-a}-\sqrt{-c}}$.

Такрорлаш

4.33. 1) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 144}}$; 2) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 676}}$; 3) $x \mid 0$ болганда, $\sqrt{\frac{169x^6}{81y^8}}$;

4) $x \mid 0$ бўлса, $\sqrt{\frac{441a^8}{196x^{30}}}$ ифодани соддалаштиринг.

4.34. $\frac{x+3y}{y} = 4$ бўлса, у ҳолда

1) $\frac{3x+5y}{3x-2y}$; 2) $\frac{7x-2y}{3y-4x}$; 3) $\frac{x^2-9xy+3y^2}{x^2+y^2}$; 4) $\frac{2x^2-3y^2}{y^2+2xy-x^2}$ ифодаининг қийматини топинг.

4.35. 1) $\frac{x^3}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} - \frac{x}{x-2} - x = -1$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)\cdot(x+2)} + \frac{1}{(x+2)\cdot(x+3)} = \frac{3}{x(x+3)}$ айниятни исботланг.

4.36. Қуйидаги тенгламани ечинг:

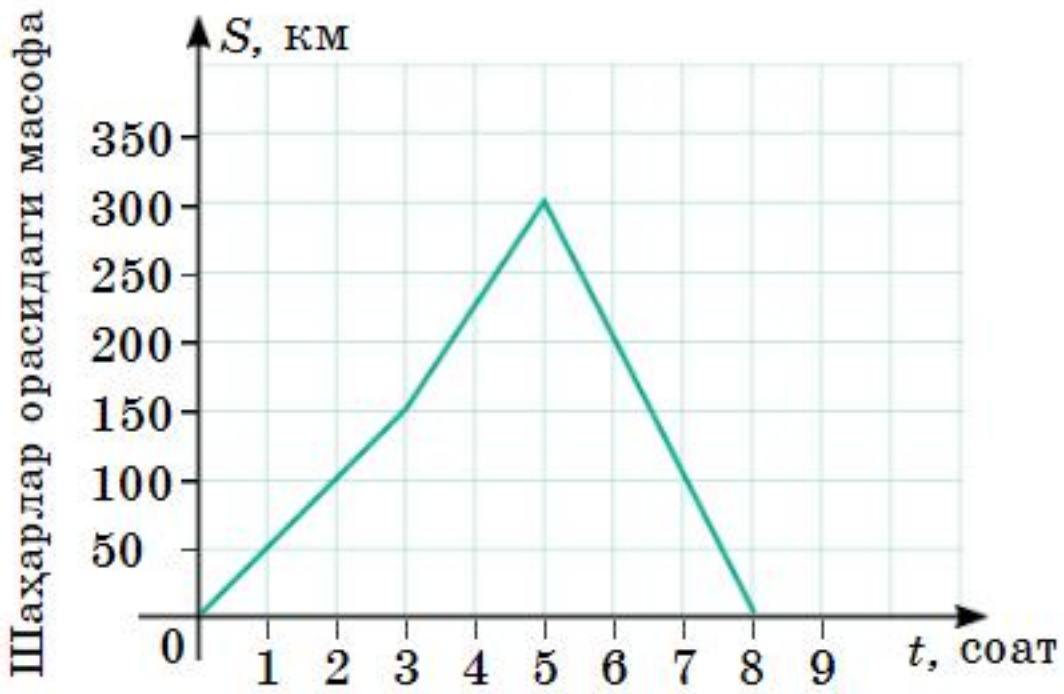
1) $9x^2 = 25$; 2) $(2y - 1)^2 = 8$;
3) $x^2 - 10x + 25 = 36$; 4) $2x^2 - 16x + 32 = 6$.

4.37. Юзаси:

1) 25π см^2; 2) 15π дм^2; 3) $6{,}25\pi$ м^2;
4) 125π м^2; 5) $4\pi a^2$ см^2; 6) $81\pi c^2$ дм^2

бўлган доирани чегараловчи айлананинг узунлигини топинг.

4.38. Ҳайдовчи M шаҳардан N шаҳарга қараб йўлга чиқди. 6-расмда унинг ҳаракатланиш графиги тасвирланган.
Графикдан фойдаланиб, қуйидаги саволларга жавоб беринг:
1) Дастлабки 3 соатда қандай тезлик билан юрган?
2) Неча соатдан кейин ҳайдовчи ортга қайтади?
3) М шаҳарда у қандай тезлик билан юрган?
4) Автомашинанинг ўртача тезлиги қандай?



6-расм

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

4.39. x ва y катталиклар орасидаги боғланиш 2-жадвал орқали берилган.

2-жадвал

x	0	0,25	1	1,44	1,96	4
y	0	0,5	1	1,2	1,4	2

$(x; y)$ нуқталарни координаталар текислигида белгиланг.

4.40. Функция $y = 3x - x^2$ формула орқали берилган. x нинг -1; 0,5; 1; 2; 3 қийматларига мос y нинг қийматларини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5-§. $y = \sqrt{x}$ ФУНКЦИЯ, УНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИГИ

? $y = \sqrt{x}$ функциянинг қандай хоссаларимавжуд?

Арифметик квадрат илдиз фақат номанфий сонлардагина маънога эга эканлигидан, $y = \sqrt{x}$ функциянинг аниқланиш соҳаси номанфий сонлар тўплами бўлади. *Ёзилиши*: $D(y) = [0; +\infty)$ ёки $D(\sqrt{x}) = [0; +\infty)$.

$\sqrt{x}$ ифода $x \geq 0$ холдагина маънога эга эканлигидан, $y = \sqrt{x}$ функциянинг қийматлар тўплами номанфий сонлар тўплами бўлади. Ёзилиши: $E(y) = [0; +\infty)$ ёки $E(\sqrt{x}) = [0; +\infty)$.

Шундай қилиб $y = \sqrt{x}$ функциянинг графиги биринчи координаталар чорагида жойлашади.

Маълумки, функциянинг қиймати нолга тенг бўладиган аргументнинг қийматлари функциянинг ноллари деб аталади. $y = \sqrt{x}$ функция нолга тенг, чунки $x = 0$ бўлса, $\sqrt{x} = 0$.

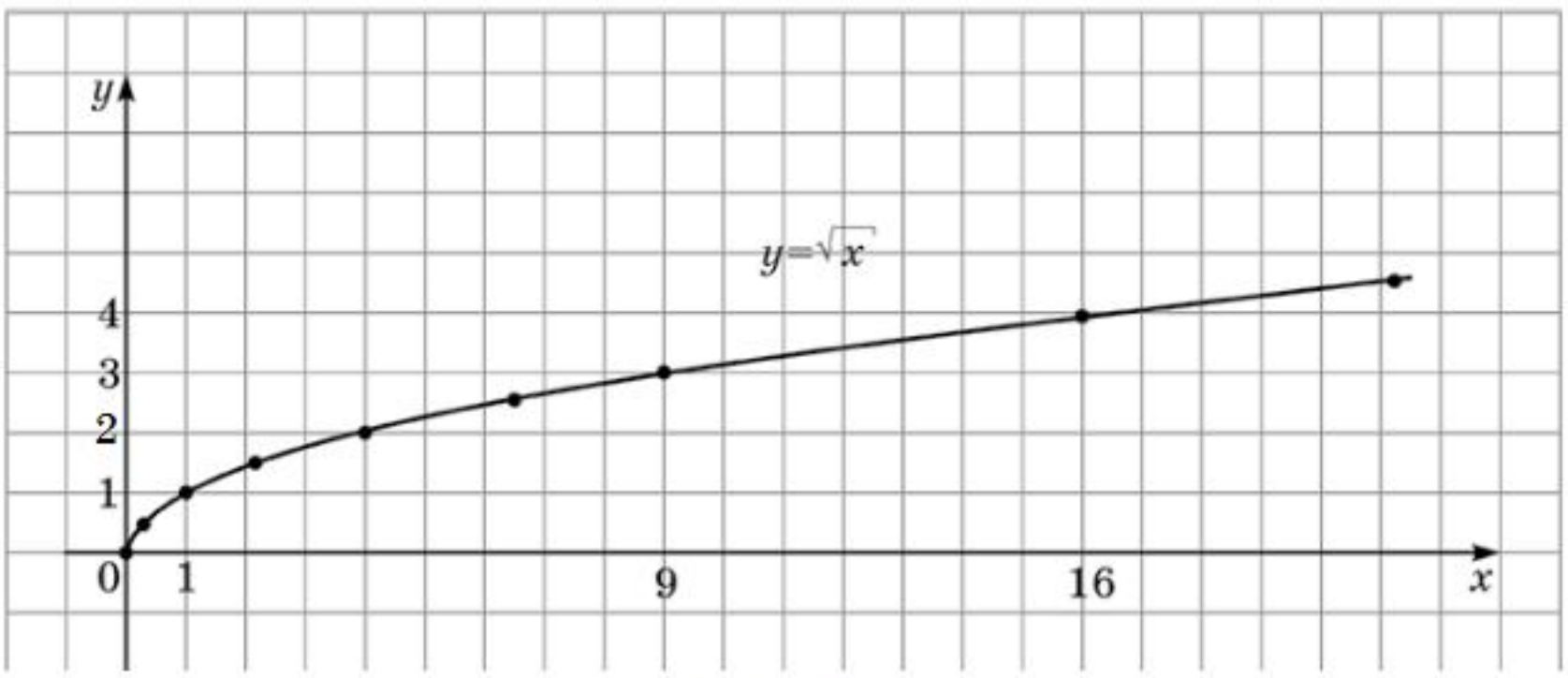
? $y = \sqrt{x}$ функциянинг графиги қандай ясалади?

Функциянинг графигини ясаш учун жадвал тузамиз (3-жадвал):

3-жадвал

x	0	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$	4	$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$	9	16	$20\frac{1}{4} = \frac{81}{4}$
$y = \sqrt{x}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	2	$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$	3	4	$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

3-жадвалдан фойдаланиб, $y = \sqrt{x}$ функциянинг графигини ясаймиз (7-расм).



7-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Агар $y = \sqrt{x}$ функциянинг графигига тегишли бошқа нуқталарни ҳам белгилайдиган бўлсак, у ҳолда уларнинг жадвалда кўрсатилган нуқталарни кетма-кет туташтирувчи чизиқда жойлашганлигини кўрамиз.

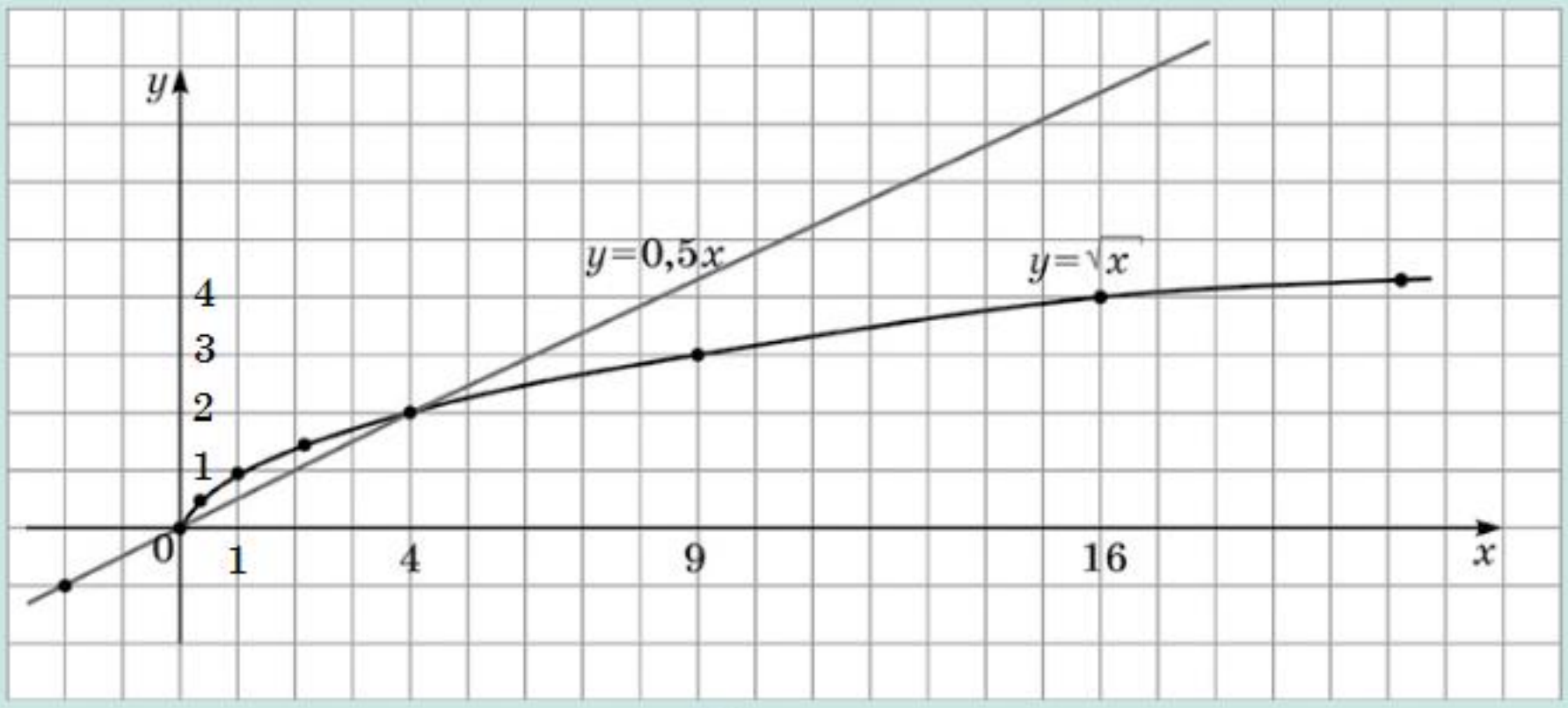
Аргументнинг катта қийматига $x_2 > x_1$ функциянинг катта қиймати $y_2 > y_1$ мос эканлигидан графикдан $y = \sqrt{x}$ функциянинг ўсувчи эканини кўрамиз.

$y = \sqrt{x}$ функция қабул қилувчи энг кичик қиймат 0 га тенг, унинг энг катта қиймати бўлмайди.

Тушунтиринг

$0{,}5x = \sqrt{x}$ тенгламанинг график орқали ечилишини тушунтиринг (8-расм).

Ечилиши.



8-расм

Жавоб: {0; 4}.

4-жадвални тўлдиринг:

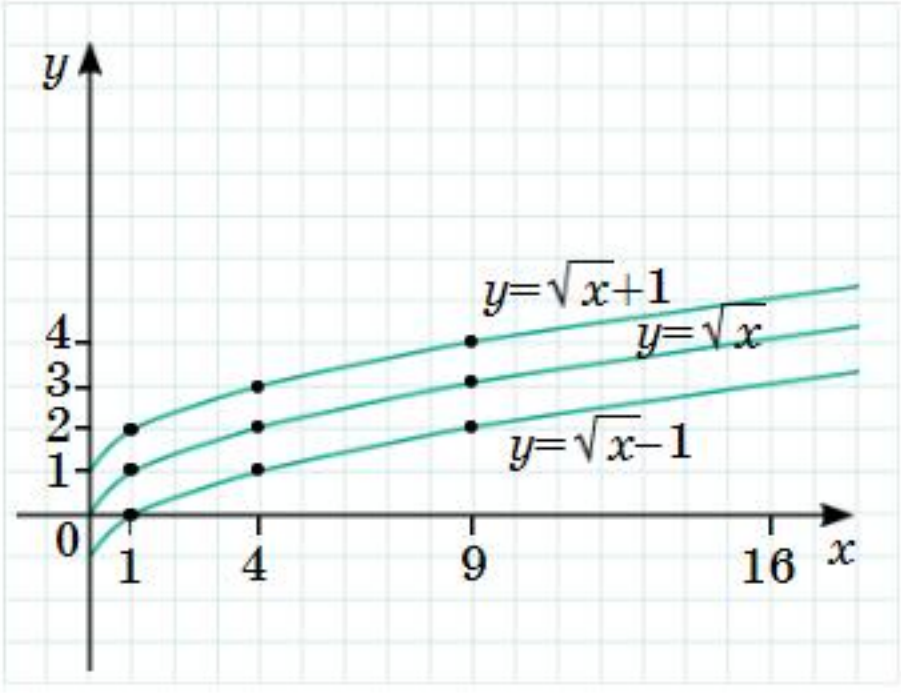
4-жадвал

x	0	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$	4	$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$	9	16	$20\frac{1}{4} = \frac{81}{4}$
$y = \sqrt{x}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	2	$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$	3	4	$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$
$y = \sqrt{x} + 1$									
$y = \sqrt{x} - 1$									

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Битта координаталар системасида $y = \sqrt{x}$; $y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функцияларнинг графикларини ясаймиз (9-расм).



9-расм

$y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функциялар графикларининг $y = \sqrt{x}$ функциянинг графигига нисбатан жойлашишини таққосланг.

1. $y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функцияларнинг ноллари мавжудми?
2. а) Агар $m \mid 0$ бўлса, у ҳолда $\sqrt{x} = m$; б) $\sqrt{x} = mx + n$ (m ва n — ҳақиқий сонлар) тенгламаларнинг нечта илдизи мавжуд?

Машқлар

A

5.1. $y = \sqrt{x}$ функция графигидан:

1) $\sqrt{x} = 2; 3{,}5; 4; 4{,}75; 5\frac{3}{4}$ қийматларга мос x нинг қийматларини;

2) $x = 1{,}5; 1{,}75; 2{,}4; 5{,}6; 7; 8{,}5; 10$ қийматларга мос $\sqrt{x}$ нинг қийматини топинг.

5.2. $y = \sqrt{x}$ функциянинг графиги ёрдамида сонларни таққосланг:

1) $\sqrt{1{,}3}$ ва $\sqrt{1{,}9}$;
2) $\sqrt{2{,}3}$ ва $\sqrt{2{,}7}$;
3) $\sqrt{3{,}4}$ ва $\sqrt{3{,}41}$;
4) $\sqrt{5{,}3}$ ва $\sqrt{4{,}39}$;
5) $\sqrt{7}$ ва 2,7.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5.3. Сонларни ўсиш тартибида жойлаштиринг:

1) $\sqrt{1,4}$, $\sqrt{9,7}$, $\sqrt{11}$, 3,5; 2) 0,6, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$, 1,65;

3) $\sqrt{18}$, $\sqrt{12,3}$, $2\sqrt{3}$, 5; 4) $\sqrt{12,7}$, $-\sqrt{15,4}$, $-3,8$, $-\sqrt{16,84}$.

5.4. $y = \sqrt{x}$ функция графигига:

1) A (1,44; 1,2); 2) B (0,3; 0,09);

3) C (0,01; 0,1); 4) M (2,56; 1,6);

5) T (2,25; −1,5) нуқталар тегишли бўладими?

5.5. 1) $y = 3x - 2$; 2) $y = 0,3x - 2$;

3) $y = 1,25x - 1,2$; 4) $y = -x + 2$

функциялар билан $y = \sqrt{x}$ функциянинг графиги кесишадими?

B

5.6. 1) $y = \sqrt{x}$ ва $y = \sqrt{-x}$; 2) $y = 2\sqrt{x}$ ва $y = \sqrt{2x}$;

3) $y = \sqrt{|x|}$ ва $y = -\sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ ва $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг ва ушбу графикларнинг ўзаро жойлашишини аниқланг.

5.7. 1) $2\sqrt{x} = 1,5$; 2) $\sqrt{x} = 2x - 4$;

3) $\sqrt{x} = 2 - 4x$; 4) $0,4\sqrt{x} = 1 - 2x$

тенгламаларни график усулида ечинг.

5.8. Шар сиртининг юзаси ($S = 4\pi R^2$ формула ёрдамида ҳисобланади):

1) $1\,296\pi$ дм^2; 2) $6,25\pi$ м^2;

3) $11,56\pi$ м^2; 4) $0,0529\pi$ дм^2

бўлса, шарнинг радиуси R ни топинг.

C

5.9. 1) $y = \sqrt{x+1}$; 2) $y = \sqrt{x-1}$; 3) $y = 2 + \sqrt{x-1}$;

4) $y = 3 - \sqrt{x+2}$; 5) $y = 2\sqrt{x+1}$; 6) $y = -3 + \sqrt{x+1}$;

7) $y = \sqrt{|x|} - 1$; 8) $y = \sqrt{|x-1|}$

функциянинг графигини ясанг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Такрорлаш

5.10. 1) $\sqrt{11+6\sqrt{2}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}-2\sqrt{2}$;

2) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}-\sqrt{9-4\sqrt{2}}+2{,}5$;

3) $2\sqrt{19-8\sqrt{3}}-3\sqrt{19+8\sqrt{3}}-2$;

4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-3\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}+2\sqrt{27}$

ифоданинг қийматини топинг.

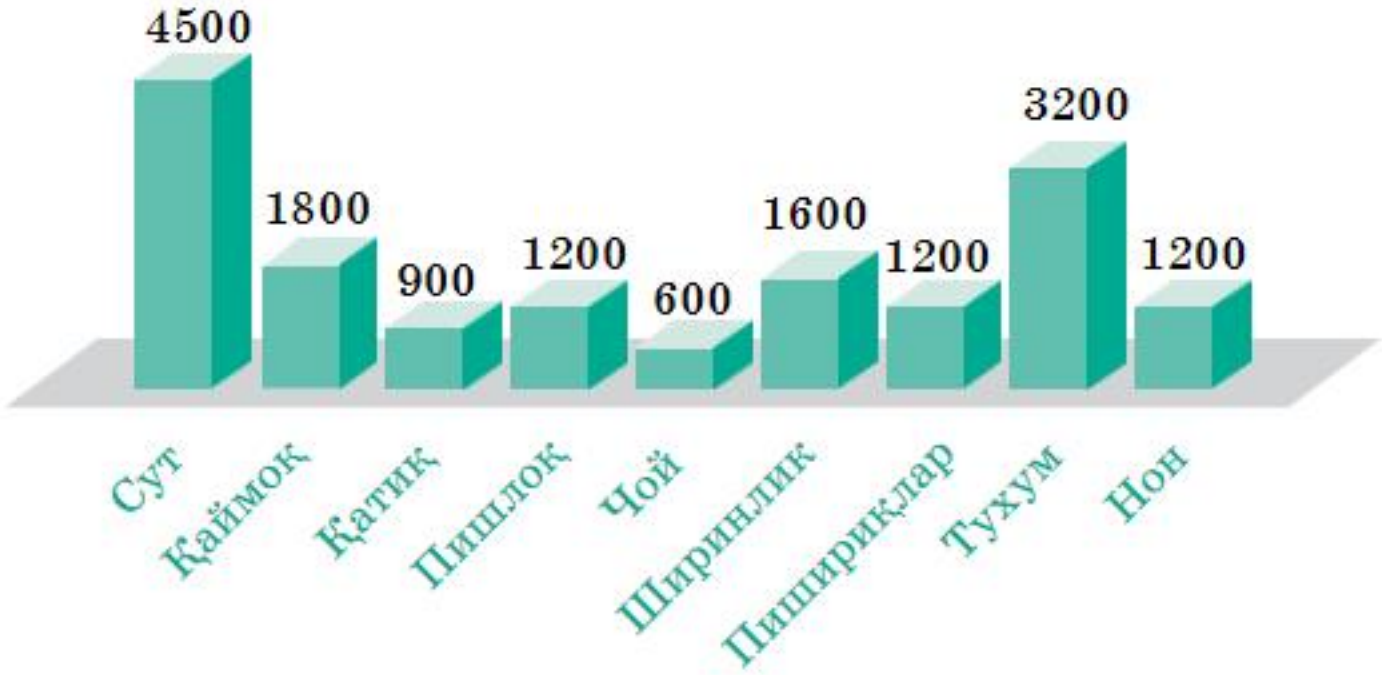
5.11. 1) $\dfrac{a\sqrt{a}-c\sqrt{c}}{a+\sqrt{ac}+c}+\sqrt{c}$; 2) $\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+3\sqrt{xy}$; 3) $\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1}+\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

ифодани шакл алмаштиринг.

5.12. Тўрт кишидан иборат оиланинг бир ойда баъзи бир маҳсулотларга сарфлаган харажати 10-расмда кўрсатилган.

1) Бир киши учун ойига сут маҳсулотларига неча тенге сарфланган?

2) Бир ойда оила аъзолари истеъмол қиладиган сут маҳсулотларининг миқдори умумий маҳсулотлар миқдорининг неча фоизини ташкил этади?



10-расм

5.13. 1) $y=x^2$ ва $y=\sqrt{x}$; 2) $y=x^2$ ва $y=-\sqrt{x}$;

3) $y=x^2-2$ ва $y=-\sqrt{x}$; 4) $y=-x^2$ ва $y=3x-4$

функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5.14. 1) $\frac{a}{\sqrt{a}-2}$; 2) $\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+5}$; 3) $\frac{8}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}+\sqrt{3}$; 4) $\frac{3\sqrt{\sqrt{15}+\sqrt{6}}}{\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{6}}}$ касрларнинг маҳражини иррационалликдан қутқаринг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

5.15. Тенгламалар орасидан чизиқли тенгламаларни топинг:

1) $2x-1=0$; 2) $\frac{2}{3}y=\frac{1}{6}$;

3) $2-3{,}5x=7{,}4$; 4) $x^2-3x=0$;

5) $x^3-5x^2+1=0$; 6) $2\ \ x-2\frac{5}{6}=0$;

7) $4-\sqrt{x}=0$; 8) $4x-\sqrt{x}=0$.

5.16. Кўпҳаднинг даражасини аниқланг:

1) $2x^3+x-1$; 2) $\frac{2}{3}y^2-\frac{1}{6}y$;

3) $2{,}1-3{,}5x$; 4) x^2-3x^4+x-2;

5) x^3-5x^2; 6) $2\ \ x^2-x^5-2\frac{5}{6}$;

7) $4xy-x^2y+3xy^4$; 8) $4xy-y^5x+1$.

5.17. Кўпҳадлардан қайсилари иккинчи, қайсилари учинчи даражали бўлади:

1) x^2+x-4; 2) $1-5x+5x^2+3x^3$;

3) $2{,}1-3{,}5x$; 4) x^2-3x-2;

5) $\frac{2}{3}y-1$; 6) $2\ \ x^2-x-2\frac{5}{6}$;

7) $4xy-x^2y+3xy^4$; 8) $4xy-y^5x+1$?

5.18. 1) x^2+3x ифоданинг қиймати $x=-3$ ва $x=0$ бўлганда нолга тенг;

2) $2x^2-5x+1$ ифоданинг қиймати $x=-1$ ва $x=0$ бўлганда нолга тенг бўлмаслигини текширинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2 -БЎЛИМ

КВАДРАТ ТЕНГЛАМАЛАР

6-§. КВАДРАТ ТЕНГЛАМА. КВАДРАТ ТЕНГЛАМАЛАРНИНГ ТУРЛАРИ

Қандай тенглама квадрат тенглама деб аталади?Квадрат тенгламанинг қандай турлари мавжуд?

Иккинчи даражали ўзгарувчиси бўлган $x^2 + 400 = 0$; $8x^2 + 56x = 0$; $-x^2 + 16x - 4 = 0$ тенгламаларни кўриб чиқамиз. Бундай тенгламалар *квадрат тенгламалар* дейилади.

$ax^2 + bx + c = 0$ кўринишдаги тенглама *квадрат тенглама* дейилади. Бу ерда x — ўзгарувчи, a, b, c — исталган сонлар ва $a \neq 0$.

a, b ва c $ax^2 + bx + c = 0$ квадрат *тенгламанинг коэффициентлари* деб аталади.

a — биринчи коэффициент, b — иккинчи коэффициентлар, c — озод ҳад.

Тушунтиринг

$x^2 + 400 = 0$; $8x^2 + 56x = 0$; $-x^2 + 16x - 4 = 0$ квадрат тенгламаларда a, b коэффициентлар ва c — озод ҳад нечага тенг?

Квадрат тенглама *иккинчи даражали тенглама* деб ҳам аталади, чунки унинг чап томони иккинчи даражали кўпҳад.

Квадрат тенгламалар *келтирилган квадрат тенгламалар* ва *келтирилмаган квадрат тенгламаларга* бўлинади.

3-схема

Квадрат тенгламалар

- келтирилган квадрат тенгламалар $x^2 + px + q = 0$
- келтирилмаган квадрат тенгламалар $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 1$

Исталган $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ келтирилмаган кварат тенгламанинг чап томони қисмини $a \neq 0$ сонига бўлиш орқали келтирилган квадрат тенгламасини ҳосил қилиш мумкин. У ҳолда $p = \frac{b}{a}$, $q = \frac{c}{a}$.

$x^2 + px + q = 0$ кўринишдаги тенгламалар *келтирилган квадрат тенгламалар* дейилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$ ва $a \neq 1$) кўринишдаги тенгламалар *келтирилмаган квадрат тенгламалар* дейилади.

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) квадрат тенгламада b ёки c коэффициентлардан ҳеч бўлмаганда биттаси 0 га тенг бўлса, у ҳолда у *чала квадрат тенглама* деб аталади.

4-схема

Чала квадрат тенгламалар

- $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$ $b \neq 0, c = 0$
- $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$ $c \neq 0, b = 0$
- $ax^2 = 0$, $a \neq 0, b = 0, c = 0$

Тушунтиринг

Нима сабабдан $13x^2 = 0$; $-16x^2 + 9x = 0$; $10x^2 + 2{,}5 = 0$ тенгламалар чала квадрат тенгламалар ҳисобланади?

Маълумки, ўзгарувчининг ўрнига қўйганда тенгликни тўғри сонли тенгликка айлантирадиган сон тенгламанинг илдизи бўлади.

Тенгламани ечиш бу — унинг илдизлар тўпламини аниқлаш.

Тушунтиринг

Нима учун $10x + 95 = 0$ тенгламанинг илдизи $-9{,}5$, ечилиши $\{-9{,}5\}$ бўлади?

Агар тенгламанинг илдизи мавжуд бўлмаса, унинг ечимлар тўплами бўш тўплам бўлади. $x^2 = -1$ тенгламанинг ҳақиқий илдизлари мавжуд эмас. Бундан $x^2 = -1$ тенгламанинг ечими — бўш тўплам.

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) *квадрат тенгламанинг илдизи* деб тенгламани тўғри сонли тенгликка айлантирадиган x ўзгарувчининг қийматига айтилади.

Тушунтиринг

Нима учун 3 ва —2 сонлари $x^2 - x - 6 = 0$ квадрат тенгламанинг илдизлари бўлади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чала квадрат тенгламаларқандай ечилади?

Энди чала квадрат тенгламаларнинг ечилишини кўриб чиқамиз.

1) $ax^2 + c = 0$, бу ерда $a \neq 0$.

Масалан, $10x^2 - 2{,}5 = 0$ чала квадрат тенгламани ечамиз.

Ечилиши. $10x^2 - 2{,}5 = 0$ тенгламада озод ҳадни тенгламанинг ўнг томонига ўтказамиз: $10x^2 = 2{,}5$. Ҳосил бўлган тенгламанинг иккала томонини 10 га бўламиз. У ҳолда $x^2 = 0{,}25$ ҳосил бўлади. Бундан $x_1 = 0{,}5$ ёки $x_2 = -0{,}5$.

Жавоб: $\{-0{,}5;\ 0{,}5\}$.

Тушунтиринг

$10x^2 + 2{,}5 = 0$ чала квадрат тенглама қандай ечилади?

Ечилиши. $10x^2 + 2{,}5 = 0$. $10x^2 = -2{,}5$.

Жавоб: $\varnothing$.

Шундай қилиб, $c \neq 0$ бўлса, $ax^2 + c = 0$ кўринишдаги баъзи бир чала квадрат тенгламаларни ечиш учун унинг озод ҳадини тенгламанинг ўнг томонига ўтказиб, тенгламанинг иккала томони a га бўлинади, у ҳолда $ax^2 + c = 0$ тенгламага тенг кучли бўлган $x^2 = -\frac{c}{a}$ тенглама ҳосил бўлади. Шу билан бир қаторда, $-\frac{c}{a} > 0$ бўлса, у ҳолда $c \neq 0$ бўлганда, $ax^2 + c = 0$ тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: $\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$, бундан унинг ечими $\left\{-\sqrt{-\frac{c}{a}};\ \sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$ бўлади.

Агар $-\frac{c}{a} < 0$ бўлса, у ҳолда $c \neq 0$ бўлганда, $ax^2 + c = 0$ тенгламанинг илдизи мавжуд эмас, бундан унинг ечими бўш тўплам бўлади: $\varnothing$.

2) $ax^2 + bx = 0$, бундан $a \neq 0$.

Масалан, $-16x^2 + 9x = 0$ тенгламани ечамиз. Аввал умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз: $-x \cdot (16x - 9) = 0$. Бундан $-x = 0$ ёки $16x - 9 = 0$. $-x = 0$ тенгламани ечсак, $x = 0$ ни ҳосил қиламиз. $16x - 9 = 0$ тенгламани ечамиз. $16x = 9$, бундан $x = \frac{9}{16}$.

Демак, берилган тенгламанинг 0 ва $\frac{9}{16}$ га тенг бўлган иккита илдизи мавжуд.

Жавоб: $\{0;\ \frac{9}{16}\}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тушунтиринг

$-5x^2 - x = 0$ чала квадрат тенгламанинг илдизлари 0 ва $-0,2$ бўлишини кўрсатинг.

Шундай қилиб, $a \neq 0$, $c = 0$ бўлганда, $ax^2 + bx = 0$ кўринишидаги чала квадрат тенгламасини ечиш учун унинг чап томон қисмларини кўпайтувчиларга ажратиб, $x \cdot (ax + b) = 0$ тенгламани ҳосил қиламиз.

Сўнгра $x = 0$ ёки $ax + b = 0$ чизиқли тенгламаларни ечиш керак, чунки $x \cdot (ax + b)$ кўпайтманинг қиймати унинг кўпайтувчиларидан бири нолга тенг бўлган ҳолдагина нолга тенг бўлади.

$x = 0$ ва $ax + b = 0$ тенгламаларнинг биттадан илдизи мавжуд. Бу илдизлар мос равишда 0 ва $x = \frac{-b}{a}$ эканлигидан, $ax^2 + bx = 0$ чала квадрат тенгламанинг илдизлари 0 ва $\frac{-b}{a}$ сонлар бўлади. Бундан $b \neq 0$ бўлганда, $ax^2 + bx = 0$ кўринишдаги чала квадрат тенгламанинг ечими $\left\{0; -\frac{b}{a}\right\}$ тўплам бўлади.

3) $ax^2 = 0$, бу ерда $a \neq 0$.

Тушунтиринг

$13x^2 = 0$ чала квадрат тенглама қандай ечилади?

Ечилиши. $x^2 = 0$, $x = 0$, у ҳолда $13x^2 = 0$ тенгламанинг 0 га тенг ягона илдизи мавжуд бўлади, бундан унинг ечимлар тўплами $\{0\}$.

Жавоб: $\{0\}$.

Шундай қилиб $ax^2 = 0$ кўринишдаги чала квадрат тенглама $x^2 = 0$ тенгламага тенг кучли, демак, унинг 0 га тенг бўлган ягона илдизи мавжуд, бундан унинг ечимлар тўплами $\{0\}$ эканлиги келиб чиқади.

1. Квадрат тенгламанинг неча хил тури мавжуд?
2. Квадрат тенгламанинг учта илдизи бўлиши мумкинми?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Машқлар

А

6.1. 1) $2{,}8x^2 - 3x + 8 = 0$; 2) $2x^3 - 3x + 8 = 0$;
3) $-8x^2 - 3x + 5 = 0$; 4) $-3x - 9{,}8 = 0$;
5) $-2x^2 - 3x^3 + 8x = 0$; 6) $-7{,}8x^2 - 6 = 0$
тенгламалар квадрат тенглама бўладими?

6.2. Берилган квадрат тенгламаларнинг коэффициентларини атанг:
1) $1{,}7x^2 - x + 1{,}8 = 0$; 2) $2x^2 - 3x - 1 = 0$;
3) $-3x^2 + 5{,}2 = 0$; 4) $-x^2 = 0$;
5) $-5x^2 - 3x + 2 = 0$; 6) $-0{,}8x^2 - 9x = 0$.

6.3. 1) $(2x - 3) \cdot (x + 3) - x(2 - x) = 0$;
2) $(4x - 5) \cdot (2x + 1) - 3x(3 - 2x) = 0$;
3) $(2 - 3x) \cdot (5x - 3) - x(2 - x) = 3 - 12x^2$;
4) $(1 - 2x) \cdot (2x - 4) - 3(2 - x) = 3 - 9x^2$;
5) $(5 + 2x) \cdot (4x - 1) - 2(2 + 3x) = -13x^2$;
6) $(2 - 6x) \cdot (x - 4) - 3x(1 - x) = -22x^2$
тенгламаларни $ax^2 + bx + c = 0$ кўринишга келтиринг ва уларнинг коэффициентларини атанг.

6.4. Берилган квадрат тенгламалар ичидан чала квадрат тенгламаларни кўрсатинг:
1) $1{,}7x^2 - x = 0$; 2) $-2x^2 + 3x - 1 = 0$;
3) $-7x^2 + 1{,}8 = 0$; 4) $-2x^2 = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9 = 0$; 6) $-0{,}7x^2 - 5x = 0$.

6.5. Чала квадрат тенгламаларга мисоллар келтиринг.

6.6. Чала квадрат тенгламаларнинг илдизларини топинг:
1) $x^2 - 5x = 0$; 2) $-2x^2 + 7x = 0$;
3) $-7x^2 + 1{,}8x = 0$; 4) $-2x^2 - x = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2x = 0$; 6) $-0{,}7x^2 + x = 0$.

6.7. Чала квадрат тенгламаларни ечинг:
1) $x^2 - 25 = 0$; 2) $-0{,}2x^2 + 7{,}2 = 0$;
3) $-7x^2 + 28 = 0$; 4) $-4x^2 + 1 = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2 = 0$; 6) $-0{,}1x^2 + 10 = 0$.

6.8. Чала квадрат тенгламаларининг илдизларини топинг:
1) $2{,}7x^2 = 0$; 2) $-0{,}2x^2 = 0$; 3) $7x^2 = 0$;
4) $-4x^2 = 0$; 5) $0{,}8x^2 = 0$; 6) $-0{,}1x^2 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.9. Чала квадрат тенгламаларини ечинг:

1) $x^2 - 0{,}49 = 0$; 2) $-0{,}8x^2 + 3{,}2x = 0$;
3) $-7x^2 + 2{,}8x = 0$; 4) $-4x^2 + 25 = 0$;
5) $-0{,}6x^2 - 9{,}6x = 0$; 6) $-0{,}1x^2 = 0$.

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(6.10—6.17)**:

6.10. 1) $4x^2 - 3x = 3(12 - x)$; 2) $12x^2 - 5x = 3(12 - 2x) + x$;
3) $x^2 - 3x = 2(12 - x) - x$; 4) $9x^2 - 3x = 3(12 - x)$;
5) $-x^2 + 6x = 2(12 + 2x) + 2x$;
6) $4x^2 - 3x = 36 - 3x$.

6.11. 1) $x^2 - 5x - 5 = x - 5$; 2) $-2x^2 + 7x = 3x$;
3) $2 - 7x^2 + 1{,}8x = 2 - 3x$; 4) $-2x^2 + 5 = 5 - 4x$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2x = 2{,}1x$; 6) $2 - 0{,}7x^2 + 3x = x + 2$.

6.12. 1) $x^2 - 5x = 5(5 - x)$; 2) $-2x^2 + 7x = 7x - 32$;
3) $-0{,}7x^2 + 5{,}6x = 0$; 4) $-2x^2 - x = 2 - x$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2 = 4{,}2$; 6) $-0{,}7x^2 + x = x$.

6.13. 1) $(2 - x)(x - 4) = -8$; 2) $(x - 5)(x - 4) = 20$;
3) $(8 - x)(x - 2) = 10x$; 4) $(1 - x)(9 - x) = -10x$.

6.14. 1) $5x^2 + 4 = 0$; 2) $0{,}81x^2 - 1 = 0$;
3) $1{,}2x^2 - 1{,}08 = 0$; 4) $-1{,}5x^2 + 0{,}6 = 0$;
5) $-5{,}2x^2 - 3{,}4 = 0$; 6) $-7{,}5x^2 = 0$.

В

6.15. 1) $(x - 2) \cdot (3x - 1) = 2x(x - 4) + 2$;
2) $(3x - 1) \cdot (x - 2) = x - 2x(x - 4)$;
3) $(2x - 1)^2 + 4x = 10$;
4) $(3x - 1) \cdot (3x + 1) = 26$.

6.16. 1) $(2x - 1)^2 = 16$; 2) $(7x - 2)^2 - 4 = 0$;
3) $25 - (5x + 1)^2 = 0$; 4) $1{,}21 - (2x - 1)^2 = 0$.

6.17. 1) $2(2x + 3)^2 = 5(2x + 3)$; 2) $7(3x - 2)^2 = 6(3x - 2)$;
3) $(2x - 3) = 5(2x - 3)^2$; 4) $7{,}2(5x - 3) = 5(5x - 3)^2$.

6.18. 1) Илдизларидан бири нолга тенг бўлган;
2) илдизлари модули бўйича тенг, бироқ ишоралари бўйича қарама-қарши;
3) иккала илдизи ҳам нолга тенг бўлган тенгламанинг умумий кўринишини ёзинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.19. Соннинг иккиланган квадрати 4 марта камайтирилганда ушбу сонга тенг бўлади. Берилган сонни топинг.

6.20. Иккита кетма-кет жойлашган соннинг кўпайтмаси уларнинг кичигидан уч марта ортиқ. Берилган сонларни топинг.

6.21. 1) Битта илдизи 0 га, иккинчиси 5 га тенг бўлган;
2) битта илдизи 7 га, иккинчиси -7 га тенг бўлган;
3) битта илдизи $\sqrt{13}$ га, иккинчиси $(-\sqrt{13})$ га тенг бўлган квадрат тенгламалар тузинг.

C

6.22. a параметрнинг қандай қийматларида берилган тенглама илдизларининг фақат биттаси нолга тенг бўлади:

1) $5x^2 - 2x + a - 3 = 0$;
2) $-7x^2 + 2x + 3a - 3{,}9 = 0$;
3) $-x^2 + 4{,}6x + a^2 - 36 = 0$;
4) $x^2 - 23x + |a| - 4 = 0$?

6.23. 1) $6x^2 + (c^2 - 4)x + 18 = 0$;
2) $3x^2 - (2c^2 + 4c)x - 24 = 0$;
3) $(c - 2)x^2 + 2(c^2 - 4)x + 8 = 0$;
4) $(c + 3)x^2 + 2(c^2 + 3c)x - 18 = 0$

тенгламалар c параметрнинг қандай қийматларида чала квадрат тенглама бўлади?

Тенгламаларни ечинг **(6.24-6.25)**:

6.24. 1) $x^2 - 3|x| = 0$; 2) $3x^2 + 2|x| = 0$; 3) $x|x| - 3{,}8x = 0$;
4) $4x^2 + 5|x| - x = 0$; 5) $x^2 - 3|x| + 7x = 0$; 6) $5x|x| - 35x = 0$.

6.25. 1) $x^2 - 3x|x| - 8 = 0$;
2) $4x^2 + 5|x|x - 12 = 0$;
3) $x|x| - 3{,}8x^2 = 0$;
4) $4x^2 + 5|x|x - 9 = 0$;
5) $x^2 - 8\frac{|x|}{x} + 2 = 0$;
6) $5x|x| - 8\frac{|x|}{x} = 0$.

Такрорлаш

6.26. 1) $x^2 - 12x + 39$;
2) $x^2 - 4x - 9$;
3) $2x^2 - 24x + 36$;
4) $-x^2 - \frac{1}{4}x + 7\frac{3}{5}$;
5) $-3x^2 - 1\frac{2}{3}x + 39$;
6) $-5x^2 - 7x + 4{,}5$

ифодаларни иккиҳаднинг йиғиндиси ёки айирмаси кўринишида ёзинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.27. Берилган алгебраик касрларнинг маҳражидаги бўлимини иррационалликдан қутқаринг:

1) $\frac{4}{3\sqrt{5}}$; 2) $\frac{a+3}{\sqrt{a-2}}$; 3) $\frac{a^3+3,8}{\sqrt{a^2-5}}$;

4) $\frac{a^2-4}{\sqrt{2-a}}$; 5) $\frac{c-8}{\sqrt{c}-3}$; 6) $\frac{c^2-16}{\sqrt{c}+2}$.

6.28. 1) $x = 2,36$; 2) $x = 6$;

3) $x = 18$; 4) $x = 3,44$

бўлса, $\frac{x^2-8x+16}{x-4} + \sqrt{x-2}$ ифоданинг қийматини топинг.

6.29. 1) $5\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{75}$;

2) $(4\sqrt{3} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - 4\sqrt{6}$;

3) $(6\sqrt{5} - \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5} - 4,4$ ифодани соддалаштиринг.

6.30. Қулай усул билан ҳисобланг:

1) $\frac{5^8-1}{313 \cdot (25^2-1)}$; 2) $\frac{3^{12}-1}{365 \cdot (9^3-1)}$; 3) $\frac{76^3+57^3}{76^2-76 \cdot 57+57^2}$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

6.31. Берилган ифодани иккиҳаднинг йиғиндиси ёки айирмасининг квадрати кўринишида ёзинг:

1) $x^2 - 8x + 39$;

2) $x^2 + 12x - 9$;

3) $2x^2 - 22x - 37$.

6.32. 1) $a = 2$, $b = -3$, $c = -4$; 2) $a = 3$, $b = -7$, $c = 12$ бўлганда, $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ бўлса, ифоданинг қийматини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7-§. КВАДРАТ ТЕНГЛАМАНИ ЕЧИШ

Квадрат тенгламақандай ечилади?

Аввалги параграфда чала квадрат тенгламаларни ечишни кўриб чиқдик. Энди тўла квадрат тенгламаларни ечишни кўриб чиқамиз.

1-теорема. $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тенгламанинг илдизлари* $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ *формула орқали ҳисобланади.*

Исботлаш. $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламанинг иккала томонини биринчи коэффициентга бўлиб, унга тенг кучли бўлган келтирилган $x^2 + \dfrac{b}{a}x + \dfrac{c}{a} = 0$ квадрат тенгламага эга бўламиз.

Ҳосил қилинган тенгламанинг чап томонидан иккиҳаднинг квадратини ажратамиз ва тенгламанинг иккала томонини ҳам иккинчи ҳаднинг квадрати билан тўлдириб, озод ҳадни тенгламанинг чап томонидан ўнг томонга ўтказамиз:

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

Энди $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формуладан фойдаланиб, тенгламанинг чап томонини иккиҳаднинг квадрати кўринишига келтирамиз: $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{c}{a}$.

Тенгламанинг ўнг томонини шакл алмаштирамиз. Бунинг учун $\dfrac{b}{2a}$ касрни иккинчи даражага кўтариб, касрларнинг айирмасини топамиз. У ҳолда $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

a нинг исталган қийматида $4a^2$ — мусбат сон, бундан $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ касрнинг ишораси унинг суратининг ишорасига, яъни $b^2 - 4ac$ ифоданинг ишорасига мос келади.

$b^2 - 4ac$ ифода $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *тенгламанинг дискриминанти* деб аталади.

"Дискриминант" сўзи лотин тилидан олинган бўлиб, ажратувчи деган маънони билдиради. Дискриминант D ҳарфи билан белгиланади. Демак, $D = b^2 - 4ac$ бўлади.

У ҳолда $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{D}{4a^2}$ келиб чиқади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тенгламанинг D га боғлиқ бўлган ечимларининг мумкин бўлган ҳолларини кўриб чиқамиз.

1) Агар $D > 0$ бўлса, у ҳолда тенгламанинг иккала томонидан квадрат илдиз чиқарамиз:

$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}$ ёки $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$. x ўзгарувчини топамиз:

$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$ ёки $x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$.

Тенгликнинг ўнг томонини умумий маҳражга келтирамиз:

$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ ёки $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Агар $D > 0$ бўлса, у ҳолда $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ ва $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Одатда, иккита ечим бирлаштирилиб, қисқа ёзув қўлланилади: $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, бу ерда $D = b^2 - 4ac$ эканлиги инобатга олинса, у ҳолда

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

бўлади, бу *квадрат тенглама илдизларининг формуласи* деб аталади.

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тенглама илдизларининг формуласи:
$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ёки $D = b^2 - 4ac$ эканлигидан, $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

2) Агар $D = 0$ бўлса, у ҳолда $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ тенглама $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ кўринишга келади.

Тенгламанинг иккала томонидан квадрат илдиз чиқарамиз: $x + \frac{b}{2a} = 0$ ёки $x = -\frac{b}{2a}$.

$D = 0$ бўлганда, $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламанинг ягона илдизи мавжуд бўлади: $-\frac{b}{2a}$. Бу илдизни квадрат тенглама илдизларин инг формуласи орқали топиш ҳам мумкин.

Квадрат тенгламаилдизлари формуласидан фойдаланиб, $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламанинг $D = 0$ бўлганда $-\frac{b}{2a}$ ягона илдизи мавжудлигига ишонч ҳосил қилинг.

3) Агар $D < 0$ бўлса, у ҳолда $\frac{D}{4a^2}$ касрнинг қиймати манфий, бундан $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ тенгламанинг илдизлари мавжуд бўлмайди.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шундай қилиб, дискриминантга боғлиқ бўлган $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) квадрат тенгламанинг иккита илдизи ($D > 0$), битта илдизи ($D = 0$) мавжуд бўлади ёки илдизлари мавжуд бўлмайди ($D < 0$).

Квадрат тенглама унинг илдизлари формуласидан фойдаланган ҳолда қуйидагича ечилади:

1) дискриминант топилиб, у ноль билан таққосланади;

2) агар дискриминант мусбат ёки нолга тенг бўлса, у ҳолда квадрат тенгламанинг илдизлари формуласидан фойдаланилади;

3) агар дискриминант манфий бўлса, у ҳолда тенгламанинг илдизи мавжуд бўлмайди.

Тушунтиринг

Мисол. $10x^2 + 10x + 0{,}475 = 0$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. Аввал дискриминантни топиб, уни ноль билан таққослаймиз: $D = 10^2 - 4 \cdot 10 \cdot 0{,}475 = 81$, $D > 0$.

Квадрат тенглама илдизларининг формуласидан $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ фойдаланамиз: $x_{1;2} = \frac{-10 \pm \sqrt{81}}{20}$, бундан $x_{1;2} = \frac{-10 \pm 9}{20}$.

Бундан

$$x_1 = \frac{-10 - 9}{20} = \frac{-19}{20} = -0{,}95 \text{ ёки } x_2 = \frac{-10 + 9}{20} = \frac{-1}{20} = -0{,}05.$$

Жавоб: $\{-0{,}05; -0{,}95\}$.

Тушунтиринг

$3x^2 + 12x + 12 = 0$ тенглама қандай ечилади?

Ечилиши. $x^2 + 4x + 4 = 0$, $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$, $D = 0$, $x = \frac{-4}{2} = -2$.

Жавоб: $\{-2\}$.

Тушунтиринг

$8x^2 + 12x + 20 = 0$ тенглама қандай ечилади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ечилиши. $2x^2 + 3x + 5 = 0$, $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -31$, $D < 0$.

Жавоб: $\varnothing$.

Иккинчи коэффициенти жуфт сон бўлган квадрат тенглама илдизларининг формуласини бошқача кўринишда ёзиш қулай.

2-теорема. $ax^2 + 2kx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тенгламанинг илдизлари* $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$ *формула орқали ҳисобланади.*

Исботлаш. Квадрат тенглама илдизларининг формуласига кўра

$$x_{1;2} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$ бўлади.

$ax^2 + 2kx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тенглама илдизларининг формуласи: $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$ ёки $D = k^2 - ac$ эканлигидан, $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{D}}{a}$.

Тушунтиринг

$15x^2 - 16x + 4 = 0$ тенглама қандай ечилади?

Ечилиши. $a = 15$, $k = -8$, $c = 4$.

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{15} = \frac{8 \pm 2}{15}.$$

$$x_1 = \frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{2}{5}.$$

Жавоб: $\left\{\frac{2}{3}; \frac{2}{5}\right\}$.

Агар тенгламанинг иккала томони нолдан фарқли бир хил сонга кўпайтирилиб, уни бутун коэффициенти бўлган тенглама кўринишига келтирилса, у ҳолда каср коэффициентликвадрат тенгламани ечиш осон эканлигига ишонч ҳосил қилинг.

$2\frac{2}{3}x^2 + 3\frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3} = 0$; $0{,}05x^2 - 0{,}7x + 2 = 0$ тенгламани ечинг.

Агар тенгламанинг таркибида ўзгарувчилар ва сонлар бор бўлса, у ҳолда бундай тенгламалар *параметрли тенгламалар* дейилади.

Ҳарфнинг ўрнига турли хил сонлар қўйилса, турли хил квадрат тенгламалар ҳосил бўлади. Параметрли тенгламаларни ечиш дейилганда параметрнинг қандай қийматида квадрат тенгламанинг битта ечими, иккита ечими ёки ечими мавжуд эмаслигини аниқлаш тушунилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалан, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ параметрли тенгламани ечамиз.

Ечилиши. $D = (3a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2a^2 = 9a^2 - 8a^2 = a^2$.

a нинг исталган қийматида $a^2 \geq 0$ эканлигидан тенгламанинг илдизи мавжуд.

Агар $a = 0$ бўлса, тенгламанинг $x = 0$ битта илдизи мавжуд.

Агар $a \neq 0$ бўлса, у ҳолда тенгламанинг иккита ечими мавжуд:

$$x_{1;2} = \frac{3a \pm \sqrt{a^2}}{2} = \frac{3a \pm |a|}{2}.$$

Агар $a > 0$ бўлса, у ҳолда тенгламанинг иккита ечими мавжуд: $x_{1;2} = \frac{3a \pm a}{2}$ ёки $x_1 = 2a$; $x_2 = a$.

Агар $a < 0$ бўлса, у ҳолда тенгламанинг иккита ечими мавжуд: $x_{1;2} = \frac{3a \pm a}{2}$ ёки $x_1 = 2a$; $x_2 = a$.

Жавоб: $a = 0$ бўлса, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ тенгламанинг ечими $\{0\}$; $a \neq 0$ бўлса, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ тенгламанинг ечими $\{2a; a\}$.

1. Қандай квадрат тенгламага квадрат тенглама илдизлари формуласини қўллаш мумкин?
2. Қандай квадрат тенгламага квадрат тенглама илдизлари формуласини қўллаш мумкин эмас?
3. Иккинчи коэффициенти жуфт сон бўлган квадрат тенглама илдизларини топишда қандай формуладан фойдаланиш мумкин?

Машқлар

A

7.1. Берилган квадрат тенгламанинг дискриминантини топиб, илдизларининг сонини курсатинг:

1) $x^2 - 6x + 2 = 0$; 2) $3x^2 + 8x - 1 = 0$;
3) $-x^2 + 8x + 3 = 0$; 4) $x^2 - 10x + 25 = 0$;
5) $2x^2 - x - 2\frac{1}{3} = 0$; 6) $x^2 + 16x + 64 = 0$.

7.2. 1) $3x^2 - 12x - 9 = 0$; 2) $-x^2 - 12x + 21 = 0$;
3) $2\frac{2}{7}x^2 - 1\frac{2}{7}x - \frac{1}{7} = 0$; 4) $-1{,}4x^2 + 21x + 2{,}7 = 0$;
5) $\frac{2}{9}x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0$; 6) $1\frac{3}{11}x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{4}{11} = 0$

квадрат тенгламанинг коэффициентларини атанг ва дискриминантини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.3. Иккиҳаднинг тўла квадратини ажратиб, берилган тенгламаларни ечинг:

1) $x^2 - 2x - 8 = 0$; 2) $2x^2 - 7x + 5 = 0$;
3) $-x^2 - 4x - 7 = 0$; 4) $3x^2 - 2x - 3 = 0$.

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(7.4—7.9)**:

7.4. 1) $x^2 - 6x + 8 = 0$; 2) $x^2 - 12x + 11 = 0$;
3) $3y^2 - 8y + 4 = 0$; 4) $-2y^2 + 9y - 10 = 0$.

7.5. 1) $x^2 - 14x - 32 = 0$; 2) $5x^2 - 12x + 7 = 0$;
3) $-2x^2 + x + 15 = 0$; 4) $4x^2 + x - 33 = 0$.

7.6. 1) $x^2 - x - 56 = 0$; 2) $-x^2 + x + 72 = 0$;
3) $x^2 + x - 90 = 0$; 4) $x^2 + x - 210 = 0$.

7.7. 1) $2x^2 - 7x + 6 = 0$; 2) $25x^2 + 90x + 81=0$;
3) $5x^2 - 12x + 4 = 0$; 4) $36x^2 - 84x + 49 = 0$.

7.8. 1) $0{,}25x^2 - x + 1 = 0$; 2) $7x^2 + 18x + 5 = 0$;
3) $-3x^2 + 11x + 4 = 0$; 4) $9x^2 - 4x - 2 = 0$.

7.9. 1) $3y^2 + 7y + 4 = 0$; 2) $3y^2 - 6y + 3 = 0$;
3) $9y^2 - 6y + 1 = 0$; 4) $2y^2 + 9y - 486 = 0$.

7.10. $ax^2 + 2kx + c = 0$, бунда $a \neq 0$, (тенгламанинг иккинчи коэффициенти жуфт сон бўлганда) квадрат тенгламанинг илдизларини топиш формуласидан фойдаланиб, қуйида берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг:

1) $3x^2 - 14x + 16 = 0$; 2) $4x^2 - 36x + 77 = 0$;
3) $5x^2 - 16x + 3 = 0$; 4) $7y^2 - 20y + 14 = 0$.

Берилган тенгламаларни ечинг **(7.11—7.14)**:

7.11. 1) $8x^2 - 12x + 36 = 0$; 2) $-x^2 - 6x + 19 = 0$;
3) $3x^2 + 32x + 80 = 0$; 4) $x^2 - 34x + 289 = 0$.

7.12. 1) $12y^2 + 16y - 3 = 0$; 2) $2y^2 - 5y - 3 = 0$;
3) $5a^2 + 9a + 4 = 0$; 4) $a^2 + 9a + 4 = 0$.

7.13. 1) $9x - 5x^2 = -2$; 2) $a^2 = 52a - 576$;
3) $-y^2 = 5y - 14$; 4) $c^2 - 25 = c - 5$.

7.14. 1) $25 = 26a - a^2$; 2) $a^2 = 4a + 96$;
3) $10 - 29a = 3a^2$; 4) $3c^2 + 3 = 10c$.

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(7.15-7.16)**:

7.15. 1) $(2y - 3) \cdot (5y + 1) = 2y + \frac{2}{5}$;
2) $-y \cdot (y + 7) = (2 + y) \cdot (y - 2)$;
3) $(3y - 1) \cdot (y + 3) = y(6y + 1)$;
4) $(y + 1) \cdot (y - 1) = 2(5y + 10{,}5)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.16. 1) $(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$; 2) $(2x - 3)^2 = 11x - 19$;
3) $15(x + 1)^2 = 15x^2 + 17$; 4) $(x - 2)^2 = -2x + 31$.

7.17. Берилган тенгламаларни ечинг:

1) $\frac{4a^2 - 1}{3} = (10a - 9)a$; 2) $\frac{a^2 + a}{2} = \frac{8a - 7}{3}$;

3) $11(a + 1) = \frac{a^2 - 1}{2}$; 4) $(2a - 1) \cdot (a - 5) = a^2 - 5$.

7.18. 1) $y(5y + 4) = (5y + 4)^2$; 2) $y(3y - 8) = (8 - 3y)^2$;

3) $\frac{y^2}{3} - 9 = -2y$; 4) $\frac{y^2 - 10}{3} = -y$

тенгликлар ўзгарувчининг қандай қийматларида тўғри бўлади?

В

7.19. Қуйидаги тенгламаларнинг илдизларидан бири 2 га тенг. Тенгламалардаги p параметрни топинг:

1) $px^2 - 2x + 3 = 0$; 2) $px^2 - 5x - 2 = 0$;
3) $x^2 - 2px + 6 = 0$; 4) $x^2 - 8px - 4{,}6 = 0$.

7.20. p параметрнинг қандай қийматида -3 сони қуйидаги тенгламаларнинг илдизи бўлади:

1) $2y^2 - 3y + 2p = 0$; 2) $-y^2 + 2y - 5p = 0$;
3) $-0{,}2y^2 = 3y + 4{,}6p$; 4) $-y^2 = -3{,}4y + 2{,}5p$?

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(7.21—7.25)**:

7.21. 1) $(a + c)x^2 + 2ax + a - c = 0$; 2) $acx^2 - (an + cp)x + np = 0$;
3) $x^2 + 2(n - p)x - 4np = 0$; 4) $2x^2 - (a - 2c)x - ac = 0$.

7.22. 1) $y^2 - (2a - 4)y - 8a = 0$; 2) $y^2 + (3p - 2)y = 6p$;
3) $px^2 - (p + 1)x + 1 = 0$; 4) $x^2 + 5ax - 6a^2 = 0$.

7.23. 1) $\frac{(y - 5)(y + 2)}{3} - \frac{11y + 12}{10} = 2 - \frac{y - 2}{3}$;

2) $\frac{y^2 + 3y}{5} = \frac{10 - y}{2} - \frac{3y^2 + 8y}{14}$.

7.24. 1) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{(x + 3)^2}{4} + 3x = \frac{(x - 3)^2}{8}$;

2) $\frac{(3x - 4)^2}{5} + \frac{(x - 1)(2x - 5)}{2} - 1 = \frac{(x + 2)^2}{5}$;

3) $\frac{(x - 7)(x - 3)}{2} - \frac{2x + 8}{5} = 6x - \frac{(5x - 3)^2}{2}$;

4) $\frac{11 - 14x + 3x^2}{14} + \frac{1 + x + x^2}{5} = \frac{x + 9}{2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.25. 1) $(2x - 1)^2(x + 5) = (4x + 5)(x + 1)^2$;

2) $(x - 5)^3(x - 1) - 49 = (x - 8)^2(x^2 - 2)$;

3) $9((3x - 4)^2 - (2x - 10)^2) = (5x - 14)^2(x + 6)^2$;

4) $3(4x^2 - 1)(5x + 3) = 8(4x^2 - 1)^2$.

7.26. Қуйидаги тенгликлардаги p ни n орқали ифодаланг:

1) $p^2 - 3pn - 4n^2 = 0$; 2) $p^2 + 5pn + 4n^2 = 0$;

3) $p^2 + 5pn - 6n^2 = 0$; 4) $21p^2 - 4pn - n^2 = 0$.

7.27. p параметрнинг қандай қийматларида $9y^2 + (p - 9)y - p - 6 = 0$ тенгламанинг илдизлари 1) ўзаро тенг; 2) модули бўйича тенг, бироқ ишоралари қарама-қарши бўлади?

C

7.28. Агар икки сон кўпайтмасининг улар квадратлари йиғиндисига нисбати 0,4 га тенг бўлса, у ҳолда берилган сонларнинг нисбатини топинг.

7.29. Агар икки сон йиғиндисининг квадрати ана шу сонлар айирмасининг тўла бўлмаган квадратидан 3 марта ортиқ бўлса, у ҳолда берилган сонларнинг нисбатини топинг.

7.30. 1) $x^2 - |x| - 6 = 0$; 2) $2x^2 + |x| - 1 = 0$;

3) $2x^2 - 3|x| - 2 = 0$; 4) $-x^2 - |x| + 12 = 0$

тенгламаларни график усул билан ечинг.

7.31. c параметрнинг қандай қийматларида берилган тенгламаларнинг битта илдизи мавжуд бўлади:

1) $4x^2 - 3x + c = 0$; 2) $2x^2 + 5x - 0{,}4c = 0$;

3) $-x^2 + 6x - 7c = 0$; 4) $-2x^2 - 3x + 5c = 0$?

7.32. 1) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$; 2) $x^2 - ax - 2a^2 = 0$;

3) $x^2 - 2(a + b)x + 4ab = 0$; 4) $x^2 - (3a - 2)x + 2a^2 - a - 3 = 0$

тенгламаларни ечинг.

7.33. 1) $2x^2 - 7x + p = 0$; 2) $4x^2 + 3x + 2p = 0$;

3) $7x^2 - 8x - 3p = 0$; 4) $-3x^2 - 6x + 2p = 0$

тенгламаларнинг илдизлари p параметрнинг қандай қийматларида ўзаро тенг бўлади?

Маълумки, $\frac{a + b}{2}$ сони a ва b сонларнинг ўрта арифметиги деб аталади. $\sqrt{a \cdot b}$ сони a ва b *мусбат сонларнинг ўрта геометриги* деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.34. 1) Иккита мусбат соннинг ўрта геометригининг ўрта арифметигига нисбати 0,6 га тенг бўлса, у ҳолда ушбу сонларнинг нисбатини топинг.
2) Агар иккита мусбат сон ўрта арифметигининг ўрта геометригига нисбати 2 га тенг бўлса, у ҳолда сонларнинг нисбатини топинг.

Такрорлаш

7.35. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\left(\frac{a}{a^2+2a+4}+\frac{a^2+8}{a^3-8}-\frac{1}{a-2}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{a^2-4}-\frac{2}{2-a}\right)$;

2) $\frac{a^3+4a^2+8a+8}{a^2+4-4a-a^3}\cdot\left(\frac{6a-a^2-4}{a^3-8}-\frac{1}{a-2}+\frac{a-2}{a^2+2a+4}\right)$.

7.36. $\frac{x+2y}{x}=5$ эканлиги маълум. Қуйидаги ифодалар қийматини топинг:

1) $\frac{4x-2y}{3x}$; 2) $\frac{5x-2y}{2x+y}$; 3) $\frac{4y^2-3xy}{x^2-2xy}$; 4) $\frac{-x+8y}{4x-3y}$.

7.37. Ҳисобланг:

1) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{20}\right)\cdot\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{3}\right)-4$;

2) $\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)-4{,}6$.

7.38. Тенгламалар системасини ечинг:

1) $\begin{cases}3x-2y=5,\\5x+2y=8;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}2x-3y=-4,\\1{,}5x+2y=7;\end{cases}$

3) $\begin{cases}3{,}6x+3{,}2y=5{,}6,\\5{,}2x+2{,}4y=8;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}3x-2y=5{,}3,\\2{,}5x+1{,}2y=7{,}8.\end{cases}$

7.39. 1) 2,14 ва 2,1(4); 2) 1,73 ва $\sqrt{3}$;

3) $-3\frac{3}{7}$ ва $-3\frac{4}{9}$; 4) $2-\sqrt{5}$ ва $1-\sqrt{2}$

сонларни таққосланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

7.40. Тенгламани ечинг ва унинг илдизлари йиғиндиси билан кўпайтмасининг қийматини топинг:

1) $7x^2-8x+1=0$; 2) $x^2+11x-12=0$; 3) $-2x^2-7x+9=0$.

7.41. 5 ва 7 сонлари илдизлари бўладиган чизиқли тенгламаларга мисоллар ёзинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8-§. ВИЕТ ТЕОРЕМАСИ

Виет теоремасидан қандай фойдаланилади?Квадрат тенглама илдизларининг йиғиндиси билан кўпайтмасининг қиймати нимага тенг?

Аввалги параграфда Сиз умумий кўринишдан $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламаси илдизлари формуласи билан танишдингиз. Агар x_1 ва x_2 орқали $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тенглама илдизлари белгиланса, у ҳолда $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ва $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ бўлади. Демак,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

Яъни, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ва $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тенгламасининг икки томон қисмини биринчи коэффициент a га бўлиб,

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \qquad (1)$$

келтирилган квадрат тенгламасини ҳосил қилиш мумкинлигини, шунингдек, келтирилган квадрат тенглама

$$x^2 + px + q = 0 \qquad (2)$$

кўринишида ёзилишини биламиз.

(1) ва (2) тенгламаларни таққосласак,

$$p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}$$

ҳосил бўлади. Юқорида $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ва $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ эканлиги аниқланди. Демак, $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ деб якунлаш мумкин.

Теорема. *Келтирилган квадрат тенглама учун унинг илдизлари йиғиндисининг қиймати қарама-қарши ишора билан олинган иккинчи коэффициентга, илдизларининг кўпайтмасининг қиймати озод ҳадга тенг бўлишига ишонч ҳосил қилинг.*

Теорема бўйича

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q.$$

Бу теорема *Виет теоремаси* деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Виет теоремасини мустақил ҳолда исботланг.

Агар квадрат тенгламанинг ягона илдизи мавжуд бўлса, у ҳолда унинг ўзаро тенг бўлган иккита илдизи мавжуд бўладидеб ҳисоблаб, Виет теоремасининг тўғрилигига ишонч ҳосил қилинг.

Виет теоремасига тескари теорема. *Агар икки сон йиғиндисининг қиймати $-p$ га тенг, кўпайтмасининг қиймати q га тенг бўлса, у ҳолда бу сонлар $x^2 + px + q = 0$ келтирилган квадрат тенгламанинг илдизлари бўлади.*

Мисол. Илдизларининг йиғиндиси 5 га, кўпайтмасининг қиймати 9 га тенг бўлган квадрат тенглама тузинг.

Ечилиши. Виет теоремасига кўра $x^2 + px + q = 0$ квадрат тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлса, у ҳолда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$.

Шартга кўра, $-p = 5$, $q = 9$ ни ҳосил қиламиз. Бундан берилган квадрат тенглама $x^2 - 5x + 9 = 0$ бўлади.

Жавоб: $x^2 - 5x + 9 = 0$.

Мисол. Агар икки сон йиғиндисининг қиймати 15 га, кўпайтмасининг қиймати 56 га тенг бўлса, у ҳолда берилган сонларни топинг.

Ечилиши. Мисолнинг шартига кўра квадрат тенглама тузиб, уни ечамиз. Қидирилаётган сонларни x_1 ва x_2 деб белгилаймиз. Виет теоремасига кўра $x^2 + px + q = 0$ квадрат тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлса, у ҳолда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$ га тенг.

Шартга кўра, $-p = 15$, $q = 56$ ҳосил қиламиз. Бундан $x^2 - 15x + 56 = 0$ квадрат тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлади. У ҳолда формула бўйича квадрат тенгламанинг илдизлари:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ёки } x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{15 \pm 1}{2}.$$

Демак, $x_1 = 7$, $x_2 = 8$.

Жавоб: 7 ва 8.

1. Қандай квадрат тенглама илдизлари йиғиндисининг қиймати 2 га, кўпайтмаси -5 га тенг бўлади?
2. Виет теоремасидан фойдаланиб, квадрат тенгламанинг илдизларини оғзаки (танлаб олиш усули билан) топишга мисол келтиринг.

Машқлар

A

8.1. Берилган тенгламалар илдизларининг йиғиндиси ва кўпайтмасининг қийматларини топинг:

1) $x^2 + 9x - 22 = 0$; 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $x^2 - x - 72 = 0$; 4) $-x^2 + 3{,}5x - 2 = 0$;
5) $-3x^2 - 8x + 80 = 0$; 6) $5x^2 + 9x - 18 = 0$.

Қуйидаги тенгламаларни ечинг **(8.2—8.5)**:

8.2. 1) $x^2 + 5x - 6 = 0$; 2) $x^2 - 9x + 18 = 0$;
3) $x^2 + 9x + 14 = 0$; 4) $x^2 - 4x + 5 = 0$.

8.3. 1) $3y^2 - 8y + 5 = 0$; 2) $2y^2 + 9y + 7 = 0$;
3) $67y^2 - 105y + 38 = 0$; 4) $67y^2 - 105y - 172 = 0$.

8.4. 1) $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$; 2) $x^2 - (\sqrt{2} - 2)x - 2\sqrt{2} = 0$;
3) $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$; 4) $x^2 - (2\sqrt{3} + 1)x + 2\sqrt{3} = 0$.

8.5. 1) $3y^2 + 7y - 5 = 3 \cdot \left(-\frac{11}{3}\right)^2 + 7 \cdot \left(-\frac{11}{3}\right) - 5$;

2) $4y^2 - 3y + 9 = 4 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) + 9$.

Илдизлари қуйида берилган сонлар бўладиган квадрат тенгламалар тузинг **(8.6—8.8)**:

8.6. 1) -5 ва -2; 2) -7 ва 2; 3) $2\frac{2}{7}$ ва 3;
4) $-5{,}4$ ва 8; 5) $1{,}2$ ва $4{,}5$; 6) 5 ва $23{,}2$.

8.7. 1) $\frac{4}{9}$ ва $\frac{4}{9}$; 2) $-3\frac{1}{4}$ ва $-3\frac{1}{4}$;
3) $5\frac{4}{7}$ ва $-5\frac{4}{7}$; 4) $-\sqrt{7}$ ва $\sqrt{7}$.

8.8. 1) $\sqrt{3}$ ва $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{5}$ ва $\sqrt{2}$;
3) $3 - \sqrt{7}$ ва $2\sqrt{7}$; 4) $-1 - \sqrt{7}$ ва $-1 + \sqrt{7}$.

8.9. Битта илдизи:
1) $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{7}$; 3) $1 + \sqrt{7}$; 4) $2 - \sqrt{3}$ ва коэффициентлари рационал сон бўладиган квадрат тенглама тузинг.

8.10. p параметрнинг қандай қийматларида $x^2 + px - 6 = 0$ тенгламанинг:
1) битта илдизи 2 га тенг;
2) ҳар хил иккита илдизи бўлади;
3) турли ишорали, модуллари бўйича илдизлари тенг бўлади?

B

8.11. $2x^2 + x + c = 0$ тенгламанинг битта илдизи 7,5 га тенг. c ни топинг.

8.12. $49x^2 - 4x + c = 0$ тенгламанинг битта илдизи иккинчисидан 3 марта ортиқ. c ни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8.13. Агар илдизларидан бири:

1) $-\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{7}$; 3) $3-\sqrt{5}$; 4) $-\sqrt{23}$; 5) $1-\sqrt{7}$; 6) $4-\sqrt{5}$

эканлиги маълум бўлса, у ҳолда рационал коэффициентли квадрат тенглама тузинг.

8.14. $9x^2 - cx + 12 = 0$ тенгламанинг бир илдизи иккинчисидан 3 марта ортиқ. c ни топинг.

8.15. $x^2 - 4ax + 8 = 0$ тенгламанинг бир илдизи иккинчисидан 2 марта ортиқ. a ни топинг.

8.16. 1) $x^2 - 12x - 24 = 0$; 2) $3x^2 - 12x + 4 = 0$;

3) $-x^2 - 7x + 4{,}8 = 0$; 4) $-3x^2 + 2{,}2x + 9{,}24 = 0$

тенгламани ечмай, улар илдизларининг (агар мавжуд бўлса) ишораларини аниқланг.

8.17. $cx^2 + x + 4 = 0$ тенгламанинг бир илдизи 5 га тенг. c ни топинг.

8.18. $px^2 - 5x + 8 = 0$ тенгламанинг бир илдизи иккинчисидан 4 марта ортиқ. p ни топинг.

8.19. $2ax^2 - 6x + 9 = 0$ тенгламанинг бир илдизи иккинчисидан 5 марта ортиқ. a ни топинг.

8.20. Агар илдизларидан бири:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; 2) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{13}-2\sqrt{2}}$;

4) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$; 5) $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{23}-2\sqrt{3}}$

эканлиги маълум бўлса, у ҳолда рационал коэффициентли квадрат тенглама тузинг.

8.21. 1) $m + n = 4$ ва $mn = 4$; 2) $m + n = -5$ ва $mn = 6$;

3) $m + n = 2$ ва $mn = -48$; 4) $m + n = -3$ ва $mn = -18$

шартларни қаноатлантирувчи $(m; n)$ сонлар жуфтини топинг.

8.22. $3x^2 + 8x - 1 = 0$ тенгламанинг илдизларини топмай, қуйидаги ифоданинг қийматини топинг:

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1x_2^3 + x_2x_1^3$; 3) $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$; 4) $x_1^4 + x_2^4$.

8.23. $2x^2 - 5x - 4 = 0$ тенгламанинг илдизларини топмай, қуйидаги ифоданинг қийматини топинг:

1) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$; 2) $x_1x_2^4 + x_2x_1^4$; 3) $\frac{x_1}{x_2^3} + \frac{x_2}{x_1^3}$.

8.24. $2x^2 - 5x + 1 = 0$ тенгламанинг илдизларини топмай, илдизлар квадратларининг айирмасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8.25. $2x^2 - 7x - 3 = 0$ тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлсин.

1) $x_1 - 2$ ва $x_2 - 2$; 2) $2x_1 + 3$ ва $2x_2 + 3$;

3) $\frac{1}{x_1}$ ва $\frac{1}{x_2}$; 4) $x_1 + \frac{1}{x_2}$ ва $x_2 + \frac{1}{x_1}$

ифодаларнинг қиймати илдизлари бўладиган квадрат тенглама тузинг.

8.26. $4x^2 - 6x - 1 = 0$ тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлсин.

1) $x_1x_2^2$ ва $x_2x_1^2$; 2) $\frac{1}{x_1^2}$ ва $\frac{1}{x_2^2}$;

3) $\frac{x_1}{x_2} + 1$ ва $\frac{x_2}{x_1} + 1$; 4) $\frac{2}{x_1^3} - 1$ ва $\frac{2}{x_2^3} - 1$

ифодаларнинг қиймати илдизлари бўладиган квадрат тенглама тузинг.

8.27. k нинг қандай қийматларида $x^2 + 3x + (k^2 - 7k + 12) = 0$ квадрат тенглама илдизларининг кўпайтмаси нолга тенг бўлади?

8.28. k нинг қандай қийматларида $x^2 + (k^2 + 4k - 5)x - k = 0$ квадрат тенглама илдизларининг кўпайтмаси нолга тенг бўлади?

C

8.29. $x^2 - 4x + a = 0$ тенглама илдизлари квадратларининг йиғиндисининг қиймати 16 га тенг. a ни топинг.

8.30. $x^2 - 2x + a = 0$ тенглама илдизлари квадратларининг йиғиндисининг қиймати 16 га тенг. a ни топинг.

8.31. a нинг қандай қийматларида $x^2 - 2a(x - 1) - 1 = 0$ тенглама илдизлари йиғиндисининг қиймати унинг илдизлари квадратлари йиғиндисининг қийматига тенг бўлади?

8.32. m параметрнинг қандай қийматларида $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$ тенглама илдизлари квадратлари йиғиндисининг қиймати энг кичик бўлади?

8.33. m параметрнинг қандай қийматларида $x^2 + (m - 1)x + m^2 - 1{,}5 = 0$ тенглама илдизлари квадратлари йиғиндисининг қиймати энг катта бўлади?

8.34. $x^2 - 3|x| + 1 = 0$ тенгламанинг барча илдизлари квадратларининг йиғиндиси қийматини топинг.

8.35. p ва q нинг қандай қийматларида $x^2 + px + q = 0$ тенгламанинг илдизлари $2p$ ва $\frac{q}{2}$ га тенг бўлади?

8.36. a параметрнинг қандай қийматларида $(a^2 - 5a + 3)x^2 + (3a - 1)x + 2 = 0$ квадрат тенглама илдизларидан бири иккинчисидан икки марта катта бўлади?

8.37. $x^2 - 5x + a = 0$ тенгламанинг илдизлари $x^2 - 7x + 3a - 6 = 0$ тенгламанинг илдизларидан 1 га кам эканлиги маълум. a ни ва ҳар бир тенгламанинг илдизларини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8.38. $x^2 - 13x + b = 0$ тенгламанинг илдизлари мос равишда $x^2 + ax + 6 = 0$ тенглама илдизларининг квадратларига тенг. a билан b ни ва ҳар бир тенгламанинг илдизларини топинг.

8.39. p параметрнинг қандай қийматларида $x^2 + (p^2 + 5p + 6)\,x = 0$ ва $x^2 + 2(p + 3)\,x + (p^2 - p - 12) = 0$ тенгламалар тенг кучи?

8.40. p параметрнинг қандай қийматларида $x^2 + (p^2 - p - 6)x = 0$ ва $x^2 + 2(p - 3)x + (p^2 - 7p + 12) = 0$ тенгламалар тенг кучи бўлади?

8.41. Агар $5x^2 - 18x + p = 0$ тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 ва $2x_1 + 5x_2 = 12$ бўлса, у ҳолда p ни топинг.

8.42. $x^2 + px + q = 0$ тенгламанинг илдизлари x_1 ва x_2 эканлиги маълум. Илдизлари:

1) $x_1 + 3$ ва $x_2 + 3$; 2) $4x_1$ ва $4x_2$; 3) $\frac{1}{x_1}$ ва $\frac{1}{x_2}$ бўлган квадрат тенглама тузинг.

Математика тарихидан маълумотлар

Ҳарфий ифода тушунчасини фанга XVI асрнинг таниқли математиги Франсуа Виет киритган.

Виет ўзининг алгебраик мулоҳазаларини “Аналитик моҳирликка кириш” асарида ёзган. Унда алгебрани математик ҳисоблаш усулига айлантиришни таклиф қилган Виет: “Барча математик олимлар алгебрада тенгсиз хазина борлигини билган, бироқ хазинанани қандай топишни била олмаган. Улар қанчалик мураккаб деб ҳисоблаган мисолларни биз моҳирлик орқали осон ечамиз”, — деб ёзган.

Франсуа Виет (1540—1603)

Квадрат тенгламани ечиш усуллари азалдан бизга маълум. Улар Вавилон қўлёзмаларида, Қадимги юнон математиги Евклиднинг (милоддан аввалги III аср) асарларида, Қадимги Хитой ва япон трактатларида учрайди.

Квадрат тенглама ечиш усуллари таниқли Ўрта Осиё математиги Ал Хоразмийнинг (XI аср) асарларида тўлиқ ёзилган. Унинг асарларидан бири “Ҳисоб ал-жабр ва ал-муқобала” деб аталади.

Ал Хоразмий (783—850)

Такрорлаш

8.43. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\left(\frac{a}{a^2 + 2a + 4} - \frac{1}{a - 2}\right) \cdot \left(\frac{a^2 + 2}{a^2 - 1} - \frac{2}{1 - a}\right)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\left(\frac{a}{a^2+2a+4}+\frac{a^2+8}{a^3-8}+\frac{1}{2-a}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{a^2-4}+\frac{2}{a-2}\right)$;

3) $\frac{4x-2y}{y}-\frac{5x-2y}{2x+y}$;

4) $\frac{4x^2-3xy}{y}\cdot\frac{5x-2y}{2x+y}-3$.

8.44. Касрнинг маҳражини иррационалликдан қутқаринг:

1) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$; 2) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; 3) $\frac{x^2-9}{2-\sqrt{1+x}}$;

4) $\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$; 5) $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$; 6) $\frac{x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-2x}}$.

8.45. Ифодани соддалаштиринг:

1) $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{3}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{32}-\sqrt{7}$;

2) $\frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}+\sqrt{28}+2$;

3) $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}-\frac{3}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{44}+3\sqrt{12}$;

4) $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{2}+1}-\sqrt{8}-\sqrt{28}-3$.

8.46. Янги уй ошхонасидаги узунлиги 6 м ва баландлиги 80 см бўлган девор бўлагига кафель ёпиштириш керак.

1) Агар бир қутида ўлчовлари 25x30 см бўлган кафелдан 20 дона ва ташиш давомида ҳамма кафелнинг 8% и яроқсиз бўлса, у ҳолда девор бўлаги учун неча қути кафель керак бўлади?

2) Битта кафель нархи 90 тг ва елим нархи 720 тг бўлса, у ҳолда керакли кафелни сотиб олиш учун неча тенге керак?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

8.47. Кўпайтмани кўпҳад кўринишида ёзинг:

1) $(x-2)(x+7)$; 2) $(3x-2)(x-4)$; 3) $(4-3x)(2x+5)$.

8.48. Иккиҳаднинг квадратини ажратинг:

1) $x^2+6x+11$; 2) $x^2-8x+15$;

3) $x^2-3x+12$; 4) x^2-5x-7.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9-§. КВАДРАТ УЧҲАД

Квадрат учҳаднинг илдизи нима?

$ax^2 + bx + c$ кўринишдаги кўпҳад *квадрат учҳад* деб аталади, бу ерда x — ўзгарувчи, a, b, c — исталган сонлар — квадрат учҳаднинг коэффициентлари ва $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўпҳаднинг даражаси нечага тенг?

Квадрат учҳад *иккинчи даражали учҳад* деб ҳам аталади, чунки бу учҳад иккинчи даражали кўпҳад ҳисобланади.

$ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги *квадрат учҳаднинг илдизи* деб ана шу квадрат учҳаднинг қийматини нолга айлантирадиган ўзгарувчи x нинг қийматига айтилади.

Тушунтиринг

Нима учун 3 ва -2 сонлари $x^2 - x - 6$ квадрат учҳаднинг илдизи бўлади?

Квадрат учҳаднинг илдизларини топиш учун уни нолга тенглаштириб, ҳосил қилинган квадрат тенгламанинг илдизларини топиш керак.

Квадрат учҳадни қандай кўпайтувчиларга ажратиш мумкин?

Теорема. *Агар $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги квадрат учҳаднинг илдизлари x_1 ва x_2 бўлса, у ҳолда $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ айниият тўғри бўлади.*

Исботлаш. $ax^2 + bx + c$ (бу ерда $a \neq 0$) ифодани шакл алмаштирамиз. Аввал a кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$$ax^2 + bx + c = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right).$$

Виет теоремасига кўра $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ дан фойдаланамиз:

$$a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a \cdot (x^2 + (-(x_1 + x_2)) \cdot x + x_1 \cdot x_2).$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Энди қавсларни очамиз. У ҳолда

$a \cdot (x^2 + (-(x_1 + x_2)) \cdot x + x_1 \cdot x_2) = a \cdot (x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2)$.

Қавс ичидаги биринчи ва иккинчи ҳамда учинчи ва тўртинчи ҳадларини гуруҳлаб, умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарамиз:

$a \cdot (x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2) = a \cdot (x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1))$ ҳосил қиламиз.

Ушбу тенгликдаги $(x - x_1)$ умумий кўпайтувчини қавсдан ташқарига чиқарсак,

$a \cdot (x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1)) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ ҳосил бўлади.

Демак, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Мисол. $x^2 + 4x - 21$ квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратамиз.

Ечилиши. Аввал $x^2 + 4x - 21 = 0$ тенгламани ечиб, $x_1 = 3$ ва $x_2 = -7$ ни ҳосил қиламиз. Энди квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратиш формуласидан фойдаланамиз. У ҳолда

$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$, чунки $a = 1$.

Энди берилган $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ квадрат учҳаднинг илдизларидан бири x_1 бўлса, у ҳолда қандай ҳолда $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1)^2$ кўринишда бериш мумкин?

Тушунтиринг

$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8}$ каср қандай қисқартирилган?

Ечилиши. $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8} = \frac{(x + 2)(x + 3)}{(x + 2)(x + 4)} = \frac{x + 3}{x + 4}$.

1. Квадрат учҳадни кўпайтувчиларга қандай ажратиш мумкин?
2. Квадрат учҳад ҳамма вақт кўпайтувчиларга ажратиладими?

Машқлар

A

9.1. $-2; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 7; 2 - \sqrt{7}; -3 + \sqrt{7}$ сонлардан қайсилари:

1) $x^2 - 2x - 8$; 2) $x^2 - 4x$;
3) $x^2 - 4x - 1$; 4) $x^2 + 6x + 2$

квадрат учҳаднинг илдизлари бўлади?

9.2. 1) $x^2 - 7x + 8$; 2) $x^2 - 12x + 18$; 3) $-x^2 - 11x + 38$;
4) $x^2 + 18$; 5) $x^2 - 12x$; 6) $-x^2 + 18x$

квадрат учҳаднинг илдизлари мавжудми?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Берилган квадрат учҳаднинг илдизларини топинг **(9.3—9.5)**:

9.3. 1) $x^2 - 7x$; 2) $x^2 - 7$; 3) $3x^2 - 27$;
4) $-2x^2 + 72$; 5) $0,5x^2 - 128$; 6) $-\frac{2}{5}x^2 + 4x$.

9.4. 1) $3x^2 + 54$; 2) $-0,4x^2 - 7x$; 3) $x^2 - 7x - 8$;
4) $x^2 + 7x - 8$; 5) $-x^2 + 8x - 15$; 6) $-2x^2 + 7x - 18$.

9.5. 1) $-3x^2 + 6x + 18$; 2) $10x^2 + 3x - 18$;
3) $-2x^2 + 9x - 8$; 4) $-\frac{1}{4}x^2 + 7x - 2$.

Квадрат учҳадлардан иккиҳаднинг квадратини ажратинг **(9.6—9.8)**:

9.6. 1) $x^2 + 6x - 18$; 2) $x^2 + 8x - 11$; 3) $x^2 + 5x - 8$;
4) $x^2 + 7x - 1$; 5) $-x^2 + 7x - 12$; 6) $-x^2 + 8x + 8$.

9.7. 1) $2x^2 + 5x - 18$; 2) $4x^2 + 7x - 8$; 3) $5x^2 + 9x - 8$;
4) $0,2x^2 + 6x - 18$; 5) $\frac{1}{4}x^2 + 7x - 1$; 6) $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$.

9.8. 1) $-2x^2 + 5x - 17$; 2) $-2x^2 + 7x - 11$;
3) $2x^2 - 7x - 13$; 4) $-3x^2 + 7x - 21$;
5) $-0,2x^2 + 7x - 18$; 6) $-2,5x^2 + 5x - 15$.

В

9.9. 1) $x^2 + 4x + 17$; 2) $x^2 - 6x + 17$;
3) $x^2 - 8x + 17$; 4) $x^2 - 5x + 17$

квадрат учҳадларнинг x нинг исталган қийматларида мусбат қийматлар қабул қилишини исботланг.

9.10. 1) $-x^2 - 6x - 17$; 2) $-x^2 + x - 7$;
3) $-x^2 + 4x - 7$; 4) $-x^2 + 6x - 27$

квадрат учҳадларнинг x нинг исталган қийматларида манфий қийматлар қабул қилишини исботланг.

9.11. 1) $-2x^2 + 5x - 27$; 2) $x^2 - 11x - 12$;
3) $-2x^2 + 7x - 13$; 4) $-3x^2 + 7x - 21$;
5) $-2,5x^2 + 5x - 15$; 6) $-0,2x^2 + 7x - 18$

квадрат учҳадлар x нинг қандай қийматларида нолга тенг бўлади?

9.12. 1) $x^2 + 4x - 21$; 2) $x^2 + 10x + 21$;
3) $-x^2 + 2x - 7$; 4) $6x^2 - 13x + 6$

квадрат учҳадлар x нинг қандай қийматларида номанфий қийматлар қабул қилади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Қуйида берилган квадрат учҳадларни кўпайтувчиларга ажратинг **(9.13—9.17):**

9.13. 1) $x^2 - 5x + 6$; 2) $x^2 + 5x + 6$; 3) $x^2 - 2x - 8$;
4) $x^2 - 8x + 15$; 5) $x^2 - 14x + 40$; 6) $x^2 + 11x + 30$.

9.14. 1) $7x^2 + x - 8$; 2) $5x^2 + 8x + 3$;
3) $-2x^2 + 7x - 3$; 4) $2x^2 - 2x + 0{,}25$.

9.15. 1) $-4x^2 - 7x + 2$; 2) $-2x^2 - 12x + 14$;
3) $-2x^2 + 5x + 7$; 4) $-11x^2 + 3x + 14$.

9.16. 1) $3a^2 - 11a - 32$; 2) $7 + 2a^2 - 8a$;
3) $2a^2 - 7a + 3$; 4) $-2a^2 + 9a + 5$.

9.17. 1) $3 - 5n - n^2$; 2) $2 - 3n - 2n^2$;
3) $-11n^2 + 3n + 14$; 4) $-\frac{2}{3}n^2 + 4n - 6$.

Қуйида берилган касрларни қисқартиринг **(9.18-9.19):**

9.18. 1) $\frac{a^2 - a - 56}{a - 8}$; 2) $\frac{a^2 + 6a - 27}{a + 9}$; 3) $\frac{a^2 + 3a}{2a^2 + 7a + 3}$; 4) $\frac{2 + 3a}{3a^2 - 13a - 10}$.

9.19. 1) $\frac{a - 1}{7a^2 + a - 8}$; 2) $\frac{3a - 2}{3a^2 + 4a - 4}$; 3) $\frac{a^2 - 4a}{2a^2 - 7a - 4}$; 4) $\frac{2a - a^2}{2a^2 - 8a + 4}$.

Қуйида берилган ифодаларни кўпайтувчиларга ажратинг **(9.20—9.24):**

9.20. 1) $14y + 5y^2 - y^3$; 2) $-35y + 2y^2 + y^3$;
3) $-20y + y^2 + y^3$; 4) $14y + 3y^2 - 11y^3$.

9.21. 1) $2a^3 + 5a^2 + 2a$; 2) $a^3 - a^2 - 42a$;
3) $-6a^3 + 13a^2 - 6a$; 4) $-9a^3 + 12a^2 - 4a$.

9.22. 1) $2x^3 - 5x^2 - 7x$; 2) $-2x^3 + 5x^2 + 7x$;
3) $-2x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x$; 4) $-6x^3 + 7x^2 - 2x$.

9.23. 1) $x^2 \cdot (x - 5)^3 - 36x + 180$; 2) $81(x - 1)^3 + 4x^4 - 4x^5$.

9.24. 1) $a^3 + 9a^2 - 4a - 36$; 2) $a^4 - 2a^3 + a^2 - 36$.

C

Қуйида берилган касрларни қисқартиринг **(9.25—9.27):**

9.25. 1) $\frac{a^2 - 9}{5a^2 - 13a - 6}$; 2) $\frac{4 - a^2}{7a^2 - 9a - 10}$;
3) $\frac{(a - 1)^2 - 1}{3a^2 - 11a + 10}$; 4) $\frac{a^2 - 8a - 9}{a^2 - 6a - 27}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.26. 1) $\frac{x^2-9x-22}{x^2-8x-33}$; 2) $\frac{x^2-8x+15}{-x^2+5x-6}$; 3) $\frac{-2x^2+12x-18}{x^2+4x-21}$; 4) $\frac{2x^2-3x-2}{2x^2-5x-3}$.

9.27. 1) $\frac{-x^2-5x-4}{x^2+8x+16}$; 2) $\frac{5x^2+x}{3-10x^2+13x}$; 3) $\frac{5x^2+8x+3}{14-11x^2+3x}$; 4) $\frac{9x^2-1}{6x^2+x-1}$.

9.28. $x = 1{,}5;\ -2;\ 5{,}2$ бўлса, қуйида берилган касрларнинг қийматини топинг:

1) $\frac{9-x^2}{-5x^2+13x+6}$; 2) $\frac{x^2-7x-18}{5x^2-13x-6}$; 3) $\frac{x^2-7x-8}{5x^2-3x+8}$; 4) $\frac{2x^2-8x}{x^2-3x-4}$.

9.29. 1) $\frac{3}{7}x^2-2\frac{1}{7}x-1$; 2) $\frac{2}{5}x^2-2\frac{4}{5}x+1$;

3) $-\frac{2}{7}x^2+\frac{1}{7}x+2$; 4) $-\frac{1}{5}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{3}{5}$

квадрат учҳадларнинг илдизларини топинг ва уларни Виет теоремасидан фойдаланиб текширинг.

9.30. 1) $14x^2+19x-3$ ва $-14x^2+37x-5$;
2) $-15x^2+4x+4$ ва $15x^2+x-2$
квадрат учҳадларнинг умумий илдизи мавжудлигини исботланг.

9.31. a параметрнинг қандай қийматларида иккиҳадлар умумий илдизга эга бўлади:

1) x^2+ax ва x^2-9; 2) x^2-a ва x^2+6x;
3) $2x^2+3ax$ ва $4x^2-9$?

Такрорлаш

9.32. 1) $\frac{x^2-1}{2}-11x=11$; 2) $\frac{x^2+x}{2}=\frac{8x-7}{3}$; 3) $\frac{2x^2-x-0{,}5}{2}=\frac{8x-1}{4}$

тенгламаларни ечинг.

9.33. 1) $4x^2+2xy-6x-3y$; 2) $4a^3+2c^3-2a^2c-4ac^2$
кўпҳадларни кўпайтувчиларга ажратинг.

9.34. 1) $f(x)=0{,}4x+3{,}1$ ва $g(x)=-0{,}8x+3{,}6$;
2) $f(x)=-0{,}8x+5{,}3$ ва $g(x)=1{,}2x+2{,}3$;
3) $f(x)=0{,}2x-5{,}2$ ва $g(x)=-1{,}8x-0{,}4$
функциялар графикларининг кесишиш нуқтаси қайси координаталар чорагида жойлашган?

9.35. 1) $f(x)=2x+3{,}1$; 2) $f(x)=-1{,}4x+3$; 3) $f(x)=3x-3{,}4$;

4) $f(x)=0{,}75x^2$; 5) $f(x)=-0{,}75x^2$; 6) $f(x)=1\frac{1}{3}x^2$

функцияларнинг графигини ясанг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.36. Саёҳатчининг базагача s (километрларда) юрган йўли узунлигининг t (соатларда) ҳаракат вақтига боғланиш формуласи берилган:

$$s = \begin{cases} 12t, & \text{бунда} \quad 0 \leqslant t < \frac{5}{6}, \\ 10t, & \text{бунда} \quad \frac{5}{6} \leqslant t < 3, \\ -3t + 13, & \text{бунда} \quad 3 \leqslant t \leqslant 4. \end{cases}$$

$s(0)$; $s(0{,}5)$; $s(1)$; $s(1{,}5)$; $s(2)$; $s(3)$ ни топинг. $y = s(t)$ функциянинг графигини ясанг. График ёрдамида саёҳатчининг ҳаракатини тавсифланг.

9.37. 1) $f(x) = -2x + 4$ ва $f(x) = x^2$;

2) $f(x) = |x - 2|$ ва $f(x) = 2x^2$

функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

9.38. x нинг қандай қийматларида ифода маънога эга бўлмайди:

1) $\frac{2x - 1}{x + 3}$;

2) $\frac{5x + 11}{x - 3} + \frac{1}{x + 2}$;

3) $\frac{x - 31}{x - 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$;

4) $\frac{\sqrt{x + 1} + 11}{x - 4} + \frac{1}{x + 3}$?

9.39. Ифодани соддалаштиринг ва қийматини топинг:

1) $\frac{3n + x}{nx} - \frac{1}{n - x} \cdot \left(\frac{n}{x} - \frac{x}{n}\right) - \frac{3}{n}$, бунда $x = 4$; $n = -0{,}4$;

2) $\frac{2a - x}{ax} - \frac{1}{a + x} \cdot \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}\right) + \frac{1}{a} \cdot \frac{x - a}{2}$, бунда $a = 0{,}3$; $x = -2$;

3) $\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{x - a}\right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + a^2}{x + a}\right) : \frac{1}{x} + a$, бунда $x = 2{,}3$; $a = -1{,}4$.

9.40. Тенгламани ечинг:

1) $3 + 2x - x^2 = 0$;

2) $5x^2 + 7 = 3(2 - 3x)$;

3) $2x^3 + 7x^2 - 5 = x^2(2x + 3)$;

4) $x^2 + 7 = 3x(3 - x)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10-§. КАСР-РАЦИОНАЛ ТЕНГЛАМАЛАР

Каср-рационал тенгламаларқандай ечилади?

Сиз $P(x) = Q(x)$ кўринишдаги (бу ерда $P(x)$ ва $Q(x)$ — бутун рационал) тенгламаларни ечишни ўргандингиз. Бундай тенгламалар *бутун рационал тенгламалар* деб аталади. Айрим тенгламалар бутун рационал ифодалар билан бир қаторда каср-рационал ифодалардан ташкил топган бўлиши мумкин. Бундай ҳолда тенглама *каср-рационал тенглама* деб аталади.

$P(x) = 0$ ($P(x)$ — каср-рационал ифода) кўринишдаги тенглама *каср-рационал тенглама* деб аталади.

Масалан, $x - 3 = 0$ ва $x^2 + \frac{1}{2}x = 1{,}5$ — бутун тенгламалар, $\frac{x+1}{x-3} = \frac{2x+5}{x-3}$ ва $x + \frac{4}{x+3} = 3x - 15$ — каср-рационал тенгламалар. Каср-рационал тенгламаларни ечишнинг муайян алгоритми мавжуд.

Мисол кўриб чиқамиз.

Мисол. $\frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. $x \neq 1$, чунки $x = 1$ бўлган қийматида чап томондаги каснинг маҳражи нолга тенг бўлади. Берилган тенгламани ечиш учун касрларнинг умумий маҳражини топиб, тенгламанинг иккала томонини умумий маҳражга келтирамиз:

$$\frac{9(x^2-5)}{9(x-1)} = \frac{(7x+10)(x-1)}{9(x-1)}.$$

Касрларнинг хоссасига кўра касрлар маҳражлари тенг бўлса, уларнинг суратлари ҳам тенг бўлади. У ҳолда берилган тенгламага тенг кучли $9(x^2 - 5) = (7x + 10)(x - 1)$ бутун рационал тенглама ҳосил бўлади. Ҳосил бўлган тенгламанинг илдизлари берилган тенглама илдизлари ҳам бўлади.

Охирги тенгламанинг қавсларини очиб, ўхшаш қўшилувчиларни ихчамлагандан кейин

$$9x^2 - 45 = 7x^2 + 3x - 10$$

ёки $2x^2 - 3x - 35 = 0$ тенгламани ҳосил қиламиз. Охирги тенгламанинг илдизлари $x_1 = -3{,}5$ ва $x_2 = 5$. Текширишларни бажариб, олинган қийматлар тенгламанинг илдизлари бўлишига ишонч ҳосил қиламиз.

Жавоб: $x_1 = -3{,}5$; $x_2 = 5$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Каср-рационал тенгламаларни ечишда касрнинг маҳражини нолга айлантирувчи илдизлар ҳосил бўлиши мумкин. Бундай илдизлар *чет илдизлар* деб аталади.

Каср-рационал тенгламаларни ечиш алгоритми::

1) ўзгарувчининг мумкин бўладиган қийматлар тўпламини топиш;

2) тенгламадаги касрларнинг умумий маҳражини топиш;

3) тенгламанинг иккала томонини умумий маҳражга келтириш;

4) суратларини тенглаштириш орқали бутун рационал тенглама ҳосил қилиш;

5) тенгламани ечиш;

6) топилган илдизлар ичидан чет илдизларни олиб ташлаш.

Мисол. $\frac{3x^2 - 28}{x(x-7)} = \frac{x+10}{x-7}$ ечамиз.

Ечилиши. Умумий маҳраж $x(x-7)$ ифода бўлади. Тенгламанинг иккала томонини умумий маҳражга келтирамиз: $\frac{3x^2 - 28}{x(x-7)} = \frac{x^2 + 10x}{x(x-7)}$.

Бундан $3x^2 - 28 = x^2 + 10x$ ёки $2x^2 - 10x - 28 = 0$ ёки $x^2 - 5x - 14 = 0$. Охирги тенгламанинг илдизлари: -2 ва 7. Тенглама берилган касрларнинг $x = 0$ ва $x = 7$ қийматларида маънога эга бўлмайди, яъни 7 сони чет илдиз. Демак, берилган тенгламанинг -2 га тенг бўлган ягона илдизи мавжуд.

Жавоб: -2.

Тушунтиринг

$\frac{x^3}{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2} - x = 0$ тенглама қандай ечилган?

Ечилиши. $\frac{1/x^3}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-2/x}{x+2} - \frac{x^2-4}{x} = 0.$

$\frac{x^3 - x^2 + 2x - x^3 + 4x}{x^2 - 4} = 0.$ $\frac{-x^2 + 6x}{x^2 - 4} = 0.$ $\frac{-x(x-6)}{x^2 - 4} = 0.$

Сурати нолга тенг, маҳражи эса нолга тенг бўлмаган ҳолдагина касрнинг қиймати нолга тенг бўлади.

$-x = 0$ ёки $x - 6 = 0$. $x \neq \pm 2$; $x_1 = 0$ ёки $x_2 = 6$.

Жавоб: $\{0; 6\}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. Шакл алмаштиришлар натижасида каср-рационал тенгламани квадрат тенглама билан алмаштирамиз. Ушбу тенгламалар ҳамма вақт тенг кучли бўладими?
2. Касрнинг сурати нолга тенг бўлганда унинг қиймати нолга тенг бўлишини ҳисобга олсак, у ҳолда каср-рационал тенгламанинг илдизлари сони ўзгарадими?

Машқлар

A

10.1. Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг:

1) $\frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{x+3} = 0$; 2) $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{5x-6}{x^2-4} = 0$;

3) $\frac{x+2}{x} - \frac{5x+1}{x+1} = 0$; 4) $\frac{2x-1}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0$;

5) $\frac{2x^2}{x-2} + \frac{7x-6}{2-x} = 0$; 6) $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{2x-1}{3-2x}$.

Тенгламаларни ечинг **(10.2—10.9)**:

10.2. 1) $\frac{x^2}{x+4} - 2 = 0$; 2) $\frac{x^2}{2x+3} - \frac{x}{2} = 0$;

3) $\frac{x^2-4}{4} - \frac{2x+3}{2} = 0$; 4) $\frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0$.

10.3. 1) $\frac{x^2-2x}{x-1} - \frac{2x-1}{1-x} = 3$; 2) $\frac{x^2-2x+1}{x-3} + \frac{x+1}{3-x} = 4$;

3) $\frac{2}{x-4} + \frac{4}{x^2-4x} = 0{,}625$; 4) $\frac{36}{x^2-12x} - \frac{3}{x-12} = 3$.

10.4. 1) $\frac{2x-5}{x+5} + \frac{3x+4}{x+2} = 1$; 2) $\frac{3x+1}{x-3} + \frac{2x-3}{4x+3} = -7\frac{1}{11}$;

3) $\frac{4-3x}{x+1} + \frac{x+1}{4-3x} = \frac{50}{7}$; 4) $\frac{2x-5}{3x+1} + \frac{21x+7}{2x-5} = 8$.

10.5. 1) $\frac{2x}{x^2+2} = \frac{3x^2}{x^2+2}$; 2) $\frac{2x}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}$;

3) $\frac{4x}{x^2-9} = \frac{x^2+3}{x^2-9}$; 4) $\frac{3x-4}{x^2-16} = \frac{x^2}{x^2-16}$.

10.6. 1) $\frac{2}{x^2+10x+25} - \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x-5}$; 2) $\frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}$.

10.7. 1) $\frac{5}{x^2+2x+1} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{x-1}$; 2) $\frac{3}{x^2-6x+9} + \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x+3}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.8. 1) $\frac{3}{x^2-2x+1}+\frac{2}{1-x^2}=\frac{1}{x+1}$; 2) $\frac{4}{x^2+6x+9}-\frac{6}{9-x^2}=\frac{1}{x-3}$.

10.9. 1) $\frac{3x+1}{x+2}-1=\frac{x-1}{x-2}$; 2) $\frac{y+3}{y-3}+\frac{2y-2}{y+3}-5=0$;

3) $\frac{5}{1-3y}+\frac{4}{1+3y}=\frac{4}{9y^2-1}$; 4) $\boxtimes$ $=\frac{3y-2}{y}$.

10.10. x нинг қандай қийматларида $f(x)=\frac{2x-3}{x+2}$ функциянинг қиймати:

1) -3; 2) $-1{,}5$; 3) 0; 4) 5,5 ; 5) 7; 6) 10 га тенг бўлади?

10.11. x нинг қандай қийматларида $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x+3}$ функциянинг қиймати:

1) -4; 2) $-2{,}5$; 3) 0; 4) 6,5 ; 5) 7; 6) 12 га тенг бўлади?

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(10.12—10.15)**:

10.12. 1) $\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1}=\frac{2-x}{x+1}+\frac{3}{x-4}$; 2) $\frac{2}{2x-1}+\frac{3}{x-3}=\frac{1+x}{x-3}+\frac{x}{2x-1}$.

10.13. 1) $\frac{5}{2x+3}-\frac{2x-3}{x+2}=10$; 2) $\frac{x-3}{x}-\frac{x+5}{x-3}=3$.

10.14. 1) $(3x+1)^2+(4x-1)^2=(5x-2)^2$;

2) $(12x+1)^2+(5x-1)^2=(13x-1)^2$.

10.15. 1) $(x-1)\cdot\left(2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)=0$;

2) $x\cdot\left(1+\frac{5}{x-2}+\frac{1}{(x+1)\cdot(x-2)}\right)=0$.

10.16. 1) $\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x-3}=x$; 2) $\frac{x^2}{2x-1}=\frac{6x}{x-5}+x$

тенгламаларнинг барча номанфий илдизларини топинг.

10.17. 1) $\frac{5x^2+1}{2}=\frac{1+7x}{4}+\frac{1+8x}{9}$; 2) $\frac{3x^2+1}{2}=\frac{1+5x}{6}+\frac{1+7x}{8}$

тенгламаларнинг барча номанфий илдизларини топинг.

10.18. 1) $\frac{2}{x-5}+\frac{11}{x+4}=1$; 2) $\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-4}=3$

тенгламаларнинг мусбат илдизларини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.19. Берилган квадрат тенгламаларнинг мусбат илдизларини топинг:

1) $\frac{7}{x+5}+\frac{10}{3x+4}=2$; 2) $\frac{4}{x+3}+\frac{5}{2x+3}=2$; 3) $\frac{5}{x+2}+\frac{7}{2x+1}=2$.

10.20. 1) $\frac{3x+13}{x+1}-4=\frac{x+11}{x^2-1}$; 2) $\frac{2x+1}{x-2}+4=\frac{3x-1}{3-x}$;

3) $\frac{6x-2}{x+1}-1=\frac{3x-2}{2x-1}$

тенгламаларни ечинг ва текширинг.

10.21. 1) $y=\frac{1}{x}$ ва $y=1{,}25-x$;

2) $y=\frac{2x-3}{x+1}$ ва $y=3x-11$;

3) $y=\frac{x-3}{x+1}$ ва $y=x-1$ функциялар графикларининг кесишиш нуқтасининг координаталарини топинг.

В

10.22. 1) $\frac{5a-3}{a+1}$ ва [illegible]; 2) $\frac{2a-1}{a-1}$ ва $\frac{a+4}{a+1}$; 3) $\frac{2a+1}{a-2}$ ва $\frac{3a-1}{3-a}$ касрларнинг қиймати a нинг қандай қийматларида ўзаро тенг бўлади?

10.23. $y=\frac{5x+1}{x-3}$ ва $y=5$ функциялар графикларининг кесишмаслигини исботланг.

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(10.24—10.29)**:

10.24. 1) $\frac{7}{x+1}-\frac{x+4}{2-2x}=\frac{3x^2-38}{x^2-1}$; 2) $\frac{x+0{,}5}{9x+3}+\frac{8x^2+3}{9x^2-1}=\frac{x+2}{3x-1}$;

3) $\frac{x+3}{4x^2-9}-\frac{3-x}{4x^2+12x+9}=\frac{2}{2x-3}$;

4) $\frac{1-2x}{6x^2+3x}+\frac{2x+1}{14x^2-7x}=\frac{8}{12x^2-3}$.

10.25. 1) $\frac{30}{y^2-1}+\frac{7-18y}{y^3+1}=\frac{13}{y^2-y+1}$; 2) $\frac{1}{1-x}-\frac{2}{x^3+x+1}=\frac{2x+1}{1-x^2}$;

3) $\frac{17y-10}{y^2+y+1}-\frac{25}{y-1}=\frac{65}{y^3-1}$; 4) $\frac{x^2+x+16}{x^2-x+1}-\frac{36-x}{x^3+1}=\frac{x-6}{x+1}$.

10.26. 1) $\frac{3x+4}{x^2-2x}-\frac{1}{2-x}=\frac{3x-2}{x}$; 2) $\frac{3}{x^2-2x+4}+\frac{2}{x^3+8}=\frac{3}{2+x}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.27. 1) $\frac{13}{2x^2+x-21}-\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9}$;

2) $\frac{4}{x^2-16}-\frac{1}{16+8x+x^2}=\frac{10}{x^3-4x^2-16x+64}$.

10.28. 1) $\frac{1}{y-3}+\frac{1}{y}-\frac{4}{y-2}=0$; 2) $\frac{1}{2(y+1)}+\frac{1}{y+2}-\frac{3}{y+3}=0$.

10.29. 1) $\frac{x^3-8}{2x-4}+18=12x$; 2) $\frac{8x^3+27}{4x+6}-21=5x$;

3) $\frac{x^4-256}{16-x^2}-24=14x$; 4) $\frac{x^4-625}{25-x^2}+90=-8x$.

10.30. 1) $\frac{27x^3+125}{5+3x}=-(5+48x)$; 2) $4x+2{,}5=\frac{16x^4-1}{16x^2-4}$

тенгламаларнинг манфий илдизларини топинг.

10.31. 1) $\frac{x^3-125}{x-5}=8x+35$; 2) $\frac{x^3+64}{4x+16}=11-\frac{x}{4}$

тенгламаларнинг номанфий илдизларини топинг.

Қуйидаги тенгламаларнинг илдизларини топинг **(10.32—10.34)**:

10.32. 1) $\frac{5x^2-7x+2}{4x^2+x-5}=\frac{(4x-5)^2}{16x^2-25}$; 2) $\frac{3x^2+4x-4}{2x^2-x-10}=\frac{(2x+5)^2}{4x^2-25}$;

3) $\frac{9x^2-42x-15}{4x^2-21x+5}=\frac{(4x+1)^2}{16x^2-1}$.

10.33. 1) $\frac{5x^2-17x+12}{3x^2-x-2}=\frac{(3x-2)^2}{9x^2-4}$; 2) $\frac{3x^2+10x+8}{8x^2+18x+4}=\frac{(8x-2)^2}{64x^2-4}$;

3) $\frac{3x^2+4x-4}{2x^2+5x+2}=\frac{(2x-1)^2}{4x^2-1}$.

10.34. 1) $\frac{2x^2-3x-20}{6x^2-20x-16}=\frac{(6x-4)^2}{36x^2-16}$; 2) $\frac{x^2+x-12}{6x^2-10x-24}=\frac{(6x-8)^2}{36x^2-64}$;

3) $\frac{2x^2-7x+6}{3x^2-4x-4}=\frac{(3x-2)^2}{9x^2-4}$.

C

Қуйидаги тенгламаларни ечинг **(10.35—10.40)**:

10.35. 1) $\frac{6}{x^3-7x^2-7x+1}=\frac{8}{x^3-8x^2+x}+\frac{1}{x^2+x}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\dfrac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8}+\dfrac{x^2+2x+4}{x^3+2x^2+4x+8}=\dfrac{2x+2}{x^2-4}$.

10.36. 1) $\dfrac{38}{x^4-x^2+20x-100}=\dfrac{x+10}{x^2+x-10}-\dfrac{x+10}{x^2-x+10}$;

2) $\dfrac{4x}{8x^3+1}+\dfrac{1}{16x^4-4x^2+4x-1}=\dfrac{2}{4x^2+2x-1}$.

10.37. 1) $\dfrac{2x-7}{x^2-9x+14}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}=\dfrac{1}{x-1}$;

2) $\dfrac{2x+7}{x^2+5x-6}+\dfrac{3}{x^2+9x+18}=\dfrac{1}{x+3}$;

10.38. 1) $\dfrac{25}{4x^2+1}-\dfrac{8x+29}{16x^4-1}=\dfrac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1}$;

2) $\dfrac{x-1}{x^3+3x^2+x+3}+\dfrac{1}{x^4-1}=\dfrac{x+2}{x^3+3x^2-x-3}$.

10.39. 1) ☒ ;

2) $\dfrac{2x}{x^2+x-2}+\dfrac{2}{3(x^2-4x+3)}=\dfrac{5}{3(x^2-x-6)}$.

10.40. 1) $\dfrac{1-9x}{x^2+2x-3}-\dfrac{3x-1}{1-x}=\dfrac{2x}{x+3}$;

2) $\dfrac{3(2x^2-x-1)}{x^2+x-6}=1+\dfrac{4x}{x+3}$.

10.41. Параметрли тенгламаларни ечинг:

1) $\dfrac{x^2+(3-a)x-3a}{x^2-x-12}=0$; 2) $\dfrac{x^2-(a+1)x+2a-2}{3x^2-7x+2}=0$;

3) $\dfrac{x^2-(3b-1)x+2b^2-2b}{x^2-7x+6}=0$; 4) $\dfrac{x^2+(1-4b)x+3b^2-b}{2x^2+3x-5}=0$.

Такрорлаш

10.42. 1) $2x^2-13x-25=0$; 2) $3x^2-17x-18=0$;
3) $2x^2-15x-23=0$; 4) $5x^2-11x-19=0$
тенгламанинг илдизларидан ҳар бири қандай кетма-кет олинган бутун сонлар орасида жойлашган? (Сонлар оралиғини кўрсатинг).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.43. Иккинчи коэффициенти жуфт сон бўладиган квадрат тенгламаларни ечинг:

1) $7x^2 + 2x - 9 = 0$; 2) $5x^2 - 30x - 360 = 0$;
3) $9x^2 - 102x + 289 = 0$; 4) $7x^2 - 102x - 1067 = 0$.

10.44. Берилган функцияларнинг графикларини битта координаталар текислигида ясанг:

1) $y = -2x^2$ ва $y = \frac{3}{x-2}$;

2) $y = 0{,}5x^2$ ва $y = \frac{1}{x+2}$;

3) $y = -1{,}5x^2$ ва $y = \frac{1}{2x-4}$.

10.45. 1) $x^3 - 2x^2 - 8x$; 2) $x^3 - 1 - 2x^2 + 2x$;
3) $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$; 4) $x^4 - x^2 + 20x - 100$
кўпҳадларни кўпайтувчиларга ажратинг.

10.46. a параметрнинг қандай қийматларида:
1) $ax^2 - 4x + 3 = 0$; 2) $ax^2 - 2x - 8 = 0$;
3) $x^2 - 4x + 3a = 0$; 4) $x^2 - 4x + 12a = 0$
тенгламаларнинг ҳақиқий илдизи мавжуд бўлади?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

10.47. Агар $y = 2x + 1$ бўлса, у ҳолда $y - x - 4 = 0$ тенгламани ечинг.

10.48. $2y^2 - 5y + 3 = 0$ тенглама берилган. Агар $y = x$, $y = x^2$, $y = x^2 - 2x$, $y = \sqrt{x}$, $y = x$ бўлса, у ҳолда янги тенглама тузинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11-§. КВАДРАТ ТЕНГЛАМАГА КЕЛТИРИЛАДИГАН ТЕНГЛАМАЛАР

Тенгламани квадрат тенгламага қандай келтириш мумкин?

Сиз квадрат тенгламаларни ечишни ўргандингиз. Энди квадрат тенгламага келтириладиган тенгламаларнинг ечиш йўлларини кўриб чиқамиз. Бундай тенгламалардан бири — биквадрат тенгламалар.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ кўринишдаги тенгламалар (x — ўзгарувчи, a, b ва c — исталган сонлар ва $a \neq 0$) *биквадрат тенглама* деб аталади ("би" — икки, биквадрат — иккиланган квадрат деган маънони билдиради).

Биквадрат тенгламаларни ечиш учун янги ўзгарувчи киритиш усулидан фойдаланилади.

x ўзгарувчили баъзи бир ифодаларнинг ўрнига янги y ўзгарувчи киритилади, бундай усул янги ўзгарувчи киритиш усули деб аталади.

Биквадрат тенгламаларни ечиш учун x^2 ифоданинг ўрнига y ўзгарувчи киритилади. Бу ўзгарувчи тўртинчи даражали $ax^4 + bx^2 + c = 0$ тенгламанинг ўрнига унга тенг кучли $ay^2 + by + c = 0$ ва $x^2 = y$ тенгламаларни ечишга имкон яратади.

Мисол. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. Берилган тенгламани ечиш учун $y = x^2$ деб олиб, янги ўзгарувчи киритамиз.

У ҳолда $y^2 - 13y + 36 = 0$ квадрат тенглама ҳосил бўлади. Квадрат тенглама илдизлари формуласидан фойдаланамиз: $y_{1;2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$;

У ҳолда $y_1 = 9$, $y_2 = 4$. Энди x ўзгарувчига ўтамиз: $x^2 = 9$ ва $x^2 = 4$ бўлади. Бундан мос равишда $x_{1;2} = \pm 3$ ва $x_{3;4} = \pm 2$.

Жавоб: $\{-3; -2; 2; 3\}$.

Кўриб чиқилган мисолда берилган тўртинчи даражали тенгламани ечиш учун янги y ўзгарувчини киритдик. Тенгламаларни ечишнинг бундай усули янги *ўзгарувчи киритиш усули* дейилади.

Квадрат тенгламага келтириладиган тенгламаларни ечиш учун янги ўзгарувчи киритиш усули билан ечиш учун қуйидаги алгоритмдан фойдаланамиз:

1) тенгламадаги муайян бир ифодани янги ўзгарувчи орқали ифодалаймиз;

2) берилган тенгламадаги ифоданинг ўрнига янги ўзгарувчини киритиб, янги ўзгарувчига боғлиқ бўлган квадрат тенглама тузамиз;

3) ҳосил бўлган квадрат тенгламани ечамиз;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) ўрнига қўйиш орқали ўзгарувчининг қийматини топамиз;

5) топилган илдизларни текшириб, берилган тенгламанинг илдизларини аниқлаймиз.

Мисол. $x^2 + 2x - \frac{6}{x^2 + 2x} = -5$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. $y = x^2 + 2x$ янги ўзгарувчи киритамиз. Берилган тенгламадаги $x^2 + 2x$ ифоданинг ўрнига янги y ўзгарувчини қўйиб, $y - \frac{6}{y} = -5$ тенгламани ҳосил қиламиз.

Шакл алмаштиришлар орқали ҳосил бўлган каср-рационал тенгламадан $y^2 + 5y - 6 = 0$ квадрат тенгламани ҳосил қиламиз. Охирги тенгламанинг иккита илдизи мавжуд: $y_1 = -6$ ва $y_2 = 1$. Энди x нинг қийматини топиш учун $x^2 + 2x = -6$ ва $x^2 + 2x = 1$ тенгламаларни ечамиз. $x^2 + 2x = -6$ квадрат тенгламанинг ечими мавжуд эмас, чунки дискриминант нолдан кичик ($D = -20$), $x^2 + 2x = 1$ квадрат тенгламанинг илдизлари эса $x_{1;\,2} = -1 \pm \sqrt{2}$.

Текшириш орқали топилган қийматлар берилган тенгламанинг илдизлари бўлишини аниқлаймиз.

Жавоб: $-1 - \sqrt{2}$; $-1 + \sqrt{2}$.

Тушунтиринг

$\frac{1}{x^2 - 8x + 80} + \frac{1}{x^2 - 8x - 50} = 0$ тенглама қандай ечилган?

Ечилиши. $y = x^2 - 8x$.

$$\frac{1}{y + 80} + \frac{1}{y - 50} = 0.$$

$$\frac{y - 50/1}{y + 80} + \frac{y + 80/1}{y - 50} = 0. \quad \frac{2y + 30}{(y + 80)(y - 50)} = 0.$$

$y = -15.$

$x^2 - 8x = -15.$

$x^2 - 8x + 15 = 0.$

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-15} = 4 \pm 1.$

$x_1 = 3,\ x_2 = 5.$

Жавоб: {3; 5}.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Мисол. $x(x-5)(x-2)(x-3)=-8$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. Аввал тенгламанинг чап томонини шакл алмаштирамиз: $(x^2-5x)(x^2-5x+6)=-8$. Энди янги ўзгарувчи киритамиз $y=x^2-5x$.

У ҳолда $y(y+6)=-8$ ёки $y^2+6y+8=0$ тенгламани ечамиз:

$y_{1,2}=-3\pm\sqrt{9-8}=-3\pm1.$

Бундан $y_1=-4$, $y_2=-2$. Энди x ўзгарувчига ўтамиз, яъни иккита квадрат тенгламани ечиш керак.

1) $x^2-5x=-4$, $x^2-5x=-2$.

$x^2-5x+4=0.$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm3}{2},\ x_1=4,\ x_2=1.$$

2) $x^2-5x+2=0.$

$$x_{3,4}=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2},\ x_3=\frac{5-\sqrt{17}}{2},\ x_4=\frac{5+\sqrt{17}}{2}.$$

Бундан x $(x-5)(x-2)(x-3)=-8$ тенгламанинг тўртта илдизи мавжуд.

Жавоб: $\left\{1;\ 4;\ \frac{5-\sqrt{17}}{2};\ \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right\}$.

$|ax^2+bx|+c=0$; $ax^2+b|x|+c=0$ кўринишдаги тенгламаларқандай ечилади?

$|ax^2+bx|+c=0$ кўринишдаги тенгламаларнинг ечиш йўлларини кўриб чиқамиз. Бунинг учун c қўшилувчини тенгламанинг ўнг томонига ўтказамиз:

$|ax^2+bx|=-c$. У ҳолда икки ҳолни кўриш мумкин:

1) агар c m 0 бўлса, у ҳолда тенглама навбатдаги кўринишга ўтади: $ax^2+bx=-c$.

2) агар $c>0$ бўлса, у ҳолда тенгламанинг илдизи мавжуд бўлмайди.

Мисол. $|x^2-6x|-16=0$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. Аввал -16 сонини тенгламанинг ўнг томонига ўтказамиз: $|x^2-6x|=16$. Бу ерда 16 — мусбат сон. Демак, икки ҳол кўриб чиқилади:

1) $x^2-6x=16$ ёки $x^2-6x-16=0$. Илдизлари 8 ва -2.

2) $x^2-6x=-16$ ёки $x^2-6x+16=0$. Охирги тенгламанинг ечими бўш тўплам.

Жавоб: $\{-2;\ 8\}$.

$ax^2+b|x|+c=0$ кўринишдаги тенгламани ечиш йўлини кўриб чиқамиз. Иккита ҳол кўриб чиқилади:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) агар $x < 0$ бўлса, у ҳолда тенглама қуйидаги кўринишга ўтади: $ax^2 - bx + c = 0$;

2) агар $x \geq 0$ бўлса, у ҳолда тенглама қуйидаги кўринишга ўтади: $ax^2 + bx + c = 0$.

Мисол. $x^2 + 3x - 5|x - 1| + 5 = 0$ тенгламани ечамиз.

Ечилиши. 1) $x - 1 > 0$ бўлса, $x^2 + 3x - 5(x - 1) + 5 = 0$ ёки $x^2 - 2x + 10 = 0$. Бундан $D = (-2)^2 - 4 \cdot 10 = -36$, демак, тенгламанинг ечими бўш тўплам.

2) $x - 1 < 0$ бўлса, у ҳолда $x^2 + 3x + 5(x - 1) + 5 = 0$ ёки $x^2 + 8x = 0$. Бундан $x_1 = 0$, $x_2 = -8$.

Жавоб: $\{0; -8\}$.

1. Тенгламаларни ечиш давомида янги ўзгарувчи киритиш усулидан қандай ҳолларда фойдаланиш мумкин?
2. Тенгламаларни ечиш давомида янги ўзгарувчи киритиш усулидан нима учун фойдаланилади?

Машқлар

A

Янги ўзгарувчи киритиш усулидан фойдаланиб, тенгламаларни ечинг **(11.1—11.6)**:

11.1. 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;
3) $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0$; 4) $16x^4 - 409x^2 + 225 = 0$.

11.2. 1) $x^2 - 7|x| + 6 = 0$; 2) $x^2 - 4|x| - 21 = 0$;
3) $(x - 2)^2 - 8|x - 2| + 15 = 0$; 4) $(x + 3)^2 - |x + 3| - 30 = 0$.

11.3. 1) $x^2 - |x - 5| = 5$; 2) $x^2 + |x + 4| = 4$;
3) $x^2 + 4x + |x + 3| + 3 = 0$; 4) $x^2 + 17 = 9x + 4|x - 3|$.

11.4. 1) $x = 5 + 4\sqrt{x}$; 2) $x - 12\sqrt{x} + 35 = 0$;
3) $2x - 1 = 3\sqrt{2x-1}$; 4) $3x - 5 - 2\sqrt{3x-5} = 0$.

11.5. 1) $x - 3 + 4\sqrt{x-3} = 12$; 2) $x + 2 - 13\sqrt{x+2} = -42$;
3) $x + 17 = 10\sqrt{x-4}$; 4) $x = 32 + 2\sqrt{x+3}$.

11.6. 1) $(x + 3)^4 - 13(x + 3)^2 + 36 = 0$;
2) $(2x - 1)^4 - (2x - 1)^2 - 12 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

В

11.7. Тенгламани ечинг:

1) $|x^2 - 3x| - 10 = 0$;
2) $|x^2 + 0{,}1x| - 3{,}06 = 0$;
3) $\left|\frac{3}{4}x^2 + 2x\right| - 1 = 0$;
4) $\left|x^2 - \frac{1}{4}x\right| = \frac{3}{4}$;
5) 1) $x^2 - 3|x| - 10 = 0$;
6) $x^2 - 2{,}1|x| + 1{,}1 = 0$;
7) $\frac{3}{4}x^2 + 2|x| - 1 = 0$;
8) $x^2 - \frac{1}{4}|x| = \frac{3}{4}$.

11.8. Параметрли тенгламаларни ечинг:

1) $x^4 - (a^2 + 9)x^2 + 9a^2 = 0$;
2) $x^4 - (9a^2 + 4)x^2 + 36a^2 = 0$.

11.9. 1) $\frac{x-2}{x^3} = 2x - x^2$;
2) [illegible] $= 2x - 6$;
3) $\frac{8x - 4x^2}{1 - x^2} = \frac{x^3 - 4x}{x + 1}$;
4) $\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} = \frac{2x - 4}{x^2 - 3x}$

тенгламаларни кўпайтувчиларга ажратиш усулидан фойдаланиб ечинг.

11.10. 1) $x^2 + 2|x| - 1 = 0$;
2) $x^2 - 4|x| - 1 = 0$

тенглама илдизларининг квадратлари йиғиндисини топинг.

Янги ўзгарувчи киритиш усулидан фойдаланиб, қуйидаги тенгламаларни ечинг **(11.11-11.12)**:

11.11. 1) $(x + 1)^2(x^2 + 2x) = 12$;
2) $(x - 2)^2(x^2 - 4x) + 3 = 0$;
3) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0$;
4) $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) = 28$.

11.12. 1) $\frac{x^2 - 2x}{4x - 3} + 5 = \frac{16x - 12}{2x - x^2}$;
2) $\frac{x^2 + 4x}{7x - 2} - \frac{12 - 42x}{x^2 + 4x} = 7$;
3) $\left(\frac{4x - 5}{3x + 2}\right)^2 + \left(\frac{3x + 2}{5 - 4x}\right)^2 = 4{,}25$;
4) $\left(\frac{5x + 1}{2x - 3}\right)^2 + \left(\frac{3 - 2x}{5x + 1}\right)^2 = \frac{82}{9}$.

Қуйидаги тенгламаларни ечинг **(11.13—11.19)**:

11.13. 1) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$;
2) $x^2 + \sqrt{x^2} - 2 = 0$;
3) $x^2 - 3(\sqrt{x})^2 - 4 = 0$;
4) $x^2 - 3\sqrt{x^2} - 2 = 0$.

11.14. 1) $x^2 - 5x - \frac{6|x|}{x} = 0$;
2) $x^2 + \frac{5x^2}{|x|} - 6 = 0$;
3) $\frac{x^3}{|x|} - 7x + 12 = 0$;
4) $x|x| + 7x + 12 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11.15. 1) $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 5 = 0$; 2) $x^2 - (\sqrt{x+3})^2 - 8 = 0$;

3) $x^2 - 3x + \frac{3,5 - x}{|x - 3,5|} = 0$; 4) $x^2 - 4x \cdot \frac{|x - \pi|}{x - \pi} + 2 = 0$.

11.16. 1) $x - 8 = 2\sqrt{x}$; 2) $x - 2\sqrt{x} = 35$.

11.17. 1) $x + 5 + 4\sqrt{x+5} = 12$; 2) $x - 7 - 13\sqrt{x-7} = -42$;

3) $3\sqrt{x-2} - 3 = x + 23$; 4) $x - 3 = 2\sqrt{x+4} + 1$.

11.18. 1) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$; 2) $x^4 - 11x^2 - 12 = 0$.

11.19. 1) $(x + 2)^4 + 2x^2 + 8x - 16 = 0$;

2) $(x - 1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$.

11.20. Параметрли тенгламаларни ечинг:

1) $4x^4 - (a + 36)x^2 + 9a = 0$; 2) $9x^4 - (a - 18)x^2 - 2a = 0$.

11.21. Қуйидаги тенгламаларни ечинг:

1) $(x + 0,5) \cdot (x^2 - 9) = (2x + 1) \cdot (x + 3)^2$;

2) $(2x - 5) \cdot (x^2 - 0,01) = (x - 2,5) \cdot (x + 0,1)^2$.

C

Янги ўзгарувчи киритиш усулидан фойдаланиб, қуйидаги тенгламаларни ечинг **(11.22—11.24)**:

11.22. 1) $\frac{x-4}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x-4} = \frac{8}{3}$; 2) $\frac{x-2}{\sqrt{x}} - \frac{6\sqrt{x}}{x-2} = 1$;

3) $\frac{x+3}{\sqrt{x}} - \frac{8\sqrt{x}}{x+3} = 2$; 4) $\frac{x+5}{\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x+5} = 6$.

11.23. 1) $\frac{x-2}{x+3} - \frac{6(x+3)}{x-2} = 1$; 2) $\frac{x+2}{x-3} - \frac{2(x-3)}{x+2} = 1$;

3) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{3(x+2)}{x-1} = 4$; 4) $\frac{x-3,4}{x+3} - \frac{8(x+3)}{x-3,4} = 2$.

11.24. 1) $\sqrt{\frac{x+5}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x+5}} = 2$; 2) $\sqrt{\frac{x+4}{x}} + 9\sqrt{\frac{x}{x+4}} = 6$;

3) $\sqrt{\frac{x-3}{2x}} + 10 = -25\sqrt{\frac{2x}{x-3}}$.

11.25. Ўзгарувчиси модуль белгиси ичида берилган қуйидаги тенгламаларни ечинг:

1) $\left(\frac{x + |x|}{x+1}\right)^2 + \frac{2x}{x+1} - 6 = 0$; 2) $\left(\frac{x - |x|}{x+1}\right)^2 - \frac{2x}{x+1} - 6 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11.26. 1) $f(x) =$ [illegible] бўлса, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ тенгламани ечинг.

2) $f(x) = \frac{2x-3}{3x}$ бўлса, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ тенгламани ечинг.

3) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ бўлса, $f(x) = -f(-|x|)$ тенгламани ечинг.

4) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ бўлса, $f(x) = -f(-|x|)$ тенгламани ечинг.

11.27. 1) b параметрнинг қандай қийматларида $4x^2 - (3b^2 - 5|b| + 2)x - 3 = 0$ тенгламанинг илдизлари модули бўйича тенг бўлади?
2) a нинг қандай қийматларида $ax^2 - (a+1)x + 2a - 1 = 0$ квадрат тенгламанинг битта илдизи мавжуд бўлади?

11.28. $x^2 - 2(a+2)x + 12 + a^2 = 0$ тенгламанинг турли хил иккита ҳақиқий илдизлари бўладиган a нинг энг кичик бутун қийматини топинг.

11.29. Берилган тенгламани ечинг:
1) $(x^2 - 2x)^2 - (x-1)^2 = 1$;
2) $(x^2 - 6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81$;
3) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2{,}5$;
4) $(x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 = 55$.

11.30. $\frac{24}{x^2+2x-8} - \frac{15}{x^2+2x-3} = 2$ тенгламанинг энг катта илдизини топинг.

11.31. Берилган тенгламаларни ечинг:
1) $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$;
2) $2x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x + 2 = 0$.

Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг **(11.32—11.35)**:

11.32. 1) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{10}{9}$;
2) $\frac{u^2}{2-u^2} + \frac{u}{2-u} = 2$.

11.33. 1) $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$;
2) $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} = 1$.

11.34. 1) $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x+1)(x+4)} = 1$;
2) $\frac{x}{x^2-x+1} + \frac{3x}{x^2+x+1} = 2$.

11.35. 1) $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$;
2) $x^2 + \frac{4}{x^2} - 8\left(x - \frac{2}{x}\right) = 4$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Такрорлаш

11.36. $y = ax^2 + 3x - 4$ ва $y = ax - 5$ функцияларнинг графиклари кесишадими?

11.37. 1) $2x^2 - 1 = 3x + 2$; 2) $-3x^2 + 2 = x - 1$;

3) $-2x^2 = \frac{4}{x}$; 4) $x^2 = -\frac{2}{x}$

тенгламаларни график усули билан ечинг ва жавобларини ўнлик улушларгача яхлитланг.

11.38. 1) $x = \sqrt{5} + 1$; $y = \sqrt{5} - 1$ бўлса, $2x^2 - xy - y^2$;

2) $x = \sqrt{3} + 2$; $y = \sqrt{3} - 2$ бўлса, $x^2 - 2xy + y^2$ ифоданинг қийматини топинг.

11.39. c параметрнинг қандай қийматларида $cx^2 - 5x - 7 = 0$ тенглама илдизларидан бири:

1) -1; 2) 4; 3) 2,5; 4) 5 га тенг бўлади?

11.40. Кинотеатрда қатордаги ўринлар сони қаторлар сонидан 8 та ортиқ. Агар ҳамма ўринлар сони 884 бўлса, у ҳолда кинотеатрдаги қаторлар сонини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

11.41. 1) Квадрат томонининг узунлиги тўғритўртбурчак томонининг бўйидан 6 см қисқа, энидан 2 см узун. Квадратнинг юзи тўғритўртбурчакнинг юзидан 16 см^2 кам. Квадратнинг юзасини топинг.

2) Тўғритўртбурчакнинг периметри 40 см. Агар унинг бўйини 12 см га узайтириб, энини 4 см га қисқартирсак, у ҳолда тўғритўртбурчакнинг юзаси 16 см^2 га ортади. Тўғритўртбурчакнинг юзасини топинг.

11.42. Турғун сувдаги моторли қайиқнинг тезлиги 12 км/соат, дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат. Моторли қайиқнинг дарё оқими бўйича ва оқимга қарши тезлигини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12-§. КВАДРАТ ТЕНГЛАМАЛАР ЁРДАМИДА МАТНЛИ МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШ

Квадрат тенгламаларёрдамида матнли масалаларқандай ечилади?

Кўпгина масалаларни ечиш давомида квадрат тенгламалардан фойдаланилади. Чизиқли тенгламалар ёрдамида ечиладиган матнли масалаларнинг кўпчилигини арифметик йўл билан ечиш мумкин. Квадрат тенгламалар ёрдамида ечиладиган матнли масалалар эса арифметик йўл билан ечилмайди.

Матнли масалалар берилиши бўйича квадрат тенгламалар тузишнинг асосий босқичлари чизиқли тенгламалар ёрдамида ечиладиган масалалар каби бўлади.

Тенглама ёрдамида ечиладиган исталган матнли масалани ечишда қуйидагиларни инобатга олиш мумкин:

1) масаланинг матнда берилган катталиклар орасидаги боғланишни аниқлаш учун масаланинг шартини тушуниш ва қўшимча шартларни аниқлаш лозим;

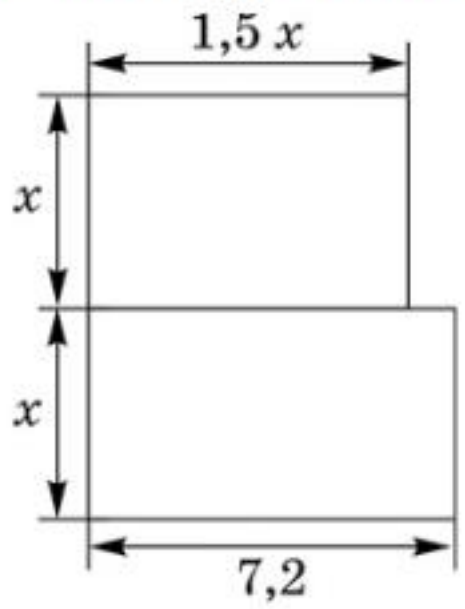
2) маълум ва номаълум катталиклар орасидаги боғланишни аниқлаб, ифодалар тузиш;

3) битта катталикни берувчи иккита ифода ёзиб, уларни тенглаштириш орқали тенглама тузиш;

4) тузилган тенгламанинг илдизларини (ечимларини) топиш;

5) топилган қийматларнинг қайсилари масалани қаноатлантиришини текшириш.

Юқорида айтилганлардан фойдаланиб, матнли масалалар ечишга мисоллар кўрамиз.



11-расм

Мисол. Уйда энлари бир хил бўлган иккита хона қуриш режалаштирилган (11-расм). Биринчи хонанинг бўйи энидан 1,5 марта узун, иккинчи хонанинг бўйи эса 7,2 м. Агар уйнинг юзаси 56,7 м² бўлса, у ҳолда хоналар энларининг узунлигини топинг.

Ечилиши. Хонанинг энини x м орқали белгиласак, биринчи хона бўйининг узунлиги $1{,}5x$ м, юзаси эса $1{,}5x \cdot x$ м² бўлади. Иккинчи хонанинг юзи $7{,}2 \cdot x$ м².

Масала шартига кўра

$$1{,}5x^2 + 7{,}2x = 56{,}7$$

ёки

$$3x^2 + 14{,}4x - 113{,}4 = 0.$$

Охирги квадрат тенгламани ечиб, $x_1 = 4{,}2$ ва $x_2 = -9$ илдизларни топамиз. Бу сонлар масала шарти бўйича тузилган квадрат тенглама-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ни қаноатлантиради. Бироқ масаланинг ечими фақат 4,2 сони бўлади, чунки хонанинг эни ҳамма вақт мусбат сон бўлади. Текшириш олиб борсак, 4,2 м илдизнинг тенгламани қаноатлантиришига ишонч ҳосил қиламиз.

Жавоб: 4,2 м.

Мисол. А пунктдан В пунктга томон пиёда йўлга чиқди. Пиёда билан бир вақтда унга қарама-қарши йўналишда В дан А пунктга томон велосипедчи йўлга чиқиб, улар 50 минутдан кейин учрашишди. Агар велосипедчига ҳамма йўлни босиб ўтиши учун пиёдага қараганда 4 соат кам вақт керак бўлса, у ҳолда пиёдага қанча вақт керак бўлган?

Ечилиши. Пиёда А дан В гача бутун йўлни босиб ўтиши учун x соат керак бўлсин. Велосипедчига 4 соат кам вақт керак, яъни $(x - 4)$ соат.

А дан В гача бўлган масофани 1 деб олиб, у ҳолда пиёданинг тезлиги $\frac{1}{x}$, велосипедчининг тезлиги $\frac{1}{x-4}$.

Пиёда билан велосипедчининг яқинлашиш тезлиги: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{2x-4}{x\cdot(x-4)}$. Бундан улар: $\frac{2x-4}{x\cdot(x-4)} = \frac{x\cdot(x-4)}{2x-4}$ вақтда, яъни $\frac{50}{60}$ соатдан кейин учрашади.

Шундай қилиб, $\frac{x\cdot(x-4)}{2x-4} = \frac{5}{6}$ тенгламани ҳосил қиламиз. Энди ушбу тенгламани ечамиз.

Пропорциянинг асосий хоссасига кўра: $6x(x - 4) = 5(2x - 4)$. Қавсларни очамиз: $6x^2 - 24x = 10x - 20$. Тенгламанинг ўнг томонидаги ҳадларни чап томонга ўтказамиз: $6x^2 - 34x + 20 = 0$. Тенгламанинг иккала томонини 2 га бўламиз: $3x^2 - 17x + 10 = 0$.

У ҳолда $D = 17^2 - 4\cdot 3\cdot 10 = 289 - 120 = 169$.

$x_{1,2} = \frac{17 \pm 13}{6}$; $x_1 = 5$ соат, $x_2 = \frac{2}{3}$ соат $= 40$ минут.

$x_2 = \frac{2}{3}$ соат $= 40$ минут — *чет илдиз*, чунки масала шартига кўра пиёданинг сарфлаган вақти велосипедчининг сарфлаган вақтидан 4 соат ортиқ.

Жавоб: 5 соат.

1. Масаланинг ечими масаланинг матни бўйича тузилган квадрат тенгламанинг ечимлари билан ҳамма вақт мос келадими?
2. Қандай ҳолларда матнли масалаларнинг шарти бўйича тузилган тенгламани ечишда чет илдизлар пайдо бўлади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Машқлар

А

12.1. 1) Ораларидаги масофа 20 км бўлган А шаҳардан Б шаҳарга қараб 2 нафар пиёда йўловчи йўлга чиқди. Улардан бирининг тезлиги иккинчисининг тезлигидан 1 км/соат ортиқ бўлса, у ҳамма йўлга 60 минут кам вақт сарфлайди. Ҳар бир пиёданинг тезлиги қандай?

2) А шаҳардан Б шаҳарга қараб велосипедчи билан мотоциклчи йўлга чиқди. Велосипедчининг тезлиги мотоциклчининг тезлигига қараганда 10 км/соат кам бўлса, у ҳолда бутун йўлга 6 соат ортиқ вақт сарфлайди. Агар икки шаҳар орасидаги йўлнинг узунлиги 120 км бўлса, у ҳолда мотоциклчи уни қандай тезлик билан юриб ўтади?

12.2. 1) 18 минут кечиккан товар поезди тезлигини 10 км/соат га орттириб, 60 км ичида кечиккан вақтни қувиб етди. Поезднинг дастлабки тезлигини топинг.

2) Мотоциклчи А пунктдан Б пуктга 40 км йўл юриб ўтди. Ортига қайтар чоғда у олдингисидан 10 км/соат кам тезлик билан юриб, 20 минут ортиқ вақт сарфлайди. Мотоциклчининг дастлабки тезлигини топинг.

12.3. 1) Теплоход дарё оқимига қарши 4 км ва дарё оқими бўйича 33 км сузиб ўтиб, ҳамма йўлга 1 соат вақт сарфлади. Агар дарё оқимининг тезлиги 6,5 км/соат бўлса, у ҳолда теплоходнинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

2) Моторли қайиқ бутун йўлга 2 соат вақт сарфлаб, дарё оқими бўйича 25 км ва дарё оқимига қарши 3 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 5 км/соатдан ортмаса, моторли қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги эса 12 км/соат бўлса, у ҳолда дарё оқимининг тезлигини топинг.

12.4. 1) Теплоход бутун йўлга 5 соат вақт сарфлаб, дарё оқими бўйича 48 км ва ортга қайтишда ҳам шунча йўлни сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 4 км/соат бўлса, у ҳолда теплоходнинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

2) Турғун сувдаги тезлиги 20 км/соатга тенг бўлган глиссер, дарё оқими бўйича 60 км сузиб ўтиб, ортга қайтди. Агар глиссер бутун йўлга 6,25 соат сарфласа, у ҳолда дарё оқимининг тезлигини топинг.

12.5. 1) Пиёда муайян вақтда 12 км йўл юриб ўтиши керак эди, бироқ у йўлга 1 соат кечикиб чиқди, шу сабабли у тезлигини 1 км/соат орттириши керак бўлди. Пиёда қандай тезлик билан юрган?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) Велосипедчи шаҳардан саёҳатчилар базасигача 10 км йўл босиб ўтди. Ортга қайтар чоғда у тезлигини 5 км/соатга камайтирди. Бориш ва қайтиш йўлига 1 соат 10 минут сарфлади. Велосипедчининг саёҳатчилар базасидан шаҳаргача йўлдаги тезлигини топинг.

12.6. 1) Моторли қайиқ бутун йўлга 0,75 соат вақт сарфлаб, дарё оқими бўйича 8 км, дарё оқимига қарши 3 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 2 км/соат бўлса, у ҳолда қайиқнинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

2) Моторли қайиқ дарё оқими бўйича 20 км, дарё оқимига қарши 30 км сузиб ўтди. Агар қайиқ бутун йўлга 6 соат 40 минут сарфлаган бўлса, у ҳолда унинг турғун сувдаги тезлиги қандай? Дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат.

12.7. 1) Икки порт ораларидаги дарё йўлининг узунлиги 24 км га тенг. Дарё оқими бўйича қуйи томонга сузганда катер бу йўлни ортга қайтар йўлга қараганда 30 минут тез юриб ўтади. Агар дарё оқимининг тезлиги 2 км/соат бўлса, у ҳолда катернинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

2) Яхта дарё оқими бўйича 9 км ва худди шунча йўлни дарё оқимига қарши сузиб ўтди. Дарё оқимига қарши сузган йўлга қараганда дарё оқими бўйича сузган йўлга 2 соат вақт кам сарфланади. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда яхтанинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

12.8. 1) Транспорт йўлда 0,2 соатга кечикди, сўнг тезлигини 15 км/соатга орттириб, 60 км йўл юргандан кейин кечиккан вақтини қувиб етди. Транспортнинг дастлабки тезлигини топинг.

2) Баржа соат 9 да А пунктдан 60 км юқорида жойлашган Б пунктга қараб йўлга чиқди. Б пунктда 2 соат дам олиб ортига қайтиш учун йўлга чиққан баржа шу куни А пунктга 19 соат 20 минутда сузиб етди. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда А пунктдан Б пунктга баржа неча соатда сузиб келган?

12.9. 1) Байдарка бутун йўлга 2 соат вақт сарфлаб, дарё оқими бўйича 4 км, дарё оқимига қарши эса 6 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 2 км/соат бўлса, у ҳолда дарё оқими бўйича сузиб ўтган байдарканинг тезлигини топинг.

2) Планер бутун йўлга 1 соат вақт сарфлаб, шамол йўналиши билан 15 км ва қайта бурилиб, шамолнинг йўналишига қарши 10 км учиб ўтди. Агар шамолнинг тезлиги 5 км/соат бўлса, у ҳолда планернинг шамол йўналишига қарши тезлигини топинг.

12.10. Ўзгармас тезлик билан юриб келаётган транспорт воситаси йўлда 6 минутга тўхтади. Белгиланган манзилга етиш учун қолган 36 км йўлда транспорт воситаси тезлигини 4 км/соатга орттирди. Транспорт воситасининг дастлабки тезлигини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.11. 1) Турғун сувдаги тезлиги 8 км/соат бўлган моторли катер дарё оқими бўйлаб қуйи томон 15 км ва шу йўлни дарё оқими бўйлаб юқорига қараб сузиб ўтди. Агар бутун йўлга сарфланган вақт 4 соатга тенг бўлса, у ҳолда дарё оқимининг тезлигини топинг.

2) Спорт қайиғи бутун йўлга 14 соат сарфлаб, дарё оқими бўйлаб юқорига томон 45 км ва худди шунча йўлни дарё оқими бўйлаб қуйи томон сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 2 км/соат бўлса, у ҳолда қайиқнинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

12.12. 1) Катер кўлдаги 18 км йўлга сарфланадиган вақт ичида дарё оқими бўйлаб 5 км, дарё оқимига қарши 12 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда катернинг турғун сувдаги тезлигини топинг.

2) Моторли қайиқ бутун йўлга 1 соат 10 минут сарфлаб, дарё оқими бўйлаб 10 км, дарё оқимига қарши 15 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 2 км/соат бўлса, у ҳолда катернинг дарё оқими бўйлаб сузган тезлигини топинг.

12.13. 1) Мотоциклчи 200 км йўлни велосипедчига қараганда 5 соат тез юриб ўтди. Агар велосипедчининг тезлиги мотоциклчининг тезлигига қараганда 20 км/соат кам бўлса, у ҳолда уларнинг тезликларини топинг.

2) Саёҳатчилар минган теплоход бутун йўлга 3 соат вақт сарфлаб, дарё оқими бўйлаб 10 км ва дарё оқимига қарши 8 км сузиб ўтди. Агар дарё оқимининг тезлиги 3 км/соат бўлса, у ҳолда теплоходнинг дарё оқими бўйлаб ва дарё оқимига қарши тезликларини топинг.

12.14. 1) Икки ишчилар бригадаси муайян вақт ичида 300 та деталь тайёрлашлари керак. Биринчи бригада ҳар куни иккинчи бригадага қараганда 10 та деталь ортиқ тайёрлаб, топшириқни 1 кун аввал бажарди. Ҳар бир бригада бир кунда нечта деталь тайёрлайди?

2) Бир детални қайта ишлашга биринчи ишчи иккинчи ишчига қараганда 1 минут кам вақт сарфлайди. Агар биринчи ишчи 0,7 соат ичида иккинчи ишчига қараганда 1 та деталь ортиқ қайта ишласа, у ҳолда ана шу вақт ичида ҳар бир ишчи нечта деталь тайёрлайди?

12.15. 1) ЭҲМ оператори шогирди билан ишлаганда вазифани 2 соат 20 минутда бажаради. Агар ҳар бири алоҳида бажарганда операторга қараганда шогирдига 2 соат ортиқ вақт керак бўлса, у ҳолда уларнинг ҳар бирига қанча вақт лозим?

2) Машинист-операторнинг ўрнига вақтинча иккита ўқувчи-амалиётчи ишлади. Улардан бирига қўлёзмани териш учун машинистга қараганда 2 соат ортиқ, иккинчисига 7 соат ортиқ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

вақт лозим. Ўқувчи-амалиётчилар биргаликда ишлашганда ушбу ишни 6 соатда бажарса, у ҳолда ҳар бир терувчи қўлёзмани қанча вақтда териб ёзади?

12.16. 1) Биринчи ишчи болт ясаш учун иккичисига қараганда 6 минут кам вақт сарфлайди. Агар биринчи ишчи 7 соат ичида иккинчисига қараганда 8 та болт ортиқ ясаса, у ҳолда уларнинг ҳар бири шу вақтда нечта болт ясайди?

2) Шогирд темир рудасини қайта ишлашга устага қараганда 12 минут ортиқ вақт сарфлайди. Агар 6 соатда шогирд устага қараганда 5 та кам темир рудасини қайта ишласа, у ҳолда ана шу вақт ичида уларнинг ҳар бири қанча темир рудасини қайта ишлайди?

12.17. 1) 30 м^3 ҳажмли сув бассейни аввал сувдан бўшатилди, сўнгра қайта сувга тўлдирилди, бунинг ҳаммасига 8 соат вақт керак бўлди. Агар сув қуядиган насос сув тўкадиган насосга қараганда 1 соатда 4 м^3 кам сув тортса, у ҳолда бассейн қанча вақтда тўлади?

2) Ҳажми 1 м^3 бўлган аквариум иккита кран орқали бир вақтда тўлдирилади. Сув биринчи кран орқали иккинчисига қараганда 1 соатда 1 м^3 ҳажмда ортиқ қуйилади. Агар биринчи кран орқали аквариумни тўлдириш учун иккинчи кранга қараганда 5 минут ортиқ вақт сарфланса, у ҳолда ҳар бир кран алоҳида аквариумни қанча вақтда тўлдиради?

12.18. Икки бригада биргаликда ишлаганда дарахтларни 4 кунда ўтказади. Агар ишни алоҳида бажарганда биринчи бригада иккинчисига қараганда 15 кун аввал тамомласа, у ҳолда ҳар бир бригада ана шу ишни алоҳида бажариши учун неча кун керак бўлади?

12.19. 1) Самад билан Азамат ҳаво шарларини газ билан тўлдирди, бунда Самадга битта шарни тўлдириши учун Азаматга қараганда 1 минут кам вақт керак бўлди. Агар 0,5 соатда Самад Азаматга қараганда битта шар ортиқ газ тўлдирса, у ҳолда ана шу вақт ичида уларнинг ҳар бири нечта шарга газ тўлдиради?

2) Нургулга бир қатор шарф тўқиш учун Алияга қараганда 2 минут кўп вақт керак бўлади. Агар Нургул Алияга қараганда 1 соатда 1 қатор кам тўқиса, у ҳолда уларнинг ҳар бири шу вақт ичида неча қатор тўқийди?

12.20. Иккита ишчининг иккинчиси биринчисига қараганда ишни 1,5 кун кеч бошлаганда, уйни 7 кунда таъмирлаб бўлади. Агар таъмир ишларини ҳар қайси бири алоҳида бошласа, у ҳолда биринчи ишчига иккинчисига қараганда 3 кун ортиқ керак бўлар эди. Уларнинг ҳар бирлари алоҳида ишлаганда уйни неча кунда таъмирлаб бўлар эди?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.21. Заводнинг бир цехи 810 та фанер қалқонини, иккинчиси худди шундай қалқоннинг 900 тасини ишлаб чиқариши керак. Биринчи цех иккинчисига қараганда бунинг учун 3 кун ортиқ сарфлаб, ҳамма ишни бажарди. Агар ҳар куни иккинчи цехда биринчисига қараганда 4 та қалқон ортиқ тайёрланса, у ҳолда ҳар бир цех кунига неча қалқон тайёрлайди?

12.22. Ишчилар бригадаси муайян вақтда 272 та музлатгич ишлаб чиқариши керак. Иш бошлангандан кейин 10 кун ўтгач, бригада бир кунда 4 та музлатгич ортиқ ишлаб чиқара бошлади. Топшириқни бажариш муддатига 1 кун қолганда 280 та музлатгич тайёр бўлди. Бригада режа бўйича бир кунда нечта музлатгич ишлаб чиқариши керак эди?

12.23. Ишчилар бригадаси ғилдирак учун 432 та шина тайёрлаш мажбуриятини олди. Бироқ 4 та ишчи бетоб бўлиб, ишга келмай қолди. Мажбуриятни бажариш учун қолган ишчилар бир кунда 9 та шина ортиқ тайёрлашди. Бригадада неча ишчи бор?

B

12.24. Иккита юк ташувчи маҳсулотлар солинган вагонни бўшатишди. Биринчиси иккинчисига қараганда 1 кунда 50 центнердан ортиқ юк тушириб, жами 300 ц юк туширди ва 2 кун кам ишлади. Иккинчи юк ташувчи 250 ц юк туширди. Ҳар бир юк ташувчи неча кун ишлади?

12.25. Темирйўл қурилишида иккита йўл бригадаси ишлади. Биринчи бригада иккинчисига қараганда кун сайин 40 м ортиқ йўл солиб, натижада 270 м темир йўл қурилди. Иккинчи бригада биринчисига қараганда 2 кун ортиқ ишлаб, 250 м темир йўл қуришди. Ҳар бир бригада неча кун ишлади?

12.26. Аквариум иккита қувур ёрдамида 3 соатда тўлдирилади. Агар биринчи қувур иккинчисига қараганда 2,5 соат кам вақт талаб қилса, у ҳолда биринчи қувур ёрдамида аквариум қанча вақтда тўлади?

12.27. Мебел ишлаб чиқариш фабрикасида икки бригаданинг ҳар бири 180 та китоб жавонини тайёрлаши лозим. Биринчи бригада бир соатда иккинчисига қараганда 2 та китоб жавобини ортиқ тайёрлаб, ишни 3 соат аввал битирди. Ҳар бир бригада топшириқни қанча вақтда бажаради?

12.28. Фабрикада бир сменада биринчи цех 320 та кийим, иккинчиси 270 та кийим тикди. Биринчи цех бир соатда иккинчи цехга қараганда 2 та кийим кам тикди ва 5 соат ортиқ ишлади. Биринчи цех 1 соатда нечта кийим тикди?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

12.29. Бассейнга учта қувур уланган. Биринчи қувур орқали бассейн 6 соатда, иккинчи қувур орқали 8 соатда тўлади ва учинчи қувур орқали бассейндаги барча тўлдирилган сув 12 соатда тўкилади. Агар учала қувур бир вақтда ишласа, у ҳолда бассейн қанча вақтда тўлади?

12.30. Икки трактор биргаликда экин майдонини 90 соатда шудгор қилади. Агар биринчи трактор алоҳида 12 соат, иккинчиси 20 соат ишласа, у ҳолда бутун экин майдонининг 20% игина ҳайдалар эди. Бутун экин майдонини ҳайдаш учун тракторга қанча вақт керак бўлади?

12.31. Шаҳардан қишлоққа томон пиёда йўлга чиқди. Унинг орқасидан 45 минутдан кейин ана шу йўналишда велосипедчи йўлга чиқди. У ярим соатдан пиёданинг ортидан 2,5 км узоқликда бўлади. Кейинги ярим соатдан велосипедчи велосипедчи пиёдага қараганда қишлоқдан ярим километр узоқликда бўлди. Агар шаҳардан қишлоққача бўлган масофа 30 км бўлса, у ҳолда пиёда билан велосипедчининг тезлиги қандай?

12.32. Икки сон кўпайтмасининг қиймати 10 га тенг. Улар йиғиндисининг қиймати унинг кўпайтмаси қийматининг 70% ини ташкил этади. Ушбу сонларни топинг.

Такрорлаш

12.33. Илдизлари: 1) $x_1 = \sqrt{3} - 2$ ва $x_2 = \sqrt{3} + 2$; 2) $x_1 = 5 - \sqrt{3}$ ва $x_2 = 5 + \sqrt{3}$ бўлган квадрат тенглама тузинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

12.34. Битта координаталар текислигида $y = -x^2$, $y = 0,5x^2$ ва $y = 2x^2$ функцияларнинг графикларини ясанг, улар учларининг координаталарини топинг. Параболалар қандай жойлашган?

12.35. Функциялар кесишиш нуқталарининг координаталарини топинг:

1) $y = 2x$ ва $y = \sqrt{x}$;
2) $y = -2x^2$ ва $y = 3x - 5$;
3) $y = -3|x|$ ва $y = x^2$;
4) $y = -1,2x + 18$ ва $y = 3x^2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КВАДРАТ ФУНКЦИЯ

13-§. $y = a(x - m)^2$, $y = ax^2 + n$, $y = (x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ КЎРИНИШДАГИ КВАДРАТ ФУНКЦИЯЛАР, УЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИКЛАРИ

? $y = ax^2 + n$ ва $y = a(x - m)^2$, $y = a(x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги функцияларнинг қандай хоссалари бор ва графиклари қандай ясалади?

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги функция *квадрат функция* деб аталади.

Айрим физик катталикларнинг боғланишлари квадрат функциялар орқали ифодаланади. Масалан, $s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t$ функция — v_0 тезлик билан юқорига улоқтирилган тошнинг кўтарилиш баландлигининг t вақтга боғлиқлиги; $Q = RI^2$ функция — қаршилиги R ўтказгичдан ток ўтганда бўлинадиган иссиқлик миқдорининг I ток кучига боғланиши.

$y = ax^2$ $(a \neq 0)$ функция графиги ёрдамида $y = ax^2 + n$ функция графигини ясашни кўриб чиқамиз.

Масалан, $y = x^2$ функциянинг графигидан фойдаланиб, $y = x^2 + 2$ ва $y = x^2 - 2$ функцияларнинг графигини ясаймиз. Бунинг учун қуйидаги жадвални тузамиз (5-жадвал):

5-жадвал

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11
$y = x^2 - 2$	7	2	-1	-2	-1	2	7

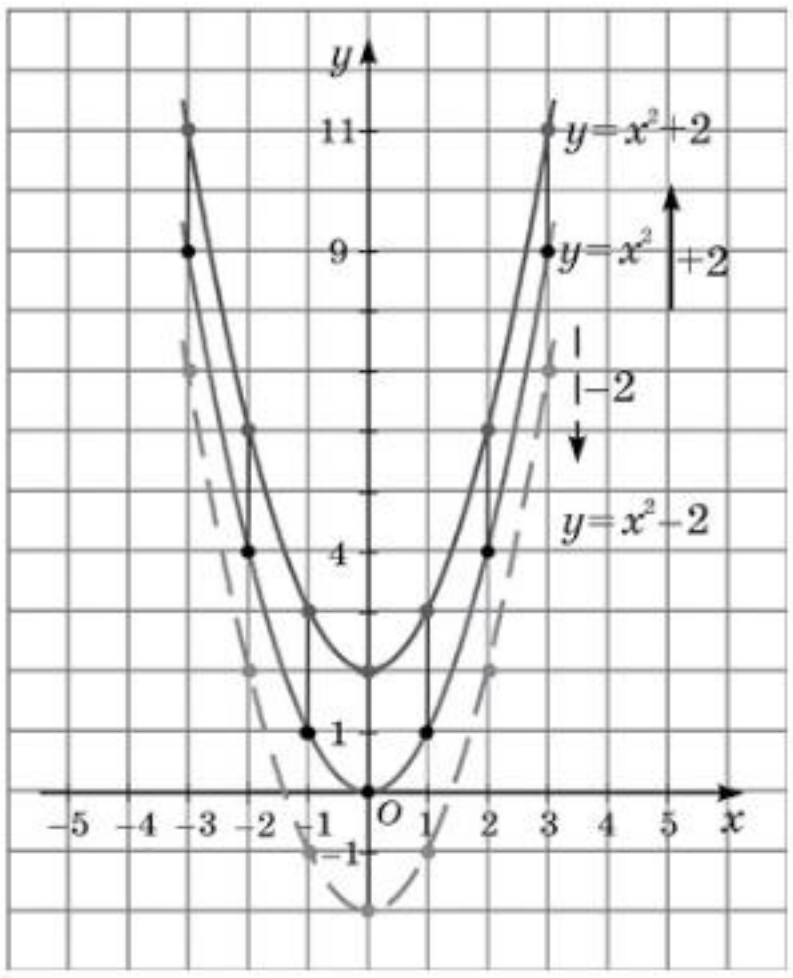
Бир хил аргументда $y = x^2 + 2$ функциянинг қийматлари $y = x^2$ функциянинг қийматларини 2 бирликка ортиқ эканлигини кўриш мумкин. Демак, $y = x^2 + 2$ функциянинг графигини $y = x^2$ функциянинг графигидан Oy ўқи бўйича 2 бирликка юқорига кўчириш орқали ҳосил қилиш мумкин (12-расм).

Худди шундай $y = x^2 - 2$ функциянинг графигини $y = x^2$ функциянинг графигидан Oy ўқи бўйлаб 2 бирликка қуйига кўчириш орқали ҳосил қиламиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$y = f(x) + m$ функциянинг графиги $y = f(x)$ функциянинг графигини m мусбат сон бўлганда Oy ўқи бўйлаб m бирлик юқорига, m манфий бўлганда пастга кўчириш орқали ҳосил қилинади.



12-расм

12-расмдан $y = x^2 - 2$ парабола учининг координаталари $(0; -2)$; $y = x^2 + 2$ парабола учининг координатаси $(0; 2)$ эканини кузатамиз. У ҳолда $y = ax^2 + n$ функция графигининг координаталари $(0; n)$ бўлади.

$y = x^2$ функция графигидан фойдаланган ҳолда, $y = (x + 2)^2$ ва $y = (x - 2)^2$ функцияларнинг графикларини ясаймиз. Бунинг учун қуйидаги жадвалларни тузамиз:

6-жадвал

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

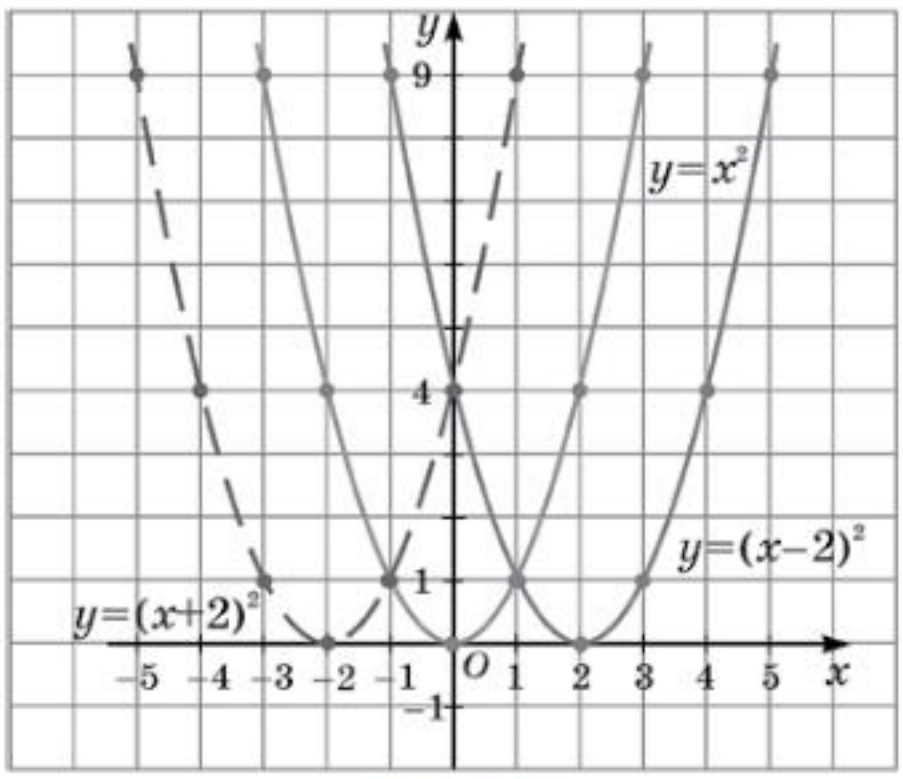
7-жадвал

x	−1	0	1	2	3	4	5
$y = (x - 2)^2$	9	4	1	0	1	4	9

8-жадвал

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1
$y = (x + 2)^2$	9	4	1	0	1	4	9

Жадвалдан $y = (x + 2)^2$ функция $y = x^2$ функция аргументининг мос қийматларидан 2 бирликка ортиқ бўлган $y = x^2$ функциянинг қийматларини қабул қилишини кўришимиз мумкин. Демак, $y = (x + 2)^2$ функция графигини Ox ўқи бўйлаб 2 бирликка чапга кўчириш орқали $y = x^2$ функция графигини ҳосил қилиш мумкин (13-расм).



13-расм

Худди шундай $y = (x - 2)^2$ функция графигини Ox ўқи бўйлаб 2

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соответствие Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

бирликка ўнгга кўчириш орқали $y = x^2$ функциянинг графигини ҳосил қиламиз (13-расм).

$y = f(x + n)$ функция графигини $y = f(x)$ функция графигидан n мусбат сон бўлганда Ox ўқи бўйлаб n бирликка чапга, n манфий сон бўлганда ўнгга кўчириш орқали ҳосил қилиш мумкин.

У ҳолда $y = a(x - m)^2$ функция графиги учи координатаси $(m; 0)$ бўлади.

13-расмдан $y = (x + 2)^2$ функцияси $(-\infty; -2]$ оралиқ масофада камайишини, $[-2; +\infty)$; $y = (x - 2)^2$ функцияси $(-\infty; 2]$ оралиқ масофада камайишини, $[2; +\infty)$ оралиқ масофада ўсишига ишонч ҳосил қиламиз.

$y = x^2$ функция графигидан фойдаланиб, $y = (x + 2)^2 + 2$; $y = (x - 2)^2 - 2$; $y = (x + 2)^2 - 2$; $y = (x - 2)^2 + 2$ функцияларнинг графикларини қандай ҳосил қилиш мумкин?

$y = f(x + n) + m$ функция графигини $y = f(x)$ функция графигидан n мусбат сон бўлганда Ox ўқи бўйлаб n бирликка чапга, n манфий сон бўлганда ўнгга ва агар m *ўнг сон* мусбат сон бўлганда Oy ўқи бўйлаб m бирликка юқорига, m *манфий сон* бўлганда пастга кўчириш орқали ҳосил қилиш мумкин.

1. $y = -(x + 2)^2 + 2$; $y = -(x - 2)^2 - 2$; $y = -(x + 2)^2 - 2$; $y = -(x - 2)^2 + 2$ функцияларнинг графикларини қандай ясаш мумкин? Ҳар бир парабола учларининг координаталарини топинг.
2. $y = -(x + 2)^2 + 2$ ва $y = (x + 2)^2 + 2$ функциялар графиклари Ox ўқига нисбатан қандай жойлашган?

Машқлар

A

13.1. $A(-2; 17)$; $B(-1; 5)$; $C(1; -1)$; $M(2; 10)$; $K(1\frac{1}{2}; 3)$; $P(1\frac{1}{4}; 94{,}5)$ нуқталардан қайсилари $y = 2x^2 - 2x - 5$ функция графигига тегишли?

13.2. $y = -x^2 + 2x - 3$ функция графигига тегишли бўлган бешта нуқтанинг координаталарини ёзинг.

13.3. Нуқтанинг абсциссаси:
1) -4; 2) $-1, 4$; 3) -1; 4) -5; 5) $2, 5$; 6) 5
бўлса, $y = -2x^2 + 3x - 5$ функция графигидаги нуқтанинг ординатасини топинг.

Парабола учларининг координаталарини ёзинг ва тармоқлар йўналишини кўрсатиб, берилган функцияларнинг графикларини ясанг **(13.4-13.5)**:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.4. 1) $y = x^2 + 4$; 2) $y = x^2 - 2$; 3) $y = -x^2 + 1{,}8$;
4) $y = -x^2 - 0{,}4$; 5) $y = x^2 - 1{,}4$; 6) $y = x^2 + 1{,}75$.

13. 5. 1) $y = 2x^2 + 4$; 2) $y = 3x^2 - 2$;
3) $y = -2x^2 + 1{,}8$; 4) $y = -0{,}5x^2 - 1{,}6$;
5) $y = 1\frac{1}{3}x^2 - 4\frac{2}{3}$; 6) $y = 1\frac{1}{3}x^2 + 1{,}75$.

13. 6. $y = \frac{2}{3}x^2 + 1$ функция графигини ясанг. Графикдан фойдаланиб:
1) $x = -2{,}5$; $-1{,}5$; $2{,}4$ бўлса, y нинг қийматини;
2) $y = -2$; $1{,}5$; $4{,}5$ бўлса, x нинг қийматини;
3) функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқларини топинг.

13.7. $y = -2x^2 + 3$ функция графигини ясанг. Графикдан фойдаланиб:
1) $x = -3{,}5$; $-2{,}5$; $5{,}1$ бўлса, y нинг қийматини;
2) $y = -5$; $-0{,}2$; $4{,}5$ бўлса, x нинг қийматини;
3) функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқларини топинг.

13.8. $y = x^2$ параболанинг шаблонидан фойдаланиб, қуйидаги функцияларнинг графигини ясанг ва нолларини топинг:
1) $y = x^2 - 4$; 2) $-y = x^2 - 4$; 3) $y = x^2 - 9$;
4) $y = x^2 + 4$; 5) $y = -x^2 + 9$; 6) $y = -x^2 + 4$.

13.9. $y = x^2$ параболанинг шаблонидан фойдаланиб, қуйидаги функцияларнинг графигини ясанг, парабола учи координаталарини ва функциянинг нолларини топинг:
1) $y = (x - 4)^2$; 2) $y = (x + 4)^2$; 3) $y = (x - 2{,}5)^2$;
4) $y = -(x - 1)^2$; 5) $y = -(x + 1)^2$; 6) $y = -(x - 3{,}2)^2$.

13.10. 1) $y = (x - 1{,}2)^2$; 2) $y = (x + 3{,}2)^2$; 3) $y = -(x - 2{,}9)^2$;
4) $y = 2x^2 + 2{,}8$; 5) $y = -3x^2 + 1{,}7$; 6) $y = -0{,}5x - 25$
функция графиклари қайси координаталар чоракларида жойлашган?

13.11. $y = x^2$ параболанинг шаблонидан фойдаланиб, қуйидаги функцияларнинг графигини ясанг, парабола учи координаталарини ва функциянинг нолларини топинг:
1) $y = (x - 4)^2 - 3$; 2) $y = (x + 4)^2 - 1$;
3) $y = (x - 2{,}5)^2 - 3{,}4$; 4) $y = -(x - 1)^2 + 4$;
5) $y = -(x + 3)^2 - 2$; 6) $y = -(x - 3{,}2)^2 + 2{,}4$.

В

Функциянинг графигини ясанг, унинг симметрия ўқи тенгламасини ва учи координаталарини топиб, берилган функцияларнинг қийматлар тўпламини кўрсатинг **(13.12-13.13)**:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.12. 1) $y = (x - 2{,}6)^2$; 2) $y = (x + 0{,}2)^2$;
3) $y = -(x - 3{,}1)^2$; 4) $y = x^2 - 2{,}4$.

13.13. 1) $y = x^2 + 4$; 2) $y = -(x + 3)^2 - 2$;
3) $y = (x - 2)^2 - 2$; 4) $y = -3(x + 2)^2 + 5$;
5) $y = \frac{1}{5}(x - 2{,}8)^2 - 8\frac{1}{3}$.

13.1 4. 1) $y = x^2 - 2{,}25$; 2) $y = -x^2 + 16$;
3) $y = -(x - 3)^2 - 2$; 4) $y = (x - 2)^2 - 25$;
5) $y = -3(x + 2)^2 - 15$; 6) $y = \frac{1}{5}(x - 6{,}8)^2 - 9\frac{1}{15}$
функциянинг нолларини топинг (агар улар мавжуд бўлса).

13.15. y функциянинг графини ясанг. Парабола учи координаталарини ва симметрия ўқи тенгламасини топиб, функциянинг хоссаларини атанг:
1) $y = 3x^2 - 4$; 2) $y = -x^2 + 4$;
3) $y = 2(x - 3)^2$; 4) $y = (x - 2)^2$;
5) $y = (x + 2)^2$; 6) $y = -(x + 3)^2 - 2$;
7) $y = (x + 2)^2 - 6$; 8) $y = -(x - 2)^2 + 7$.

13.16. 1) $y = x^2 - 4x + 6$; 2) $y = x^2 + 6x + 7$;
3) $y = x^2 - 2x - 3$; 4) $y = -x^2 + 4x + 5$;
5) $y = -2x^2 + 4x + 9$; 6) $y = -3x^2 - 12x + 1$
иикиҳаднинг квадратини ажратиб, функция графигини ясанг.

13.17. $y = -2(x - 3)^2 + 8$ функция учун:
1) функциянинг ноллари ва унинг энг катта қийматини;
2) функция графигининг Oy ўқи билан кесишиш нуқтасини;
3) парабола учининг координаталари ва симметрия ўқи тенгламасини;
4) ўсиш ва камайиш оралиқларини топинг.

C

13.18. 1) $y = |x^2 - 4|$; 2) $y = |8 - 2x^2|$; 3) $y = |x^2 - 3x|$; 4) $y = |-x^2 - 5x|$
функцияларнинг графикларини ясанг. Функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқларини ёзинг.

13.19. 1) $y = |x^2 - 9|$; 2) $y = |24 - 6x^2|$;
3) $y = |x^2 + 3x|$; 4) $y = |-x^2 - 5x| + 2$
функцияларнинг графигини ясанг. Функцияларнинг қийматлар тўпламини, ўсиш ва камайиш оралиқларини топинг.

13.20. a параметрнинг қандай қийматларида берилган функциянинг ноллари мавжуд бўлади:
1) $y = ax^2 - 9$; 2) $y = ax^2 + 24$; 3) $y = -2ax^2 + 14$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $y = ax^2 - 9x$; 5) $y = -ax^2 - 7$; 6) $y = -3ax^2 + 5{,}4$?

Берилган функциянинг графигини ясанг **(13.21—13.23)**:

13.21. 1) $y = \frac{2x^2}{x} - 3$; 2) $y = \frac{x^2}{3x} + 4$; 3) $y = \frac{2x^2 - 2}{x + 1} + 5$; 4) $y = \frac{-x^2 + 4}{x - 2} - 1$.

13.22. 1) $y = 1 - x|x|$; 2) $y = x^2 - \frac{x^2}{|x|}$; 3) $y = x^2 - \frac{|x|}{x}$;

4) $y = 2x^2 - \frac{x^2}{\sqrt{x^2}}$; 5) $y = x^2 - \frac{4x^2}{(\sqrt{x})^2}$; 6) $y = 4x - \frac{x^3}{|x|}$.

13.23. 1) $y = x^2 - 2x - (\sqrt{2x-4})^2$; 2) $y = x^2 - 3x - (\sqrt{3x-9})^2$;

3) $y = x^2 - 3x - \sqrt{(3x-9)^2}$; 4) $y = x^2 - 2x - \sqrt{(2x-4)^2}$.

13.24. Агар $y = (x - 2)^2 - c$ функциянинг энг кичик қиймати:
1) -1; 2) 0; 3) 7,4; 4) $-2{,}6$; 5) 1,3; 6) π
бўлса, у ҳолда c ни топинг ва унинг графигини ясанг.

13.25. $y = \frac{3}{x}$ функция графигини ясанг ва унинг қуйидаги функциялар-нинг графиги бўладиган параболалар билан кесишиш нуқтасини топинг:
1) $y = -2x^2 + 3$; 2) $y = -x^2 + 4x$; 3) $y = -2x^2 - 4x$; 4) $y = x^2 + 1{,}4$.

Такрорлаш

13.26. Товарнинг нархи дастлаб 20% га ошди, кейин 20% га арзонлашди. Товарнинг дастлабки нархи неча фоизга ўзгарган?

13.27. Берилган соннинг 20% и унинг 10% идан ёки 10% и унинг 20% идан ортиқми?

13.28. Тенгламаларни ечинг:
1) $(3x - 1) \cdot (2x + 7) - (x + 3) \cdot (5x - 1) = (x + 1)^2$;
2) $2(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9) - (x - 2)^3 = (x + 2)^3$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

13.29. Иккиҳаднинг квадратини ажратинг:
1) $2x^2 + 4x + 3$; 2) $x^2 + 4x - 5$; 3) $2x^2 - 4x + 5$; 4) $-x^2 - 1{,}4x + 0{,}6$.

13.30. 1) $y = x^2 + 2$; 2) $y = x^2 - 3$; 3) $y = (x - 2)^2$; 4) $y = -(x + 3)^2$ функция орқали берилган парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини ёзинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14-§. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ ФУНКЦИЯ, УНИНГ ХОССАЛАРИ ВА ГРАФИГИ

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги функциянинг қандай хоссалари мавжуд ва графиги қандай ясалади?

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ квадрат функциянинг графигини ясашни кўриб чиқамиз.

$ax^2 + bx + c$ ифодадан тўла квадратни ажратамиз.

Аввал a кўпайтувчини қавсдан ташқари чиқарамиз:

$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$. Бир соннинг (яъни x нинг) бошқа сонга (яъни, $\frac{b}{2a}$ га) иккиланган кўпайтмасини ҳосил қилиш учун иккинчи қўшилувчини 2 га кўпайтирамиз ва бўламиз, $\frac{b}{2a}$ сонининг квадратини қўшамиз ва айирамиз:

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right).$$

Иккиҳад квадратининг қисқа кўпайтириш формуласидан фойдаланамиз:

$$a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a \cdot \left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right).$$

$a \cdot \left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ифодани $y = a(x - m)^2 + n$ кўринишга келтирдик.

Демак, квадрат функциянинг графиги Ox ўқи бўйлаб, агар $\frac{b}{2a} > 0$ бўлса, $\frac{b}{2a}$ бирликка чапга ёки $\frac{b}{2a} < 0$ бўлса, ўнгга, агар $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right| > 0$ бўлса, $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right|$ бирликка пастга ёки $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right| < 0$ бўлса, $\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ бирликка юқорига кўчадиган $y = ax^2$ парабола бўлади. Бундан

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ парабола учини координаталари $M\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ бўлади.

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ параболанинг симметрия ўқи $x = -\frac{b}{2a}$ тўғри чизиқ бўлади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1-мисол. $y = 3x^2 - 9x + 5$ парабола учининг координатасини топамиз.

Ечилиши. Парабола учининг абсциссасини $x_0 = -\frac{b}{2a}$ формула бўйича ҳисоблаймиз: $\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

$y = 3x^2 - 9x + 5$ тенгламага парабола учининг абсциссаси 1,5 сонини қўйиб, парабола учининг ординатасини топамиз: $3 \cdot (1{,}5)^2 - 9 \cdot 1{,}5 + 5 = 3 \cdot 2{,}25 - 13{,}5 + 5 = -1{,}75$.

Жавоб: (1,5; −1,75).

2-мисол. $y = 4x^2 + 8x + 5$ парабола симметрия ўқининг тенгламасини ёзамиз.

Ечилиши. Oy ўқига параллел ва $(x_0; y_0)$ учи орқали ўтувчи тўғри чизиқ параболанинг симметрия ўқи ҳисобланади, бунда $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Энди парабола учининг абсциссасини топамиз: $x_0 = -\frac{8}{8} = -1$. У ҳолда парабола симметрия ўқининг тенгламаси $x = -1$.

Жавоб: $x = -1$.

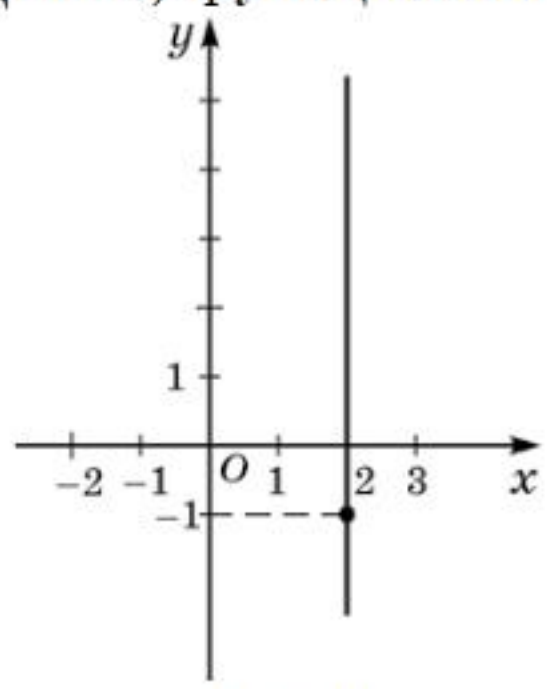
3-мисол. $y = x^2 - 4x + 3$ функциянинг графигини ясаймиз.

Ечилиши. 1. Парабола учининг координатасини топамиз: $x_0 = \frac{4}{2} = 2$ парабола учининг абсциссаси, $y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$ парабола учининг ординатаси бўлади. Бундан парабола учининг координаталари (2; −1) бўлади.

Координаталари (2; −1) бўлган парабола учининг координаталарини текисликда тасвирлаймиз (14-расм).

2. Параболанинг симметрия ўқини ясаймиз: бунинг учун (2; −1) нуқта орқали ординаталар ўқига паралллел бўлган $x = 2$ тўғри чизиқ ўтказамиз (14-расм).

3. Функциянинг нолларини топамиз. Бунинг учун $x^2 - 4x + 3 = 0$ тенгламани ечиб, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ га эга бўламиз. Демак, функциянинг ноллари (1; 0) ва (3; 0) нуқталар бўлади. Уларни координаталар текислигида белгилаймиз (15-расм).



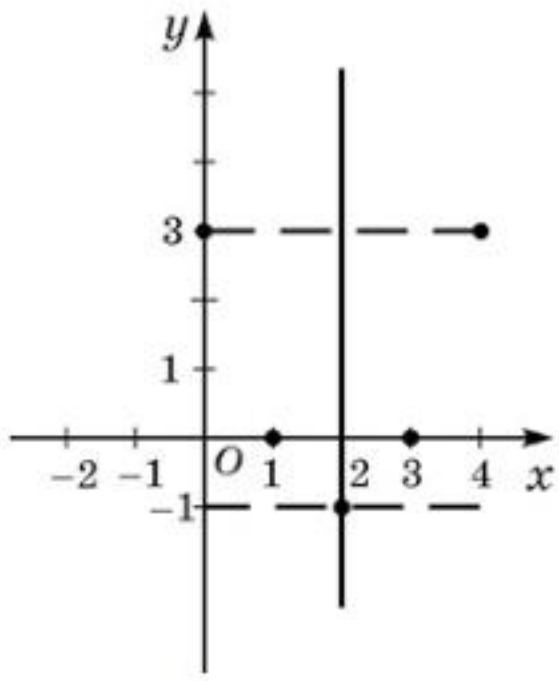
14-расм

4. Параболанинг Oy ўқи билан кесишиш нуқтасини ва параболанинг симметрия ўқига нисбатан симметрик нуқтани, яъни ординатаси худди шундай бўлган нуқтани белгилаймиз.

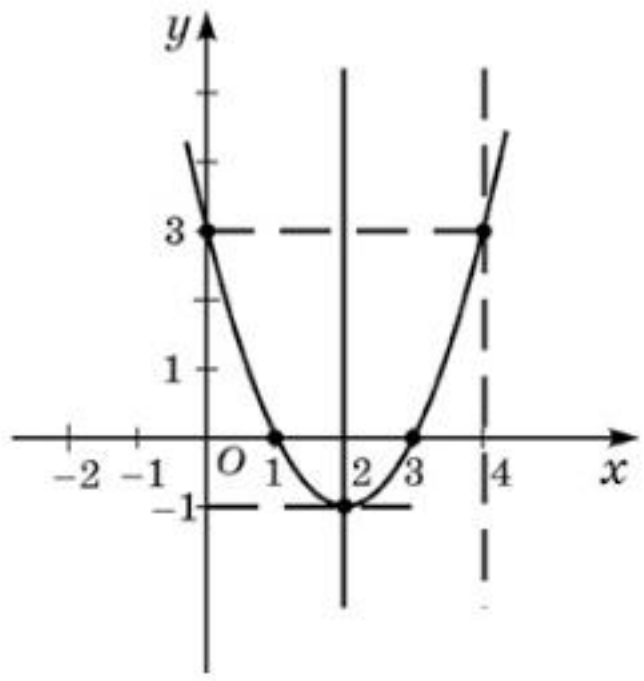
Параболанинг Oy ўқи билан кесишиш нуқтасининг абсциссаси нолга тенг бўлади. (Нима учун? Тушунтиринг.) Агар $y = x^2 - 4x + 3$ парабола тенгламасидаги x нинг ўрнига 0 сонини

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



15-расм



16-расм

қўйсак, у ҳолда $y = 3$, яъни параболанинг координаталари (0; 3) бўлган нуқтага эга бўламиз.

Ушбу симметрик нуқтани топамиз. Унинг худди шундай 3 сонига тенг бўлган ординатаси бор. Шунинг учун $y = x^2 - 4x + 3$ тенгламасидаги у нинг ўрнига 3 сонини қўямиз. Бундан $x^2 - 4x = 0$ тенгламани ҳосил қиламиз. $x(x - 4) = 0$ тенгликнинг чап томонини кўпайтувчиларга ажратамиз. Тенгламани ечсак, $x = 0$ ёки $x = 4$, яъни (0; 3) нуқтага симметрик бўлган (4; 3) парабола нуқтасини топамиз.

Координаталар текислигида (0; 3), (4; 3) нуқталарни белгилаймиз (15-расм).

5. Белгиланган нуқталарни силлиқ эгри чизиқ билан туташтирсак, парабола чиқишини кўрамиз. (16-расм).

$y = ax^2 - bx + c$ кўринишдаги квадрат функция графигини ясаш алгоритми:

1) координаталар текислигида параболанинг учини белгилаш.

Бунинг учун $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ формулалар ёрдамида учнинг $(x_0; y_0)$ координаталарини топамиз;

2) параболанинг учи бўлган $(x_0; y_0)$ нуқта орқали параболанинг симметрия ўқи бўлган, ординаталар ўқига параллел $x = -\frac{b}{2a}$ тўғри чизиқни чизиш;

3) функциянинг нолларини топиш. Бунинг учун $ax^2 + bx + c = 0$ тенгламани ечиб, x_1 ва x_2 илдизларни топамиз. Координаталар текислигида $(x_1; 0)$ ва $(x_2; 0)$ нуқталарни белгилаймиз;

4) параболанинг ўқига нисбатан симметрик жойлашган яна иккита нуқта белгилаш. Бунинг учун x_0 нуқтага парабола учининг абсциссасига нисбатан симметрик жойлашган x аргументнинг исталган иккита қийматини олиб, унга мос функциянинг қийматини топамиз;

5) координаталар текислигида белгиланган нуқталарни туташтириб, параболани ҳосил қилиш.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

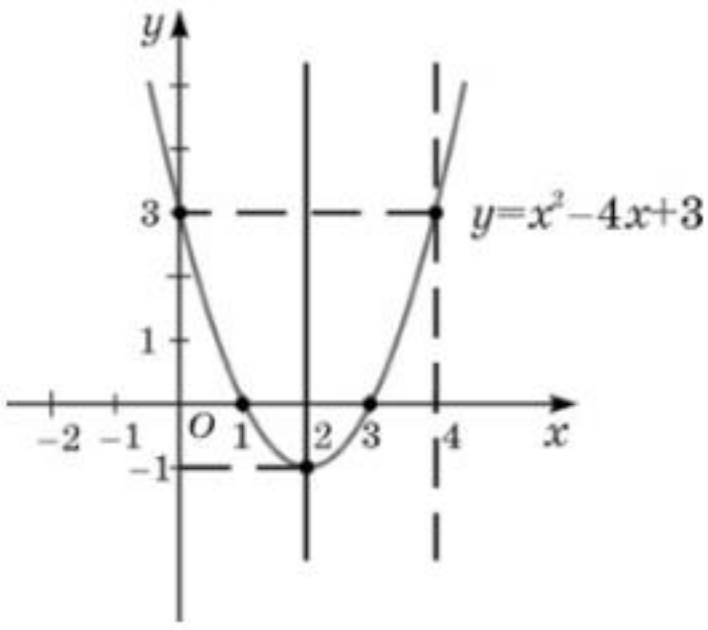
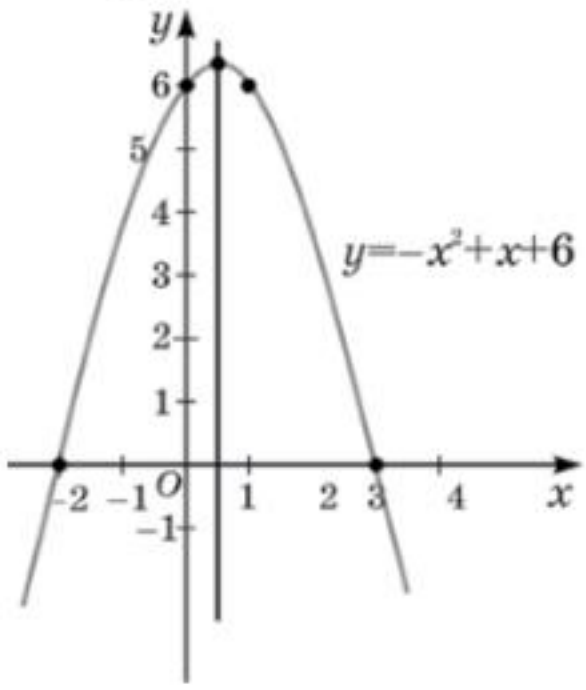
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тушунтиринг

1) $y = x^2 - 4x + 3$; 2) $y = -x^2 + x + 6$

квадрат функциянинг хоссалари график ёрдамида қандай аниқланади (9-жадвал)?

9-жадвал

Функциянинг хоссалари	Функция	
	$y = x^2 - 4x + 3$	$y = -x^2 + x + 6$
	 17-расм	 18-расм
Функциянинг аниқланиш соҳаси	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Функциянинг қийматлар тўплами	$[-1; +\infty)$	$(-\infty; 6\frac{1}{4}]$
Функциянинг ўсиш оралиғи	$[2; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{2}]$
Функциянинг камайиш оралиғи	$(-\infty; 2]$	$[\frac{1}{2}; +\infty)$
Параболанинг симметрия ўқи	$x = 2$ тўғри чизиқ	$x = \frac{1}{2}$ тўғри чизиқ
Функциянинг энг катта қиймати	йўқ	$y = 6\frac{1}{4}$
Функциянинг энг кичик қиймати	$y = -1$	йўқ
Функциянинг манфий қиймат қабул қиладиган оралиғи	$(1; 3)$	$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
Функциянинг мусбат қиймат қабул қиладиган оралиғи	$(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3)$
Функциянинг нолга тенг қиймати	$x_1 = 1$ ва $x_2 = 3$	$x_1 = -2$ ва $x_2 = 3$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$y = -x^2 + x + 6$ параболани ясанг. a коэффициентнинг ишорасига боғлиқ равишда $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ парабола тармоқларининг жойлашишини тушунтиринг.

Амалий масалаларниечишда квадрат функциядан қандай фойдаланилади?

Мисол. Дарё оқимининг тезлиги (y, м/с) дарёнинг чуқурлигига (x, м) боғлиқлиги $y = -x^2 + 8x - 12$ формула орқали берилган. Дарё оқимининг тезлиги 0 га тенг ва чуқурликни энг катта тезлик билан олганда дарёнинг энг катта чуқурлигини топинг.

Ечилиши. Оқимининг тезлиги 0 га тенг бўлганда дарёнинг энг катта чуқурлигини топиш керак. Демак, тезликни нолга тенглаймиз: $y = 0$. x чуқурликни топамиз. Бунинг учун $-x^2 + 8x - 12 = 0$ чуқурликни топамиз. Бундан $x_1 = 2$ ва $x_2 = 6$ ни ҳосил қиламиз. У ҳолда дарёнинг энг катта чуқурлиги 6 м. тенгламани ечамиз.

Энг катта тезлик ва чуқурликни аниқлаш учун $y = -x^2 + 8x - 12$ боғланишнинг графигини кўриб чиқамиз (19-расм).

19-расм

Графикдан энг катта тезлик 4 м/с чуқурлик 4 м да бўлишини аниқлаймиз.

Жавоб: 6 м; 4 м.

Иш унумдорлиги (y — маҳсулот миқдори) иш вақтига боғлиқлиги (x — вақт) $y = 3 - 0{,}2x(x + 8)$ ўзгаради. Бу боғланиш қандай функция бўлади? Иш вақти 0 соатданбошланиб соат 8 да тугайдиган бўлса, у ҳолда ана шу функция графигини ясанг.

Қуйидаги саволларгажавоб беринг:
1. Иш бошлангандан кейин қанча вақт ўтгач унумдорлик юқори бўлади?
2. Ишнинг қандай оралиғида унумдорлик ўсади?
3. Ишнинг қандай оралиғида унумдорлик камаяди?
4. Қайси вақтда унумдорлик катта бўлади: иш бошлангандан кейин 3 соат ёки 4 соат ўтгандан кейинми?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. $a > 0$, $a < 0$ бўлса, параболанинг тармоқлари қандай йўналган?
2. Ҳар бир параболанинг симметрия ўқи қандай жойлашган?
3. Параболанинг симметрия ўқи Oy, Ox ўқлари билан устма-уст тушадими?
4. Матнли масалаларни квадрат тенглама ёрдамида ечганда масаланинг қўшимча модели нима бўлади?

Машқлар

A

14.1. $f(x) = 2x^2 - x - 4$ функциянинг графиги:
1) $A(-2; 6)$; 2) $B(-1{,}5; 2)$; 3) $C(-1; -3)$;
4) $M(1; -3)$; 5) $K(2; 2)$; 6) $P(4; 22{,}5)$
нуқталар орқали ўтадими?

14.2. $f(x)$ функция учун берилган иккиҳадларнинг тўла квадратини ажратинг:
1) $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$; 2) $f(x) = 3x^2 - x + 2$;
3) $f(x) = 4x^2 - 2x + 4$; 4) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - x - 4\frac{1}{3}$;
5) $f(x) = 2\frac{1}{3}x^2 - 3x + 4\frac{1}{3}$; 6) $f(x) = \frac{2}{7}x^2 - \frac{1}{7}x + 4\frac{1}{7}$.

14.3. $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + x + 4\frac{1}{3}$ функциянинг графигини ясанг ва графикка тегишли бўлган 1) -2; 2) -3; 3) 0; 4) 1,5; 5) 2; 6) 3 нуқталарнинг ординаталарини топинг.

Иккиҳаднинг тўла квадратини ажратиб, берилган $f(x)$ функцияларнинг графигини ясанг **(14.4—14.7)** :

14.4. 1) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$; 2) $f(x) = 3x^2 - x - 5$; 3) $f(x) = 4x^2 - x - 2$.

14.5. 1) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x - 2\frac{1}{3}$; 2) $f(x) = 2x^2 - 10x + 1$;
3) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3x - 3\frac{1}{3}$.

14.6. 1) $f(x) = -2x^2 + 2x - 4$; 2) $f(x) = -3x^2 + 2x - 5$;
3) $f(x) = -2x^2 - 3x - 2{,}5$.

14.7. 1) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 4\frac{1}{3}$; 2) $f(x) = -\frac{2}{5}x^2 - 2x + \frac{1}{5}$;
3) $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - 3x + 3\frac{1}{3}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.8. $f(x) = -2x^2 - x + 5$ функция графигини ясанг ва графикдан:
1) $x = -0,3;\ 1,\ 2;\ 3$ бўлса, функциянинг қийматини;
2) $f(x) = 5;\ 2;\ -1$ бўлса, x аргументнинг қийматини;
3) функциянинг нолларини, функциянинг ўзгармас ишорали оралиқларини;
4) парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини топинг.

14.9. $f(x) = x^2 - 4x - 1$ функция графигини ясанг ва графикдан:
1) $x = -0,4;\ 2,1;\ 3$ бўлса, функциянинг қийматини;
2) $f(x) = 6;\ 3;\ -2$ бўлса, x аргументнинг қийматини;
3) функциянинг нолларини, функциянинг ўзгармас ишорали оралиқларини;
4) парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини топинг.

14.10. $f(x) = -x^2 - 6x + 5$ функция графигини ясанг ва графикдан:
1) $f(x) = 5;\ 2;\ -1$ бўлса, функциянинг қийматини;
2) функциянинг нолларини, функциянинг ўзгармас ишорали оралиқларини;
3) парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини топинг;
4) функциянинг энг катта қийматини топинг.

14.11. $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$ функция графигини ясанг ва графикдан:
1) парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини топинг;
2) функциянинг энг кичик ва энг катта қийматлар тўпламини топинг.

14.12. $f(x) = -2x^2 - x + 7$ функция графигини ясанг ва графикдан:
1) парабола учининг координаталарини ва симметрия ўқининг тенгламасини топинг;
2) функциянинг энг катта қийматини ва қийматлар тўпламини;
3) функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқларини топинг.

Берилган функцияларнинг графикларини ясанг ва функциянинг хоссаларини тавсифланг **(14.13—14.16)**:

14.13. 1) $f(x) = -x^2 - 4x + 6$; 2) $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$;
3) $f(x) = -3x^2 - x + 2$.

14.14. 1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$; 2) $f(x) = 4x^2 - x - 3$;
3) $f(x) = 3x^2 + 6x - 4$.

14.15. 1) $f(x) = 2,5x^2 - 3x - 1,5$; 2) $f(x) = 0,4x^2 - 2x - 3,6$;
3) $f(x) = 0,3x^2 + 2,6x - 4,8$.

14.16. 1) $y = (2x - 1)(x + 3)$; 2) $y = (2x - 4)(x + 4)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $y = (2x + 3)(x - 4)$.

14.17. 1) $y = (3x - 1)(2x + 5)$; 2) $y = (3x - 6)(x - 0,4)$;
3) $y = (2x - 5)(x - 6)$.

Қуйидаги формулалар билан берилган параболалар учларининг координаталарини ва симметрия ўқларининг тенгламаларини топинг **(14.18—14.20):**

14.18. 1) $y = (x - 2)^2 - 4$; 2) $y = -3(x + 1)^2 + 3$;
3) $y = 0,1\,(x - 1)^2 - 1\frac{1}{5}$.

14.19. 1) $y = (x - 2)^2 - 9$; 2) $y = -3(x - 2)^2 + 7$;
3) $y = \frac{1}{5}(x - 4)^2 - 9\frac{1}{15}$.

14.20 . 1) $y = -3\,(x + 3)^2 + 3$; 2) $y = 2(x - 3)^2 - 4$;
3) $y = -\frac{4}{5}(x + 3)^2 + 2\frac{1}{8}$.

Қуйидаги формула билан берилган параболалар учининг координаталари ва симметрия ўқи тенгламасини топинг ва ушбу параболани чизинг **(14.21-14.22):**

14.21. 1) $f\,(x) = 5x^2 - 3x + 4$; 2) $f\,(x) = -3x^2 - 2x + 7$;
3) $f\,(x) = -2x^2 - 5x + 6$.

14.22. 1) $f\,(x) = 0,8x^2 - 3x + 2,3$; 2) $f(x) = -1,3x^2 - 2x + 3,4$;
3) $f\,(x) = 2,2x^2 - 4x + 6$.

B

Қуйидаги функцияларнинг графикларини ясанг ва параболалар учларининг координаталарини топинг **(14.23—14.25):**

14.23. 1) $y = (x - 1,6)\,(x + 3,5)$; 2) $y = (2,5x - 4)(x + 2)$;
3) $y = (1,2x + 3,6)(x - 5)$.

14.24. 1) $y = (3x - 1)(2x + 5)$; 2) $y = (3x - 6)(0,4 - x)$;
3) $y = -(2x - 5)(x - 6)$.

14.25. 1) $y = \left(2\frac{1}{3}x - 1,4\right)(x+7)$; 2) $y = -(2,2x - 4,4)(x + 3,2)$;
3) $y = -(2,4x + 3,6)(5 - x)$.

14.26. Агар A (1; −2) нуқта қуйидаги параболаларнинг учи бўлса, у ҳолда p билан q ни топинг:
1) $y = x^2 + px + q$; 2) $y = x^2 + 2px + q$; 3) $y = x^2 + 2px + 2q$.

14.27. Агар A (−2; −7) нуқта қуйидаги параболаларнинг учи бўлса, у ҳолда k билан m ни топинг:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $y = kx^2 + 8x + m$; 2) $y = kx^2 - 4x + m$;
3) $y = kx^2 + 7x + m$.

Берилган функцияларнинг графикларини ясанг **(14.28—14.30):**

14.28. 1) $y = (x^2 + 1)^2 - (x^2 - 2)^2$; 2) $y = (x^2 - 2)^2 - (3 - x^2)^2$;
3) $y = (1 + x^2)^2 - (x^2 - 3)^2$.

14.29. 1) $y = (x + 1)^3 - (x + 2)^3$; 2) $y = (x - 1)^3 - (x - 2)^3$;
3) $y = (x - 1)^2 \cdot (x - 2) - (x - 2)^2 (x - 1)$.

14.30 . 1) $y = x (x - 1) (x + 1) - x (x + 1)(x + 2)$;
2) $y = x (x - 2) (x + 3) - x (x + 2) (x - 4)$.

14.31. 1) $A (-1; 0)$, $B (1; 0)$, $C (0; 4)$;
2) $A (-2; 0)$, $B (2; 0)$, $C (0; 6)$;
3) $A (-4; 0)$, $B (2; 0)$, $C (0; -3)$;
4) $A (1; 0)$, $B (6; 0)$, $C (0; -4)$
нуқталар орқали ўтувчи параболанинг тенгламасини (агар мавжуд бўлса) ёзинг.

14.32. Агар A нуқта параболанинг учи бўлса, у ҳолда A ва B нуқталар орқали ўтувчи параболанинг тенгламасини ёзинг:
1) $A (-4; 0)$, $B (2; 36)$; 2) $A (2; 0)$, $B (-4; 36)$;
3) $A (3; -4)$, $B (0; 12)$; 4) $A (-0{,}5; -10)$, $B (6; 10)$.

C

Қуйидаги функцияларнинг графикларини ясанг **(14.33—14.36):**

14.33. 1) $y = \frac{-2x^3}{\sqrt{x^2}} + 2x - 3$; 2) $y = \frac{3x^3}{(\sqrt{x})^2} - 2x + 3$; 3) $y = \frac{-x^3}{\sqrt{x^2}} + 2|x| - 3$.

14.34. 1) $y = |3x^2 - 2x - 1|$; 2) $y = |-3x^2 + x + 1|$; 3) $y = |-2x^2 + 3x + 9|$.

14.35. 1) $y = |3x^2 - 2x - 8|$; 2) $y = |-3x^2 + 3x + 6|$;
3) $y = |-2x^2 + 3x + 5| - 3$.

14.36. 1) $y = x^2 - 3x - (\sqrt{x-3})^2$; 2) $y = x^2 - 2x - \sqrt{(x-2)^2}$;
3) $y = x|x - 3| - 3x + 8$; 4) $y = x \cdot \left(\sqrt{x-3}\right)^2 - 3x + 8$.

14.37. 1) $x = -2$ тўғри чизиқ; 2) $x = 3$ тўғри чизиқ симметрия ўқининг тенгламаси бўлса,

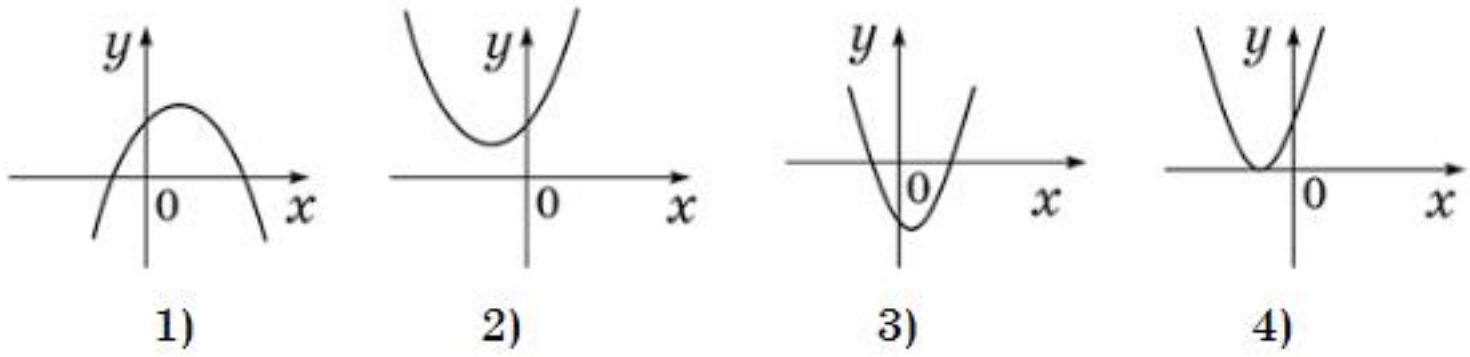
$y = 2x^2 - (a - 3)x + 3$ функциянинг графигини ясанг.

14.38. 1) Энг кичик қиймати 2; 2) энг кичик қиймати −4; 3) энг катта қиймати 6; 4) энг катта қиймати −2 бўлган $y = 2x^2 - x + a$ функция графигини ясанг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.39. Графиги 20-расмда берилган $y = ax^2 + bx + c$ функциянинг a, b, c коэффициентлари ва D нинг ($D = b^2 - 4ac$) ишорасини аниқланг.

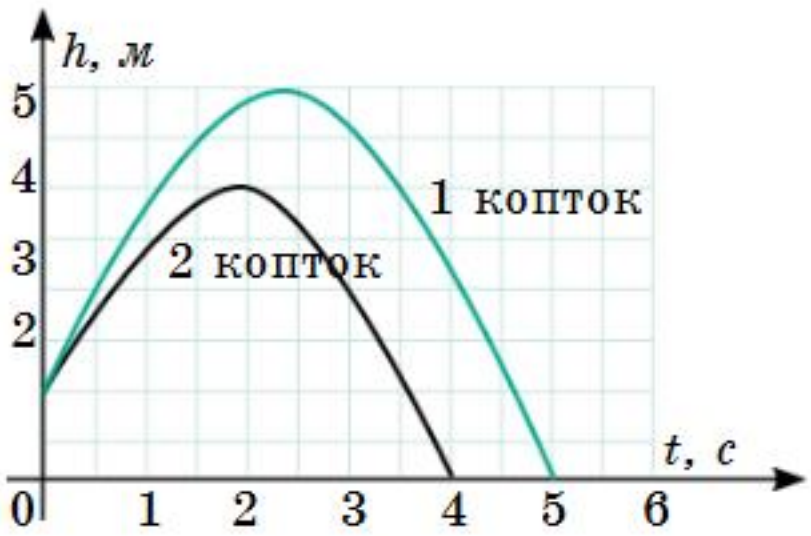


20-расм

14.40. 1) x_1 ва x_2 илдизлари $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ боғланиш орқали ифодаланган $f(x) = 2x^2 - (a + 2)x + a$ функциянинг графигини ясанг.

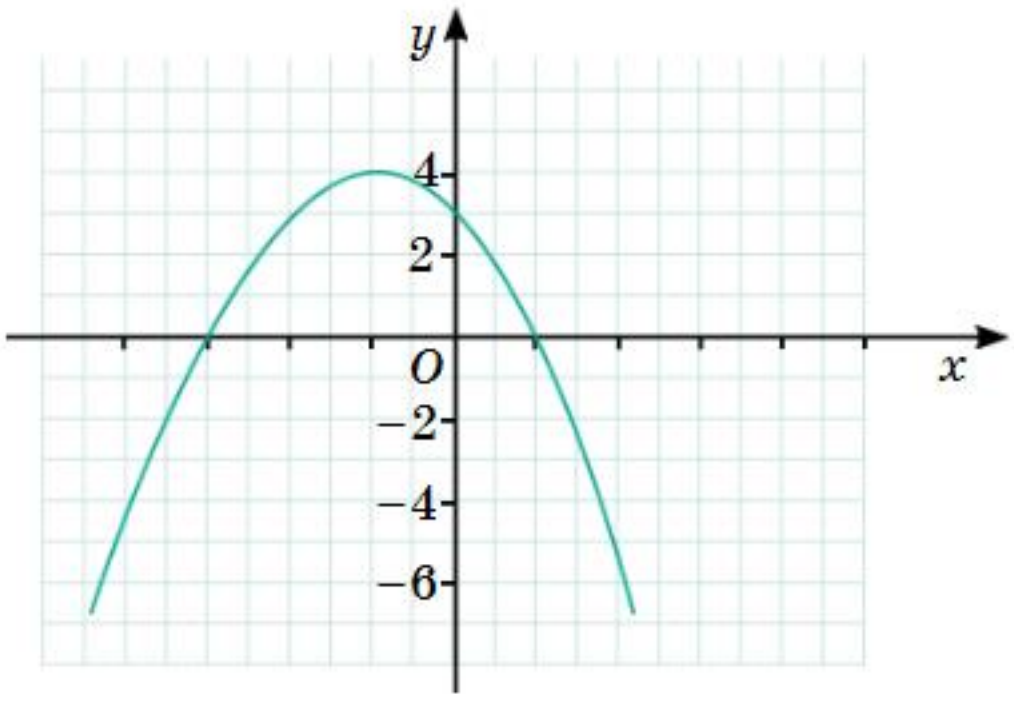
2) x_1 ва x_2 илдизлари $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 12$ боғланиш орқали ифодаланган $f(x) = x^2 + 3x + a$ функциянинг графигини ясанг.

14.41. Юқорига улоқтирилган иккита копток ерга келиб тушди. 21-расмда коптокларнинг улоқтирилгандан кейинги баландликларининг уларнинг учиш вақтига боғлиқлик графиги тасвирланган. График ёрдамида дастлабки 3 соатда қайси копток узоққа учган ва неча метр ортиқ учганлигини аниқланг.



21-расм

14.42. 22-расмда $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ функциянинг графиги берилган. Графикдан фойдаланиб, навбатдаги саволларга жавоб беринг:



22-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) учининг координаталарини ёзинг;
2) симметрия ўқининг тенгламасини ёзинг;
3) энг катта қийматини топинг;
4) $x \in [-2; 2]$ бўлганда қийматлар тўпламини топинг;
5) $2f(-4) + 5f(0) + 2f(-2) - f(4)$ ифоданинг қийматини ҳисобланг;
6) ab ифоданинг ишорасини аниқланг.

14.43. Берилган математик моделдан фойдаланиб, матнли масала тузинг:

1) $n = 4 - 0{,}3\,x(x + 5)$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+8}$.

Такрорлаш

14.44. Агар ҳар бир юк машинасига 3,5 т буғдой юкланса, у ҳолда 4 т буғдой ортилиб қолади, агар ҳар бир юк машинасига 4,5 т буғдой юкланса, у ҳолда ҳамма машинага тўлиқ юклаш учун 43 т буғдой етишмайди. Нечта машина бор?

14.45. Агар $n = 3a^2 - 2a$ ва 1) $a = 20$; 2) $a = 12$; 3) $a = 26$; 4) $a = 2{,}8$ бўлса, у ҳолда n сонининг 30% идан 20% ини топинг.

14.46. Тўғри тўртбурчакнинг юзи 72 см^2, унинг периметри 36 см. Тўғритўртбурчак томонларининг узунликларини топинг.

14.47. 1) Тўғри бурчакли учбурчакнинг юзаси 180 см^2. Агар унинг катетларидан бири иккинчисидан 31 см ортиқ бўлса, у ҳолда тўғри бурчакли учбурчак катетларининг узунлигини топинг.

2) Тўғри тўртбурчакнинг юзаси 84 см^2. Агар бир томони иккинчи томонидан 5 см қисқа бўлса, у ҳолда тўғри тўртбурчак томонларининг узунликларини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

14.48. Ҳаво харорати навбатдаги қаторда берилган:
-2°C, -2°C, -1°C, 0°C, -3°C, -2°C, -2°C, -5°C, -6°C, -3°C, -3°C, -2°C, -3°C, -5°C, -4°C, -6°C. Вариацион қатор тузинг ва -2°C вариантасини фоизларда олинган солиштирма частотасини топинг.

14.49. II чоракда геометриядан 16 марта уй вазифаси берилган. Ўқувчи уй вазифасини икки марта бажара олмаган. II чоракда уй вазифасининг бажарилишга доир абсолют частотасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4 -БЎЛИМ

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

15-§. ИНТЕРВАЛЛАР ЖАДВАЛИ. ГИСТОГРАММА

Танлаш натижаларини частотанинг интерваллар жадвали орқали қандай бериш мумкин?

Мисол. 13-14 ёшдаги 25 та боланинг оғирлиги ўлчанди. Олинган маълумотлар жадвалга қуйидагича киритилди:

— ўлчаш натижалари орасидаги энг кичик масса 39 кг, энг катта масса 57 кг эканлиги аниқланди;

— массалар қийматининг кўлами ҳисобланди: 57 – 39 = 18 ва шу қийматни 3 га бўлиб 6 та интервал олинди: [39; 42); [42; 45); [45; 48); [48; 51); [51; 54); [54; 57];

— массалар кўрсатилган ҳар бир интервалдаги болалар сони аниқланиб жадвалга ёзилди (10-жадвал).

10-*жадвал*

Интервал	Болаларнинг массаси (кг)	39—42	42—45	45—48	48—51	51—54	54—57
Интервалга тушиш частотаси	Болалар сони	1	4	8	7	3	2

У ҳолда ҳар бир интервалга кузатилган далилларнинг частотаси кўрсатилган кузатиш натижалари ёзилган жадвал ҳосил қилинади. Бундай жадвал *частотанинг интерваллар жадвали* дейилади.

Частотанинг интерваллар жадвалини гистограмма кўринишида қандай бериш мумкин?

Частотанинг интерваллар жадвалидан фойдаланиб, кузатиш натижаларини гистограмма кўринишида бериш мумкин (гистограмма — histogram).

Гистограмма тўғритўртбурчаклардан ташкил топган поғонали фигурани беради. Қулай бўлиши учун тўғритўртбурчакларнинг эни (интервалдаги мос қийматлар) бир хил қилиб олинади, бўйлари частотага мос равишда (мисолда болалар сони) олинади.

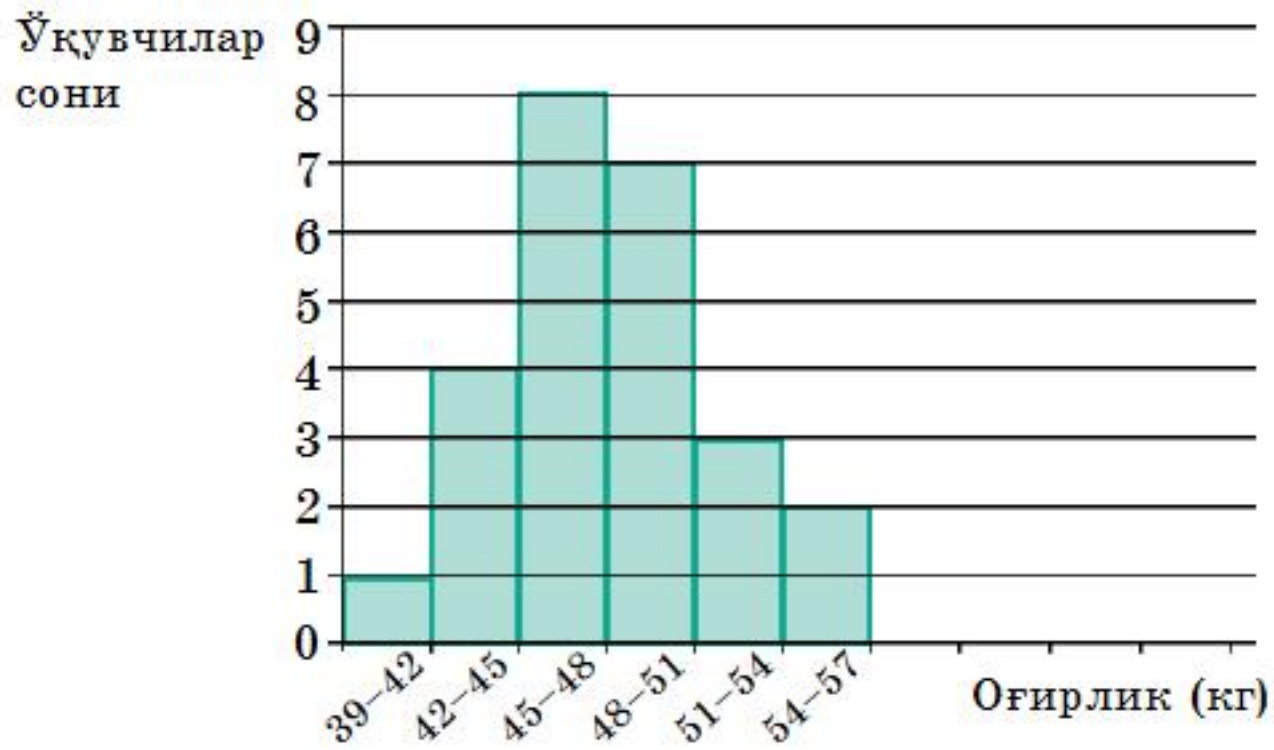
Гистограмма ясаш давомида ўзгарувчи катталикнинг x қийматини горизонтал ўқда, частота вертикал ўқда кўрсатилади (23-расм).

Частотанинг интерваллар жадвали бўйича гистограмма ясаш алгоритми:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. *Ox* ўқида интерваллларнинг қийматларини белгилаш.
2. *Oy* ўқида частотанинг қийматларини белгилаш.
3. Энди *Ox* ўқида интерваллар, бўйи интерваллларга мос частоталарга пропорционал бўлган тўғритўртбурчакларни ясаш.



23-расм

Частотанинг интерваллар жадвали (11-жадвал), гистограмма (24-расм) орқали қандай маълумотларолиш мумкин?

11-*жадвал*

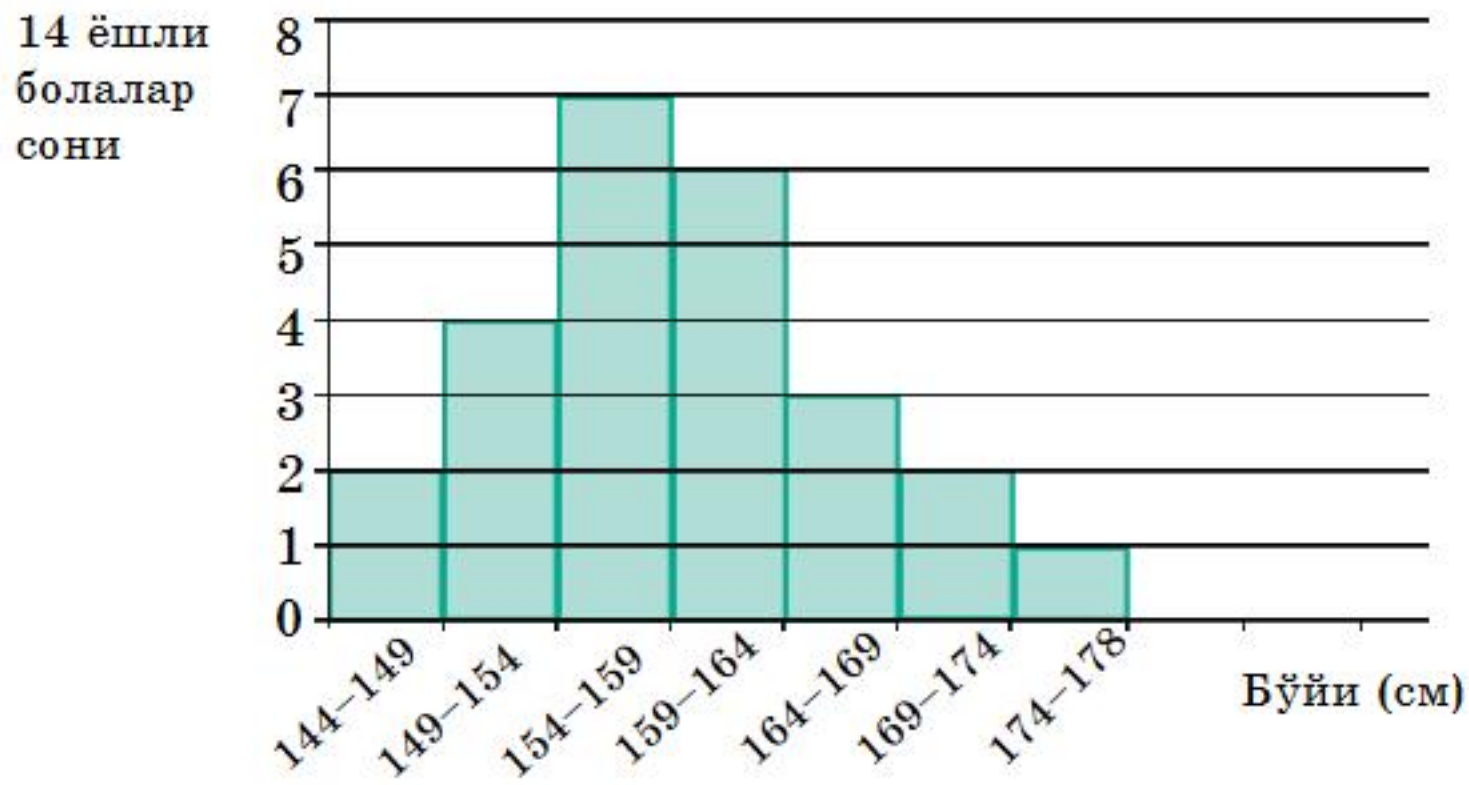
Бўй узунлигининг интервал-лари (см)	140—146	146—152	152—158	158—164	164—170
13 ёшдаги болалар сони	2	4	8	7	4

1. 10-жадвалда қандай кузатиш натижалари кўрсатилган?
2. Кузатишга нечта 13 ёшдаги бола қатнашган?
3. 13 ёшдаги болалар бўйларининг узунликлари қандай ораликда ўзгарган?
4. Нечта ўқувчи бўйининг узунлиги 140 см дан 146 см гача?
5. 13 ёшдаги болаларнинг кўпчилигида (камчилигида) қандай бўй узунлиги интервали кузатилади?
6. 13 ёшдаги болалардан нечтасининг бўй узунлиги 152 см дан кичик эмас (ортиқ эмас)?
7. 24-расмдаги гистограмма орқали қандай кузатиш натижалари кўрсатилган?
8. Кузатишга 14 ёшдаги нечта бола қатнашган?
9. 14 ёшдаги болаларнинг бўй узунликлари қандай ораликда ўзгарган?
10. Нечта ўқувчи бўйининг узунлиги 164 см дан 174 см гача?
11. 14 ёшдаги болаларнинг кўпчилигида (камчилигида) қандай бўй узунлиги интервали кузатилади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12) 14 ёшдаги болалардан нечтасининг бўй узунлиги 164 см дан кичик эмас (ортиқ эмас)?



24-расм

1. Нима учун частотанинг интерваллар жадвалини (10, 11-жадваллар) ва гистограммасини (23,24-расмлар) беришда болаларнинг массалари (вариантлар) тенг интерваллларга бўлинган?
2. Частотанинг интерваллар жадвалида берилган кузатишлар натижаларининг график кўриниши қандай аталади?
3. Гистограмма нима учун керак?

Машқлар

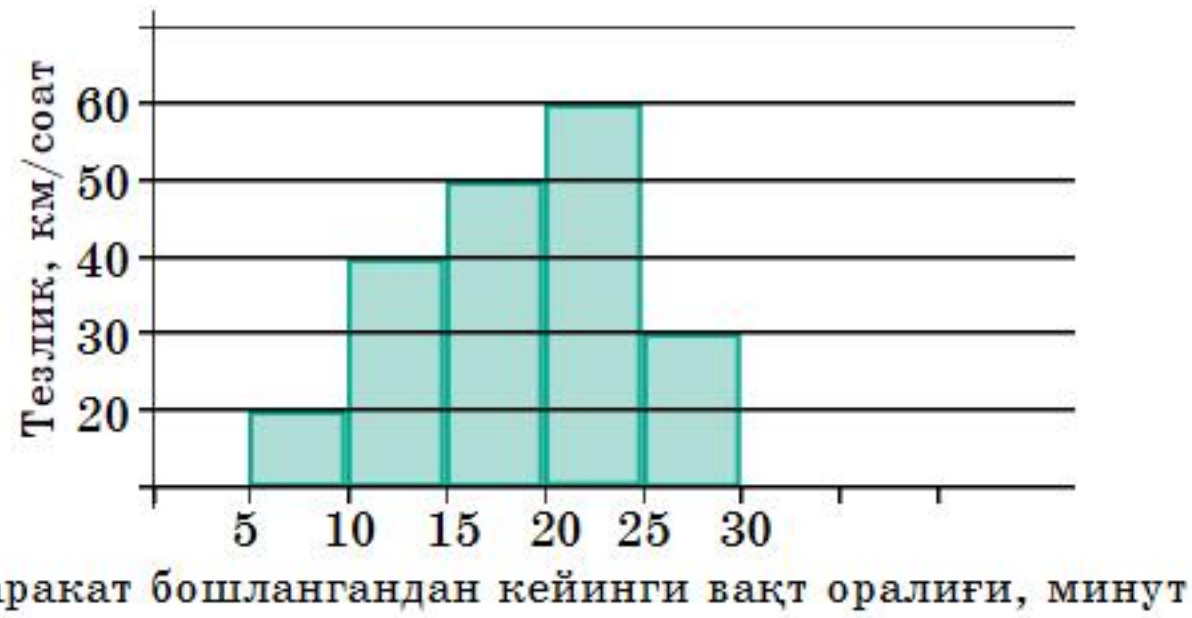
А

15.1. Частотанинг интерваллар жадвалидаги маълумотлар бўйича гистограмма ясанг (12-жадвал):

12-*жадвал*

Вақт оралиғи, соат	2—6	6—10	10—14	14—18	18—22	22—26
Ҳаво ҳарорати, C^0	13	19	22	22	18	14

15.2. 25-расмдан фойдаланган ҳолда қуйидаги саволларга жавоб беринг:



25-расм

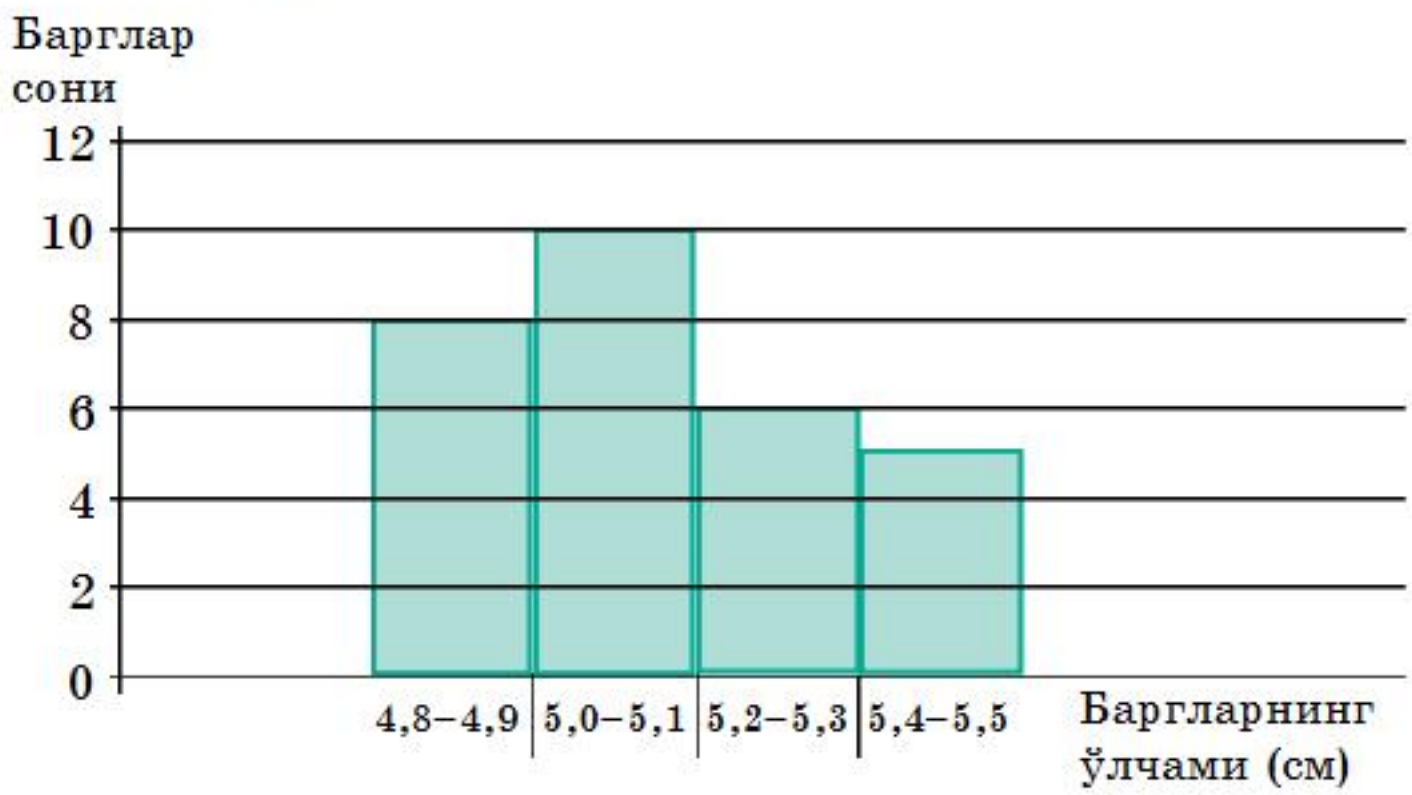
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглано Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. Ҳаракат бошлангандан кейин а) 15 минутдан, б) 20 минутдан кейин машина қандай тезлик билан юрган?
2. Ҳаракат бошлангандан кейин қанча вақтдан сўнг машинанинг тезлиги а) 60 км/соат; б) 30 км/соат бўлган? Ушбу гистограмма орқали яна қандай саволларга жавоб олиш мумкин?

В

15.3. Оқ қайин баргларининг узунликларини сантиметрларда ўлчаш давомида қуйидаги натижалар олинган: 5,2; 4,9; 5,2; 4,8; 4,9; 5,0; 4,8; 4,9; 5,0; 5,0; 5,3; 4,8; 4,9; 5,0; 5,5; 4,9; 5,1; 5,0; 5,1; 5,4; 5,1; 5,5; 5,4; 5,4; 5,3; 5,0; 5,1; 5,3; 4,9; 5,3. ОУшбу маълумотлар бўйича ясанг (26-расм).



26-расм

1) Кузатиш давомида нечта барг кўриб чиқилганини;
2) табиатда баргнинг қандай ўлчовлари кўп учрашини;
3) 5,2 см дан 5,3 см гача бўлган ўлчовли баргларнинг тўпланган частотасини топинг.

15.4. Ёқилғидан фойдаланишнинг 6; 9,7; 9,9; 8,5; 9,9; 8,9; 10; 9,1; 9,7; 9,9; 7,7; 8,2; 9,8; 7,1; 9,4; 10,6; 8,3 (л/100 км) вариацион қаторини ёзинг. Ушбу вариацион қаторни интерваллларга бўлинг; частотанинг интерваллар жадвалини тузинг ва гистограмма ясанг.

15.5. Оиланинг 12 ойда электр қувватидан фойдаланишининг 102; 108; 99; 108; 109; 99; 102; 105; 108; 102; 108; 112 (киловатларда олинган) вариацион қаторини ёзинг. Ушбу вариацион қаторни интерваллларга бўлинг; частотанинг интерваллар жадвалини тузинг ва гистограмма ясанг.

15.6. 8-синф ўқувчиларининг 100 м га югуриш натижалари (секундларда олинган): 16; 17; 14; 15; 14; 16; 15; 17; 18; 18; 16; 17; 16; 18; 16; 17; 18; 19; 20; 17; 18; 15.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Маълумотлардан фойдаланиб, вариацион қатор ёзинг, вариацион қаторни интерваллларга бўлинг; частотанинг интерваллар жадвалини тузинг ва гистограмма ясанг.

C

15.7. Синфдошларингизнинг бўй узунликларини ёзинг. Маълумотлар асосида вариацион қатор ёзинг, вариацион қаторни интерваллларга бўлинг; частотанинг интерваллар жадвалини тузинг ва гистограмма ясанг.

Такрорлаш

15.8. Ифоданинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

2) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)\cdot\sqrt{3}+3$.

15.9. Тенгламани ечинг:

1) $x^2-2|x-1|-13=0$; 2) $x^2-3|x+3|+5=0$;

3) $4|x|+x^2+2x+8=0$.

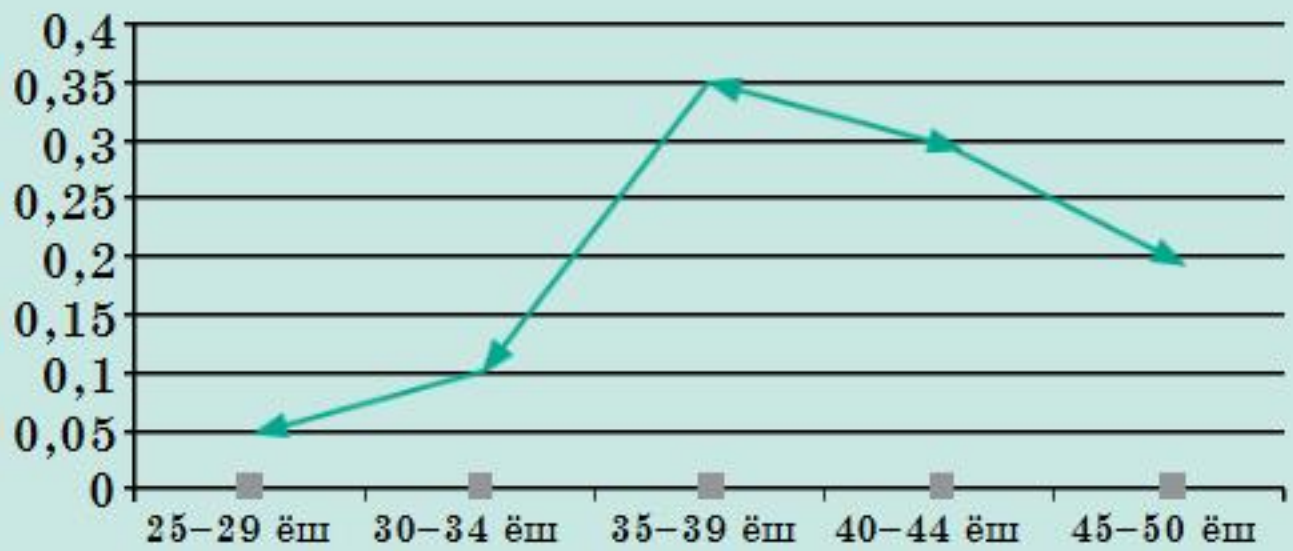
15.10. 13-жадвал орқали берилган функциянинг графигини ясанг.

13-жадвал

x	−2	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
$y=x^2-2x$	8	3	1,25	0	−0,75	−1	−0,75	0	1,25	3	8

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

15.11. 27-расмда банк ходимларининг ёшига кўра гуруҳларга бўлинишининг частота полигони берилган.



27-расм

1) 40 ёшдан катта (% ларда) ходимларнинг солиштирма частотасини топинг; 2) 39 ёшдан катта бўлмаган (% ларда) ходимларнинг солиштирма частотасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16-§. ТЎПЛАНГАН ЧАСТОТА

Тўпланган частота нима?

Тушунтиринг

1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4 вариацион қатор учун частоталар жадвали қандай тузилганини тушунтиринг (14-жадвал).

Берилган варианталар частоталари билан уларга мос бўлган аввалги варианталарнинг частоталар йиғиндиси қиймати *тўпланган частота* деб аталади.

1-мисол. 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4 вариацион қатор учун частота жадвалини тузамиз ва тўпланган частотани ҳисоблаймиз.

Биринчи варианта учун аввалги варианта йўқ. Бундан биринчи вариантанинг тўпланган частотаси 4 га тенг.

Иккинчи вариантанинг частотаси 1 га ва аввалги вариантанинг частотаси 4 га тенг. Демак, иккинчи вариантанинг тўпланган частотаси $1 + 4 = 5$.

Учинчи вариантанинг частотаси 3 га ва аввалги иккита вариантанинг частотаси 4 ва 1 га тенг. Демак, учинчи вариантанинг тўпланган частотаси $3 + 1 + 4 = 8$.

Тўртинчи вариантанинг частотаси 2 га ва аввалги учта вариантанинг частоталари 4, 1 ва 3 га тенг. Демак, тўртинчи вариантанинг тўпланган частотаси $2 + 3 + 1 + 4 = 10$ (14-жадвал).

14-жадвал

Варианта	1	2	3	4
Вариантанинг частотаси	4	1	3	2
Тўпланган частота	4	5	8	10

2-мисол. Ўқувчиларнинг ўқиш тезлигини текшириш давомида олинган маълумотлар 15-жадвалда берилган.

15-жадвал

Бир минутда ўқилган сўзлар сони	175—180	180—185	185—190	190—195	195—200	200—205
Ўқувчилар сони	10	20	25	30	10	5
Тўпланган частота	10	30	55	85	95	100

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

55 га тенг бўлган тўпланган частота 100 та ўқувчилар орасидан 25 та ўқувчининг ўқиш тезлиги минутига 190 сўздан ортиқ эмас эканлигини кўрсатди.

1. Икки хил вариантанинг тўпланган частотаси бир хил бўлиши мумкинми?
2. Ўқувчилар орасида нечта ўқувчининг 1 минут давомида ўқиш тезлиги: 1) 180 сўздан кўп эмас; 2) 190 сўздан кам эмас (15-жадвал)?

Машқлар

A

16.1. 1) Юзалари 300 м², 100 м², 100 м², 500 м², 200 м², 200 м², 200 м², 100 м², 200 м², 300 м², 400 м², 500 м² бўлган дўконларнинг ҳар бир юза учун тўпланган частотасини топинг.
2) Нечта дўконнинг юзаси 300 м² дан ортиқ эмас?
3) Қандай юзали дўконлар сони энг кўп?
4) Юзаси 200 м² бўлган дўконлар сони дўконлар умумий сонининг қандай қисмини ташкил этади?

16.2. 1) Юзалари 8000 м², 4800 м², 4800 м², 7600 м², 6800 м², 6800 м², 6800 м², 6800 м², 4800 м², 8000 м², 4800 м², 6000 м² бўлган спорт майдонларининг ҳар бир юза учун тўпланган частотасини топинг.
2) Нечта спорт майдонининг юзаси 6000 м² дан ортиқ эмас?
3) Қандай юзали спорт майдонларининг сони энг кўп?
4) Юзаси 4800 м² бўлган спорт майдонларининг сони спорт майдонлари умумий сонининг қандай қисмини ташкил этади?

B

16.3. 1) 16-жадвални тўлдиринг:

16-жадвал

Унумдорлик (ц/га)	10–13	13–16	16–19	19–22	22–25	25–28
Хўжаликлар сони	5	7	12	16	6	4
Тўпланган частота						

2) Нечта хўжаликнинг унумдорлиги:
а) 16 ц/га; б) 25 ц/га кўп эмас?
3) Нечта хўжаликнинг унумдорлиги энг катта, энг кичик?
4) Кўпчилик хўжаликларнинг унумдорлиги қандай?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16.4. 17-жадвалда Қозоғистон Республикаси Миллий иқтисодиёт вазирлиги Статистика қўмитанинг stat.gov.kz сайтидан олинган маълумотлар келтирилган. 1) 17-жадвални тўлдиринг:

17-жадвал

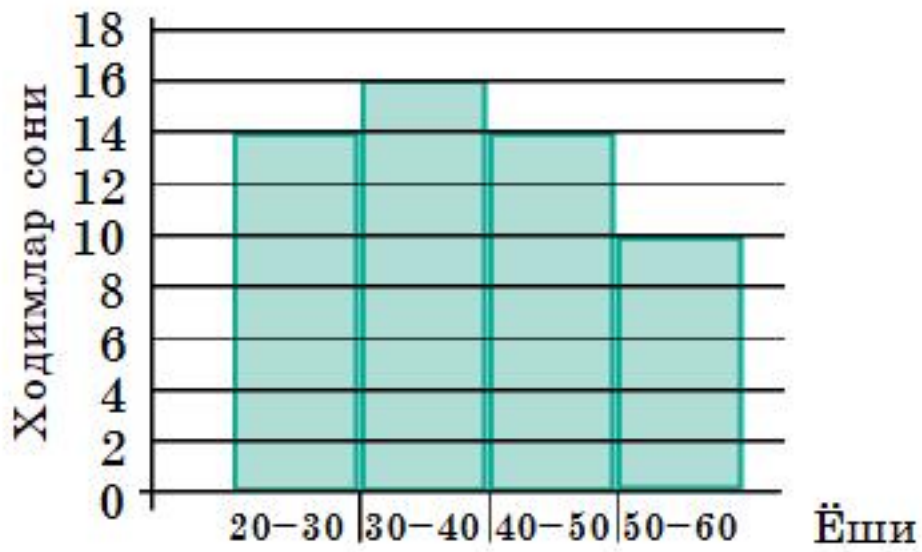
Йиллар	2005—2009	2009—2013	2013—2017
Қозоғистон аҳолисининг ўсиши (киши)	907 603	927 406	1 134 948
Тўпланган частота			

2) агар 2005 йили аҳоли сони 907 603 бўлса, у ҳолда а) 2009 йилнинг; б) 2013 йилнинг; в) 2017 йилнинг 1 январида Қозоғистон аҳолиси сонини топинг.

16.5. 1. 28-расмда берилган гистограммадан фойдаланиб, тўпланган частотани ҳисобланг.

2. А) Компания ходимларининг 40 ёшдан каттаси нечта?
   Б) Компанияда жами нечта ходим ишлайди?

3. Ёши 50 да бўлган ва ундан катта ходимлар сони барча ходимлар сонининг қанча қисмини ташкил этади?



28-расм

16.6. 1) 18-жадвални тўлдиринг:

18-жадвал

Ишчилар бир сменада тайёрлаган деталлар сони	200—210	210—220	220—230	230—240
Ишчилар сони	13	24	37	11
Тўпланган частота				

2) Бир сменада 200 тадан ортиқ деталь тайёрлаган ишчилар сонини топинг;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) Бир сменада иш унумдорлиги 210 дан 230 ни ташкил этувчи ишчилар сонини топинг.

Такрорлаш

16.7. Тенгламани ечинг:

1) $(x - 2)^3 + 13 = 7x + x^3 - 6x^2$;

2) $(3 - x)^3 + 17 = 9x^2 - (x^3 + 10)$.

16.8. Бир тракторчи иккинчисига қараганда ерни 24 соат тез ҳайдайди. Агар улар биргаликда ишлашса, у ҳолда улар ишни 35 соатда тугатар эди. Ҳар бир тракторчи ерни қанча вақтда ҳайдайди?

16.9. Тенгсизликни ечинг:

1) $(x - 2)^2 < 9$;
2) $(x + 3)^2 > 4$;
3) $||x| - 2| \text{ m } 4$;
4) $||x| - 6| < 4$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

16.10. Сонларнинг ўрта арифметиги ва ўрта геометригини топинг:

1) 6 ва 12;

2) $\sqrt{15}$ ва $\sqrt{60}$;

3) $\sqrt{16,9}$ ва $\sqrt{0,1}$.

16.11. 1; 5; 1; 2; 1; 2; 3; 2; 4; 5; 2; 4; 4; 5; 6; 5; 6 сонлар қатори учун частота жадвалини, учинчи вариантанинг тўпланган частотасини топинг. Гистограмма ясанг.

16.12. 1) 4; 7 ва 8;

2) −6,8; 9,2 ва 18,6;

3) 2,5; 3,7 ва 8,68;

4) −1,2; 2,3 ва 12,7 сонларнинг ўрта арифметигини топинг ва уни В.Брадиснинг жадвали ёрдамида квадрат илдизини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглаcно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

17-§. ЎРТАЧА ҚИЙМАТ. ДИСПЕРСИЯ. СТАНДАРТДАН ЧЕТЛАШИШ

Дисперсия, стандартданчетлашиш дегани нима ва улар қандай ҳисобланади?

Кундалик ҳаётда, иқтисодиётда, қишлоқ хўжалигида, ишлаб чиқаришда махсус усуллар билан олинадиган далиллар билан маълумотларни кўрсатиш керак бўлади. Бундай маълумотларни олиш учун статистик тавсифлардан фойдаланилади.

Сиз 6-синфда статистик тавсифларининг соддалари: *ўрта арифметик, мода, медиана, четлашиш* тушунчалари билан танишгансиз. Бошқа тавсифларни кўриб чиқиш учун муайян ҳодисанинг тасодифий катталигини кўриб чиқамиз.

Масалан, ўқувчининг III чорак давомида алгебра фанидан олган баҳолари: 3, 5, 4, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5. Олинган баҳолар сонли қиймат орқали ифодаланган тасодифий ҳодиса бўлади.

Сонли қийматлар қабул қилувчи тасодифий ҳодисалар *тасодифий катталиклар* деб аталади.

Демак, 3,5,4,5,4,3,5,5,4,3,5,5,4,5,5 баҳолар — тасодифий катталиклар.

Масалан, бир суткада шифохонага ёки тез ёрдамга тушувчи беморлар тасодифий катталик бўлиб ҳисобланади.

Кўп ҳолларда тасодифий катталиклар чекли қиймат қабул қилади.

Тасодифий катталикнинг қабул қилувчи барча қийматлар тўплами *бош тўплам* деб аталади.

Айрим ҳолларда ҳар бир элемент эътиборга олинган ҳолда бош тўплам тўлалигича текширилади. Масалан, ўқувчининг III чорак давомида алгебра фанидан олган баҳоларини эътиборга олиб, баҳоларнинг абсолют частотаси жадвалини тузамиз (19-жадвал).

19-жадвал

Баҳо	3	4	5
Абсолют частота	3	4	8

Ушбу баҳоларнинг ўрта арифметигини топамиз.

Тушунтиринг

Ўртача қиймат қандай тезликда ҳисобланган:

$$\frac{3+5+4+5+4+3+5+5+4+3+5+5+4+5+5}{15} = \frac{1}{15}\cdot(3\cdot 3+4\times 4+5\cdot 8) = \frac{1}{15}\cdot 65 \approx 4{,}33?$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ўрта арифметикнинг белгиланиши — $\overline{X}$.

Ўрта арифметик қийматининг белгиланишидан фойдаланамиз:

$$\overline{X} = \frac{1}{15} \cdot (3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 8) = \frac{1}{15} \cdot 65 \approx 4{,}33.$$

Эрлан олган баҳоларнинг ўртача баҳоси 4,33, демак, унга III чоракда "4" қўйилади.

Агар бош тўпламнинг ҳар бир элементини қайта ишлаш имконияти бўлмаса, у ҳолда унинг танлаш деб аталувчи бир қисми текширилади ва ана шу қисмнинг хоссалари барча бош тўпламнинг хоссаси деб қабул қилинади. Кўп сонли деталларни текшириш учун унинг бир қисми, масалан, 1000 та деталь олиб текширилади. Нуқсони бўлган деталлар ҳақидаги маълумотлар барча нуқсонли деталларнинг хоссаси ҳисобланади.

Танлаш (бош тўпламнинг) элементларининг сони *танлашнинг* (бош тўпламнинг) *ҳажми* деб аталади.

Демак, ўқувчининг алгебра фанидан олган баҳоларининг танлаш ҳажми 15 га тенг.

Айрим ҳолларда арифметик танлаш бўйича бош тўплам ҳақида тўлиқ маълумот олинмайди. Масалан, ҳажми 10 га тенг бўлган иккита танлашни кўриб чиқамиз (20, 21-жадваллар):

20-жадвал

Варианта	x_k	20	21	22	21	20	20	22	21	20	20

21-жадвал

Варианта	y_k	30	31	2	21	20	20	10	30	21	22

Ҳар бир танлашнинг ўрта арифметигини топамиз. Уларнинг ўрта арифметигини мос равишда $\overline{X}$ ва $\overline{Y}$ деп белгилаймиз.

Тушунтиринг

20, 21-жадваллардан фойдаланиб, ўрта арифметик қандай ҳисобланганлигини тушунтиринг: $\overline{X} = (20 \cdot 5 + 21 \cdot 3 + 22 \cdot 2) : 10 = 20{,}7$ ва $\overline{Y} = (31 + 30 \cdot 2 + 21 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 22 + 10 + 2) : 10 = 20{,}7$.

Уларнинг ўрта арифметиклари қийматлари бир хил ва 20,7 га тенг. Бироқ 20-жадвалда 20 дан 21 гача бўлган (айирмаси 1 га тенг бўлган),

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

21-жадвалда 2 дан 31 гача (айирмаси 29 га тенг бўлган) ўзгаради. Ўртача қийматга доир танлаш варианталаринг тарқалиши, яъни четлашиши ҳар хил. Ўртача қийматнинг натижалари бўйича тасодифий катталикни баҳолаш мумкин эмас. Шу сабабли тасодифий катталикнинг бошқа тавсифларини кўриб чиқамиз.

Ўрта қийматнинг четлашиши деб тасодифий катталик билан унинг ўртача қиймати айирмасининг қийматига айтилади.

Масалан,

22-жадвал

Варианта	x_k	20	21	22	21	20	20	22	21	20	20
Четлашиш	$x_k - \overline{X}$	−0,7	0,3	1,3	0,3	−0,7	−0,7	1,3	0,3	−0,7	−0,7

23-жадвал

Варианта	y_k	30	31	2	21	20	20	10	30	21	22
Четлашиш	$y_k - \overline{Y}$	9,3	10,3	−18,7	0,3	−0,7	−0,7	−10,3	9,3	0,3	1,3

22, 23-жадваллардан тасодифий катталик қийматларининг унинг ўртача қийматларидан тарқоқ жойлашганини кўрамиз. Бундай жойлашиш *дисперсия* деб аталади. Бу тасодифий катталикнинг қиймати унинг ўртача қиймати атрофида тўпланишини кўрсатади. Агар дисперсиянинг қиймати жуда оз бўлса, у ҳолда қийматлар бир-бирларига яқин, дисперсиянинг қиймати катта бўлганда эса унинг қийматлари бир-биридан узоқ жойлашади.

Дисперсия деб тасодифий катталикнинг ўртача қийматдан четлашишига айтилади.

Белгиланиши: $D(X)$ — дисперсия.

Дисперсия $D(X) = \overline{X^2} - \overline{X}^2$ формула орқали ҳисобланади, бу ерда

$\overline{X^2}$ — тасодифий катталик қийматининг квадратини унинг частотасига кўпайтмаларининг ўрта арифметиги;

$\overline{X}^2$ — тасодифий катталик ўртача қийматининг квадрати.

Масалан, қийматлари 22-жадвалда берилган тасодифий катталикнинг дисперсиясини ҳисоблаймиз. Бунинг учун қуйидаги жадвални тузамиз (24-жадвал).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

24-жадвал

Варианта	x_k	20	21	22
	x_k^2	400	441	484
Частота	n_i	5	3	2

$\overline{X^2} = (400 \cdot 5 + 441 \cdot 3 + 484 \cdot 2) : 10 = 429{,}1.$

$\overline{X}^2 = 20{,}72 = 428{,}49.$

$D(X) = 429{,}1 - 428{,}49 = 0{,}61.$

Y тасодифий катталик дисперсиясининг қиймати $D(Y) = 74{,}61$ бўлишини мустақил ҳисоблаб кўринг (23-жадвал).

Агар тасодифий катталик физик катталик бўлса, у ҳолда дисперсия квадрат бирликларда ўлчанади ($м^2$, $с^2$, $кг^2$, $л^2$ ва ҳ.к.). Бу эса тасодифий катталикни таҳлил қилиш учун ноқулай. Шу сабабли дисперсиядан квадрат илдиз чиқарамиз ва бу катталик ўртача квадрат четлашиш деб аталади.

Ўртача квадрат четлашиш деб дисперсиядан чиқарилган квадрат илдизга айтилади.

Белгиланиши: $s(X)$.

Ўртача квадрат четлашиш $s(X) = \sqrt{D(X)}$ формула орқали ҳисобланади, бунда $D(X)$ – X тасодифий катталикнинг дисперсияси.

Масалан, X тасодифий катталик учун ўртача квадрат четлашишни ҳисоблаймиз (24-жадвал). $s(X) = \sqrt{D(X)}$ формулага кўра $s(X) = \sqrt{0{,}61} \approx 0{,}78$.

Y тасодифий катталик учун (23-жадвал) ўртача квадрат четлашиш $s(Y) \approx 8{,}64$ бўлишини мустақил ҳисоблаб кўринг.

1. 25-жадвалда соат 3 дан соат 24 гача бўлган оралиқда ҳаво ҳарорати учун танлаш берилган:

25-жадвал

Вақт	3 соат	6 соат	9 соат	12 соат	15 соат	18 соат	21 соат	24 соат
t° C	13°C	12°C	15°C	17°C	18°C	20°C	18°C	14°C

Жадвал орқали қуйидаги топшириқларни бажаринг: 1) танлашнинг ҳажми нимага тенг? 2) сутка давомида ҳаво ҳароратининг ўртача қийматини топинг; 3) танлаш четлашишини ҳисобланг.

2. Тасодифий катталикнинг ўрта арифметиги қийматининг четлашиши нимани билдиради?
3. Танлашнинг абсолют ва солиштирма частоталари жадвали қандай тузилган?
4. Тасодифий катталикнинг солиштирма частоталар жадвали қандай тузилади?
5. Дисперсия қандай ҳисобланади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Машқлар

A

17.1. Ўқувчи биринчи чоракда 12 та фан бўйича олган баҳоларининг ўртача қиймати 3,5 га тенг. Ўртача қиймати 4 га тенг бўлиши учун ўқувчи нечта фандан баҳосини 1 баллга кўтариши керак?

17.2. 8-а ва 8-б синф ўқувчиларининг оғирликлари ўлчанди. Ўлчаш натижаси 5 кг аниқликда олинди. Натижалар килограммларда 26-жадвалда берилган.

26-жадвал

8(а)	60	55	65	45	70	65	60	70	50	65	60
8(б)	50	55	70	60	65	60	70	60	55	60	75

1. Ҳар бир синф ўлчов натижаларининг ўртача қийматини топинг.
2. Ҳар бир синфдаги ўлчашнинг четлашиши нимага тенг?

17.3. Ўқувчининг алгебра фанидан I чоракда олган баҳолари 27-жадвалда берилган.

27-жадвал

Баҳо	2	3	4	5
Абсолют частота	1	3	7	1

1. Ўқувчи баҳоларининг танлаш ҳажмини топинг. 2) Баҳоларнинг ўртача қийматини топинг. 3) Ўқувчининг чорак баҳоси қандай?

B

17.4. Ўқувчининг алгебра фанидан 3-чоракда олган баҳолари 28-жадвалда берилган.

28-жадвал

Баҳо	2	3	4	5
Абсолют катталик	–	4	6	5
Солиштирма катталик				

1. Ўқувчи баҳоларининг танлаш ҳажмини топинг.
2. Баҳоларнинг ўртача қийматини топинг.
3. Ўқувчининг чорак баҳоси қандай?
4. Ўқувчи баҳоларининг солиштирма частотасини топинг (28-жадвални тўлдиринг).

17.5. Ўқувчи баҳоларининг солиштирма частотаси жадвали тузилган (29-жадвал).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

29-жадвал

Баҳо	3	4	5
Абсолют частота	4	6	5
Солиштирма частота	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{5}{15}$

1) Ўрта арифметик қийматни;
2) тасодифий катталикнинг ўрта арифметиги қийматининг четлашишини;
3) ўқувчи баҳосининг дисперсиясини топинг.

C

17.6. Ўзингизнинг 3-чоракда алгебра, геометрия, физикадан олган барча баҳоларингизни ёзинг. Ҳар бир фан бўйича:
1) абсолют частота жадвалини тузинг;
2) солиштирма частоталар жадвалини тузинг;
3) ўрта арифметик қийматни топинг;
4) дисперсияни ҳисобланг.

17.7. 30-жадвалда тасодифий катталикнинг солиштирма частоталари берилган.

30-жадвал

X	-2	-1	x_3	4
Солиштирма частота	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	p	$\frac{2}{5}$

Агар $\overline{X} = 1\frac{1}{10}$ бўлса, у ҳолда x_3 ва p_3 қийматларни топинг.

17.8. 2017 йил 6 июлда Петропавловск шаҳридаги ҳаво ҳарорати берилган (31-жадвал).

31-жадвал

Вақт	6 соат	9 соат	12 соат	15 соат	18 соат
Ҳарорат	$+10^\circ$ C	$+12^\circ$C	$+13^\circ$C	$+16^\circ$C	$+17^\circ$C

Жадвалдан фойдаланиб: 1) танлаш ҳажмини; 2) ҳавонинг ўртача ҳароратини; 3) дисперсияни топинг.

17.9. 32-жадвалда 12 ёшли болалар вазни берилган. Жадвалдан фойдаланиб: 1) вариацион қаторни ёзинг; 2) абсолют частоталар жадвалини ва солиштирма частоталар жадвалини тузинг; 3) танлаш ҳажмини ва ўрта арифметик қийматни ҳисобланг; 4) дисперсияни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

32-жадвал

58	56	56	57	55
57	59	56	58	58
56	59	58	59	57
55	57	59	56	57
58	56	59	59	56

Такрорлаш

17.10. $y = |x^2 + 2x - 3|$ функциянинг графигини ясанг. График ёрдамида 1) функциянинг қийматлар тўпламини топинг; 2) симметрия ўқининг тенгламасини ёзинг.

17.11. 1) Иккита бригада биргаликда ер майдонини 12 соатда ҳайдайди. Агар уларнинг иш унумдорлиги 3:2 нисбат каби бўлса, у ҳолда ҳар бир бригада алоҳида ишлаганда ишни қанча вақтда бажаради?

2) Биринчи бригада ишни 12 кунда бажаради. Иккинчи бригада ана шу ишни бажариши учун биринчи бригада сарфлаган вақтнинг 75% и етарли бўлади. Биринчи бригада 5 кун ишлагандан кейин унга иккинчи бригада қўшилиб, ишни биргаликда тугатишди. Бригадалар биргаликда неча кун ишлашган?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

17.12. Тенгсизликни ечинг:

1) $2x - 3 > 5$; 2) $0{,}5x + 3$ m 1.

17.13. $y = x^2 - 4$ функциянинг графигини ясанг. График бўйича функция қандай ораликда мусбат бўлмаган қийматлар қабул қилишини топинг.

17.14. $y = x^2 - 2x$ функциянинг графигини ясанг. Графикдан фойдаланиб x нинг қандай қийматларида функция:

1) манфий қийматлар;

2) мусбат қийматлар қабул қилишини аниқланг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5 -БЎЛИМ

ТЕНГСИЗЛИКЛАР

18-§. КВАДРАТ ТЕНГСИЗЛИК. КВАДРАТ ТЕНГСИЗЛИКНИ КВАДРАТ ФУНКЦИЯНИНГ ГРАФИГИ ЁРДАМИДА ҲОСИЛ ҚИЛИШ

Квадрат тенгсизлик нима?

$ax^2 + bx + c \mathrel{|} 0$, $ax^2 + bx + c > 0$ ва $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \mathrel{m} 0$ (бу ерда x — ўзгарувчи, a, b, c — сонлар, $a \neq 0$) кўринишдаги тенгсизликлар *бир ўзгарувчили иккинчи даражали тенгсизликлар* ёки *квадрат тенгсизликлар* деб аталади.

Тушунтиринг

Нима учун $-x^2 + 5x - 6 \mathrel{|} 0$; $\frac{1}{8}x^2 + 3x \mathrel{m} 0$; $-81x^2 + 8 < 0$; $9x^2 > 0$ квадрат тенгсизликлар бўлади?

Квадрат тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирувчи ўзгарувчининг қиймати *квадрат тенгсизликнинг ечими* дейилади.

Масалан, 1 сони $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими бўлади, чунки $-81 + 8 < 0$ — тўғри сонли тенгсизлик;

1 сони $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими бўлмайди, чунки $-81 + 8 < 0$ — тўғри сонли тенгсизлик эмас;

0 сони $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими бўлмайди, чунки $-81 \cdot 0 + 8 < 0$ сонли тенгсизлик тўғри эмас.

Агар сон квадрат тенгсизликнинг ечими бўлса, у ҳолда у сон квадрат тенгсизликни қаноатлантиради дейилади.

Квадрат тенгсизликни ечиш деб унинг барча ечимлар тўпламини топишга айтилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

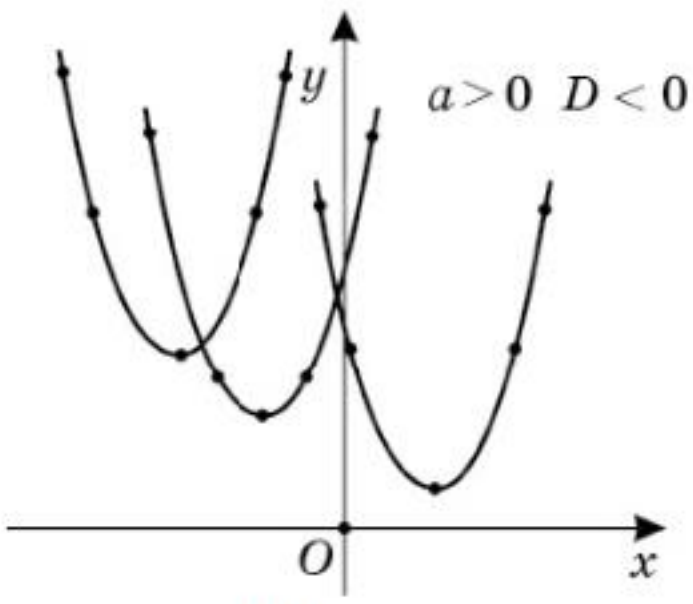
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

x^2 нинг a коэффициенти мусбат сон бўлган квадрат тенгсизликни кўриб чиқамиз. Коэффициент манфий бўлган ҳолда квадрат тенгсизликни x^2 нинг коэффициенти мусбат сон бўладиган тенг кучли квадрат тенгсизликка келтирамиз. Бунинг учун тенгсизликнинг иккала томонини -1 га кўпайтириб, тенгсизликнинг ишорасини қарама-қарши ишорага алмаштирамиз. Масалан, $-5x^2 + 4x - 7 \text{ m } 0$ тенгсизлик берилса, аввал тенгсизликнинг иккала томонини -1 сонига кўпайтириб, тенгсизлик ишорасини қарама-қарши ишорага ўзгартирамиз. У ҳолда $-5x^2 + 4x - 7 \text{ m } 0$ тенгсизликка тенг кучли, яъни ечимлари бир хил бўладиган $5x^2 - 4x + 7 \text{ l } 0$ тенгсизликка эга бўламиз.

Квадрат тенгсизликни квадрат функциянинг графиги ёрдамида қандай ҳосил қилиш мумкин?

Квадрат тенгсизликларни ечишни тенгсизликнинг чап томонидаги квадрат учҳаднинг дискриминанти бўйича кўриб чиқамиз.

1) Агар $a > 0$ ва $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг дискриминанти манфий сон бўлса, яъни, $D = b^2 - 4ac < 0$, у ҳолда $4ac - b^2 > 0$. Бундан $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳадни қийматлари мусбат сон бўлган (нима учун мусбат сон бўлишини тушунтиринг) $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ ва $\frac{4ac - b^2}{4a^2}$ ифодаларнинг йиғиндиси кўринишида ёзиш мумкин. Бундан x ўзгарувчининг исталган қийматида $ax^2 + bx + c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} > 0$ бўлади.



29-расм

Яъни, $ax^2 + bx + c$ учҳад учун $D < 0$ ва $a > 0$ бўлган ҳолларда $y = ax^2 + bx + c$ функциянинг графиги Ox ўқига нисбатан юқорида жойлашган парабола бўлади (29-расм).

Демак,

$D < 0$ ва $a > 0$ бўлса, у ҳолда:

- $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади;
- $ax^2 + bx + c < 0$ тенгсизликнинг ечими бўлмайди.

Тушунтиринг

Нима учун $D < 0$ ва $a > 0$ бўлганда, $ax^2 + bx + c \text{ l } 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлишини;

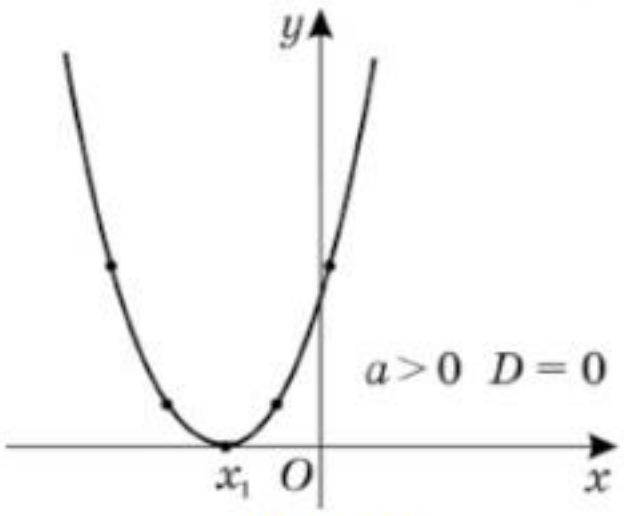
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$ax^2 + bx + c \leqslant 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $\varnothing$ бўлишини, яъни тенгсизликнинг ечими мавжуд эмаслигини тушунтиринг.

2) $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг дискриминанти нолга тенг, яъни $D = b^2 - 4ac = 0$ $(a > 0)$ бўлса, у ҳолда $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳадни иккиҳаднинг квадрати кўринишида ёзиш мумкин: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, бу ерда x_1 — қиймати x ўзгарувчининг исталган қийматида мусбат сон бўладиган $ax^2 + bx + c$ учҳаднинг илдизи, яъни $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2 \geqslant 0$.

Яъни $ax^2 + bx + c$ учҳад учун $D = 0$ ва $a > 0$ бўлганда $y = ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг графиги учи Ox ўқида ётувчи, графикнинг қолган нуқталари Ox ўқидан юқорида жойлашган парабола бўлади (30-расм).



30-расм

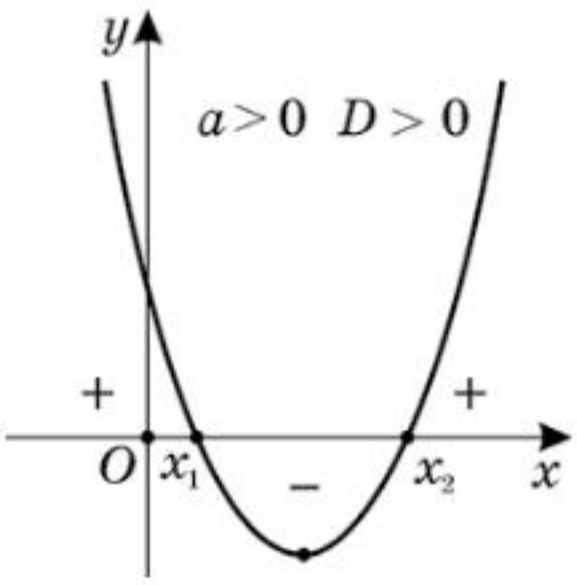
Демак,

агар $D = 0$ ва $a > 0$ бўлса, у ҳолда:

- $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$ тўплам бўлади;
- $ax^2 + bx + c < 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими бўлмайди;
- $ax^2 + bx + c \geqslant 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; +\infty)$ сонлар оралиғи бўлади;
- $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $\{x_1\}$ бўлади.

3) $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг дискриминанти мусбат сон, яъни $D = b^2 - 4ac > 0$ бўлса, у ҳолда $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг x_1 ва x_2 бўлган иккита илдизи мавжуд.

Яъни $ax^2 + bx + c$ квадрат учҳад учун $D > 0$ ва $a > 0$ бўлганда, $y = ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг графиги Ox ўқини абсциссаси x_1 ва x_2 бўлган иккита нуқтада кесиб ўтувчи ва тармоқлари юқорига йўналган парабола бўлади (31-расм).



31-расм

Демак,

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$D > 0$ және $a > 0$ бўлса, у ҳолда:

• $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ тўплам бўлади;

• $ax^2 + bx + c < 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(x_1; x_2)$ интервал бўлади.

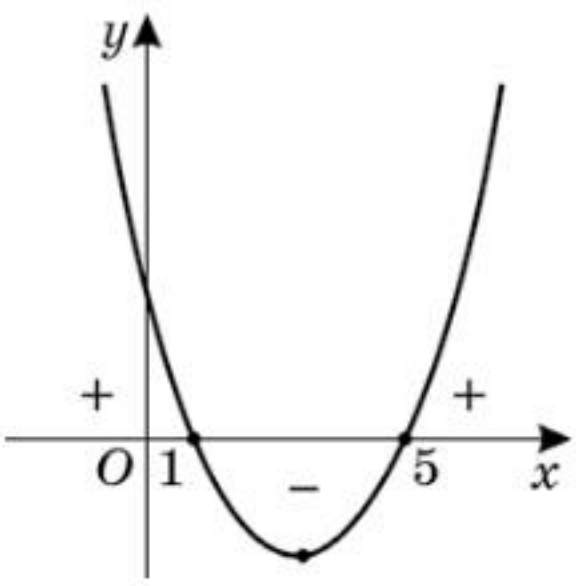
Тушунтиринг

Нима учун $D > 0$ ва $a > 0$ бўлганда, $ax^2 + bx + c \geqslant 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$ сонлар оралиғи; $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ квадрат тенгсизликнинг ечими $[x_1; x_2]$ кесма бўлишини тушунтиринг.

Квадрат тенгсизликни квадрат функция ёрдамида ечишга мисоллар кўриб чиқамиз.

Мисол. $x^2 - 6x + 5 \geqslant 0$ тенгсизликни ечамиз.

Ечилиши. $x^2 - 6x + 5$ квадрат учҳаднинг илдизларини топамиз, яъни $x^2 - 6x + 5 = 0$ кўринишга келтирилган квадрат тенгламани ечамиз. У ҳолда $x_1 = 1$ ва $x_2 = 5$ га эга бўламиз. Энди Ox ўқини абсциссалари 1 ва 5 бўлган иккита нуқтада кесиб ўтувчи ва тармоқлари юқорига йўналган (чунки x^2 нинг коэффициенти мусбат сон) параболани ясаймиз (32-расм). Графикдан $x^2 - 6x + 5 \geqslant 0$ тенгсизликнинг ечими $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ сонлар оралиғи эканини кўриш мумкин.

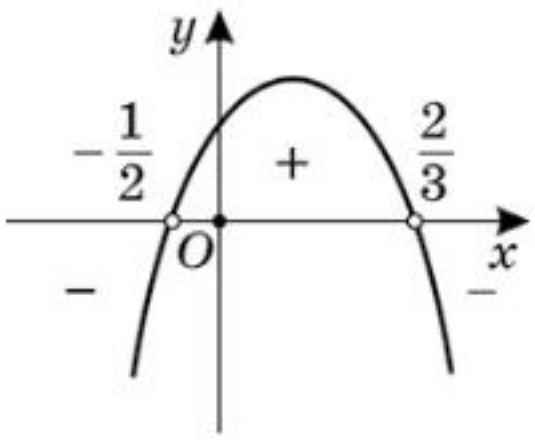


32-расм

Жавоб: $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Мисол. $-6x^2 + x + 2 > 0$ тенгсизликни ечамиз.

Ечилиши. $-6x^2 + x + 2$ квадрат учҳаднинг илдизларини топамиз, яъни $-6x^2 + x + 2 = 0$ квадрат тенгламани ечамиз. У ҳолда $x_1 = -\frac{1}{2}$ ва $x_2 = \frac{2}{3}$ ни ҳосил қиламиз. Энди Ox ўқининг абсциссалари $-\frac{1}{2}$ ва $\frac{2}{3}$ бўлган иккита нуқтада кесиб ўтувчи ва тармоқлари пастга йўналган (чунки x^2 нинг коэффициенти манфий сон) параболани



33-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ясаймиз (33-расм). График ёрдамида $-6x^2 + x + 2 > 0$ тенгсизликнинг ечимини топамиз, у $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right)$ сонлар оралиғи бўлади.

Жавоб: $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right)$.

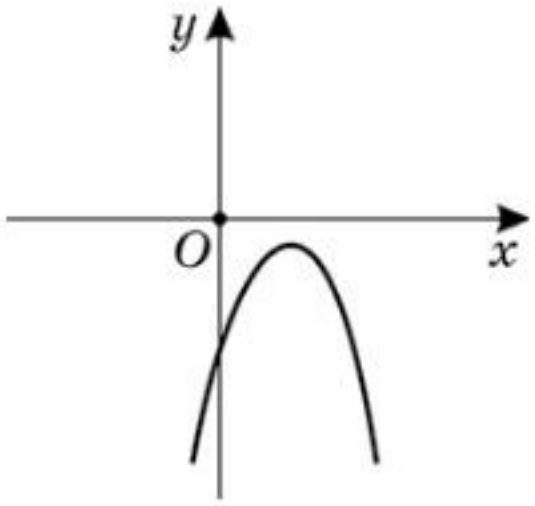
$-6x^2 + x + 2 > 0$ тенгсизликни унга тенг кучли $6x^2 - x - 2 < 0$ тенгсизлик билан алмаштириб ечинг.

Мисол. $-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тенгсизликни ечамиз.

Ечилиши. $-4x^2 + 5x - 3$ учҳаднинг дискриминантини топамиз. У ҳолда $D = -23$ га эга бўламиз. Дискриминант манфий сон, демак, $-4x^2 + 5x - 3$ квадрат учҳаднинг илдизлари мавжуд эмас. Демак, $y = -4x^2 + 5x - 3$ функциянинг графиги бўлган парабола Ox ўқини кесиб ўтмайди ва тармоқлари пастга йўналган, чунки $a = -4$ (34-расм). $-4x^2 + 5x - 3$ квадрат учҳад фақат манфий қийматларни қабул қилади.

Шунинг учун $-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тенгсизликнинг ечими мавжуд эмас.

Жавоб: $\emptyset$.



34-расм

$-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тенгсизликни унга тенг кучли бўлган $4x^2 - 5x + 3 < 0$ тенгсизлик билан алмаштиринг.

1. Квадрат тенгсизликни қаноатлантирувчи ўзгарувчининг барча қийматлар тўплами қандай аталади?
2. a коэффициенти билан D дискриминантнинг қандай қийматларида квадрат тенгсизликнинг ечими бўш тўплам бўлади?
3. Қандай ҳолларда параболанинг тармоқлари юқорига, пастга йўналади?
4. $-x^2 - 5x + 3 < 0$ ва $x^2 + 5x - 3 < 0$ тенгсизликлар тенг кучли бўладими?

Машқлар

A

18.1. Функция графигидан фойдаланиб, ўзгарувчининг қандай қийматлар тўпламида берилган функциянинг номанфий қийматлар қабул қилишини топинг:

1) $y = x^2 - 9$; 2) $y = 2x^2 - 6$; 3) $y = 25 - x^2$; 4) $y = 16 - 2x^2$.

18.2. Функциянинг графигидан фойдаланиб, ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган функциянинг мусбат қийматлар қабул қилишини топинг:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $y = 2x^2 - 6x$; 2) $y = -3x^2 + 5x$;
3) $y = -x^2 + 4x - 4$; 4) $y = -2x^2 - 2{,}6x$.

18.3. Функциянинг графигидан фойдаланиб, ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган функциянинг мусбат қийматлар қабул қилишини топинг:

1) $y = 3x^2 - 12x$; 2) $y = -2x^2 + 5{,}2x$;
3) $y = -x^2 + 6x - 9$; 4) $y = -x^2 - 2{,}8x$.

18.4. Функциянинг графигидан фойдаланиб, ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган функциянинг манфий қийматлар қабул қилишини топинг:

1) $y = 2x^2 - 6x + 4$; 2) $y = -x^2 + 5x - 6$;
3) $y = x^2 + 4x + 4$; 4) $y = -x^2 + 2{,}6x - 1{,}6$.

B

Тенгсизликларни ечинг (**18.5—18.7**):

18.5. 1) $x^2 - x - 56 \geqslant 0$; 2) $-x^2 + x + 72 > 0$;
3) $x^2 + x - 90 < 0$; 4) $x^2 + x - 210 \leqslant 0$;
5) $2x^2 - 7x + 6 < 0$; 6) $25x^2 + 90x + 81 \leqslant 0$;
7) $5x^2 - 12x + 4 > 0$; 8) $36x^2 - 84x + 49 > 0$;
9) $0{,}25x^2 - x > -1$; 10) $7x^2 + 18x < -5$;
11) $-3x^2 + 11x + 4 \leqslant 0$; 12) $9x^2 - 4x - 2 \geqslant 0$;
13) $3y^2 + 7y + 4 < 0$; 14) $3y^2 - 6y + 3 > 0$;
15) $9y^2 - 6y + 1 < 0$; 16) $2y^2 + 9y - 486 \leqslant 0$.

18.6. 1) $5x^2 - 7x - 6 > 0$; 2) $3x^2 - 8x + 11 < 0$;
3) $-x^2 - 2x - 6 \geqslant 0$; 4) $-2x^2 + 9x + 11 \leqslant 0$;
5) $5x^2 - 6 \leqslant 0$; 6) $x^2 - 7x + 6 > 0$;
7) $5x^2 - x + 6 < 0$; 8) $-7x^2 + 12x + 4 > 0$;
9) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{2} > 0$; 10) $\frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{2} \leqslant 0$;
11) $\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{14}x - \frac{1}{2} \geqslant 0$; 12) $1\frac{1}{3}x^2 - 2\frac{5}{6}x + 1\frac{1}{2} > 0$.

18.7. 1) $(x - 3)^2 > 4$; 2) $(x + 3)^2 \leqslant 16$;
3) $(2x - 3)^2 > 25$; 4) $(2x + 7)^2 \leqslant 169$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

18.8. 1) $y = x^2 + px + q$ функция $-3 < x < 4$ оралиқда фақат манфий қийматлар;
2) $y = -2x^2 + px + q$ функция $-2 < x < 6$ оралиқда фақат мусбат қийматлар;
3) $y = -3x^2 + px + q$ функция $x \in (-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ оралиқда фақат мусбат бўлмаган қийматлар;
4) $y = 5x^2 + px + q$ функция $x \in (-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$ оралиқда фақат номанфий қийматлар қабул қилса, p ва q коэффициентлар нимага тенг бўлади?

18.9. $y = f(x)$ функциянинг графигини ясанг:
1) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5$; 2) $f(x) = x^2 - 7$; 3) $f(x) = 2 - 4x^2$.
Графикдан фойдаланиб, $f(x) \geq 2$ тенгсизлик бажариладиган Ox ўқидаги сонлар оралиғини кўрсатинг.

18.10. $y = f(x)$ функциянинг графигини ясанг:
1) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5$; 2) $f(x) = 8 - 3x^2$; 3) $f(x) = 13 - 4x^2$.
Графикдан фойдаланиб, $f(x) \leq 5$ тенгсизлик бажариладиган Ox ўқидаги сонлар оралиғини кўрсатинг.

18.11. $y = f(x)$ функциянинг графигини ясанг:
1) $f(x) = x^2 - 12$; 2) $f(x) = x^2 - 4x + 8$; 3) $f(x) = 4 - 2{,}6x^2$.
Графикдан фойдаланиб, $f(x) > 4$ тенгсизлик бажариладиган Ox ўқидаги сонлар оралиғини кўрсатинг.

18.12. p нинг қандай қийматларида $y = -3x^2 + 6x - 8$ ва $y = x^2 - 4x + p$ функцияларнинг қийматлари битта нуқтада кесишади?

18.13. Копток тик юқорига улоқтирилди. Коптокнинг юқорига кўтарилган баландлиги билан вақт орасидаги боғланиш $h(t) = -6t^2 + 24t$ (м) формула орқали берилган. Копток қандай энг юқори баландликка кўтарилади?

18.14. Берилган тенгсизликларни ечинг:
1) $|x^2 - 4| \geq 2$; 2) $|x^2 - 5| \leq 2$; 3) $|x^2 + 5| < 4$; 4) $|x^2 + 2| \geq 6$.

18.15. $y = 4x \cdot |x| + x^2 - 15x$ функциянинг графигини ясанг ва график бўйича:
1) функция графигининг координаталар ўқлари билан кесишиш нуқталарининг координаталарини;
2) функциянинг ўзгармас ишорали оралиқларини топинг.

Амалий топшириқ

18.16. Музликлар майдонидаги экспедиция аъзолари учун учоқ (самолётда) қурол-аслаҳалар ва таомлар олиб бориш керак бўлди. Об-ҳаво қулайсизлигидан учоқ музликлар майдонига 10 м дан ортиқ яқинлаша олмади. Агар қурол-аслаҳалар музликлар майдонига 20 м/с дан ортиқ тезлик билан тушса, унга зарар етиши

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

мумкин. Тажриба натижасига кўра учоқдан тушган юкнинг дастлабки тезлиги 1 м/с. Туширилган юкка зарар етмаслиги учун учоқ қандай баландликда туриши керак? Жисмнинг дастлабки тезлиги v_0, t вақт оралиғидаги эркин тушиш тезлиги $v = v_0 + gt$, эркин тушиш баландлиги $h = v_0t + \frac{gt^2}{2}$, бу ерда $g = 9{,}8$ м/с^2 — эркин тушиш тезлиги.

Такрорлаш

18.17. Брадиснинг тўрт хонали математик жадвалидан фойдаланиб, квадрат тенгламанинг тақрибий қийматларини топинг:

1) $3x^2 - 7x - 31 = 0$; 2) $5x^2 + 17x - 11 = 0$;
3) $-6x^2 + 18x + 41 = 0$.

Жавобини юзлик улушгача яхлитланг.

18.18. 1) $x^2 - 11x + 24$; 2) $-x^2 - 8x + 20$;
3) $3x^2 - 15x - 42$; 4) $-5x^2 - 21x + 62$ квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратинг.

18.19. Берилган касрларни қисқартиринг:

1) $\frac{2x^2 - 8}{x^2 + 6x + 8}$; 2) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 10x + 16}$; 3) $\frac{-x^2 + x + 2}{3x^2 + 5x + 2}$; 4) $\frac{-3x^2 + 4x + 7}{3x^2 + 8x + 5}$.

18.2 0. 1) $\frac{x^2 - 2ax + 3x - 6a}{x^2 + 2xa + 3x + 6a}$; 2) $\frac{9x^2 - 25a^2}{9x^2 + 30xa + 25a^2}$ ифодани соддалаштиринг ва $x = 2\frac{3}{7}$, $a = -3{,}3$ бўлганда қийматини топинг. Жавобини ўнликларгача яхлитланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

18.21. Берилган ифода нолга тенг бўладиган x нинг қийматларини координаталар тўғри чизиғида белгиланг:

1) $(x - 2)(3 - x)$; 2) $(x - 1)(3 + x)$;
3) $(x + 2)(1 - x)(2x + 6)$; 4) $(3x + 2)(x - 2)(x - \sqrt{8})$.

18.22. $x = -3$; 1; 2; 3,5 қийматларда $f(x) = x^2 + 2x - 5$ функциянинг ишораси қандай бўлишини аниқланг.

18.23. Берилган ифодалар орасидан алгебраик касрни кўрсатинг:

1) $\frac{2}{x^2 - 1} + 5$; 2) $\frac{3x - 4}{3} + \frac{2}{5}$; 3) $\frac{5 - x}{x^2}$; 4) $\frac{6x^2 + x - 1}{x + 2} + 2x$;

5) $\frac{2}{x + 1} - 0{,}4$; 6) $\frac{x - 4}{2} + \frac{2x}{5}$; 7) $\frac{5 - x}{x + 2x^2}$; 8) $\frac{\sqrt{x} - 1}{2} + 2x$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19-§. РАЦИОНАЛ ТЕНГСИЗЛИКЛАР. ИНТЕРВАЛЛАР УСУЛИ

Рационал тенгсизликлар қандай ечилади?

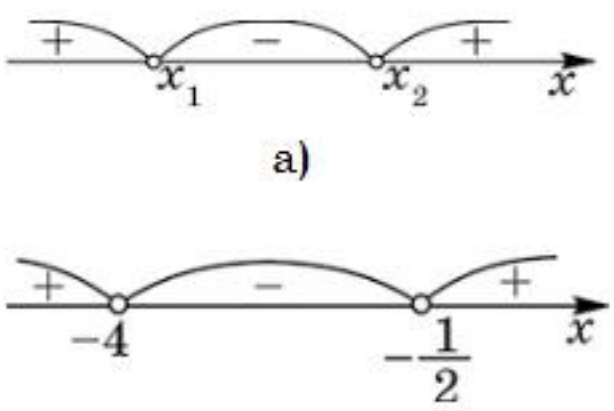
Квадрат тенгсизликларни парабола усули билан ечишни кўриб чиқдик. Кўп ҳолларда квадрат тенгсизликларни ечиш учун интервал-лар усулидан фойдаланиш қулай.

$ax^2 + bx + c > 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тенгсизлик берилсин. Бу тенгсизликни интерваллар усули билан ечиш учун аввал $y = ax^2 + bx + c$ функция графигининг Ox ўқи билан кесишиш нуқталарининг абсциссаларини, яъни функциянинг нолларини топиш керак. Маълумки, $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ функциянинг ноллари деб $ax^2 + bx + c = 0$ тенгламанинг илдизларига айтилади.

$y = ax^2 + bx + c$ функциянинг ноллари x_1 ва x_2 бўлсин, бунда $x_1 < x_2$. Шу билан бир қаторда, $a > 0$ ($a < 0$ бўлса, у ҳолда уни $a > 0$ ҳолга келтирамиз) деб фараз қилдик.

18-§ да кўриб чиқилган учинчи ҳолга мос равишда $y = ax^2 + bx + c$ функция $x < x_1$ ва $x > x_2$ оралиқда мусбат қийматлар, $x_1 < x < x_2$ оралиқда манфий қийматлар қабул қилади.

Демак, функциянинг ноллари орқали сонлар ўқида олинган ҳар бир интервалда функция ишорасини ўзгартирмайди ва ушбу ишора функциянинг графиги ноллардан ўтганда ўзгаради (35-а расм).



35-расм

Ушбу хоссадан тенгсизликлар интерваллар усули билан ечилганда фойдаланилади.

Мисол. $2x^2 + 9x + 4 > 0$ тенгсизликни ечамиз.

Ечилиши. $y = 2x^2 + 9x + 4$ функциянинг нолларини топамиз. Бунинг учун $2x^2 + 9x + 4 = 0$ тенгламани ечиб, $x_1 = -4$ ва $x_2 = -\frac{1}{2}$ ни ҳосил қиламиз.

Сонлар тўғри чизиғида $x_1 = -4$ ва $x_2 = -\frac{1}{2}$ нуқталарни белгилаймиз.

Белгиланган нуқталар орқали тўлқинли чизиқ ўтказсак, сонлар тўғри чизиғи учта интервалга бўлинади. Квадрат учҳадга мос равишда параболанинг тармоқлари юқорига йўналганлигидан квадрат учҳаднинг ишоралари 34-б расмда кўрсатилгани каби бўлади.

34-б расмдан берилган тенгсизлик $x < -4$ ва $x > -\frac{1}{2}$ бўлганда бажарилишини кўрамиз.

Жавоб: $(-\infty; -4) \cup (-\frac{1}{2}; +\infty)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) > 0$ ёки $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) < 0$ кўринишда берилган (бу ерда $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$ ва $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — исталган сонлар), яъни чап томони x ўзгарувчи билан муайян соннинг айирмаси бўлган иккиҳадларнинг кўпайтмаси, ўнг томони нолга тенг бўлган тенгсизликларни ечиш учун *интерваллар усулидан* фойдаланган маъқул.

Интерваллар усули $x - x_0$ иккиҳаднинг ушбу хоссасига асосланган (бу ерда x — ўзгарувчи, x_0 — исталган сон):

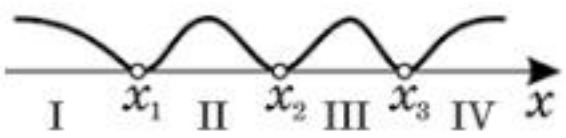
координаталар тўғри чизиғида x_0 соннинг ўнг томонида турган x ўзгарувчининг исталган қиймати учун $x - x_0$ айирманинг қиймати мусбат, x_0 соннинг чап томонида турган x ўзгарувчининг исталган қиймати учун $x_0 - x$ айирманинг қиймати манфий сон бўлади (36-расм).

36-расм

Ҳақиқатанан, агар, $x > x_0$ бўлса, $x - x_0 > 0$, агар $x < x_0$ бўлса, у ҳолда, $x - x_0 < 0$.

Масалан,

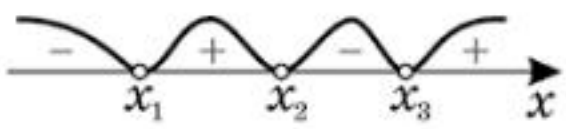
1) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) > 0$; 2) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) < 0$, (бу ерда x_1, x_2, x_3 — ўсиш тартибида ёзилган турли хил сонлар) тенгсизликларни интерваллар усули билан ечамиз.



37-а расм

x_1, x_2, x_3 сонларни координаталар тўғри чизиғида белгиласак, у ҳолда тўғри чизиқ $(-\infty; x_1)$; $(x_1; x_2)$; $(x_2; x_3)$; $(x_3; +\infty)$ бўлган тўртта сонлар оралиғига бўлинади (37-а расм).

$(x_3; +\infty)$ сонлар оралиғини кўриб чиқамиз. Бу сон оралиғидан олинган исталган x ўзгарувчининг қиймати (яъни x_3 нинг ўнг томонидан олинган қиймати) учун $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ кўпайтмадаги ҳар бир иккиҳаднинг қиймати мусбат сон, чунки x ўзгарувчи x_1, x_2, x_3 сонларнинг ўнг томонида жойлашган (37-б расм). $(x_2; x_3)$ интервалдан олинган исталган x учун $(x - x_3)$ иккиҳаднинг қиймати манфий сон, чунки x ўзгарувчи x_3 нинг чап томонида жойлашган, $(x - x_1)$ ва $(x - x_2)$ иккиҳадларнинг қийматлари мусбат сонлар, чунки x ўзгарувчи x_1 билан x_2 нинг ўнг томонида жойлашган. Демак, $(x_2; x_3)$ ораликда олинган исталган x ўзгарувчи учун $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ кўпайтманинг қиймати манфий сон бўлади.



37-б расм

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ кўпайтманинг қиймати x ўзгарувчининг исталган қийматида: 1) $(x_1; x_2)$ сонлар оралиғида мусбат сон; 2) $(-\infty; x_1)$ ораликда манфий сон бўлишига мустақил равишда ишонч ҳосил қилинг (37-б расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шундай қилиб:

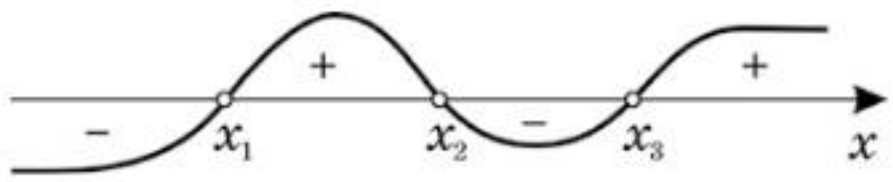
1) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) > 0$ тенгсизликнинг ечимлар тўплами $(x_1; x_2) \cup (x_3; +\infty)$ оралиқ (бу ерда x_1, x_2, x_3 — ўсиш тартибида ёзилган турли хил сонлар);

2) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) < 0$ тенгсизликнинг ечимлар тўплами $(-\infty; x_1) \cup (x_2; x_3)$ оралиқ (бу ерда x_1, x_2, x_3 — ўсиш тартибида ёзилган турли хил сонлар) бўлади.

Тенгсизликларни ечишнинг бундай усули *интерваллар усули* деб аталади.

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ кўпайтма қийматининг ишораларини ҳар бир оралиқда кўрсатамиз (38-расм).

Расмда кўриб турганимиз каби x ўзгарувчи қийматларининг ишоралари қўшни бўлган сон оралиқларида навбат билан алмашиб боради: $+ \; - \; + \; -$.



38-расм

Бундан

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) > 0$ тенгсизликни интерваллар усулида ечиш учун қуйидаги алгоритмдан фойдаланилади:

1) координаталар тўғри чизиғида x_1, x_2, x_3 сонлар ўсиш тартибида жойлаштирилади;

2) кўпайтма қийматининг четки ўнг томон оралиғидаги ишораси аниқланади;

3) берилган оралиқлардаги ишораларнинг ўзгаришини кўрсатувчи чизиқ ўтказилади;

4) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ кўпайтманинг қиймати мусбат бўладиган оралиқларнинг бирлашмаси ёзилади.

Эслатма.

x_0 сони тоқ марта такрорланганда оралиқдаги ишоралар навбатма-навбат қўйилади;

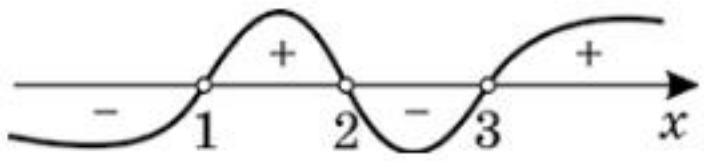
x_0 сони жуфт марта такрорланганда ушбу қийматнинг икки томонидаги оралиқ илдизлари бир хил қилиб қўйилади.

Худди шу каби интерваллар усули орқали қуйидаги кўринишда берилган тенгсизликлар ҳам ечилишига ишонч ҳосил қилинг: $(x - x_1) \times (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) > 0$ ёки $(x - x_1)(x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) < 0$, бу ерда $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$ ва $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — исталган сонлар.

Мисол. $(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0$ тенгсизликни интерваллар усулида ечамиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



39-расм

Ечилиши. 1) Координаталар тўғри чизиғида 1; 2; 3 сонларни белгилаймиз (39-расм).

2) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ кўпайтма қийматининг ишорасини аниқлаймиз. Бунинг учун 3 дан катта бўлган исталган сонни олиш мумкин. Масалан, 4 сонини оламиз. $x = 4$ бўлганда, $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ кўпайтманинг қиймати мусбат сон.

3) Сон оралиқларидаги ишораларнинг ўзгаришини кўрсатувчи чизиқ чизамиз (39-расм).

4) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ кўпайтманинг қиймати мусбат сон бўладиган оралиқлар бирлашмасини ёзамиз, яъни $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Жавоб: $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

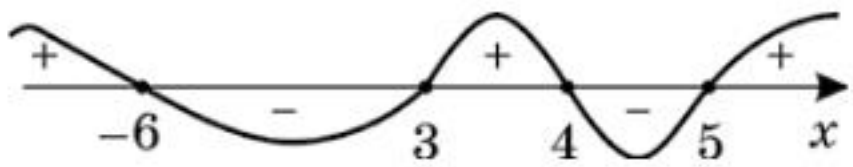
Мисол. $(4 - x) \cdot (3x - 9) \cdot (x - 5) \cdot (x + 6) \ \mathrm{m}\ 0$ тенгсизликни интерваллар усулида ечамиз.

Ечилиши. Ҳар бир қавсдаги иккиҳадни $x - x_1$ кўринишга келтирамиз: $-(x - 4) \cdot 3(x - 3) \cdot (x - 5) \cdot (x - (-6)) \ \mathrm{m}\ 0$.

Энди тенгсизликнинг иккала томонини -3 га бўлиб, тенгсизликнинг ишорасини қарама-қарши ишорага алмаштирамиз: $(x - 4) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5) \cdot (x - (-6)) \ \mathrm{l}\ 0$. Қавс ичидаги айрилувчиларни ўсиш тартибида ёзамиз:

$$(x - (-6)) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) \ \mathrm{l}\ 0.$$

Энди координаталар тўғри чизиғида $-6; 3; 4; 5$ сонларни белгилаб, ҳар бир сон оралиғига $(x - (-6)) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5)$ кўпайтма қийматининг ишораларини қўямиз (40-расм). Расмдан фойдаланиб, $(x - (-6)) \cdot (x - 3) \times (x - 4) \cdot (x - 5) \ \mathrm{l}\ 0$ тенгсизликнинг ечимини ёзамиз: $(-\infty; -6] \cup [3; 4] \cup [5; +\infty)$.



40-расм

Жавоб: $(-\infty; -6] \cup [3; 4] \cup [5; +\infty)$.

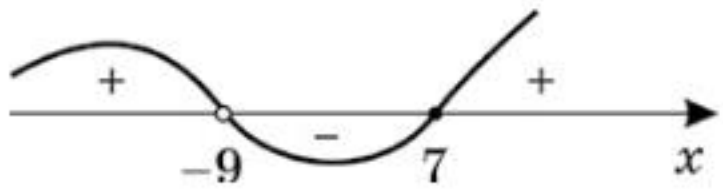
Мисол. $\frac{x - 7}{x + 9} \ \mathrm{l}\ 0$ тенгсизликни интерваллар усулида ечамиз.

Ечилиши. $x \neq -9$ деб олиб, $\frac{x - 7}{x + 9} \ \mathrm{l}\ 0$ тенгсизликни унга тенг кучли $(x - 7) \cdot (x + 9) \ \mathrm{l}\ 0$ тенгсизлик билан алмаштирамиз. Ҳар бир қавсдаги иккиҳадни $x - x_1$ кўринишга келтириб, қавсларни айрилувчиларни ўсиш тартибида ёзамиз. У ҳолда $(x - (-9)) \cdot (x - 7) \ \mathrm{l}\ 0$ тенгсизликка эга бўламиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Координаталар тўғри чизиғида −9; 7 сонларни белгилаб, ҳар бир сон оралиғида $x \neq -9$ бўлганда, $(x - 7) \cdot (x + 9)$ кўпайтма қийматининг ишоралари билан мос келувчи $\frac{x-7}{x+9}$ бўлинма қийматининг ишоралаРини қўямиз (41-расм).



41-расм

Расмдан фойдаланиб, $\frac{x-7}{x+9} \geq 0$ тенгсизликнинг ечимини ёзамиз. У ҳолда берилган тенгсизликнинг ечими $(-\infty; -9) \cup [7; +\infty)$ оралиқлар бўлади.

Жавоб: $(-\infty; -9) \cup [7; +\infty)$.

Мисол. $\frac{(x-2)^2 \cdot (x-3)}{x^3 \cdot (x+1)} \geq 0$ тенгсизликни интерваллар усулида ечамиз.

Ечилиши. $x \neq -1$, $x \neq 0$ деб олиб, $\frac{(x-2)^2 \cdot (x-3)}{x^3 \cdot (x+1)} \geq 0$ тенгсизликни унга тенг кучли $(x - 2)^2 \cdot x^3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \geq 0$ тенгсизлик билан алмаштирамиз. $x \neq -1$, $x \neq 0$ бўлганда, тенгсизликнинг чап томонини шакл алмаштирамиз: $(x + 1) \cdot x^3 \cdot (x - 2)^2 \cdot (x - 3) \geq 0$.

Исталган x учун $x = x - 0$. У ҳолда берилган тенгсизликка тенг кучли $(x + 1) \cdot (x - 0)^3 \cdot (x - 2)^2 \cdot (x - 3) \geq 0$ тенгсизликка эга бўламиз (бунда $x \neq -1$, $x \neq 0$).

Исталган x учун $(x - 2)^2 \geq 0$ эканлигидан берилган тенгсизликка тенг кучли $(x + 1) \cdot (x - 0) \cdot (x - 3) \geq 0$ тенгсизликни ҳосил қиламиз (бунда $x = 3$, $x = 2$, $x \neq -1$, $x \neq 0$). Берилган тенгсизликнинг ечими $(-1; 0) \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$ (42-расм).

Жавоб: $(-1; 0) \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$.

42-расм

Нима учун квадрат тенгсизликларни ечишда интерваллар усулидан фойдаланиш мумкинлигини тушунтиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Машқлар

A

19.1. Қуйидаги тенгсизликларни интерваллар усулида ечинг:

1) $(x-4)(x+5) \geqslant 0$;
2) $(x+2{,}4)(x-1{,}5) \leqslant 0$;
3) $(x-4)(x+5) > 0$;
4) $(x-6)(x+1) < 0$;
5) $(x+2{,}8)(x-1) \leqslant 0$;
6) $(x+4)(x-5) < 0$;
7) $(x+2{,}4)(x+7{,}5) \geqslant 0$;
8) $(x+7)(x-3{,}5) \leqslant 0$;
9) $(3x+4)(2x-5) \leqslant 0$;
10) $(7-3x)(2x+1) \leqslant 0$;
11) $(3x-4)(2x+7) > 0$;
12) $(8-7x)(2x-7) \leqslant 0$;
13) $-2(7-5x)(2x+3) \leqslant 0$;
14) $(2\frac{2}{3}-3x)(2x+1) \leqslant 0$;
15) $\left(7\frac{1}{3}-3\frac{2}{3}x\right)\left(2x+1\frac{3}{7}\right) \geqslant 0$.

19.2. Берилган функциянинг аниқланиш соҳасини топинг:

1) $y=\sqrt{(5-x)(2x-7)}$;
2) $y=\sqrt{(5+3x)(2x-2{,}4)}$;
3) $y=\sqrt{(4+x)(5-2x)}$;
4) $y=\sqrt{-2(1-x)(2x+5)}$.

19.3. Ўзгарувчининг қандай қийматларида:

1) $\sqrt{-3(5+3x)(2x-9)}$;
2) $\sqrt{-(7-3x)(2x+1)}$;
3) $\sqrt{(5-3y)(3y-5)}$;
4) $\sqrt{-7(9-5y)(7y-14)}$

ифода маънога эга бўлади?

19.4. Ўзгарувчининг қандай қийматларида:

1) $\frac{3x-5}{2x}$; 2) $\frac{4x+3}{7x}$; 3) $\frac{3x-7}{5x}$; 4) $\frac{7-5x}{4-x}$

каср мусбат қийматларни қабул қилади?

19.5. Тенгсизликни интерваллар усулида ечинг:

1) $\frac{3x^2-5x+2}{x^2-9} \geqslant 0$;
2) $\frac{-x^2-5x+6}{x^2-4} \leqslant 0$;
3) $\frac{-2x^2-3x+2}{x^2+5x} < 0$;
4) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x} > 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19.6. Тенгсизликнинг бутун ечимларини топинг:

1) $\frac{6x-5}{4x+1} < 0$; 2) $\frac{2x-5}{x+1} < 0$; 3) $\frac{2-3x}{2x+7} > 0$; 4) $\frac{7x-5}{4-x} > 0$.

19.7. 1) $\frac{x-5}{x+1} > 2$; 2) $\frac{x-6}{x-1} > 3$; 3) $\frac{2x-7}{x+1} > 4$; 4) $\frac{5-x}{x+1} > 2$

тенгсизликни ечинг ва унинг энг кичик бутун ечимини топинг.

19.8. 1) $\frac{x-5}{1-x} > 2$; 2) $\frac{x-6}{x-1} > 3$; 3) $\frac{2x-7}{x+1} > 4$; 4) $\frac{5-x}{x+1} > 2$

тенгсизликни ечинг ва унинг энг катта бутун ечимини топинг.

19.9. Ўзгарувчининг қандай қийматларида:

1) ☒ ; 2) $\frac{2x^2-3x+1}{x^2-2x+1}$;

3) $\frac{3x^2-4x-4}{x^2-4x+4}$; 4) $\frac{4x^2-17x+4}{x^2-4x}$ каср манфий қийматлар қабул қилади?

19.10. Берилган тенгсизликларни ечинг:

1) $\frac{7}{x} - \frac{x}{7} > 0$; 2) $\frac{x}{11} - \frac{11}{x} < 0$; 3) $\frac{9}{x} > \frac{x}{4}$;

4) $\frac{3}{x} - \frac{x}{27} > 0$; 5) $\frac{5}{x} - \frac{3}{3-x} < 0$; 6) $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-7} < 0$;

7) $\frac{2}{x} - \frac{5}{6-x} < 0$; 8) $\frac{5}{x} < \frac{4}{9-x}$; 9) $\frac{2}{x-3} \leqslant \frac{3}{x}$;

10) $\frac{3}{x+3} \leqslant \frac{2}{x}$; 11) $\frac{1}{x-2} \geqslant \frac{5}{x}$; 12) $\frac{4}{x-3} \geqslant \frac{6}{x}$.

B

19.11. Берилган тенгсизликларни интерваллар усулида ечинг:

1) $(2x-4)(x-6)(x-8) \mid 0$; 2) $(x+4)(x+1)(x-3) \text{ m } 0$;

3) $(2x+5)(x-2)(x-6) \mid 0$; 4) $(x+5)(x-1)(x-7) < 0$;

5) $(x+6)(x-1)(x-3{,}6) > 0$; 6) $(2x+1)(x-1)(x-2) \text{ m } 0$;

7) $(x-4)^2(x-3)(x+2) \mid 0$; 8) $(x+6)(x+1)^4 \cdot (x-3) \mid 0$;

9) $(2x+5)(x-2)(x-6)^4 \mid 0$; 10) $(x+5)^3(x-3)^2(x-12) \text{ m } 0$;

11) $(x+6)^3(x+1)^4 \cdot (x-3) < 0$; 12) $(2x+5)(x-2)^4(x-6)^3 < 0$.

19.12. Берилган тенгсизликни тенг кучли тенгсизлик билан алмаштиринг ва ҳосил бўлган тенгсизликни ечинг:

1) $\frac{3x+2}{x^2+x-2} < -1$; 2) $\frac{x-2}{x^2+x-2} \geqslant 1$; 3) $\frac{x+5}{x^2-1} > 1$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $\frac{3-9x}{x^2-1} > 2$; 5) $\frac{2x-7}{x^2+2x-8} > 1$; 6) $\frac{7x+1}{x^2+4x+3} \geqslant 1$;

7) $\frac{5x+1}{x^2-3x-4} < -1$; 8) $\frac{5x+3}{x^2+x-2} > 1$; 9) $\frac{3x-5}{x^2+2x-8} \leqslant 2$;

10) $\frac{4x+5}{x^2+4x+3} < 3$; 11) $\frac{3x+1}{x^2-4x+3} > -2$; 12) $\frac{5x+3}{x^2-x-2} \leqslant 3$.

19.13. Берилган тенгсизликни ечинг:

1) $(x^2-3x+2)(x^2+2x) \geqslant 0$; 2) $(x^2-3x-4)(x^2+x) < 0$;

3) $(x^2-5x+6)(-x^2+3x) \geqslant 0$; 4) $(-x^2-2x+8)(x^2-4) < 0$;

5) $(x^2-3x-4)(x^2-16) \geqslant 0$; 6) $(x^2-5x+6)(-x^2+9) > 0$;

7) $(x^2-2x-8)(9-x^2) > 0$; 8) $(x^2-x-6)(4-x^2) \geqslant 0$;

9) $(x^2-3x-10)(25-x^2) \geqslant 0$; 10) $(-x^2-6x)(x^2-36) \geqslant 0$;

11) $(x^2-4)(x^2-16x) \geqslant 0$; 12) $(x^2-5x)(-x^2+25) > 0$.

19.14. 1) $(2x+5)\cdot(x-3) > 0$ ва $\frac{2x+5}{x-3} > 0$;

2) $(3x-5)\cdot(2x+3) \geqslant 0$ ва $\frac{2x+3}{3x-5} \geqslant 0 \geqslant 0$;

3) $2x + \frac{x+5}{x-1} > \frac{x+5}{x-1} - 6$ ва $x > -3$;

4) $3x - \frac{2x+5}{x-3} \leqslant 12 - \frac{2x+5}{x-3}$ ва $x \geqslant 4$;

5) $\frac{1}{2x} < 1$ ва $x > 0{,}5$; 6) $\frac{2}{x^2} > 1$ ва $x^2 < 2$;

7) $\frac{1}{|x|} < 1$ ва $|x| > 1$; 8) $\frac{5}{|x|} > 1$ ва $|x| < 5$

тенгсизликлар тенг кучлими?

C

19.15. Қуйидаги тенгсизликларни ечинг:

1) $x^4 - 13x^2 + 36 \geqslant 0$; 2) $x^4 - 2x^2 - 15 \geqslant 0$;

3) $x^4 - 12x^2 + 36 > 0$; 4) $16x^4 - 24x^2 + 9 < 0$;

5) $(x^2-4x+4)(3x^2-2x-1) \geqslant 0$;

6) $(x^2-6x+8)(9x^2-6x+1) < 0$;

7) $(x^2-5x+6)(x^2+3x)^2 > 0$;

8) $(5x^2+6x+1)(x^4-6x^3+9x^2) \geqslant 0$;

9) $\frac{x^2+4x-1}{x^2+4x+3} \leqslant \frac{1}{x+1}$; 10) $\frac{x^2-x+6}{x^2-3x+2} \leqslant \frac{2x}{x-2}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11) $\frac{x^2 - 5x + 11}{x^2 - x - 2} \leqslant -\frac{7}{x+1}$; 12) $\frac{x^2 + 3x + 54}{x^2 - 8x + 15} \leqslant -\frac{8}{x-5}$.

19.16. 1) $y = \frac{x^4 + 3x^2 - 10}{x^2 - 2x - 8}$; 2) $y = \frac{x^4 - 3x^2 - 10}{x^2 + 2x - 8}$; 3) $y = \frac{x^4 + 2x^2 - 8}{x^2 - 3x - 10}$

функция x ўзгарувчининг қандай қийматларида номанфий қийматлар қабул қилади?

19.17. 1) $y =$ ⊠ ; 2) $y = \frac{x^4 - x^2 - 20}{x^2 + 3x - 10}$; 3) $y = \frac{x^4 + x^2 - 20}{x^2 - x - 12}$

функция x ўзгарувчининг қандай қийматларида мусбат қийматлар қабул қилади?

19.18. Қуйидаги тенгсизликларни интерваллар усулида ечинг:

1) $\frac{(x^2 - 7x - 8)(x-8)^2}{(x+2)^2(5-x)} \leqslant 0$; 2) $\frac{(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 4)}{2(x^3 - 8)} \geqslant 0$;

3) $\frac{(2x^2 + 4x)(3x - x^2)}{(2x+5)^2} \leqslant 0$; 4) $\frac{(x+4)^4(x+3)^3}{2(x^2 + x - 2)} \geqslant 0$;

5) $\frac{3x+7}{5-x^2} \cdot (x-3)^2 > 0$; 6) $\frac{2x-7}{9-x^2} \cdot (x-4)^2 < 0$;

7) $\frac{2x-9}{7-x^2} \cdot (4x-3)^2 \leqslant 0$; 8) $\frac{5-2x}{4-x^2} \cdot (x-3)^2 \geqslant 0$;

9) $\frac{3x+7}{4-x^2} \cdot (x+6) \cdot (x-3)^2 > 0$; 10) $\frac{5x-8}{16-x^2} \cdot (x+2) \cdot (x-5)^2 < 0$.

19.19. 1) $f(a) \mid f(a+2)$, бунда $f(a) = a - \frac{1}{a-1}$;

2) $f(a) \cdot f(a+2) < 0$, бунда $f(a) = \frac{8}{a^2 - 1} - 1$ тенгсизлик бажариладиган a ўзгарувчининг барча бутун қийматларини топинг.

19.20. 1) $f(x) = x^2 + 5x + 3$; $g(x) = \frac{x+8}{2-x}$ функцияларнинг ҳеч бўлмаганда бирининг қиймати 3 дан катта;

2) $f(x) = 3x^2 - x + 2$; $g(x) = \frac{5-x}{x+2}$ функцияларнинг ҳеч бўлмаганда бирининг қиймати 2 дан кичик бўладиган x ўзгарувчининг барча қийматларини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19.21. Берилган тенгсизликларни ечинг:

1) $(x^2 - 3x - 2) \cdot (x^2 - 3x + 1) < 10$;
2) $(x^2 - 2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 1) < 3$;
3) $(x^2 + x) \cdot (x^2 + x - 2) < 24$;
4) $(x^2 + 3x + 2) \cdot (x^2 + 3x + 4) < 48$.

19.22. 1) $2x^2 - 4x - 2 \mid p$; 2) $2x^2 - 2x - 0{,}5 \mid p$;
3) $x^2 - 10x - 5 \mid p$; 4) $3x^2 - 6x - 3 \mid p$ тенгсизлик тўғри бўладиган p параметрнинг энг катта қийматини топинг.

19.23. Ўзгарувчиси модуль белгиси остида берилган тенгсизликларни ечинг:

1) $\frac{3x+7}{x^2-1} \cdot |x - 1| \cdot (x - 3)^2 \text{ m } 0$;

2) $\frac{5x-8}{x^2-16} \cdot |x - 4| \cdot (x - 5)^2 \mid 0$;

3) $\boxed{\times} \cdot |x - 2| \cdot (x - 4)^2 < 0$;

4) $\frac{3x+7}{25-x^2} \cdot |x - 5| \cdot (x - 6)^2 < 0$.

max $(f(x), g(x))$ ёзув $f(x)$ ва $g(x)$ функциялар қийматларининг энг каттасини, min $(f(x), g(x))$ — энг кичигини билдиради.

19.24. 1) $\max(\frac{1}{x}; 5x - 1) \mid x$; 2) $\min(\frac{1}{x}; 2x^2 - 3) \text{ m } x$;
3) $\max(|x|; x^2 - 8x) \text{ m } 9$; 4) $\min(|x|; x^2 + 7x) \mid 8$;
5) $\max(|x|; x^2 - 6x) \text{ m } 7$; 6) $\min(|x|; x^2 + 5x) \mid 6$
тенгсизлик бажариладиган x нинг барча қийматларини топинг.

Такрорлаш

19.25. Биллур қандилнинг нархи дастлаб 45% га, кейин яна 20% га кўтарилди. Икки марта кўтарилгандан кейин қандилнинг нархи неча фоизга ортди?

19.26. Қуйидаги тенгламалар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} 2x - 5y = 4, \\ x - 4y = -2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - 6y = 7, \\ 2x - 3y = 8. \end{cases}$

19.27. 1) $x = 2{,}21$ ва $y = -1{,}32$; 2) $x = 5{,}24$ ва $y = -2{,}62$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $x = 6{,}71$ ва $y = -2{,}56$; 4) $x = -4{,}28$ ва $y = 2{,}35$ бўлса, у ҳолда $\frac{2x - 3y}{3x + 3{,}2} - 6{,}34$ ифоданинг қийматини топинг. Жавобини юзлик улушларгача яхлитланг.

19.28. Бир соатда йўлнинг ярмини юриб ўтгандан кейин машинист поезднинг тезлигини 15 км/соат га орттирди ва йўлнинг иккинчи бўлагини 45 минутда юриб ўтди. Поезд йўлнинг биринчи ярмини қандай тезлик билан юриб ўтган?

19.29. Брадис жадвалидан фойдаланиб:

1) $\sqrt{578}$; 2) $\sqrt{42{,}78}$; 3) $\sqrt{52{,}74}$;

4) $\sqrt{929{,}58}$; 5) $\sqrt{4{,}278}$; 6) $\sqrt{0{,}004472}$

илдизнинг тақрибий қийматини топинг.

19.30. Берилган ифодаларнинг қийматларини топинг:

1) $\sqrt{196 \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}25} + 3$; 2) $\sqrt{0{,}87 \cdot 49 + 0{,}82 \cdot 49 - 25} + 4$;

3) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 36 + 0{,}82 \cdot 36} - 4$; 4) $\sqrt{1{,}69 \cdot 1{,}21 - 1{,}69 \cdot 0{,}4} + 2{,}6$;

5) $3 + \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{369}}$; 6) $4 \cdot \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$;

7) $\sqrt{\frac{145{,}5^2 - 96{,}5^2}{193{,}5^2 - 31{,}5^2}} - 5{,}2$.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёргарлик

19.31. 1) $[-3; 1]$ кесмага тегишли $x^2 + 4x - 2 \geqslant 0$ тенгсизликнинг бутун ечимлари йиғиндисининг қийматини топинг.

2) $[-1; 4]$ кесмага тегишли $x^2 - 6x + 4 \geqslant 0$ тенгсизликнинг бутун ечимлари йиғиндисининг қийматини топинг.

19.32. Оралиқларнинг кесишмасини топинг:

1) $(-2; 5)$ ва $(-3; 2]$; 2) $(-2; 6)$ ва $(-3; 3]$;

3) $[-2; 5)$ ва $(-3; 6]$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20-§. БИР ЎЗГАРУВЧИЛИ ЧИЗИҚЛИ БЎЛМАГАН ТЕНГСИЗЛИКЛАР СИСТЕМАСИ

Бири чизиқли, иккинчиси квадрат тенгсизликдан ёки иккита квадрат тенгсизликдан тузилган тенгсизликлар системаси қандай ечилади?

Бир ёки бир нечта тенгсизлиги чизиқли бўлмаган бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системасини кўриб чиқамиз.

Масалан, $\begin{cases} x-8 \leqslant 3, \\ 9x^2+x \geqslant 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 < 32, \\ (x-2)^2 > 25; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5x+7>0, \\ |x| \geqslant 2; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{3-x} \geqslant 1, \\ \dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4} < 3 \end{cases}$

системалар бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системаси ҳисобланади.

Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системаси ҳам бир ўзгарувчили чизиқли тенгсизликлар системаси каби ечилади.

Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системасини ечиш учун системадаги ҳар бир тенгсизликнинг ечимлар тўпламини топамиз, сўнгра ана шу тўпламлар кесишмасини, яъни уларнинг умумий ечимини топамиз.

1-мисол. $\begin{cases} x-8 \leqslant 3, \\ 9x^2+x \geqslant 0 \end{cases}$ тенгсизликлар системасини ечамиз.

Ечилиши. $x-8 \leqslant 3$ тенгсизликнинг ечими $(-\infty; 11]$ сон нури, $9x^2+x \geqslant 0$ тенгсизликнинг ечими $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right] \cup [0; +\infty)$ тўплам бўлади. Энди иккита тенгсизликнинг умумий ечимини топамиз. Умумий ечим $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right]$ ва $[0; 11]$ оралиқлар бўлади (43-расм).

Жавоб: $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right] \cup [0; 11]$.

43-расм

2-мисол. $y=\sqrt{(x-2)(x+1)}+\sqrt{9-x^2}$ функциянинг аниқланиш соҳасини топамиз.

Ечилиши. $y=\sqrt{(x-2)(x+1)}+\sqrt{9-x^2}$ функциянинг аниқланиш соҳаси $\begin{cases} (x-2)(x+1) \geqslant 0, \\ 9-x^2 \geqslant 0 \end{cases}$ тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи x ўзгарувчининг қийматлар тўпламини беради.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\begin{cases}(x-2)(x+1) \geqslant 0,\\ 9-x^2 \geqslant 0.\end{cases}$ тенгсизликлар системасини ечинг.

Жавоб: $[-3; -1] \cup [2; 3]$.

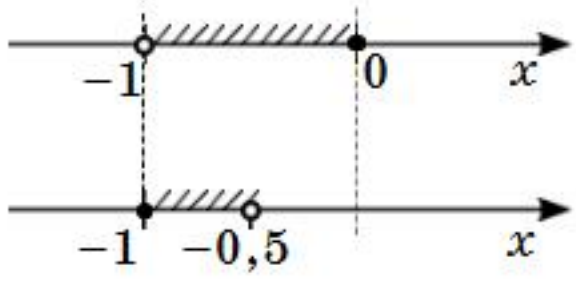
3-мисол.

$\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ x^2 - 2x - 3 < 0;\end{cases}$ ва $\begin{cases}x^2 - 4x - 5 \leqslant 0,\\ x^2 + 3{,}5x + 1{,}5 < 0\end{cases}$ тенгсизликлар системаларининг умумий ечимини топамиз.

Ечилиши. Берилган тенгсизликлар системасининг умумий ечимини топиш учун ҳар бир тенгсизликлар системасининг ечимлар тўпламини топиб, ана шу тўпламлар кесишмасини топамиз.

$\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ x^2 - 2x - 3 < 0\end{cases}$ тенгсизликлар системасининг ечими $(-1; 0]$ оралиқ, $\begin{cases}x^2 - 4x - 5 \leqslant 0,\\ x^2 + 3{,}5x + 1{,}5 < 0\end{cases}$ тенгсизликлар системасининг ечими $[-1; -0{,}5)$ оралиқ.

Берилган тенгсизликлар системасининг умумий ечими $(-1; -0{,}5)$ оралиқ бўлади (44-расм).



44-расм

Жавоб: $(-1; -0{,}5)$.

1. Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системасининг ечими нима бўлади?
2. Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системасининг нечта ечими бўлиши мумкин?

Машқлар

A

Қуйидаги тенгсизликлар системасини ечинг **(20.1—20.5)**:

20.1. 1) $\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ 3x - 2 < 0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2 - 9 \leqslant 0,\\ 2x - 5 < 0;\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x^2 - 9 > 0,\\ 3x - 2 \geqslant 0;\end{cases}$

4) $\begin{cases}x^2 - 1 > 0,\\ 2x - 7 \leqslant 0;\end{cases}$ 5) $\begin{cases}x^2 - 2x \leqslant 0,\\ 2x - 5 < 0;\end{cases}$ 6) $\begin{cases}2x - 9 \leqslant 0,\\ 2x^2 - 5x < 0;\end{cases}$

7) $\begin{cases}3x - 7 \leqslant 0,\\ -2x^2 + 5x \geqslant 0;\end{cases}$ 8) $\begin{cases}2x - 4{,}6 \leqslant 0,\\ 2x^2 - 7x \leqslant 0;\end{cases}$ 9) $\begin{cases}1{,}2x - 9 \leqslant 0,\\ -3x^2 - 5x \geqslant 0;\end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10) $\begin{cases} 2x - 6{,}9 \leqslant 0, \\ -2x^2 + 7x < 0; \end{cases}$ 11) $\begin{cases} 3x - 8{,}9 \leqslant 0, \\ 2{,}5x^2 - 9x < 0; \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 4x - 16{,}8 \leqslant 0, \\ -4x^2 + 7x \geqslant 0. \end{cases}$

20.2. 1) $\begin{cases} x^2 \leqslant 16, \\ x^2 > 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 \leqslant 36, \\ (x-1)^2 > 9; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 \geqslant 6, \\ (x-2)^2 < 16; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x^2 > 32, \\ (x-2)^2 > 9; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 > 18, \\ (x+3)^2 \leqslant 25; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x^2 < 4{,}5, \\ (x+1)^2 \geqslant 9; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x^2 > 0{,}12, \\ (2x-1)^2 < 16; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 4x^2 \leqslant 0{,}36, \\ (3x-5)^2 > 49. \end{cases}$

20.3. 1) $\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ (x-2{,}3)^2 \leqslant 25; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -2x^2 + 6x > 0, \\ (2x+3)^2 \leqslant 16; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - x^2 \leqslant 0, \\ (x-2)^2 > 1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5x - x^2 < 0, \\ (3x-2)^2 > 9; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x + x^2 \leqslant 0, \\ (x+2)^2 > 4; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 7x - 3x^2 \leqslant 0, \\ (x-2)^2 > 1{,}44; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 5{,}2x - 4x^2 \leqslant 0, \\ (3x-2)^2 \leqslant 2{,}25; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 1{,}4x + x^2 \leqslant 0, \\ (2x+3)^2 > 0{,}25. \end{cases}$

20.4. 1) $\begin{cases} 4x - 4 - x^2 > 0, \\ (3x-2)^2 > 3{,}61; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5 + 4x - x^2 > 0, \\ 3x^2 + x - 2 > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 7x - 4 - 3x^2 \leqslant 0, \\ 2x^2 + 3x - 5 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x^2 - x > 4, \\ 2x^2 - 7x \leqslant -5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 14 - 3x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x > 8; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} -7 - 3x + 4x^2 < 0, \\ 5x^2 + 7x > 6. \end{cases}$

20.5. 1) $\begin{cases} 9 - 7x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x \geqslant 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 32 - 5x - 3x^2 < 0, \\ -3x^2 + 5x > -8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 10 - 3x - x^2 \geqslant 0, \\ 3x - 5x^2 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 14 - 3x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x > 8; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 17 - 9x - 8x^2 < 0, \\ 2{,}6x^2 - 3x > 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 5{,}4 - 3{,}4x - 2x^2 \geqslant 0, \\ -3x^2 + 7{,}5x > 0. \end{cases}$

20.6. Берилган функциянинг аниқланиш соҳасини топинг:

1) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 1} + \sqrt{x^2 - 4}$; 2)

3) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{9 - x^2}$; 4) $y = \sqrt{5x^2 - 4x - 12} + \sqrt{25 - x^2}$;

5) $y = \sqrt{-3x^2 + 4x + 15} + \sqrt{x^2 - 49}$; 6) $y = \sqrt{2x^2 - 3x - 2} + \sqrt{64 - x^2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20.7. Тенгсизликлар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 \leqslant 0, \\ |x| > 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leqslant 0, \\ |x| \leqslant 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 > 0, \\ |x| \geqslant 3; \end{cases}$ 4) ☒

B

20.8. Берилган қўш тенгсизлик x ўзгарувчининг қандай қийматларида бажарилади:

1) $0 \text{ m } x^2 - 4x < 5$; 2) $-2 < 3x^2 - 4x - 1 < 2$;

3) $2 \text{ m } 2x^2 - 5x + 2 < 4$; 4) $-2 \text{ m } x^2 - 4x < 5$?

20.9. Тенгсизликлар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geqslant 0, \\ 5x^2 - 3x - 2 < 0, \\ x^2 < 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0, \\ 4x^2 - 7x + 3 > 0, \\ x^2 < 9; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 \geqslant 0, \\ 3x^2 - 7x + 4 \geqslant 0, \\ x^2 \geqslant 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0, \\ 2x^2 - 7x + 5 \leqslant 0, \\ x^2 - 16 > 0. \end{cases}$

20.10. Берилган функциянинг аниқланиш соҳасини топинг:

1) $y = \sqrt{\frac{4x - 2}{5 - x}} + \sqrt{2x^2 + 7x + 5} + \frac{1}{2x}$;

2) $y = \sqrt{\frac{3x - 5}{4 - x}} + \sqrt{3x^2 + 7x + 4} + \frac{1}{2x - 1}$;

3) $y = \sqrt{\frac{7 - 2x}{3 - x}} + \sqrt{-3x^2 + 7x - 4} + \frac{1}{4x - 1}$;

4) $y = \sqrt{\frac{1 - 3x}{6 - 4x}} + \sqrt{x^2 + 5x + 4} + \frac{1}{2 - x}$.

Тенгсизликлар системасини ечинг (**20.11—20.14**):

20.11. 1) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{x}{4} \geqslant 0, \\ \frac{3 - 2x}{x - 2} > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{x}{2} > 0, \\ \frac{5 - 2x}{3x - 4} > 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{x}{3} \leqslant 0, \\ \frac{7 - 5x}{4x - 5} \leqslant 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{x}{3} < 0, \\ \frac{9 - 4x}{5x - 6} \leqslant 1. \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20.12. 1) $\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2} \geqslant 0, \\ \dfrac{2x^2-7x+8}{x^2+2} > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{4-x} \geqslant 0, \\ \dfrac{2x^2-7x+8}{x^2-4} > 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{4-x} \geqslant 0, \\ \dfrac{2x^2-7x+8}{x^2-4} < 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x^2-16}{5-x} \geqslant 0, \\ \dfrac{x^2-7x-8}{x^2-8} \leqslant 2. \end{cases}$

20.13. 1) 2) $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{5-2x} < 1, \\ \dfrac{2x^2-5x-3}{x^2-1} \geqslant 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{2x^2-9}{3-x} \geqslant 2, \\ \dfrac{x^2-5x-4}{1-x^2} \leqslant 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{4-x} \geqslant 1, \\ \dfrac{x^2-3x-14}{x^2-4} < 3. \end{cases}$

20.14. 1) $\begin{cases} |x-2| \geqslant 4, \\ \dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4} > 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} |3x-2| \geqslant 5, \\ \dfrac{3x^2-7x+8}{x^2-1} \leqslant 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} |x+3| < 6, \\ \dfrac{x^2-7x+8}{x^2-4} > 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} |x+5| < 1, \\ \dfrac{x^2-7x+8}{x^2-2} > 2. \end{cases}$

C

20.15. Ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган ифода маънога эга бўлади:

1) $\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{4-x^2}} - \dfrac{3}{\sqrt{3x+1}}$; 2) $\dfrac{\sqrt{x^2-4x-5}}{\sqrt{9-4x^2}} - \dfrac{3}{\sqrt{2x+5}}$;

3) $\dfrac{\sqrt{-x^2+4x+3}}{\sqrt{16-x^2}} - \dfrac{5}{\sqrt{5-3x}}$; 4) $\dfrac{\sqrt{-3x^2+7x-4}}{\sqrt{25-x^2}} - \dfrac{7}{\sqrt{15-3x}}$?

20.16. Тенгсизликлар системасининг энг кичик бутун ечимини топинг:

1) $\begin{cases} x^2-2x-8 \leqslant 2, \\ (x-3)(x+1) > 0, \\ |x-0{,}2| > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-2x-6 < 2, \\ (2x-3)(x+4) > 0, \\ |x-1{,}2| \leqslant 2; \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $\begin{cases} x^2 - 4x - 11 \leqslant 1, \\ (x-2)(3x-1) \geqslant 0, \\ |3x - 0{,}2| > 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - 5x + 8 > 2, \\ (x-4)(x+1) < 0, \\ |x - 0{,}2| \leqslant 4. \end{cases}$

20.17. Тенгсизликлар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} (x+3)^2 + 4(x-2) \leqslant (2x-1)^2, \\ 2x^2 - 7x - 9 \leqslant 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (3x+4)^2 + 4(x-3) \leqslant (2x-2)^2, \\ x^2 + 7x - 8 \leqslant 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} (2x-3)^2 - 2(x-2) \leqslant (2x-3)^2 + 4, \\ 2x^2 - 7x - 5 \leqslant 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5(x-3) - 4(x-2)^2 \leqslant 3 - (2x-1)^2, \\ 3x^2 - 5x + 8 > 0. \end{cases}$

20.18. Берилган функциянинг аниқланиш соҳасини топинг ва x ўзгарувчининг энг катта қийматини кўрсатинг:

1) $y = \dfrac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 3}}{\sqrt{9 - x^2}} - \dfrac{3}{\sqrt{2x - 1}}$; 2) $y = \dfrac{\sqrt{-3x^2 + 8x + 11}}{\sqrt{25 - 4x^2}} - \dfrac{3}{\sqrt{2x + 12}}$.

20.19. Ўзгарувчиси модуль белгиси остида берилган тенгсизликлар системасини ечинг:

1) $\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \geqslant -1, \\ x^2 - |x| \leqslant 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - 2x - 5 \geqslant 10, \\ x^2 + |x| - 6 > 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} -x^2 - 4x + 2 < -6, \\ x^2 - 2|x| - 24 \leqslant 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2 - 4x \geqslant -1, \\ x^2 - |x| - 6 \leqslant 0. \end{cases}$

20.20. Тенгсизликлар системалари тўпламларининг ечимлар тўпламини топинг:

1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -x^2 \leqslant 9, \\ x^2 - 5x + 6 < 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 4 \geqslant 9, \\ 2{,}5x - x^2 > 0; \end{cases} \end{array}\right.$ 2) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x| \leqslant 5, \\ |x| > 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 16 \geqslant 0, \\ x^2 - 8x < 0. \end{cases} \end{array}\right.$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8-СИНФ АЛГЕБРА КУРСИНИ ТАКРОРЛАШГА ДОИР МАШҚЛАР

ҲИСОБЛАШЛАР

1. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}\right) - 2;$

2) $\left(\sqrt{0,25} + 3\sqrt{121}\right) : \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}\right) - 6;$

3) $11 : \left(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}\right) - 55;$

4) $\left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}\right) : \sqrt{25} - 2.$

2. 1) $a = 2;\ 2,2;\ 5,2;\ 22$ бўлса, $\sqrt{5a-10}$;

2) $a = 1;\ -1,5;\ -15;\ -37,5$ бўлса, $\sqrt{6-2a}$;

3) $c = 0;\ 1;\ 16;\ 6,25$ бўлса, $\frac{3+\sqrt{c}}{3-\sqrt{c}}$;

4) $a = 0,\ b = 0$ ва $a = 4,\ b = 7$ бўлса, $\sqrt{2a-b}$ ифоданинг қийматини топинг.

3. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $2 + \sqrt{0,16} + \left(2\sqrt{0,1}\right)^2;$ 2) $(3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 - 2;$

3) $(0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} + 3;$ 4) $(-5\sqrt{2})^2 - (-2\sqrt{5})^2 - 4.$

4. $y = \sqrt{x}$ функциянинг графигидан фойдаланиб, берилган сонларни таққосланг:

1) $\sqrt{5,4}$ ва $\sqrt{5,6}$; 2) [illegible] ва $\sqrt{2\frac{1}{6}}$;

3) $\sqrt{7,1}$ ва $2,6$; 4) $\sqrt{\frac{5}{9}}$ ва $\sqrt{\frac{6}{11}}$;

5) $3,2$ ва $\sqrt{9,7}$.

5. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} + 1;$ 2) $\sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} - 2;$

3) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} + 3.$

6. Берилган илдизларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$; 2) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$; 3) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$; 4) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7. Агар ифодалар маънога эга бўлса, у ҳолда уларнинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{(-12)^2} - \sqrt{10^2} + \sqrt{-(-15)^2}$; 2) $-\sqrt{10^2} - \sqrt{(-11)^2} - \sqrt{(-25)^2}$.

8. Ҳисобланг:

1) $3\sqrt{(-2)^6} + 0{,}1\sqrt{2^{10}} - \sqrt{(-2)^{12}}$;

2) $-2\sqrt{10^4} - 0{,}1\sqrt{(-3)^8} + 2{,}5\sqrt{(-0{,}1)^4}$.

9. Берилган ифоданинг қийматини топинг:

1) $\sqrt{4^3}$; 2) $\sqrt{16^5}$; 3) $\sqrt{8 \cdot 162}$; 4) $\sqrt{750 \cdot 270}$;

5) $\sqrt{9^5}$; 6) $\sqrt{25^3}$; 7) $\sqrt{96 \cdot 486}$; 8) $\sqrt{1848 \cdot 462}$.

10. Ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган тенгликлар тўғри бўлади:

1) $\sqrt{y^4} = y^2$; 2) $\sqrt{x^6} = x^3$; 3) $\sqrt{a^{14}} = -a^7$; 4) $\sqrt{x^{12}} = x^6$;

5) $\sqrt{c^{10}} = -c^5$; 6) $\sqrt{b^2} = b$; 7) $\sqrt{x^2} = \left(\sqrt{x}\right)^2$?

11. Берилган сонларни ўсиш тартибида жойлаштиринг:

1) $\frac{2}{3}\sqrt{72}, \sqrt{30}$ ва $7\sqrt{2}$; 2) $8\sqrt{0{,}2}$, $\sqrt{41}$ ва $\frac{2}{5}\sqrt{250}$;

3) $5\sqrt{\frac{7}{2}}$, $\sqrt{17}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{62}$; 4) $12\sqrt{0{,}5}$, $\sqrt{89}$ ва $\frac{3}{4}\sqrt{160}$.

ИФОДАЛАРНИ АЙНАН ШАКЛ АЛМАШТИРИШ

12. Қуйидаги ифодаларни шакл алмаштиринг:

1) $\sqrt{a^4 b^4}$, 2) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}}$, бунда $b > 0$;

3) $\sqrt{b^6 c^8}$, бунда b l 0;

4) $\sqrt{16x^4 y^{12}}$; 5) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}}$, бунда $x < 0$, $y < 0$;

6) $\sqrt{0{,}25p^2 y^6}$, бунда p l 0, y m 0.

13. Кўпайтувчини илдиз белгиси олдига чиқаринг:

1) $\sqrt{(-2c)^2}$; 2) $\sqrt{(-c)^2(-x)^4}$; 3) $0{,}5\sqrt{60c^2}$; 4) $0{,}1\sqrt{75a^3}$;

5) $a\sqrt{18a^2y}$; 6) $0{,}5\sqrt{144c^2}$; 7) $0{,}2\sqrt{225a^5}$; 8) $-m\sqrt{81ym^4}$.

14. Кўпайтувчини илдиз белгиси олдига чиқаринг:

1) $\sqrt{9a^2b}$, бунда $a < 0$; 2) $\sqrt{-3c^3}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $2{,}1\sqrt{300x^4}$, бунда $x > 0$;

4) $\sqrt{-5m^7}$;

5) $\sqrt{32a^4x^3}$;

6) $a\sqrt{a^5}$;

7) $\sqrt{144a^3b^3}$, бунда $a < 0$, $b < 0$;

8) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3}$.

15. Кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритинг:

1) $a\sqrt{3}$, бунда $a \mid 0$;

2) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$;

3) $a\sqrt{3}$, бунда $a < 0$;

4) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$;

5) $c\sqrt{3c}$;

6) $c\sqrt{3c^4}$.

16. Ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган тенгликлар тўғри бўлади:

1) $x\sqrt{3} = \sqrt{3x^2}$;

2) $\sqrt{13a^2} = -a\sqrt{13}$;

3) $y\sqrt{5} = -\sqrt{5y^2}$;

4) $\sqrt{5x^2} = x\sqrt{5}$?

17. Кўпайтувчини илдиз белгиси остига киритинг:

1) $2x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$;

2) $3a^2b^2\sqrt{\frac{b}{a}}$, бунда $a > 0$, $b > 0$;

3) $4ab\sqrt{\frac{a}{4b}}$, бунда $a < 0$, $b < 0$;

4) $-a^4\sqrt{7}$;

5) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^3}{a}}$, бунда $a < 0$, $b < 0$;

6) $6x\sqrt{-\frac{x}{3}}$.

18. 1) $x = 1 - 2\sqrt{5}$ бўлса, $x^2 - 6$;

2) $x = 2 + \sqrt{3}$ бўлса, $x^2 - 4x + 5$;

3) $x = 3 - \sqrt{3}$ бўлса, $x^2 - 6x$;

4) $x = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$ бўлса, $x^2 - 3x + 6$

ифодаларнинг қийматини топинг.

19. Қуйидаги ифодаларнинг қиймати натурал сон эканини исботланг:

1) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

2) $\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right) \cdot \sqrt{3} + 3$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) ; 2) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

21. Берилган ифодаларнинг қийматини топинг:

1) $\frac{5}{3-2\sqrt{2}}+\frac{5}{3+2\sqrt{2}}$; 2) $\frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}}+\frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}}$.

22. Берилган ифодаларнинг қиймати рационал сон бўлишини исботланг:

1) $\frac{1}{5\sqrt{2}-6}-\frac{1}{5\sqrt{2}+6}$; 2) $\frac{1}{5+4\sqrt{7}}+\frac{1}{5-4\sqrt{7}}$.

23. Берилган айниятларни исботланг:

1) $\sqrt{6-4\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{8\sqrt{2}+18}=\sqrt{2}+4$.

24. $y=3+\sqrt{5}$ ва $x=3-\sqrt{5}$ бўлса, $\frac{x^2-3xy+y^2}{x+y+2}$ ифоданинг қийматини топинг.

Берилган касрларни қисқартиринг **(25-26)**:

25. 1) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{30}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}}$; 2) $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}}$;

4) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$; 5) $\frac{2\sqrt{10}+5}{4+\sqrt{10}}$; 6) $\frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1}$.

26. 1) $\frac{x\sqrt{x}+x\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 2) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}$;

3) $\frac{2\sqrt{2}-x\sqrt{x}}{2+\sqrt{2x}+x}$; 4) $\frac{a-\sqrt{3a}+3}{a\sqrt{a}+3\sqrt{3}}$.

Қуйида берилган касрларни маҳражидаги иррационалликдан қутқаринг **(27-28)**:

27. 1) $\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$; 2) $\frac{x+\sqrt{cx}}{c\sqrt{x}}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}}$;

4) $\frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$; 5) $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$; 6) $\frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}}$.

28. 1) $\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; 2) $\frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}}$; 3) $\frac{a^2b+2a\sqrt{b}+4}{a\sqrt{b}+2}$.

29. Берилган касрларни суратидаги иррационалликдан қутқаринг:

1) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{y}}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{7-\sqrt{x}}{49-7\sqrt{x}+x}$; 3) $\frac{x+\sqrt{b}}{x\sqrt{b}}$; 4) $\frac{\sqrt{an}+1}{an+\sqrt{an}+1}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

30. Берилган касрларни маҳражидаги иррационалликдан қутқаринг:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}-2}$.

31. x нинг қандай қийматларида $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ касрнинг энг катта қиймати мавжуд бўлади?

32. Ушбу ифодаларни соддалаштиринг:

1) $\left(\frac{1}{x+x\sqrt{y}}+\frac{1}{x-x\sqrt{y}}\right)\cdot\frac{y-1}{4}$; 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{(a-b)^2}{6}$.

33. 15 ва 15,2 сонлар орасидаги иккита рационал ва иккита иррационал сонни атанг.

34. а) А шаҳардан В шаҳарга томон автобуснинг орқасидан 0,5 соатдан кейин автомашина йўлга чиқди. 1,1 соатдан кейин у автобусни қувиб етиб, 2 км олдинга ўзиб кетди. Агар автобуснинг тезлиги автомашинанинг тезлигидан 20 км/соат кам бўлса, у ҳолда автобуснинг тезлиги қандай?

б) А пунктдан В пунктга юк машинасининг орқасидан 1,2 соатдан кейин автобус йўлга чиқди. 0,8 соатдан кейин автобус билан юк машинасининг оралари 24 км бўлди. Агар автобуснинг тезлиги юк машинасининг тезлигидан 30 км/соат ортиқ бўлса, у ҳолда автобуснинг тезлиги қандай?

35. Икки бригада биргаликда ишни 8 соатда бажара олади. Биринчи бригада алоҳида ишласа, иккинчи бригадага қараганда шу ишни 12 соат тез бажара олар эди. Биринчи бригада алоҳида ишлаганда барча ишни қанча вақтда бажара олар эди?

36. Моторли қайиқ дарё оқими бўйлаб сузганда оқимга қарши сузган вақтидан 0,5 соат кам сарфлайди. У 7 км дарё оқими бўйлаб ва 10 км дарё оқимига қарши сузиб ўтди. Қайиқнинг турғун сувдаги тезлиги 12 км/соат. Қайиқнинг дарё оқимига қарши сузган ҳаракати тезлигини топинг.

ТЕНГЛАМАЛАР ВА ТЕНГСИЗЛИКЛАР

Берилган тенгламаларни ечинг **(37—41)**:

37. 1) $5\sqrt{x}=15$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{x}}=1$; 3) $\frac{2}{\sqrt{3x}}=1$;

4) $3+\sqrt{3x}=18$; 5) $\sqrt{x-4}=6$.

38. 1) $3\sqrt{x}=12x$; 2) $\frac{x}{2\sqrt{x}}=1$; 3) $\frac{4x}{\sqrt{3x}}=3$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $x + \sqrt{x} = 12$; 5) $x + \sqrt{x - 4} = 6$.

39. 1) $x^2 - 3x - 12 = 6$; 2) $x^2 - 9x - 4 = 1$;
3) $x^2 + 8x = 16 - 2x$; 4) $x^2 + x - 3 = 1 - 5x$.

40. 1) $-x^2 + 13x - 12 = 6x$; 2) $9x - x^2 = -4 + 2x$;
3) $-x^2 + 5x = 18 - 2x$; 4) $x - 2x^2 - 4 = -1 - 5x$.

41. 1) $\frac{1}{x^2 - 10x + 25} + \frac{10}{25 - x^2} = \frac{1}{x + 5}$; 2) $\frac{2}{x^2 + 12x + 36} - \frac{12}{36 - x^2} = \frac{1}{x - 6}$.

42. 1) Иккита бутун илдизи мавжуд; 2) иккита рационал илдизи мавжуд; 3) иккита иррационал илдизи мавжуд; 4) ҳақиқий илдизлари мавжуд бўлмаган $x^2 - a = 0$ кўринишдаги тенгламага мисоллар келтиринг.

43. Берилган тенгламаларнинг илдизларини топинг:
1) $x^2 - 2|x| - 15 = 0$; 2) $x^2 - 12|x| + 2 = 0$;
3) $4|x| - x^2 - 2x + 8 = 0$; 4) $x^2 - 2|x - 1| - 15 = 0$.

44. Берилган тенгламаларни ечинг:
1) $\frac{x^3 - 8}{2x - 4} = 12x - 18$; 2) $\frac{8x^3 + 27}{4x + 6} = 5x + 21$;
3) $\frac{x^4 - 625}{25 - x^2} = -8x - 90$; 4) $\frac{x^3 - 125}{x - 5} = 8x + 35$.

45. 1) Иккита бутун илдизи мавжуд; 2) иккита рационал илдизи мавжуд; 3) иккита иррационал илдизи мавжуд; 4) ҳақиқий илдизлари мавжуд бўлмаган $(x - c)^2 - a = 0$ кўринишдаги тенгламага мисоллар келтиринг.

Ўзгарувчиси модуль белгиси ичида берилган тенгламаларни ечинг **(46—48):**

46. 1) $-|x| - 2x + 5 = 3 - x$; 2) $3|x| + 5x + 5 = 4 - x$;
3) $4|x| - 7x + 12 = 3 + 4x$; 4) $2|x| - 4x = 13 - 3x$.

47. 1) $|x + 2| = |x - 3|$; 2) $2|x - 2| = |x + 5| + x$;
3) $|2x - 1| = |x + 4| - 3x$; 4) $|5x + 2| + 3x - 1 = |3x - 3| - 2$.

48. 1) $x^2 - 2|x| - 48 = 0$; 2) $3x^2 - 2|x| + 3x - 8 = 0$;
3) $x^2 - 2|x - 2| - 46 = 0$; 4) $-2x^2 + 2|x - 2| + 4 = 0$.

49. 1) $2x^2 - x + 3a - 6 = 0$; 2) $x^2 - 4x + a^2 - 16 = 0$;
3) $x^2 - (a + 4)x + 2a^2 - 8 = 0$; 4) $3x^2 - ax + 4a + 6 = 0$

тенгламаларнинг битта илдизи нолга тенг бўладиган a параметрнинг қийматини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

50. a параметрнинг қандай қийматларида:

1) $x^2 - (2a - 6)x - 4 = 0$; 2) $3x^2 - (3a + 12)x - 24 = 0$;

3) $-4x^2 - (2a^2 - 8)x + 16 = 0$; 4) $0{,}5x^2 - (a^2 - 16)x - 4 - a = 0$

тенгламаларнинг илдизлари модули бўйича тенг, бироқ ишораси бўйича қарама-қарши бўлади?

51. a параметрнинг қандай қийматларида:

1) $x^2 - 2(a - 2)x + 3a = 0$; 2) $x^2 + 2(a - 3)x + 4 - a = 0$;

3) $ax^2 - 2(a + 3)x + 4a - 1 = 0$; 4) $ax^2 + 4(a - 5)x + 4a^2 - 3 = 0$

тенгламанинг ҳақиқий илдизлари мавжуд бўлади?

52. $x^2 - 5x - 9 = 0$ тенгламанинг илдизларини топмасдан

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; 3) $x_1^3 + x_2^3$; 4) $x_1^4 + x_2^4 + x_1 x_2$

йиғиндиларни топинг.

53. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ тенгламанинг илдизларини топмасдан

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$;

3) $x_1^3 + x_2^3 - 2x_1 x_2$; 4) $x_1^4 + x_2^4 - 3x_1 x_2$

йиғиндиларни топинг.

Янги ўзгарувчи киритиш усули орқали қуйидаги тенгламаларни ечинг **(54—57)**:

54. 1) $(x + 1)^2 (x^2 + 2x) = 30$; 2) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x) = 16$;

3) $(x^2 - 2x + 5)(x^2 - 2x - 1) = 12$; 4) $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x + 1) = 3$.

55. 1) $(x + 1)^4 - (x^2 + 2x + 1) = 30$; 2) $(x - 2)^4 + (x^2 - 4x) = 16$;

3) $(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 3x - 1) = 12$; 4) $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x + 1) = -1$.

56. 1) $x^2 - 2\left(\sqrt{x}\right)^2 - 8 = 0$; 2) $x^2 - 2\left(\sqrt{x - 2}\right)^2 - 7 = 0$.

57. 1) $(x^2 - 25)\sqrt{3 - x} = 0$; 2) $(x^2 - 36)\sqrt{5 - 2x} = 0$;

3) $(49 - x^2)\sqrt{5 - x} = 0$; 4) $(64 - x^2)\sqrt{3x - 8} = 0$.

58. Берилган ифодадаги x ўзгарувчининг қабул қилиши мумкин бўлган қийматларини кўрсатинг:

1) $\sqrt{x^3}$; 2) $\sqrt{x^2 + 1}$; 3) $\sqrt{-x^2}$;

4) $\sqrt{x^4}$; 5) $\sqrt{(4 - x)^2}$; 6) $\sqrt{-x^3}$.

59. Ўзгарувчининг қандай қийматларида берилган ифодалар маънога эга бўлади:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $\frac{4}{\sqrt{x}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{x}+2}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{x}-1}$; 4) $\frac{3x}{x^2-9}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$?

60. 1) $\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=4$; 2) $\sqrt{2+\sqrt{\sqrt{x}-1}}=4$

тенгламаларни ечинг.

61. Тенгсизликларни ечинг:

1) $(x-10)(x+5)(x-6) \mid 0$; 2) $(x+2)(x-7)(x+11) \text{ m } 0$;

3) $\frac{x+5}{x-6} \mid 0$; 4) $\frac{x-7}{x+2} \text{ m } 0$;

5) $\frac{x}{x-7} \mid 2$; 6) $\frac{x}{6+x} \text{ m } -1$;

7) $(x-1)(x-2)^2(x-3)<0$; 8) $(x+3)^2(x+2)(x+1)<0$.

62. Квадрат функциянинг графиги ва интерваллар усулидан фойдаланиб, тенгсизликларни ечинг:

1) $x^2-2x-15 \mid 0$; 2) $-x^2-2x+15 \text{ m } 0$.

63. Тенгсизликларни ечинг:

1) $6x^2-13x-5>0$; 2) $4x^2+33x-27<0$.

64. Тенгсизликларни қаноатлантирувчи энг кичик натурал сонни топинг:

1) $\frac{x+1}{x-5} \text{ m } 0$; 2) $\frac{10-x}{x-2} \mid 0$.

65. Тенгсизликларни қаноатлантирувчи энг катта натурал сонни топинг:

1) $(2-x)(x-8)^2 \mid 0$; 2) $(x-3)^2(x-9) \mid 0$.

66. Тенгсизликларни қаноатлантирувчи энг кичик бутун сонни топинг:

1) $\frac{x^2-81}{x} \mid 0$; 2) $\frac{7x-x^2}{x+7} \text{ m } 0$.

67. Тенгсизликларни қаноатлантирувчи энг катта бутун сонни топинг:

1) $(x+5)(x-6)^2<0$; 2) $(x+6)^2(5-x)>0$.

68. Тенгсизликларни ечинг:

1) $\begin{cases} x^2-4x \geqslant 0; \\ x-12>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x-x^2<0; \\ -4-x \geqslant 0. \end{cases}$

69. 1) Тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи энг кичик ва энг катта натурал сонни топинг:

$$\begin{cases} -x^2+6x+16>0, \\ x^2-12x+27<0. \end{cases}$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) Тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи энг кичик ва энг катта бутун сонларнинг йиғиндисини топинг:

$$\begin{cases} x^2 + 8x + 7 \geqslant 0, \\ x^2 + 15x + 36 < 0. \end{cases}$$

70. Тенгсизликлар системасини ечинг:

1) ☒

2) $\begin{cases} |x| \leqslant 4; \\ -3 - x \leqslant 0. \end{cases}$

71. 1) Тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи бутун сонлар йиғиндисининг қийматини топинг: $\begin{cases} |2x - 3| \leqslant 1, \\ x^2 + x > 0. \end{cases}$

2) Тенгсизликлар системасини қаноатлантирувчи барча бутун сонларни топинг:

$$\begin{cases} |2x + 5| \leqslant 3, \\ x^2 - 5x - 24 \leqslant 0. \end{cases}$$

72. 1) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x-1}{x^2-4} < 2$ тенгсизликни ечинг ва $[-3; 1]$ кесмада ётувчи бутун ечимларининг йиғиндисини топинг;

2) $\frac{2x}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-4} < 2$ тенгсизликни ечинг ва $[-4; 0]$ кесмада ётувчи бутун ечимларининг йиғиндисини топинг.

73. Координаталари берилган тенгсизликларни қаноатлантирувчи нуқталар тўпламини координаталар текислигида штрихлаб кўрсатинг:

1) $\begin{cases} y < x^2; \\ x - 5 \geqslant 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 4; \\ x - y < 2. \end{cases}$

74. Тенгсизликни ечинг:

1) $\frac{(x^2 - x - 6)(x+2)^2}{(x-5)(x^2-9)}$;

2) $\frac{(x^2 - 2x - 15)(x+2)^2}{(x-4)(x^2-25)}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ФУНКЦИЯ ВА УНИНГ ГРАФИГИ

75. $y = f(x)$ функцияларнинг графикларини ясанг:

1) $f(x) = x^2 - 4{,}5$; 2) $f(x) = x^2 + 0{,}5$;

3) $f(x) = -x^2 - 0{,}5$; 4) $f(x) = -x^2 + 1{,}5$.

76. 1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$; 2) $y = -0{,}6x + 3x^2$;

3) $y = -1\frac{2}{3}x + 3x^2$; 4) $y = 7{,}5x - 3x^2$

функциялар графигининг Ox ва Oy ўқлари билан кесишиш нуқталарининг координаталарини топинг.

77. Берилган функцияларнинг графикларини ясанг:

1) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; 2) $y = \frac{-2\sqrt{x^2}}{x}$; 3) $y = x\sqrt{x^2}$; 4) $y = -x\sqrt{x^2}$.

$y = f(x)$ функциянинг графигини ясанг. Графикдан ўзгарувчининг қандай қийматларида функциянинг: а) мусбат қийматларни; б) манфий қийматларни қабул қилишини аниқланг; в) функциянинг энг катта ва энг кичик қийматларини топинг **(78—80)**:

78. 1) $f(x) = x^2 - 4$; 2) $f(x) = 2x^2 - 1{,}5$;

3) $f(x) = -4x^2 + 1$; 4) $f(x) = -1{,}5x^2 - 0{,}5$.

79. 1) $f(x) = 3x - 5x^2$; 2) $f(x) = 2x + 4x^2$;

3) $f(x) = -3x + 6x^2$; 4) $f(x) = -x^2 - 12x$.

80. 1) $f(x) = -3x + 6x^2 + 2$; 2) $f(x) = 3 - x + 2x^2$;

3) $f(x) = -3|x| + x^2 - 1$; 4) $f(x) = 10 - 3|x| - x^2$.

Берилган функцияларнинг графигини ясанг **(81—83)**:

81. 1) $y = \sqrt{x - 2{,}5}$; 2) $y = \sqrt{x + 4{,}5}$;

3) $y = 1 + \sqrt{3 - 4x}$; 4) $y = 2 + \sqrt{5 - 2x}$.

82. 1) $y = -\sqrt{x - 4}$; 2) $y = -\sqrt{x + 6}$;

3) $y = 2 - \sqrt{4 - 2x}$; 4) $y = 3 - \sqrt{7 - 3x}$.

83. 1) $y = |x + 4|$; 2) $y = |x^2 - 4|$;

3) $y = 2|x^2 - 1|$; 4) $y = -|x^2 - 2|$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

84. Қуйидаги тенгламаларни график усулида ечиб, илдизларнинг тақрибий қийматларини ёзинг:

1) $x^2 - 4x = \frac{1}{x+1}$;

2) $x^2 + 3x = \frac{2}{x+2}$;

3) $2x^2 + 4x - 1 = \frac{x}{x+2}$;

4) $-x^2 + 3x = \frac{x-1}{x+2}$;

5) $x^2 - 4x - 4 = \frac{x-3}{x-1}$;

6) $-2x^2 + 6x = \frac{x+1}{x-2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

85. 2018 йил январда Қозоғистон Республикасида қишлоқ, ўрмон ва балиқчилик хўжалиги маҳсулотлари (кўрсатиладиган хизматлар) нинг умумий экспорти 33-жадвалда берилган.

33-жадвал

	Қишлоқ, ўрмон ва балиқчилик хўжалиги (млн. тг)	Жумладан:		
		Қишлоқ хўжалиги (млн. тг)	жумладан:	
			Ўсимлик хўжалиги маҳсулотлари (млн. тг)	Чорвачилик маҳсулотлари (млн. тг)
Қозоғистон Республикаси	113 390,7	111 972,2	4 449,7	107 494,5
Алмати	18 550,6	18 375,6	594,1	17 776,2
Атирау	2 369,8	2 255,3	49,5	2 205,8
Жамбул	7 130,1	7 067,2	82,6	6 980,2
Жанубий Қозоғистон	20 483,2	20 352,7	2 795,4	17 546,1
Манғистов	692,1	644,0	39,8	602,9
Оқмўла	8 438,8	8 290,0	139,1	8 150,7
Оқтўбе	7 196,3	7 157,0	165,6	6 991,4
Павлодар	6 292,2	6 250,1	165,9	6 084,2
Шарқий Қозоғистон	11 593,1	11 421,0	21,8	11 397,7
Шимолий Қозоғистон	8 497,7	8 357,8	3,7	8 354,0
Қарағанди	8 150,6	8 117,3	217,2	7 897,8
Қизилўрда	2 612,5	2 533,5	4,1	2 528,6
Қўстоной	7 992,2	7 954,4	1,4	7 953,0
Ғарбий Қозоғистон	2 918,2	2 903,7	12,6	2 889,9
Астана шаҳри	190,9	26,5	12,5	14,0
Алмати шаҳри	282,5	266,1	144,3	121,8

33-жадвалдаги маълумотлардан ва Microsoft Office Excel дастуридан фойдаланиб:

1) республика бўйича ўсимлик хўжалиги маҳсулотларининг ўртача экспортини топинг;

2) республика бўйича ўрмон ва балиқчилик хўжалиги маҳсулотларининг ўртача экспортини топинг;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) республика бўйича 2018 йил январда қишлоқ, ўрмон ва балиқчилик хўжалиги маҳсулотлари (кўрсатиладиган хизматлар)нинг жами экспорти 2017 йил январдаги маҳсулот экспортидан 3,7%га кўп. 2017 йил январдаги маҳсулот экспортини топинг.

86. 34-жадвалда 2017 ва 2018 йилларнинг январь ойида соғилган сигир сутига доир статистик маълумотлар берилган.

34-жадвал

Ҳудуд	январь	
	2018	2017
Қозоғистон Республикаси	231,1	225,7
Алмати	47,5	47,1
Атирау	2,5	2,3
Жамбул	16,2	15,8
Манғистов	0,1	0,1
Жанубий Қозоғистон	41,7	40,1
Оқмўла	14,5	14,5
Оқтўбе	5,2	5,1
Павлодар	15,3	15,1
Шарқий Қозоғистон	33,4	32,6
Шимолий Қозоғистон	16,8	16,0
Қарағанди	9,9	9,7
Қизилўрда	5,3	5,3
Қўстоной	18,6	17,7
Ғарбий Қозоғистон	3,8	3,7
Астана шаҳри	0,0	0,0
Алмати шаҳри	0,3	0,3

1) 2018 йил январда соғилган сигир сути маҳсулоти ошган ҳудудлар сонини топинг.

2) 2017 йил январь билан солиштирганда 2018 йил январда соғилган сигир сути маҳсулоти қанча фоизга ошган?

3) 2017 йил январь билан солиштирилганда 2018 йилда соғилган сигир сути ошган ҳудудлар сони қанча?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) 2018 йил январда қайси ҳудудда соғилган сигир сути маҳсулоти энг кўп ва худди шу ойда етиштирилган маҳсулотнинг энг паст кўрсаткичи билан солиштирилганда қанча тонна ортиқ бўлган?

87. 35-жадвалда 2018 йил 1 февралгача республика ҳудудларида туялар сони (минг бош) бўйича маълумотлар берилган. Жадвалдаги бўш устунларни тўлдиринг.

35-жадвал

Ҳудуд	1 февралга		Туялар сонининг ўсиши (минг бош)	Ўсиш сонининг кўрсатилиши (%)
	2018	2017		
Қозоғистон Республикаси	191,1	177,6		
Алмати	7,2	7,0		
Атирау	30,1	29,1		
Жамбул	6,0	5,7		
Жанубий Қозоғистон	25,7	23,7		
Манғистов	58,4	52,4		
Оқмўла	0,1	0,1		
Оқтўбе	16,8	16,5		
Павлодар	0,1	0,1		
Шарқий Қозоғистон	0,6	0,5		
Шимолий Қозоғистон	0,0	0,0		
Қарағанди	1,4	1,3		
Қизилўрда	41,9	38,2		
Қўстоной	0,2	0,2		
Ғарбий Қозоғистон	2,5	2,7		

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ГЛОССАРИЙ

a сонининг арифметик квадрат илдизи	Манфий бўлмаган *a сонининг арифметик квадрат илдизи* деб квадрати a га тенг бўлган манфий бўлмаган сонга айтилади.
$ax^2 + bx + c$ квадрат учҳаднинг илдизи	$ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ *квадрат учҳаднинг илдизи* деб ушбу квадрат учҳаднинг нисбатини нолга айлантирадиган x ўзгарувчининг нисбатига айтилади.
Асосий йиғинди	Тасодифий катталик қабул қиладиган барча қийматлар йиғиндиси *асосий йиғинди* деб аталади.
Биквадрат тенглама	$ax^4 + bx^2 + c = 0$ кўринишига эга тенглама (x — ўзгарувчан, a, b ва c — ихтиёрий сонлар ва $a \neq 0$) *биквадрат тенглама* деб аталади.
Икки соннинг ўрта арифметиги	$\frac{a+b}{2}$ сони *a ва b сонларининг ўрта арифметиги* деб аталади.
Икки мусбат соннинг геометрик ўртаси	$\sqrt{a \cdot b}$ сони *a ва b мусбат сонларнинг геометрик ўртаси* деб аталади.
Илдиз чиқариш	Даражага кўтариш амалига тескари бўлган амал *илдиз чиқариш амали* деб аталади..
Иррационал сон	Чексиз даврга эга бўлмаган ўнли каср кўринишида ёзиш мумкин бўлган сон.
Каср-рационал тенглама	$P(x) = 0$ ($P(x)$ — каср-рационал ифода) кўринишдаги тенглама *каср-рационал тенглама* деб аталади.
Квадрат тенгламанинг дискриминанти	$b^2 - 4ac$ ифода $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тенгламанинг дискриминанти* деб аталади. Белгиланиши: $D = b^2 - 4ac$
Квадрат илдиз	Номанфий *a сонининг квадрат илдизи* деб квадрати a га тенг бўлган x сонига айтилади.
Квадрат учҳад	$ax^2 + bx + c = 0$ кўринишдаги кўпҳад *квадрат учҳад* деб аталади. Бу ерда x — ўзгарувчи, a, b, c — исталган сонлар квадрат учҳаднинг коэффициентлари ва $a \neq 0$.
Квадрат тенгсизлик	$y = ax^2 + bx + c$	0, $ax^2 + bx + c > 0$ ва $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c$ m 0 (бу ерда x — ўзгарувчи, a, b, c — сонлар, $a \neq 0$) кўринишдаги тенгсизликлар ёки *квадрат тенгсизликлар* деб аталади.
Квадрат функция	$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги функция *квадрат функция* деб аталади.
Квадрат тенгламанинг илдизи	$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тенгламанинг илдизи* деб тенгламани тўғри сонли тенгликка айлантирадиган x ўзгарувчининг қийматига айтилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Келтирилган квадрат тенглама	$x^2 + px + q = 0$ кўринишдаги тенгламалар *келтирилган квадрат тенгламалар* дейилади.
Квадрат тенгсизликнинг ечими	Квадрат тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирувчи ўзгарувчининг қиймати *квадрат тенгсизликнинг ечими* дейилади. *Квадрат тенгсизликни ечиш* деб унинг барча ечимлар тўпламини топишга айтилади.
Танлов ҳажми	Танлов (асосий тўплам) элементларининг сонига *танлов* (асосий тўплам) *ҳажми* деб аталади.
Тасодифий катталиклар	Сонли қийматлар қабул қилувчи тасодифий ҳодисалар *тасодифий катталиклар* деб аталади.
Тўпланган частота	Берилган вариантлар частоталари билан уларга мос бўлган аввалги вариантларнинг частоталар йиғиндиси қиймати *тўпланган частота* деб аталади.
Чала квадрат тенглама	$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тенгламада b ёки c коэффициентлардан ҳеч бўлмаганда биттаси 0 га тенг бўлса, у ҳолда у *чала квадрат тенглама* деб аталади.
Ҳақиқий сон	Чексиз ўнли каср турида ёзиш мумкин бўлган сон.
Ҳақиқий сонлар тўплами	Барча рационал ва иррационал сонлар тўплами ҳақиқий сонлар тўпламини ташкил этади. Аниқ сонлар йиғиндиси R ҳарфи билан белгиланади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ФАН НОМ КЎРСАТКИЧЛАРИ

Арифметик квадрат илдиз 21

Арифметик квадрат илдизнинг хоссалари 26—29

Биквадрат тенглама 87

Биквадрат тенгламани ечиш 87-88

Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системаси 156

Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системасини ечиш 156

Биринчи коэффициент 50

Чет илдиз 80

Каср-рационал тенглама 80

Каср-рационал тенгламаларни ечиш алгоритми 80

Касрнинг маҳражини иррационалликдан қутқариш 37

Виет теоремаси 67

Виет теоремасига тескари теорема 68

Гистограмма 121

Дискриминант 58

Дисперсия 132

Иккинчи коэффициент 50

Илдиз остидаги ифода 21

Илдиз чиқариш амали 20

Тўпланган частота 126

Интерваллар усули 146-147

Интерваллар усули билан ечиш алгоритми 147

Интерваллар жадвали 121

Иррационал сон 16

Иррационал сонлар тўплами 16

Квадрат тенглама 50

Квадрат тенгламага келтириладиган тенгламалар 87

Квадрат тенгламанинг илдизи 51

Квадрат тенглама илдизларининг формуласи 59

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Квадрат тенгламалар ёрдамида матнли масалаларни ечиш 94

Квадрат тенгсизлик 137

Квадрат тенгсизликни квадрат функциянинг графиги ёрдамида ечиш 137—139

Квадрат тенгсизликни ечиш 137

Квадрат тенгсизликнинг ечими 137

Квадрат илдиз 20

Квадрат илдиз чиқариш 20

Квадрат учҳад 74

Квадрат учҳадни кўпайтувчиларга ажратиш 74

Квадрат учҳаднинг илдизлари 74

Квадрат функция 104

Квадрат функциянинг графигини ясаш алгоритми 112

Келтирилган квадрат тенглама 50

Кўпайтувчини квадрат илдиз белгиси олдига чиқариш 34

Кўпайтувчини квадрат илдиз белгиси остига киритиш 35

Озод ҳад 50

Таркибида квадрат илдиз қатнашган ифодалар 34

Тасодифий катталик 130

Тенг кучли ифодалар 37

Ҳақиқий сон 16

Ҳақиқий сонлар тўплами 16

Парабола симметрия ўқининг тенгламаси 108

Парабола учининг координаталари 108

Параметрли тенгламалар 61

Параметрли квадрат тенгламаларни ечиш 61-62

Рационал тенгсизлик 145

Рационал тенгсизликларни ечиш 145

Сонларнинг ўрта арифметиги 65

Сонларнинг ўрта геометриги 66

Чала квадрат тенглама 51

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чала квадрат тенгламанинг турлари 51

Чала квадрат тенгламаларни ечиш 52-53

$y = \sqrt{x}$ функция 44

$y = a(x - m)^2$, $a \neq 0$, функция 105

$y = ax^2 + n$, $a \neq 0$, функция 104

$y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, функция 104

Ўзгарувчиси модуль белгиси остида берилган квадрат тенглама 90-91

Ўзгарувчиси модуль белгиси остида берилган квадрат тенгламаларни ечиш 90-91

Ўртача қиймат 130

Ўртача қийматнинг четлашиши 132

Ўртача квадрат четлашиш 133

Қўшимча ўзгарувчи киритиш усули 87

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10-ДАН 99-ГАЧА НОТЎҒРИ СОНЛАР КВАДРАТЛАРИ ЖАДВАЛИ

ОНЛИКЛАР	БИРЛИКЛАР									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ЖАВОБЛАР

7-синф алгебра курсини такрорлашга доир топшириқлар

1. 1) 57,8; 2) 8,5; 3) 67,24; 4) −288,2. **2.** 1) $4\frac{20}{27}$; 2) $28\frac{4}{9}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) 13,5. **3.** 1) 663; 2) 385; 3) 368; 4) −648. **4.** 1) 192; 2) 56,25; 3) $9\frac{3}{8}$; 4) $\frac{5}{6}$. **5.** 1) $5\frac{1}{3}$; 2) $\frac{45}{16}$. **6.** 1) −0,24; 2) 2,456; 3) 6,522; 4) −9,677. **7.** 1) Ортиқ; 2) кам; 3) ортиқ; 4) кам; 5) кам; 7) ортиқ; 8) кам. **8. а)** 1) 0,(4); 2) 2, (18); 3) 3,(3); б) 1) $3\frac{13}{99}$; 2) $1\frac{4}{11}$; 3) $2\frac{7}{30}$. **9.** 1) $2a^2 + 10a + 39$; 2) $2(a^2 - 7a + 14)$; 3) $2a - 21$; 4) $-2a^2 - 29a + 11$. **10.** 1) $3a^2 - 21$; 2) $27a^2 - 55a + 108$; 3) $-4a^2 + 15a - 33$; 4) $-4(a + 1)$. **11.** 1) $31a^2 + 6a + 19$; 2) $-24a^2 + 49a - 29$; 3) $3a^2 - 31a + 28$; 4) $26a^2 + 33a - 66$. **12.** 1) $3a$; 2) $3a$; 3) $4c$; 4) $2a$. **13.** 1) −7; 2) −17. **15.** 1) $16a^2 - 22a + 93$; 2) $-22a^2 - 13a + 129$; 3) $-11a^2 + 36a - 80$; 4) $39a^2 - 164a + 209$. **18.** 1) $(a - 5)^2$; 2) $(c - 12)^2$; 3) $(3x - 2)^2$; 4) $(5n + 3)^2$. **19.** 1) $c^3 \cdot (2a - 1)^2$; 2) $3a \cdot (2x - 5)^2$; 3) $-0,2 \cdot (y - 3)^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}a + 2\right)^2$. **20.** 1) $(3a - 5c) \cdot (3a + 5c)$; 2) $(0,9x - 1,2y)(0,9x + 1,2y)$; 3) $(2a - 3) \cdot (4a^2 + 6a + 9)$. **21.** 1) $(5x - 8)(2 - x)$; 2) $(5x + 1)(3 + x)$; 3) $(56 - 37x)(53x - 16)$; 4) $(3 - 0,9a)(1,1a - 3)$; 5) $-(a + 1)(19a^2 - 7a + 1)$. **22.** 1) $-\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{4}{13}$; 3) 12; 4) $-\frac{223}{280}$. **23.** 1) 2,5; 2) 0,75; 3) 3,25; 4) 0,25. **24.** 1) −1,25; 2) $7\frac{4}{11}$; 3) 0,82; 4) $-13\frac{9}{19}$. **25.** 1) 2,25; 2) $1\frac{17}{18}$; 3) 0,67; 4) $\frac{57}{314}$; 5) $-1\frac{1}{6}$; 6) 0,4. **26.** 1) 0; 3; 2) 0; −2,5; 3) 0; 0,5; 4) 0; $-\frac{1}{22}$. **27.** 1) ±2; 2) ±3; 3) $\pm\frac{1}{3}$; 4) ±3,5. **28.** 1) 0,5; 6; 2) −1; 0,75; 3) $-\frac{2}{3}; \frac{3}{7}$; 4) −1; 1; 1,2. **29.** 1026. **30.** 35. **31.** 1,5 марта; $66\frac{2}{3}$ %. **32.** 1) (3; 1); 2) (−5; −75); 3) $\left(-24; -213\frac{1}{3}\right)$; 4) (151; 110); 5) (−7; 3); 6) (1; 9); 7) илдизи мавжуд эмас; 8) (1; 1). **33.** 1) $\left(3\frac{2}{3}; 5\right)$; 2) (−0,75; 2); 3) (2; 1); 4) (−1; −1); 5) (1; 1); 6) (−3; 1). **34.** 1) (2; −3); 2) (−1; 1). **35.** 1) 9,5 ва 6,75; 2) 7 ва 1. **36.** 1) 21,3 км/соат; 3,1 км/соат; 2) 82,8 км/соат; 65,6 км/соат. **37.** 1) $a \neq -1\frac{1}{3}$, $\left(\frac{1}{3a + 4}; -\frac{5a + 6}{3a + 4}\right)$; 2) $a \neq -0,3$, $\left(\frac{14}{3 - 10a}; \frac{9 + 5a}{3 - 10a}\right)$; 3) $a \neq -2\frac{2}{3}$, $\left(\frac{5}{9a + 24}; -\frac{7a + 12}{3a + 8}\right)$. **38.** 1) $(0,6; +\infty)$; 2) $\left(-\infty; 1\frac{5}{7}\right)$; 3) $(-\infty; 2)$; 4) $\left(-1\frac{11}{13}; +\infty\right)$; 5) $(-0,4; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; 3\frac{1}{30}\right)$; 7) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **39.** 1) $[2; +\infty)$; 2) $(-\infty; 5]$; 3) $\left(-\infty; 2\frac{1}{3}\right]$; 4) $\left[2\frac{7}{34}; +\infty\right)$; 5) $(-\infty; 0,5]$. **40.** 1) $(-\infty; 3]$; 2) $[0,4; +\infty)$; 3) $(-\infty; 3]$; 5) $[0,4; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; -3\frac{22}{23}\right]$. **41.** 1) $(-\infty; -24]$; 2) $(-\infty; 1,6]$; 3) $\left(-\frac{85}{88}; +\infty\right)$. **42.** 1) 0; 2) 0; 3) 1; 4) −1. **43.** 1) −2; 2) −9; 3) 0; 4) −3. **44.** 1) $a < 0$ бўлса, $x < \frac{10}{a}$; $a = 0$ бўлса, ечимга эга эмас; $a > 0$ бўлса, $x > \frac{10}{a}$; 2) $c < 0$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

бўлса, $x < -\frac{5}{2c}$; $c = 0$ бўлса, у ҳолда x — исталган сон; $c > 0$ бўлса, $x > -\frac{5}{2c}$; 3) $a < 0$ бўлса, $x > \frac{7}{10a}$; $a = 0$ бўлса, у ҳолда x — исталган сон; $a > 0$ бўлса, $x < \frac{7}{10a}$. **45.** 1) $(1; +\infty)$; 2) $(-4; 22)$; 3) $\left(-7\frac{1}{3}; 21{,}8\right)$; 4) $\left(-17{,}5; 5\frac{1}{3}\right)$. **46.** 1) $[1{,}5;\ 3]$; 2) $[5{,}3;\ +\infty)$; 3) $[-3;\ -2{,}5] \cup [2{,}5;\ 3]$; 4) $[-3; -0{,}3] \cup [0{,}3; 3]$. **47.** 1) $x_{\text{энг кичик}} = 5$, $x_{\text{энг катта}} = 8$; 2) $x_{\text{энг кичик}} = x_{\text{энг катта}} = 1$; 3) $x_{\text{энг кичик}} = 1$, $x_{\text{энг катта}} = 3$; 4) $x_{\text{энг кичик}} = 0$, $x_{\text{энг катта}} = 1$. **48.** 1) $(3{,}4; +\infty)$; 2) $(-\infty; -0{,}14)$; 3) ☒ ; 4) $(-\infty; -1{,}55)$. **53.** 1) $\frac{a-35}{a^2-25}$; 2) $\frac{x-44}{x^2-16}$; 3) $\frac{104}{(7-x)(x+6)}$; 4) $3a - y$; 5) $\frac{y(a+b)-3a}{a-yb}$; 6) $ax - 6y$. **55.** 1) $-0{,}3c \cdot d^{-3}$; 2) $\frac{8a}{9x}$; 3) $\frac{3a^2}{98x^6}$; 4) $10{,}5b$. **56.** 1) $\frac{1}{2x^3(x-1)}$; 2) $\frac{15bc^2}{ad}$; 3) $16(p-2) \cdot q^2$; 4) $\frac{x^2y^2a^2}{y+3}$. **57.** 1) 2; 2) $\frac{4y^2-4a^2}{ay}$; 3) 0; 4) $-2a^2b^2$; 5) 0; 6) 2; 7) 1,5; 8) $\frac{14}{3}$; 9) -5; 10) $\frac{1}{2a+1}$. **58.** 1) $\frac{c}{c-a}$; 2) $\frac{4c}{c-2n}$; 3) $\frac{-2c}{3c+a}$; 4) $\frac{6c}{5c-2a}$; 5) $\frac{-3c}{3c+2a}$; 6) $\frac{3b}{3b+a}$. **59.** 1) 13; 2) 19. **62.** 25,2 кг. **63.** 1) 20 тур; 2) $\frac{2}{15}$; 3) ≈56,7%. **64.** 45. **65.** 29 қорап. **66.** 32. **67.** 75 км/соат.

1-бўлим. Квадрат илдизлар ва иррационал ифодалар

1.1. 1)1; 7; 1298; 2) −22; 0; 1; 7; 1298; 3) −22; $-13\frac{4}{23}$; 0; 1; 7; 11,23; $47\frac{3}{11}$; 1 298. **1.2.** 1)$-2\frac{1}{3}$; 2)$-5\frac{1}{15}$; 3)$-12\frac{124}{999}$; 6)$888\frac{89}{99}$. **1.3.** 1)− 0,08(0); 3) 4,(27); 5) 18,41(6). **1.4.** 1) Кичик; 2) тенг; 3) катта; 4) кичик; 5) катта; 6) кичик; 7) катта; 8) кичик. **1.8.** 1) $(x-2a) \cdot (x+2a)$. **1.11.** 1) 23,5; −59,4; 0,1; 52,5; 2) 23,47; −59,44; 0,07; 52,51; 3) 23,467; −59,439; 0,067; 52,507. **1.12.** 1) ±0,4; 2) ∅; 3) ±2,5; 4) $\pm\frac{1}{3}$. **1.13.** 2) Тенг; 3) тенг. **2.1.** 1) Ҳа; 2) ҳа; 3) ҳа; 4) йўқ. **2.2.** 1−4) ҳа. **2.3.** 13; 14; 16; 18; 19; 21; 23; 24; 25; 26; 1,1; 1,7. **2.4.** 1) 0,01; 2) 12; 3) − 9; 4) 9,5. **2.7.** 1) 2,89; 2) 2,89; 3) 441; 4) 1,125; 5) 3; 6) −0,3. **2.8.** 1) 11,22; 2) 47,69; 3) 1,05; 4) − 2. **2.9.** 1) − 21; 2) 45,3; 3) 2,3; 4) 2,01. **2.10.** 1) ±6,48; 2) ±3,32 3) ±2,28; 4) ±0,14. **2.11.** 1) ±6; 2) ±5; 3) ±2,3; 4) ±2,2. **2.12.** 1) Йуқ; 2) ҳа; 3) йўқ; 4) йўқ; 5) ҳа. **2.13.** 1) $x \mid 0$; 2) $x \mid 0$; 3) $x \mid 0$; 4) $x \mid 5$; 5) $x \mid -9$; 6) $x \mid 7$. **2.15.** 1) 121; 2) 1,21; 3) бундай қиймат мавжуд эмас; 4) 0,04; 5) 100; 6) бундай қиймат мавжуд эмас. **2.16.** 1) 4; 2) −0,4; 3) −22; 4) 12; 5) 25. **2.17.** 1) $a_1 = -1$; $a_2 = 7$; 2) $a_1 = -11$; $a_2 = 1$; 3) $a_1 = 0{,}6$; $a_2 = 1{,}4$; 4) $a_1 = 1{,}05$; $a_2 = 1{,}95$. **2.18.** 1) $a \mid 2$; 2) $a \neq 4$; 3) $a \mid 4\frac{1}{3}$; 4) $a \neq -2$ ва $a \neq 1{,}5$. **2.19.** 1) $100a^{-3}$; 2) $4a^4y^{-2}$; 3) 0,0128. **2.20.** $21\frac{1}{3}$%; $42\frac{2}{3}$% ва 36%. **2.22.** Тенг. **2.23.** 1) 7; 2) 100; 3) 5; 4) 169. **3.1.** 1) 42; 2) 120; 3) 7; 4) $\frac{4}{11}$; 5) $1\frac{5}{7}$; 6) $1\frac{4}{9}$; 7) $2\frac{1}{4}$; 8) 300; 9) 4,06; 10) 5,5. **3.2.** 1) 22; 2) 2,8; 3) 0,72; 4) 1,4. **3.3.** 1) 420; 2) 48; 3) 100; 4) 54; 5) 525; 6) 576; 7) 24; 8) 252. **3.4.** 1) Ортиқ; 2) кам; 3) ортиқ; 4) ортиқ. **3.5.** 1) 120; 2) 6; 3) 12;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) 0,25. **3.8.** 1) 12; 2) 26; 3) 14; 4) 15; 5) 72; 6) 3,3. **3.9.** 1) 42; 2) 0,5; 3) 0,4; 4) $\frac{3}{5}$; 5) 0,8; 6) $\frac{1}{3}$. **3.10.** 1) 11,62; 2) 175,96; 3) 7,1; 4) 0,19. **3.11.** 1) 340; 2) −0,55; 3) 0,45; 4) 4,42. **3.12.** 1) 66; 2) 63; 3) 52; 4) 0,08. **3.13.** 1) 30; 2) 28; 3) 3,75; 4) 45. **3.14.** 1) −35; 2) −2,4; 3) 245; 4) 30. **3.15.** 4) x m 7. **3.16.** 1) ±2,646; 2) ±4,124; 3) ±6,783; 4) ±4,243. **3.19.** 1) 27; 2) −8; 3) −1; 4) $\frac{1}{1728}$. **3.20.** 1) 0,48; 2) −1,66; 3) 8,92; 4) $-3\frac{2}{3}$. **3.21.** 1) −49; 2) бўлмайди; 3) бўлмайди; 4) 7,2. **3.22.** 1) Ҳа; 2) йўқ; 3) ҳа; 4) ҳа. **3.23.** 1) $a = 0$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $a > 0$. **3.24.** 1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $\varnothing$; 3) $x > 4$; 4) $(-\infty; 0) \cup (0;5]$; 5) $[-7; 2) \cup (2; +\infty)$; 6) $[1,5; 3) \cup (3; +\infty)$. **3.25.** 1) 1; 2) 0,42. **3.27.** 1) 5; 2) 0,6; 3) $2\frac{2}{3}$; 4) $1\frac{1}{6}$. **3.28.** 1) 20; 2) 3; 3) 62; 4) 5,89. **3.29.** 1) Тўғри; 2) нотўғри; 3) тўғри; 4) нотўғри. **3.30.** 1) Тўғри емес; 2) тўғри; 3) нотўғри; 4) тўғри. **3.31.** 1) $\sqrt{32a}$; 2) $-\sqrt{0,9a}$; 3) $-\sqrt{0,1a}$; 4) $-\sqrt{0,1a}$; 5) $-\sqrt{-3a^3}$; 6) $-\sqrt{-12a^3}$. **3.32.** 1) $6 - x$; 2) $x - 14$; 3) $-(x + 0,7)$; 4) $-2x - 7,5$. **3.33.** 0; 0; 0; 0; 0; 6; 14; 18; 20,8; 25,5; $26\frac{6}{7}$. **3.34.** 1) $\frac{1}{8}y^6$; 2) $40y^6$; 3) $\frac{1}{10}y$; 4) . **3.35.** 1) $\sqrt{54}$; 2) $-\sqrt{56}$; 3) $-\sqrt{0,234x}$; 4) $\sqrt{-1,25a}$. **3.37.** 4 м ва 3 м; $P = 14$ м. **3.38.** 1) Нотўғри; 2) p | 0 бўлганда тўғри; 3) a m 0 бўлганда тўғри. **3.39.** 1) $(p - \sqrt{5})(p + \sqrt{5})$; 2) $(\sqrt{2}x - 3)(\sqrt{2}x + 3)$; 3) $(\sqrt{3}y - \sqrt{7})(\sqrt{3}y + \sqrt{7})$. **3.40.** 1) Тўғри; 2) тўғри; 3) a | 0 бўлганда тўғри; 4) тўғри. **4.1.** 1) $|a|$; 2) $0,11c$; 3) $-0,16c$; 4) $3x$. **4.2.** 1) $7|a|$; 2) $-5a\sqrt{3}$; 3) $-1,1y^3$. **4.3.** 1) 27; 2) 16; 3) −432; 4) −980. **4.4.** 1) Кичик; 2) катта; 3) кичик; 4) кичик. **4.5.** 1) $7\sqrt{2}$; $5\sqrt{3}$; $\sqrt{73}$; $3\sqrt{7}$; $2\sqrt{14}$; 2) $5\sqrt{5}$; $2\sqrt{22}$; $4\sqrt{5}$; $\sqrt{79}$; $2\sqrt{8}$. **4.6.** 1) $12 - 5\sqrt{3}$; 2) $86 - \sqrt{3}$; 3) $37 + 4\sqrt{3}$. **4.7.** 1) $x^2 + 2x\sqrt{y} + y$; 2) $x + 2x\sqrt{y} + xy$; 3) $66 - 36\sqrt{2}$; 4) 45. **4.8.** 1) 60; 2) 14; 3) 12; 4) 2. **4.9.** 1) $-a$; 2) $9 + 2a$; 3) $12 - 9a$; 4) $28 - 7a$. **4.10.** 1) $(a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5})$; 2) $(2a - \sqrt{7})(2a + \sqrt{7})$; 3) $\sqrt{a}(1 + \sqrt{3})$; 4) $\sqrt{3c}(1 - \sqrt{2})$; 5) $\sqrt{c}(\sqrt{c} - 11)$; 6) $2\sqrt{c}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$. **4.11.** 1) $\frac{1}{a + \sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{b - \sqrt{7}}$; 3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{3}}$; 4) $\frac{a}{a + \sqrt{5}}$; 5) $\frac{1}{3\sqrt{x} + 2\sqrt{a}}$; 6) $\frac{1}{7 - \sqrt{3c}}$. **4.12.** 1) 2; 2) −15,5; 3) −1; 4) 8. **4.13.** 1) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{x}}$; 2) $\frac{1}{a - \sqrt{7}}$; 3) $-\frac{1}{5 + 3\sqrt{x}}$; 4) $-\sqrt{6} - \sqrt{5x}$. **4.14.** 1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{a} + \sqrt{7}}$; 2) $\frac{1}{y - \sqrt{3x}}$; 3) $-\sqrt{6a}$; 4) $4c - \sqrt{3a}$. **4.15.** 1) $a\sqrt{5}$; 2) $\frac{3\sqrt{a} + 3a}{a}$; 3) $5\sqrt{3}c$; 4) $\frac{5a(\sqrt{5} + 1)}{4}$; 5) $\frac{3a(\sqrt{5} + \sqrt{a})}{5 - a}$; 6) $\frac{7\sqrt{3} - 7}{2}$. **4.16.** 1) $\frac{(a - 5)(1 - \sqrt{5})}{4}$; 2) $\frac{(7a + \sqrt{a})(2 + \sqrt{a})}{4 - a}$; 3) $\frac{1,5c(\sqrt{3} - c)}{3 - c^2}$; 4) $\sqrt{5c} + 1$; 5) $\frac{(3x + a)(\sqrt{5x} + \sqrt{a})}{5x - a}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6) $\frac{(x-6)(\sqrt{3x}-\sqrt{x})}{2x}$. **4.17.** 1) $5a(\sqrt{5}-2)$; 2) $\frac{2\sqrt{a}+a}{2a}$; 3) $15c(2+\sqrt{3})$; 4) $\frac{(\sqrt{5}-8y)(\sqrt{5}+7)}{44}$; 5) $\frac{(3\sqrt{a}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{a})}{3-a}$; 6) $\frac{7(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$. **4.18.** 1) $16-13a$; 2) $45-6a$; 3) $6\sqrt{3a}-6\sqrt{a}-9a$; 4) $9a-28$. **4.19.** 1) $|a-1|$; 2) $|a+3|$; 4) $|2a-3|$. **4.22.** 1) 4; 2) 8; 3) 7; 4) 12; 5) −3; 6) −6; 7) 14; 8) 21. **4.23.** 1) 11; 2) 26; 3) 9; 4) 41; 5) −4; 6) −5; 7) 16; 8) 4. **4.24.** 1) 2 ва 3; 2) 4 ва 5; 3) 9 ва 10; 4) 13 ва 14; 5) 29 ва 30; 6) 35 ва 36. **4.25.** 1) $2a$; 2) $3x+4$; 3) $\frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$; 4) $\frac{a}{a-\sqrt{2}}$; 5) $\frac{1}{x}$. **4.26.** 1) $\sqrt{3}$; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{5}{7}$; 4) −2. **4.27.** 1) $\sqrt{3}+1$; 2) $2+\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{7}-\sqrt{3}$; 4) $2-\sqrt{7}$. **4.28.** 1) 4; 2) $2\sqrt{5}$; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{2}-2$. **4.29.** 1) $\sqrt{5}-2$; 2) $\sqrt{3}-1$; 3) $\sqrt{2}+1$; 4) $\sqrt{a-1}-1$. **4.30.** 1) $\frac{2(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{11x+\sqrt{3}}{6(x-\sqrt{3})}$; 4) $\frac{c+a}{\sqrt{c}-\sqrt{a}}$. **4.31.** 1) 1; 2) 0; 3) 1; 4) −2,5. **4.32.** 1) $2\sqrt{-y}$; 2) $-\sqrt{x}$; 4) $\sqrt{-a}+\sqrt{-c}$. **4.33.** 1) $\frac{1}{14}$; 2) $1\frac{23}{65}$; 3) $\frac{13x^3}{9y^4}$; 4) $\frac{3a^4}{2x^{15}}$. **4.34.** 1) 8; 2) −5; 3) −2,5; 4) −0,5. **4.36.** 1) $\pm1\frac{2}{3}$; 2) $0{,}5\pm\sqrt{2}$; 3) −1; 11; 4) $4\pm\sqrt{3}$. **4.37.** 1) 10π см; 2) $2\sqrt{15}\pi$ дм; 3) 5π см; 4) 30π м; 5) $4\pi a$ см; 6) $18\pi c$ дм. **4.38.** 1) 50 км/соат; 2) 5 соат; 3) 100 км/соат; 4) 75 км/соат. **5.3.** 1) $\sqrt{1{,}4}<\sqrt{9{,}7}<\sqrt{11}<3{,}5$; 3) 25; 4) $-\sqrt{16{,}84}<-\sqrt{15{,}4}<-3{,}8<\sqrt{12{,}7}$. **5.4.** 1) Тегишли; 2) тегишли эмас; 3) тегишли; 4) тегишли; 5) тегишли эмас. **5.5.** 1) Ҳа; 2) ҳа; 3) ҳа; 4) йўқ. **5.7.** 3) −5; 5. **5.8.** 1) 18 дм; 2) 1,25 м; 3) 1,7 м; 4) 0,115 дм. **5.10.** 1) 0; 2) −4,5; 3) $-6-5\sqrt{3}$; 4) $2+5\sqrt{3}$. **5.11.** 3) 0. **5.12.** 1) 2100 тг; 2) ≈ 51,9%. **5.14.** 3) $\sqrt{11}+2\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{15}+\sqrt{6}$. **5.15.** 1), 2), 3), 6). **5.16.** 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 4; 5) 3; 6) 5; 7) 5; 8) 6.

2-бўлим. Квадрат тенгламалар

6.1. 1) Ҳа; 2) йўқ; 3) ҳа; 4) йўқ; 5) йўқ; 6) ҳа. **6.2.** 1) $a=1{,}7$; $b=-1$; $c=1{,}8$; 2) $a=2$; $b=-3$; $c=-1$; 3) $a=-3$; $b=0$; $c=5{,}2$. **6.3.** 1) $3x^2+x-9=0$; 2) $14x^2-15x-5=0$; 3) $-2x^2+17x-9=0$; 4) $5x^2+13x-13=0$. **6.6.** 1) 0; 5; 2) 0; 3,5; 3) 0; $\frac{9}{35}$; 4) 0; $-\frac{1}{2}$; 5) 0; −11,5; 6) $0; 1\frac{3}{7}$. **6.7.** 1) {−5; 5}; 2) {−6; 6}; 3) {−2; 2}; 4) $\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$; 5) илдизи мавжуд эмас; 6) {−10; 10}. **6.8.** 1) – 6) 0. **6.9.** 1) {−0,7; 0,7}; 2) {0; 4}; 3) {0; 0,4}; 4) {−2,5; 2,5}; 5) {−16; 0}; 6) {0}. **6.10.** 1) ±3; 2) $\pm\sqrt{3}$; 3) $\pm2\sqrt{6}$; 4) ±2; 5) илдизи мавжуд эмас; 6) ±3. **6.11.** 1) 0 ва 6; 2) 0 ва 2; 3) 0 ва $\frac{24}{35}$; 4) 0 ва 2; 5) 0 ва 14,125; 6) 0 ва $2\frac{6}{7}$. **6.12.** 1) ±5; 2) ±4; 3) 0 ва 8; 4) ±1; 5) илдизи мавжуд эмас; 6) 0. **6.13.** 1) 0 ва 6; 2) 0 ва 9; 3) илдизи мавжуд эмас; 4) илдизи мавжуд эмас.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.14. 1) илдизи мавжуд эмас; 2) $\pm 1\frac{1}{9}$; 3) $\pm\sqrt{0,9}$; 4) $\pm\sqrt{0,4}$; 5) илдизи мавжуд эмас; 6) 0. **6.15.** 1) -1 ва 0; 2) 0 ва 3,2; 3) $\pm 1,5$; 4) $\pm\sqrt{3}$. **6.16.** 1) $-1,5$ ва 2,5; 2) 0 ва $\frac{4}{7}$; 3) $-1,2$ ва 0,8; 4) 0,05 ва 1,05. **6.17.** 1) $-1,5$ ва $-0,25$; 2) $\frac{2}{3}$ ва $\frac{20}{21}$; 3) 1,5 ва 1,6; 4) $\frac{3}{5}$ ва $\frac{111}{125}$. **6.18.** 1) $ax^2 + bx = 0$; $b \neq 0$; 2) $ax^2 + c = 0$; $c \neq 0$ $\frac{c}{a} > 0$; 3) $ax^2 = 0$. **6.19.** $\frac{1}{8}$ ёки 0. **6.20.** 0 билан 1 ёки 2 билан 3. **6.21.** 1) $x^2 - 5x = 0$; 2) $x^2 - 49 = 0$; 3) $x^2 - 13 = 0$. **6.22.** 1) $a = 3$; 2) $a = 1,3$; 3) $a = \pm 6$; 4) $a = \pm 4$. **6.23.** 1) $c = \pm 2$; 2) $c = -2$; $c = 0$; 3) $c = -2$; 4) $c = 0$. **6.24.** 1) $\{-3; 0; 3\}$; 2) $\{0\}$; 3) $\{-3,8; 0; 3,8\}$; 4) $\{0\}$; 5) $\{-10; 0\}$; 6) $\{-0,7; 0; 0,7\}$. **6.25.** 1) $\{-\sqrt{2}\}$; 2) $\left\{-2\sqrt{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$; 3) $\{0\}$; 4) $\{1\}$; 5) $\{\sqrt{6}\}$; 6) $\left\{\pm\frac{2\sqrt{10}}{5}\right\}$. **6.26.** 1) $(x - 6)^2 + 3$; 2) $(x - 2)^2 - 13$; 3) $2(x - 6)^2 - 36$; 4) $-\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 + 7\frac{197}{320}$; 5) $-3\left(x + \frac{5}{18}\right)^2 + 39\frac{25}{108}$. **6.27.** 1) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{(a+3)\sqrt{a-2}}{a-2}$; 3) $\frac{(a^3 + 3,8)\sqrt{a^2 - 5}}{a^2 - 5}$; 4) $(-a - 2)\sqrt{2 - a}$; 5) $\frac{(c - 8)(\sqrt{c} + 3)}{c - 9}$. **6.28.** 1) $-1,04$; 2) 4; 3) 18; 4) 0,64. **6.29.** 1) $8\sqrt{3}$; 2) -6; 3) 10,6. **6.30.** 1) 2; 2) 2; 3) 133. **6.31.** 1) $(x - 4)^2 + 23$; 2) $(x + 6)^2 - 45$; 3) $2(x - 11)^2 - 205$. **6.32.** 1) $\frac{41}{16}$; 2) $-\frac{95}{36}$. **7.1.** 1) $D = 28$; иккита илдиз; 2) $D = 76$; иккита илдиз; 4) $D = 0$; битта илдиз. **7.3.** 1) $(x - 1)^2 - 9$. **7.4.** 1) 2; 4; 2) 1; 11; 3) $\frac{2}{3}$; 2. **7.5.** 1) -2; 16; 3) $-2,5$; 3. **7.6.** 1) -7; 8; 2) -8; 9; 3) -10; 9; 4) -15; 14. **7.7.** 1) 1,5; 2; 3) 0,4; 2. **7.8.** 1) 2; 4) $\frac{2 \pm \sqrt{22}}{9}$. **7.9.** 2) 1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 13,5; -18. **7.10.** 1) 1; $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{10 \pm \sqrt{2}}{7}$. **7.11.** 2) $\{3 \pm 2\sqrt{7}\}$; 4) $\{17\}$. **7.12.** 4) $\left\{\frac{-9 \pm \sqrt{65}}{2}\right\}$. **7.13.** 1) $\{-0,2; 2\}$; 3) $\{-7; 2\}$. **7.14.** 2) $\{-8; 12\}$; 4) $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$. **7.15.** 2) -4; 0,5. **7.16.** 3) $\frac{1}{15}$; 4) $1 \pm 2\sqrt{7}$. **7.17.** 3) $\{-1; 23\}$; 4) $\{10; 1\}$. **7.18.** 1) $-0,8$; -1; 2) $\left\{4; 2\frac{2}{3}\right\}$; 4) -5; 2. **7.19.** 1) 0,25; 4) $-\frac{3}{80}$. **7.20.** 1) $-13,5$; 4) $-7,68$. **7.22.** 3) 1; $\frac{1}{p}$; 4) $-6a$; a. **7.23.** 1) $\{8; -2,7\}$; 2) $\{2; -6\frac{1}{29}\}$. **7.24.** 2) 0,5; 3. **7.25.** 2) Илдизи мавжуд эмас; 4) $\pm 0,5$; 1; $\frac{17}{32}$. **7.26.** 1) $-n$; $4n$; 2) $-4n$; $-n$; 3) $-6n$; n; 4) $-\frac{n}{7}$; $\frac{n}{3}$. **7.27.** 1) Бўлмайди; 2) $p = 9$. **7.28.** 0,5; 2. **7.29.** 0,5; 2. **7.30.** 1) $\{\pm 3\}$; 4) $\{\pm 3\}$. **7.31.** 1) c m $\frac{9}{16}$; 4) c l $-\frac{9}{40}$. **7.32.** 1) $\{a \pm b\}$; 2) $\{-a; 2a\}$. **7.33.** 3) $-\frac{16}{21}$. **7.34.** 1) $1 : 9$ ёки $9 : 1$; 2) $(7 + 4\sqrt{3}) : 1$ ёки $1 : (7 - 4\sqrt{3})$. **7.35.** 1) $\frac{1}{a+2}$. **7.36.** 1) 0; 2) 0,25; 4) $-7,5$. **7.37.** 1) 3; 2) $5\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - 2,6$. **7.40.** 1) $\frac{8}{7}$; $\frac{1}{7}$; 2) 1; -12; 3) $-3,5$; $-4,5$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.41. $x^2 - 12x + 35 = 0$. **8.1.** 1) $-9; -22$; 2) $7; 12$; 6) $-1{,}8; -3{,}6$. **8.2.** 1) $\{-6; 1\}$; 2) $\{3; 6\}$; 3) $\{-7; -2\}$. **8.6.** 1) $x^2 + 7x + 10 = 0$; 2) $x^2 + 5x - 14 = 0$; 6) $x^2 - 28{,}2x + 116 = 0$. **8.7.** 1) $x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{16}{81} = 0$; 4) $x^2 - 7 = 0$. **8.8.** 1) $x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})x + \sqrt{21} = 0$; 2) $x^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{2})x - \sqrt{10} = 0$; 4) $x^2 + 2x - 4 = 0$. **8.9.** 1) $x^2 - 5 = 0$; 2) $x^2 - 7 = 0$; 3) $x^2 - 2x - 4 = 0$; 4) $x^2 - 4x + 1 = 0$. **8.10.** 1) $p = 1$; 2) p нинг исталган қийматида; 3) $p = 0$. **8.11.** $c = -120$. **8.12.** $c = \frac{3}{49}$. **8.13.** 1) $x^2 - 13 = 0$; 3) $x^2 - 6x + 4 = 0$; 5) $x^2 - 2x - 6 = 0$; 6) $x^2 - 8x + 11 = 0$. **8.14.** ± 24. **8.15.** $\pm 1{,}5$. **8.17.** $-0{,}36$. **8.18.** $0{,}5$. **8.19.** $\frac{5}{18}$. **8.20.** 1) $x^2 + 2x - 1 = 0$. **8.21.** 1) $(2; 2)$; 2) $(-2; -3)$; $(-3; -2)$; 3) $(8; -6)$; $(-6; 8)$; 4) $(-6; 3)$; $(3; -6)$. **8.22.** 1) $7\frac{7}{9}$; 2) $-2\frac{16}{27}$; 3) $-194\frac{2}{3}$. **8.23.** 1) $\frac{5}{16}$; 2) $-61\frac{1}{4}$; 3) $-12\frac{17}{128}$. **8.25.** 1) $2x^2 + x - 9 = 0$; 3) $3x^2 + 7x - 2 = 0$; 4) $6x^2 - 7x - 1 = 0$. **8.26.** 1) $64x^2 + 24x - 1 = 0$; 3) $x^2 - 9x + 9 = 0$. **8.27.** 3; 4. **8.28.** 0. **8.29.** $a = 0$. **8.30.** $a = -10$. **8.31.** $a = 1$ ёки $a = \frac{1}{2}$. **8.32.** $m = 1$. **8.33.** $m = -1$. **8.34.** 14. **8.35.** $p = 1$; $q = -6$. **8.37.** 1) $a = 6$, биринчи тенгламанинг илдизлари 2 ва 3; иккинчи тенгламанинг илдизлари -3 ва 4. **8.38.** $a = -5$; $b = 36$ ёки $a = 5$; $b = 36$. **8.39.** $p = -3$. **8.40.** $p = 3$. **8.41.** $p = 3{,}2$. **8.42.** 1) $x^2 + (p - 6)x + (q - 3p + 9) = 0$; 2) $x^2 + 4px + 16q = 0$. **8.43.** 1) $\frac{4}{2 - 3a - a^2}$; 2) $\frac{1}{a + 2}$; 3) $\frac{x(8x - 5y)}{y(2x + y)}$; 4) -4. **8.44.** 1) $\frac{\sqrt{5}}{10}$; 2) $\sqrt{7} + \sqrt{2}$; 3) $-(x + 3)(2 +$ ———); 4) $\sqrt{x + 2} + 2$; 6) $\sqrt{1 - x} + \sqrt{1 - 2x}$. **8.45.** 1) $\sqrt{2} + 3$; 3) $5\sqrt{3} + \sqrt{11} - 6$. **8.46.** 1) 4 қути; 2) 7920 тг. **8.47.** 1) $x^2 + 5x - 14$; 2) $3x^2 - 14x + 8$; 3) $-6x^2 - 7x + 20$. **8.48.** 1) $(x + 3)^2 + 2$; 2) $(x - 4)^2 - 1$; 3) $(x - 1{,}5)^2 + 9{,}75$; 4) $(x - 2{,}5)^2 - 13{,}25$. **9.1.** 1) 4; 2) 4; 3) $2 - \sqrt{5}$; 4) $-3 + \sqrt{7}$. **9.2.** 1) Ҳа; 2) ҳа; 3) ҳа; 4) йўқ; 5) ҳа; 6) ҳа. **9.3.** 1) 0; 7; 2) $-\sqrt{7}$; $\sqrt{7}$; 3) $-3; 3$; 4) -6; 6; 5) -16; 16; 6) 0; 10. **9.4.** 1) Илдизи мавжуд эмас; 2) 0; $-17{,}5$; 3) 8; -1; 4) -8; 1; 5) 3; 5; 6) илдизи мавжуд эмас. **9.5.** 1) $1 \pm \sqrt{7}$; 2) $-1{,}5$; $1{,}2$; 3) $\frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}$; 4) $14 \pm 2\sqrt{47}$. **9.6.** 1) $(x + 3)^2 - 27$; 2) $(x + 4)^2 - 27$; 3) $(x + 2{,}5)^2 - 14{,}25$; 4) $(x + 3{,}5)^2 - 13{,}25$; 5) $-(x + 3{,}5)^2 + 0{,}25$; 6) $-(x - 4)^2 + 24$. **9.7.** 1) $2(x + 1{,}25)^2 - 21{,}125$; 2) $(2x + +1{,}75)^2 - 11{,}0625$; 3) $5(x + 0{,}9)^2 - 12{,}05$; 5) $\frac{1}{4}(x + 14)^2 - 50$; 6) $\frac{1}{3}(x - 3)^2 - 4$. **9.8.** 1) $-2(x - 1{,}25)^2 - 13{,}875$; 2) $-2(x - 1{,}75)^2 - 4{,}875$; 3) $2(x - 1{,}75)^2 - 19{,}125$; 4) $-3(x + 1\frac{1}{6})^2 - 16\frac{11}{12}$; 5) $-0{,}2(x - 17{,}2)^2 + 43{,}25$; 6) $-2{,}5(x - 1)^2 - 12{,}5$. **9.11.** 2) -1; 12; 3) илдизи мавжуд эмас; 4) илдизи мавжуд эмас; 5) илдизи мавжуд эмас. **9.12.** 1) $(-\infty; -7] \cup [3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -7] \cup [-3; +\infty)$; 3) илдизи мавжуд эмас; 4) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup \left[1\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **9.13.** 1) $(x - 2)(x - 3)$; 2) $(x + 2)(x + 3)$; 3) $(x - 4)(x + 2)$; 4) $(x - 3)(x - 5)$; 5) $(x - 4)(x - 10)$; 6) $(x + 5)(x + 6)$. **9.14.** 1) $(7x + 8)(x - 1)$; 2) $(5x + 3)(x + 1)$; 3) $(-2x + 1)(x - 3)$; 4) $(2x - 1 + 0{,}5\sqrt{2})(x - 0{,}5 + 0{,}25\sqrt{2})$. **9.15.** 1) $(-4x + 1)(x + 2)$; 2) $-2(x - 1)(x + 7)$; 3) $(-2x + 7)(x + 1)$; 4) $(-11x + 14)(x + 1)$. **9.16.** 1) $(3a - 16)(a + 2)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $2(a-2-0{,}5\sqrt{2})(a-2+0{,}5\sqrt{2})$; 3) $(2a-1)\times(a-3)$; 4) $(-2a-1)(a-5)$. **9.17.** 1) $-(x+5+\sqrt{37})(x+5-\sqrt{37})$; 2) $(-2n+1)(n+2)$; 3) $(-11n+14)(n+1)$; 4) $-\frac{2}{3}(x-3)^2$. **9.18.** 1) $a+7$; 2) $a-3$; 3) $\frac{a}{2a+1}$; 4) $\frac{1}{a-5}$. **9.19.** 1) $\frac{1}{7a+8}$; 2) $\frac{1}{a+2}$; 3) $\frac{a}{2a+1}$; 4) $-\frac{a}{a-1}$. **9.20.** 1) $y(y+2)(7-y)$; 2) $y(y+7)(y-5)$; 3) $y(y-4)(y+5)$; 4) $-y(y+1)(11y-14)$. **9.21.** 1) $a(2a+1)(a+2)$; 2) $a(a-7)(a+6)$; 3) $-a(2a-3)(3a-2)$; 4) $-a(3a-2)^2$. **9.22.** 1) $x(2x-7)(x+1)$; 4) $-x(3x-2)(2x-1)$; 2) $-x(2x-7)(x+1)$; 3) $-x(2x-1+\frac{\sqrt{2}}{2})(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4})$; **9.23.** 1) $(x-5)(x-6)(x+1)(x-3)(x-2)$; 2) $(x-1)(x-3)(-2x+3)(9x-9+2x^2)$. **9.24.** 1) $(a+9)(a-2)(a+2)$; 2) $(a-3)(a+2)(a^2-a+6)$. **9.25.** 1) $\frac{a+3}{5a+2}$; 2) $-\frac{2+a}{7a+9}$; 3) $\frac{a}{3a-5}$; 4) $\frac{a+1}{a+3}$. **9.26.** 1) $\frac{x+2}{x+3}$; 2) $\frac{x-5}{2-x}$; 4) $\frac{x-2}{x-3}$. **9.27.** 1) $-\frac{x+1}{x+4}$; 2) $-\frac{x}{2x+3}$; 3) $\frac{5x+3}{14-11x}$; 4) $\frac{3x+1}{2x+1}$. **9.28.** 1) $\frac{9}{19}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{41}{140}$; 4) 1,2; 4; $1\frac{21}{31}$. **9.29.** 1) $\frac{15\pm\sqrt{309}}{6}$; 2) $\frac{7\pm\sqrt{39}}{2}$; 3) $\frac{-1\pm\sqrt{113}}{4}$; 4) $\frac{5\pm\sqrt{133}}{6}$. **9.30.** 1) $\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{2}{5}$. **9.31.** 1) 3; −3; 2) 0; 36. **9.32.** 1) {−1; 23}; 2) $\{2\frac{1}{3}; 2\}$; 3) {0; 2,5}. **9.33.** 1) $(2x+y)(2x-3)$; 2) $2(a-c)(a+c)(2a-c)$. **9.34.** 1) I чорак; 2) I чорак; 3) I, IV чораклар. **9.35.** 1)—3) — чизиқли функция; 4)—6) — квадрат функция. **9.36.** $s(0)=0$; $s(0{,}5)=6$; $s(1{,}5)=10$; $s(2)=10$; $s(3)=4$. **9.38.** 1) $x\neq-3$; 2) $x=3$ ва $x=-2$; 3) $x\in(-\infty;0)\cup\{3\}$; 4) $x\in(-\infty;-1)\cup\{4\}$. **9.39.** 1) 8; 3) 0,9. **9.40.** 1) {−1; 3}; 2) $\frac{9\pm\sqrt{61}}{10}$. **10.1.** 1) 0; 1; 2) 3; 3) 1; $-\frac{1}{2}$; 4) −27; −1; 5) 1,5; 6) 0; $\frac{1}{6}$. **10.2.** 1) {−2; 4}; 2) {0}; 3) $\{2-\sqrt{14}; 2+\sqrt{14}\}$; 4) {0; −8}. **10.3.** 1) {2}; 2) {4}; 3) {−0,8; 8}; 4) {−1}. **10.4.** 1) $\{0; -2\frac{3}{4}\}$; 2) $\{-\frac{192}{211}; 2\}$; 3) $\{-0{,}3; 1\frac{5}{22}\}$; 4) $\{-6; -\frac{12}{19}\}$. **10.5.** 1) $\{0; \frac{2}{3}\}$; 2) {0}; 3) {1}; 4) $\varnothing$. **10.6.** 1) {−3}; 2) {7}. **10.7.** 1) {4}; 2) {6}. **10.8.** 1) {4}; 2) {1}. **10.9.** 1) $\{3-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5}\}$; 2) {−6; 5}; 3) $\{-4\frac{1}{3}\}$; 4) {4}. **10.10.** 1) −0,6; 2) 0; 3) 1,5; 4) −4; 5) −3,4; 6) $-2\frac{7}{18}$. **10.11.** 2) −1,5; 3) 1; 4) 7,5; 5) 8; 6) 13. **10.12.** 1) 3; 1,5; 2) 2; $1\frac{1}{3}$. **10.13.** 1) −1; $-1\frac{17}{24}$; 2) $\frac{-1\pm2\sqrt{7}}{3}$. **10.14.** 1) $\frac{1}{9}$; 2) $-\frac{1}{40}$. **10.15.** 1) 1; −1; 2) 0; −2. **10.16.** 1) 0; $2+\sqrt{5}$; 2) 0; $-3+\sqrt{10}$. **10.19.** 1) 2; $-3\frac{1}{6}$; 2) 1; $-2\frac{1}{4}$; 3) 3; $-1\frac{1}{4}$. **10.20.** 1) {4; 5}; 2) $\{2\frac{5}{9}; 1\}$; 3) $\{1; \frac{5}{7}\}$. **10.21.** 2) (4; 1) ва $\left(\frac{2}{3}; -13\right)$ 3) илдизи мавжуд эмас. **10.22.** 1) $\frac{1}{2}$; 3; 2) "a"нинг қиймати

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

мавжуд эмас; 3) $\frac{6\pm\sqrt{41}}{5}$. **10.24.** 3) -6; 0; 4) илдизи мавжуд эмас. **10.25** . 1) -9; 4; 2) $-2{,}5$; -4; 4) -2. **10.26.** 1) 4; 2) $\frac{9\pm\sqrt{33}}{6}$. **10.27.** 1) -4; 2) -6; $6\frac{2}{3}$. **10.28.** 1) $\frac{5\pm\sqrt{73}}{4}$; 2) 0; $-1\frac{2}{3}$. **10.29.** 1) 20; 2) 5,5; $-1{,}5$; 3) -10; 4) 13. **10.30.** 1) -2; $-1\frac{2}{3}$; 2) $-0{,}5$. **10.31.** 1) Илдизи мавжуд эмас; 2) 7. **10.32.** 1) -3; 2) 7; 3) $-\frac{2}{5}$. **10.33.** 1) 5; 2) 1,2; 3) 1. **10.34.** 1) 2,25; 2) 2,4; 3) -1. **10.35.** 1) $\{3\}$; 2) $\varnothing$. **10.36.** 1) $\{-9; 9\}$; 2) ☒ . **10.37.** 1) $\{0\}$; 2) $\{-8\}$. **10.38.** 1) $\left\{-\frac{7}{8}; \frac{7}{8}\right\}$; 2) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. **10.39.** 1) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$; 2) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **10.40.** 1) $\{-2\}$; 2) $\{-1\}$. **10.41.** 1) $a \neq 3$ ва $a \neq 4$ бўлганда, $x = a$; 2) $a \neq 3$; $a \neq 1\frac{1}{3}$ бўлганда, $x = a - 1$; 3) $b \neq \frac{1}{2}$; $b \neq 3$ бўлганда, $x_2 = b - 1$; 4) $b \neq 2$; $b \neq 7$ бўлганда $x_1 = 2b$. **10.42.** 1) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (8; 9)$; 2) $x_1 \in (-1; 0)$; $x_2 \in (6; 7)$; 3) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (8; 9)$; 4) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (3; 4)$. **10.43.** 1) $\left\{-1\frac{2}{7}; 1\right\}$; 2) $\{-6; 12\}$; 3) $\left\{5\frac{2}{3}\right\}$; 4) $\left\{\frac{51-\sqrt{10070}}{7}; \frac{51+\sqrt{10070}}{7}\right\}$. **10.45.** 1) $x(x-4)(x+2)$; 2) $(x-1)(x^2-x+1)$; 3) $(x-2)(x^2+4)$; 4) $(x^2-x+10)(x^2+x-10)$. **10.46.** 2) Агар $-\frac{1}{8}$ бўлса, у ҳолда битта илдиз; агар $a > -\frac{1}{8}$ бўлса, у ҳолда иккита илдиз; агар $a < -\frac{1}{8}$ бўлса, у ҳолда илдизи мавжуд эмас. **10.47.** $x = 3$, $y = 7$. **11.1.** 1) $\{\pm2; \pm1\}$; 2) $\{\pm3\}$; 3) $\left\{\pm\frac{2}{3}\right\}$; 4) $\{\pm5; \pm\frac{3}{4}\}$. **11.2.** 1) $\{\pm1; \pm6\}$; 2) $\{\pm7\}$; 3) $\{-1; -3; 5; 7\}$; 4) $\{3; -9\}$. **11.3.** 1) $\left\{\frac{-1-\sqrt{41}}{2}\right\}$; 2) $\{-1; 0\}$; 3) $\{-2; -3\}$; 4) $\left\{\frac{13+\sqrt{53}}{2}; \frac{5-\sqrt{5}}{2}\right\}$. **11.4.** 1) $\{25\}$; 2) $\{25; 49\}$; 3) $\left\{\frac{1}{2}; 5\right\}$; 4) $\{1\frac{2}{3}; 3\}$. **11.5.** 1) $\{7\}$; 2) $\{34; 47\}$; 3) $\{13; 53\}$; 4) $\{46\}$. **11.7.** 2) $\{1{,}7; -1{,}8\}$. **11.8.** 1) $\{\pm a; \pm3\}$; 2) $\{\pm3a; \pm2\}$. **11.9.** 1) $\{2\}$; 2) $\{3; 1; -\frac{2}{3}\}$; 3) $\{0; 2; -3\}$; 4) $\{\pm2; 1\}$. **11.10.** 1) $6 - 4\sqrt{2}$; 2) $18 + 8\sqrt{5}$. **11.11.** 1) $\{-3; 1\}$; 2) $\{3; 1; 2 \pm \sqrt{3}\}$; 3) $\{-2; -1\}$; 4) $\left\{\frac{5\pm3\sqrt{5}}{2}; 2; 3\right\}$. **11.12.** 1) $\{-5; 1; -7 \pm \sqrt{61}\}$; 2) $\left\{2; 1; \frac{45+\sqrt{1969}}{2}\right\}$; 3) $\{-4{,}5; 2{,}4; \frac{8}{11}\}$; 4) $\{-0{,}5; 0; \frac{8}{11}; 10\}$. **11.13.** 1) $\{1\}$; 2) $\{\pm1\}$; 3) $\{4\}$; 4) $\{\pm4\}$. **11.14.** 1) $\{6\}$; 2) $\{\pm6\}$; 3) $\left\{3; 4; \frac{7-\sqrt{97}}{2}\right\}$; 4) $\left\{\frac{7-\sqrt{97}}{2}\right\}$. **11.15.** 1) $\left\{\frac{-1+\sqrt{29}}{2}\right\}$; 2) $\left\{\frac{1\pm3\sqrt{5}}{2}\right\}$; 3) $\left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$; 4) $\{-2 \pm \sqrt{2}; 2 \pm \sqrt{2}\}$. **11.16.** 1) $\{16\}$; 2) $\{49\}$. **11.17.** 1) $\{-1\}$; 2) $\{43; 56\}$; 3) $\varnothing$. **11.18.** 2) $\{\pm2\sqrt{3}\}$. **11.19.** 2) $\{-2; 4\}$. **11.21.** 1) $\{-0{,}5; -3; -9\}$; 2) $\{2{,}5; -0{,}1\}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11.22. 1) $\left\{16;\ \frac{73-\sqrt{145}}{18}\right\}$; 2) $\left\{4-2\sqrt{3};\ \frac{13+3\sqrt{17}}{3}\right\}$; 3) $\{1;\ 9\}$; 4) $\varnothing$. **11.23.** 1) $\{-5{,}5;\ -1\frac{1}{3}\}$; 2) $\{8;\ 0{,}5\}$; 3) $\{-3{,}5\}$; 4) $\left\{-5\frac{2}{15};\ -\frac{13}{15}\right\}$. **11.24.** 1) $\varnothing$; 2) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$; 3) $\left\{-\frac{3}{49}\right\}$. **11.25.** 1) $\{-1{,}5\}$; 2) $\{-3;\ -\frac{1}{2}\}$. **11.26.** 1) $\{\pm1\}$; 2) $\{\pm1\}$; 3) $(-\infty;\ 0]$; 4) $(-\infty;\ 0]$. **11.27.** 1) $\pm1;\ \pm\frac{2}{3}$; 2) $1;\ -\frac{1}{7}$. **11.28** . 3. **11.29.** 1) $\{1;\ 1\pm\sqrt{3}\}$; 2) $\{3;\ 3\pm2\sqrt{5}\}$; 3) $\{-1\}$; 4) $\{-4;\ 2\}$. **11.30.** $\frac{-2+\sqrt{66}}{2}$. **11.31.** 1) $\left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$; 2) $\{-2;\ -0{,}5\}$. **11.32.** 1) 1; 2) 1; [redacted] . **11.33.** 1) $-2;\ 0$; 2) 0. **11.34.** 1) $0;\ -3;\ \frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$; 2) 1. **11.35.** 1) $2;\ 0{,}5$; 2) $\pm\sqrt{2};\ 4\pm3\sqrt{2}$. **11.36.** Бўла олади, масалан, $a=-2$ бўлганда. **11.37.** 1) $\{1{,}5;\ -0{,}5\}$; 2) $\{0{,}8;\ -1{,}2\}$; 3) $\{-1{,}3\}$; 4) $\{-1{,}3\}$. **11.38.** 1) $2+6\sqrt{5}$; 2) 16. **11.39.** 1) 2; 2) $1\frac{11}{16}$; 3) $3\frac{3}{25}$; 4) $1\frac{7}{25}$. **11.40.** 26. **11.41.** 1) 49 см^2; 2) 99 см^2. **11.42.** 15 км/соат ва 9 км/соат. **12.1.** 1) 4 км/соат ва 5 км/соат; 2) 20 км/соат. **12.2.** 1) 40 км/соат; 2) 40 км/соат. **12.3.** 1) 32,5 км/соат; 2) 3 км/соат. **12.4.** 1) 20 км/соат; 2) 4 км/соат. **12.5.** 1) 4 км/соат; 2) 15 км/соат. **12.6.** 1) 14 км/соат; 2) 9 км/соат. **12.7.** 1) 14 км/соат; 2) 6 км/соат. **12.8.** 1) 60 км/соат; 2) 14 соат 00 минут. **12.9.** 1) 8 км/соат; 2) 20 км/соат. **12.10.** 36 км/соат. **12.11.** 1) 2 км/соат; 2) 7 км/соат. **12.12.** 1) 27 км/соат; 2) 24 км/соат. **12.13.** 1) 40 км/соат ва 20 км/соат; 2) 10 км/соат, 4 км/соат. **12.14.** 1) 60 та деталь; 50 та деталь; 2) 7 та деталь; 6 та деталь. **12.15.** 1) 4 соат — операторга; 6 соат — ўқувчига; 2) 3 соат; 15 соат; 10 соат. **12.17.** 1) 5 соат; 2) 15 минут; 20 минут. **12.18.** 5 кун, 20 кун. **12.19.** Самат — 6 минут; Азамат — 5 минут; **12.21.** Алия — 6 қатор; Нургул — 5 қатор. **12.20.** биринчи — 14 кунда, иккинчи — 11 кунда; **12.21.** биринчи — 20 кунда; иккинчи — 24 кунда. **12.22.** 16. **12.23.** 16. **12.24.** 1—3 кун; 2—5 кун. **12.25.** Биринчи — 3 кун; иккинчи — 5 кун. 5 соат. **12.27.** 18 соат, 15 соат. **12.28.** 16 кийим. **12.29** . 4,8 соат. **12.30.** 360 соат, 120 соат. **12.31.** 6 км/соат, 10 км/соат. **12.32.** 2 ва 5.

12.33. 1) $x^2-2\sqrt{3}-1=0$; 2) $x^2-10x+22=0$. **12.35.** 1) $(0;\ 0)$; $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$; 3) $(0;\ 0)$; $(3;\ 9)$; $(-3;\ 9)$.

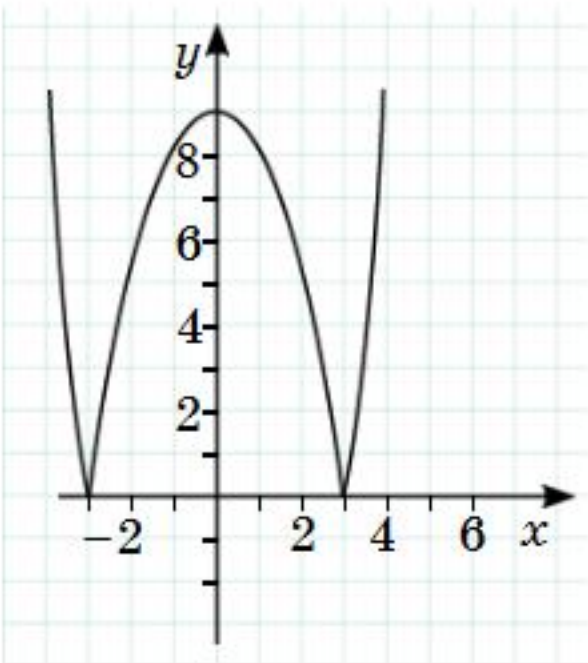
3-бўлим. Квадрат функция

13.2. $(0;\ -3)$; $(1;\ -2)$; $(2;\ -3)$; $(3;\ -6)$; $(-1;\ -6)$. **13.3.** 1) -49; 2) $-13{,}12$; 5) -10; 6) -40. **13.6.** 1) $5\frac{1}{6}$; 2,5; $4\frac{21}{25}$; 3) $[0;\ +\infty)$ — ўсади; $(-\infty;\ 0]$ — камаяди. **13.7.** 1) $-21{,}5$; $-9{,}5$; $-49{,}02$; 3) $(-\infty;\ 0]$ — ўсади; $[0;\ +\infty)$ — камаяди. **13.10.** 1) I ва II; 2) I ва II; 3) III ва IV; 4) I ва II; 5) I; II; III ва IV; 6) III; IV.

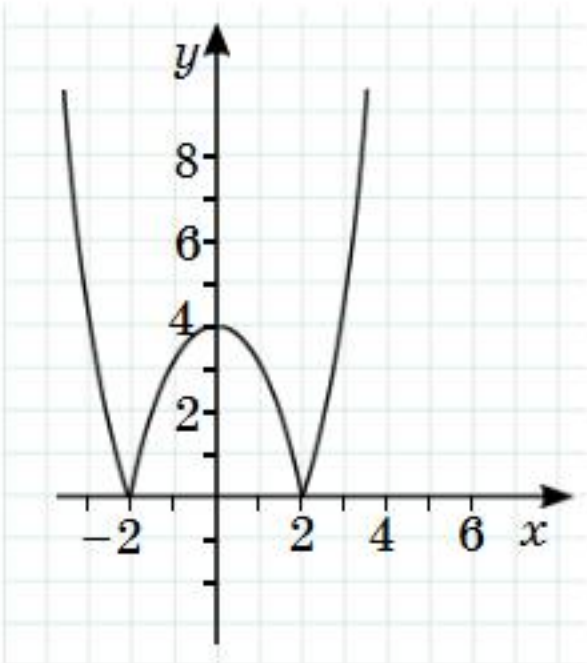
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

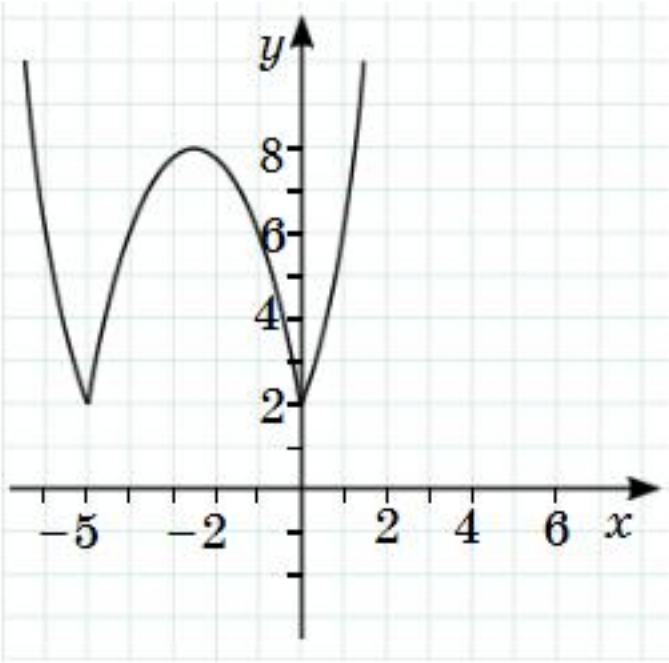
13.19.



1)



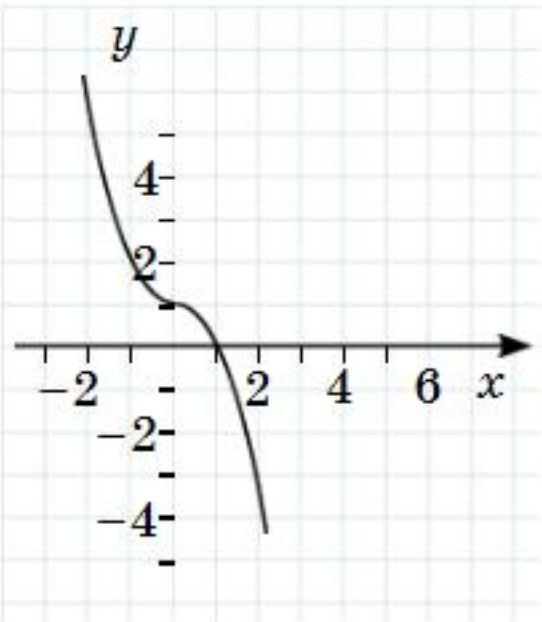
2)



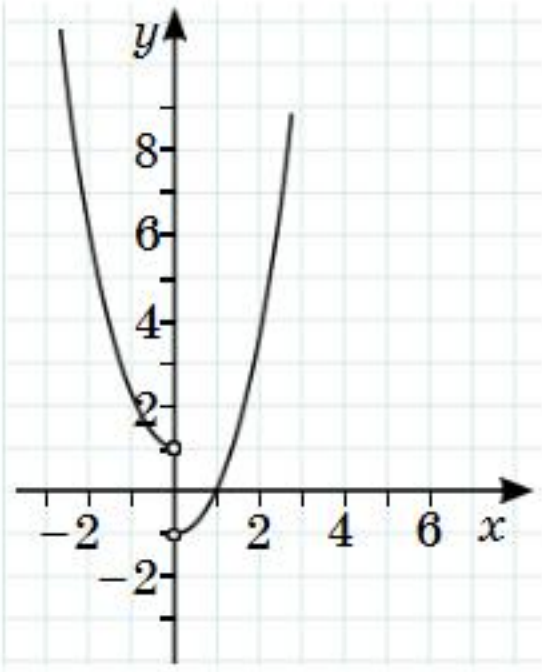
4)

13.20. 1) $a > 0$ бўлганда; 2) $a < 0$ бўлганда; 3) $a > 0$ бўлганда; 5) $a < 0$ бўлганда.

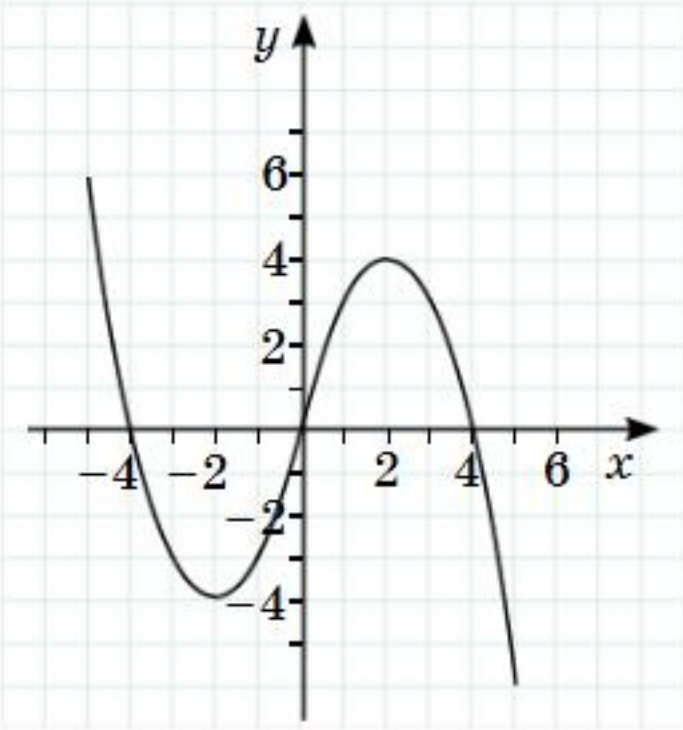
13.22.



1)

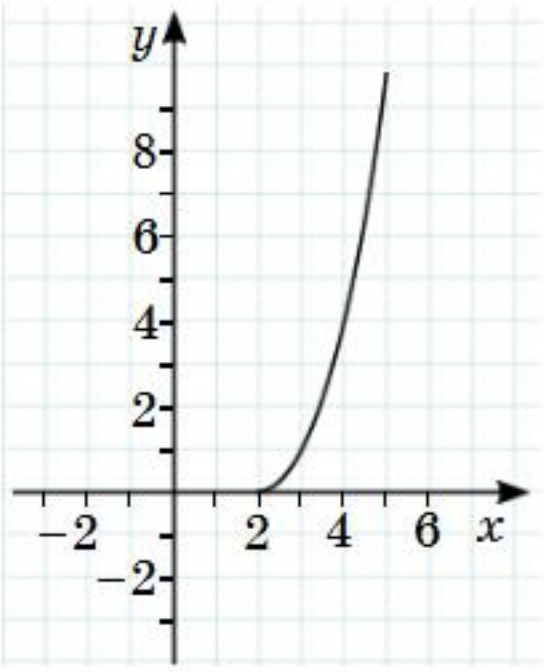


3)

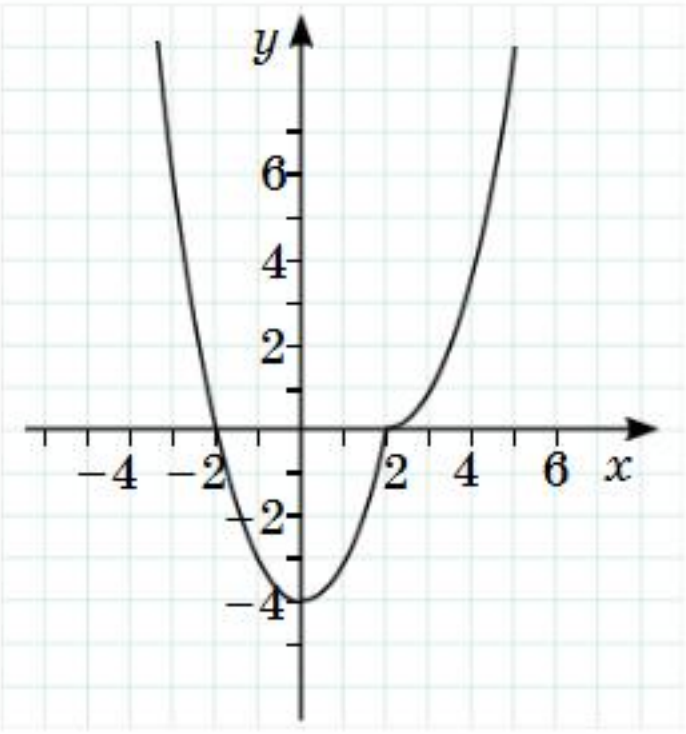


6)

13.23.



1)



4)

13.24. 1) $c = -1$; 2) $c = 0$; 3) $c = 7{,}4$. **13.26.** 4% га камаяди. **13.27.** Тенг. **13.28.** 1) $1\frac{2}{3}$; 2) $-2{,}25$. **13.29.** 1) $2(x+1)^2+1$; 2) $2(x+2)^2-9$; 3) $2(x-1)^2-5$; 4) $-(x+$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$+ 0,7)^2 + 1,09$. **13.30.** 1) (0; 2), $x = 0$; 3) (2; 0), $x = 2$; 4) (−3; 0), $x = -3$. **14.1.** 1; 2; 5 – ҳа; 3; 4; 6 – йўқ. **14.2.** 1) $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - 5,5$; 4) $\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - 4\frac{17}{24}$; 6) $\frac{2}{7}\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 - 4\frac{9}{56}$.

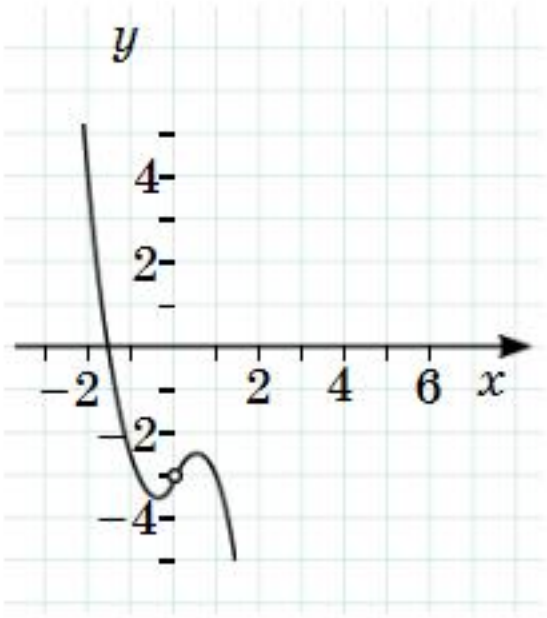
14.3. 1) $-3\frac{2}{3}$; 2) $-1\frac{1}{3}$; 3) $-4\frac{1}{3}$; 4) $-1\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$. **14.4.** 1) $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - 4\frac{1}{2}$; 3) $4\left(x-\frac{1}{8}\right)^2 - 2\frac{1}{16}$. **14.5.** 1) $\frac{1}{3}(x-3)^2 - 5\frac{1}{3}$. **14.6.** 2) $-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 - 4\frac{2}{3}$. **14.7.** 3) $-\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{4}\right)^2 + 6\frac{17}{24}$.

14.8. $f(3) = -16$; 2) $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$ бўлса, $f(x) = 5$; $x = -1,5$ ва $x = 1$ бўлса, $f(x) = 2$; 3) $\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$; $\left(\frac{-1+\sqrt{41}}{4}; \frac{-1-\sqrt{41}}{4}\right)$ оралиқда $f(x) > 0$, $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{41}}{4}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$ оралиқда $f(x) < 0$; 4) $M\left(-\frac{1}{4}; 5\frac{1}{8}\right)$ — параболанинг учи; $x = -\frac{1}{4}$ симметрия ўқи. **14.10.** 3) $M(-3; 14)$ — параболанинг учи; 4) функциянинг энг катта қиймати 14. **14.11.** 1) $M(1,5; 0,5)$ — параболанинг учи, $x = 1,5$ — симметрия ўқи; 2) $y_{\text{энг кичик}} = 0,5$; $E(f) = [0,5; +\infty)$; 3) $[1,5; +\infty)$ — функция ўсади. **14.12.** 1) $M\left(-\frac{1}{4}; 7\frac{1}{8}\right)$ — параболанинг учи; 2) $y_{\text{энг катта}} = 7\frac{1}{8}$; $E(f) = \left(-\infty; 7\frac{1}{8}\right]$; 3) $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ — камаяди. **14.13.** 3) $M\left(-\frac{1}{6}; 2\frac{1}{12}\right)$ — параболанинг учи; $y_{\text{энг катта}} = 2\frac{1}{12}$; $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right]$ — ўсади; $\left[-\frac{1}{6}; +\infty\right)$ — камаяди. **14.1 8.** 1) $M(2; -4)$ — параболанинг учи; $x = 2$ — симметрия ўқи; 2) $M(-1; 3)$ — параболанинг учи; $x = -1$ — симметрия ўқи. **14.19.** 2) $M(2; 7)$ — параболанинг учи; $x = 2$ — симметрия ўқи; 3) $M\left(4; -9\frac{1}{15}\right)$ — параболанинг учи; $x = 4$ — симметрия ўқи. **14.20.** 1) $M(-3;3)$ — параболанинг учи, $x = -3$ — симметрия ўқи; 3) $M\left(-3; 2\frac{1}{8}\right)$ — параболанинг учи; $x = -3$ — симметрия ўқи. **14.21.** 1) $M(0,3; 3,55)$ — параболанинг учи; $x = 0,3$ — симметрия ўқи; 3) $M\left(-1\frac{1}{4}; 9\frac{1}{8}\right)$ — параболанинг учи; $x = -1\frac{1}{4}$ — симметрия ўқи. **14.22.** 1) $M\left(1\frac{7}{8}; -\frac{41}{80}\right)$ — параболанинг учи; $x = 1\frac{7}{8}$ — симметрия ўқи. **14.23.** 1) $M(-0,95; -6,5025)$. **14.24.** 1) $M\left(-1\frac{1}{12}; -12\frac{1}{24}\right)$. **14.25.** 3) $M(1,75; -25,35)$. **14.26.** 1) $p = -1$; $q = -1$; 2) $p = -1$; $q = -1$; 3) $p = -1$; $q = -0,5$. **14.27.** 1) $k = 2$; $m = 1$; 3) $k = 1\frac{3}{4}$; $m = 0$. **14.31.** 1) $y = -4x^2 + 4$; 2) $y = -1,5x^2 + 6$; 3) $y = \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x - 3$. **14.32.** 1) $y = \frac{5}{12}x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{20}{3}$; 2) $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$.

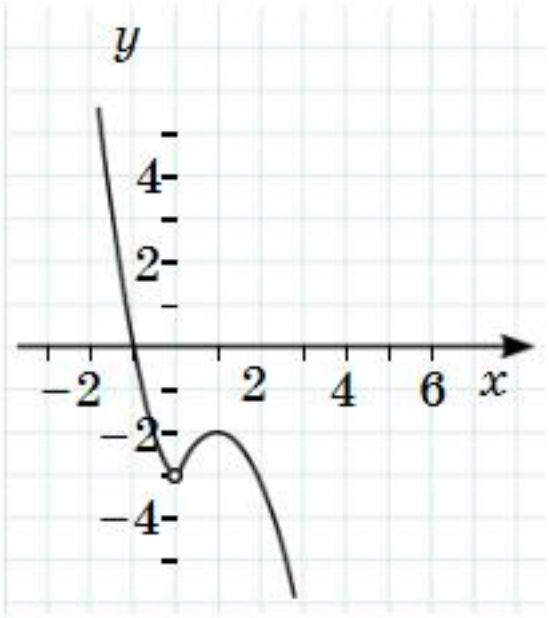
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.33.

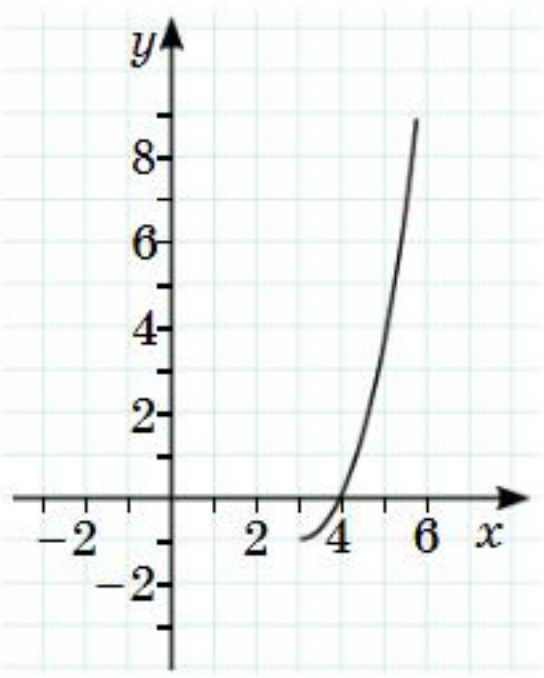


1)



3)

14.36.



4)

14.37. 1) $a=-5$; 2) $a=15$. **14.38.** 1, а) $a=2\frac{1}{8}$; 2, а) $a=5$. **14.41.** Биринчи копток 0,5 м-ге.

14.42. 1) $(-2;\ 4)$; 2) $x=-2$; 4) $[0;\ 4]$; 5) 34. **14.44.** 47 машина. **14.45.** 1) 69,6; 2) 24,48. **14.48.** 31, 25%. **14.49.** 14.

4-бўлим. Статистика элементлари

15.3. 1) 39; 2) 5,0 – 5,1 см; 3) 24. **15.8.** 1) 5; 2) 9. **15.9.** 1) -5; $1+2\sqrt{3}$; 2) -1; 4. **15.11.** 1) 0,5; 2) 0,5. **16.5.** 1) 54; 3) $\frac{5}{27}$. **16.6.** 2) 48; 3) 61. 16.8. 44 соат ва 68 соат. **16.9.** 1) $(-1;\ 5)$; 2) $(-\infty;\ -5)\cup(-1;\ +\infty)$; 3) $[-6;\ 6]$; 4) $(-10;\ -2)\cup(2;\ 10)$. **16.10.** 1) 9 ва $6\sqrt{2}$; 2) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{15}+\sqrt{60}\right)$ ва $\sqrt{30}$; 3) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{16{,}9}+\sqrt{0{,}1}\right)$ ва $\sqrt{1{,}3}$. **17.1.** 6 та фан бўйича. **17.2.** 1) 60 кг, 62 кг; 2) 25 кг, 25 кг. **17.3.** 1) 12; 2) 3,67; 3) 4. **17.4.** 1) 15; 2) 4,07; 3) 4. **17.5.** $\frac{61}{15}\approx 4{,}07$; 2) $\frac{207}{15}$; 3) $\frac{257}{15}-\left(\frac{61}{15}\right)^2=\frac{3855-3721}{225}=\frac{134}{225}\approx 0{,}6$. **17.7.** 1 ва 0,2. **17.8.** 1) 5; 2) 13,6°C. **17.9.** 3) $n=25$; 57,24; 4) $D(X)\approx 1{,}7$. **17.10.** 1) $[0;+\infty)$; 2) $x=-1$. **17.11.** 1) 20 кун ва 30 кун; 2) 3 кун. **17.12.** 1) $(4;\ +\infty)$; 2) $(-\infty;\ -4]$; 3) $(-3;\ 3)$. **17.13.** $[-2;\ 2]$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

18.1. 1) $(-\infty; -3]\cup[3; +\infty)$; 3) $[-5; 5]$; 4) $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$. **18.2.** 1) $[0; 3]$; 2) $(-\infty; 0]\cup\left[1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 3) $(-\infty;+\infty)$; 4) $(-\infty;-1,3]\cup[0;+\infty)$. **18.3.** 1) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$; 2) $(0;2,6)$; 3) $\varnothing$; 4) $(-2,8;0)$. **18.4.** 1) $(1;2)$; 2) $(-\infty; 2)\cup(3; +\infty)$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; 1)\cup(1,6; +\infty)$. **18.5.** 1) $(-\infty; -7]\cup[8; +\infty)$; 2) $(-8; 9)$; 3) $(-10; 9)$; 4) $[-15; 14]$; 5) $(1,5; 2)$; 6) $\{-1,8\}$; 7) $(-\infty; 0,4)\cup(2; +\infty)$; 8) $(-\infty; 1\frac{1}{6})\cup(1\frac{1}{6}; +\infty)$; 9) $\varnothing$; 10) $\left(\frac{-9-\sqrt{46}}{7}; \frac{-9+\sqrt{46}}{7}\right)$; 11) $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup[4; +\infty)$; 15) $\varnothing$; 16) $[-18; 13,5]$. **18.6.** 1) $(-\infty; -0,6)\cup(2; +\infty)$; 2) $\varnothing$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; -1]\cup[5,5; +\infty)$; 5) $\left[-\sqrt{1,2}; \sqrt{1,2}\right]$; 6) $(-\infty; 1)\cup(6; +\infty)$; 7) $\varnothing$; 8) $\left(-\frac{2}{7}; 2\right)$; 9) $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)\cup(1; +\infty)$; 10) $[-1,25; 1]$; 11) $\left(-\infty; -1\frac{1}{6}\right]\cup[1; +\infty)$; 12) $(-\infty; 1)\cup\left(1\frac{1}{8}; +\infty\right)$. **18.7.** 1) $(-\infty; 1)\cup(5; +\infty)$; 2) $[-7; 1]$; 3) $(-\infty; -1)\cup(4; +\infty)$; 4) $[-10; 3]$. **18.8.** 1) $p = -1$; $q = -12$; 2) $p = 8$; $q = 24$; 3) $p = 3$; $q = 36$; 4) $p = -10$; $q = -120$. **18.9.** 1) $(-\infty; -3]\cup[3; +\infty)$; 2) $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$; 3) $\{0\}$. **18.10.** 1) $[-\sqrt{15}; \sqrt{15}]$; 2) $(-\infty; -1]\cup[1; +\infty)$; 3) $(-\infty; -\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2}; +\infty)$. **18.11.** 1) $(-\infty; -4)\cup(4; +\infty)$; 2) $(-\infty; 2)\cup(2; +\infty)$; 3) $\varnothing$. **18.12.** $p = -\frac{7}{4}$. **18.13.** 24 м. **18.14.** 1) $(-\infty; -\sqrt{6}]\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup[\sqrt{6}; +\infty)$; 2) $[-\sqrt{7}; -\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3}; \sqrt{7}]$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; -2]\cup[2; +\infty)$. **18.15.** 1) $(-5; 0)$; $(0; 0)$ $(3; 0)$; 2) $y > 0$, бунда $x\in(-5; 0)\cup(3; +\infty)$, $y < 0$, бунда $x\in(-\infty; -5)\cup(0; 3)$. **18.17.** 1) $-2,25$; $4,59$; 2) $-3,96$; $0,56$; 3) $-1,51$; $4,51$. **18.18.** 1) $(x-3)(x-8)$; 2) $(2-x)(x + 10)$; 3) $3\cdot(x-7)(x+2)$; 4) $(2-x)(5x+31)$. **18.19.** 1) $\frac{2x-4}{x+4}$; 2) $\frac{2x-1}{x-8}$; 3) $\frac{2-x}{3x+2}$. **18.20.** 1) $\frac{x-2a}{x+2a}$; $\approx -2,2$; 2) $\frac{3x-5a}{3x+5a}$; $\approx -2,6$; **18.22.** -, -, +, +. **18.23.** 1, 3, 4, 5 ва 7.

19.1. 1) $[-5; 4]$; 2) $(-\infty; -2,4]\cup[1,5; +\infty)$; 3) $(-\infty; -5)\cup(4; +\infty)$; 4) $(-1; 6)$; 5) $(-\infty; -2,8]\cup[1; +\infty)$; 6) $(-4; 5)$; 7) $[-7,5; -2,4]$; 8) $(-\infty; -7]\cup[3,5; +\infty)$; 9) $(-\infty; -1\frac{1}{3}]\cup[2,5;+\infty)$; 10) $\left[-\frac{1}{2}; 2\frac{1}{3}\right]$; 11) $(-\infty;-3,5]\cup[1\frac{1}{3};+\infty)$; 12) $\left[1\frac{1}{7}; 3,5\right]$; 13) $(-\infty; -1,5]\cup[1,4; +\infty)$; 14) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{8}{9}\right]$; 15) $\left[-\frac{5}{7}; 2\right]$. **19.2.** 1) $[3,5; 5]$; 2) $(-\infty; -1\frac{2}{3}]\cup[1,2; +\infty)$; 3) $[-4; 2,5]$; 4) $(-\infty; -2,5]\cup[1; +\infty)$. **19.3.** 1) $\left[-1\frac{2}{3}; 4,5\right]$; 2) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[2\frac{1}{3};+\infty\right)$; 3) $\left\{1\frac{2}{3}\right\}$; 4) $(-\infty; 1,8]\cup[2;+\infty)$. **19.4.** 1) $(-\infty; 0)\cup\left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 2) $(-\infty;-0,75)\cup(0;+\infty)$; 3) $(-\infty;0)\cup\left(2\frac{1}{3};+\infty\right)$; 4) $(-\infty;1,4)\cup(4;+\infty)$. **19.5.** 2) $(-\infty;-6]\cup(-2;1]\cup(2;+\infty)$; 3) $(-\infty;-5)\cup(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$; 4) $(-\infty;0)\cup(2;3)\cup(7;+\infty)$. **19.6.** 1) $\{0\}$; 2) $\{0; 1; 2\}$; 3) $\{-3;-2;-1;0\}$; 4) $\{1; 2; 3\}$. **19.7.** 1) $\{-6\}$; 2) $\{-1\}$; 3) $\{-5\}$; 4) $\{0\}$. **19.8.** 1) $\{2\}$; 2) $\{0\}$; 3) $\{-2\}$; 4) $\{0\}$. **19.9.** 1) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; 3) $\left(-\frac{2}{3}; 2\right)$; 4) $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. **19.10.** 1) $(-\infty; -7)\cup(0; 7)$; 2) $(-\infty; -11)\cup(0; 11)$; 3) $(-\infty; -6)\cup(0; 6)$; 4) $(-\infty; -9)\cup(0; 9)$; 5) $(-\infty; 0)\cup\left(1\frac{7}{8}; 3\right)$; 6) $(-\infty; 0)\cup\left(5\frac{1}{4}; 7\right)$; 7) $\left(0; 1\frac{5}{7}\right)\cup(6; +\infty)$; 8) $(-\infty; 0)\cup(5; 9)$; 9) $(0; 3)\cup[9; +\infty)$; 10) $(-\infty; -3)\cup(0; 6]$; 11) $(-\infty; 0)\cup(2; 2{,}5]$; 12) $(-\infty; 0)\cup(3; 9)$. **19.11.** 1) $[2; 6]\cup[8; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4]\cup[-1; 3]$; 3) $[-2{,}5; 2]\cup[6; +\infty)$; 4) $(-\infty; -5)\cup(1; 7)$; 5) $(-6; 1)\cup(3{,}6; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]\cup[1; 2]$; 7) $(-\infty; -2]\cup[3; +\infty)$; 8) $(-\infty; -6]\cup[3; +\infty)\cup\{-1\}$; 9) $(-\infty; -2{,}5]\cup[2; +\infty)$; 10) $[-5; 12]$; 11) $(-6; -1)\cup(-1; 3)$; 12) $(-2{,}5; 2)\cup(2; 6)$. **19.12.** 1) $(-4; -2)\cup(0; 1)$; 2) $(-2; 1)$; 3) $(-2; -1)\cup(1; 3)$; 5) $(-4; -1)\cup(1; 2)$; 6) $(-3; -1)\cup[1; 2]$; 8) $(-2; -1)\cup(1; 5)$; 9) $(-\infty; -4)\cup\left[\frac{-1-\sqrt{89}}{4}; 2\right)\cup\left[\frac{-1+\sqrt{89}}{4}; +\infty\right]$; 10) $(-\infty; -3)\cup(-2; -1)\cup\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 11) $(-\infty; 1)\cup(3; +\infty)$; 12) $(-\infty; -1)\cup\left[\frac{4-\sqrt{43}}{3}; 2\right)\cup\left[\frac{4+\sqrt{43}}{3}; +\infty\right)$. **19.13.** 1) $(-\infty; -2]\cup[0; 1]\cup[2; +\infty]$; 2) $(0; 4)$; 3) $(-\infty; 0]\cup[2; +\infty]$; 4) $(-\infty; -4)\cup(-2; 2)\cup(2; +\infty]$; 5) $(-\infty; -4]\cup[-1; +\infty]$; 6) $(-3; 2)$; 7) $(-3; -2)\cup(3; 4)$; 8) $(-\infty; 2]\cup[3; +\infty)$; 9) $(-\infty; -5]\cup[2; +\infty)$; 10) $[0; 6]\cup\{-6\}$; 11) $(-\infty; -2]\cup[0; 2]\cup[16; +\infty)$; 12) $(-5; 0)$. **19.14.** 1) Ҳа; 2) йўқ; 3) йўқ; 4) йўқ; 5) йўқ; 6) йўқ; 7) ҳа; 8) йўқ. **19.15.** 1) $[-3; -2]\cup[2; 3]$; 2) $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$; 3) $x \neq \pm\sqrt{6}$; 4) $\varnothing$; 5) $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]\cup\{2\}$; 6) $(2; 4)$; 7) $(-\infty; -3)\cup(-3; 0)\cup(0; 2)\cup(3; +\infty)$; 8) $\left[-1; -\frac{1}{5}\right]$; 9) $[-4; 3)\cup(-1; 1]$; 10) $(-\infty; -2]\cup(1; 2)\cup[3; +\infty)$; 11) $[-3; -1)\cup[1; 2)$; 12) $[-6; -5]\cup(3; 5)$. **19.16.** 1) $(-\infty; -2)\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup(4; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4)\cup[-\sqrt{5}; 2)\cup[\sqrt{5}; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2)\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup(5; +\infty)$. **19.17.** 1) $(-\infty; -3)\cup(3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -5)\cup(-\sqrt{5}; 2)\cup(\sqrt{5}; +\infty)$; 3) $(-\infty; -3)\cup(-2; 2)\cup(4; +\infty)$. **19.18.** 1) $[-1; 5)\cup[8; +\infty)$; 2) $[-2; 2)\cup[4; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2{,}5)\cup(-2{,}5; -2]\cup[3; +\infty)\cup\{0\}$; 4) $[-3; -2)\cup(1; +\infty)\cup\{-4\}$; 5) $\left(-\infty; -2\frac{1}{3}\right)\cup(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$; 6) $(-3; 3)\cup(3{,}5; 4)\cup(4; +\infty)$; 7) $(-\sqrt{7}; \sqrt{7})\cup[4{,}5; +\infty)$; 8) $(-2; 2)\cup[2{,}5; +\infty)$; 9) $\left(-6; -2\frac{1}{3}\right)\cup(-2; 2)$; 10) $(-\infty; -4)\cup(-2; 1{,}6)\cup(4; 5)\cup(5; +\infty)$. **19.19.** 1) $a = 0$; 2) $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$. **19.20.** 1) $(-\infty; -5)\cup\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; 2) $(-\infty; -2)\cup\left(0; \frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **19.21.** 1) $(-1; 4)$; 2) $(0; 2)$; 3) $(-3; 2)$; 4) $(-4; 1)$. **19.22.** 1) -4; 2) -1; 3) -30; 4) -6. **19.23.** 1) $\left(-\infty; -\frac{7}{3}\right]\cup(-1; 1)\cup\{3\}$; 2) $\left(-4; 1\frac{3}{5}\right]\cup(4; +\infty)$; 3) $(-2; 2)\cup(3; 4)\cup(4; +\infty)$; 4) $\left(-5; -2\frac{1}{3}\right)\cup(5; 6)\cup(6; +\infty)$. **19.24.** 1) $(-\infty; -1]\cup(0; +\infty)$; 2) $[-1; 0)\cup(0; +\infty)$; 3) $[-1; 9]$; 4) $(-\infty; -8]\cup[8; +\infty)$; 5) $[-1; 7]$; 6) $(-\infty; -6]\cup[6; +\infty]$. **19.25.** 74%. **19.26.** 1) $\left(8\frac{2}{3}; 2\frac{2}{3}\right)$; 2) $\left(9; 3\frac{1}{3}\right)$. **19.27.** 1) $\approx -5{,}5$; 2) $\approx -7{,}72$. **19.28.** 45 км/соат. **19.29.** 1) $\approx 24{,}0416$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) ≈6,541; 3) ≈7,262; 4) ≈30,49; 5) ≈2,068; 6) ≈0,0669. **19.30.** 1) 6,78 ; 2) ≈11,6; 3) ≈5,261; 4) ≈3,77; 5) $8\frac{2}{3}$; 6) $\frac{7}{24}$; 7) $-4\frac{17}{27}$. **19.31.** 1) −6; 2) 10. **19.32.** 1) (−2; 2]; 2) (1; 3]; 3) [−2; 6]. **20.1.** 1) $[-2; \frac{2}{3})$; 6) (0; 2,5); 12) [0; 1,75]. **20.2.** 1) [−4; −2) ∪ ∪ (2; 4]; 3) $[\sqrt{6}; 6)$; 8) ∅. **20.3.** 1) [−2,7; −2)∪(0; 7,3]; 8) (−1,25; 0]. **20.4.** 1) ∅; 5) (−∞; −3,5) ∪ (2; +∞); 6) ∅. **20.6.** 1) (−∞; −2] ∪ [2; +∞); 4) [−5; −1,2] ∪ [2; 5]. **20.7.** 1) [−6; −4); 2) [−1; 1]; 4) [−2; 1]. **20.8.** 1) (−1; 0]∪[4; 5); 4) $(-1; 2-\sqrt{2}]$ ∪ ∪ $[2+\sqrt{2}; 5)$. **20.9.** 1) (−0,4; 1); 3) (−∞; −6]∪{1}∪ $[1\frac{1}{3}; +\infty)$. **20.10.** 4) (−∞; −4] ∪ ∪ $\left[-1; \frac{1}{3}\right]\cup\left(\frac{3}{2}; 2\right)\cup(2; +\infty)$. **20.11.** 1) $\left(1\frac{2}{3}; 2\right)$; 4) $(-2\sqrt{3}; 0)$ ∪ $(2\sqrt{3}; +\infty)$. **20.12.** 1) (6; +∞); 4) (−∞; −8]∪[4; 5). **20.1 4.** 2) $\left[2\frac{1}{3}; 5\right]$. **20.15.** 2) $(-1\frac{1}{2}; -1]$; 4) $[1; 1\frac{1}{3}]$. **20.16.** 2) 2; 3) −2; 4) 0. **20.1 7.** 4) $(-\infty; -1\frac{16}{17}]$. **20.18.** 1) [−1; 2,5], энг катта сон $x = 1$; 2) [−1; 2,5), энг катта сон $x = 2$. **20.19.** 2) (−∞; −3) ∪ [5; +∞); 3) $[-6; -2-2\sqrt{3})$ ∪ $(-2+2\sqrt{3}; 6]$.

8-синф алгебра курсини такрорлашга доир мисоллар

1. 1) 0,5; 3) 0; 4) 1. **3.** 1) 2,8; 3) 5,4; 4) 26. **4.** 1) $\sqrt{5,4} < \sqrt{5,6}$; 2) $\sqrt{2,34} > \sqrt{2\frac{1}{6}}$. **5.** 1) 8,56; 3) 4,08. **6.** 1) 8,5; 2) $\frac{15}{29}$; 4) $\frac{77}{135}$. **7.** 1) Маънога эга эмас; 2) − 46. **8.** 1) −36,8; 2) −208,075. **9.** 1) 8; 2) 1024; 3) 36; 4) 450. **10.** 2) $x > 0$ бўлса; 3) $a < 0$ бўлса; 5) $c < 0$ бўлса. **11.** 1) $\sqrt{30}$; $\frac{2}{3}\sqrt{72}$; $7\sqrt{2}$; 4) $12\sqrt{0,5}$; $\sqrt{89}$; $\frac{3}{4}\sqrt{160}$. **12.** 1) a^2b^2; 3) b^3c^4; 5) $\frac{2x}{y^3}$; 6) $-0,5\,py^3$. **13.** 1) $2|c|$; 2) $|c|x^2$; 3) $|c|\sqrt{15}$. **14.** 1) $-3a\sqrt{b}$; 3) $21x^2\sqrt{3}$; 7) $12ab\sqrt{ab}$. **15.** 1) $\sqrt{3a^2}$; 2) $\sqrt{2x}$; 3) $-\sqrt{3a^2}$. **16.** 1) x ǀ 0 бўлса; 2) a m 0 бўлса. **17.** 1) $\sqrt{4x^3}$; 2) $\sqrt{9a^3b^5}$; 3) $\sqrt{4a^3b}$. **18.** 1) $15-4\sqrt{5}$. **20.** 1) $\frac{22}{27}$; **21.** 2) 2,84. **24.** 2. **25.** 4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$. **26.** 1) $x+y-\sqrt{xy}$; 2) $\frac{1}{a-\sqrt{ab}+b}$. **27.** 1) $\frac{3\sqrt{x}+x}{x}$; 3) $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$; 5) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$. **28.** 1) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$. **29.** 1) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{y}}{\sqrt{a}}$; 3) $\frac{x+\sqrt{b}}{x\sqrt{b}}$. **30.** 1) $\frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. **31.** $x = 0$. **32.** 1) $-\frac{1}{2x}$; 2) 0. **34.** 1) 40 км/соат; 2) 70 км/соат. **35.** 12 соат. **36.** 10 км/соат. **37.** 1) {9}; 3) $\{1\frac{1}{3}\}$; 5) {40}. **38.** 1) $\{0; \frac{1}{16}\}$; 2) {4}; 4) {9}; 5) {5}. **39.** 1) {−3; 6}; 3) $\{-5\pm\sqrt{41}\}$. **40.** 1) {4; 3}; 3) ∅. **41.** 1) {6}; 2) {−4}. **42.** 1) $x^2-16=0$; 2) $x^2-\frac{4}{25}=0$; 3) $x^2-2=0$; 4) $x^2+4=0$. **43.** 1) ±5; 4) $1+\sqrt{14}$; $-1-3\sqrt{2}$. **44.** 1) 20; 3) {13}, $x = -5$ илдиз бўлмайди; 4) −2. **45.** Масалан:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $(x-1)^2-1=0$; 2) $(x-0{,}5)^2-\frac{1}{4}=0$; 3) $(x-3)^2-2=0$; 4) $(x-2)^2-(-4)=0$. **46.** 1) $x=1$; 3) $x=1\frac{2}{7}$. **47.** 1) $x=\frac{1}{2}$; 4) 0. **48.** 1) ± 8; 3) $1+\sqrt{43}$; $-1-\sqrt{51}$. **49.** 1) 2; 3) ± 2. **50.** 1) 3; 4) 4. **51.** 1) $\left(-\infty;\ \frac{7-\sqrt{33}}{2}\right] \cup \left[\frac{7+\sqrt{33}}{2};\ +\infty\right)$. **52.** 1) 43; 2) -45; 3) 260. **53.** 1) 5; 2) $-2{,}5$; 3) -10. **54.** 1) $-1\pm\sqrt{6}$; 4) -2; 0. **55.** 3) $\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$; 4) -2; -1. **56.** 1) 4; 2) 3. **57.** 1) -5; 3; 3) -5; 5. **58.** 1) $[0;+\infty)$; 2) $(-\infty;+\infty)$; 3) $x=0$; 6) $(-\infty;0]$. **59.** 1) $(0;+\infty)$; 2) $[0;+\infty)$; 3) $[0;1)\cup(1;+\infty)$. **60.** 1) 49 729; 2) 38 809. **61.** 1) $[-5;6]\cup[10;+\infty)$; 2) $[-\infty;-11]\cup[-2;7)$; 3) $(-\infty;5]\cup[6;+\infty)$; 4) $(-2;7]$; 5) $(7;14]$; 6) $(-6;-3]$; 7) $(1;2)\cup(2;3)$. **62.** 1) $(-\infty;-3]\cup[5;+\infty)$. **63.** 1) $(-\infty;-\frac{1}{3})\cup(2{,}5;+\infty)$; 2) $(-9;\frac{3}{4})$. **64.** 1) 1; 2) 3. **65.** 1) 8; 2) 9. **66.** 1) -8; 2) -6. **67.** 1) -6; 2) 4. **68.** 1) $(12;+\infty)$; 2) $(-\infty;-4]$. **69.** 1) 4; 7; 2) -18. **70.** 1) $(-6;-5]\cup[5;+\infty)$; 2) $[-3;4]$. **71.** 1) 3; 2) $\{-3;-2;-1\}$. **72.** 1) -3; 2) -7. **74.** 1) $(-\infty;-3)\cup[-2;3)\cup(3;4)$; 2) $(-\infty;-5)\cup[-3;4]$. **76.** 1) $(-\sqrt{6};0)$, $(\sqrt{6};0)$, $(0;-3)$. **84.** 1) $x\approx 4$; 3) $\approx 1{,}5$. **85.** 1) 278,1 млн. тг.; 2) 88,67 млн. тг; 3) 109344,94 млн. тг. **86.** 2) 2,4% га; 3) 11 минтақада; 4) Жанубий Қозоғистон вилоятида 1,6 минг т.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглаcно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

МУНДАРИЖА

Кириш 4
7-синф алгебра курсини такрорлашга доир топшириқлар 5

1-бўлим. КВАДРАТ ИЛДИЗ ВА ИРРАЦИОНАЛ ИФОДАЛАР

1-§. Ҳақиқий сонлар 16
2-§. Квадрат илдиз 20
3-§. Арифметик квадрат илдизнинг хоссалари 26
4-§. Квадрат илдиз қатнашган ифодаларни айнан шакл алмаштириш 34
5-§. $y = \sqrt{x}$ функция, унинг хоссалари ва графиги 44

2-бўлим. КВАДРАТ ТЕНГЛАМАЛАР

6-§. Квадрат тенглама. Квадрат тенгламаларнинг турлари 50
7-§. Квадрат тенгламани ечиш 58
8-§. Виет теоремаси 67
9-§. Квадрат учҳад 74
10-§. Каср-рационал тенгламалар 80
11-§. Квадрат тенгламага келтириладиган тенгламалар 88
12-§. Квадрат тенгламалар ёрдамида матнли масалаларни ечиш 96

3-бўлим. КВАДРАТ ФУНКЦИЯ

13-§. $y = a(x - m)^2$, $y = ax^2 + n$, $y = (x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ кўринишдаги квадрат функциялар, уларнинг хоссалари ва графиклари 104
14-§. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ функция, унинг хоссалари ва графиги 110

4-бўлим. СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

15-§. Интерваллар жадвали. Гистограмма 121
16-§. Тўпланган частота 126
17-§. Ўртача қиймат. Дисперсия. Стандартдан четлашиш 130

5-бўлим. ТЕНГСИЗЛИКЛАР

18-§. Квадрат тенгсизлик. Квадрат тенгсизликни квадрат функциянинг графиги ёрдамида ҳосил қилиш 137
19-§. Рационал тенгсизликлар. Интерваллар усули 144
20-§. Бир ўзгарувчили чизиқли бўлмаган тенгсизликлар системаси 156
8-синф алгебра курсини такрорлашга доир машқлар 162
Глоссарий 176
Фан ном кўрсаткичлари 178
Жавоблар 182

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Учебное издание

Абылкасымова Алма Есимбековна
Кучер Татьяна Павловна
Жумагулова Зауре Абдыкеновна
Корчевский Владимир Евгеньевич

АЛГЕБРА

Учебник для 8 классов общеобразовательных школ

(*на узбекском языке*)

Муҳаррир *Р. Азимий*
Бадиий муҳаррир *А. Сланова*
Техник муҳаррир *Л. Садикова*
Компьютерда саҳифаловчи *Г. Ўрозоқинова*

Нашриётга 2003 йил 7 июлда Қозоғистон Республикаси Таълим ва фан вазирлигининг № 0000001 давлат лицензияси берилган

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ИБ № 5789

Нашрга 08.08.18 рухсат этилди. Ҳажми 70×100 1/16. Офсет қоғози. Ҳарф тури «SchoolBook Kza». Офсет нашри. Шартли босма табоғи 16,13+0,32 форзац. Шартли бўёқ тамғаси 33,55. Нашр босма табоғи 9,09+0,54 форзац. Адади 7000 дона. Буюртма №

"Мектеп" нашриёти, 050009, Алмати шаҳри, Абай шох кўчаси, 143-уй
Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30.
Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34.
E-mail: mektep@mail.ru
Web-site: www.mektep.kz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217