Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

В.А.Смирнов, Е.А.Туяқов

ГЕОМЕТРИЯ

11

Умумтаълим мактабларининг
табиий-математик йўналишдаги 11-синфи учун дарслик

*Қозоғистон Республикаси Таълим ва фан
министрлиги тасдиқлаган*

Алмати "Мектеп" 2020

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

УДК 373.167.1
ББК 22.15я72
С53

Таржимон **М. Зайниддинова**

Шартли белгилар:

— танқидий фикрлашни ривожлантириш учун топшириқлар

— назарий материалларни мустақил ўрганиш учун топшириқлар

— теорема исботининг якуни

A — ҳамма ўқувчилар бажариши учун топшириқлар

B — ўртача мураккабликдаги топшириқлар

C — юқори мураккабликдаги топшириқлар

Смирнов В.А., Туяқов Е.А.
С53 **Геометрия:** Умумтаълим мактабларининг табиий-математик йўналишдаги 10-синфи учун дарслик. — Алмати: Мектеп, 2020. — 216 б., расм.

ISBN 978—601—07—1551—6

С $\frac{4306020502-144}{404(05)-20}$ 69(1)—20

УДК 373.167.1
ББК 22.15я72

© Смирнов В.А., Туяқов Е.А., 2020
© Таржимон Зайниддинова М., 2020
© «Мектеп» нашриёти,
бадиий безак берган, 2020

Борча ҳуқуқлар ҳимояланган

Нашрга оид мулкий ҳуқуқлар
«Мектеп» нашриётига тегишли

ISBN 978—601—07—1551—6

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КИРИШ

Дарслик 10-синф “Геометрия” дарслигининг давоми бўлиб ҳисобланади ва табиий-математик йўналишда ўқийдиган 11-синф ўқувчилари учун мўлжалланган.

Дарсликда асосан кўпёқлар ва уларнинг хоссалари билан таништириш, ораларидаги масофа ва бурчакларни топишда аналитик усуллардан фойдаланишни ўргатиш, айланма жисмлар (цилиндр, конус, шар) ва уларнинг хоссалари билан таништириш, фазовий фигуралар сиртларининг юзалари ва ҳажмларини топишни ўргатиш назарда тутилган.

Дарсликдаги барча топшириқлар боблар ва параграфларга бўлинган. Улар назарий материалларни, мустақил бажариш учун берилган топшириқларни, мустаҳкамлаш учун саволларни ва турли хил мураккабликдаги топшириқларни ўз ичига олади.

Теоремалар исботларининг якуни (□) белги орқали белгиланган.

Дарсликдаги масалалар мураккаблигига кўра А — мажбурий даража, В — ўрта даража, С — юқори даража қилиб бўлинган.

Юлдузча билан (*) берилган параграфлар таълим дастурига кирмаган илмий-тадқиқот ва тадбиқий йўналишдаги қўшимча материалларни ўз ичига олади. Улардан асосий ёки қўшимча дарсларда (тўгараклар, танлов курслари ва хоказо), шу билан бир қаторда ўқувчиларнинг лойиха ва тадқиқот ишларини ташкил қилишда фойдаланиш мумкин.

Ҳар бир бобнинг охирида ўқув материалининг ўзлаштириш сифатини текшириш учун тест топшириқлари берилган. Дарсликнинг оҳирида масалаларнинг жавоблари берилган.

Геометрияни ўрганишда муваффақият тилаймиз!

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10-СИНФ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ

Стереометрия асослари

1. Фазода ҳар бир учтаси битта тўғри чизиқда ётмайдиган ҳар хил: 1) учта; 2) тўртта; 3) бешта; 4* n та нуқталар жуфти орқали нечта тўғри чизиқ ўтказиш мумкин?
2. Фазода учта нуқта орқали нечта текислик ўтказиш мумкин?
3. Фазода тўрттаси битта текисликда ётмайдиган турли хил: 1) тўртта; 2) бешта; 3)* n та нуқталар орқали нечта текислик ўтказиш мумкин?
4. 1) иккита текислик; 2) учта текислик; 3)* тўртта текислик фазони кўпи билан нечта бўлакка ажратади?
5. Агар тўғри чизиқнинг текисликлар билан умумий нуқтаси мавжуд бўлса, у ҳолда у тўғри чизиқ шу текисликка тегишли эканлигини исботланг.
6. Тўғри чизиқ ва унда ётмайдиган нуқта орқали фақат битта текислик ўтказиш мумкинлигини исботланг.
7. Кесишувчи иккита тўғри чизиқ орқали фақат биттагина текислик ўтказиш мумкин эканлигини исботланг.
8. Кубнинг нечта: 1) учи; 2) қирраси; 3) ёғи бўлади?
9. Параллелепипеднинг нечта: 1) учи; 2) қирраси; 3) ёғи бўлади?
10. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли призманинг нечта учи бўлади?
11. Призманинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 та учи бўлиши мумкинми?
12. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли призманинг нечта қирраси бўлади?
13. Призманинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 та қирраси бўлиши мумкинми?
14. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли призманинг нечта ёғи бўлади?
15. Призманинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 та ёғи бўлиши мумкинми?
16. 1) 12; 2) 15; 3) 18 та қирраси бўлган призманинг асосида қандай кўпбурчак ётади?
17. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли пирамиданинг нечта учи бўлади?
18. Пирамиданинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 та учи бўлиши мумкинми?
19. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли пирамиданинг нечта қирраси бўлади?
20. Пирамиданинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 та қирраси бўлиши мумкинми?
21. 1) учбурчакли; 2) тўртбурчкли; 3) бешбурчакли; 4) олтибурчакли; 5) n бурчакли пирамиданинг нечта ёғи бўлади?
22. Пирамиданинг: 1) 9; 2) 10; 3) 12; 4) 15 ёғи бўлиши мумкинми?
23. 1) 8; 2) 10; 3) 12 та қирраси бўлган пирамиданинг асосида қандай кўпбурчак ётади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Фазода параллеллик

24. 1) Кубнинг; 2) параллелепипеднинг; 3) учбурчакли призманинг; 4) олтибурчакли призманинг неча жуфт параллел қирралари мавжуд?

25. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипедда ушбу тўғри чизиқлар параллел бўлишини исботланг: 1) AB ва D_1C_1; 2) AD_1 ва BC_1.

26. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олти бурчакли призмада ушбу тўғри чизиқлар параллел бўлишини исботланг: 1) AB ва E_1D_1; 2) AA_1 ва DD_1; 3) AC_1 ва FD_1.

27. 1) Кубнинг; 2) параллелепипеднинг; 3) учбурчакли пирамиданинг; 4) олтибурчакли пирамиданинг неча жуфт айқаш қирралари мавжуд?

28. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг учлари орқали ўтувчи: 1) AB_1 ва BC_1; 2) AA_1 ва BD_1; 3) AC_1 ва BD_1 тўғри чизиқлар қандай жойлашган?

29. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг учлари орқали ўтувчи: 1) AB_1 ва CD_1; 2) AA_1 ва BD_1; 3) AC_1 ва BF_1 тўғри чизиқлар қандай жойлашган?

30. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипедда: 1) AA_1 ва BD; 2) AC_1 ва BB_1 тўғри чизиқлар айқаш бўлишини исботланг.

31. $SABCDEF$ пирамида SA тўғри чизиқ билан: 1) BC; 2) CD тўғри чизиқ айқаш бўлишини исботланг.

32. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призмада: 1) AA_1 ва BC; 2) AC_1 ва BD; 3) AB ва B_1C_1 тўғри чизиқлар айқаш бўлишини исботланг.

33. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призмада: 1) AD; 2) AB_1 тўғри чизиқларга параллел бўлган ёқларни кўрсатинг.

34. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамидада AB қирраси SDE ёққа параллел бўлишини исботланг.

35. 1) Кубнинг; 2) параллелепипеднинг; 3) учбурчакли призманинг; 4) олтибурчакли призманинг нечта параллел ёқларининг жуфтлари мавжуд?

36. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призмада: 1) ABB_1 ва EDD_1; 2) ACC_1 ва FDD_1 текисликлар ўзаро параллел бўлишини исботланг.

Фазода перпендикулярлик

37. 1) Мунтазам тетраэдрнинг; 2) кубнинг нечта перпендикуляр қирраларининг жуфтлари бўлади?

38. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда: 1) AB_1 ва BC_1; 2) AC ва BD_1; 3) AB_1 ва CD_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.

39. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг: 1) AA_1 ва CD_1; 2) AA_1 ва BD_1; 3) AC ва BE_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

40. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда B нуқтадан: 1) A_1D_1; 2) A_1C_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

41. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг B нуқтасидан: 1) AC_1; 2) A_1C_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

42. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда B нуқтадан: 1) ACC_1; 2) ACB_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

43. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг B нуқтасидан: 1) ACC_1; 2) CDD_1; 3) DEE_1; 4) DFF_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

44. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг: 1) ABB_1 ва DEE_1; 2) ACC_1 ва FDD_1 текисликлари орасидаги масофани топинг.

45. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг. SB тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакни топинг.

46. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг асосининг қирралари 1 га тенг, ён қирралари эса 2 га тенг. SB тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакни топинг.

47. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг. 1) ABB_1 ва BCC_1; 2) ABB_1 ва ACC_1; 3) ACC_1 ва CDD_1; 4) ACC_1 ва BEE_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.

48. Мунтазам тетраэдр ёқлари орасидаги икки ёқли бурчакнинг косинусини топинг.

49. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг қўшни ён томонлари орасидаги икки ёқли бурчакнинг косинусини топинг.

Векторлар ва уларнинг хоссалари

50. Параллелепипеднинг қирралари ҳар хил нечта вектордан тузилган?

51. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. 1) $\overrightarrow{AC_1}$; 2) $\overrightarrow{AD_1}$ векторнинг узунлигини топинг.

52. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда: 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD_1}$; 2) $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1}$ векторнинг узунлигини топинг.

53. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда $\overrightarrow{AC_1}$ векторни $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ ва $\overrightarrow{AA_1}$ векторлар орқали ифодаланг.

54. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг. $\overrightarrow{AD_1}$ векторни $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}$ ва $\overrightarrow{AA_1}$ векторлар орқали ифодаланг.

55. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг. $\overrightarrow{SA}$ вектор билан: 1) $\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{BD}$ векторлар орасидаги бурчакни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

56. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик куб берилган. $\overrightarrow{AB_1}$ вектор билан: 1) $\overrightarrow{CC_1}$; 2) $\overrightarrow{CD_1}$; 3) $\overrightarrow{BC_1}$; 4) $\overrightarrow{BD_1}$ векторларнинг скаляр кўпайтмасини топинг.

57. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда жисмни C учидан C_1 учига $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{BD_1}$ куч таъсирида кўчирганда бажариладиган ишни топинг.

Координаталар

58. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик куб тўғри бурчакли координаталар системасида жойлашган. Унинг D учи координаталар бошида, DC, DA, DD_1 қирралари мос равишда абсциссалар, ординаталар, аппликаталар ўқларида жойлашган. Кубнинг барча учларинг координаталарини топинг.

59. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 га тенг, A учи эса — тўғри бурчакли координаталар системасининг бошида, AB, AE, AA_1 кесмалар эса мос равишда абсциссалар, ординаталар, апликаталар ўқларида жойлашган. Призма учларининг координаталарини топинг.

60. $A(1;\ 2;\ 3)$ нуқтадан: 1) Ox; 2) Oy; 3) Oz координаталар тўғри чизиғигача бўлган масофани топинг.

61. Маркази $A(1;\ 2;\ 2)$ нуқтада бўлган ва координаталар боши орқали ўтувчи сферанинг тенгламасини ёзинг.

62. $x^2 - 4x + y^2 + 2y + z^2 - 4 = 0$ тенглама фазода сферани аниқланишини исботланг. Унинг радиуси билан марказининг координаталарини топинг.

63. $\vec{a}_1(1;\ 2;\ 3)$ ва $\vec{a}_2(3;\ -1;\ 2)$ ввекторларнинг скаляр кўпайтмасини топинг.

64. $A(1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 2;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 3)$ нуқталар орқали ўтувчи текисликнинг тенгламасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

I боб КЎПЁҚЛАР

1-§. Кўпёқ тушунчаси. Призма ва унинг элементлари, призманинг турлари. Призманинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари

Аввал "*геометрик жисм*" тушунчасини киритамиз. Геометрик жисмни кўргазмали турда фазонинг маълум бир физик жисмни эгаллаган ва сирт билан чегараланган бир бўлаги деб тушуниш керак. Куб, параллелепипед, тетраэдр, шар-геометрик жисмларга мисоллар.

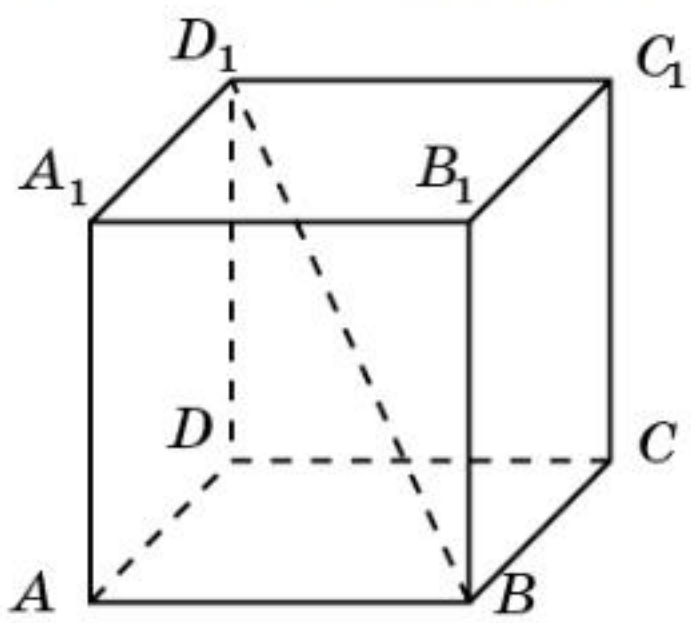
Геометрияда геометрик жисмлардан бошқа жисмлар ўрганилмаганлигидан энди биз уларни фақат жисмлар деб атаймиз.

Ҳар бир жисмнинг сиртки ва ички соҳаси бўлади. Масалан, кубнинг сирти унинг ёқлари бўлган олтита квадратдан ташкил топган. Кубнинг сиртига тегишли бўлмаган барча нуқталари унинг ички соҳасини ташкил этади.

Геометрик жисмларнинг аксарияти кўпёқлар ҳисобланади.

Кўпёқ деб сирти чекли сондаги кўпбурчаклардан ташкил топган жисмга айтилади. Ушбу кўпбурчаклар кўпёқнинг *ёқлари*, кўпбурчакнинг томонлари билан учлари эса кўпёқнинг мос равишда *қиррали* ва *учлари* бўлишини ёдингизга соламиз.

10-синф геометрия курсида қаварик кўпёқлар (куб, параллелепипед, призма, пирамида ва хоказо) кўриб чиқилган.



1.1-расм

Куб деб олтита ёғи ҳам квадрат бўлган кўпёққа айтилади (1.1-расм).

Одатда, куб унинг учларини кўрсатиш орқали белгиланади, масалан, $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Қирраси 1 га тенг бўлган куб *бирлик куб* деб аталади.

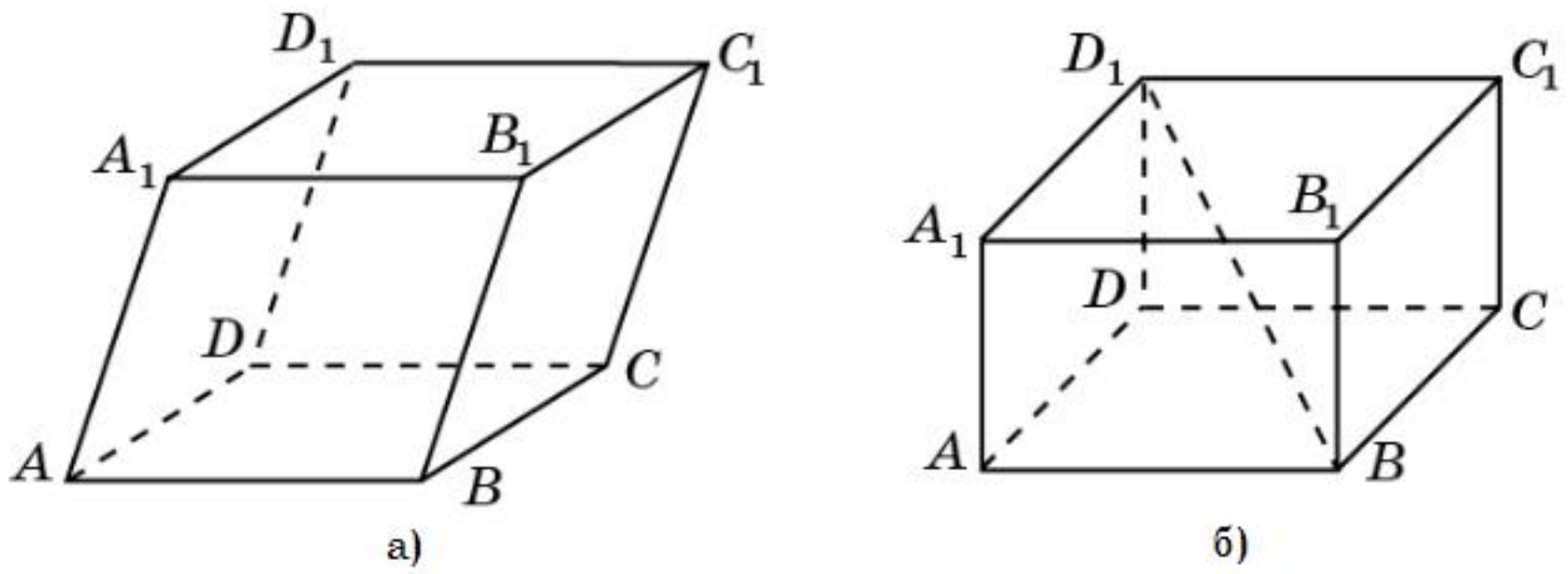
Кубнинг битта ёғида ётмайдиган иккита учини туташтирувчи кесма *кубнинг диагонали* дейилади. 1.1-расмда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг BD_1 диагонали тасвирланган.

Параллелепипед деб қарама-қарши ёқлари жуфт-жуфти билан ўзаро параллел бўлган кўпёққа (олтиёқ) айтилади (1.2, а-расм). Параллелепипеднинг олтита ёғи ҳам параллелограммлар бўлади. Параллелепипед унинг учларини кўрсатиш орқали белгиланади, масалан, $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Агар Параллелепипеднинг ён қирралари асос текислигига перпендикуляр бўлса, у ҳолда у *тўғри параллелепипед* дейилади. Асослари тўғри тўртбурчак бўлган тўғри параллелепипед тўғри бурчакли параллелепипед деб аталади (1.2, б-расм). Агар параллелепипеднинг ён қирралари асос текислигига перпендикуляр бўлмаса, у ҳолда у *оғма параллелепипед* дейилади (1.2, а-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



1.2-расм

Параллелепипеднинг битта ёғида ётмайдиган иккита учини туташтирувчи кесма *параллелепипеднинг диагонали* дейилади. 1.2, б-расмда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипеднинг BD_1 диагонали тасвирланган.

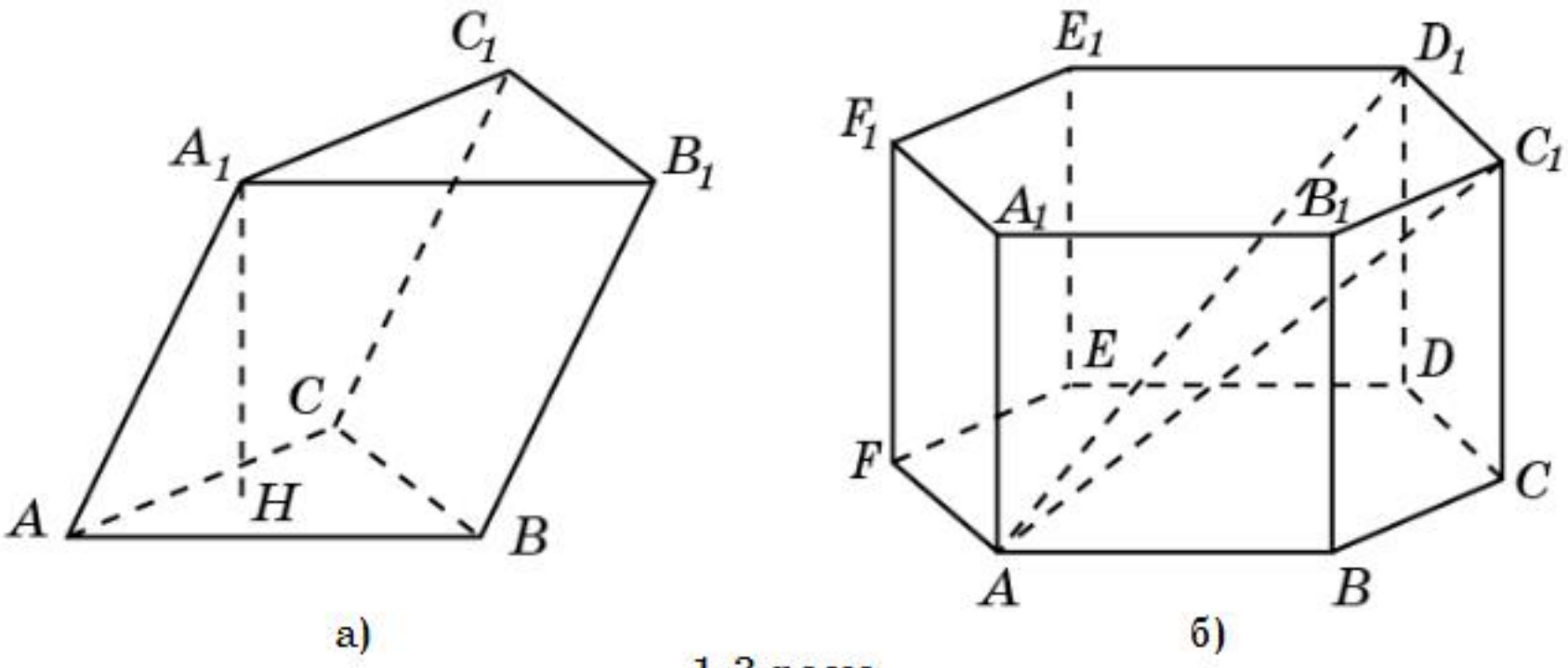
Параллелепипеднинг барча диагоналлари битта нуқтада кесишади ва шу нуқтада тенг иккига бўлинишини исботланг.

Призма деб иккита ёғи параллел текисликларда ётувчи ўзаро тенг бўлган кўпбурчаклардан, қолган ёқлари эса параллелограммлар бўлган кўпёққа айтилади. Кўпбурчаклар призманинг *асослари*, параллелограммлар эса призманинг *ён ёқлари* деб аталади. Призманинг ён ёқларининг умумий қирралари унинг *ён қирралари* дейилади.

Призмалар асосларида ётган кўпбурчакларга (учбурчаклар, тўртбурчаклар, бешбучаклар ва бошқалар) боғлиқ ҳолда мос равишда учбурчакли, тўртбурчакли, бешбурчакли ва хоказо бўлиб бўлинади.

Агар призманинг асослари n бурчакли бўлса, у ҳолда у *n бурчакли призма* деб аталади.

Призма унинг учлари орқали белгиланади, масалан: $ABCA_1B_1C_1$ — учбурчакли призма (1.3, а-расм), $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — олтибурчакли призма (1.3, б-расм).



1.3-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Призманинг таърифидан ушбу хоссалар келиб чиқади:
1) Ён қирралари тенг;
2) Асослари тенг ва параллел бўлади.

Бу хоссаларни мустақил исботланг.

Ён қирралари асосларига перпендикуляр бўлган призма *тўғри призма* деб аталади. Тўғри бўлмаган призма *оғма призма* деб аталади. 1.3, а-расмда учбурчакли оғма призма тасвирланган. 1.3, б-расмда тўғри олтибурчакли призма тасвирланган.

Сиз қандай ўйлайсиз, параллелепипед тўртбурчакли призма бўладими?

Асослари мунтазам кўпбурчаклар бўлган тўғри призма *мунтазам призма* деб аталади. 1.3, а-расмда мунтазам олтибурчакли призма тасвирланган.

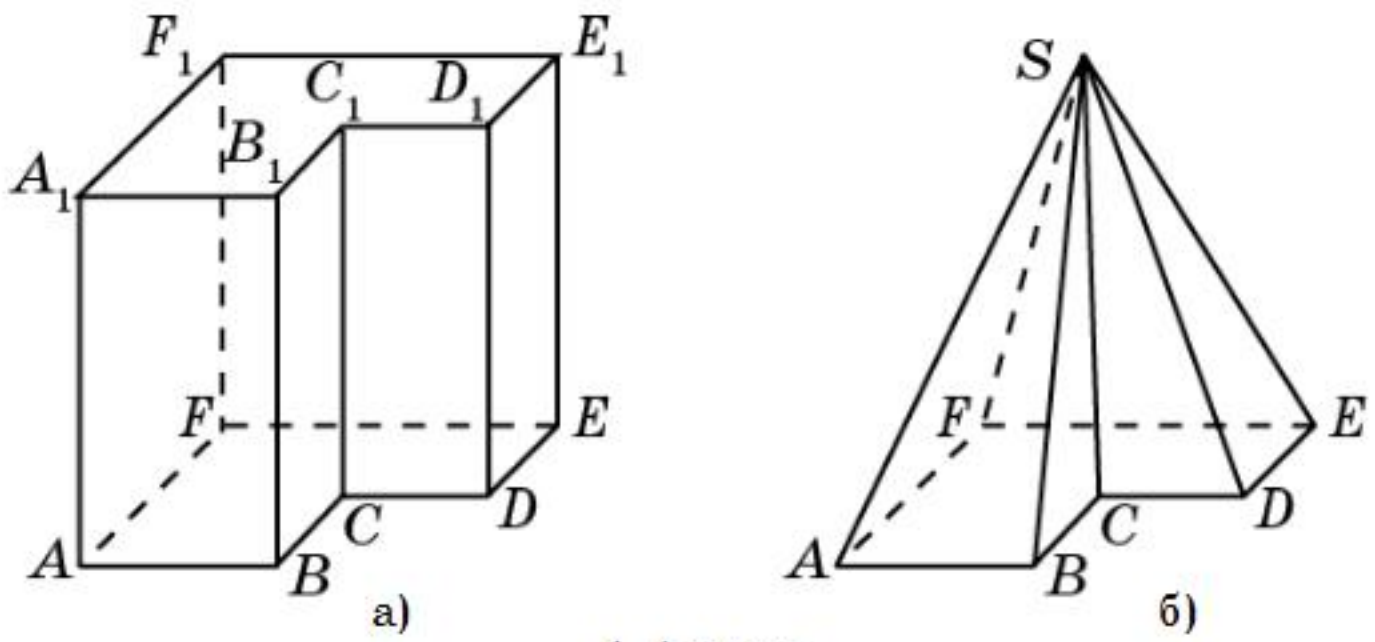
Призманинг асос текисликлари орасидаги масофа *призманинг баландлиги* дейилади, яъни призманинг битта асосининг нуқтасидан иккинчи асосига туширилган перпендикуляр унинг *баландлиги* ҳисобланади. 1.3, а-расмда $ABCA_1B_1C_1$ призманинг A_1H баландлиги тасвирланган.

Тўғри призманинг баландлиги унинг ён қиррасининг узунлигига тенг бўлишини исботланг.

Призманинг битта ёғида ётмайдиган иккита учини туташтирувчи кесма призманинг диагонали дейилади. 1.3, б-расмда $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ призманинг AC_1 ва AD_1 диагоналлари тасвирланган.

Агар кўпёқда унинг исталган иккита нуқтаси билан бирга уларни туташтирувчи кесма ётган бўлса, у ҳолда у *қаварик кўпёқ* дейилади.

1.3-расмда қаварик кўпёқлар тасвирланган. 1.4, а, б-расмда қаварик бўлмаган олтибурчакли призма тасвирланган.



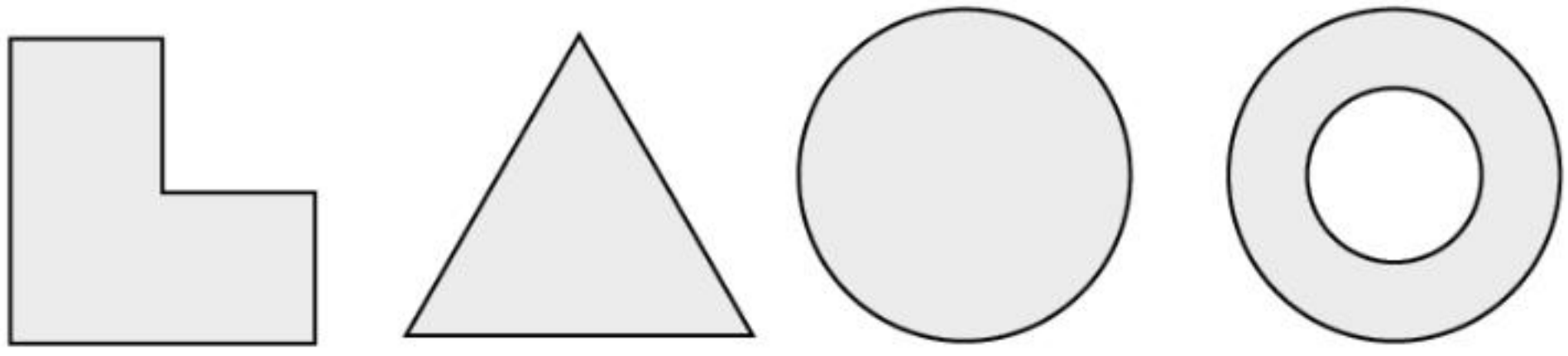
1.4-расм

"Қавариқлик" тушунчаси исталган фигура учун аниқланган. Агар фигурада унинг исталган иккита нуқтаси билан бирга уларни туташтирувчи кесма ётса, у ҳолда у *қаварик фигура* деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.5-расмда қаварик (б, в) ва қаварик бўлмаган (а, г) ясси фигуралар тасвирланган.



а) б) в) г)

1.5-расм

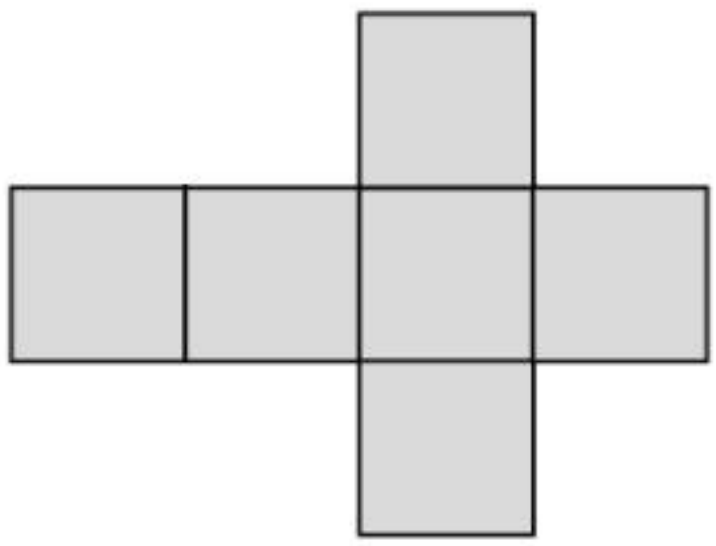
Иккита қаварик фигуранинг кесишмаси (умумий қисми) қаварик фигура бўлишини исботланг.

Агар кўпёқнинг сиртини маълум бир қирралари бўйича кесиб, уни текисликка, яъни сиртни ташкил этувчи барча кўпбурчаклар берилган текисликда ётадиган қилиб ёйсак, у ҳолда кўпёқнинг ёйилмаси деб аталувчи фигура пайдо бўлади.

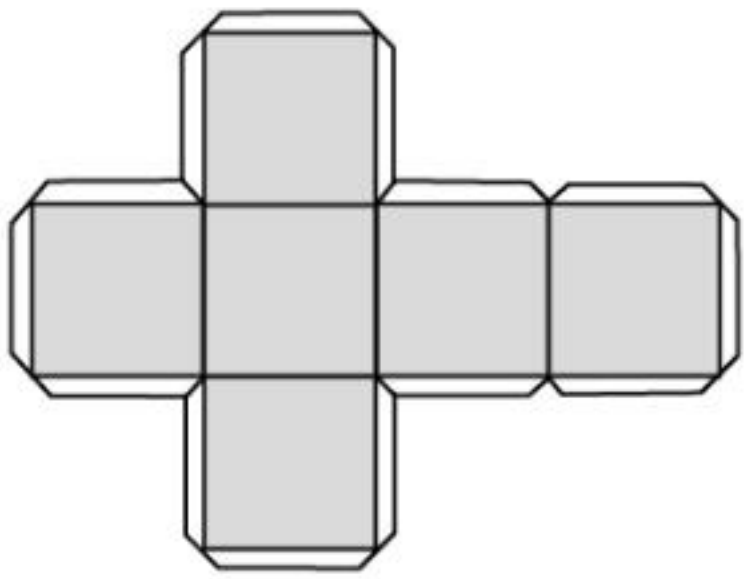
Масалан, 1.6-расмда кубнинг ёйилмаси тасвирланган.

Кўпёқларнинг моделларини қаттиқ қоғозлардан, картондан ва яна бошқа материаллардан тайёрлаш учун дастлаб унинг ёйилмасини тайёрлаб, сўнгра мос қирраларини ёпиштириш керак.

Осон бўлиши учун кўпёқнинг ёйилмасини қопқоқчалари билан ясаган маъқул ва улар орқали ёпиштирилади. 1.7-расмда кубнинг ёйилмаси қопқоқчалари билан кўрсатилган.



1.6-расм



1.7-расм

Кўпёқларни уларнинг ёйилмалари ёрдамида ясаш ҳақида тўлиқроқ танишиш учун ушбу китобни таклиф қиламиз: Веннинджер М. Модели многогранников. — М.: Мир, 2004.

Таърифга кўра кўпёқ сиртининг юзи шу сиртнинг таркибига кирган кўпбурчаклар юзаларининг йиғиндиси бўлади.

Кўпёқ сиртининг юзи унинг ёйилмасининг юзига тенг бўлиши аниқ.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Призманинг ён сирти деб шу призманинг барча ён ёқларидан тузилган сиртга айтилади. Шу сабабли призманинг ён сиртининг юзи унинг барча ён ёқларининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади.

Теорема. ***Тўғри призма ён сиртининг юзи унинг асосларининг периметри билан баландлигининг кўпайтмасига тенг бўлади.***

Исботи. Таърифга кўра $S_{ён} = S_1 + S_2 + ... + S_n$, бунда $S_1, S_2, ..., S_n$ — ён ёқларининг юзалари. Тўғри призманинг ён ёқлари тўғри тўртбурчаклар бўлади, унинг асослари призманинг асосининг томонлари, ён қирраси эса призманинг h баландлигига тенг ва $S_1 = a_1h$, $S_2 = a_2h$, ... , $S_n = a_nh$, бунда $a_1, a_2, ..., a_n$ — асос томонларининг узунликлари. Бундан призма ён сиртининг юзи қуйидаги формула билан ҳисобланиши келиб чиқади:

$$S_{ён} = a_1h + a_2h + ... + a_nh = (a_1 + a_2 + ... + a_n)h = Ph,$$

Бунда P — призма асосининг периметри.

Призманинг тўла сиртининг юзи унинг ён сирти билан асосининг юзаларининнг йиғиндисига тенг бўлади, яъни қуйидаги формула билан аниқланади:

$$S_{призма} = S_{ён} + 2S_{асос.}$$

Қирраси a га тенг бўлган кубнинг тўла сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.

Битта учидан чиқадиган қирралари a, b, c бўлган тўғри бурчакли параллелепипеднинг тўла сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.

Кўпёқларни моделлаш учун http://geogebra.org сайтидан юклаб олиш мумкин бўлган бепул тақатиладиган GeoGebra компьютер дастуридан фойдаланиш мумкин.

Саволлар

1. Кўпёқ нима?
2. Қандай кўпёқ куб деб аталади?
3. Кубнинг диагонали деб нимага айтилади?
4. Қандай кўпёқ параллелепипед деб аталади?
5. Параллелепипеднинг диагонали деб нимага айтилади?
6. Қандай кўпёқ призма деб аталади?
7. Қандай призма мунтазам призма деб аталади?
8. Призманинг баландлиги деб нимага айтилади?
9. Призманинг диагонали деб нимага айтилади?
10. Қандай кўпёқ қаварик деб аталади?
11. Кўпёқнинг ёйилмаси деб нимага айтилади?
12. Кўпёқнинг сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
13. Призманинг ён ва тўла сиртининг юзи қандай ҳисобланади?

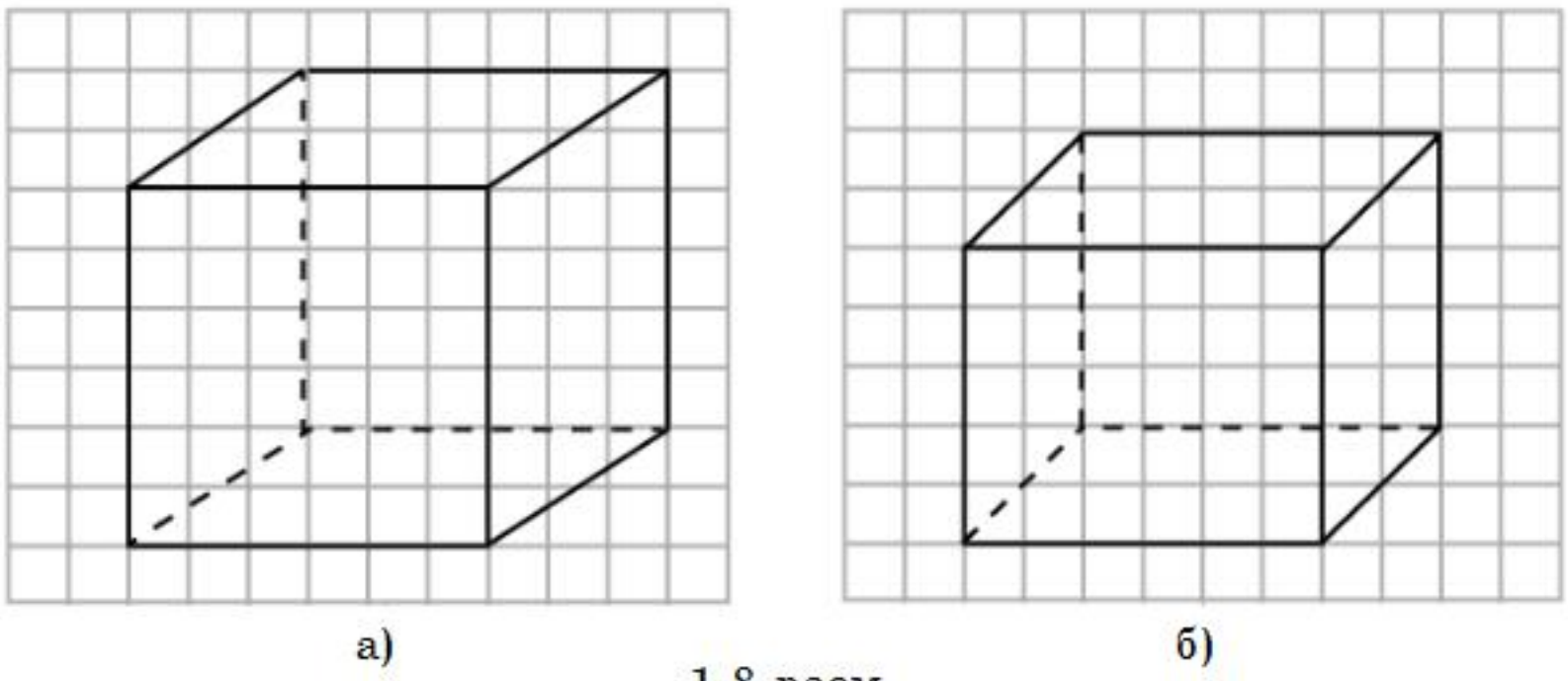
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

А

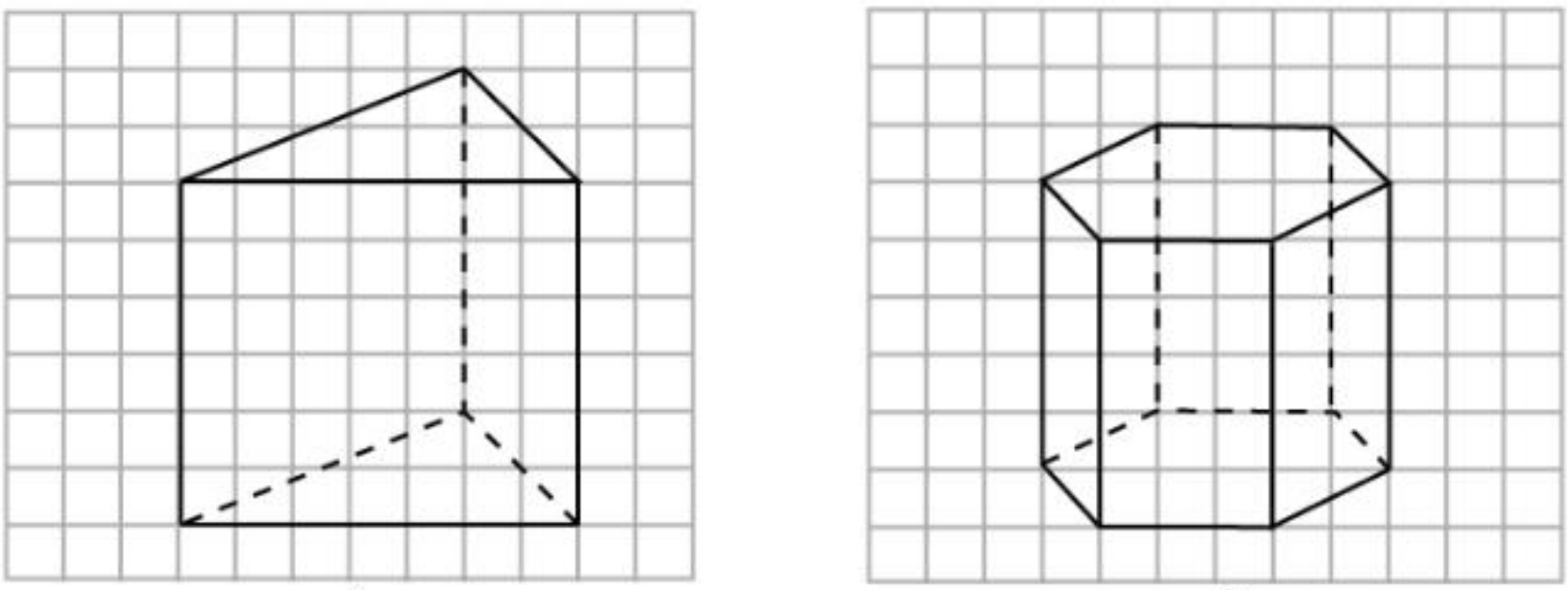
1.1. Катак қоғозга 1.8-расмдагига ўхшаш куб ва параллелепипед чизинг.



а) б)

1.8-расм

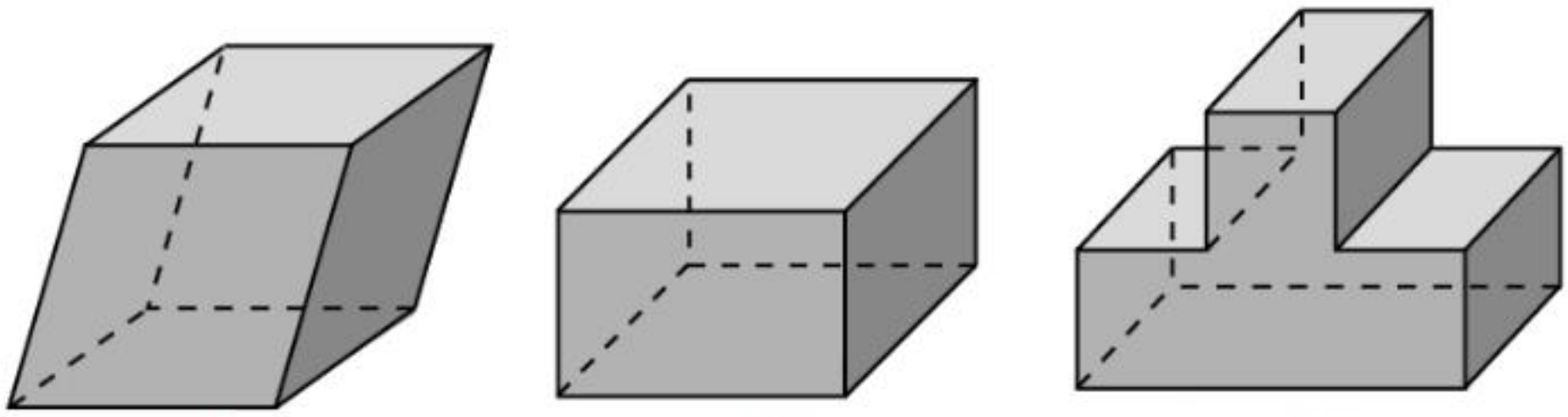
1.2. Катак қоғозга 1.9-расмдагига ўхшаш призма чизинг.



а) в)

1.9-расм

1.3. 1.10-расмда тасвирланган фигуралардан қайсилари параллелепипед бўлади?



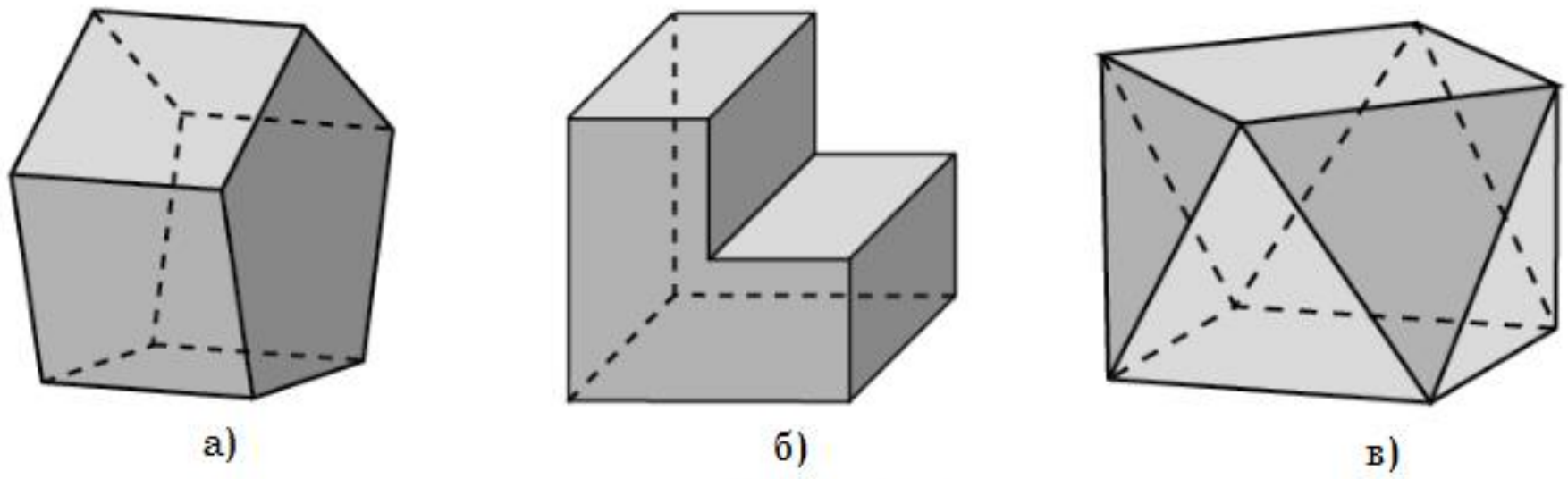
а) б) в)

1.10-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.4. 1.11-расмда тасвирланган фигуралардан қайсилари призма бўлади?



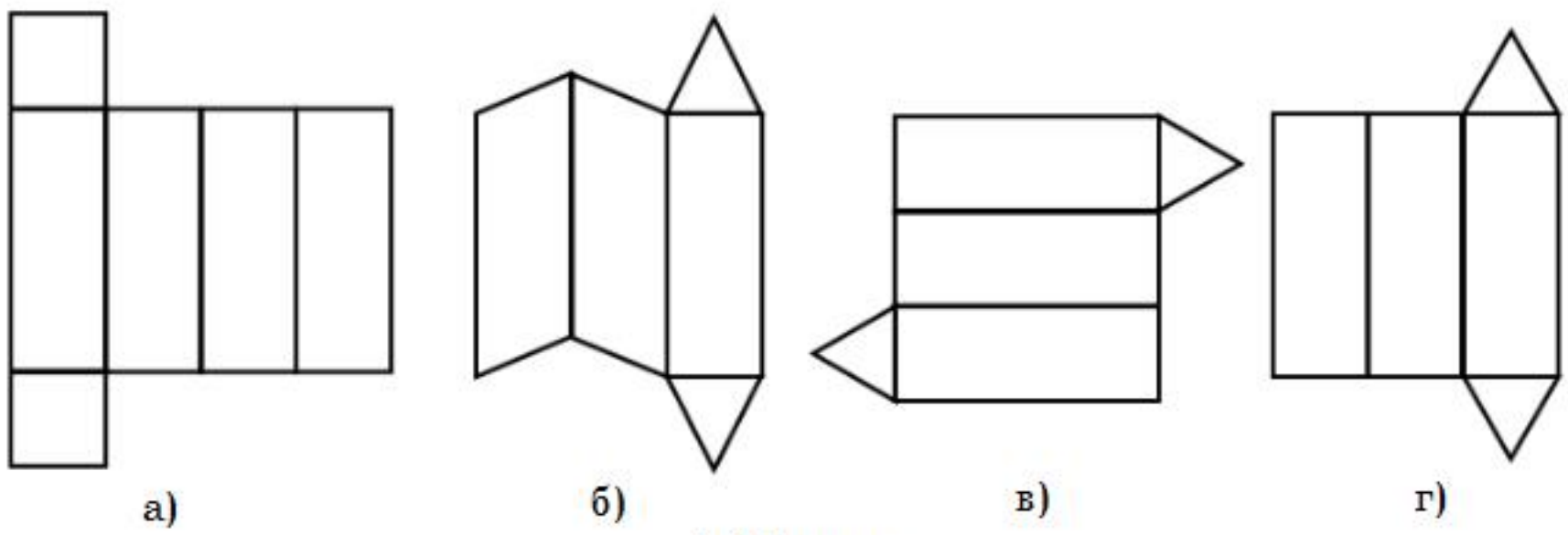
1.11-расм

1.5. 1.12-расмда тасвирланган фигуралардан қайсилари призманинг ёйилмаси бўлади? Шу призманинг турини аниқланг.

1.6. Қирраси 1 см га тенг бўлган кубнинг диагоналини топинг.

1.7. Битта учидан чиқувчи қирралари 2 см, 3 см ва 4 см бўлган тўғри бурчакли параллелепипеднинг диагоналини топинг.

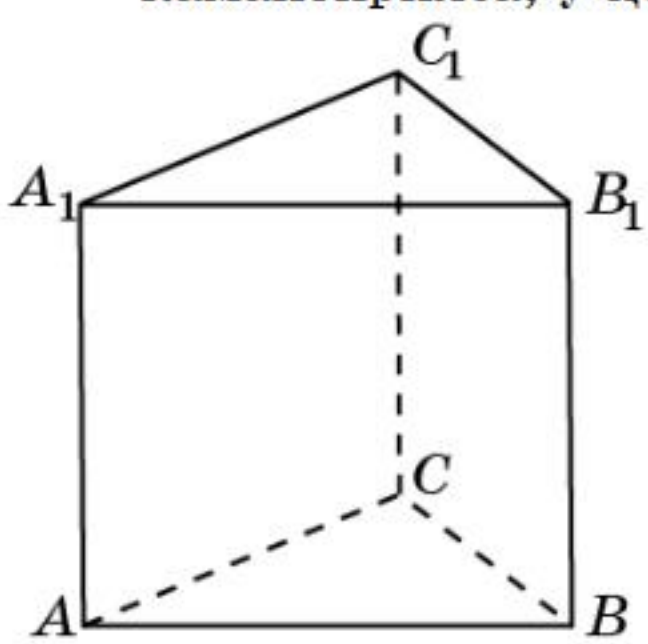
1.8. Призманинг ён қирраси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Призманинг баландлигини топинг.



1.12-расм

1.9. Агар кубнинг барча қирраларининг узунлиги 3 марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?

1.10. Агар тўғри бурчакли параллелепипеднинг барча қирраларини 2 марта камайтирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта камаяди?



1.13-расм

1.11. Агар призманинг барча қирраларининг узунлиги 2 марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?

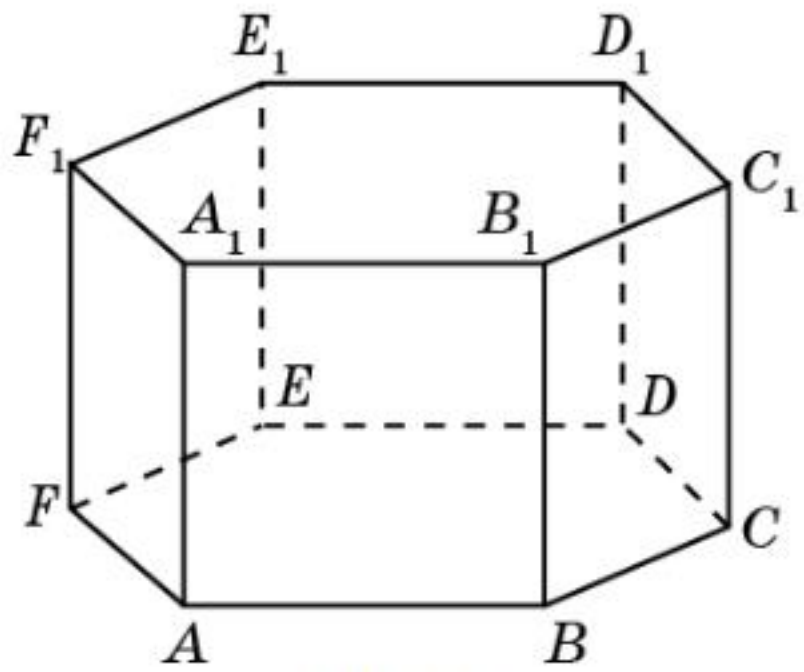
1.12. Битта учидан чиқувчи қирралари мос равишда 5 см, 4 см ва 3 см бўлган тўғри бурчакли параллелепипед сиртининг юзини топинг.

1.13. Барча қирралари 1 см га тенг бўлган мунтазам учбурчакли призма сиртининг юзини топинг (1.13-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.14. Барча қирралари 1 см га тенг бўлган мунтазам олтибурчакли призма сиртининг юзини топинг (1.14-расм).



1.14-расм

В

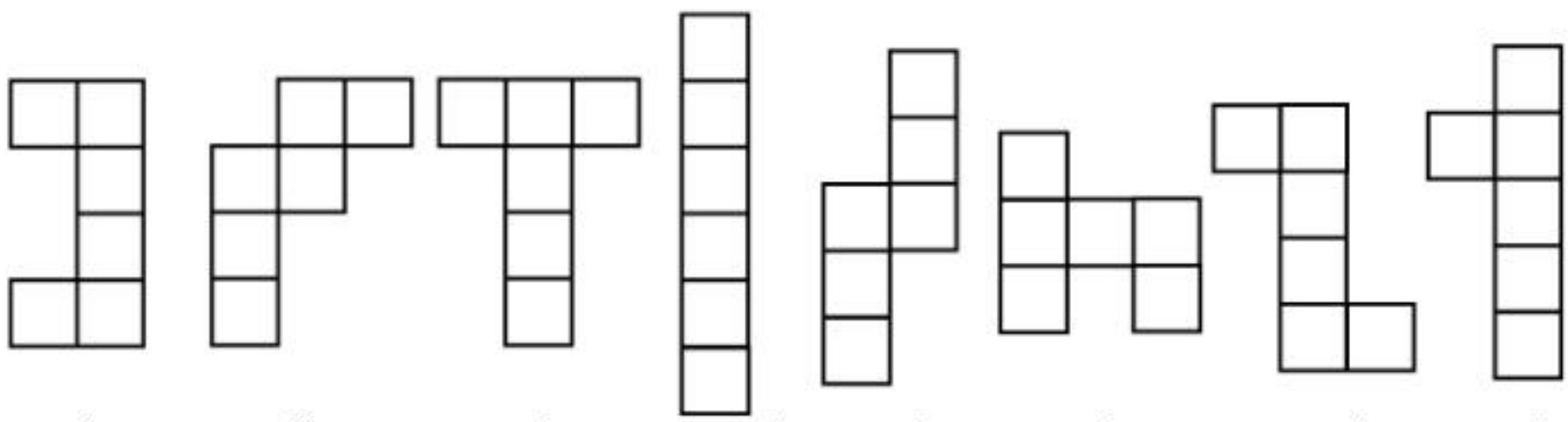
1.15. 1.15-расмда тасвирланган фигуралардан қайси бири кубнинг ёйилмаси бўлади?

1.16. Кубнинг диагонали 1 см га тенг. Кубнинг қиррасини топинг.

1.17. Мунтазам олтибурчакли призманинг ёйилмасини ясанг.

1.18. Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг диагоналини топинг.

1.19. 1.15-расмда тасвирланган фигуралардан қайси бири кубнинг ёйилмаси бўлади?

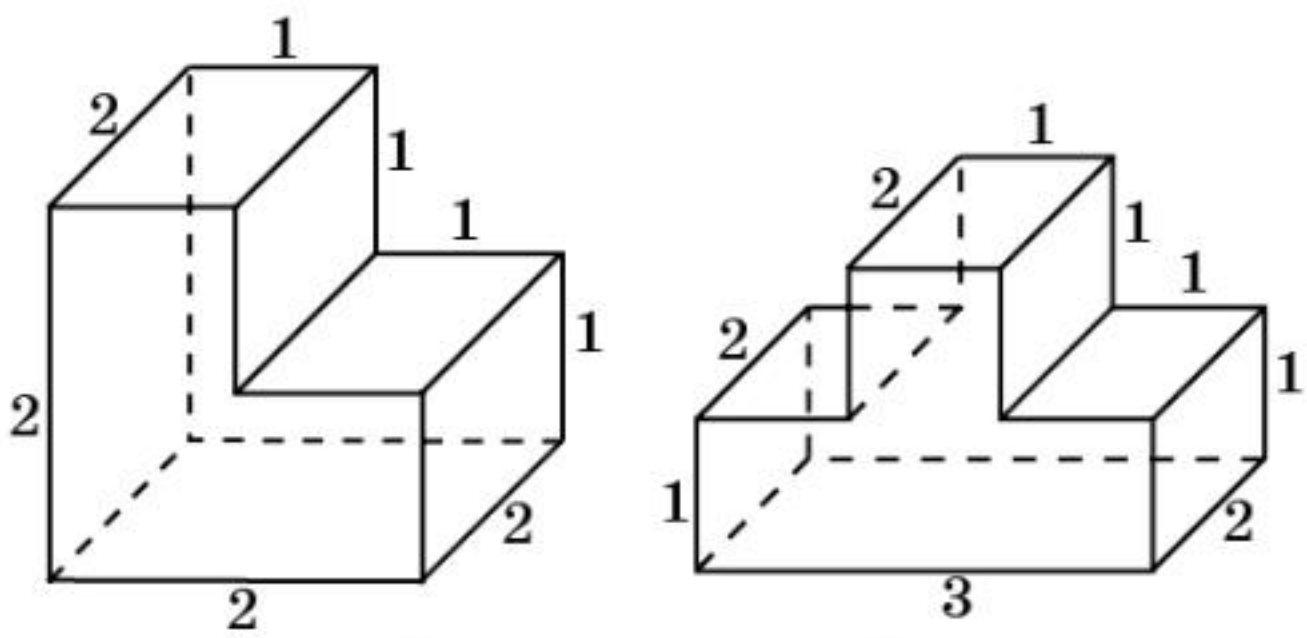


а) б) в) г) д) е) ж) з)

1.15-расм

1.20. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқадиган иккита қирраси 2 см га тенг. Параллелепипед сиртининг юзи 40 см^2 га тенг бўлиши учун шу учидан чиқадиган учинчи қирраси қандай бўлиши керак?

1.21. 1.16-расмдаги тўғри бурчакли параллелепипедлардан тузилган фигуралар сиртларининг юзасини топинг.



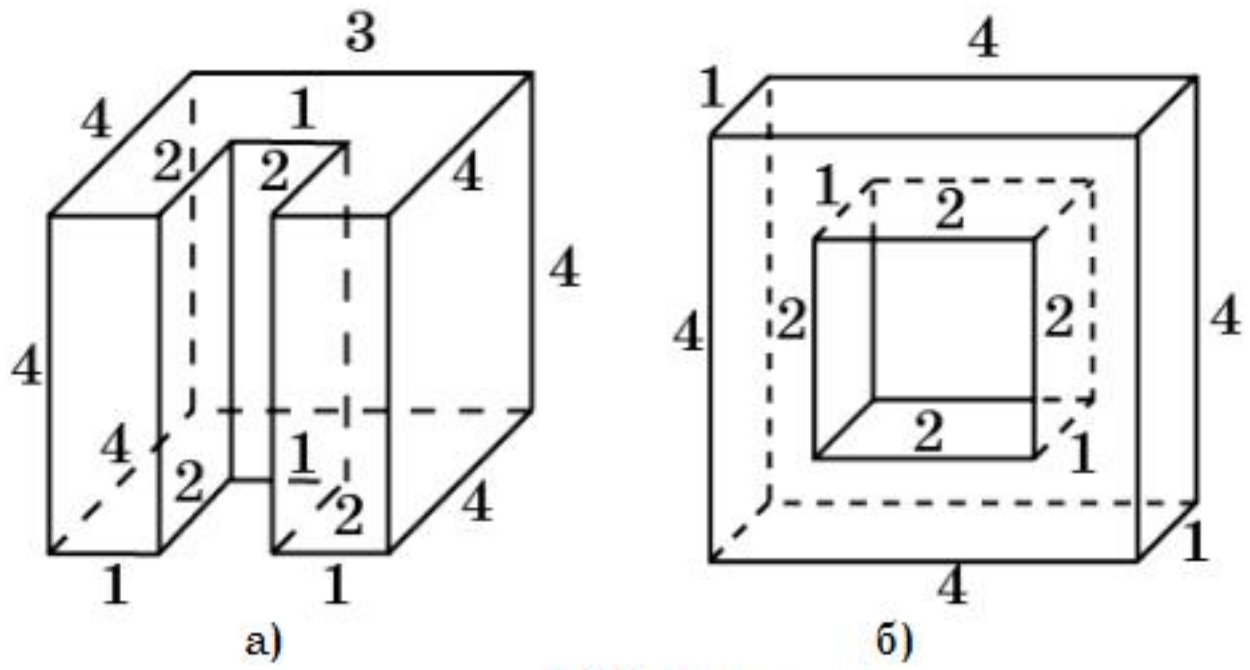
а) б)

1.16-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

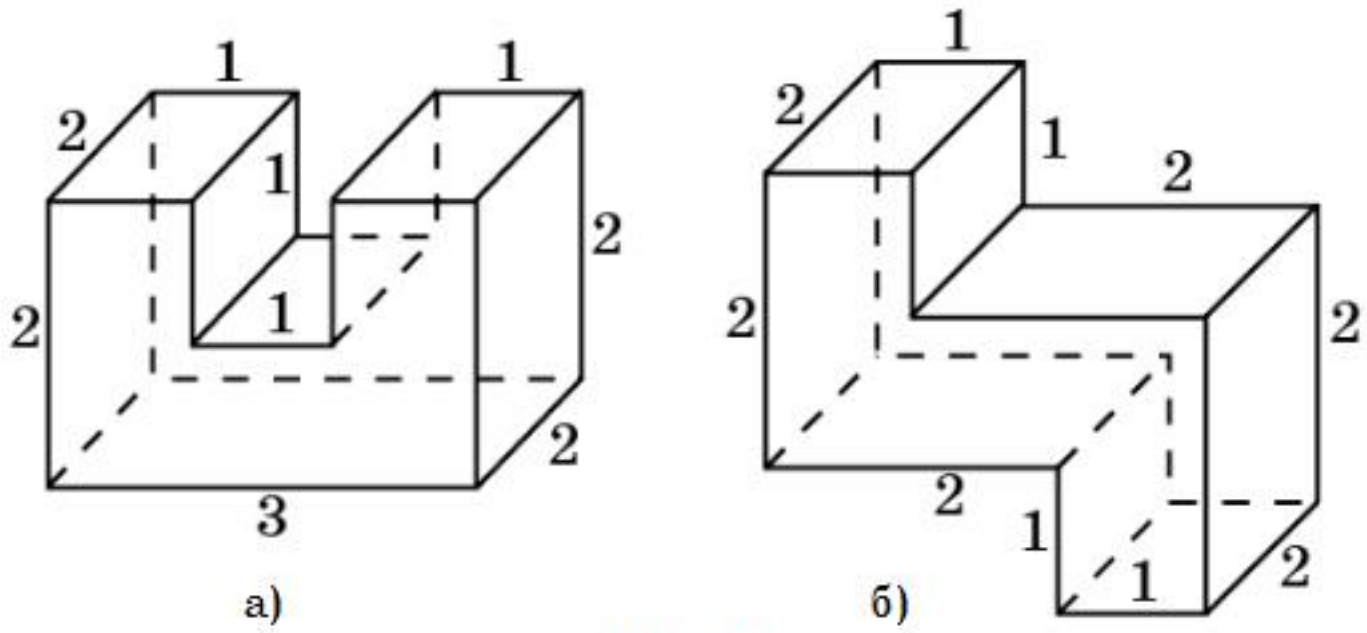
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.22. 1.17-расмда берилган тўғри бурчакли параллелепипедлардан тузилган фигуралар сиртларининг юзини топинг.



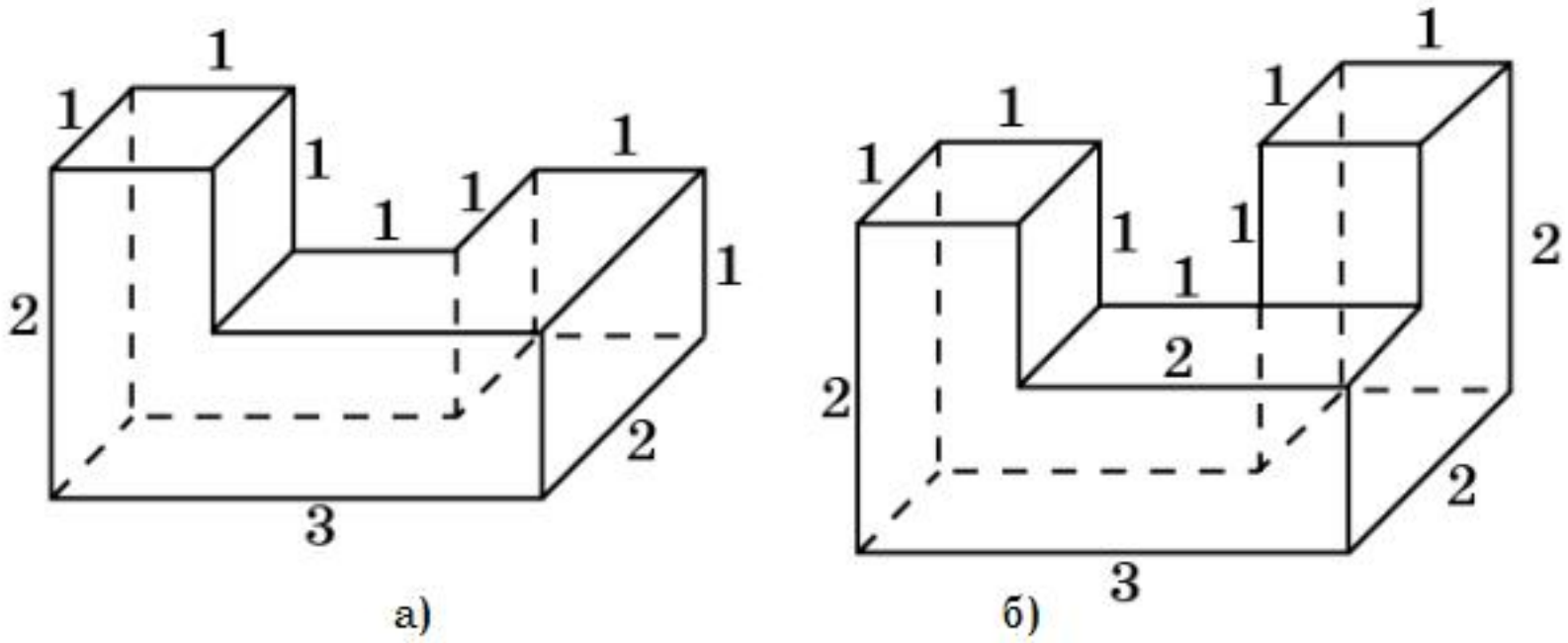
1.17-расм

1.23. 1.18-расмдаги тўғри бурчакли паллелепипедлардан тузилган фигуралар сиртларининг юзини топинг.



1.18-расм

1.24. 1.19-расмдаги тўғри бурчакли паллелепипедлардан тузилган фигуралар сиртларининг юзини топинг.

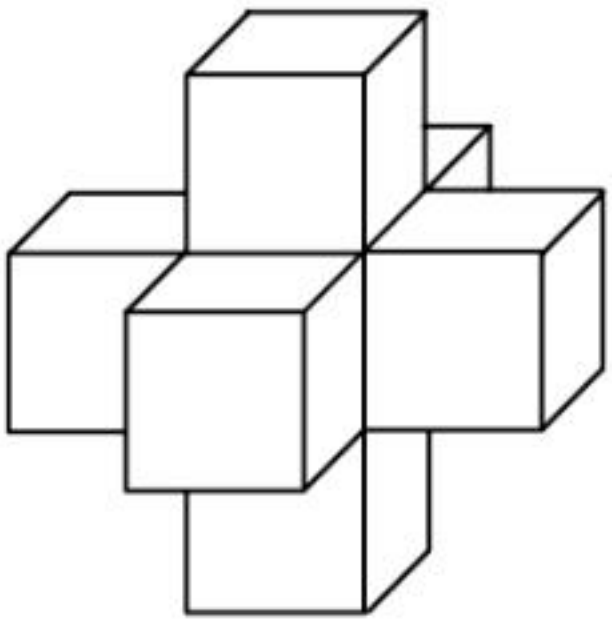


1.19-расм

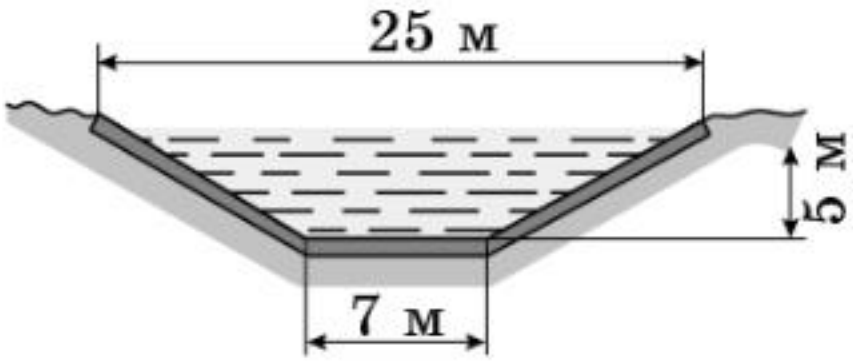
1.25. 1.20-расмдаги фазовий жисмни ташкил этувчи кубларнинг қирралари 1 см га тенг деб олиб, жисм сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



1.20-расм

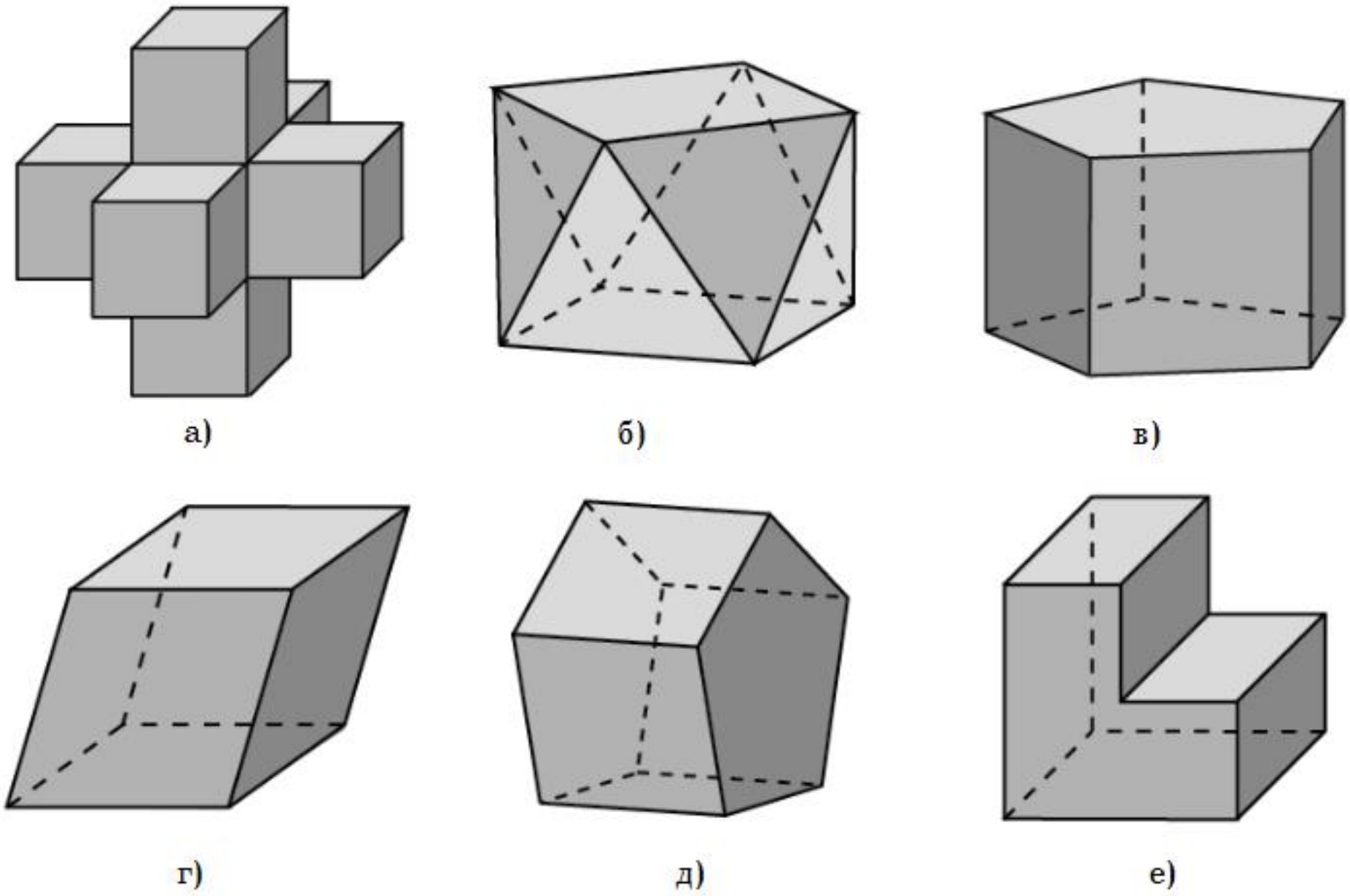


1.21-расм

1.26. 1.21-расмда сув йўли каналининг кўндаланг кесими кўрсатилган. Каналнинг пастки ва ён ёқлари бетонланган. Каналнинг ҳар бир километрида бетон билан ёпилган юзани топинг.

C

1.27. 1.22-расмда тасвирланган фигураларнинг қайси бири қаварик ва қаварик бўлмаган кўпёқлар бўлади?

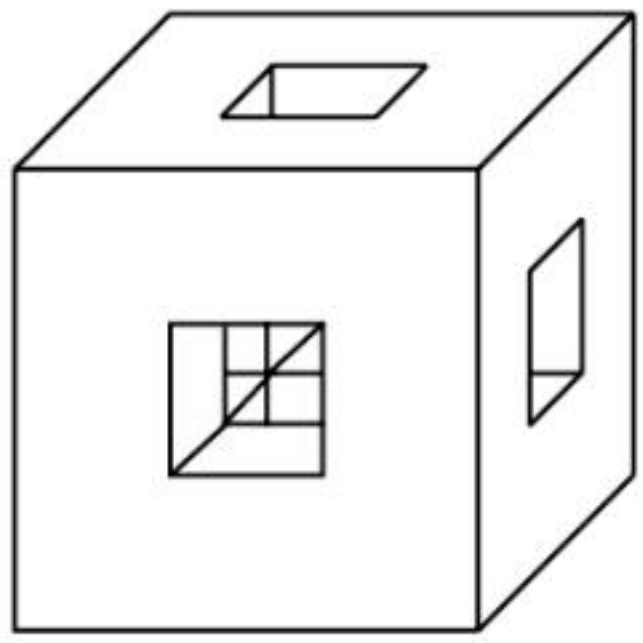


1.22-расм

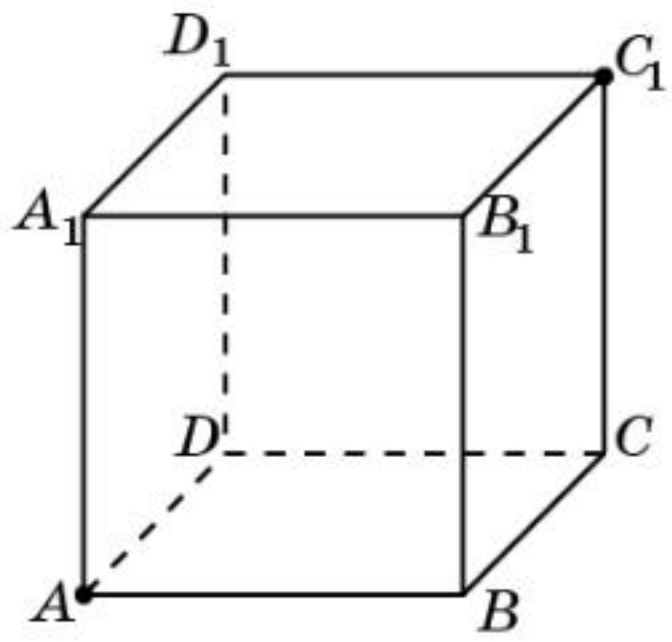
1.28. Қирраси 6 см га тенг бўлган кубнинг ҳар бир ёғидан бир-бирига ўтувчи квадратли тешиклар ясалди (1.23-расм). Квадратнинг томони 2 см га тенг. Кубнинг қолган қисми сиртининг юзасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



1.23-расм



1.24-расм

1.29. Бирлик кубнинг бир учидан унга қарама-қарши учигача бўлган унинг сиртидаги энг қисқа масофани топинг (1.24-расм).

1.30. Қаварик бўлмаган кўпбурчак қаварик кўпёқнинг бир ёғи бўладими?

1.31. Қаварик фигуралар билаштирилса, қаварик фигура пайдо бўладими?

1.32. Ҳамма ёқлари қаварик кўпбурчак бўладиган қаварик бўлмаган кўпёққа мисол келтиринг.

1.33. Агар кўпёқнинг ёқлари фақатгина учбурчаклар бўлса, у ҳолда ёқларининг учланган сони унинг қирраларининг иккиланган сонига тенг бўлишини исботланг. Агар кўпёқ қирраларининг сони 6 га тенг бўлса, у ҳолда унинг ёқларининг сони нечта? Бундай кўпёққа мисол келтиринг.

1.34. Агар кўпёқнинг ёқлари фақатгина тўртбурчаклар бўлса, у ҳолда ёқларининг тўртланган сони унинг қирраларининг иккиланган сонига тенг бўлишини исботланг. Агар кўпёқ ёқларининг сони 6 га тенг бўлса, у ҳолда унинг қирраларининг сони нечта? Бундай кўпёққа мисол келтиринг.

1.35. Агар кўпёқнинг ҳар учидан учта қирра чиқадиган бўлса, у ҳолда учларининг учланган сони унинг қирраларининг иккиланган сонига тенг бўлишини исботланг. Агар кўпёқ қирраларининг сони 15 га тенг бўлса, у ҳолда унинг учларининг сони нечта? Бундай кўпёққа мисол келтиринг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

1.36. Пирамида тушунчасини аниқлаб кўринг. Унинг сирти қандай кўпбурчаклардан ташкил этилган?

2-§. Пирамида ва кесик пирамида. Пирамиданинг, кесик пирамиданинг ёйилмаси, ён сирти ва тўла сиртининг юзалари

Пирамида деб бир ёғи исталган кўпбурчакдан, қолган ёқлари эса учлари умумий бўлган учбурчаклардан тузилган кўпёққа айтилади.

Кўпбурчак пирамиданинг *асоси*, учбурчаклар эса пирамиданинг *ён ёқлари* деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

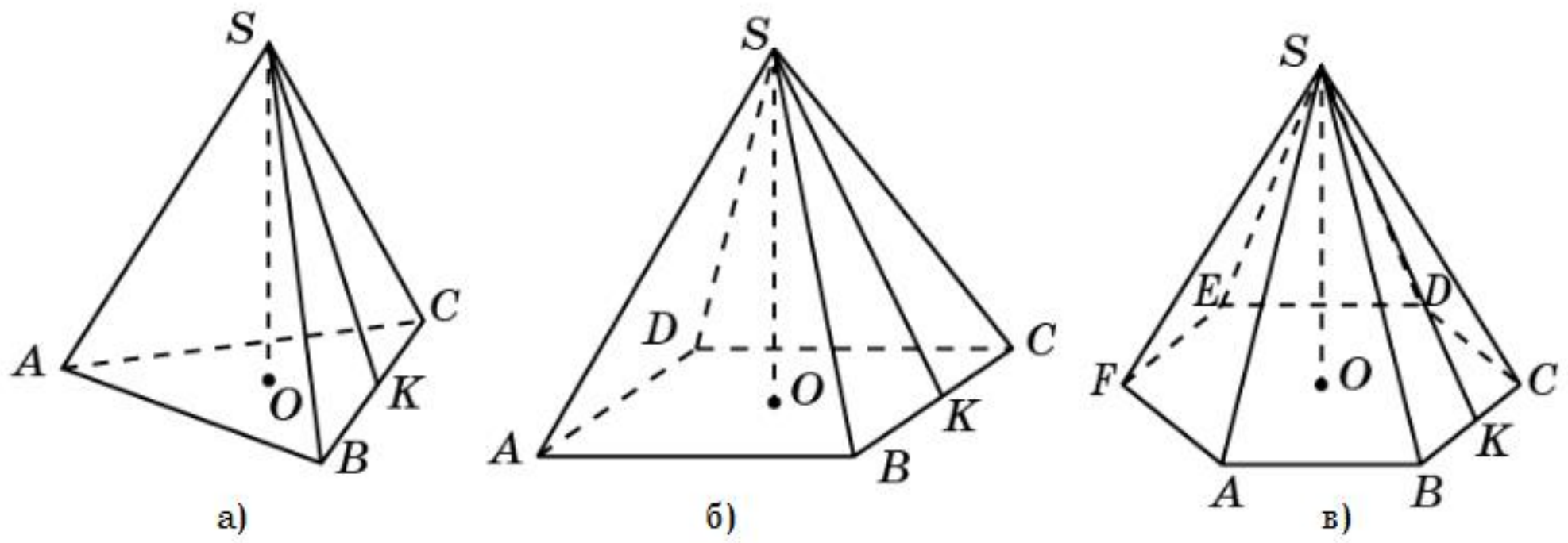
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ён ёқларининг умумий учи пирамиданинг учи, учидан чиқадиган қирралари эса пирамиданинг *ён қирралари* деб аталади. Пирамиданинг учидан ўтказилган ён ёғининг баландлиги пирамиданинг апофемаси деб аталади.

Пирамидаларнинг асосида ётган кўпбурчакларга (учбурчаклар, тўртбурчаклар, бешбурчаклар ва ҳ.к.о) боғлиқ мос равишда учбурчакли, тўртбурчакли, бешбурчакли ва ҳ.к.о бўлиб бўлинади.

Агар пирамиданинг асоси n бурчак бўлса, у ҳолда у *n бурчакли пирамида* дейилади.

2.1-расмда учбурчакли, тўртбурчакли, олтибурчакли пирамидалар тасвирланган.



2.1-расм

Пирамида унинг учлари орқали белгиланади, масалан: $SABC$ учбурчакли пирамида (2.1, а-расм), $SABCD$ тўртбурчакли пирамида (2.1, б-расм), $SABCDEF$ олтибурчакли пирамида (2.1, в-расм). Биринчи умумий учи кўрсатилиб ёзилади.

Асосида мунтазам кўпбурчак ётадиган ва барча ён қирралари ўзаро тенг бўлган пирамида *мунтазам* пирамида дейилади.

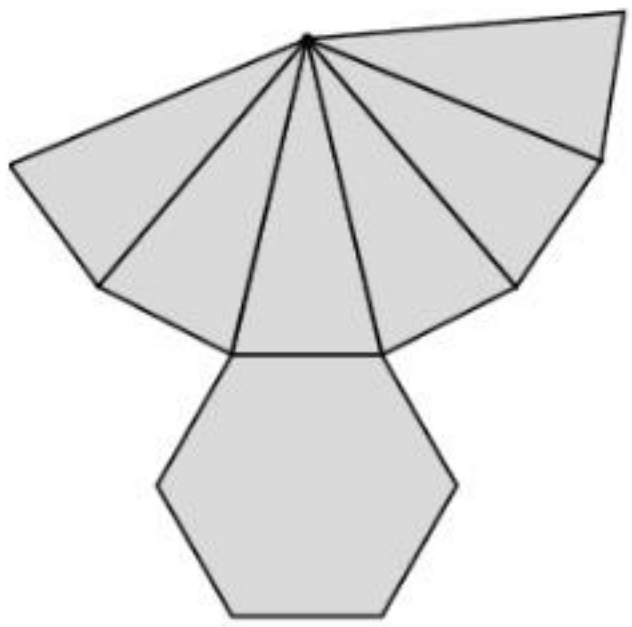
Пирамиданинг учидан унинг асос текислигига туширилган перпендикуляр *апофемаси* тасвирланган.

Сиз қандай ўйлайсиз, тетраэдр учбурчакли пирамида бўладими?

Пирамиданинг учидан унинг асос текислигига туширилган перпендикуляр пирамиданинг *баландлиги* дейилади. 2.1-расмда пирамиданинг SO баландлиги ва SK апофемаси тасвирланган.

2.2-расмда мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ёйилмаси тасвирланган.

Пирамиданинг ён сирти деб шу пирамиданинг барча ён ёқларидан ташкил топган сиртга



2.2-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

айтилади. Бундан пирамиданинг *ён сиртининг юзи* унинг барча ён ёқларининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади.

Теорема. ***Мунтазам пирамиданинг ён сиртининг юзи унинг асосининг ярим периметри билан апофемасининг кўпайтмасига тенг бўлади:***

$$S_{ён} = \frac{1}{2}Pl,$$

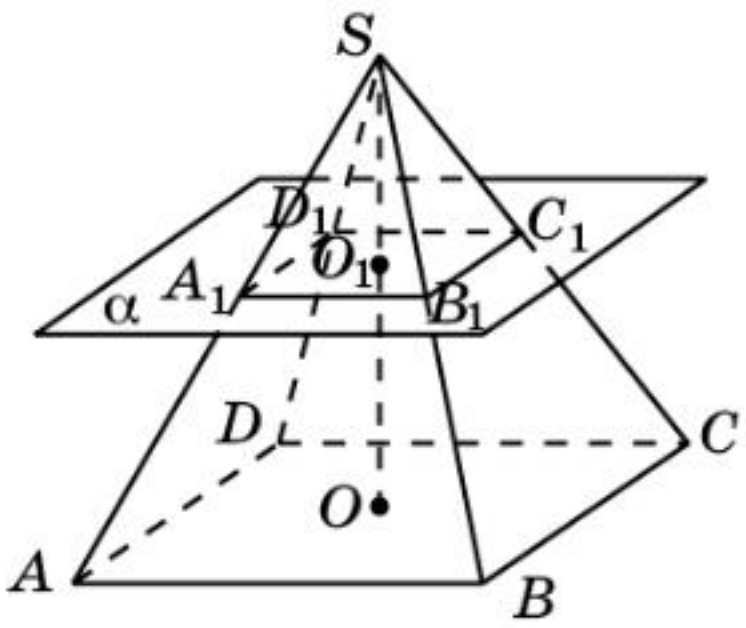
бунда l — пирамиданинг апофемаси, ал P — асосининг периметри.

Бу теоремани мустақил исботланг.

Пирамиданинг тўла сиртининг юзи унинг ён сирти билан асосининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$S_{пирамида} = S_{ён} + S_{асос}.$$

Пирамиданинг асосига параллел ва ён қирраларини кесиб ўтувчи текисликни кўриб чиқамиз. Шу текислик билан асос текислиги орасидаги чегараланган пирамиданинг қисми кесик пирамида дейилади (2.3-расм).



2.3-расм

Берилган пирамиданинг асоси ва пирамиданинг текислик билан кесимидан пайдо бўлган кўпбурчак *кесик пирамиданинг асослари* деб аталади.

Кесик пирамида унинг асосларининг учлари билан белгиланади, масалан, 2.3-расмда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўртбурчакли кесик пирамида тасвирланган.

Кесик пирамида асосларининг томонлари жуфт-жуфти билан параллел, бундан *кесик пирамиданинг ён ёқлари* трапециялар бўлади. Ён ёқларидан тузилган сирт *кесик пирамиданинг ён сирти* дейилади

Кесик пирамида ён ёқларинг умумий қирралари унинг *ён қирралари* дейилади.

Кесик пирамидалар асосида ётган кўпбурчакларга (учбурчаклар, тўртбурчаклар, бешбурчаклар ва хакозо) боғлиқ мос равишда учбурчакли, тўртбурчакли, бешбурчакли ва хоказо бўлиб бўлинади.

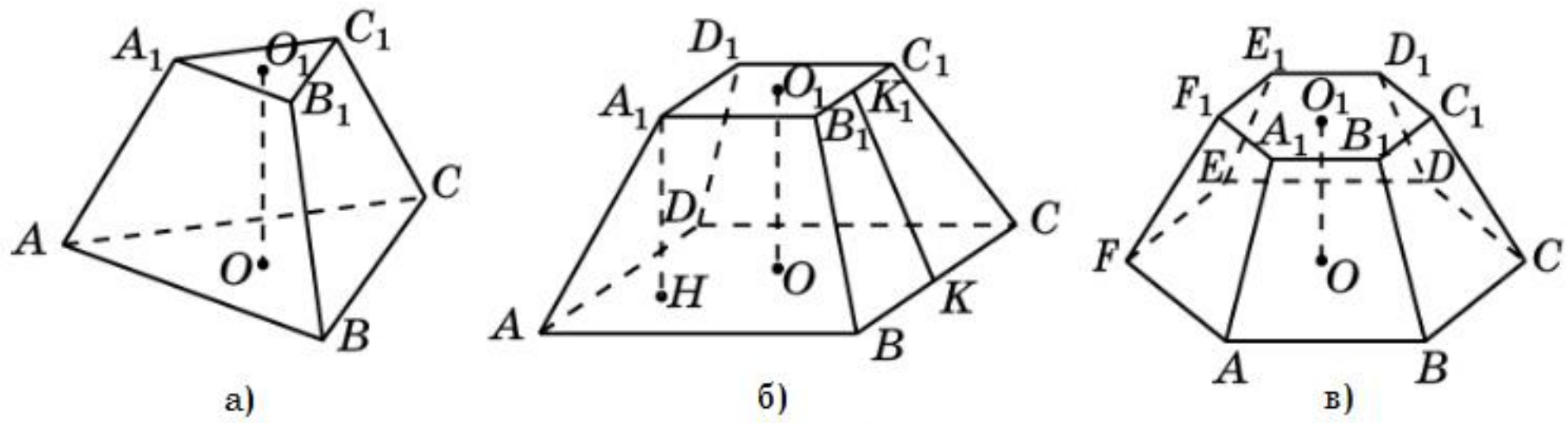
2.4-расмда учбурчакли кесик пирамида (2.4, а-расм), тўртбурчакли кесик пирамида (2.4, б-расм) ва олтибурчакли кесик пирамида (2.4, в-расм) тасвирланган.

Мунтазам пирамидадан олинган кесик пирамида *мунтазам кесик пирамида* деб аталади.

Ён ёғининг баландлиги мунтазам кесик пирамиданинг *апофемаси* деб аталади. 2.4, б-расмда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кесик пирамиданинг KK_1 апофемаси тасвирланган.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



2.4-расм

Битта асосининг исталган нуқтасидан иккинчи асос текислигига туширилган перпендикуляр кесик *пирамиданинг баландлиги* дейилади. 2.4-расмда кесик пирамиданинг OO_1 баландлиги тасвирланган ва унинг узунлигини асослари орасидаги масофа деб аташ мумкин.

Кесик пирамиданинг ёйилмаси иккита ўхшаш кўпбурчаклар (кесик пирамиданинг асослари) билан трапециялардан (кесик пирамиданинг ён ёқлари) ташкил топган.

Кесик пирамиданинг ён сирти деб шу кесик пирамиданинг барча ён ёқларидан тузилган сиртга айтилади. Бундан кесик *пирамиданинг ён сиртининг юзи* унинг барча ён ёқларининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади.

Теорема. ***Мунтазам кесик пирамида ён сиртининг юзи унинг асосларининг периметрларининг йиғиндисининг ярмини апофемасига кўпайтирилганига тенг бўлади:***

$$S_{ён} = 1/2\ (P + P_1)l,$$

бунда P ва P_1 — кесик пирамида асосларининг периметрлари, l — апофемаси.

Бу теоремани мустақил исботланг.

Кесик пирамиданинг тўла сиртининг юзи унинг ён сирти билан асосининг юзаларининг йиғиндисига тнг бўлади, яъни қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$S_{\text{кесик пирамида}} = S_{ён} + S_{асос_1} + S_{асос_2}.$$

Саволлар

1. Қандай кўпёқ пирамида деб аталади?
2. Қандай пирамида мунтазам пирамида деб аталади?
3. Пирамиданинг баландлиги деганда нимани тушунасиз?
4. Қандай кўпёқ кесик пирамида дейилади?
5. Қандай кесик пирамида мунтазам деб аталади?
6. Кесик пирамиданинг баландлиги деганда нимани тушунасиз?
7. Пирамиданинг сиртининг юзаси қандай ҳисобланади?
8. Кесик пирамиданинг сиртининг юзаси қандай ҳисобланади?

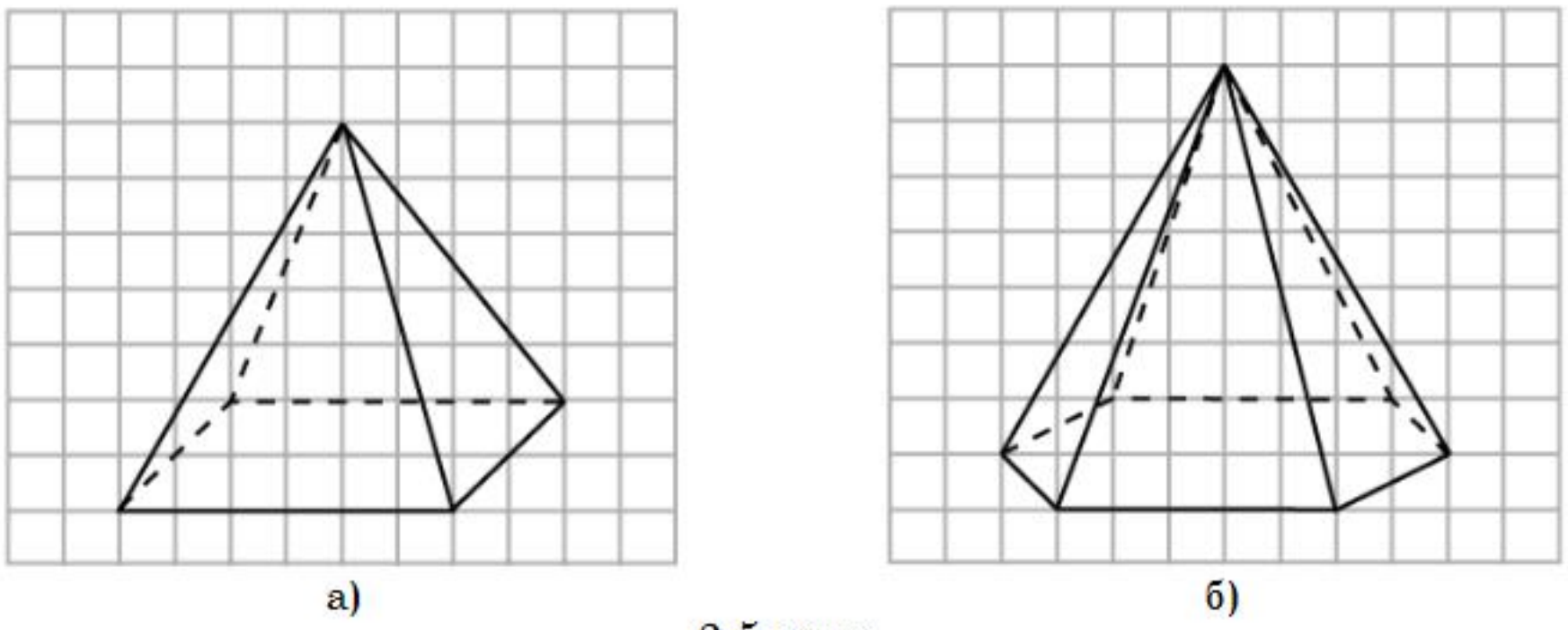
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

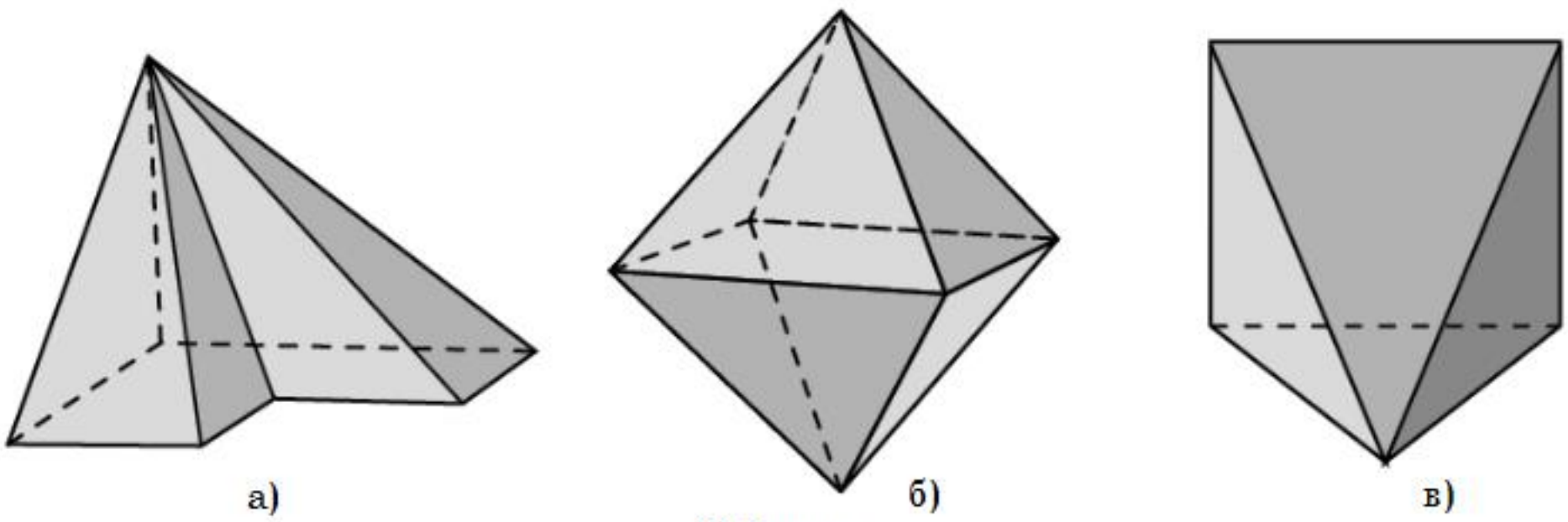
А

2.1. Катак қоғозга 2.5-расмдагига ўхшаш пирамида чизинг ва унинг баландлигини ўтказинг.



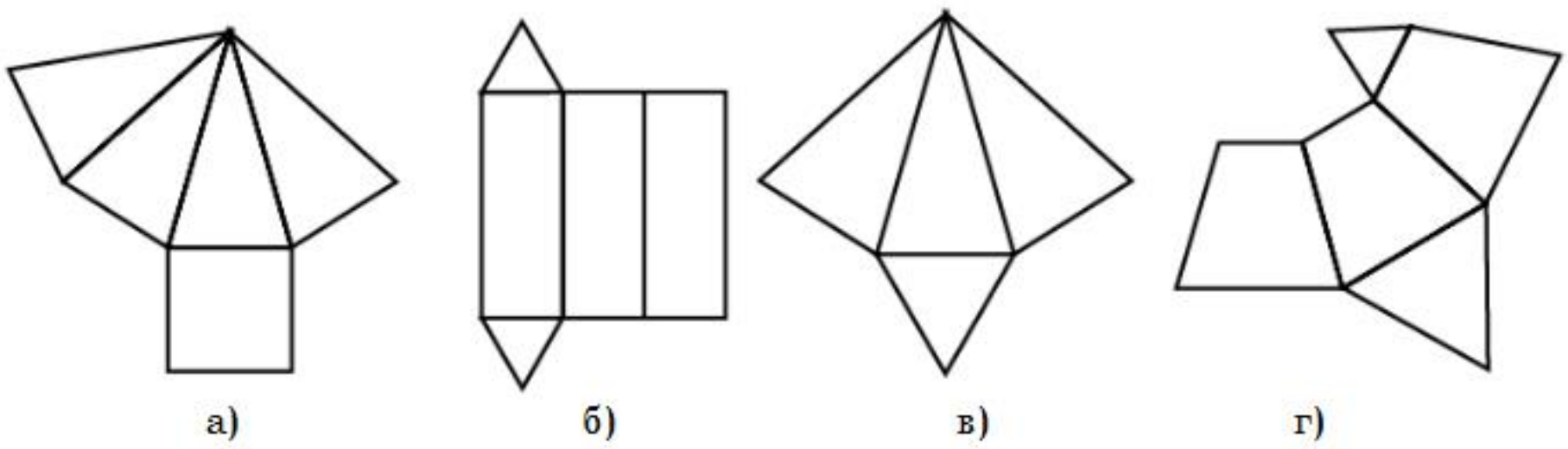
2.5-расм

2.2. 2.6-расмда тасвирланган фигуралардан қайси бири пирамида бўлади?



2.6-расм

2.3. 2.7-расмда тасвирланган фигуралардан қайси бири пирамиданинг ёйилмаси бўлади? Уларнинг турини аниқланг.



2.7-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

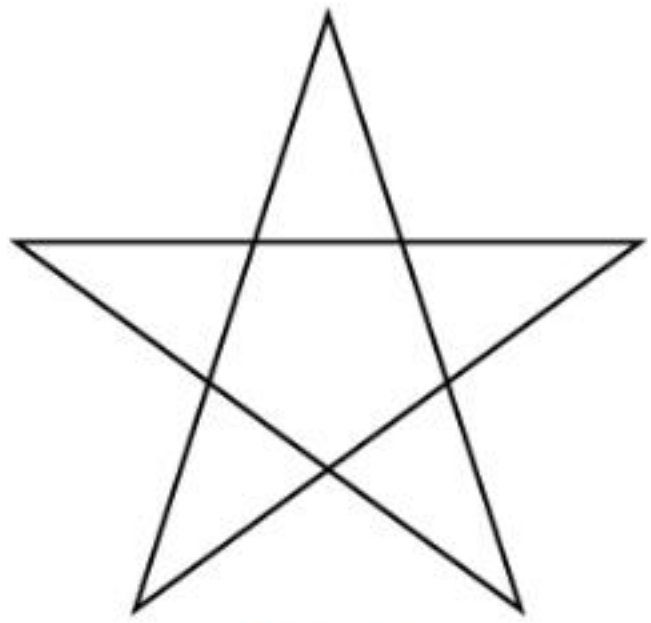
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2.4. 2.8-расмда тасвирланган фигура қандай кўпёқнинг ёйилмаси бўлади?

2.5. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ёйилмасини ясанг.

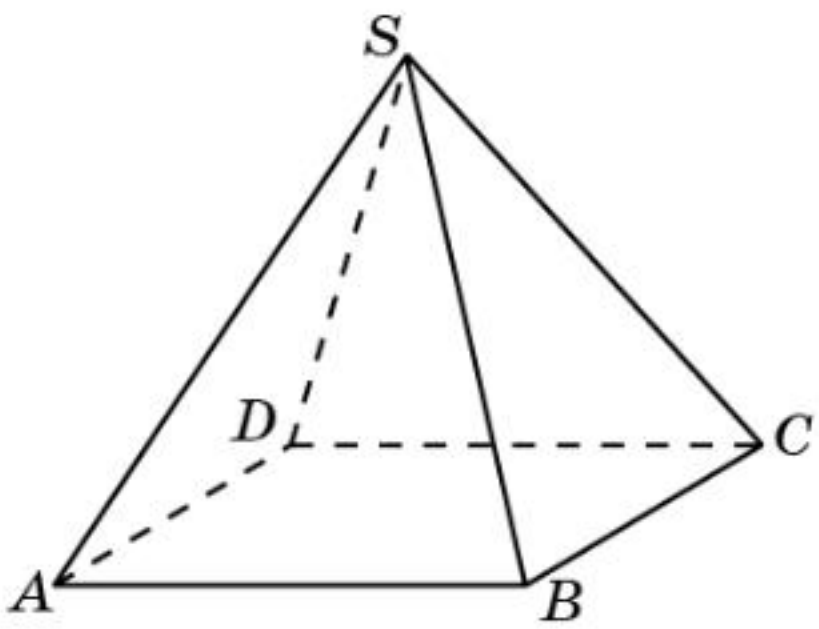
2.6. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ҳамма қирралари 1 см га тенг. Пирамиданинг тўла сиртининг юзини топинг.

2.7. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ҳамма қирралари 1 см га тенг. Пирамиданинг тўла сиртининг юзини топинг (2.9-расм).

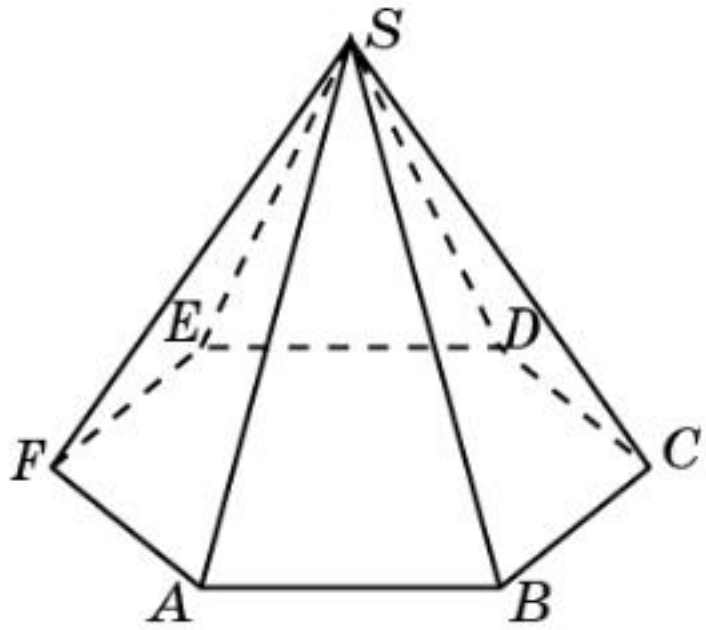


2.8-расм

2.8. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг асосининг томони 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Пирамиданинг тўла сиртининг юзини топинг (2.10-расм).



2.9-расм



2.10-расм

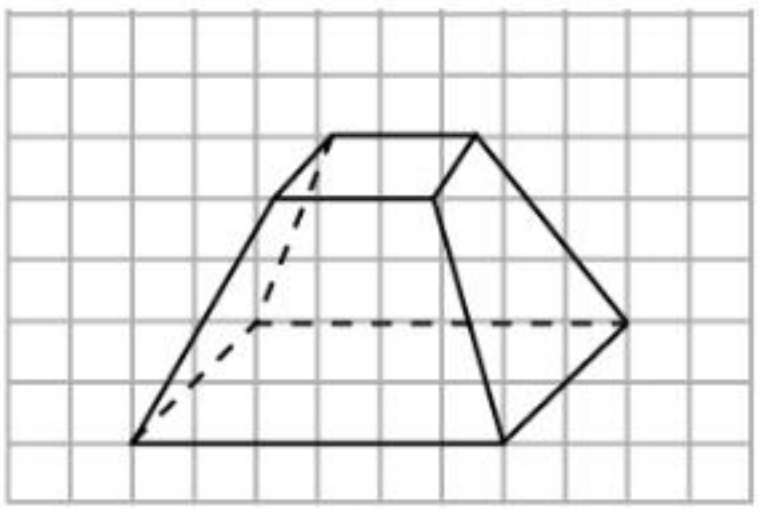
B

2.9. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг асосининг томони 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Пирамиданинг баландлигини топинг.

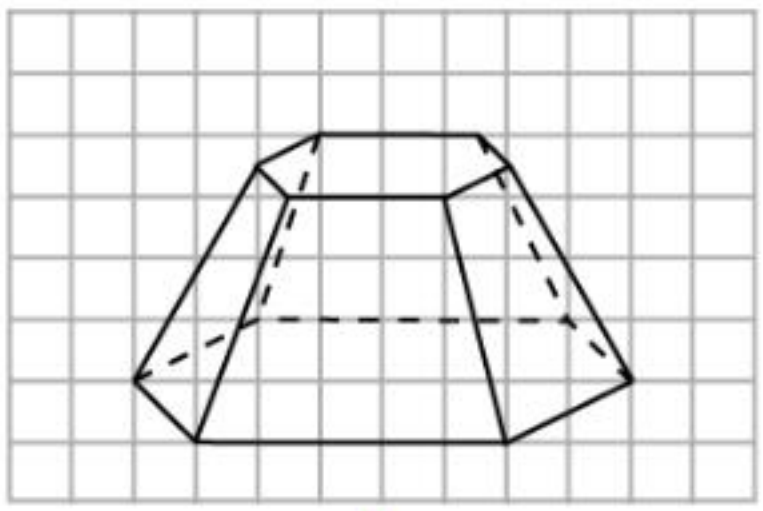
2.10. Агар пирамиданинг барча қирраларини 2 марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?

2.11. Агар пирамиданинг барча қирраларини 3 марта камайтирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта камаяди?

2.12. Катак қоғозга 2.11-расмдагига ўхшаш кесик пирамида чизинг.



а)



б)

2.11-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2.13. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг ёйилмасини ясанг.

C

2.14. Мунтазам олтибурчакли кесик пирамиданинг ёйилмасини ясанг.

2.15. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг асосларининг томонлари 4 см ва 2 см га, ён қирраси эса 3 см га тенг. Пирамиданинг баландлигини топинг.

2.16. Мунтазам олтибурчакли кесик пирамиданинг асосларининг томонлари 2 см ва 1 см га, баландлиги эса 3 см га тенг. Пирамиданинг ён қиррасини топинг.

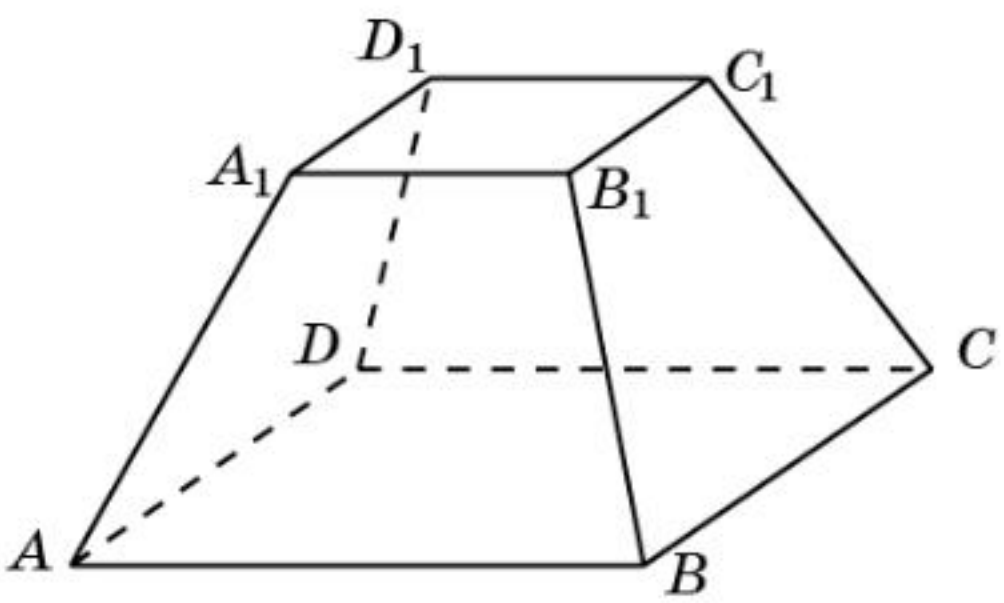
2.17. Нур-Султан шаҳридаги Тинчлик ва ҳамжиҳатлик саройи мунтазам тўртбурчакли пирамида шаклида қурилган (2.12-расм). Унинг баландлиги билан асосининг томони 62 м га тенг. Пирамиданинг ён сиртининг юзини топинг.

2.12-расм

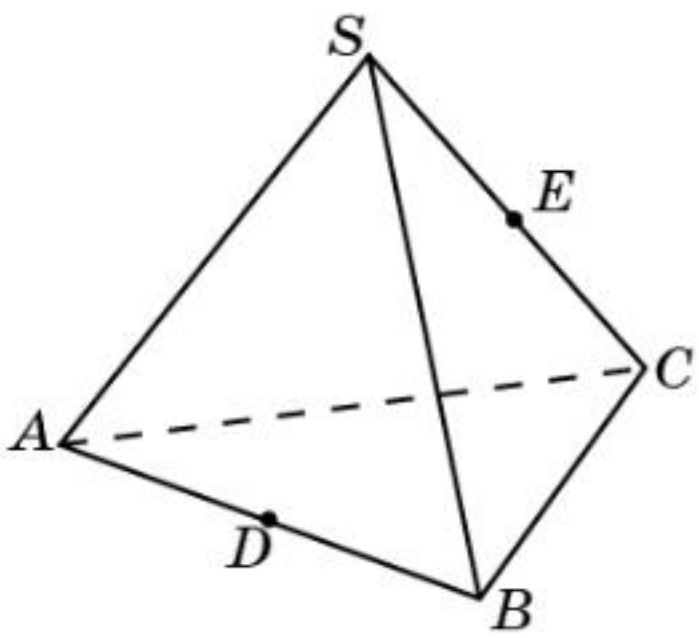
2.13-расм

2.18. Қадимги Мисрда энг катта иморатлардан бири — Хеопс пирамидаси — мунтазам тўртбурчакли пирамида. Унинг баландлиги тахминан 140 м га, асосининг юзи 5,3 га га тенг (2.13-расм). Ушбу пирамиданинг ён сиртининг юзини топинг.

2.19. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг асосларининг томонлари 1 см ва 2 см га, ён қирраси эса 1 см га тенг. Пирамиданинг тўла сиртининг юзини топинг (2.14-расм).



2.14-расм



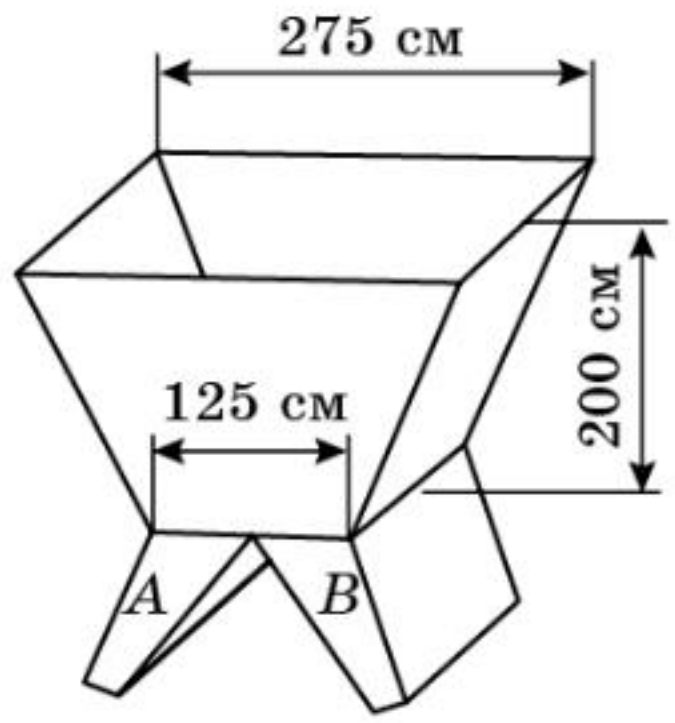
2.15-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2.20. $SABC$ мунтазам пирамиданинг AB ва SC қирраларининг ўрталарини туташтирувчи пирамида сиртидаги энг қисқа масофани топинг (2.15-расм).

2.21. 2.16-расмда буғдой сақланадиган идиш (бункер) тасвирланган. Унинг асосий қисмининг сиртини мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг ён сирти ташкил этади. Расмда кўрсатилган ўлчамлари (см ларда) бўйича идишни ясаш учун (A ва B қисмларини ҳисобга олмаганда) неча квадрат дециметр тунука керак эканлигини ҳисобланг.



2.16-расм

2.22. Агар кўпёқнинг ҳар бир учидан тўртта қирраси чиқадиган бўлса, у ҳолда учларининг тўртланган сони унинг қирраларининг иккиланган сонига тенг бўлишини исботланг. Агар кўпёқнинг учларининг сони 6 га тенг бўлса, у ҳолда унинг қирраларининг сони нечта? Бундай кўпёққа мисол келтиринг.

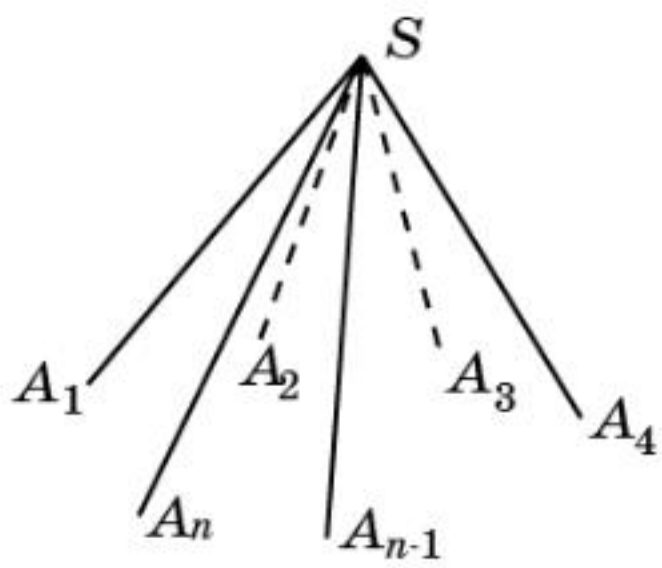
Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

2.23. Текисликда кўпбурчакнинг таърифини ва қаварик кўпбурчак бурчакларининг йиғиндиси ҳақидаги теоремани такрорланг.

3-§. Кўп ёқли бурчак

"Текисликдаги кўпбурчак" тушунчасига ўхшаш фазода "кўп ёқли сирт" билан "кўп ёқли бурчак" тушунчаларини аниқлаймиз.

Кўп ёқли сирт деб S умумий учга эга бўлган A_1SA_2, A_2SA_3, ... , $A_{n-1}SA_n$, A_nSA_1 ясси бурчакларнинг чекли сонидан ташкил топган сиртга айтилади. Бундай ҳолда қўши бурчакларнинг умумий томонларининг нуқталаридан бошқа умумий нуқталарининг бўлмаслиги, қўшни бўлмаган бурчакларининг эса умумий учдан бошқа умумий нуқталари бўлмаслиги керак (3.1-расм).



3.1-расм

Кўп ёқли сиртдан ва у билан чегараланган фазонинг бир қисмидан тузилган фигура *кўп ёқли бурчак* деб аталади.

Ясси бурчакларнинг S умумий учи *кўп ёқли бурчакнинг учи* деб аталади. SA_1, SA_2, ... , SA_n нурлар *кўп ёқли бурчакнинг қирралари*, A_1SA_2, A_2SA_3, ... , $A_{n-1}SA_n$, A_nSA_1 ясси бурчаклар эса *кўп ёқли бурчакнинг ясси бурчаклари* деб аталади.

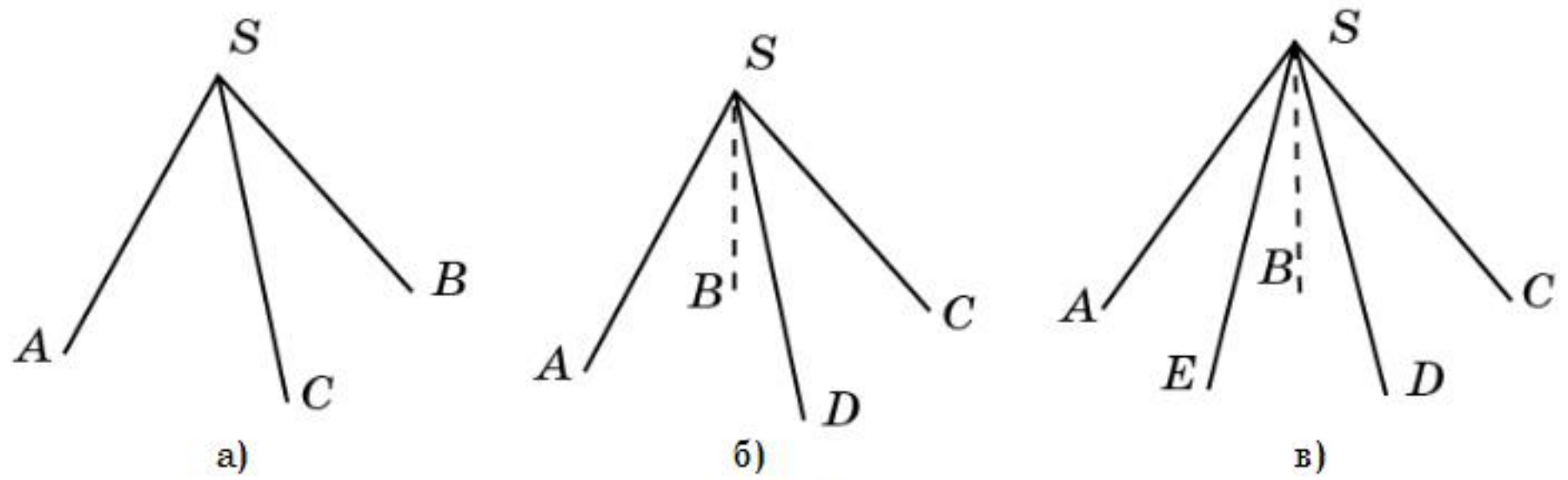
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шундай қилиб, кўп ёқли бурчакнинг сирти ясси бурчаклардан ташкил топади. Кўп ёқли бурчакнинг иккита қўшни ёқлари икки ёқли бурчакни ясайди ва уни биз *кўп ёқли бурчакнинг икки ёқли бурчаги* деб атаймиз. Кўп ёқли бурчак унинг учини ва қирраларидаги нуқталарни кўрсатиш орқали белгиланади: $SA_1A_2 \dots A_n$.

Кўп ёқли бурчаклар унинг ёқларининг сонига боғлиқ равишда учёқли (3.2, а-расм), тўртёқли (3.2, б-расм) бешёқли (3.2, в-расм) ва хоказо бурчакларга бўлинади.

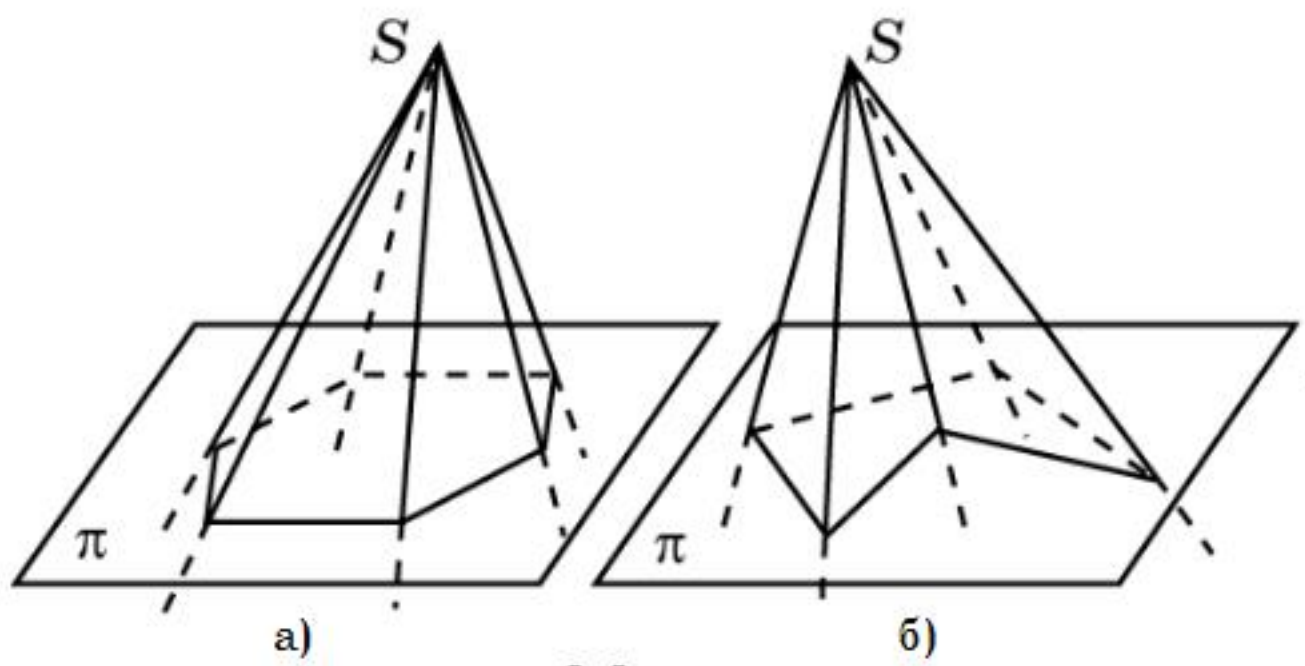
Кўп ёқли бурчаклар қаварик ва қаварик бўлмаган бўлиб бўлинади.



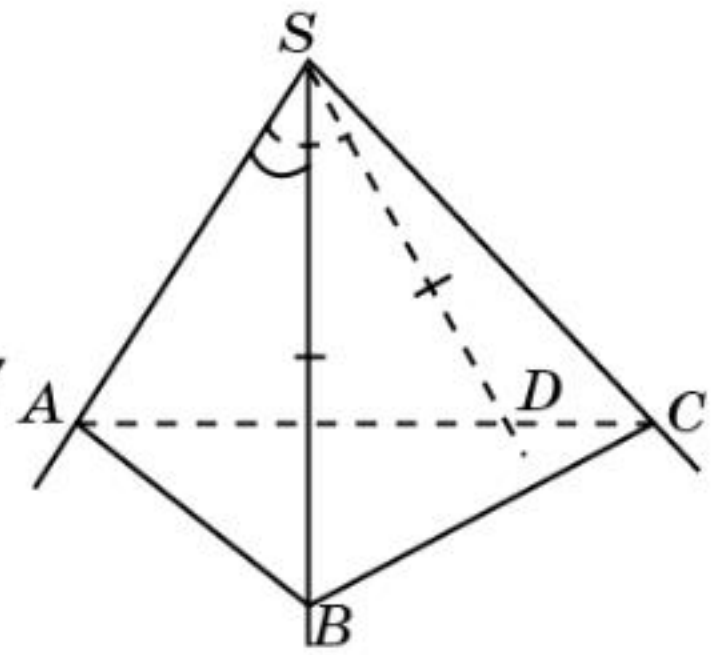
3.2-расм

Агар кўп ёқли бурчак қаварик фигура бўлса, яъни фигурада унинг исталган иккита нуқтаси билан бирга уларни туташтирувчи кесма ётган бўлса, у ҳолда кўп ёқли бурчак *қаварик* дейилади.

3.3-расмда қаварик кўп ёқли бурчак (3.3, а-расм) ва қаварик бўлмаган кўп ёқли бурчак (3.3, б-расм) тасвирланган.



3.3-расм



3.4-расм

Биз фақатгина қаварик кўп ёқли бурчакларни кўриб чиқамиз. Учёқли бурчакнинг ясси бурчаклари учун учбурчак тенгсизлигига ўхшаш тенгсизлик тўғри бўлади.

1-теорема. ***Учёқли бурчакнинг битта ясси бурчагининг ўлчами унинг бошқа иккита ясси бурчакларининг ўлчамларининг йиғиндисидан кичик бўлади.***

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Исботи. $SABC$ учёқли бурчакнинг ясси бурчаклари ичидан энг каттаси ASC бурчак бўлсин (3.4-расм). У ҳолда $\angle ASB$ m $\angle ASC < \angle ASC + \angle BSC$; $\angle BSC$ m $\angle ASC < \angle ASC + \angle ASB$ тенгсизлик бажарилади. Шундай қилиб, $\angle ASC < \angle ASB + \angle BSC$ тенгсизликни исботлаш керак бўлади.

ASC ёқда ASB бурчакка тенг ASD бурчак ясаймиз ва $SB = SD$ бўладиган D нуқтани танлаб оламиз. У ҳолда ASB ва ASD учбурчаклар тенг бўлади (иккита томони ва улар орасидаги бурчак бўйича), демак, $AB = AD$ бўлади.

ABC учбурчакни кўриб чиқамиз ва учбурчакнинг $AC < AB + BC$ тенгсизлигидан фойдаланамиз. Тенгсизликнинг иккала томонини $AD = AB$ камайтириб, $DC < BC$ тенгсизликка эга бўламиз. DSC ва BSC учбурчакларда SC — умумий томон, $SD = SB$ ва $DC < BC$. Бу ҳолда катта томон қаршисида катта бурчак ётади, демак, $\angle DSC < \angle BSC$ бўлади. Ушбу тенгсизликнинг иккала томонига ҳам ASB бурчакка тенг бўлган ASD бурчакни қўшиб, изланаётган тенгсизликни оламиз: $\angle ASC < \angle ASB + \angle BSC$.

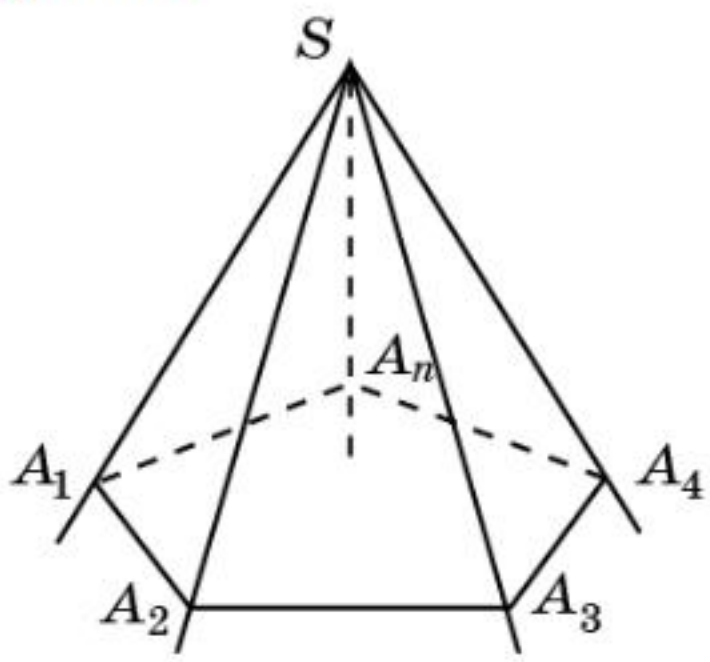
Учёқли бурчакнинг исталган ясси бурчагининг ўлчами унинг бошқа иккита ясси бурчаклари ўлчамларининг айирмасидан катта бўлишини мустақил исботланг.

2-теорема. ***Учёқли бурчакнинг барча ясси бурчакларининг ўлчамларининг йиғиндиси 360° дан кичик бўлади.***

Исботи. $SA_1 \dots A_n$ қаварик кўп ёқли бурчакни кўриб чиқамиз (3.5-расм). Битта текисликда ётмайдиган $A_1, \dots, A_n$ нуқталарни оламиз ва учлари шу нуқталарда бўлган учёқли бурчакнинг ясси бурчакларининг йиғиндиси ҳақидаги теоремадан фойдаланамиз. У ҳолда

$$\angle A_1A_2A_3 < \angle A_1A_2S + \angle SA_2A_3, \dots,$$
$$\angle A_nA_1A_2 < \angle A_nA_1S + \angle SA_1A_2$$

тенгсизликка эга бўламиз.



3.5-расм

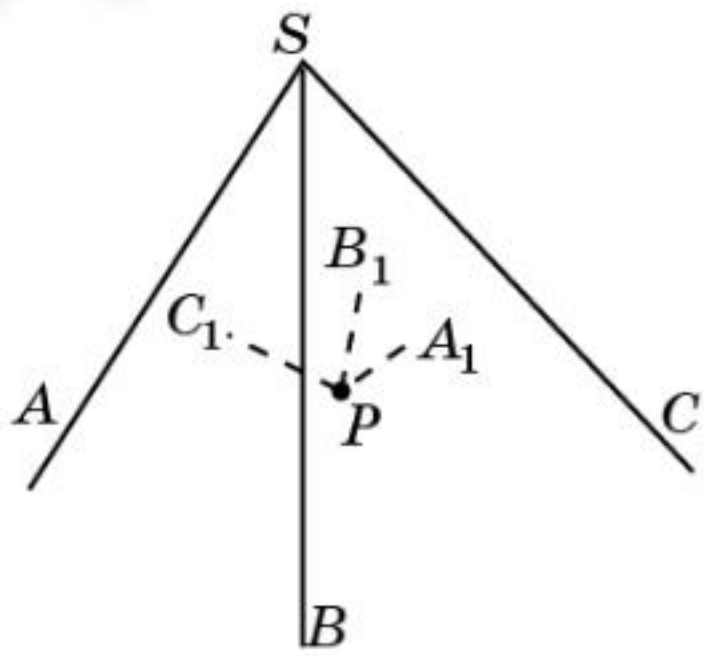
Бу тенгсизликларни ҳадлаб қўшамиз. Тенгсизликнинг чап томонидаги қиймати $180^\circ(n-2)$ га тенг бўлганлигидан $A_1 \dots A_n$ қаварик n бурчакнинг бурчакларининг йиғиндиси, ўнг томонида эса S учидаги бурчаклардан бошқа $A_1A_2S, \dots, A_nA_1S$ n учбурчакларининг йиғиндиси бўлади.

Ушбу бурчакларнинг йиғиндисини $\sum$ орқали белгилайлик. У ҳолда $180^\circ(n-2) < 180^\circ n - \sum$. Бундан $\sum < 180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$ бўлади.

Ясси бурчакларнинг йиғиндиси 360° дан катта бўладиган кўп ёқли бурчакларга мисол келтиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



3.6-расм

3-теорема. ***Учёқли бурчакнинг икки ёқли бурчакларининг ўлчамларининг йиғиндиси 180° дан катта бўлади.***

Исботи. $SABC$ учёқли бурчак бўлсин. Унинг ичидан исталган P нуқтани оламиз ва шу нуқтадан учёқли бурчакнинг ёқларига PA_1, PB_1, PC_1 перпендикулярлар ўтказамиз (3.6-расм). B_1PC_1, A_1PC_1, A_1PB_1 ясси бурчаклар мос равишда SA, SB, SC қирралари бўлган икки ёқли бурчакларни 180° гача тўлдиради. Демак, бу икки ёқли бурчакларнинг йиғиндиси $540^\circ - (\angle B_1PC_1 + \angle A_1PC_1 + \angle A_1PB_1)$ бўлади.

Учи P бўлган учёқли бурчакнинг барча ясси бурчаклари ўлчамларининг йиғиндиси 360° дан кичик бўлишини эътиборга олган ҳолда дастлабки учёқли бурчакнинг икки ёқли бурчаклари ўлчамларининг йиғиндиси 180° дан катта бўлишига ишонч ҳосил қиламиз.

Саволлар

1. Кўпёқнинг сирти деганда нимани тушунасиз?
2. Кўпёқнинг бурчаги деганда нимани тушунасиз?
3. Кўпёқнинг бурчаги қандай белгиланади?
4. Учёқли бурчакнинг ясси бурчаклари ҳақидаги теоремани айтинг.
5. Қандай фигура қаварик фигура дейилади?
6. Қандай кўпёқ қаварик кўпёқ дейилади?
7. Қаварик кўп ёқли бурчакнинг ясси бурчаклари ҳақидаги теоремани айтинг.
8. Учёқли бурчакнинг икки ёқли бурчаклари ҳақидаги теоремани айтинг.

Масалалар

A

3.1. 1) 20°, 60°, 30°; 2) 40°, 40°, 80°; 3) 60°, 45°, 30° ли ясси бурчаклари бўлган учёқли бурчак бўладими?

3.2. Фақатгина учёқли бурчаклари бўлган кўпёққа мисол келтиринг.

3.3. 1) Тўртёқли; 2) бешёқли; 3) олтиёқли бурчаклари бўлган кўпёққа мисол келтиринг.

3.4. 1) n бурчакли призманинг; 2) n бурчакли пирамиданинг кўп ёқли бурчакларининг турини аниқланг.

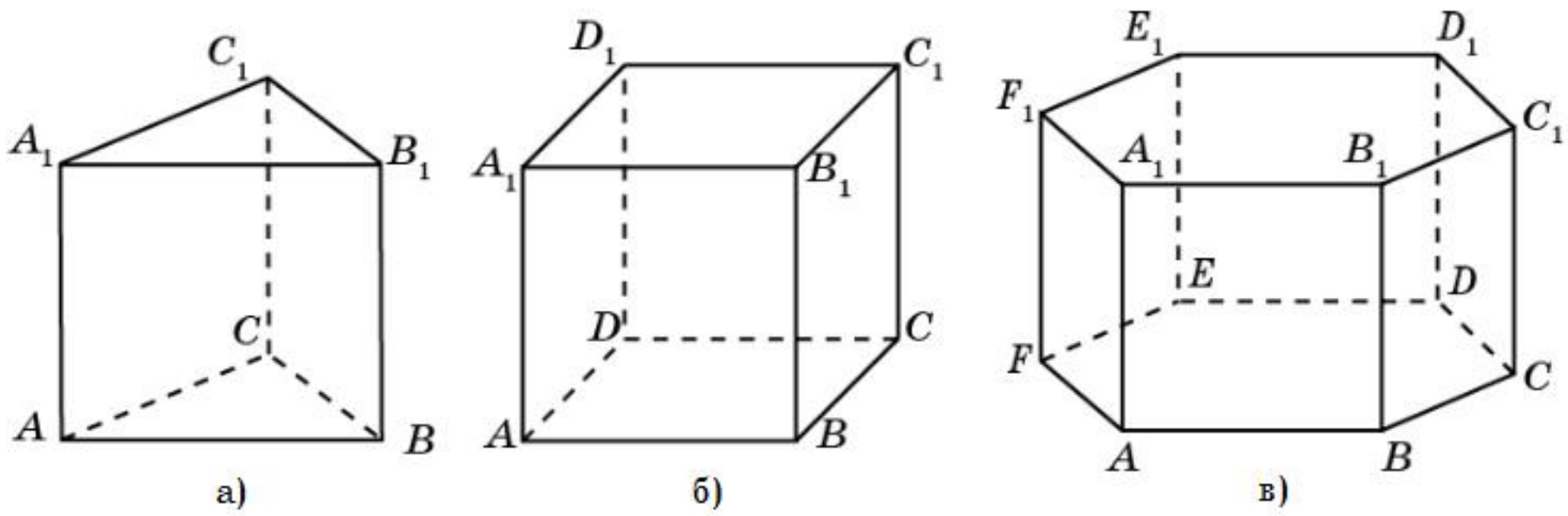
B

3.5. Учёқли бурчакнинг иккита ясси бурчаклари 70° ва 80° га тенг. Учинчи ясси бурчак қандай ораликда ётади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

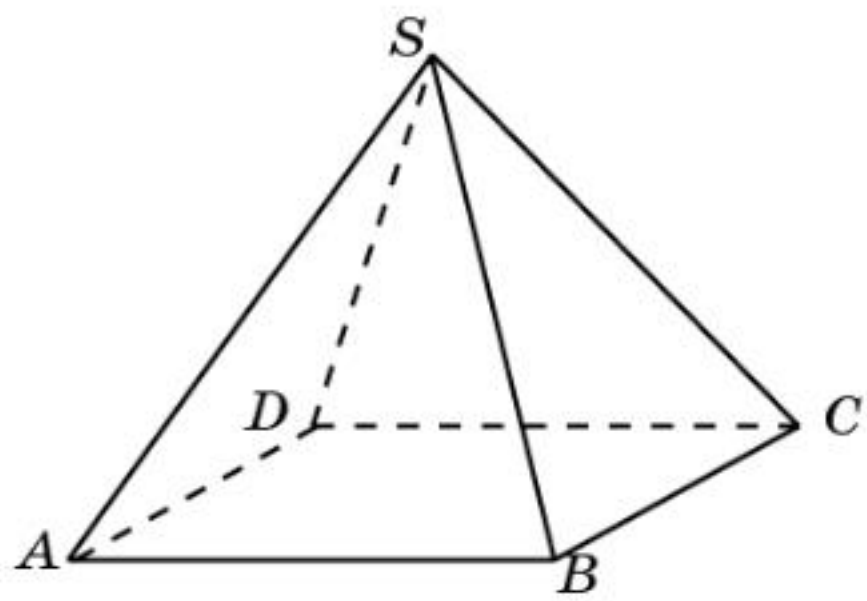
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3.6. 3.7-расмдаги: 1) мунтазам учбурчакли призманинг; 2) мунтазам тўртбурчакли призманинг; 3) мунтазам олтибурчакли призманинг учёқли бурчагининг ясси бурчакларининг йиғиндисини топинг.



3.7-расм

3.7. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг (3.8-расм). Пирамиданинг: 1) учёқли бурчагининг; 2) тўртёқли бурчагининг ясси бурчакларининг йиғиндисини топинг.



3.8-расм

C

3.8. Агар учёқли бурчакнинг иккита ясси бурчаги тўғри бурчак бўлса, у ҳолда унга қарама-қарши ётган икки ёқли бурчаклари ҳам тўғри бурчак бўлишини исботланг.

3.9. Тўртёқли бурчакнинг исталган ясси бурчаги унинг бошқа учта ясси бурчакларининг йиғиндисидан кичик бўлишини исботланг.

3.10. 1) 80°, 130°, 70°, 100°; 2) 20°, 40°, 80°, 160° ясси бурчаклари бўлган қаварик тўртёқли бурчак мавжудми?

3.11. Қаварик n ёқли бурчакнинг икки ёқли бурчакларининг йиғиндиси $180^\circ(n-2)$ дан катта бўлишини исботланг.

3.12. 90°, 90°, 90°, 90° га тенг бўлган икки ёқли бурчаклари бўлган қаварик тўртёқли бурчаклар мавжудми?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

3.13. 1) Параллелепипед; 2) призма; 3) пирамида учларининг (У), қирраларининг (Қ) ва ёқларининг (Ё) сони учун У − Қ + Ё = 2 тенглик бажарилишини текширинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4*-§. Эйлер теоремаси

Бизга маълум бўлган кўпёқларни кўриб чиқиб, уларнинг учларининг (У), қирраларининг (Қ) ва ёқларининг (Ё) сони бўйича жадвални тўлдирамиз.

1-жадвал

Кўпёқнинг номи	У	Қ	Ё
Параллелепипед	8	12	6
Учбурчакли пирамида	4	6	4
Тўртбурчакли пирамида	5	8	5
Учбурчакли призма	6	9	5
Тўртбурчакли призма	8	12	6
n бурчакли пирамида	$n + 1$	$2n$	$n + 1$
n бурчакли призма	$2n$	$3n$	$n + 2$

Ушбу жадвалда кўриб чиқилган барча кўпёқлар учун **У – Қ + Ё = 2** тенглик бажарилишини кўрамиз. Бу тенглик кўриб чиқилган кўпёқлар учунгина эмас, исталган қаварик кўпёқ учун ҳам тўғри бўлади.

Қаварик кўпёқларнинг бу хоссасини дастлаб 1752 йили Леонард Эйлер исботлаган ва Эйлер теоремаси номини олган.

Эйлер теоремасы. ***Исталган қаварик кўпёқлар учун қуйидаги тенглик тўғри бўлади:***

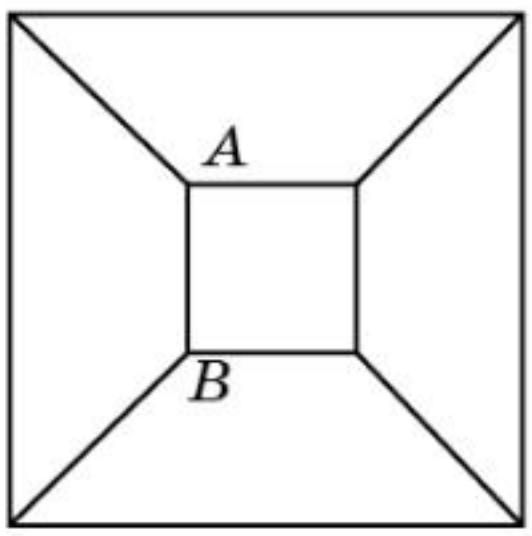
$$\text{У} - \text{Қ} + \text{Ё} = 2,$$

бунда У — берилган кўпёқ учларининг сони, Қ — қирраларнинг сони, Ё-ёқларининг сони.

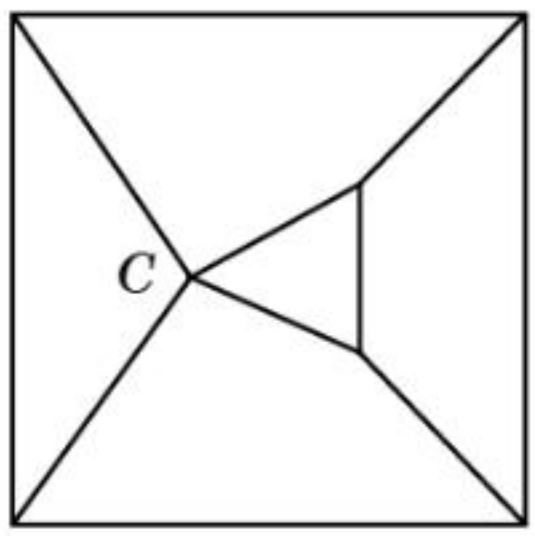
Исботи. Кўпёқнинг сиртини кўриб чиқамиз. Унинг битта ёғини кесиб, қолган сиртини текисликка ёямиз. Бундан У учлари, Қ қирраларидан ташкил топган чизмани ва шу чизманинг текисликни бўладиган Ё соҳаларни оламиз.

Агар катак варақдаги икки учи бўлган бирорта қиррасини унинг учларидан бирига шу қирраси бўйича сиқиб тўплайдиган бўлсак, у ҳолда чизмадаги У – Қ + Ё ининг қиймати ўзгармаслигини исботлайлик.

Мисол сифатида кубдан олинган 4.1-расмдаги чизмани кўриб чиқамиз. Бунда У = 8, Қ = 12, Ё = 6 бўлади.



4.1-расм



4.2-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

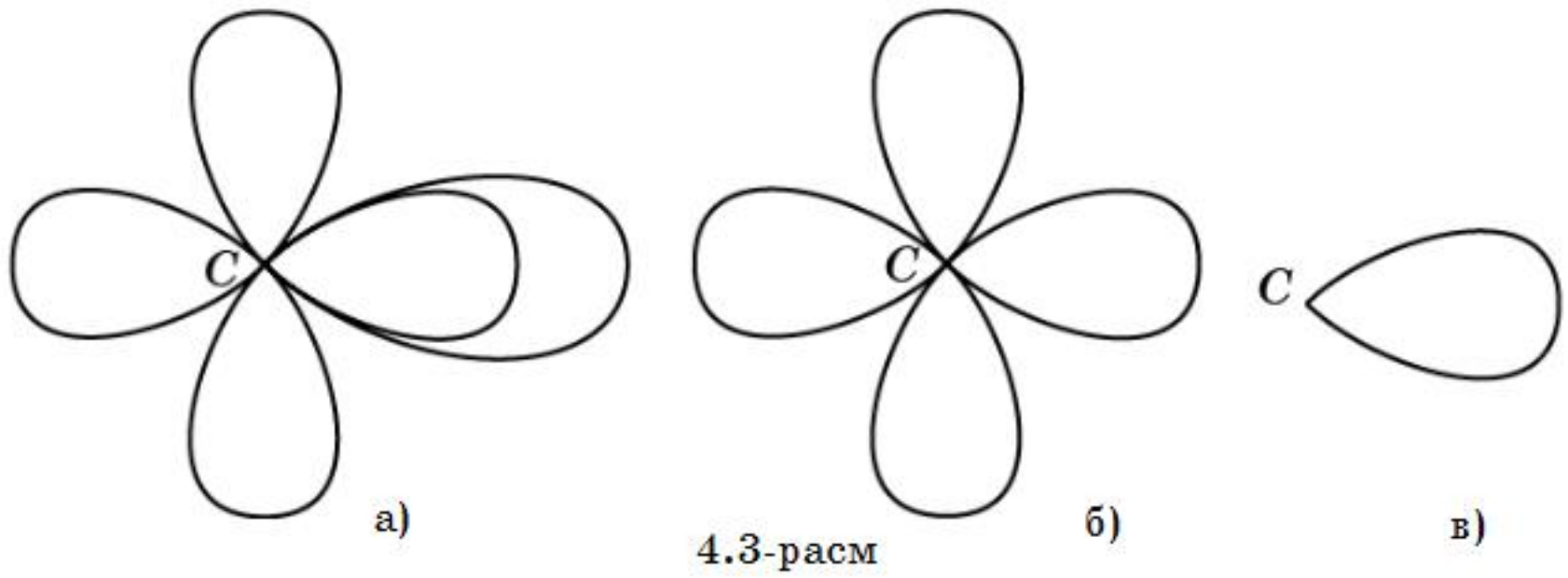
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

АВ қиррасини С нуқтага сиқиб тўплаганда 4.2-расмдаги каби чизма пайдо бўлади. Натижада, У учларининг сони биттага камаяди, Қ қирраларининг сони ҳам биттага камаяди, Ё ёқларининг сони эса ўзгармайди. Демак, У – Қ + Ё қиймати ҳам ўзгармайдиган бўлади.

Ушбу хоссалардан фойдаланиб, иккита учи бўлган барча қирраларини сиқиб тўплаймиз. Бундан битта учи бўлган, қирралари сони шу уч билан игаклари бўладиган чизмага эга бўламиз (4.3, а-расм).

Бу катак қоғоз учун ҳам У – Қ + Ё қиймат ўзгаришсиз бошланғич қиймат бўлиб қолади.

Энди агар пайдо бўлган чизмадаги маълум бир илгакни олиб ташласак, У – Қ + Ё қиймат ўзгармаслигини исботлаймиз.



4.3-расм

Ҳақиқатан, бу ҳолда У учларининг сони ўзгармайди, у 1 га тенг. Қ қирраларининг сони ҳам, Ё соҳаларининг сони ҳам 1 га камаяди (4.3, б-расм). Бундан У – Қ + Ё қиймат ҳам ўзгармайдиган бўлади.

Ушбу хоссалардан фойдаланиб, биттадан бошқа барча илгакларни олиб ташлаймиз. Бундан битта учи ва битта қирраси (уч билан илгаги) бўлган чизмани оламиз (4.3, в-расм). Бу чизма учун У = 1, Қ = 1, Ё = 2 яъни У – Қ + Ё бўлади. Демак, бу тенглик дастлабки кўпёқ учун ҳам бажарилади.

Сиз қандай ўйлайсиз, Эйлер тенглиги: а) қаварик бўлмаган призма; б) қаварик бўлмаган пирамида учун бажариладими?

Мисол. Исталган қаварик кўпёқда учбурчакли ёқ ёки учёқли бурчак топилгани учун ва учбурчакли ёқларнинг сони билан учёқли бурчаклари сонининг йиғиндиси саккизтадан ортиқ ёки тенг бўлишини исботланг.

Ечиш. Қаварик кўпёқнинг i қирралари тўпланган учларининг сонини $У_i$ орқали белгилайлик. У ҳолда учларининг умумий У сони учун $У = У_3 + У_4 + У_3 + \ldots$ тенглик бажарилади.

Худди шундай қаварик кўпёқнинг i та қирралари бўлган ёқларининг сонини $Ё_i$ орқали белгилайлик. У ҳолда ёқларининг умумий Ё сони учун $Ё = Ё_3 + Ё_4 + Ё_3 + \ldots$ тенглик тўғри бўлади.

Бундан

$$3У_3 + 4У_4 + 5У_5 + \ldots = 2Қ, \quad 3Ё_3 + 4Ё_4 + 5Ё_5 + \ldots = 2Қ.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Эйлер теоремаси бўйича 4У – 4Қ + 4Ё = 8 тенглик бажарилади. У, Қ ва Ё ўрнига ифодаларни қўйиб, $4У_3 + 4У_4 + 4У_5 + ... - (3У_3 + 4У_4 + 5У_5 + ...) - (3Ё_3 + 4Ё_4 + 5Ё_5 + ...) + 4Ё_3 + 4Ё_4 + 4Ё_5 + ... = 8$ тенгликни ҳосил қиламиз. Бундан $У_3 + Ё_3 = 8 + У_5 + ... + Ё_5 + ...$. Демак, учбурчак ёқларининг сони билан учёқли бурчакларнинг сонининг йиғиндиси саккизтадан ортиқ ёки тенг бўлади.

Тарихий маълумотлар

Леонард Эйлер (1707—1783 йй.) — дунёга таниқли швейцариялик математик. Унинг меҳнатлари математиканинг кўпгина замонавий бобларининг ривожига хиссасини қўшди.

Олимнинг илмий меросларі кўп. Ҳозирги вақтда унинг 800 дан ортиқ меҳнатлари маълум. Ҳаётининг охирги 12 йилида Эйлер оғир касалга чалиниб, кўриш қобилиятидан айрилди, бироқ бетоблигига қарамасдан ишлаб, натижаларга эришди. Статистик ҳисоблашларга кўра Эйлер ҳафтада ўрта ҳисобда битта янгилик яратиб борди.

Эйлер меҳнатларида ўрганилмаган математик масалаларни топиш қийин. Кейинги авлод математиклари Эйлердан таълим олган. Таниқли француз олими П.С. Лаплас: “Эйлерни ўқинглар, у барчамизнинг устозимиз”, — деган.

Математик тарихчилар Эйлер теоремасини топологиянинг дастлабки теоремаси деб аташган. Топология-узлуксиз деформация давомида ўзгармайдиган, узлуксиз ёки қўшимча ёпиштиришларсиз чўзилувчан ёки сиқилувчи фигураларнинг хоссаларини ўрганувчи геометриянинг боби. Бундай хоссалар *топологик* деб аталади.

Қаварик кўпёқлар учун У – Қ + Ё = 2 Эйлер муносабати ушбу топологик хоссани тавсифлайди. Кўпёқни деформациялаш мумкин, унинг қирралари ва ёқлари қийшайиши мумкин, бироқ уларнинг сони, яъни Эйлер муносабати ўзгармайди.

Эйлер муносабатини исботлашда биз деформациялашни татбиқ қилганмиз, яъни кўпёқ сиртининг бир ёқини кесиб, текисликка ёйганмиз. Қирралари ва кўпёқларнинг ўзлари қийшайиши мумкин, аммо бу Эйлер муносабатига таъсир қилмайди.

Леонард Эйлернинг ҳаёти ва ижоди билан танишиш учун биз ушбу китобни таклиф қиламиз: Тиле Р. Леонард Эйлер. Киев: Вища школа, 1983.

Саволлар

1. 1) n бурчакли призманинг; 2) n бурчакли пирамиданинг учлари, қирралари ва ёқларининг сони нечага тенг?
2. Эйлер теоремасини айтинг.
3. Эйлер теоремаси қачон исботланган?
4. Топология нимани ўрганади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

A

4.1. Қаварик кўпёқнинг 6 та учи ва 12 та қирраси бор. Унинг нечта ёғи бўлади?

4.2. Қаварик кўпёқнинг 8 та учи ва 6 та ёғи бор. Унинг нечта қирраси бўлади?

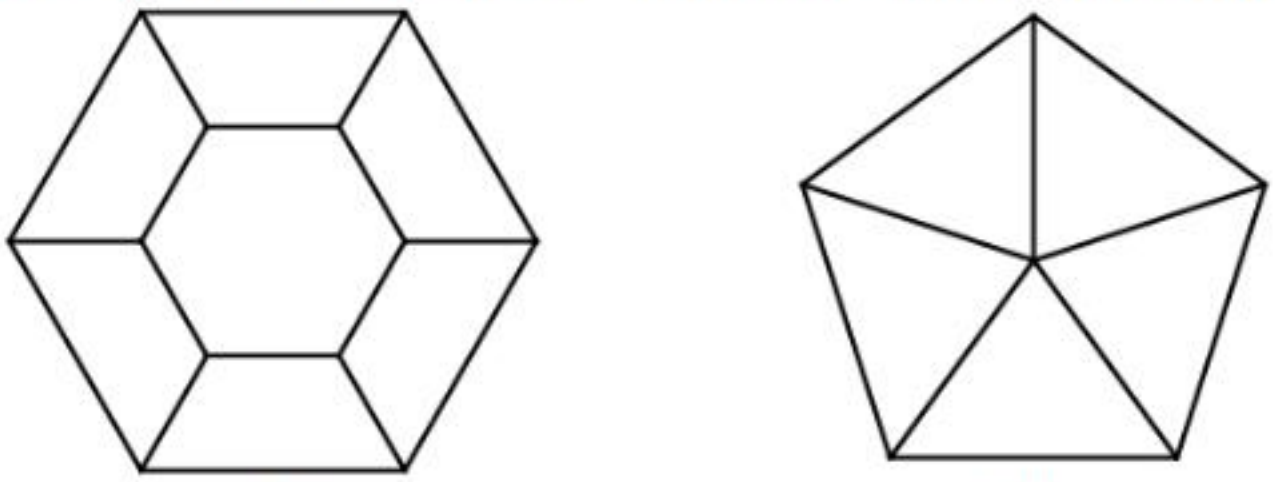
4.3. Қаварик кўпёқнинг 9 та қирраси ва 5та ёғи бор. Унинг нечта учи бўлади?

B

4.4. Эластик материалдан ясалган учбурчакли призманинг битта асоси кесиб олинди ва қолган ёқлари текисликка ёйилди. Ҳосил бўлган чизманинг расмини чизинг.

4.5. Эластик материалдан ясалган тўртбурчакли пирамиданинг асоси кесиб олинди ва қолган ёқлари текисликка ёйилди. Ҳосил бўлган чизманинг расмини чизинг.

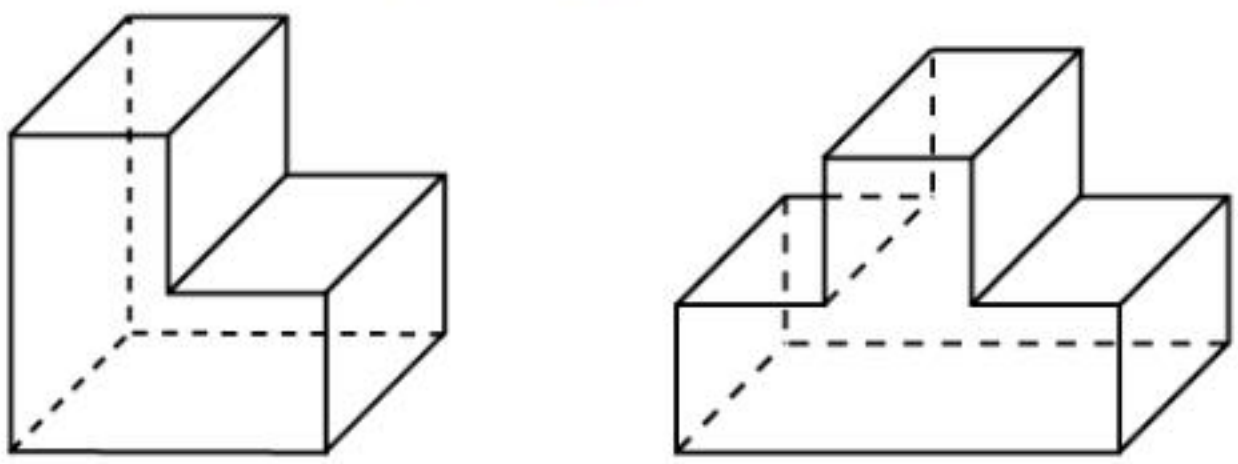
4.6. 4.4-расмдаги чизмаларга мос келадиган кўпёқларни айтинг.



а) б)

4.4-расм

4.7. 4.5-расмдаги кўпёқлар учун Эйлер муносабатининг бажарилишини ёки бажарилмаслигини текширинг.



а) б)

4.5-расм

C

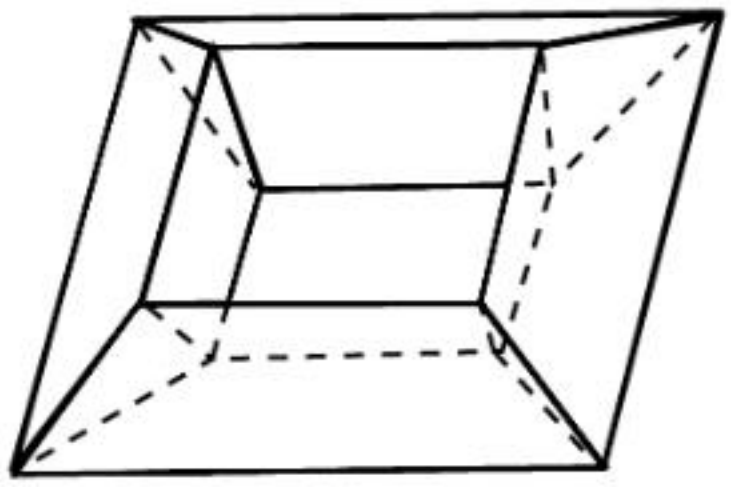
4.8. Қаварик бўлмаган призма учун Эйлер муносабати бажариладими?

4.9. Қаварик бўлмаган пирамида учун Эйлер муносабати бажариладими?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.10. 4.6-расмдаги кўпёқ учларининг, қирраларининг ва ёқларининг сонини топинг. Ушбу кўпёқ учун Эйлер муносабати бажариладими?



4.6-расм

4.7-расм

4.11. Қаварик кўпёқнинг ҳар бир учига битта квадрат ва тўртта учбурчак тўпланади (4.7-расм). Ушбу кўпёқ учларининг (У), қирраларининг (Қ) ва ёқларининг (Ё) сонини топинг.

4.12. Исталган қаварик кўпёқнинг учбурчакли ёки тўртбурчакли, ёки бешбурчакли ёқлари бўлишини исботланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

4.13. Мунтазам кўпбурчакнинг таърифини такрорланг. Мунтазам кўпёқнинг таърифини айтиб кўринг.

5-§. Мунтазам кўпёқлар

Агар мунтазам кўпёқнинг ёқлари томонларининг сони бир хил бўлган мунтазам кўпбурчак бўлса ва ҳар бир учида бир хил ёқлар сони учрашадиган бўлса, у ҳолда у *мунтазам кўпёқ* деб аталади.

Мунтазам кўпёқнинг учларида қандай ва нечта мунтазам кўпбурчак учрашишини аниқлайлик.

Мунтазам кўпёқлар ичида энг соддаси ёқлари тўртта мунтазам учбурчакдан тузилган (5.1, а-расм) ва ҳар бир учида учта ёғи учрашадиган кўпёқ ҳисобланади. Бу кўпёқ *мунтазам тетраэдр* деб аталади. Грек тилидан таржима қилинганда “тетраэдр” сўзи “тўртёқ” (“тетра” — тўрт, “эдра” — ёқ) деган маънони билдиради.

5.1, б-расмда ёқлари мунтазам учбурчакдан ташкил топган ва ҳар бир учида тўртта ёғи учрашадиган кўпёқ тасвирланган. Унинг сирти саккизта мунтазам учбурчакдан ташкил топган, у октаэдр (“окта” — саккиз) деб аталади.

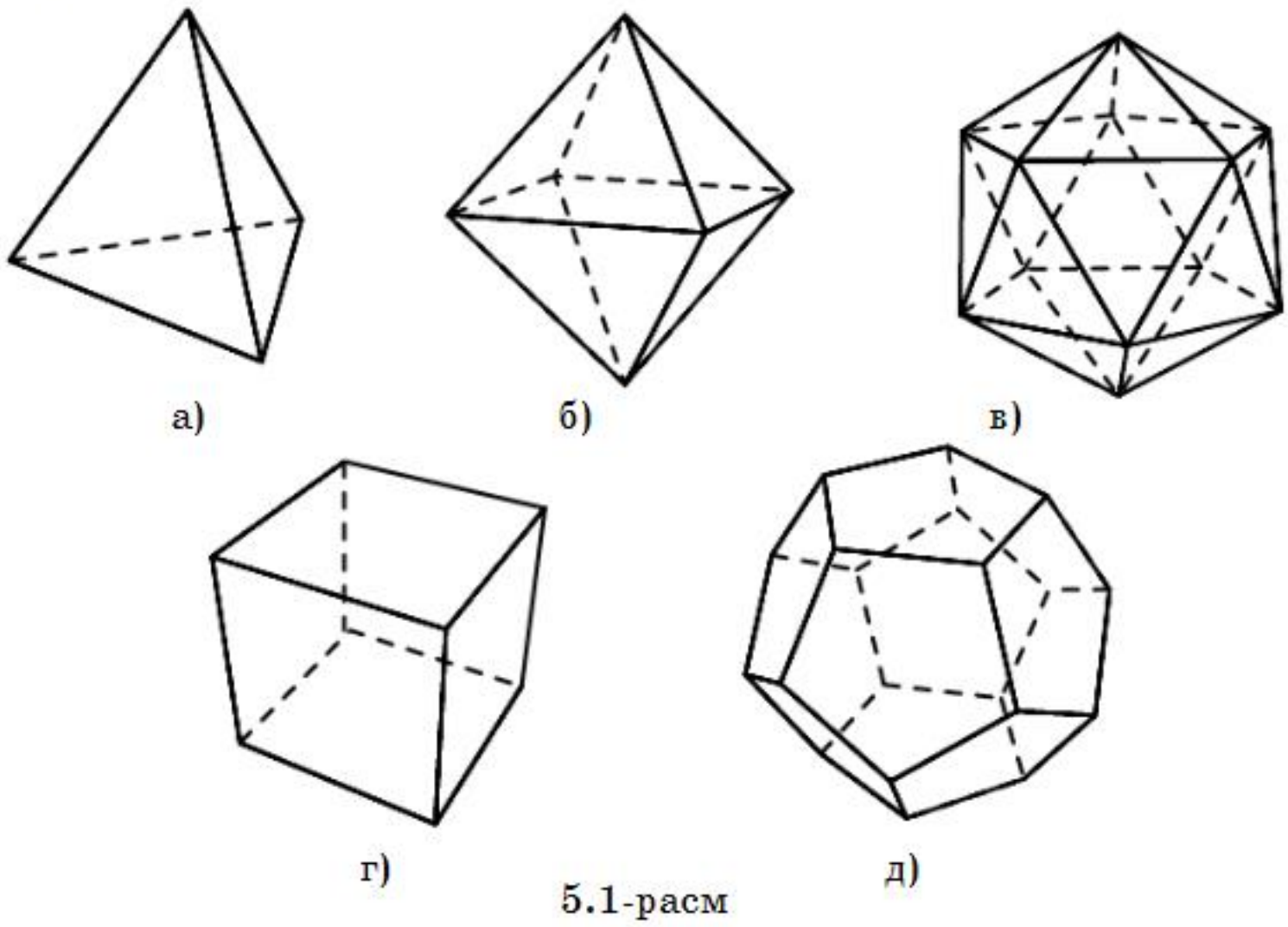
5.1, в-расмда ҳар бир учида бешта мунтазам учбурчак учрашадиган кўпёқ тасвирланган. Унинг сирти йигирмата мунтазам учбурчакдан ташкил топган, у *икосаэдр* (“икоси” — йигирма) деб аталади.

Қаварик кўпёқнинг бир учида бештадан кўп бўлмаган мунтазам учбурчакларнинг учрашишини кузатамиз, чунки акс ҳолда бу

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

учдаги ясси бурчакларнинг йиғиндиси 360° дан ортиқ ёки тенг бўлади. Шу сабабли ёқлари мунтазам учбурчаклар бўладиган бошқа мунтазам кўпёқлар бўлмайди.



5.1-расм

Худди шундай қаварик кўпёқнинг учларида фақатгина учта квадрат учрашадиган бўлгани учун, кубдан (5.1, г-расм) бошқа ёқлари квадрат бўладиган бошқа мунтазам кўпёқлар бўлмайди. Кубнинг олтита ёғи бор, у *гексаэдр* (“гекса” — олти) деб ҳам аталади.

5.1, д-расмда ёқлари мунтазам бешбурчаклар бўлган ва ҳар бир учида учта ёғи учрашадиган кўпёқ тасвирланган. Унинг сирти ўн иккита мунтазам бешбурчакдан ташкил топади, у *додекаэдр* (“додека” — ўн икки) деб аталади.

Қаварик кўпёқнинг учларида томонининг сони бештадан ортиқ мунтазам кўпбурчаклар учрашмаганлигидан, бошқа мунтазам кўпёқлар бўлмайди. Шундай қилиб, қаварик кўпёқнинг бешта тури бўлади: *мунтазам тетраэдр, гексаэдр* (*куб*), *октаэдр, додекаэдр ва икосаэдр.*

Сиз қандай ўйлайсиз, нима сабабдан ён ёқлари квадратлар бўлган мунтазам учбурчакли призма мунтазам кўпёқ бўлмайди?

Қаварик кўпёқни бурчакларнинг хоссаларидан фойдаланиб, қаварик кўпёқнинг учларида томонларининг сони бештадан ортиқ мунтазам кўпбурчакларнинг учрашмаслигини мустақил исботланг.

Тарихий маълумотлар

Қадимдан мунтазам кўпёқлар олимларнинг, қурувчиларнинг, меъморларнинг ва яна бошқаларнинг эътиборини қаратди. Уларни шу

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

кўпёқларнинг гўзаллиги, ўзига хослиги ва қулайлиги лол қолдирган. Пифагорликлар бу кўпёқларни худо берган ажойибот деб ҳисоблаб, улардан дунё ҳақидаги фалсафий ёзмаларда фойдаланган. Қадимги грек олими Платон (э.а. 429—347) мунтазам кўпёқларнинг хоссаларини ҳар томонлама тавсифлаган. Шу сабабли мунтазам кўпёқлар *Платон жисмлари* деб аталади. Евклиднинг таниқли "Негизлар" номли охирги XIII китоби мунтазам кўпёқларга бағишланган.

Қайта ривожланиш даврида (XV—XVI асрлар илм ва фаннинг қайта ривожланиш даври) мунтазам кўпёқларга хайкалтарошлар, меъморлар ва рассомлар катта қизиқиш билдирди. Леонардо да Винчи (1452—1519 йй.), масалан, кўпёқлар назарияси билан шуғулланган ва ўзининг расмларида тасвирлаган. У ўзининг дўсти монах Лука Почилининг (1445—1517 йй.) "Ажойиб пропорциялар ҳақида" китобини мунтазам ва яриммунтазам кўпёқларнинг расмлари билан тавасифлаган.

Қайта ривожланиш даврида геометрия билан шуғулланган яна бир таниқли рассом Албрехт Дюрер (1471—1528 йй.) эди. Унинг дунёга таниқли "Меланхолия" нақшида олдинги қаторда додекаэдр чизилган. 1525 йили Дюрер трактат ёзди, унда у ёқлари келажакнинг яхши моделини кўрсатувчи бешта мунтазам кўпёқни таклиф қилди.

Иоганн Кеплер (1571—1630 йй.) ўзининг 1596 йили чоп этилган "Оламнинг сири" номли асарида сферага (у вақтда маълум бўлган планеталарнинг орбитаси) ташқи чизилган мунтазам кўпёқлардан фойдаланиб, Қуёш системасининг моделини тузди.

У марказни ернинг орбитасига жойлаштирди. Кеплернинг фикрича Қуёш системасининг геометрияси қуйидагича бўлади: "Ер (Ернинг орбитаси) — барча орбиталарнинг ўлчови. Унга ташқи чизилган додекаэрни ясаймиз. Додекаэдрга ташқи чизилган сфера — бу Марс сфераси. Марс сферасига ташқи тетраэдр ясаймиз. Тетраэдрга ташқи чизилган сфера Юпитернинг сфераси бўлади. Юпитернинг сферасига ташқи куб ясаймиз. Кубга ташқи чизилган сфера Сатурн сфераси бўлади. Ернинг сферасига ички чизилган икосаэдр ясаймиз. Унга ички чизилган сфера Венера сфераси бўлади. Венера сферасига ички октаэдр чизамиз. Унга ички чизилган сфера Меркурий сфераси бўлади. У вақтда бошқа планеталар ҳали кашф этилмаган эди".

Қуёш системасининг бундай моделини Кеплер "Космос куби" деб атади.

Саволлар

1. Қандай қаварик кўпёқ мунтазам деб аталади?
2. Қанлай кўпёқ: а) мунтазам тетраэдр; б) октаэдр; в) икосаэдр; г) гексаэдр; д) додекаэдр деб аталади?
3. Мунтазам кўпёқларни ўрганиш билан кимлар шуғулланган?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

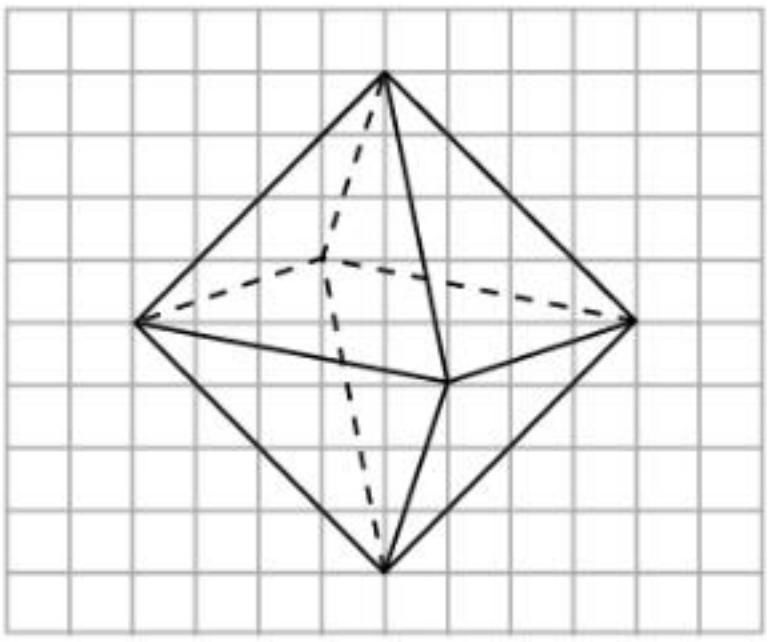
А

5.1. 1) Мунтазам тетраэдрнинг; 2) кубнинг; 3) октаэдрнинг; 4) икосаэдрнинг; 5) додекаэдрнинг нечта учи, қирраси ва ёғи бўлади?

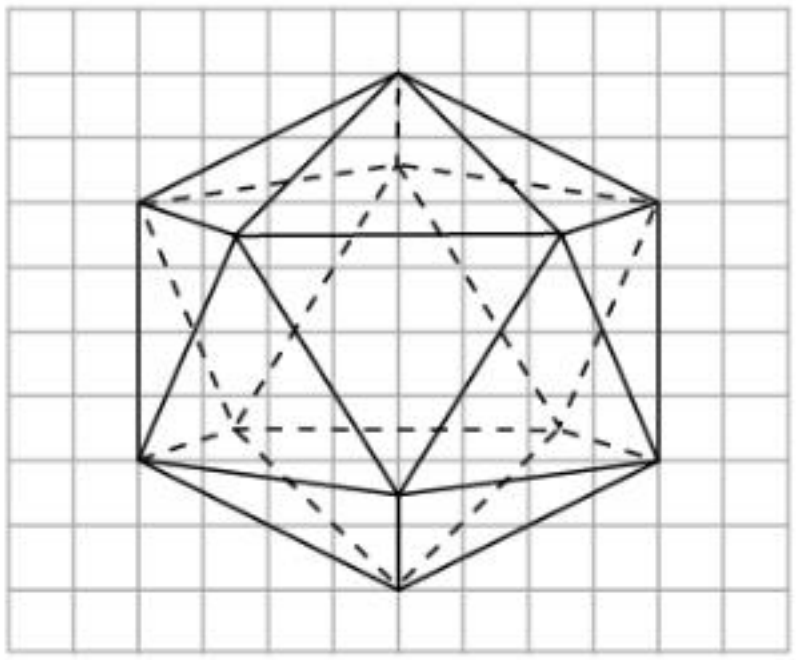
5.2. Учбурчакли бипирамида иккита мунтазам тетраэдрларнинг сиртларини устма-уст тушириб ясалади ("би" қўшимчаси икки марта кўпайтиришни билдиради). Ҳосил бўлган кўпёқ мунтазам бўладими? Нима учун?

5.3. Тўртбурчакли бипирамида ён ёқлари мунтазам учбурчак бўлган иккита тўртбурчакли пирамиданинг асосларини устма-уст тушириб ясалади. Ҳосил бўлган кўпёқ мунтазам бўладими?

5.4. Катак қоғозга 5.2-расмга ўхшаш октаэдр чизинг.



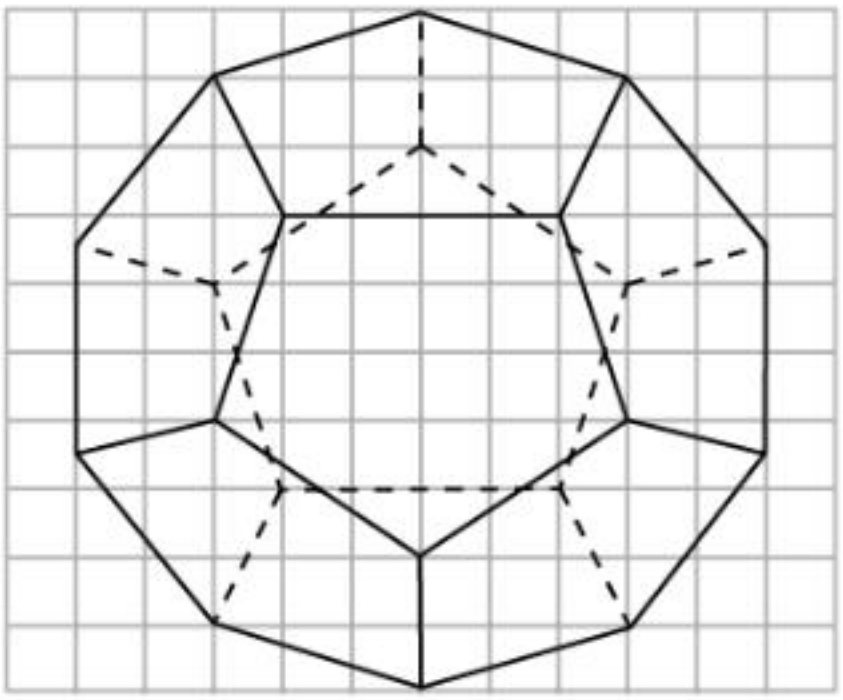
5.2-расм



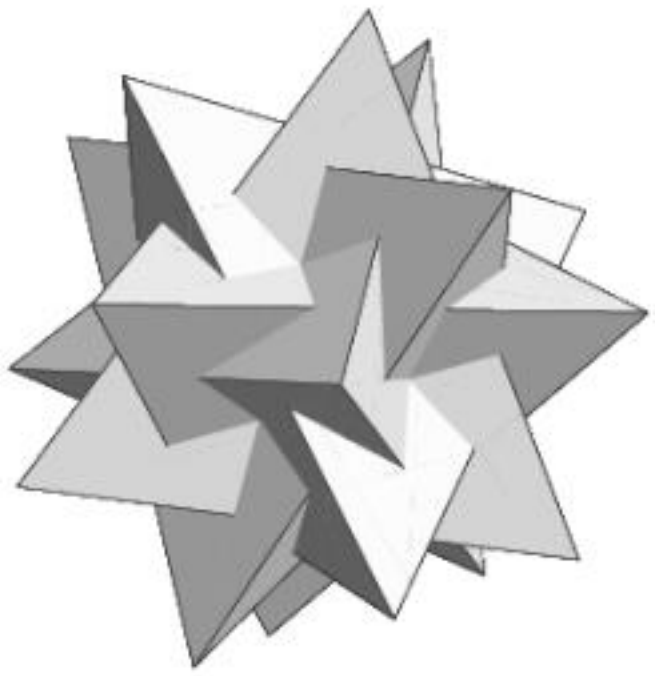
5.3-расм

5.5. Катак қоғозга 5.3-расмга ўхшаш икосаэдр чизинг.

5.6. Катак қоғозга 5.4-расмга ўхшаш додекаэдр чизинг.



5.4-расм



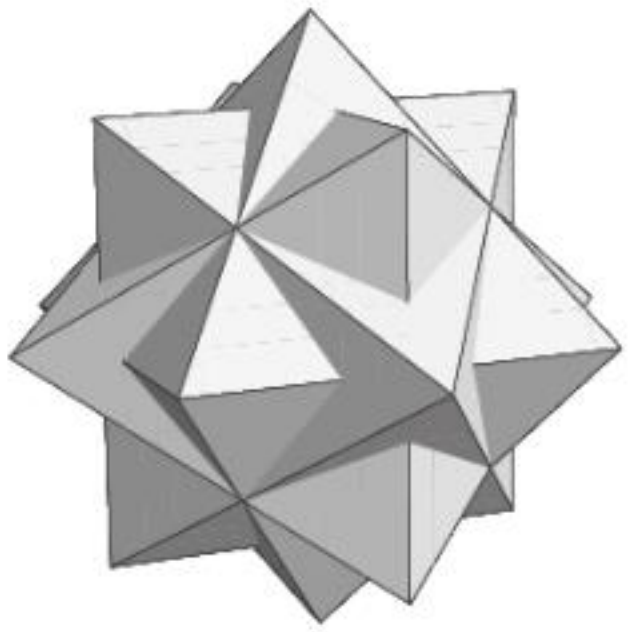
5.5-расм

5.7. 5.5-расмда нечта тетраэдр тасвирланган?

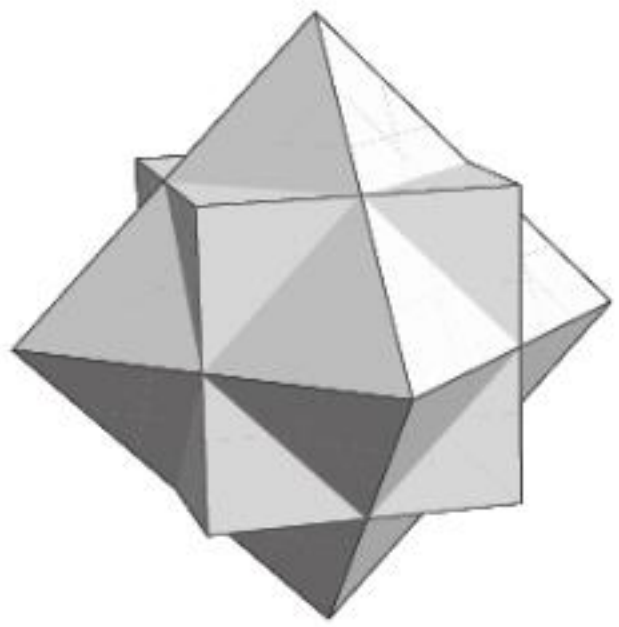
5.8. 5.6-расмда нечта октаэдр тасвирланган?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

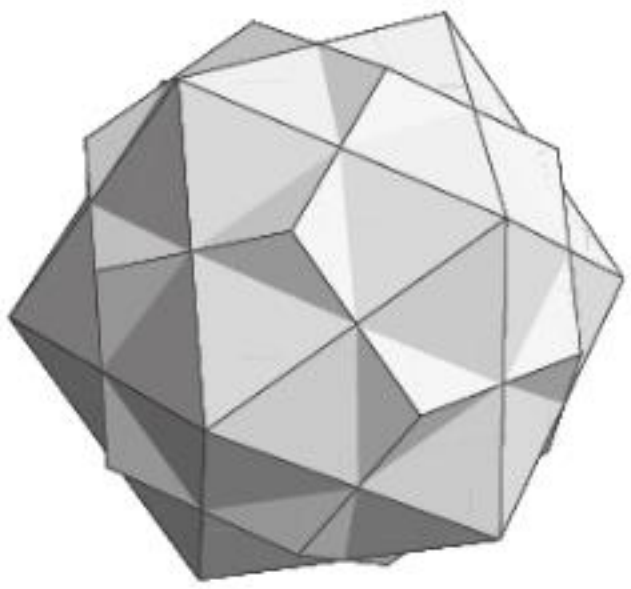
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



5.6-расм



5.7-расм



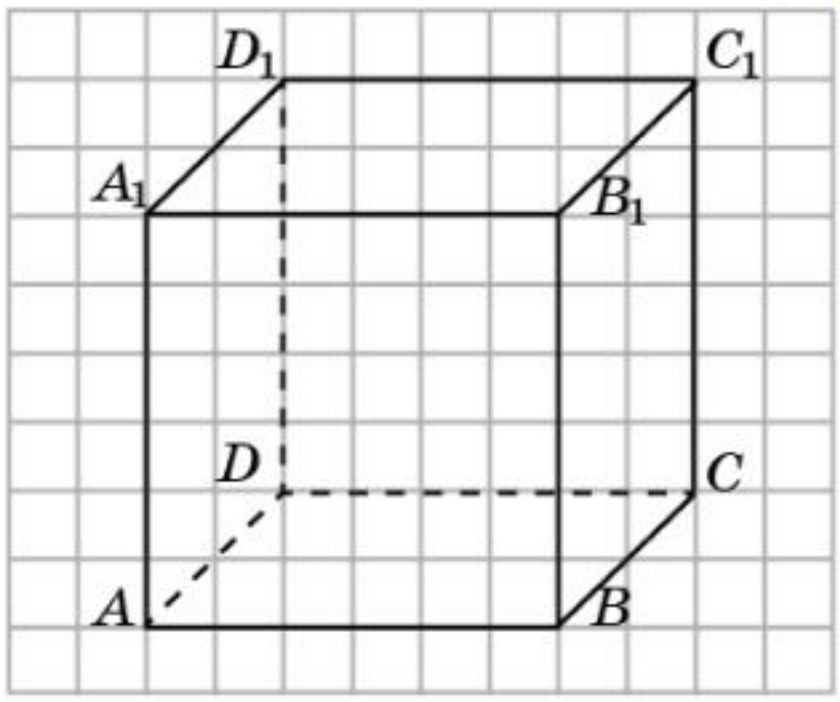
5.8-расм

5.9. 5.7-расмдаги кўпёқ қандай иккита кўпёқни бирлаштириш орқали ясалган?

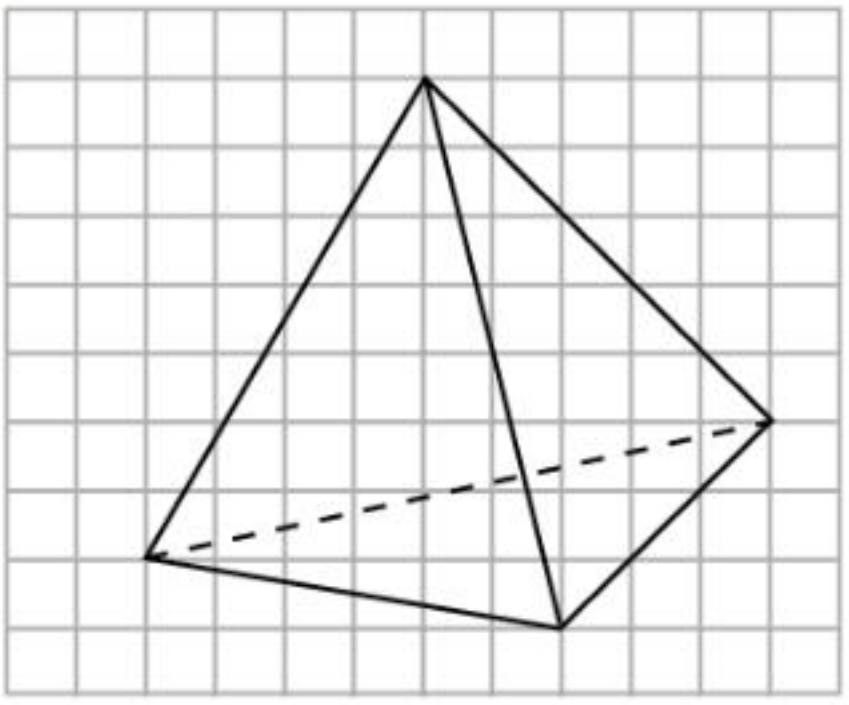
5.10. 5.8-расмдаги кўпёқ қандай иккита кўпёқни бирлаштириш орқали ясалган?

В

5.11. 5.9-расмдаги ўхшаш кубни катак қоғозга чизинг. Куб ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади? Шу кўпёқни ясанг. Берилган кубнинг қирраси 1 га тенг деб олиб, ҳосил бўлган кўпёқ қирраларининг узунлигини топинг.



5.9-расм



5.10-расм

5.12. 5.9-расмдаги ўхшаш кубни катак қоғозга чизинг. Куб ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади? Шу кўпёқни ясанг. Берилган кубнинг қирраси 1 га тенг деб олиб, ҳосил бўлган кўпёқ қирраларининг узунлигини топинг.

5.13. 5.10-расмдагига ўхшаш тетраэдрни катак қоғозга чизинг. Тетраэдр қирраларининг ўрталарини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади? Шу кўпёқни ясанг. Берилган тетраэдрнинг қирраси

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1 га тенг деб олиб, ҳосил бўлган кўпёқ қирраларининг узунлигини топинг.

5.14. Қирраси 2 см га тенг бўлган тетраэдрнинг ҳар бир учидан қирраси 1 см га бўлган тетраэдр кесиб олинса, қолган қисми қандай кўпёқ бўлади? Унинг қирраларини топинг.

5.15. Октаэдрнинг қирралари бирга тенг. Унинг қарама-қарши ётган учлари орасидаги масофани топинг.

5.16. Бирлик октаэдрнинг қирралари орқали унинг бир учидан унга қарама-қарши ётган учигача бўлган масофа 2 га тенг бўладиган неча йўл мавжуд бўлади?

5.17. Бирлик октаэдрнинг қирралари орқали унинг бир учидан унга қарама-қарши ётган учигача бўлган масофа 3 га тенг бўладиган неча йўл мавжуд бўлади?

C

5.18. 5.10-расмдагига ўхшаш тетраэдрни катак қоғозда чизинг. Тетраэдр ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади? Шу кўпёқни ясанг. Берилган тетраэдрнинг қирраси 1 га тенг деб олиб, ҳосил бўлган кўпёқ қирраларининг узунлигини топинг.

5.19. 5.2-расмдагига ўхшаш октаэдрни катак қоғозда чизинг. Октаэдр ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади? Шу кўпёқни ясанг. Берилган октаэдрнинг қирраси 1 га тенг деб олиб, ҳосил бўлган кўпёқ қирраларининг узунлигини топинг.

5.20. 5.3-расмдагига ўхшаш икосаэдрни катак қоғозда чизинг. Икосаэдр ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади?

5.21. 5.4-расмдагига ўхшаш додекаэдрни катак қоғозда чизинг. Додекаэдр ёқларининг марказларини белгиланг. Улар қандай кўпёқнинг учлари бўлади?

5.22. Бирлик икосаэдрнинг қирралари орқали унинг бир учидан унга қарама-қарши ётган учигача бўлган масофа 3 га тенг бўлган неча йўл мавжуд?

5.23. Бирлик додекаэдрнинг қирралари орқали унинг бир учидан унга қарама-қарши ётган учигача бўлган масофа 5 га тенг бўлган неча йўл мавжуд?

5.24. 1) Мунтазам тетраэдрнинг; 2) октаэдрнинг; 3) икосаэдрнинг қўшни ёқлари орасидаги икки ёқли бурчакнинг косинусини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

5.25. Куб, параллелепипед, призма ва пирамиданинг таърифларини такрорланг.

5.26. Фазодаги тўғри чизиқлар билан текисликларнинг параллеллиги билан перпендикулярлигининг таърифларини такрорланг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6-§. Кўпёқларнинг текислик билан кесимлари

10-синф геометрия курсида кубнинг, призманинг ва пирамиданинг текислик билан кесимлари ва уларни ясаш масалалари қўшимча материал сифатида кўриб чиқилган.

Агар кўпёқнинг нуқталари берилган текисликка тегишли икки ёқда жойлашган бўлса, у ҳолда бундай текислик кесувчи текислик деб аталади.

Кўпёқ билан кесувчи текисликнинг умумий қисми (кесими) бўлган кўпбурчак кўпёқнинг *текислик билан кесими* деб аталади. Унинг томонлари кесувчи текисликнинг кўпёқнинг ёқларини кесиб ўтувчи кесмалар бўлади. Ушбу кесимлар билан чегараланган кўпбурчак фигуранинг кесими ҳисобланади.

Тетраэдрнинг тўртта ёғи бўлгани учун унинг кесими учбурчак ёки тўртбурчак бўлиши мумкин. Параллелепипеднинг олтита ёғи бор. Унинг кесими учбурчак, тўртбурчак, бешбурчак ва олтибурчак бўлиши мумкин.

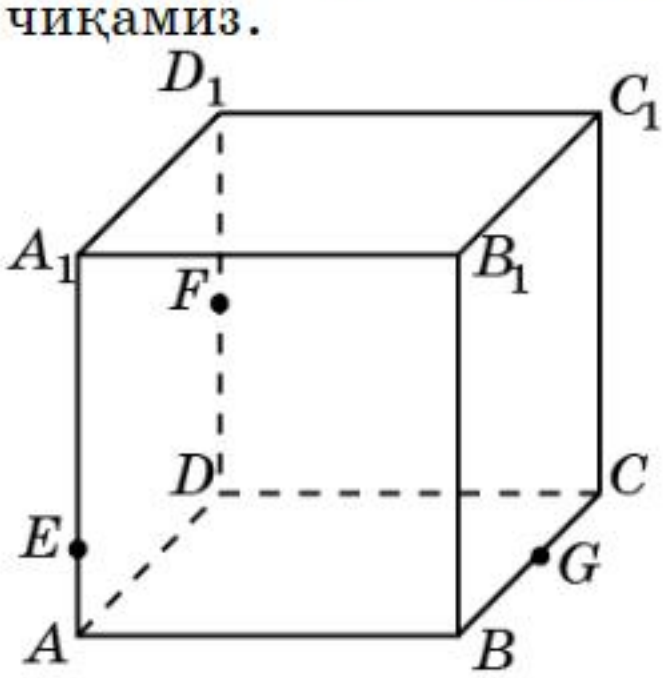
Қаварик кўпёқнинг кесими қаварик кўпбурчак эканлиги тўғрими?

Кўпёқларнинг текислик билан кесимларини ясаш ушбу белгиланган содда ясашларни бажаришдан ташкил топади: битта текисликка тегишли иккита нуқта орқали тўғри чизиқ ўтказиш; иккита тўғри чизиқнинг кесишиш нуқтасини аниқлаш; тўғри чизиқ билан ткисликнинг кесишиш нуқтасини аниқлаш; иккита текисликнинг кесишиш чизиғини ясаш.

Параллелепипеднинг кесимини ясаганда ушбуни ёддан чиқармаслик лозим: агар кесувчи текислик унинг қарама-қарши ёқларини қандай бўлмасин кесмалар бўйича кесиб ўтса, у ҳолда бу кесмалар ўзаро параллел бўлади.

Кесимни ясаш учун кесувчи текислик билан кўпёқнинг қирраларининг кесишиш нуқталарини топиб олиш етарли. Сўнгра бир ёғида ётган иккита нуқтани кесма орқали бирлаштириш орқали кесимни ясаб оламиз.

Кўпёқнинг текисликлар билан кесимини ясашга мисоллар кўриб чиқамиз.



6.1-расм

1-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирраларида ётадиган E, F, G нуқталар орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.1-расм).

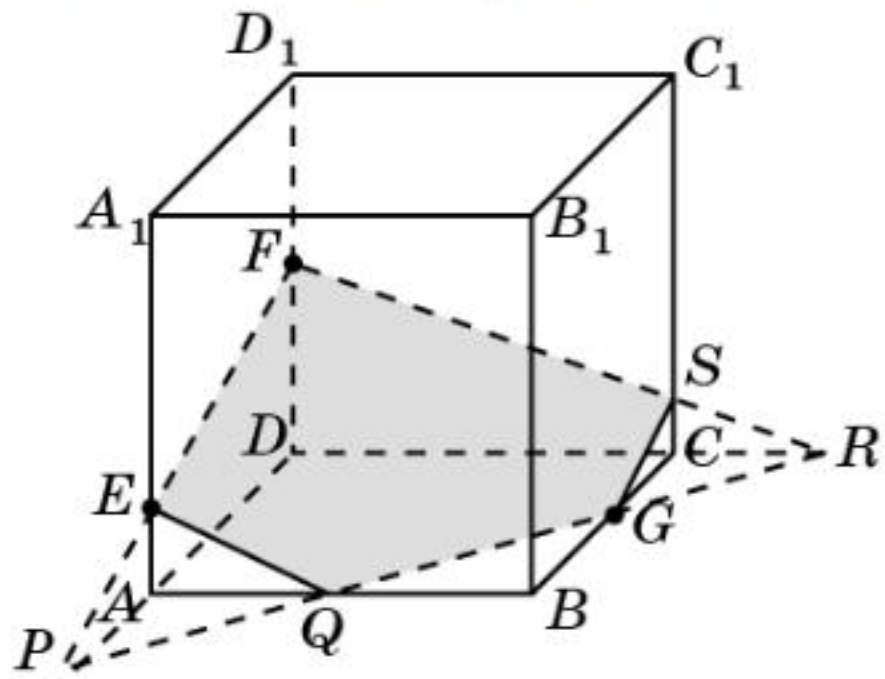
Ясаш. E ва F нуқталар кубнинг ADD_1A_1 ёғига тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали EF тўғри чизиқни ўтказамиз. EF кесма кесим текислигига ва кубнинг шу ёғига ҳам умумий бўлади. EF кесмани ва AD қиррасини уларнинг кесишиш нуқтаси P гача чўзамиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

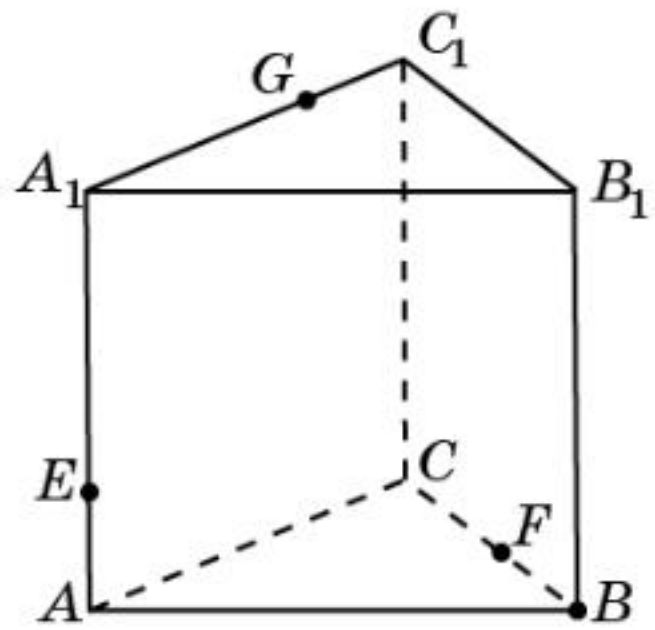
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

P ва G нуқталар кубнинг $ABCD$ ёғи орқали ўтувчи текисликка тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали PG тўғри чизиқни ўтказамиз ва унинг AB ва DC тўғри чизиқлар билан кесишиш нуқталарини мос равишда Q ва R деб белгилаймиз.

R ва F нуқталар кубнинг DCC_1D_1 ёғи орқали ўтувчи текисликка тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали RF тўғри чизиқ ўтказиб, унинг CC_1 қирралари билан кесишиш нуқтасини S деб белгилаймиз. E ва Q, G ва S нуталарни туташтирамиз. У ҳолда кесувчи текислик кубни EQ, QG, GS, SF ва FE кесмалар бўйича кесиб ўтади. Ҳосил бўлган $EFSGQ$ бешбурчак изланаётган кесим бўлади (6.2-расм).



6.2-расм



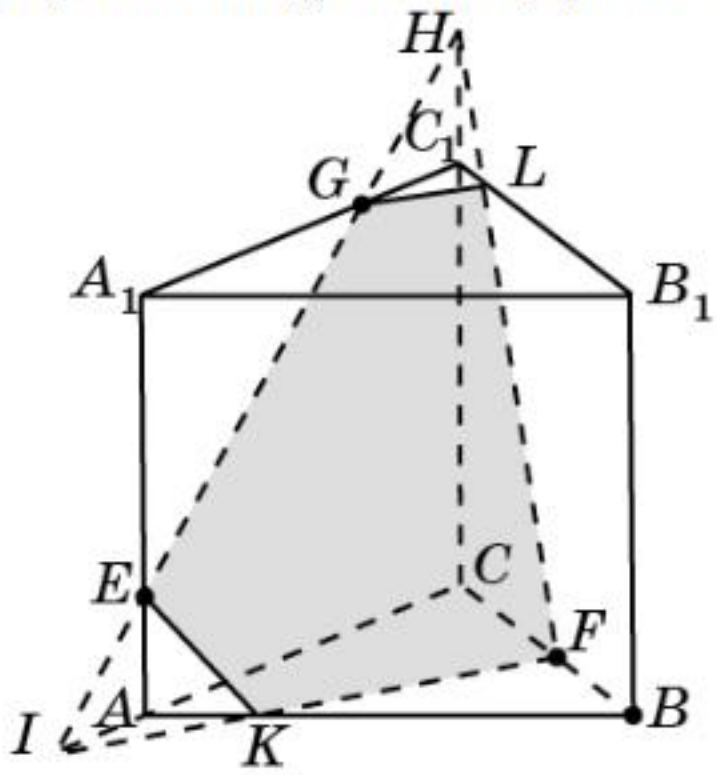
6.3-расм

2-мисол. $ABCA_1B_1C_1$ призманинг қирраларида ётган E, F, G нуқталар орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.3-расм).

Ясаш. E ва G нуқталар призманинг ACC_1A_1 ёғига тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали EG тўғри чизиқ ўтказамиз. EG кесма кесим текислигига ва призманинг шу ёғи учун ҳам умумий бўлади. EG тўғри чизиқ билан призманинг CC_1 ва AC тўғри чизиқлар билан кесишиш нуқталарини мос равишда H ва I деб белгилаймиз.

I ва F нуқталар призманинг ABC асоси орқали ўтувчи текисликка тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали IF тўғри чизиқ ўтказиб, унинг AB қирраси билан кесишиш нуқтасини K деб белгилаймиз.

F ва H нуқталар призманинг BCC_1B_1 ёғи орқали ўтувчи текисликка тегишли бўлгани учун шу нуқталар орқали FH тўғри чизиқ ўтказиб, унинг B_1C_1 қирраси билан кесишиш нуқтасини L деб белгилаймиз. E ва K, G ва L нуқталарни туташтирамиз. У ҳолда кесувчи текислик призмани EK, KF, FL, GL ва EG кесмалар бўйича кесиб ўтади. Ҳосил бўлган $EKFLG$ бешбурчак изланаётган кесим бўлади (6.4-расм).

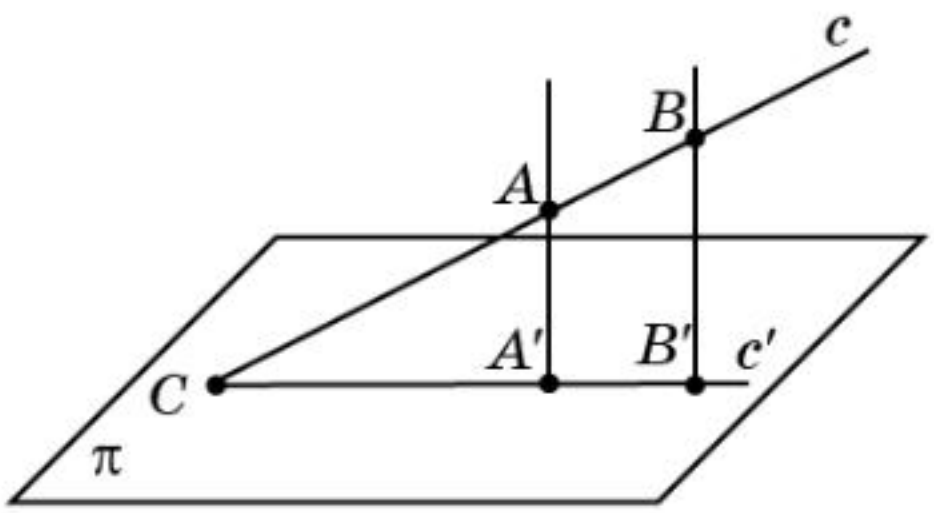


6.4-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Бундан мураккаброқ кесимларни ясаш учун тўғри чизиқда ётган иккита нуқта билан уларнинг текислигига параллел проекциялари орқали тўғри чизиқ ва текисликнинг кесишиш нуқтасини ясашга имконият яратадиган *излар усулидан* фойдаланамиз.

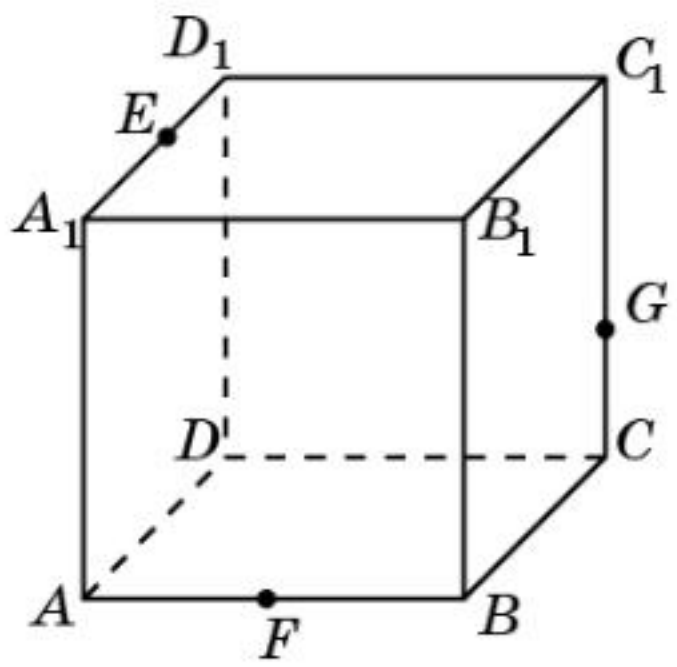


6.5-расм

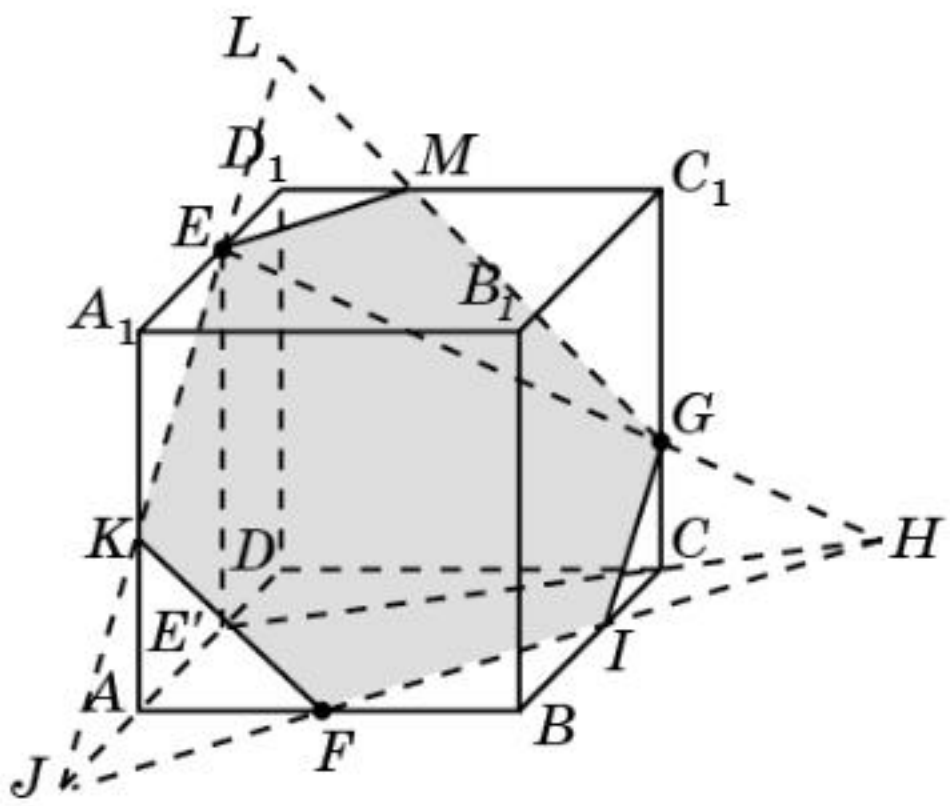
c тўғри чизиқ A, B нуқталар орқали ўтсин ва шу нуқталарнинг ρ текисликдаги A', B' параллел проекциялари маълум бўлсин. У ҳолда c тўғри чизиқ билан A', B' нуқталар орқали ўтувчи c' тўғри чизиқнинг C кесишиш нуқтаси c тўғри чизиқ билан ρ текисликнинг изланаётган кесишиш нуқтаси бўлади (6.5-расм).

Излар усулининг маъноси — аввал кесувчи текисликнинг кўпёқнинг асос текислигидаги изини ясаш, кейин кўпёқнинг ён қирралари билан ва ёқлари билан кесишиш нуқталарини, тўғри чизиқларини ясаш. Бу усулни кўпёқнинг бир ёғига тегишли иккита нуқта топилмаганда фойдаланилади, яъни кесимни берилган нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг шу нуқталарнинг проекциялари ётган текислик билан кесишиш нуқталарини топиш орқали ясашга имконият яратади.

3-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг жуфт-жуфти билан айқаш бўлган қиррасида ётган E, F, G нуқталар орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.6-расм).



6.6-расм



6.7-расм

Ясаш. EG тўғри чизиқ билан ABC текисликнинг кесимини топамиз. Бунинг учун E нуқта орқали D_1D тўғри чизиққа параллел тўғри чизиқ ўтказамиз ва унинг AD қирра билан кесишиш нуқтасини E' деб белгилаймиз. $E'C$ билан EG тўғри чизиқларни ўтказамиз ва уларнинг кесишиш нуқтасини H деб белгилаймиз. HF тўғри чизиқни ўтказамиз ва унинг BC билан AD қирралар билан кесишиш нуқталарини мос ра-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

вишда I, J деб белгилаймиз. JE тўғри чизиқ ўтказамиз ва унинг AA_1 билан DD_1 қирраси билан кесишиш нуқтасини K, L деб белгилаймиз. LG нуқталарни туташтирамиз ва унинг C_1D_1 қирраси билан кесишиш нуқтасини M деб белгилаймиз. E ва M, F ва K, G ва I нуқталарни туташтирамиз. Ҳосил бўлган $FIGMEK$ олтибурчакли изланаётган кесим бўлади (6.7-расм).

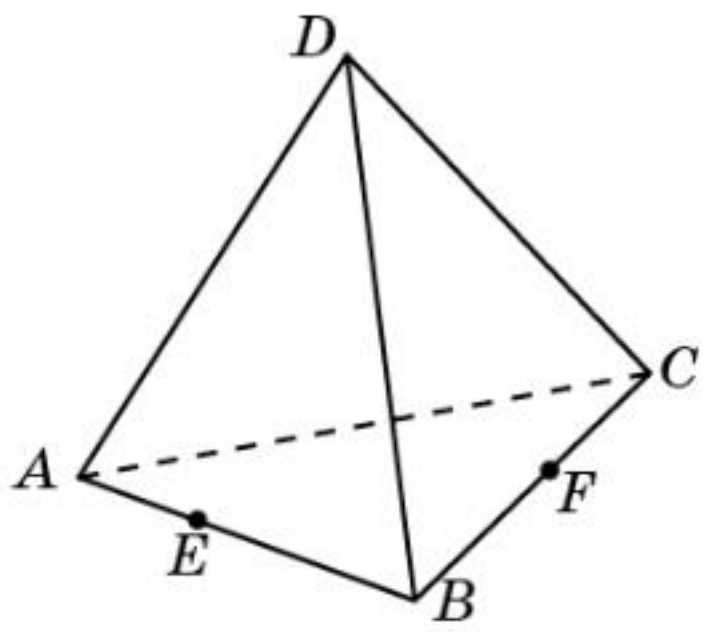
Саволлар

1. Кесувчи текислик деганда нимани тушунасиз?
2. Кўпёқнинг текислик билан кесими деганда нимани тушунасиз?
3. Кесувчи текисликнинг изи денимиз нима?
4. Излар усулининг маъноси нимада?

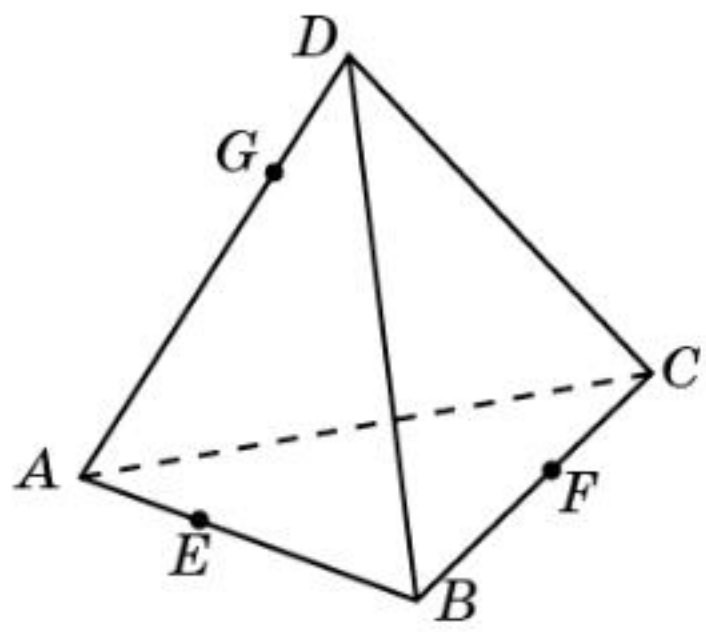
Масалалар

А

6.1. $ABCD$ тетраэдрнинг E, F нуқталар орқали ўтувчи ва BD қиррасига параллел текислик билан кесимини ясанг (6.8-расм).



6.8-расм

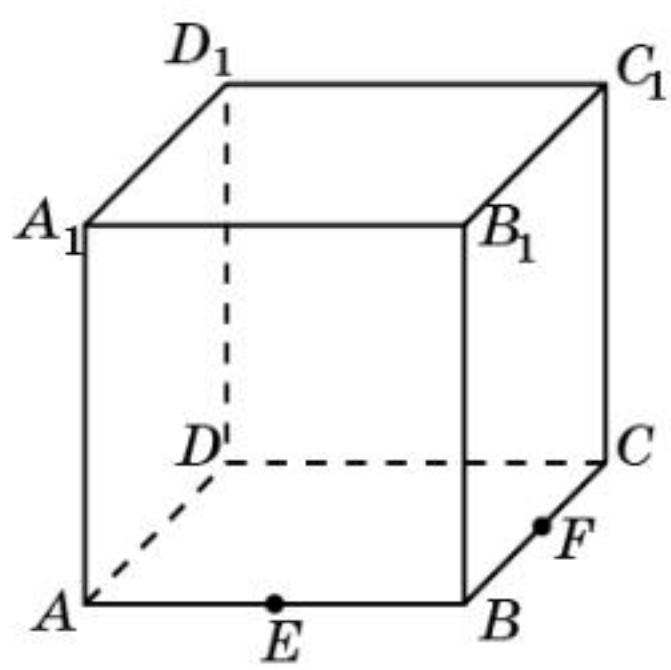


6.9-расм

6.2. $ABCD$ тетраэдрнинг E, F, G нуқталар орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.9-расм).

6.3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг AB, BC қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи ва CC_1 қиррасига параллел бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.10-расм).

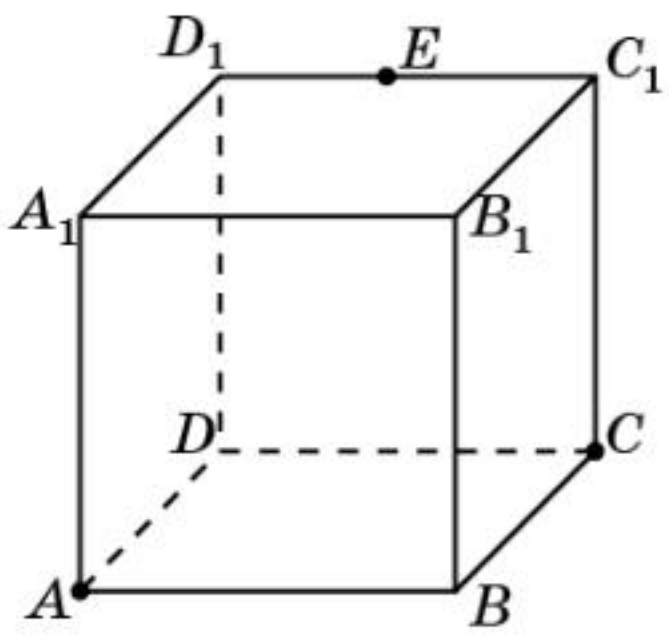
6.4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг A, C учлари ва C_1D_1 қиррасининг ўртаси E нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.11-расм).



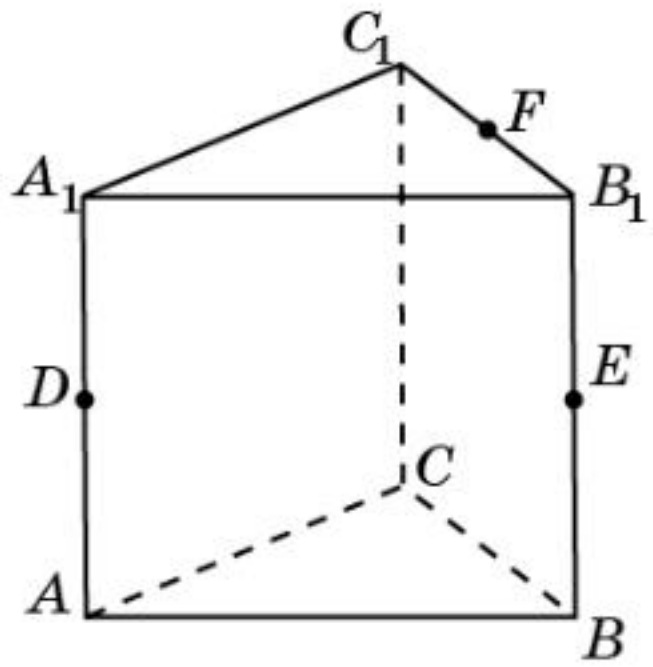
6.10-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

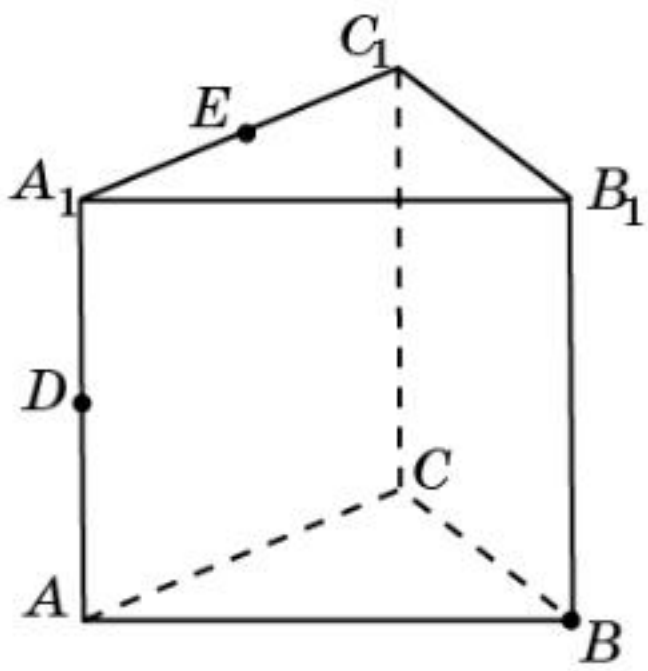
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



6.11-расм



6.12-расм



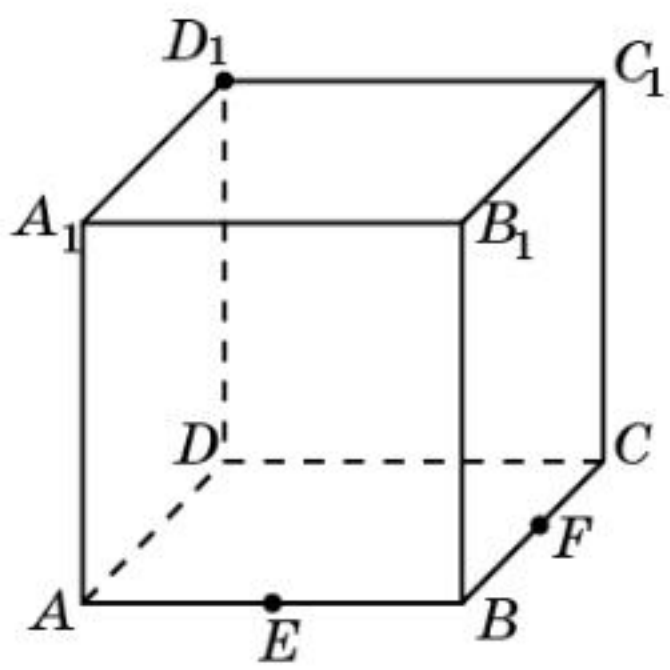
6.13-расм

6.5. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг AA_1, BB_1, B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.12-расм).

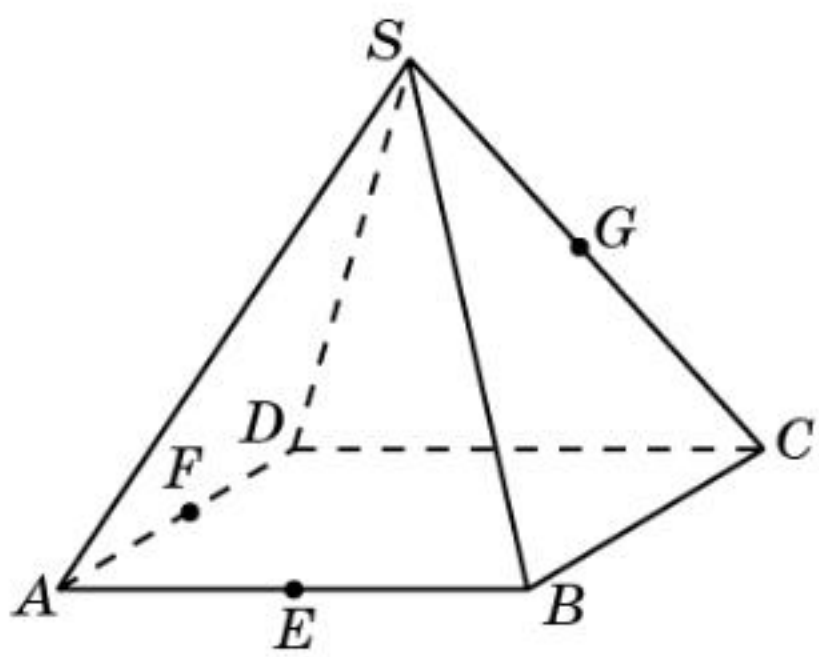
6.6. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг B учи ва AA_1 билан A_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.13-расм).

B

6.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг AB билан BC қирраларининг ўрталари ва D_1 учи орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.14-расм).



6.14-расм



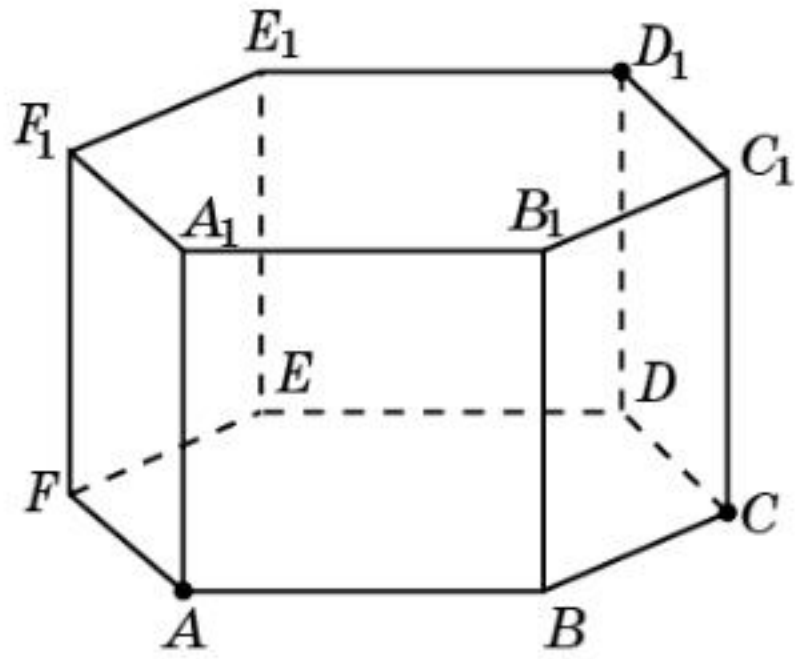
6.15-расм

6.8. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг AB, AD ва SC қирраларининг ўрталари арқили ўтувчи текислик билан кесилшни ясанг (6.15-расм).

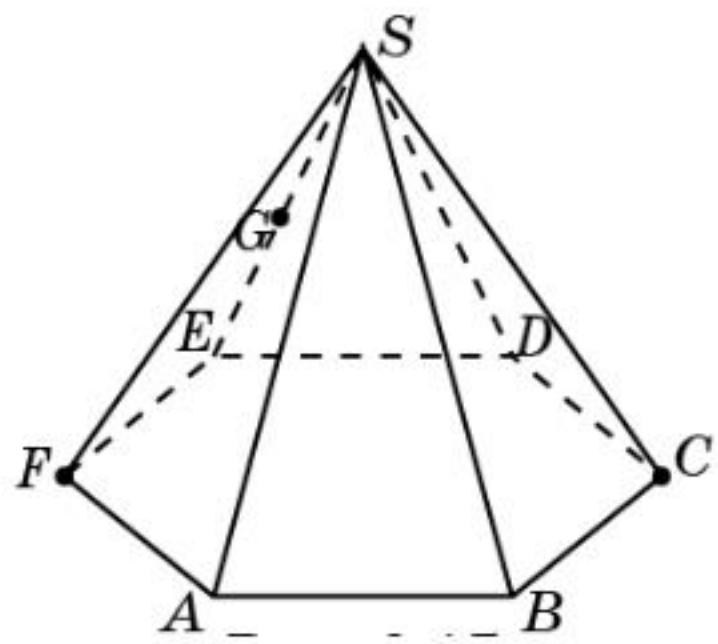
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.9. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг A, C ва D_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.16-расм).



6.16-расм

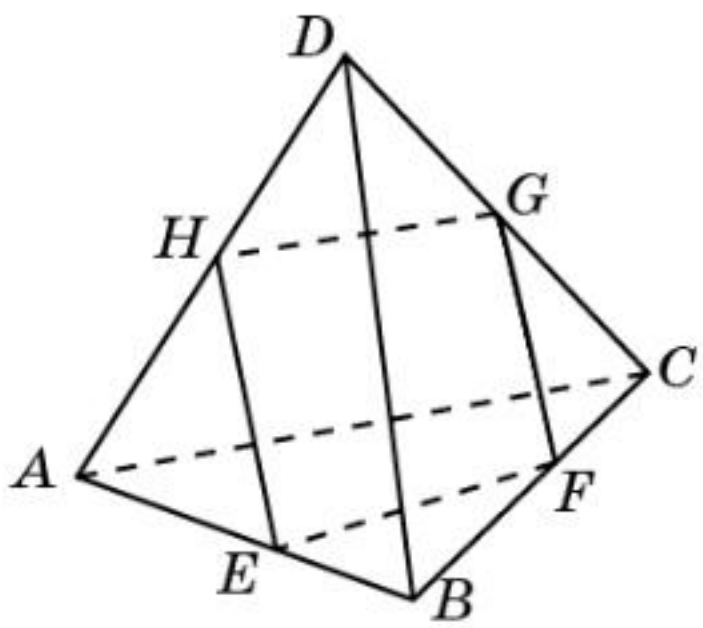


6.17-расм

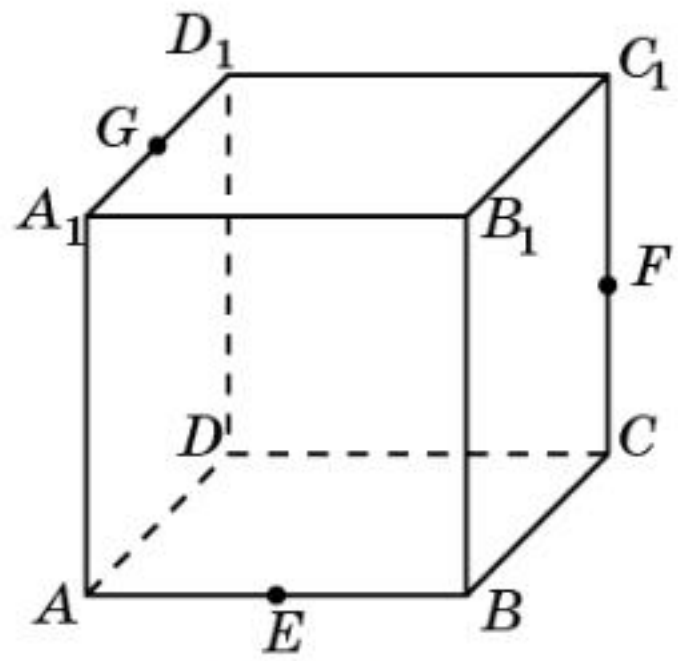
6.10. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли призманинг F, C учлари ва SE қиррасининг G ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.17-расм).

C

6.11. 6.18-расмда тасвирланган $EFGH$ тўртбурчак тетраэдрга кесим бўла оладими?



6.18-расм

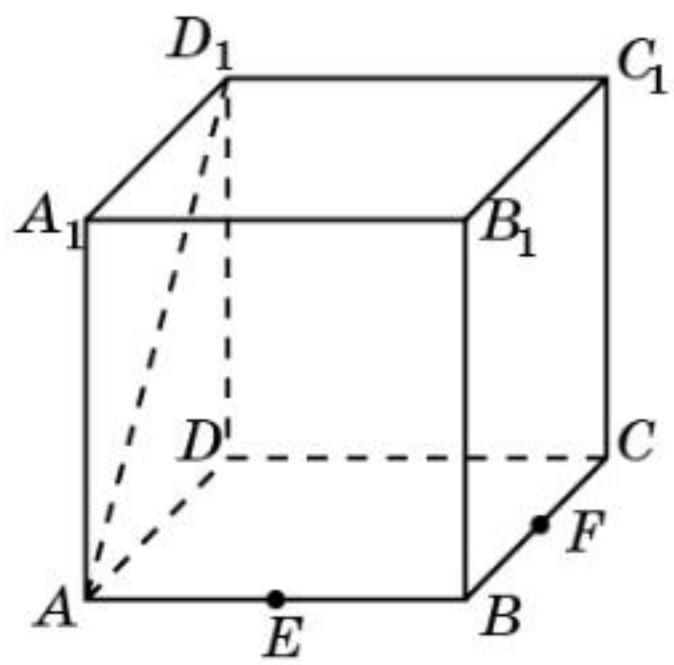


6.19-расм

6.12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг E, F, G нуқталар орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.19-расм).

6.13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг AB ва BC қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи ва AD_1 тўғри чизиққа параллел бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.20-расм).

6.14. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг AB ва BC қирраларининг

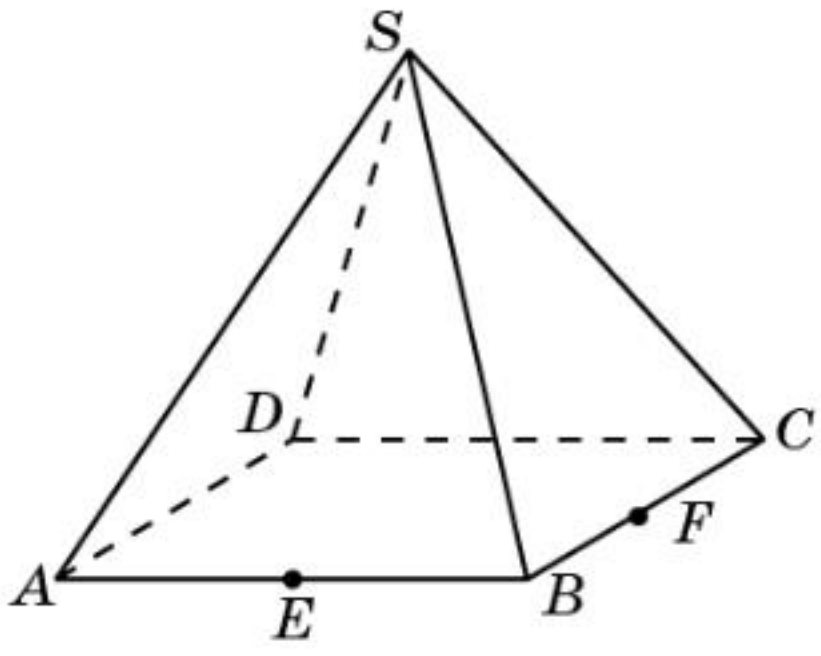


6.20-расм

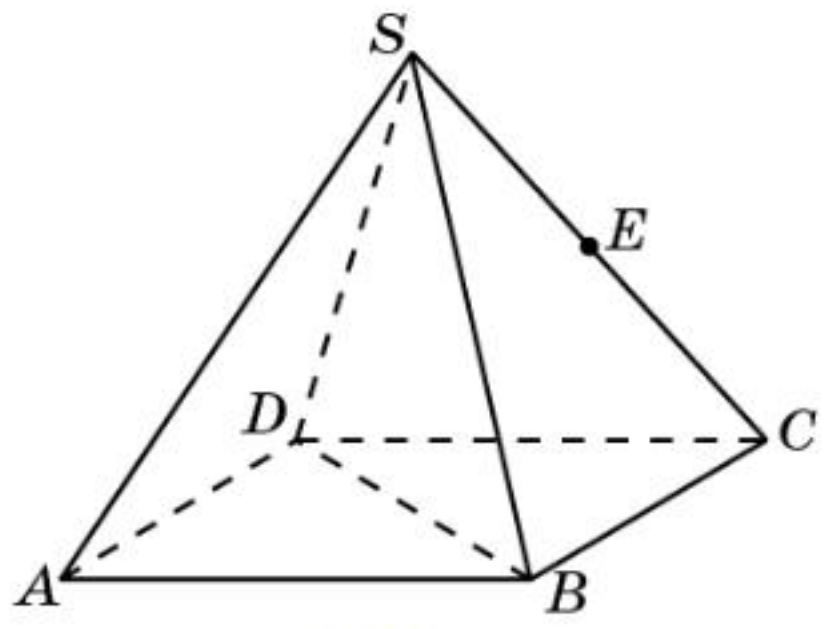
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ўрталари орқали ўтувчи ва SB тўғри чизиққа параллел бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.21-расм).



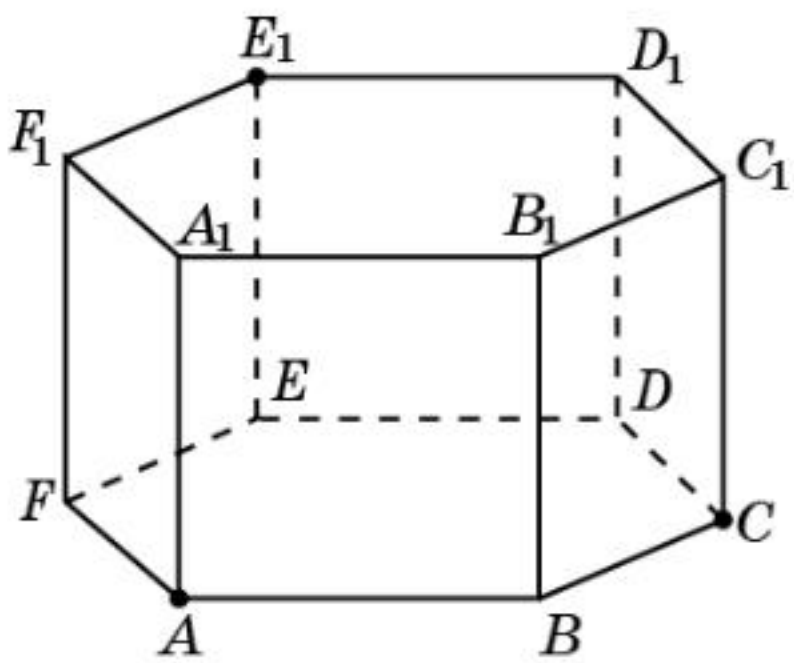
6.21-расм



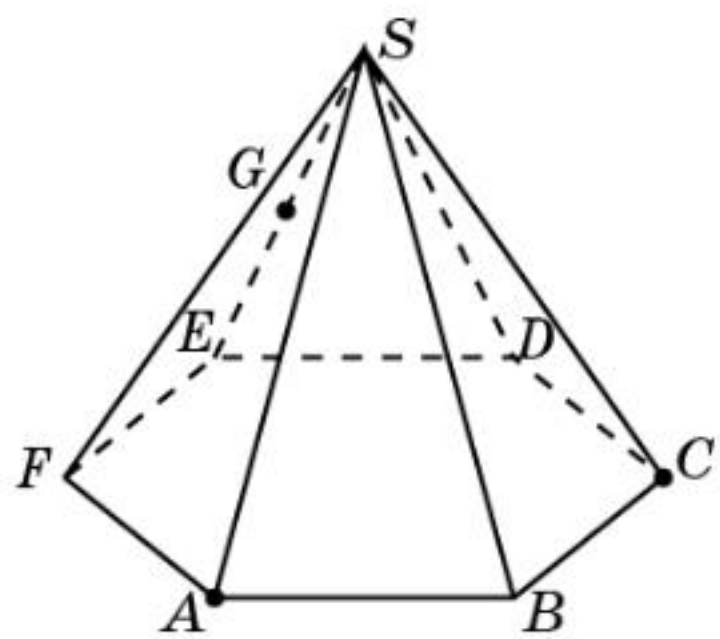
6.22-расм

6.15. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг A учи билан SC қиррасининг E ўртаси орқали ўтувчи ва BD тўғри чизиққа параллел бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.22-расм).

6.16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг A, C ва E_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.23-расм).



6.23-расм



6.24-расм

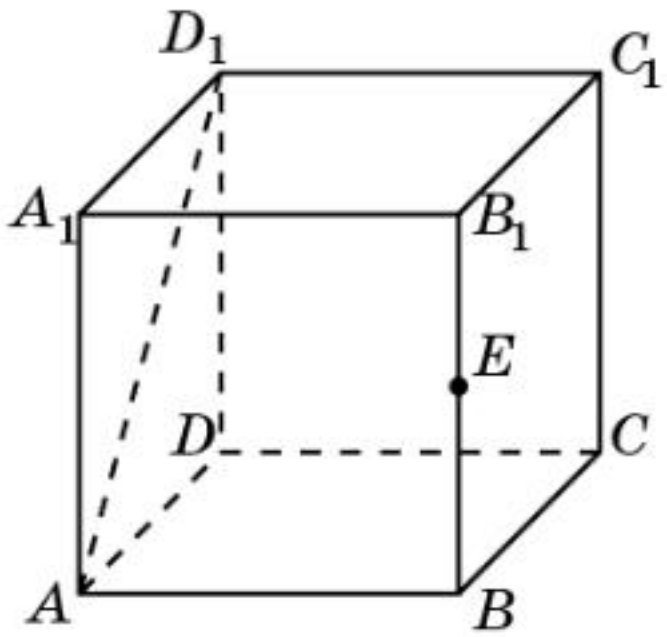
6.17. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг A, C учлари ва SE қиррасининг G ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг (6.24-расм).

6.18. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг BB_1 қиррасининг E ўртаси орқали ўтувчи ва AD_1 тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.25-расм).

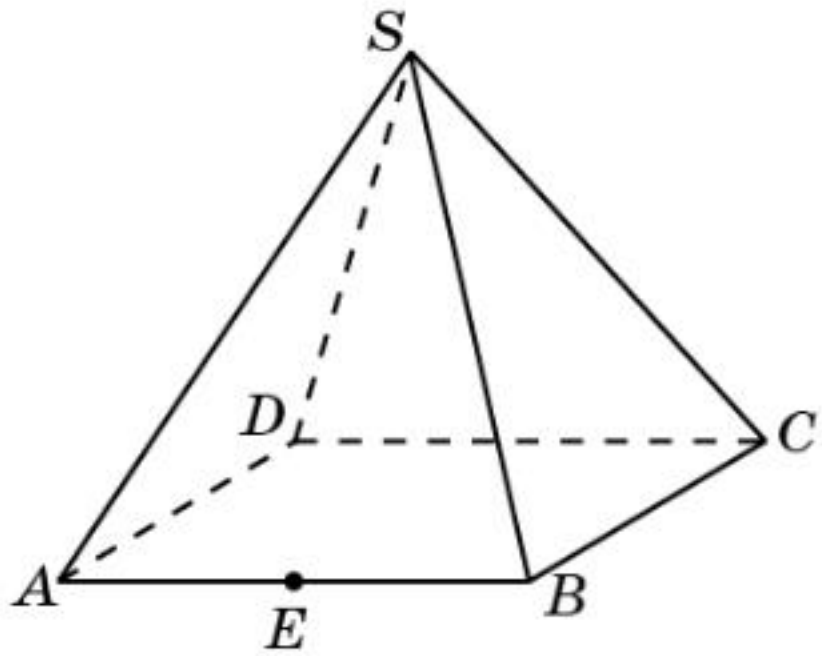
6.19. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 га тенг. Унинг AB қиррасининг E ўртаси орқали ўтувчи ва SD тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган текислик билан кесимини ясанг (6.26-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



6.25-расм



6.26-расм

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

6.20. Текисликда марказий симметрия ва ўқ симметриянинг таърифларини такрорланг

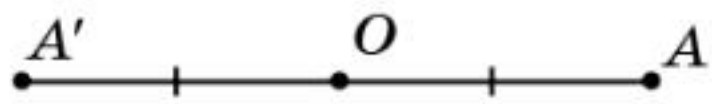
7*-§. Кўпёқларнинг симметрияси

"Текисликда фигураларнинг симметрияси тушунчаси" планиметрия курсида кўриб чиқилган. "Марказий ва ўқ симметрияси" тушунчалари аниқланган. "Фазовий фигуралар учун симметрия" тушунчаси шунга ўхшаш аниқланади.

Немис математиги Г. Вейлнинг (1885—1955 йй.) айтишича: "Симметрия деганимиз — инсонларнинг асрлар давомида тартибли, гўзаллик билан баркамолликни тушунишга ва яратишга интилган ғоялари".

Симметриянинг гўзал тасвирлари санъат асарларини-меъморчилик ва бадиий суратларни, хайкалларни ва хоказоларни тасвирлайди.

Агар фазода O нуқта AA' кесманинг ўртаси бўлса, у ҳолда A ва A' нуқталар O *нуқтага нисбатан симметрик деб* аталади (7.1-расм). O нуқта ўз-ўзига симметрик ҳисобланади.



7.1-расм

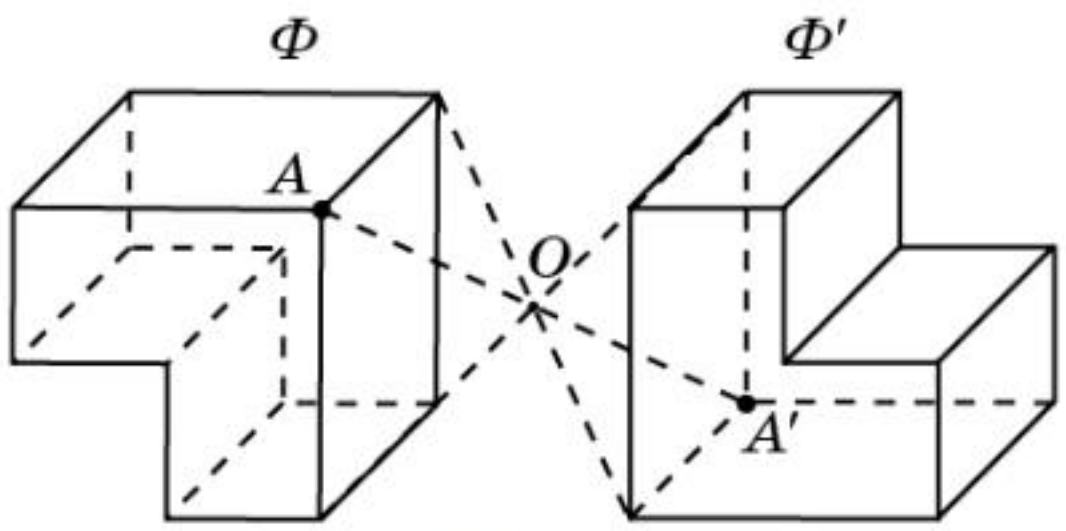
Фазонинг исталган A нуқтасини берилган O нуқтага нисбатан симметрик бўлган A' нуқтага тасвирловчи фазовий шакл алмаштириш *марказий симметрия* деб аталади. O нуқта *симметрия маркази* деб аталади.

Агар фазода O нуқтага нисбатан Φ фигуранинг ҳар бир A нуқтаси иккинчи Φ' фигуранинг маълум бир A' нуқтасига симметрик бўлса, у ҳолда Φ ва Φ' фигуралар O марказга нисбатан *марказий симметрия* деб аталади (7.2-расм).

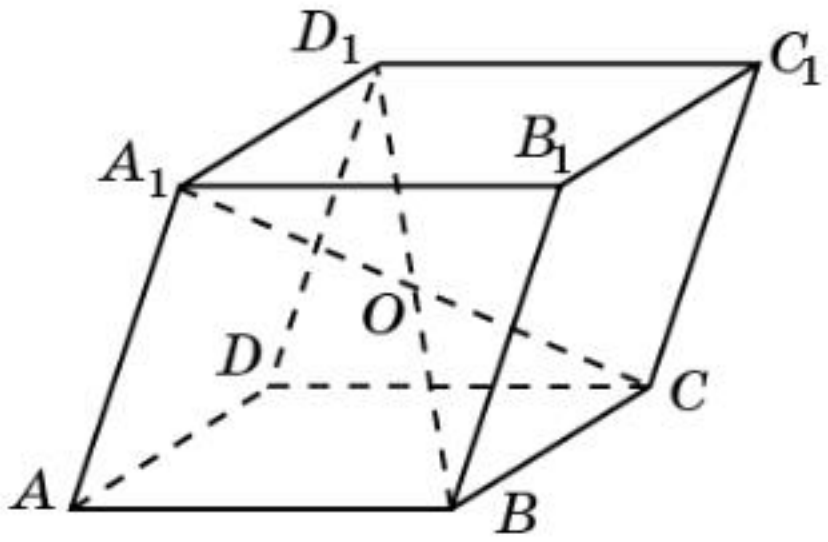
Агар фазода O нуқтага нисбатан Φ фигура ўз-ўзига марказий симметрик бўлса, у ҳолда Φ фигура O марказга нисбатан *марказий симметрия* деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



7.2-расм



7.3-расм

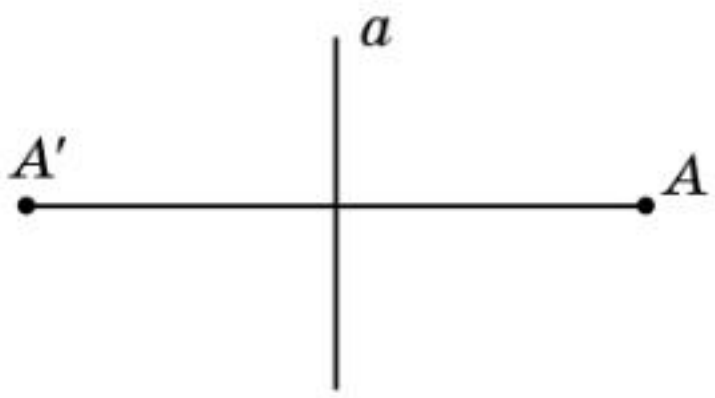
Масалан, параллелепипед ўзининг диагоналларининг кесишиши O нуқтасига нисбатан марказий симметрик бўлади (7.3-расм).

Сиз қандай ўйлайсиз, фигурада бир нечта симметрия маркази бўлиши мумкинми?

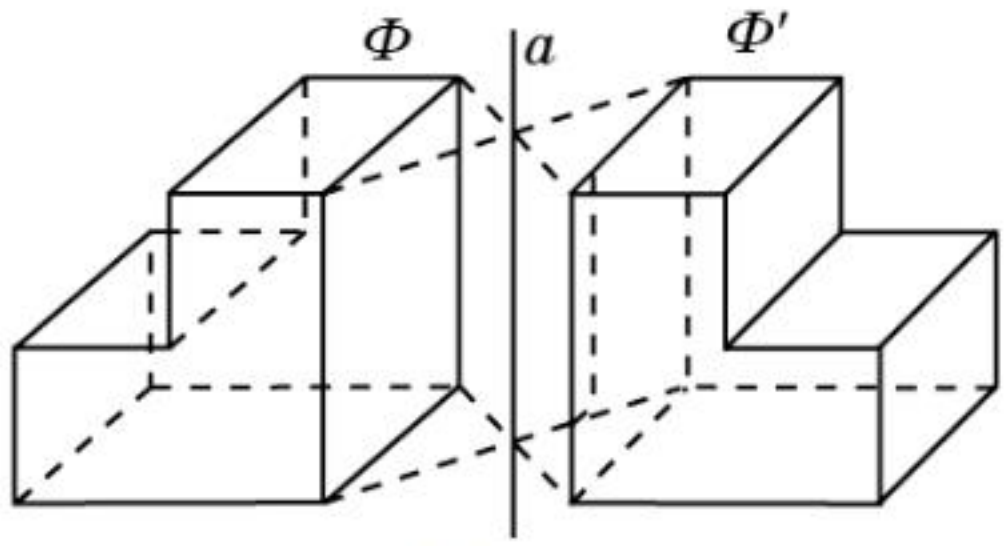
Агар фазода a тўғри чизиқ AA' кесмага перпендикуляр ва унинг ўртаси орқали ўтса, у ҳолда A ва A' нуқталар *a тўғри чизиққа нисбатан симметрик* деб аталади (7.4-расм). a тўғри чизиқнинг ҳар бир нуқтаси ўз-ўзига симметрик бўлади.

Фазонинг исталган A нуқтасини берилган a тўғри чизиққа нисбатан A' нуқтага тасвирловчи фазовий шакл алмаштириш *ўқ симметрияси* дейилади. a тўғри *чизиқ симметрия* ўқи дейилади.

Агар фазода a тўғри чизиққа нисбатан $Ф$ фигуранинг ҳар бир A нуқтаси иккинчи $Ф'$ фигуранинг маълум бир A' нуқтасига симметрик бўлса, у ҳолда $Ф$ ва $Ф'$ фигуралар a ўққа нисбатан *симметрик фигуралар* деб аталади (7.5-расм).



7.4-расм



7.5-расм

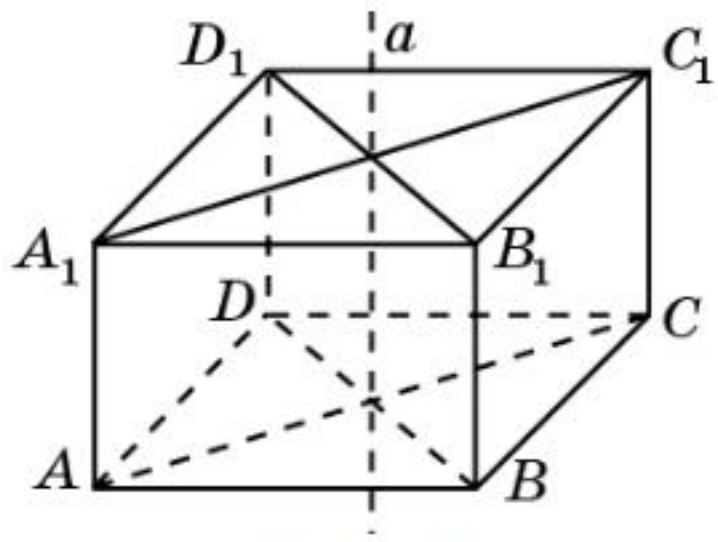
Агар фазода a тўғри чизиққа нисбатан $Ф$ фигура ўз-ўзига симметрик бўлса, у ҳолда $Ф$ фигура *a ўққа нисбатан симметрик* деб аталади.

Масалан, тўғри бурчакли параллелепипед ўзининг қарама-қарши ётган ёқларининг диагоналларининг кесишиш нуқталари орқали ўтувчи ўқига нисбатан марказий симметрик бўлади (7.6-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

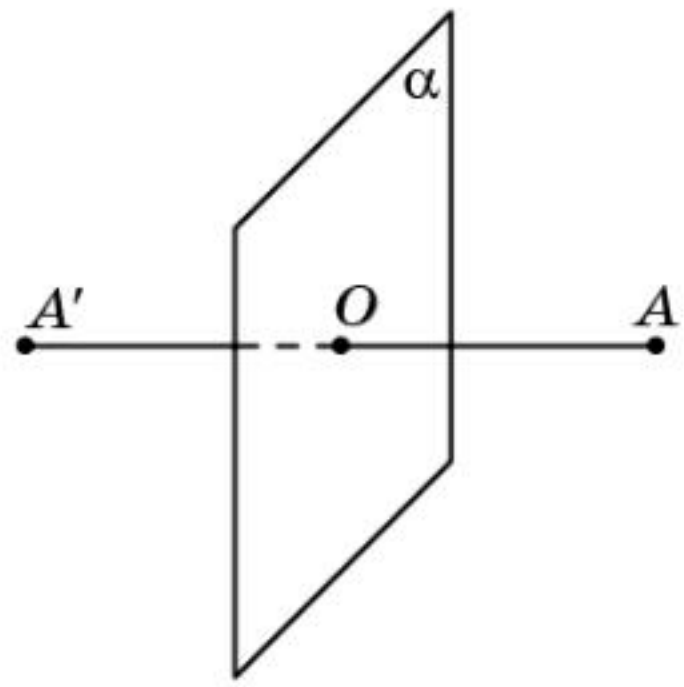
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Сиз қандай ўйлайсиз, фигурада бир нечта симметрия ўқлари бўлиши мумкинми?



7.6-расм

Агар фазода а текисликдаги AA' кесмага перпендикуляр ва унинг ўртаси орқали ўтса, у ҳолда A ва A' нуқталар а *текисликка нисбатан симметрик* дейилади (7.7-расм). а текисликнинг ҳар бир нуқтаси ўз-ўзига симметрик бўлади.

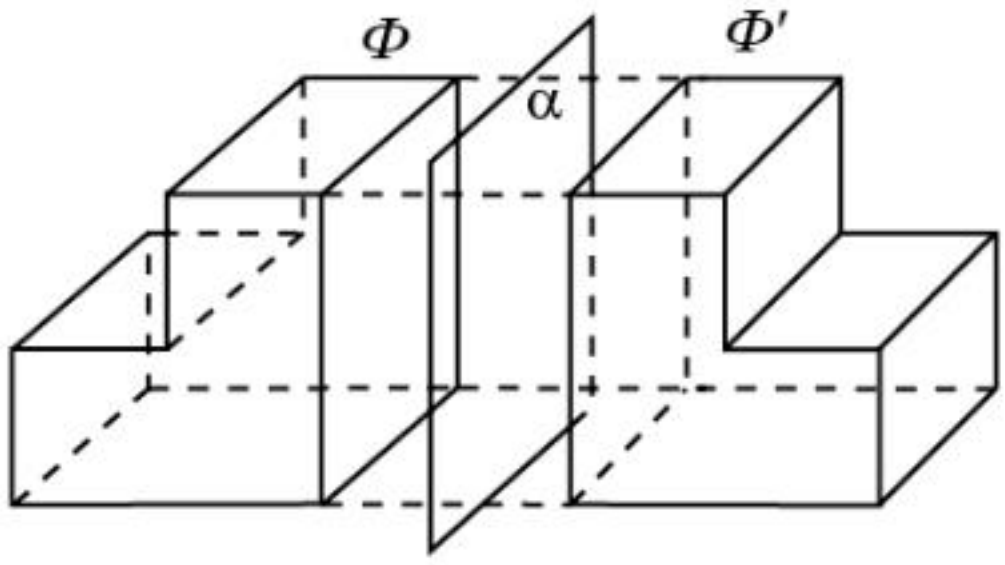


7.7-расм

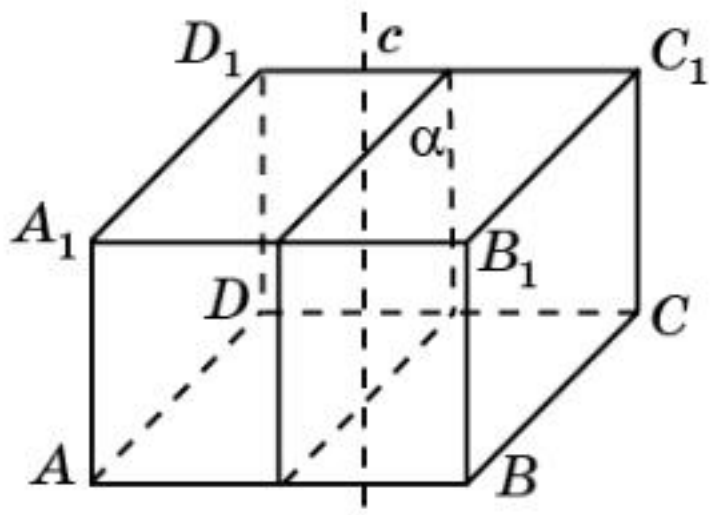
Текисликнинг ҳар бир A нуқтасини берилган а текисликка нисбатан A' нуқтасига тасвирловчи фазодаги шакл алмаштириш а *текисликка нисбатан симметрия* деб аталади. а текислик *симметрия текислиги* дейилади.

Текисликка нисбатан симметрия *аксий симметрия* деб ҳам аталади.

Агар фазодаги а текисликка нисбатан Φ фигуранинг ҳар бир A нуқтаси иккинчи Φ' фигуранинг қандайдир A' нуқтасига аксий симметрик бўлса, у ҳолда Φ ва Φ' фигуралар а текисликка нисбатан *аксий симметрик фигуралар* деб аталади (7.8-расм).



7.8-расм



7.9-расм

Агар фазода а текисликка нисбатан Φ фигура ўз-ўзига аксий симметрик бўлса, у ҳолда Φ фигура а текисликка нисбатан *аксий симметрия* деб аталади.

Масалан, тўғри бурчакли параллелепипед ўзининг симметрия ўқи орқали ўтувчи ва қарама-қарши ётган ёқларидан бирига параллел бўлган текисликка нисбатан аксий симметрик бўлади (7.9-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Сиз қандай ўйлайсиз, фигурада бир нечта симметрик ёқлар бўлиши мумкинми?

Кристаллар — табиий кўпёқлар

Кўпёқларнинг кўпгина шаклларини одамлар ўзлари ўйлаб топишмаган, улар табиий кристаллар шаклида тузилган. Ош тузининг кристаллари квадрат шаклида (7.10-расм), муз ва кварц кристаллари икки ёқли қаламнинг учрарига ўхшаш бўлади, яъни асосларида олтибурчакли пирамидалар бўлган олтибурчакли призма шаклида бўлади (7.11-расм).

7.10-расм

7.11-расм

Олмос кўпинча октаэдр шаклида учрайди (7.12-расм). Кесимни иккига бўлувчи исландия шпати оғма параллелепипед шаклида бўлади (7.13-расм)

7.12-расм

7.13-расм

Кристалларнинг ташқи кўриниши — уларнинг физик ва химик хоссаларининг кўринишигина. Уларнинг барчаси кристалларнинг геометрик тузилишининг ўзига хосликлари билан, масалан, кристал тўрида атомларнинг симметрик жойлашуви орқали тушунтирилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Кристалларга бошқа мисоллар келтиринг ва уларнинг шаклларини кўрсатинг.

Кристаллар билан тўлиқроқ танишиш учун Қозоғистон Республикасининг геологик музейи ва А.Е. Ферсман номидаги Минералогия музейи сайтларига киришни таклиф қиламиз.

Саволлар

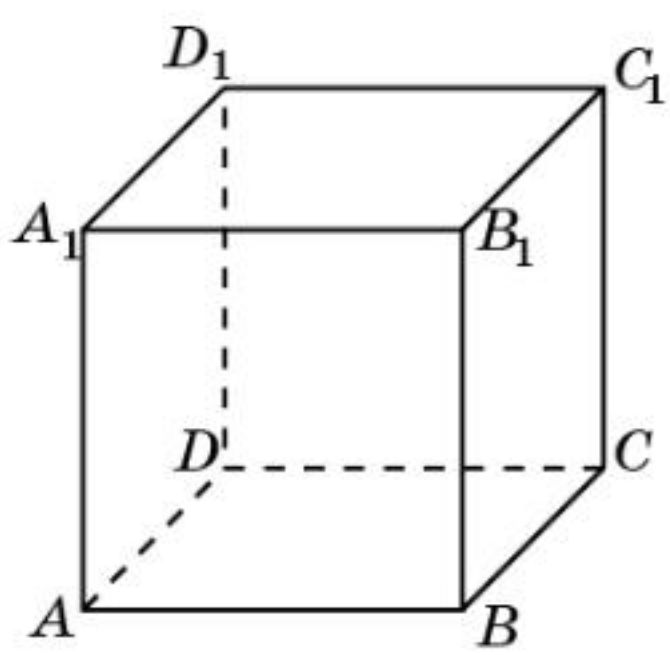
1. Фазонинг қандай нуқталари марказий симметрик дейилади?
2. Фазовий қандай шакл алмаштириш марказий симметрия дейилади?
3. Фазодаги қандай иккита фигура симметрия маркази бўлган фигуралар дейилади?
4. Фазода қандай фигура симметрия маркази бўлган фигура дейилади?
5. Қандай нуқталар тўғри чизиққа нисбатан симметрик деб аталади?
6. Фазода қандай шакл алмаштириш тўғри чизиққа нисбатан симметрия дейилади?
7. Фазодаги қандай иккита фигура тўғри чизиққа нисбатан симметрик деб аталади?
8. Фазодаги қандай фигура тўғри чизиққа нисбатан симметрик деб аталади?
9. Фазода қандай нуқталар текисликка нисбатан симметрик деб аталади?
10. Фазодаги қандай шакл алмаштириш аксий симметрия дейилади?
11. Фазодаги қандай иккита фигура аксий симметрик дейилади?
12. Фазодаги қандай фигура аксий симметрик дейилади?
13. Ош тузининг кристаллари қандай кўпёқ шаклида бўлади?
14. Кварцнинг кристаллари қандай кўпёқ шаклида бўлади?
15. Олмос кристаллари кўпинча қандай кўпёқ шаклида бўлади?
16. Исландия шпати кристаллари қандай кўпёқ шаклида бўлади?

Масалалар

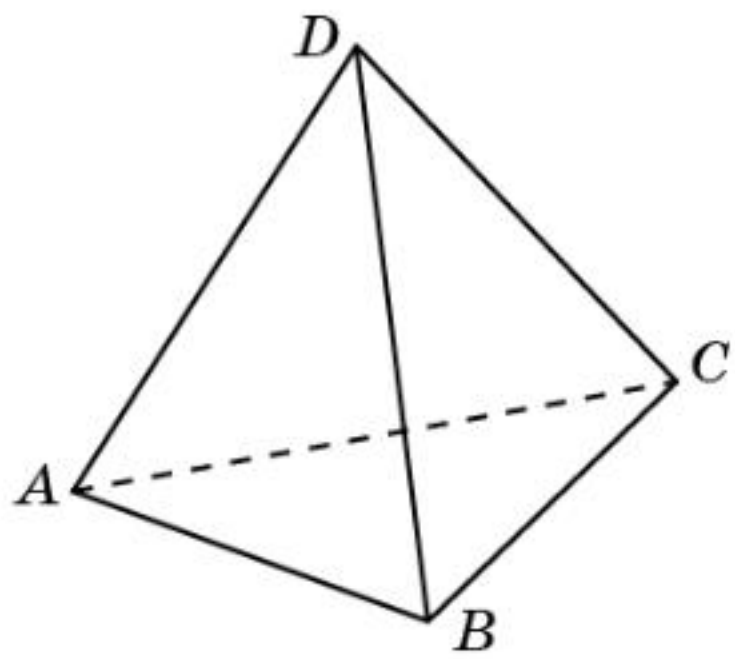
А

7.1. Фазода марказий симметрик ва марказий симметрик бўлмаган фигураларга мисоллар келтиринг.

7.2. 7.14-расмда кубнинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?



7.14-расм



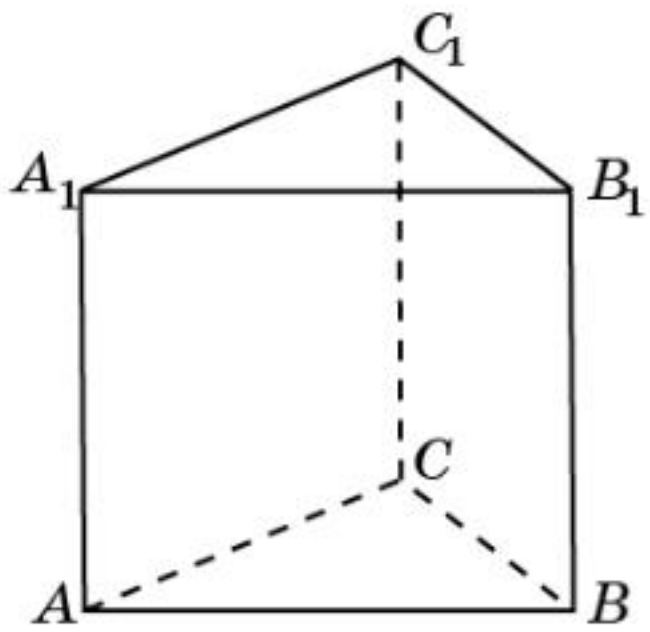
7.15-расм

7.3. 7.15-расмда мунтазам тетраэдрнинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?

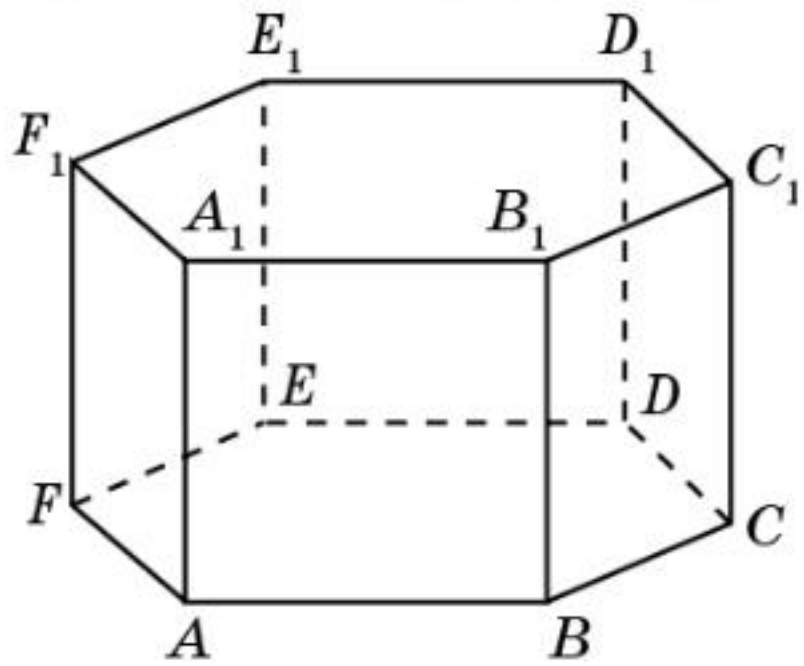
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

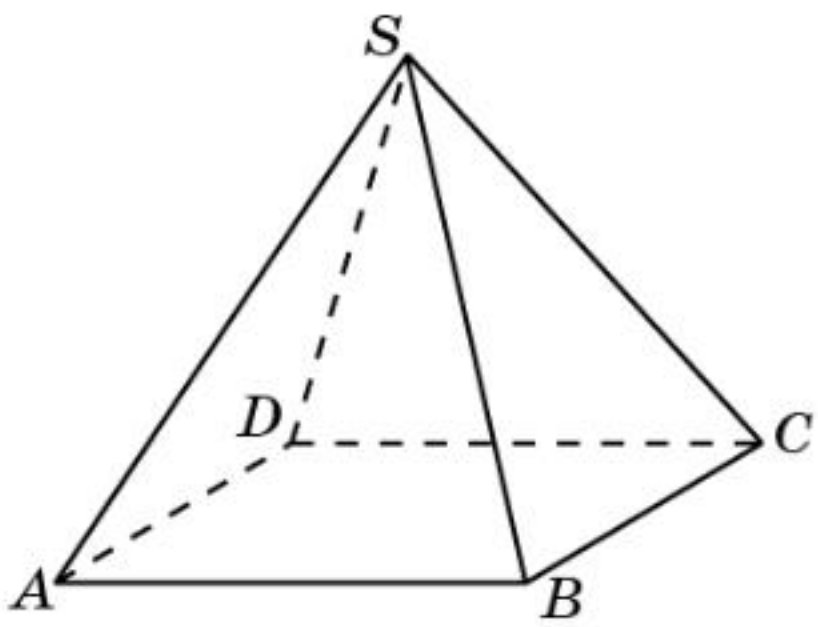
7.4. 7.16-расмда мунтазам учбурчакли призманинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?



7.16-расм



7.17-расм

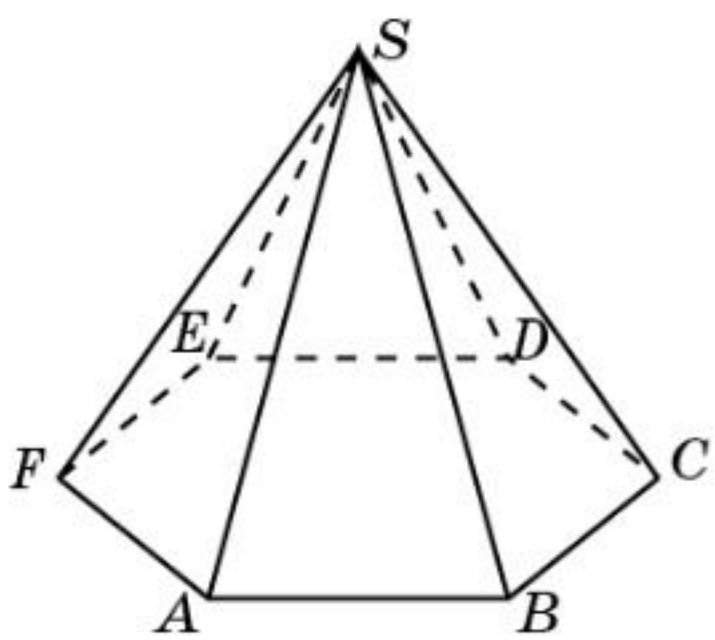


7.18-расм

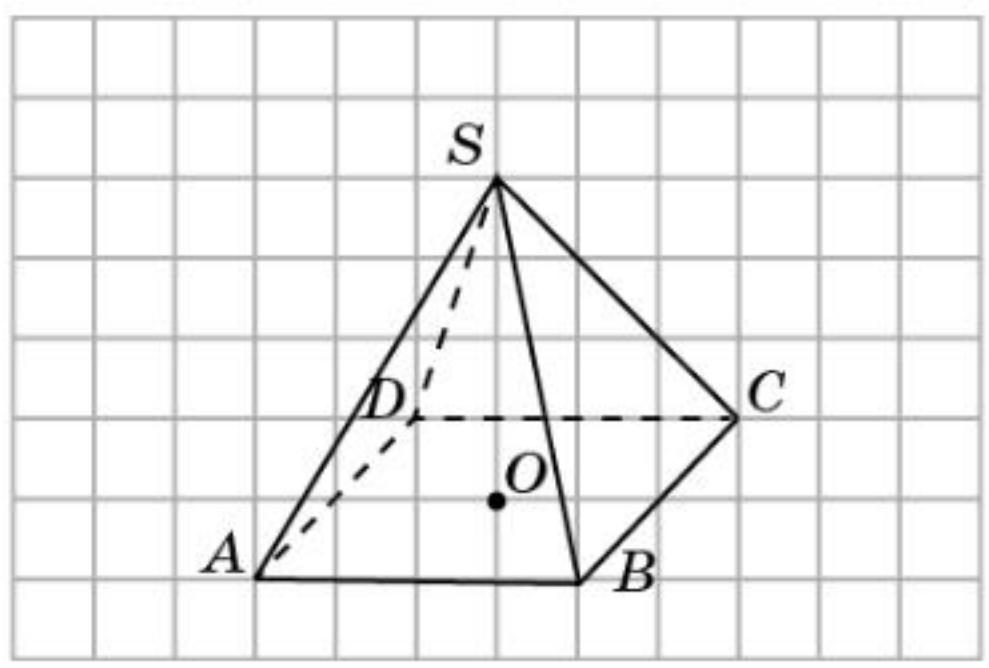
7.5. 7.17-расмда мунтазам олтибурчакли призманинг : 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?

7.6. 7.18-расмда мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?

7.7. 7.19-расмда мунтазам олтибурчакли пирамиданинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?



7.19-расм



7.20-расм

7.8. Катак қоғозда 7.20-расмдаги O нуқтага нисбатан $SABCD$ пирамидага симметрик пирамида чизинг.

B

7.9. Параллел иккита тўғри чизиқдан ташкил топган фигураларнинг симметрия марказини кўрсатинг.

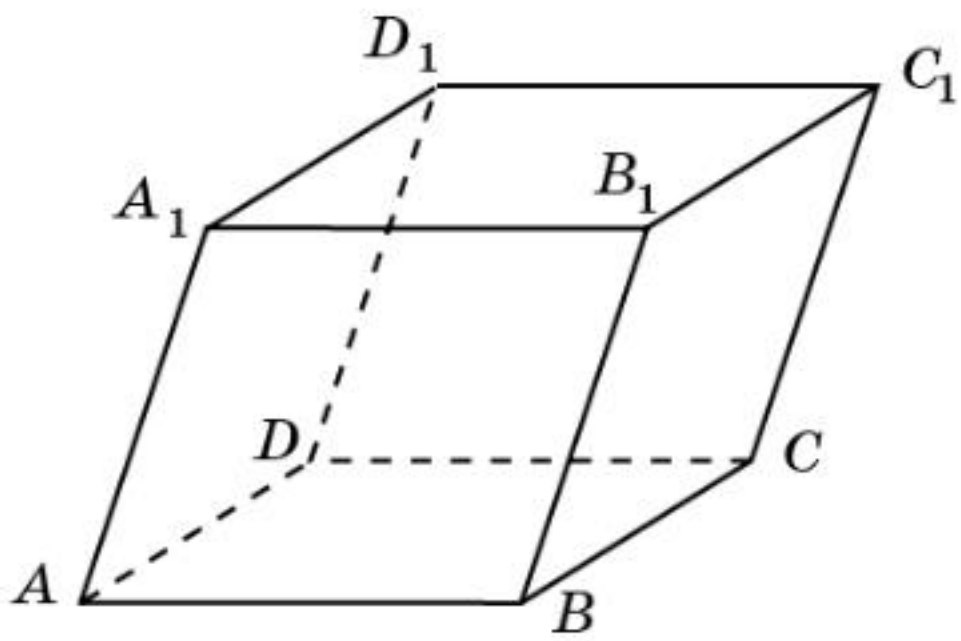
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

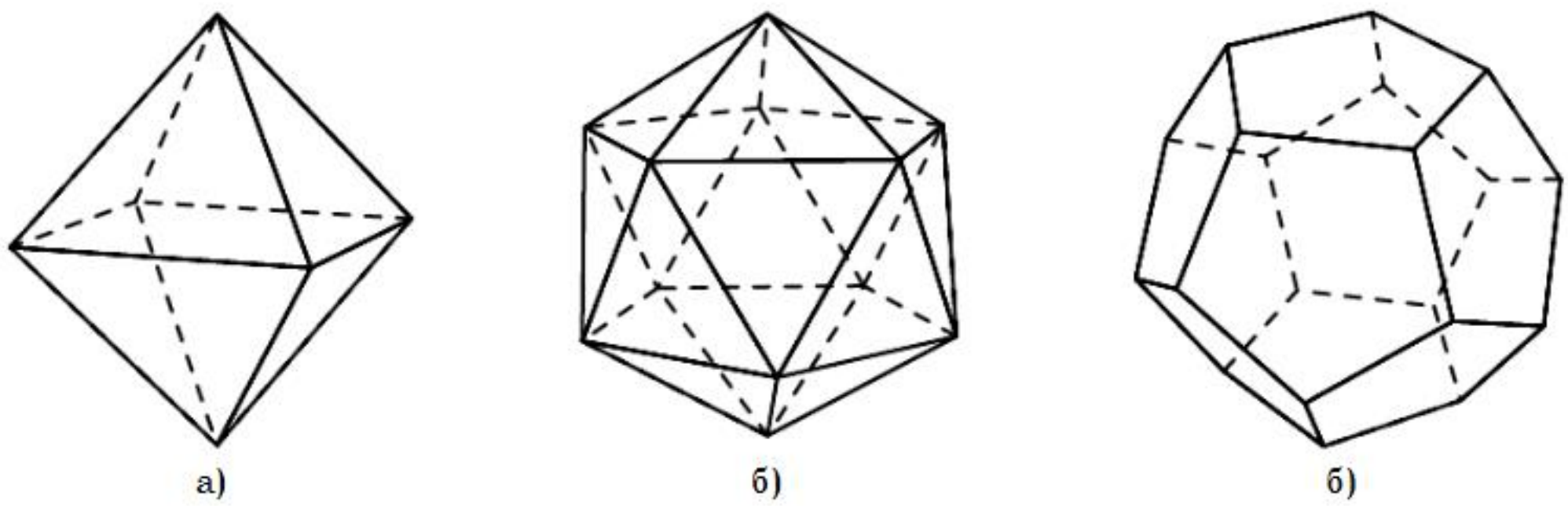
7.10. 1) Кесишувчи икки текисликдан; 2) параллел иккита текисликдан ташкил топган фигураларнинг симметрия марказини кўрсатинг.

7.11. Оғма параллелепипеднинг симметрия маркази мавжудми (7.21-расм)?

7.12. 1) Октаэдрнинг; 2) икосаэдрнинг; 3) додекаэдрнинг симметрия маркази мавжудми (7.22-расм)?



7.21-расм



7.22-расм

7.13. Мунтазам: 1) учбурчакли призманинг (7.16-расм); 2) олтибурчакли призманинг нечта симметрия ўқи бўлади (7.17-расм)?

7.14. Мунтазам: 1) учбурчакли призманинг (7.16-расм); 2) олтибурчакли призманинг нечта симметрия текислиги бўлади (7.17-расм)?

7.15. Мунтазам: 1) тўртбурчакли пирамиданинг (7.18-расм); 2) олтибурчакли пирамиданинг нечта симметрия ўқи бўлади (7.19-расм)?

7.16. Мунтазам: 1) тўртбурчакли пирамиданинг (7.18-расм); 2) олтибурчакли пирамиданинг нечта симметрия текислиги бўлади (7.19-расм)?

C

7.17. Мунтазам: 1) n бурчакли призманинг; 2) n бурчакли пирамиданинг нечта симметрия ўқи бўлади?

7.18. Мунтазам: 1) n бурчакли призманинг; 2) n бурчакли пирамиданинг нечта симметрия текислиги бўлади?

7.19. 1) Октаэдрнинг; 2) икосаэдрнинг; 3) додекаэдрнинг нечта симметрия ўқи бўлади (7.22-расм)?

7.20. 1) Октаэдрнинг; 2) икосаэдрнинг; 3) додекаэдрнинг нечта симметрия текислиги бўлади (7.22-расм)?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

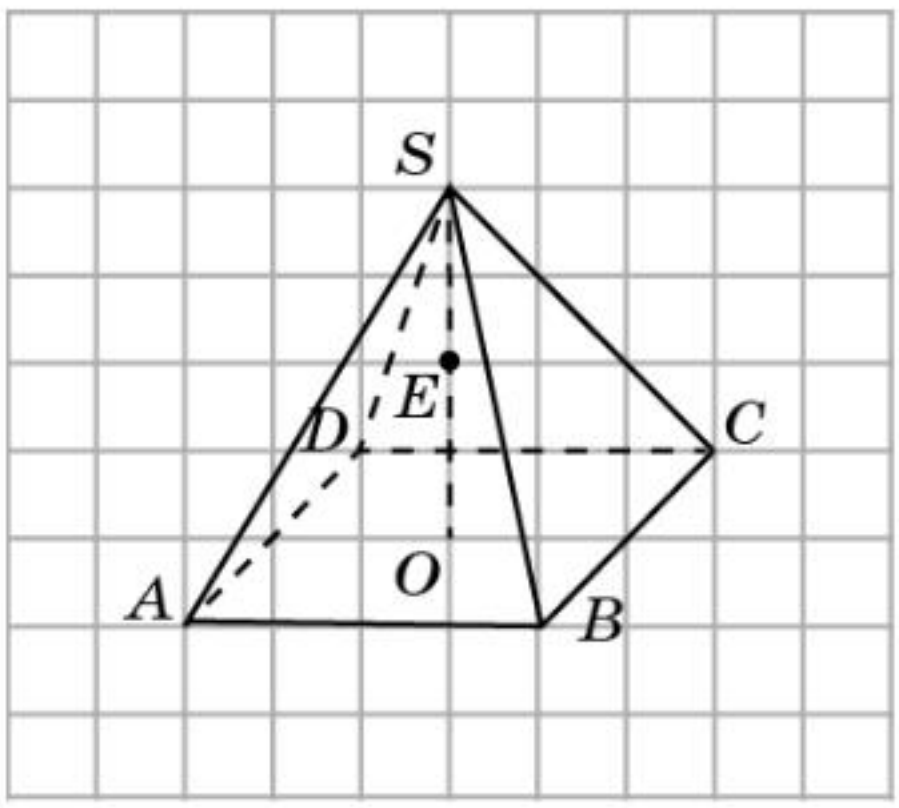
7.21. Фазода фигуранинг симметрия маркази шу фигурага тегишли бўлмаслиги мумкинми? Мисоллар келтиринг.

7.22. Фазода: 1) симметрия маркази бор, бироқ симметрия ўқи йўқ; 2) симметрия ўқи бор, бироқ симметрия маркази йўқ фигураларга мисоллар келтиринг.

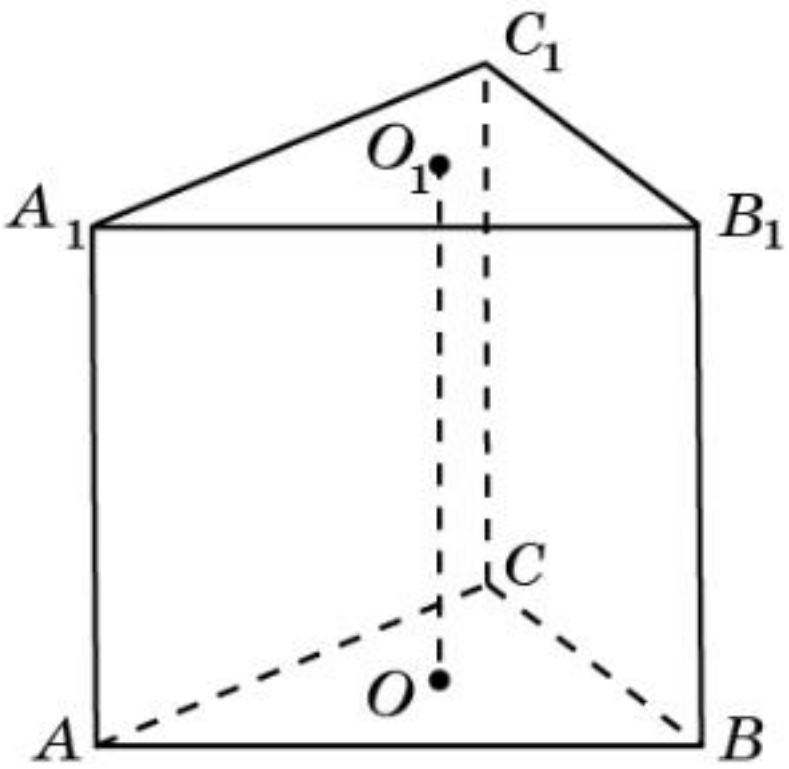
7.23. Фазода: 1) симметрия маркази бор, бироқ симметрия текислиги йўқ; 2) симметрия ўқи бор, бироқ симметрия текислиги йўқ фигураларга мисоллар келтиринг.

7.24. Фазода: 1) симметрия текислиги бор, бироқ симметрия маркази йўқ; 2) симметрия текислиги бор, бироқ симметрия ўқи йўқ фигураларга мисоллар келтиринг.

7.25. Катак қоғозда 7.23-расмдаги $SABCD$ пирамиданинг SO баландлигининг E ўртасига нисбатан шу пирамидага симметрик пирамида ясанг. Пирамиданинг қирралари тенг деб олиб, дастлабки пирамида билан унга ўқ симметрик бўлган пирамиданинг умумий қисми бўлган кўпёқнинг номини айтинг.



7.23-расм



7.24-расм

7.26. Мунтазам учбурчакли призма асосларининг O ва O_1 марказлари орқали ўтувчи тўғри чизиққа нисбатан шу призмага симметрик призма ясанг (7.24-расм). Дастлабки призма билан унга симметрик призманинг умумий қисми қандай фигура бўлади?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

7.27. Текисликда тўғри чизиқнинг аналитик берилишини такрорланг. Фазода тўғри чизиқнинг аналитик берилишини кўрсатиб кўринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

1. Қаварақ кўпёқнинг ҳар бир учидан учта қирра чиқади. Агар унинг 12 та учи бор бўлса, у ҳолда унинг нечта қирраси бўлади:

   A) 12; B) 16; C) 18; D) 24?

2. Қаварақ кўпёқнинг ҳар бир учида учта учбурчакли ёқлари учрашади. Агар унинг 14 та ёғи бор бўлса, у ҳолда унинг нечта учи бўлади:

   A) 4; B) 6; C) 9; D) 12?

3. Қаварақ кўпёқнинг ёқлари-учбурчаклар. Агар унинг 12 та қирраси бор бўлса, у ҳолда унинг нечта ёғи бўлади:

   A) 6; B) 8; C) 9; D) 12?

4. Учёқли бурчакнинг иккита ясси бурчаги мос равишда 60° ва 90° га тенг. Учинчи ясси бурчак қандай оралиқда ётади:

   A) 60° дан катта ва 90° дан кичик;
   B) 90° дан катта ва 150° дан кичик;
   C) 30° дан катта ва 90° дан кичик;
   D) 30° дан катта ва 150° дан кичик?

5. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг учёқли бурчагининг ясси бурчакларининг йиғиндисини топинг:

   A) 90°; B) 180°; C) 270°; D) 360°.

6. Қаварақ кўпёқнинг 10 та учи билан 15 та қирраси бор. Унинг нечта ёғи бўлади:

   A) 5; B) 7; C) 9; D) 12?

7. Қаварақ кўпёқнинг 6 та учи билан 5 та ёғи бор. Унинг нечта қирраси бўлади:

   A) 5; B) 7; C) 9; D) 12?

8. Қаварақ кўпёқнинг 12 та қирраси билан 8 та ёғи бор. Унинг нечта учи бўлади:

   A) 6; B) 7; C) 8; D) 9?

9. Икосаэдрнинг нечта ёғи бўлади:

   A) 8; B) 12; C) 16; D) 20?

10. Додекаэдрнинг нечта ёғи бўлади:

    A) 8; B) 12; C) 16; D) 20?

11. Мунтазам тетраэдр ёқларининг ўрталари қандай кўпёқнинг учлари бўлади:

    A) тетраэдр; B) куб;
    C) октаэдр; D) икосаэдр?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12. Куб ёқларининг ўрталари қандай кўпёқнинг учлари бўлади:

A) тетраэдр; B) куб;
C) октаэдр; D) икосаэдр?

13. Додекаэдрнинг ёйилмасида нечта бешбурчак бўлади:

A) 8; B) 12; C) 16; D) 20?

14. Мунтазам тетраэдрнинг қиралари 2 га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг:

A) $\sqrt{3}$; B) $2\sqrt{3}$; C) $3\sqrt{3}$; D) $4\sqrt{3}$.

15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг AB, BC ва AA_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесими қандай кўпбурчак бўлади:

A) учбурчак; B) тўртбурчак;
C) бешбурчак; D) олтибурчак?

16. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг AB, BC ва SD қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесими қандай кўпбурчак бўлади:

A) учбурчак; B) тўртбурчак;
C) бешбурчак; D) олтибурчак?

17. Кубнинг нечта симметрия ўқи бўлади:

A) 3; B) 6; C) 8; D) 9?

18. Мунтазам бешбурчакли призманинг нечта симметрия ўқи бўлади:

A) 5; B) 6; C) 8; D) 9?

19. Мунтазам тетраэдрнинг нечта симметрия ўқи бўлади:

A) 3; B) 6; C) 8; D) 9?

20. Мунтазам олтибурчакли призманинг нечта симметрия текислиги бўлади:

A) 3; B) 5; C) 7; D) 9?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

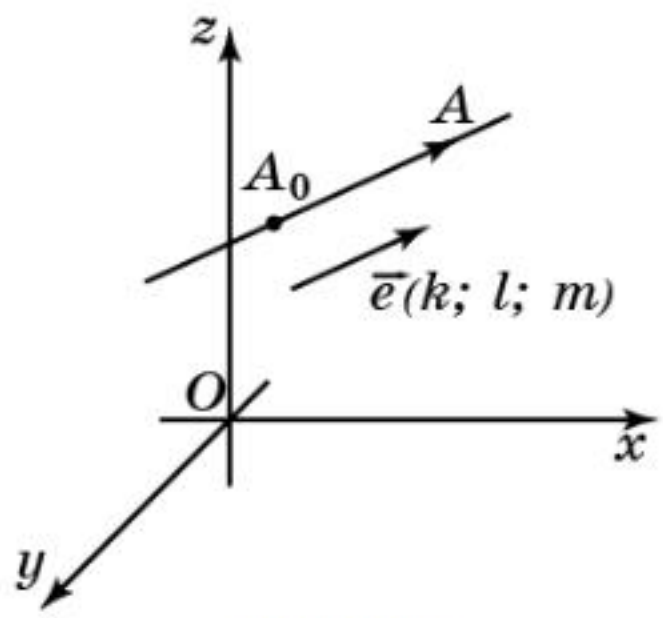
II боб ФАЗОДА ТЎҒРИ ЧИЗИҚ БИЛАН ТЕКИСЛИК ТЕНГЛАМАЛАРИНИНГ ҚЎЛЛАНИЛИШИ

8-§. Фазода тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топиш

10-синф геометрия курсида фазода тўғри чизиқ билан текисликнинг ўзаро жойлашуви, фазода тўғри чизиқнинг параметрик ва каноник тенгламалари кўриб чиқилган.

Фазода *тўғри чизиқнинг параметрик тенгламаси* қуйидаги кўринишда берилишини ёдга солайлик:

$$\begin{cases} x = x_0 + kt, \\ y = y_0 + lt, \\ z = z_0 + mt, \end{cases}$$



8.1-расм

Бунда $A_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$, $A(x;\ y;\ z)$, — шу тўғри чизиқда ётган нуқталар, $\vec{e}(k;\ l;\ m)$ — йўналтирувчи векторнинг, яъни шу тўғри чизиққа параллел ёки тўғри чизиқда ётган векторнинг координаталари (8.1-расм).

Агар тўғри чизиқ $A_1(x_1;\ y_1;\ z_1)$, $A_2(x_2;\ y_2;\ z_2)$ нуқталар орқали берилса, у ҳолда йўналтирувчи вектор сифатида координаталари $(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1)$ бўлган $\overrightarrow{A_1A_2}$ векторни, A_0 нуқта сифатида эса A_1 нуқтани олиб, тўғри чизиқнинг қуйидаги тенгламасини оламиз:

$$\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t, \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t, \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t. \end{cases}$$

Фазода икки тўғри чизиқ орасидаги j бурчакни уларнинг $\vec{e}_1(k_1;\ l_1;\ m_1)$, $\vec{e}_2(k_2;\ l_2;\ m_2)$ йўналтирувчи векторларининг скаляр кўпайтмасининг формуласидан фойдаланиб топиш мумкин:

$$\cos j = \frac{|\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2|}{|\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_2|} = \frac{|k_1 \cdot k_2 + l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2|}{\sqrt{k_1^2 + l_1^2 + m_1^2} \cdot \sqrt{k_2^2 + l_2^2 + m_2^2}}.$$

Хусусий ҳолда агар икки тўғри чизиқнинг $\vec{e}_1(k_1;\ l_1;\ m_1)$, $\vec{e}_2(k_2;\ l_2;\ m_2)$ йўналтирувчи векторларининг скаляр кўпайтмаси нолга тенг бўлса, яъни

$$k_1 \cdot k_2 + l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 = 0$$

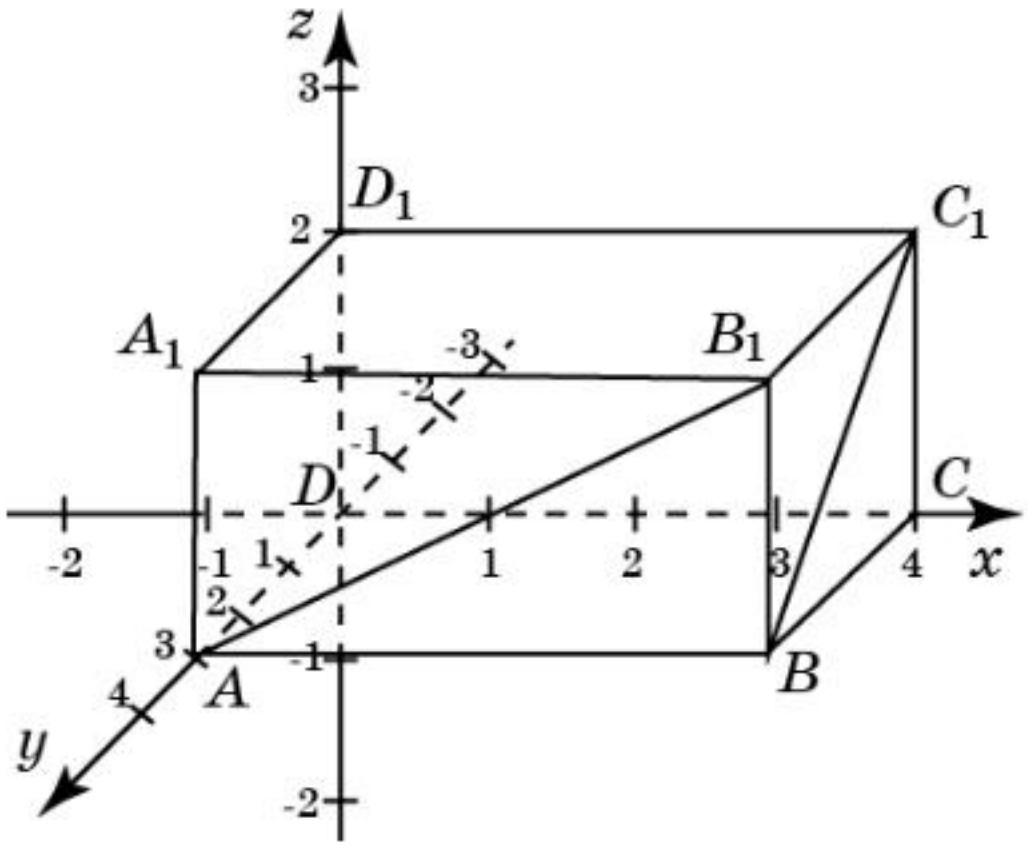
Тенглик бажарилса, у ҳолда бу тўғри чизиқлар ўзаро перпендикуляр бўлади.

? $\begin{cases} x = x_1 + k_1t, \\ y = y_1 + l_1t, \\ z = z_1 + m_1t, \end{cases}$ $\begin{cases} x = x_2 + k_2t, \\ y = y_2 + l_2t, \\ z = z_2 + m_2t \end{cases}$ тенгламалар билан берилган иккита тўғри чизиқ қандай ҳолларда ўзаро параллел бўлади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) Ox; 2) Oy; 3) Oz ўққа параллел бўлган ва $D(a; b; c)$ нуқта орқали ўтувчи тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасини ёзинг.



8.2-расм

Иккита тўғри чизиқ орасидаги бурчакни топишга доир масалалар кўриб чиқамиз.

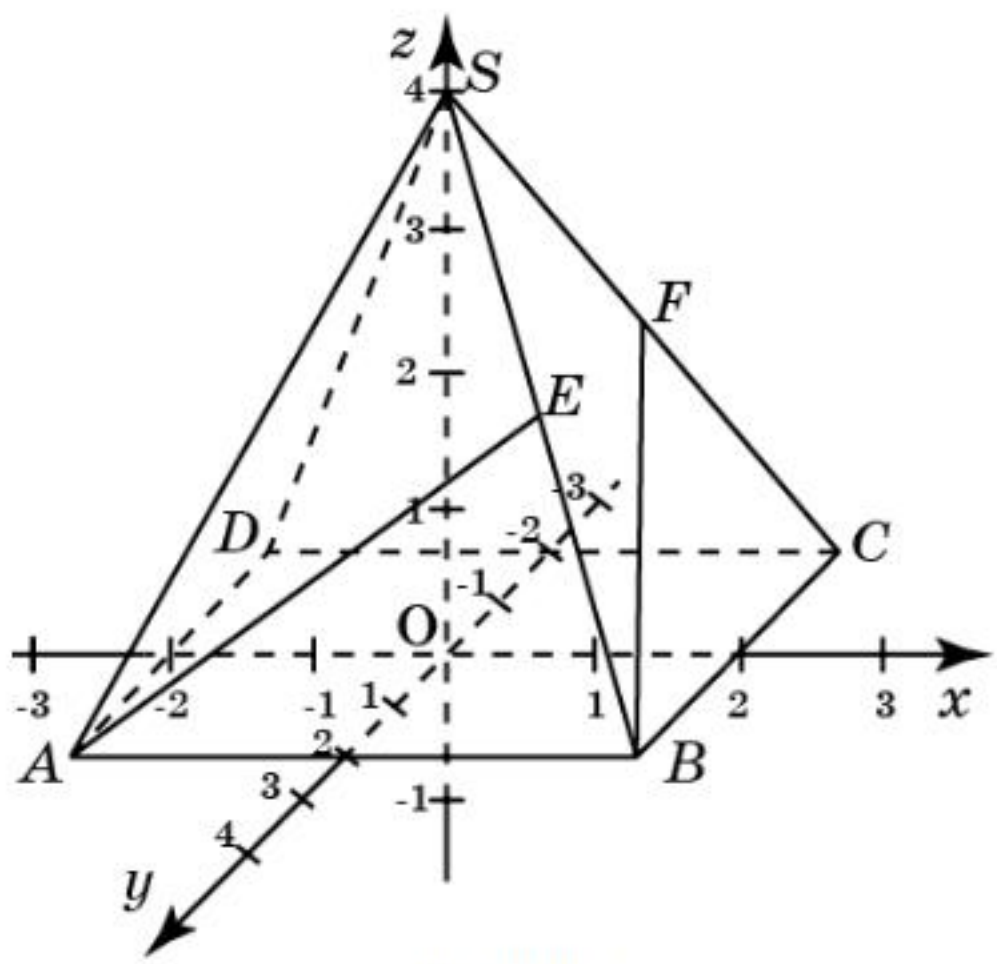
1-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 2$. AB_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

Ечиш. D нуқта координаталар боши бўлсин, DC, DA, DD_1 қирралар мос равишда абсцисса, ордината, апликаталар ўқларида ётадиган координаталар системасини кўрамиз (8.2-расм).

A нуқтанинг координаталари (0; 3; 0), B_1 нуқтанинг координаталари эса (4; 3; 2) бўлади. Демак, AB_1 тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари (4; 0; 2) бўлади. Худди шундай B нуқтанинг координаталари (4; 3; 0), C_1 нуқтанинг координаталари эса (4; 0; 2) бўлади. Демак, BC_1 тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари (0; −3; 2) бўлади.

Йўналтирувчи векторнинг координаталарини икки тўғри чизиқ орасидаги бурчакнинг косинусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг косинусини топамиз:

$$\cos j = \frac{4}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{65}}{65}.$$



8.3-расм

2-мисол. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томони ва баландлиги 4 см га тенг. E ва F нуқталар — пирамиданинг мос равишда SB ва SC қирраларининг ўрталари. AE ва BF тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

Ечиш. Пирамида асосининг O маркази координаталар боши, абсцисса эса, ордината ўқлари пирамида асосининг томонларига параллел бўлган координаталар системасини кўриб чиқамиз (8.3-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

A нуқтанинг координаталари $(-2; 2; 0)$, E нуқтанинг координаталари эса $(1; 1; 2)$ бўлади. Демак, AE тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари $(3; -1; 2)$ бўлади. Худди шундай B нуқтанинг координаталари $(2; 2; 0)$, F нуқтанинг координаталари эса $(1; -1; 2)$ бўлади. Демак, BF тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари $(-1; -3; 2)$ бўлади.

Йўналтирувчи векторнинг координаталарини икки тўғри чизиқ орасидаги бурчакнинг косинусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг косинусини топамиз:

$$\cos j = \frac{4}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{14}} = \frac{2}{7}.$$

Саволлар

1. Фазода тўғри чизиқни қандай кўринишда бериш мумкин?
2. Қандай вектор тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектори дейилади?
3. Берилган икки нуқта орқали ўтувчи тўғри чизиқ қандай параметрик тенглама билан берилади?
4. Параметрик тенглама билан берилган иккита тўғри чизиқ орасидаги бурчакнинг косинуси қандай топилади?
5. Қандай ҳолларда параметрик тенглама билан берилган иккита тўғри чизиқ ўзаро перпендикуляр бўлади?

Масалалар

A

8.1. $A(1; 2; -3)$ нуқта орқали ўтувчи ва йўналтирувчи вектори $\vec{e}(-2; 3; 1)$ бўлган тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасини ёзинг.

8.2. $A_1(-2; 1; 3)$, $A_2(3; 4; -1)$ нуқталар орқали ўтувчи тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасини ёзинг.

8.3. Қуйидаги тенгламалар билан берилган l ва m тўғри чизиқларнинг ўзаро жойлашувини аниқланг:

$$l: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 - t, \\ z = 1 + 3t; \end{cases} \qquad m: \begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = t, \\ z = 4 - 3t. \end{cases}$$

8.4. Параметрик тенгламалар билан берилган l ва m тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

$$l: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = 1 - t; \end{cases} \qquad m: \begin{cases} x = 3 + t, \\ y = -2t, \\ z = 4 + 2t. \end{cases}$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

8.5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. DB_1 ва AC тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

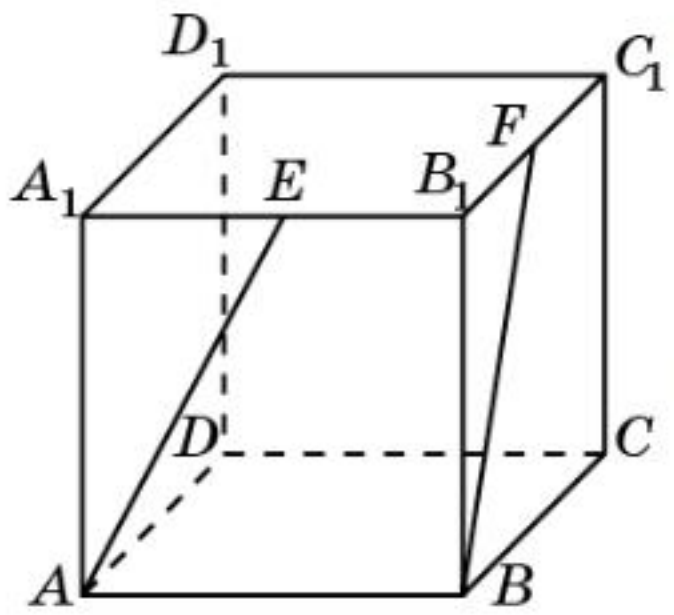
8.6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. BD ва AB_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

8.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. AB_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

8.8. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. E нуқта — SB қиррасининг ўртаси. AE ва SC тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

8.9. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. E нуқта — SB қиррасининг ўртаси. AE ва SD тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

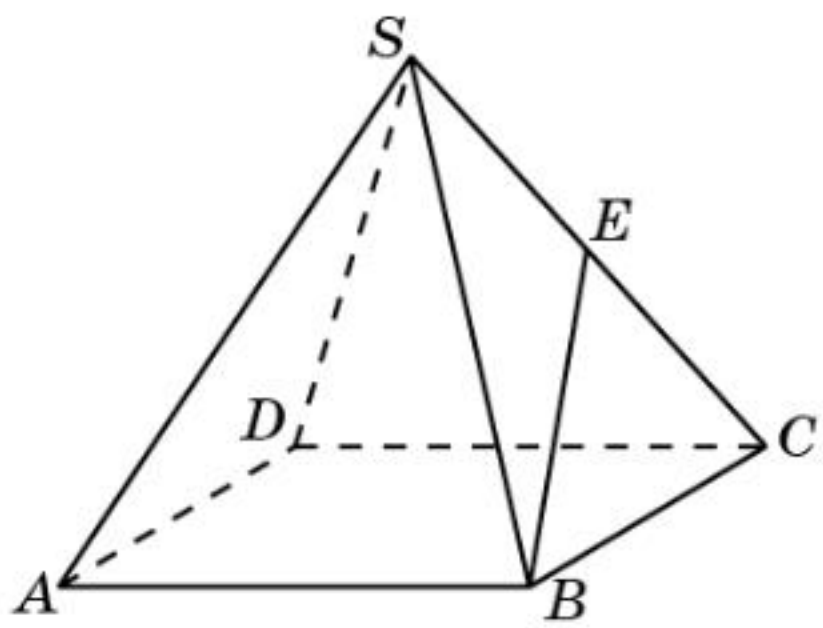
C



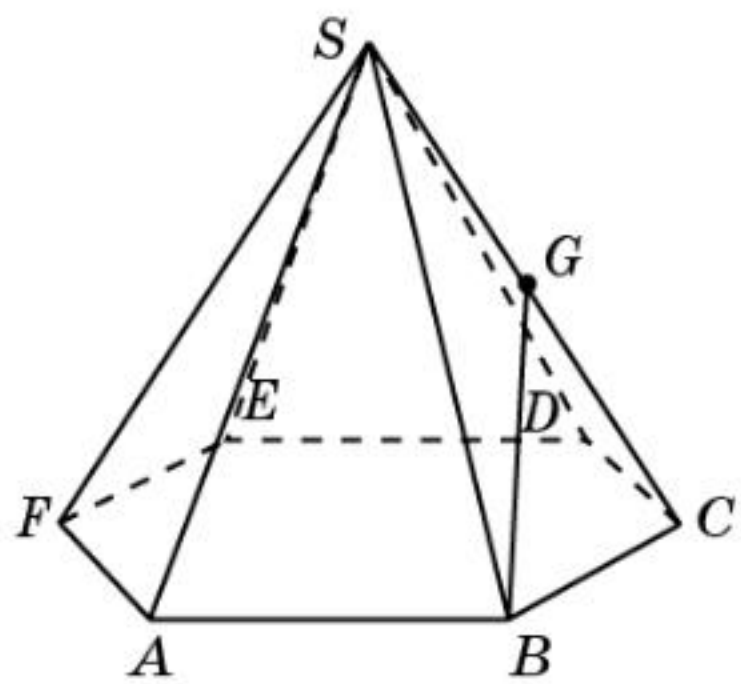
8.4-расм

8.10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирралари 2 см га тенг. E ва F нуқталар мос равишда A_1B_1 ва B_1C_1 қирраларнинг ўрталари (8.4-расм). AE ва BF тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

8.11. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 2 см га тенг. E нуқта — SC қирранинг ўртаси (8.5-расм). SA ва BE тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.



8.5-расм



8.6-расм

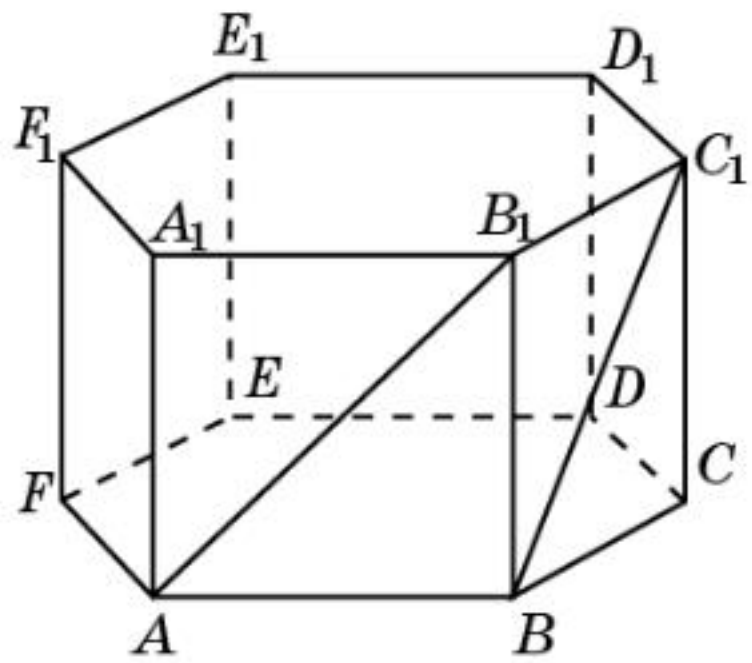
8.12. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг асосининг томонлари 2 см, баландлиги эса 4 см га тенг. G нуқта — SC қирранинг

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ўртаси (8.6-расм). SA ва BG тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

8.13. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 2 см га тенг (8.7-расм). AB_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.



8.7-расм

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

8.14. Текисликлар орасидаги бурчакнинг таърифини такрорланг.

8.15. Фазода текислик тенгламасининг берилиш усулларини такрорланг.

9-§. Икки текислик орасидаги бурчакни топиш

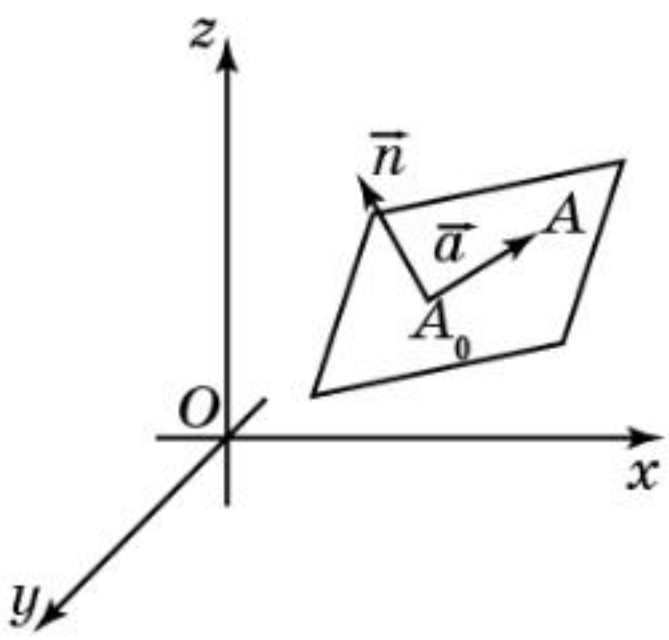
Фазода *текисликнинг тенгламаси* қуйидаги кўринишда берилишини ёдга туширамиз:

$$ax + by + cz + d = 0,$$

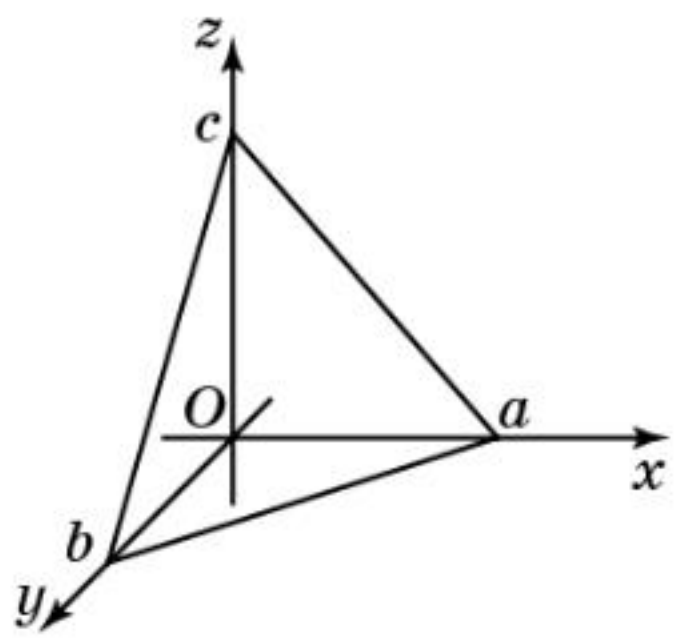
бунда a, b, c, d — ҳақиқий сонлар. a, b, c сонлар бир вақтда нолга тенг эмас ва улар шу текисликка перпендикуляр $\vec{n}$ векторининг координаталари бўлади. Бу вектор *нормал вектор* деб аталади.

$A_0(x_0; y_0; z_0)$ нуқта орқали ўтувчи ва $\vec{n}(a; b; c)$ нормал вектор билан берилган текисликнинг тенгламаси қуйидаги кўринишда берилади (9.1-расм):

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$



9.1-расм



9.2-расм

$A_0(a; 0; 0)$, $B_0(0; b; 0)$, $C_0(0; 0; c)$ нуқталар орқали ўтувчи текисликнинг тенгламаси қуйидаги кўринишда берилади:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

бунда a, b, c — бир вақтда нолга тенг эмас ҳақиқий сонлар (9.2-расм).

$A_0(a;\ 0;\ 0)$, $B_0(0;\ b;\ 0)$ нуқталар орқали ўтувчи ва Oz ўққа параллел бўлган текисликнинг тенгламасини ёзинг, бунда a, b — бир вақтда нолга тенг эмас ҳақиқий сонлар.

$A_0(a;\ 0;\ 0)$, $C_0(0;\ 0;\ c)$ нуқталар орқали ўтувчи ва Oy ўққа параллел бўлган текисликнинг тенгламасини ёзинг, бунда a, c — бир вақтда нолга тенг эмас ҳақиқий сонлар.

$B_0(0;\ b;\ 0)$, $C_0(0;\ 0;\ c)$ нуқталар орқали ўтувчи ва Ox ўққа параллел бўлган текисликнинг тенгламасини ёзинг, бунда b, c — бир вақтда нолга тенг эмас ҳақиқий сонлар.

Фазода иккита текисликнинг $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ нормал векторлари коллинеар бўлса, у ҳолда улар параллел бўлади. Бундан исталган t сони учун қуйидаги тенглик бажарилади:

$$\vec{n}_2 = t\,\vec{n}_1.$$

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0,\quad a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \qquad (*)$$

тенгламалар билан берилган текисликларнинг нормал векторларининг координаталари эса $(a_1;\ b_1;\ c_1)$, $(a_2;\ b_2;\ c_2)$ бўлади. Демак, исталган t сони учун $a_2 = ta_1$, $b_2 = tb_1$, $c_2 = tc_1$ тенгликлар бажарилса, у ҳолда бу текисликлар параллел бўлади.

Агар $d_2 = td_1$бўлса, у ҳолда (*) тенгламалар битта текисликни аниқлайди. Агар $d_2 \neq td_1$ бўлса, у ҳолда бу тенгламалар параллел иккита текисликни аниқлайди.

Агар текисликлар параллел бўлмаса, у ҳолда улар тўғри чизиқ бўйича кесишади ва шу *текисликлар орасидаги бурчакни* уларнинг нормал векторларининг орасидаги бурчак орқали қуйидаги формула бўйича топиш мумкин:

$$\cos j = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} =$$

Хусусий ҳолда агар икки текисликнинг $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ нормал векторларининг кўпайтмаси нолга тенг бўлса, яъни

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$$

тенглик бажарилса, у ҳолда бу текисликлар ўзаро перпендикуляр бўлади.

Иккита координаталар текисликлари орасидаги бурчак нимага тенг?

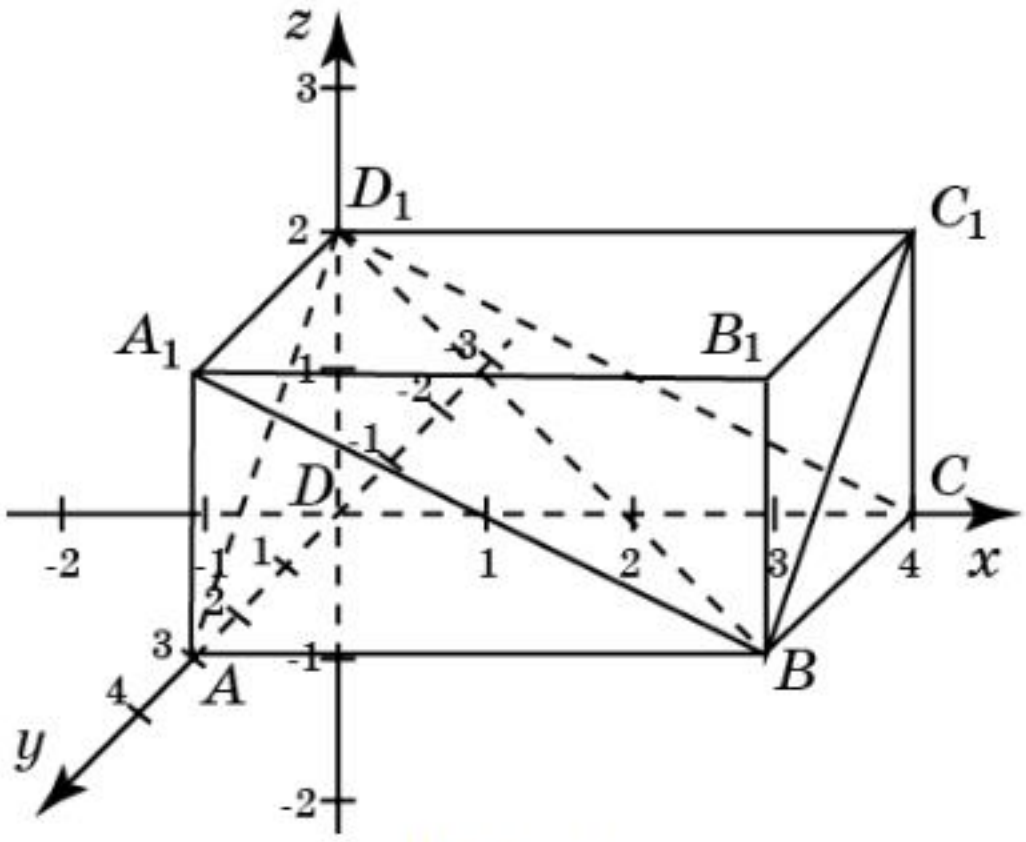
Иккита текислик орасидаги бурчакларни топишга доир масалалар кўриб чиқамиз.

1-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 2$. ABC_1 ва BCD_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ечиш. D нуқта координаталар боши бўлсин, DC, DA, DD_1 қирралар эса мос равишда абсцисса, ордината, апликата ўқларида ётадиган координаталар системасини кўриб чиқамиз (9.3-расм).



9.3-расм

ABC_1 текислик $\frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ тенглама билан берилади ва у $2y + 3z = 6$ тенгламага тенг кучли бўлади. $\vec{n}_1$ нормал векторининг координаталари (0; 2; 3) бўлади.

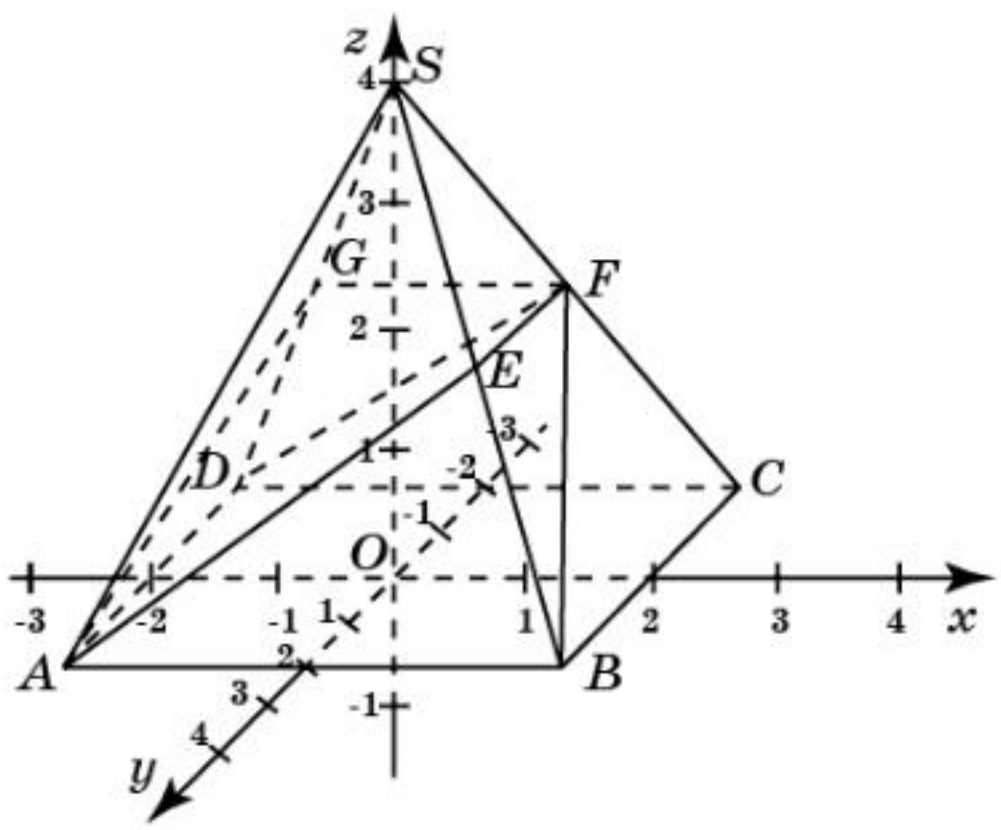
BCD_1 текислик $\frac{x}{4} + \frac{z}{2} = 1$ тенглама билан берилади ва у $x + 2z = 4$ тенгламага тенг кучли бўлади. $\vec{n}_2$ нормал векторининг координаталари (1; 0; 2) бўлади.

Ушбу нормал векторларнинг координаталарини иккита текисликнинг орасидаги бурчакнинг косинусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг косинусини топамиз:

$$\cos j = \frac{6}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{65}}{65}.$$

2-мисол. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. F нуқта — пирамиданинг SC қиррасининг ўртаси. ABF ва ADF текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

Ечиш. Пирамиданинг асосининг O маркази координаталар боши, абсцисса, ордината ўқлари эса пирамида асосининг томонларига параллел бўлган координаталар системасида кўриб чиқамиз (9.4-расм).



9.4-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

F нуқтанинг координаталари (1; −1; 2) бўлади. ABF текисликдаги Oz ўқини ACS учбурчакнинг SO ва AF медианаларининг H кесишиш нуқтасида кесиб ўтади. Демак, H нуқтанинг координаталари $(0;\ 0;\ \frac{4}{3})$ бўлади. Бу текислик $\frac{y}{2} + \frac{3z}{4} = 1$ тенглама билан берилади ва у $2y + 3z = 4$ тенгламага тенгкучли бўлади. $\vec{n}_1$ нормал векторнинг координаталари (0; 2; 3) бўлади.

ADF текисликда ҳам Oz ўқининг координаталари $(0;\ 0;\ \frac{4}{3})$ бўлган нуқтада кесиб ўтади. Бу текислик $\frac{x}{-2} + \frac{3z}{4} = 1$ тенглама билан берилади ва у $2x - 3z = -4$ тенгламага тенг кучли бўлади. $\vec{n}_2$ нормал векторнинг координаталари (2; 0; −3) бўлади.

Ушбу нормал векторларнинг координаталарини иккита текисликнинг орасидаги бурчакнинг косинусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг косинусини топамиз:

$$\cos j = \frac{9}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}} = \frac{9}{13}.$$

Саволлар

1. Фазода текислик қандай тенгламалар билан берилади?
2. Қандай вектор текисликнинг нормал вектори дейилади?
3. Қандай ҳолларда иккита тенглама параллел текисликларни аниқлайди?
4. Тенгламалар билан берилган икки текислик орасидаги бурчакнинг косинусини қандай топиш мумкин?
5. Қандай ҳолларда тенгламалар билан берилган иккита текислик ўзаро перпендикуляр бўлади?
6. Қандай ҳолларда иккита тенглама битта текисликни аниқлайди?

Масалалар

A

9.1. $A_0(-1;\ 2;\ 3)$ нуқта орқали ўтувчи ва $\vec{n}(0;\ -3;\ 2)$ нормал вектор берилган текисликнинг тенгламасини ёзинг.

9.2. $A_0(-1;\ 0;\ 0)$, $B_0(0;\ 2;\ 0)$, $C_0(0;\ 0;\ 3)$ нуқталар орқали ўтувчи текисликнинг тенгламасини ёзинг.

9.3. $A_0(1;\ -2;\ 3)$ нуқта орқали ўзтувчи ва: 1) Oxy; 2) Oxz; 3) Oyz координаталар текислигига параллел бўлган текисликнинг тенгламасини ёзинг.

9.4. Қуйидаги текисликларнинг қайсилари ўзаро параллел бўлишини аниқланг:

1) $x + 2y + z - 1 = 0,\ \ x + 2y + z + 1 = 0;$
2) $x + y + 3z - 2 = 0,\ \ x + y - 3z - 2 = 0;$
3) $-3x + y + 2z = 0,\ \ 3x - y - 2z - 1 = 0;$
4) $2x + 4y + 6z - 10 = 0,\ \ -x - 2y - 3z + 5 = 0.$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.5. Қуйидаги текисликлар ўзаро перпендикуляр бўладими:
1) $y + z + 2 = 0$ ва $y - z + 3 = 0$;
2) $2x - 5y - z + 4 = 0$ ва $3x + 2y - 4z - 5 = 0$;
3) $x - y + 3 = 0$ ва $y + z - 3 = 0$?

9.6. 1) $x + y + z - 1 = 0$, $x - y + z + 1 = 0$; 2) $2x - 3y + 6z - 5 = 0$, $4x + 4y + 2z + 7 = 0$ тенгламалар билан берилган текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

9.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 3$. 1) ABC_1; 2) ADC_1 текислик билан ABC текислик орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

B

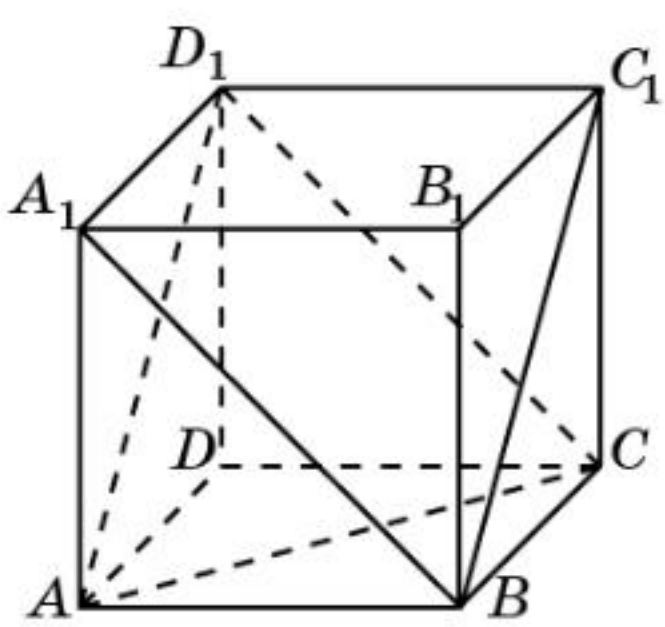
9.8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 3$. BCD_1 ва ADC_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

9.9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. 1) ABC; 2) ADD_1; 3) CDD_1 текислик билан ACD_1 текислик орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

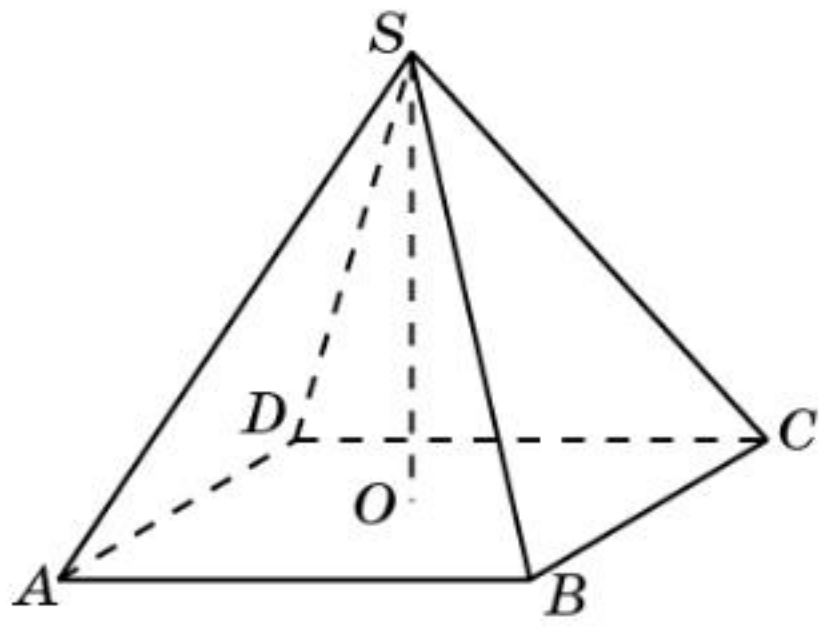
9.10. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. 1) ABC; 2) SBC; 3) SCD текислик билан SAB текислик орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

C

9.11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирралари 1 см га тенг (9.5-расм). ABC_1 ва BCD_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.



9.5-расм



9.6-расм

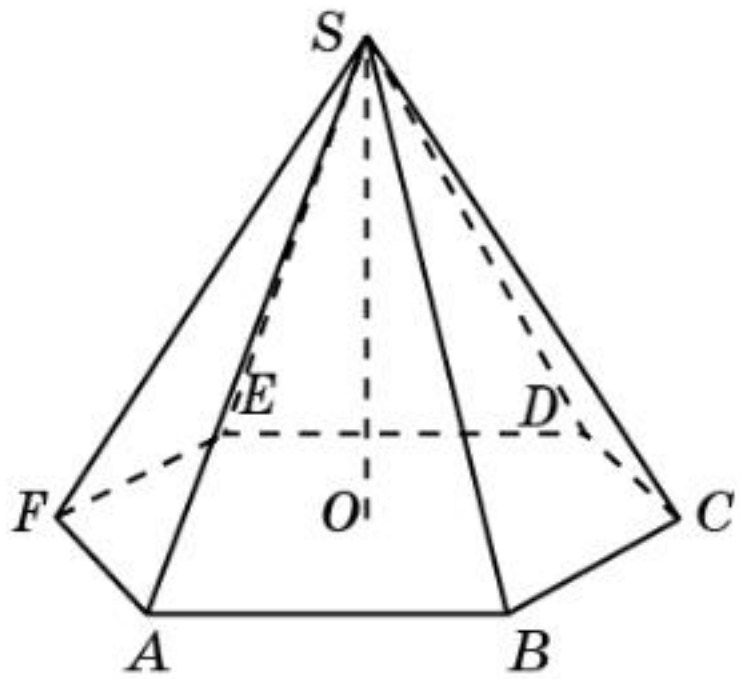
9.12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирралари 1 см га тенг (9.5-расм). ACD_1 ва ABC_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

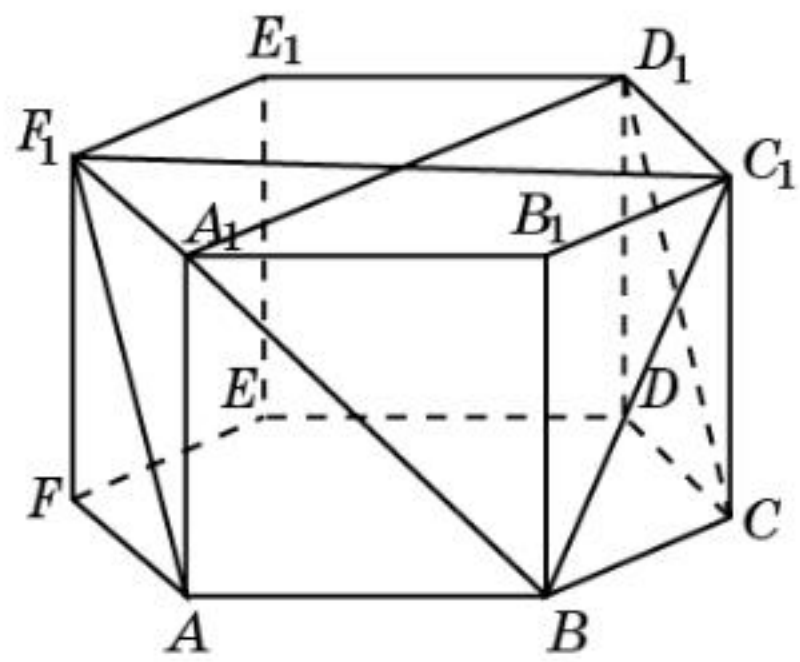
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.13. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 2 см га тенг (9.6-расм). SAD ва SBC текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

9.14. $SABCDEF$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см ва ва баландлиги 4 см га тенг (9.7-расм). SAB ва SDE текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.



9.7-расм



9.8-расм

9.15. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 2 см га тенг (9.8-расм). ABC_1 ва BCD_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

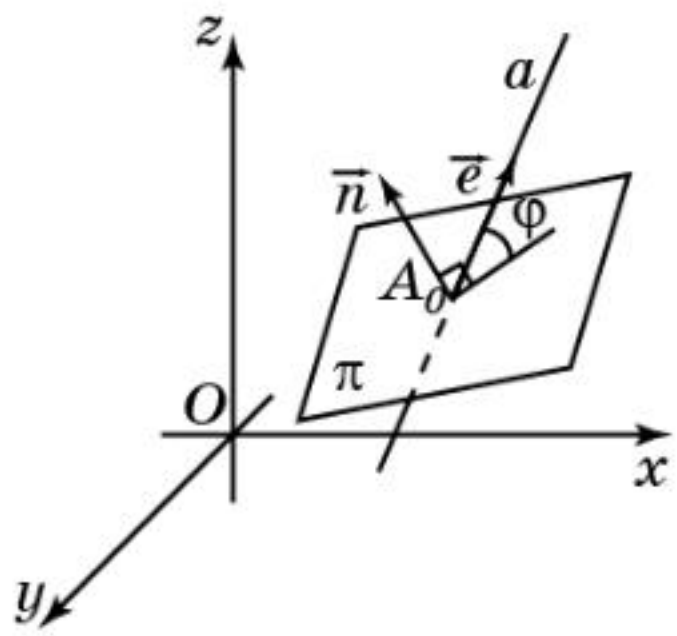
9.16. Тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчакнинг таърифини такрорланг.

10-§. Тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчакни топиш

a тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчакни тўғри чизиқнинг $\vec{e}$ йўналтирувчи вектори билан текисликнинг $\vec{n}$ нормал векторининг скаляр кўпайтмаси формуласидан фойдаланиб топиш мумкин. Бу $\vec{e}$ ва $\vec{n}$ векторлар орасидаги бурчакнинг косинуси шу тўғри чизиқ билан текислик орасидаги j бурчакнинг синусига тенг бўлади:

$$\sin j = \frac{|\vec{e} \cdot \vec{n}|}{|\vec{e}| \cdot |\vec{n}|},$$

бунда $\vec{e}$ — берилган тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектори, $\vec{n}$ — берилган текисликнинг нормал вектори (10.1-расм).



10.1-расм

Агар тўғри чизиқнинг $\vec{e}$ йўналтирувчи векторининг координаталари (k; l; m), те-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

кисликнинг $\vec{n}$ нормал векторининг координаталари $(a;\ b;\ c)$ бўлса, у ҳолда бу формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\sin j = \frac{|k \cdot a + l \cdot b + m \cdot c|}{\sqrt{k^2 + l^2 + m^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Агар тўғри чизиқнинг $\vec{e}$ йўналтирувчи вектори текисликнинг $\vec{n}$ нормал векторига коллинеар бўлса, яъни исталган t сони учун $a = tk$, $b = tl$, $c = tm$ тенгликлар бажарилса, у ҳолда берилган тўғри чизиқ текисликка перпендикуляр бўлади.

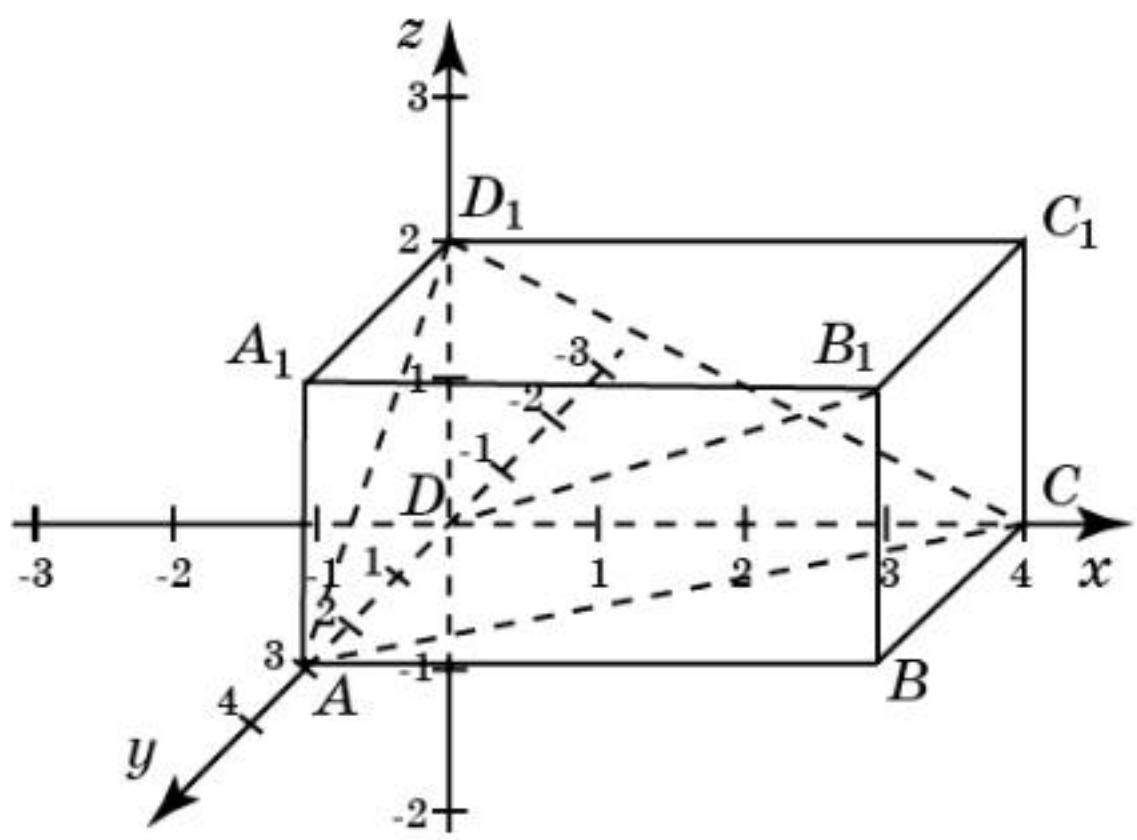
Ox ўқи билан *yOz* текислик қандай бурчак ҳосил қилади?

Берилган тўғри чизиқнинг текисликка параллел бўлиш ёки текисликка тегишли бўлиш шартини топинг.

Тўғри чизиқ билан текислик орасидаги бурчакни топиш бўйича масалалар кўриб чиқамиз.

1-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 2$. DB_1 тўғри чизиқ билан ACD_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

Ечиш. D нуқта координаталар боши бўлади, DC, DA, DD_1 қирралар эса мос равишда абсцисса, ордината, аппликата ўқларида ётадиган координаталар системасини кўриб чиқамиз (10.2-расм).



10.2-расм

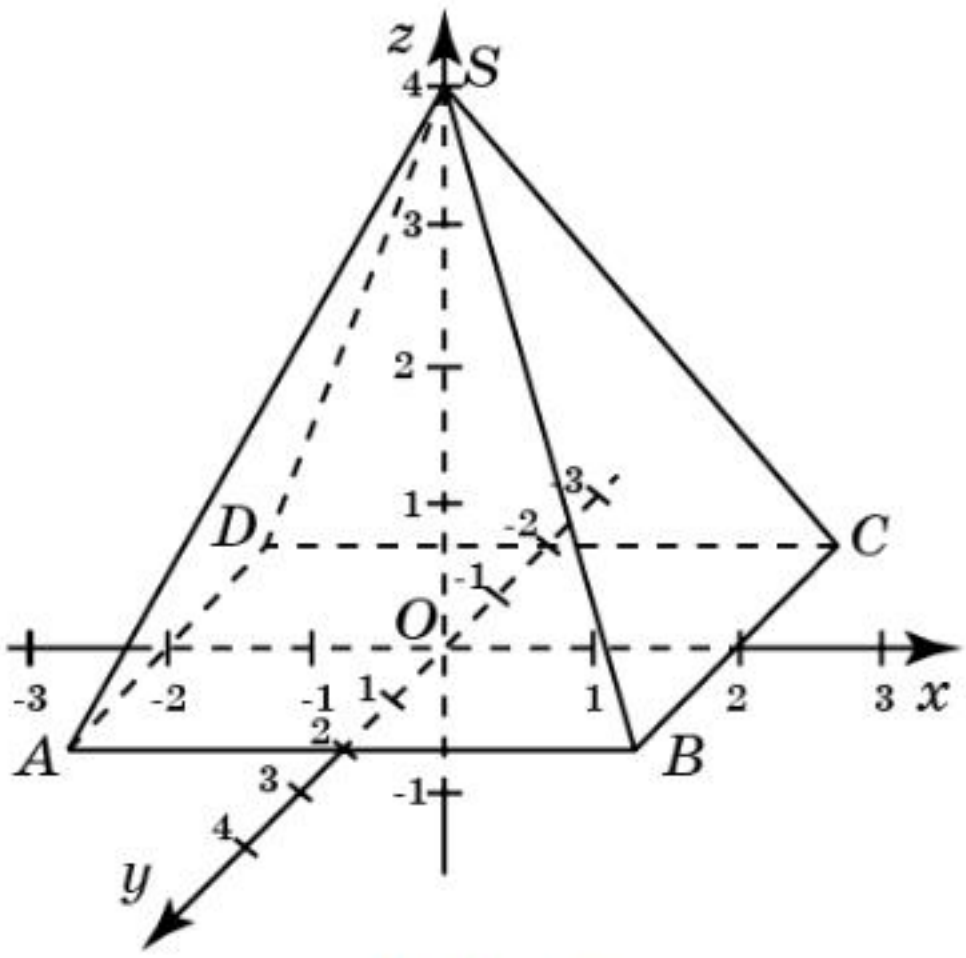
DB_1 тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари (4; 3; 2) бўлади. ACD_1 текислик $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ тенглама билан берилади ва у $3x + 4y + 6z = 12$ тенгламага тенг кучли бўлади. Текисликнинг $\vec{n}$ нормал векторининг координаталари (3; 4; 6) бўлади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шу векторларнинг координаталарини икки текислик орасидаги бурчакнинг синусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг синусини топамиз:

$$\sin j = \frac{36}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{61}} = \frac{36\sqrt{1769}}{1769}.$$



10.3-расм

2-мисол. *SABCD* мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. *SA* тўғри чизиқ билан *SBC* текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

Ечиш. Пирамиданинг асосининг *O* маркази координаталар боши, абсцисса, ордината ўқлари пирамида асосининг томонларига параллел бўладиган координаталар системасини кўриб чиқамиз (10.3-расм).

SA тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари (−2; 2; −4) бўлади. *SBC* текислик $\frac{x}{2} + \frac{z}{4} = 1$ тенглама билан берилади ва у $2x + z = 4$ тенгламага тенгкучли. У ҳолда текисликнинг $\vec{n}$ нормал векторининг координаталари (2; 0; 1) бўлади.

Шу векторларнинг координаталарини икки текислик орасидаги бурчакнинг синусини топиш формуласига қўйиб, изланаётган j бурчакнинг синусини топамиз:

$$\sin j = \frac{8}{\sqrt{24}\cdot\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{30}}{15}.$$

Саволлар

1. Тенгламалари билан берилган тўғри чизиқ билан текислик орасидаги бурчакнинг синусини қандай топиш мумкин?
2. Қандай холларда тенгламалар билан берилган тўғри чизиқ билан текислик ўзаро перпендикуляр бўлади?

Масалалар

A

10.1. Тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторининг координаталари (1; 2; 2) ва текисликнинг нормал векторининг координаталари (−2; 1; 2). Шу тўғри чизиқ билан текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.2. $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = 1 - t \end{cases}$

тенгламалар билан берилган тўғри чизиқ билан $x + 2y - 2z + 1 = 0$ тенгламалар билан берилган текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

10.3. $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 1 - 6t, \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

тенгламалар билан берилган тўғри чизиқ билан қуйидаги тенгламалар билан берилган текисликларнинг ўзаро жойлашувини аниқланг: 1) $x + 3y - 2z + 4 = 0$; 2) $3x - y + 1 = 0$; 3) $2x + z - 3 = 0$.

B

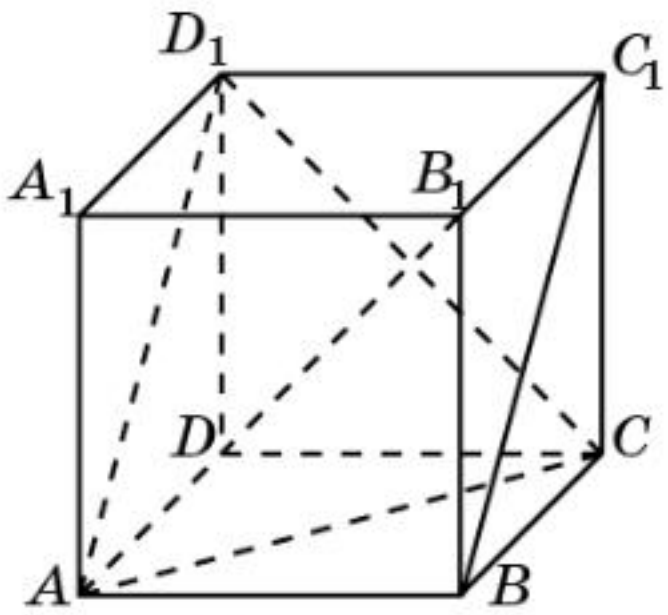
10.4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. 1) ABC; 2) ADD_1; 3) CDD_1 текислик билан DB_1 тўғри чизиқ орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

10.5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. 1) DB; 2) DA_1; 3) DC_1 тўғри чизиқ билан ACD_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

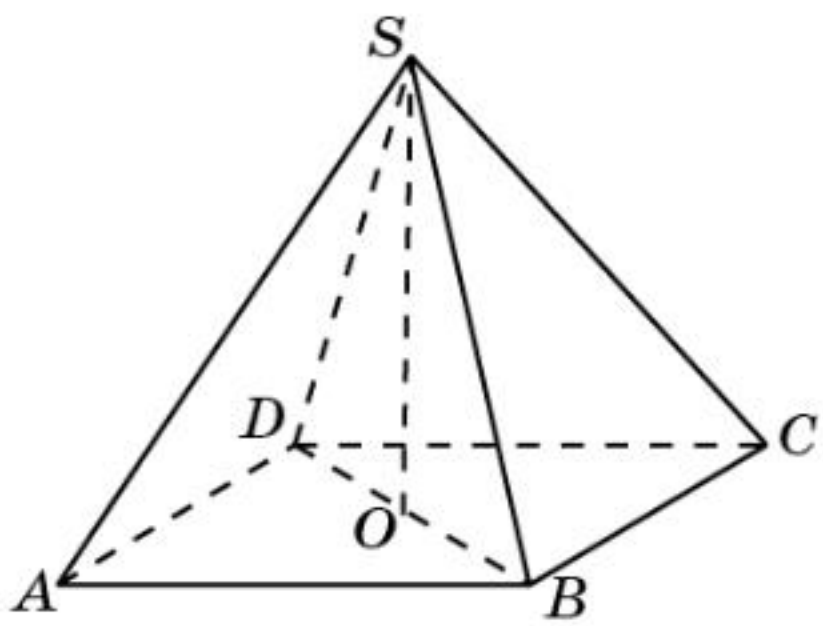
10.6. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. 1) BC; 2) AC; 3) SC тўғри чизиқ билан SAB текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

C

10.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирралари 1 см га тенг (10.4-расм). 1) ABC_1; 2) ACD_1 текислик билан DB_1 тўғри чизиқ орасидаги бурчакнинг синусини топинг.



10.4-расм



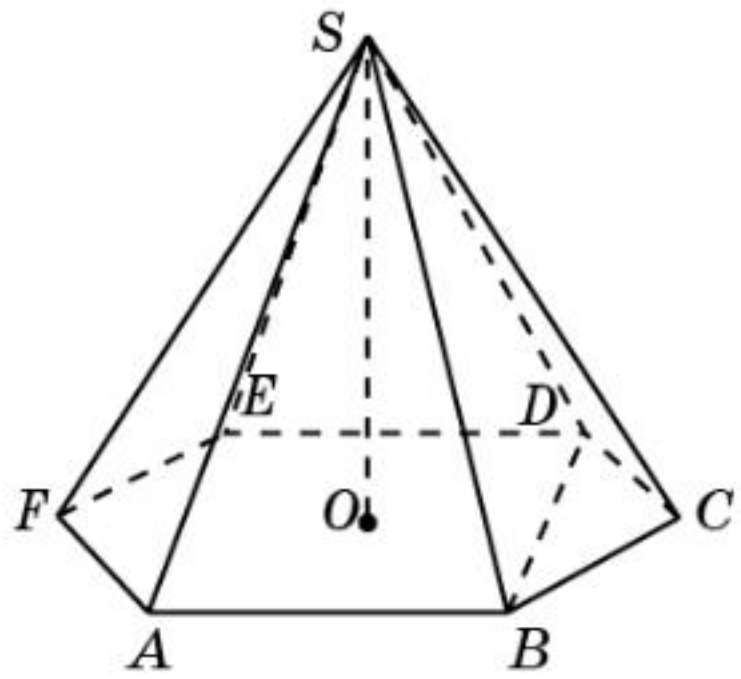
10.5-расм

10.8. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 2 см га тенг (10.5-расм). 1) BD; 2) SC тўғри чизиқ билан SAB текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

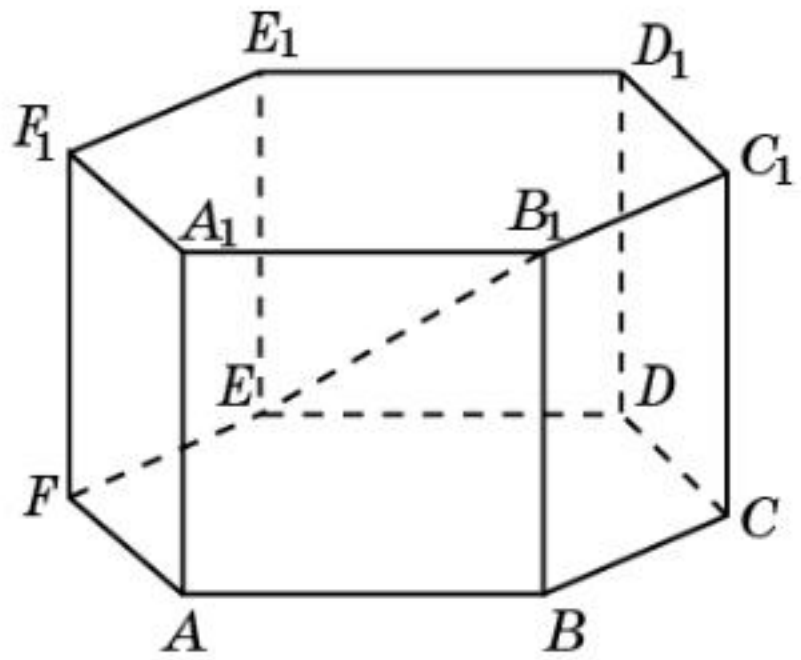
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.9. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см, баландлиги эса 4 см га тенг (10.6-расм). 1) BD; 2) SC тўғри чизиқ билан SAB текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.



10.6-расм



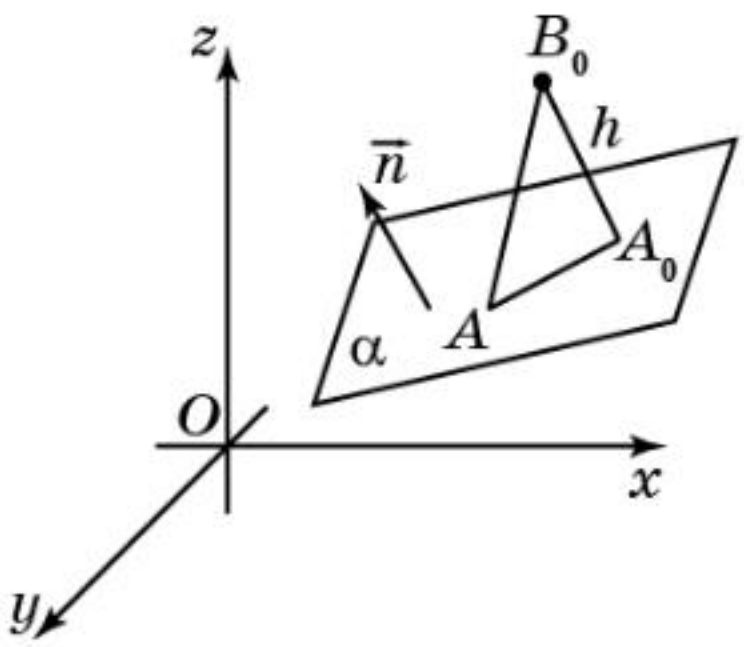
10.7-расм

10.10. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 2 см га тенг (10.7-расм). EB_1 тўғри чизиқ билан ABD_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

10.11. Нуқтадан текисликка бўлган масофанинг таърифини такрорланг.

11-§. Фазода нуқтадан текисликкача бўлган масофа



11.1-расм

Фазода $B_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$ нуқтадан $ax + by + cz + d = 0$ тенглама билан берилган α текисликкача бўлган масофани топиш формуласини келтириб чиқарайлик.

B_0 *нуқтадан* α *текисликкача бўлган масофа* деб берилган нуқтадан шу текисликка туширилган B_0A_0 перпендикулярнинг узунлигига айтилишини ёдимизга соламиз.

$\overrightarrow{A_0B_0}$ вектор берилган текисликда $\vec{n}$ $(a;\ b;\ c)$ нормал векторга коллинеар эканлигини кўрамиз (11.1-расм).

$A(x;\ y;\ z)$ нуқта α текисликнинг исталган нуқтаси бўлсин. У ҳолда

$$\cos^{\angle} AB_0A_0 = \frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{B_0A}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{B_0A}|} = \frac{|a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot|\overrightarrow{B_0A}|}.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

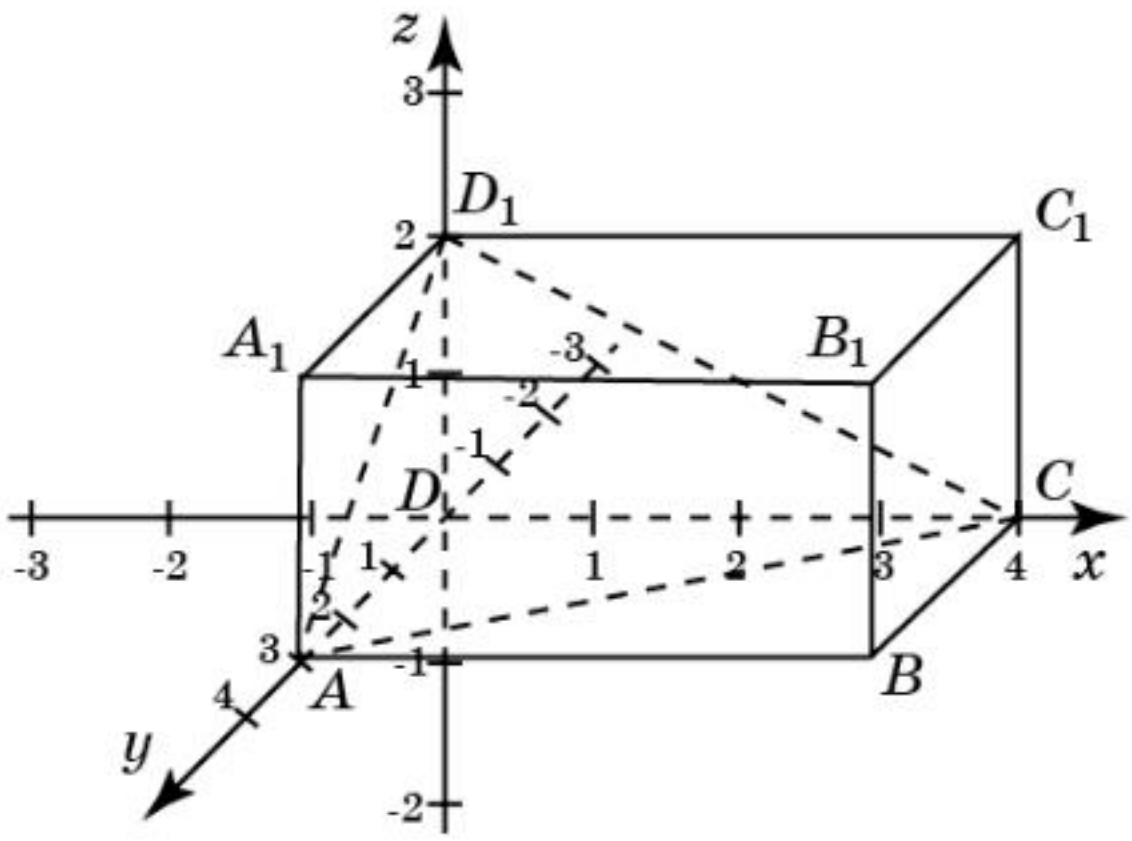
$-ax - by - cz = d$ эканлигини ва изланаётган $h = |\overline{B_0A}| \cdot \cos^{\angle} AB_0A$ га тенг эканлиги эътиборга олиб, *нуқтадан текисликкача бўлган масофани* топиш формуласини оламиз:

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Берилган нуқтадан текисликкача бўлган масофани топишга доир масалалар кўриб чиқамиз.

1-мисол. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 2$. B_1 нуқтадан ACD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

Ечиш. D нуқта координаталар боши бўлади, DC, DA, DD_1 қирралар мос равишда абсцисса, ордината аппликата ўқларида ётадиган координаталар системасини кўриб чиқамиз (11.2-расм).



11.2-расм

B_1 нуқтанинг координаталари (4; 3; 2) бўлади. ACD_1 текислик $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ тенглама билан берилади ва у $3x + 4y + 6z - 12 = 0$ тенгламага тенг кучли бўлади.

Топилган қийматларни нуқтадан текисликкача бўлган масофани топиш формуласига қўйиб, изланаётган h масофани топамиз:

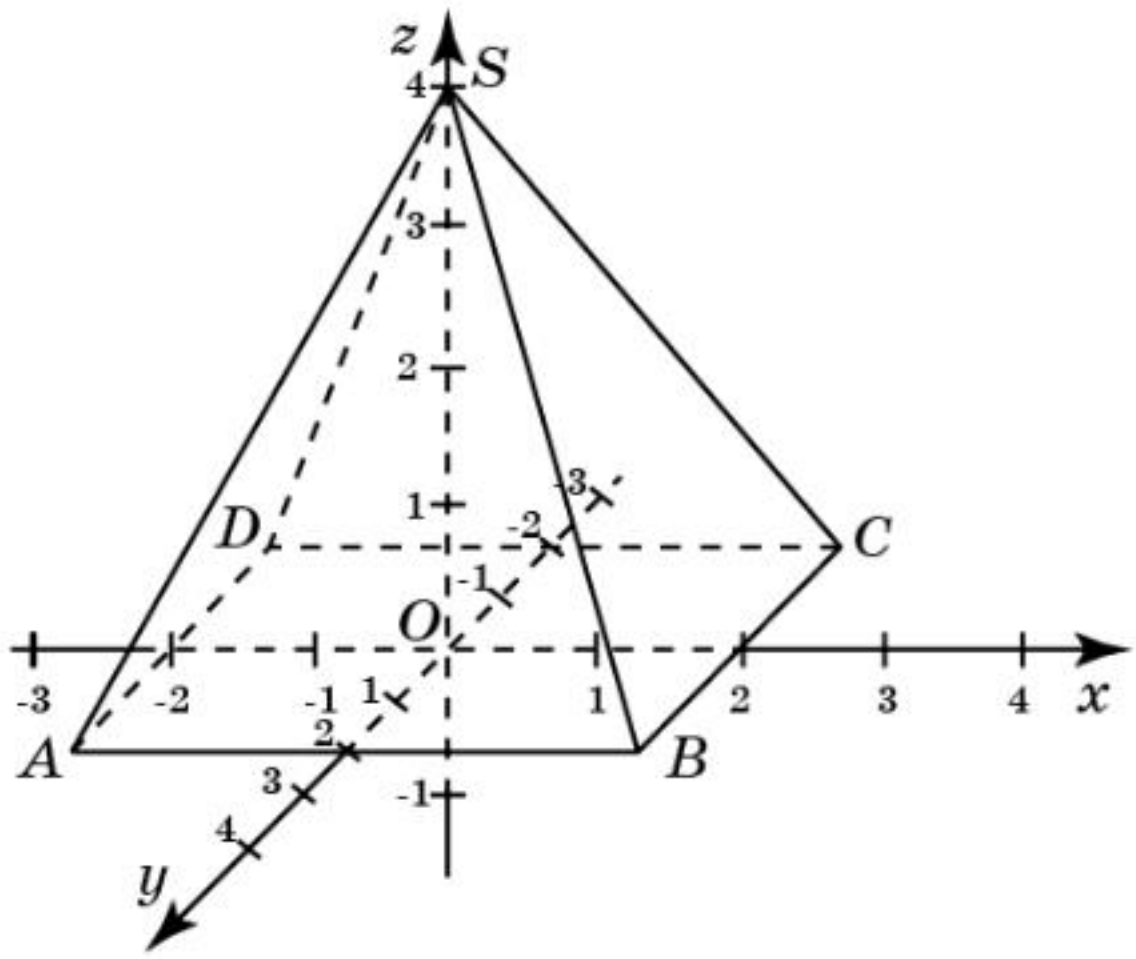
$$h = \frac{24\sqrt{61}}{61}.$$

2-мисол. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. A нуқтадан SBC текисликкача бўлган масофани топинг.

Ечиш. Пирамида асосининг O маркази координаталар боши бўлади, абсцисса, ордината, ўқлари пирамида асосининг томонларига параллел бўлган координаталар системасини кўриб чиқамиз (11.3-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



11.3-расм

A нуқтанинг координаталари $(-2;\ 2;\ 0)$ бўлади. SBC текислик $\frac{x}{2} + \frac{z}{4} = 1$ тенглама билан берилади ва у $2x + z = 4$ тенгламага тенг кучли бўлади. Ушбу қийматларни нуқтадан текисликкача бўлган масофани топиш формуласига қўйиб, изланаётган h масофани топамиз:

$$h = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

Саволлар

1. Нуқтадан текисликкача бўлган масофа деганда нимани тушунасиз?
2. Координаталари берилган нуқтадан тенгламаси берилган текисликкача бўлган масофани қандай топиш мумкин?

Масалалар

А

11.1. 1) $x + y = 1$; 2) $x + y + z = 1$ тенгламалар билан берилган текисликдан $B_0(1;\ 1;\ 1)$ нуқтагача бўлган масофани топинг.

11.2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A_1 нуқтадан ABC_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

11.3. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 1 см га тенг. B нуқтадан SAC текисликкача бўлган масофани топинг.

11.4. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, баландлиги эса 1 см га тенг. Пирамида асосининг O марказидан SBC текисликкача бўлган масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

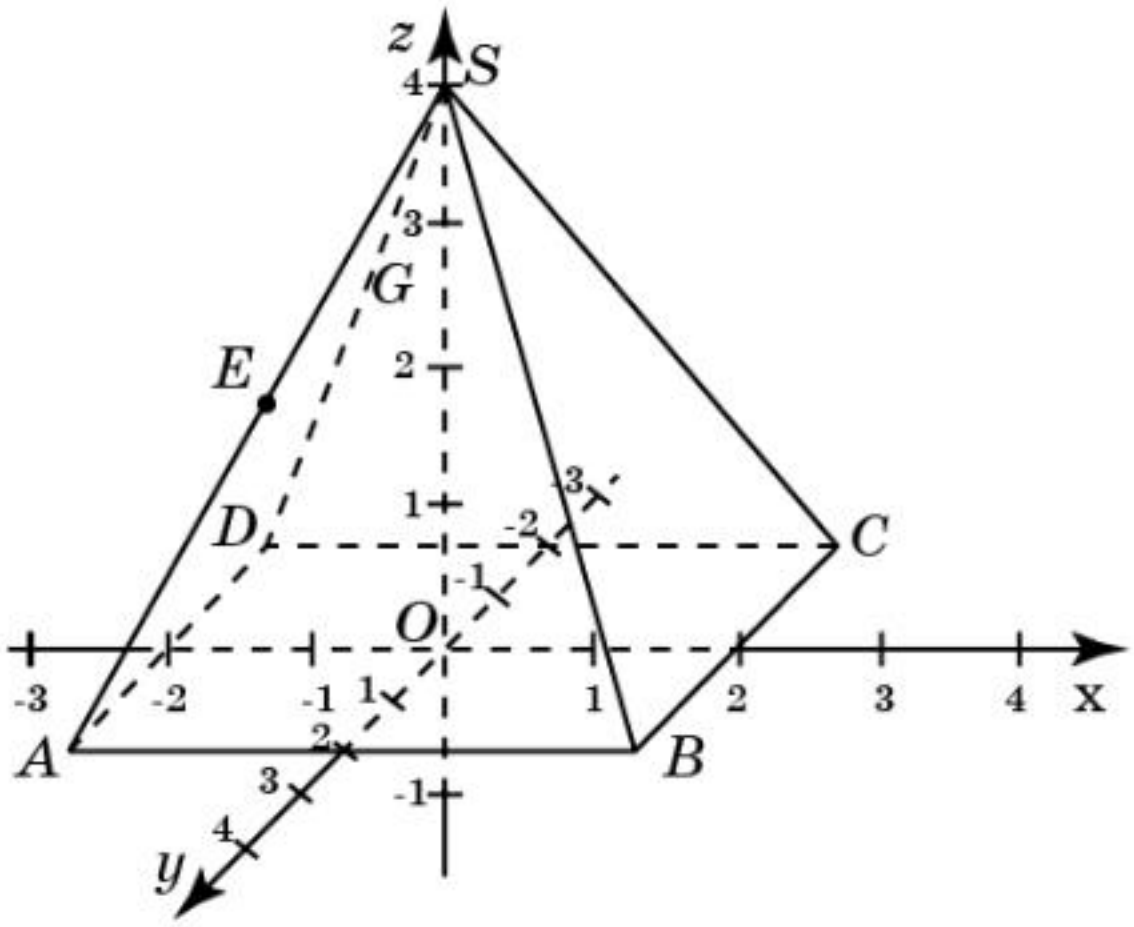
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

11.5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. A_1 нуқтадан ABC_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

11.6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. C_1 нуқтадан BCD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

11.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. 1) B; 2) A_1; 3) C_1 нуқтадан ACD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

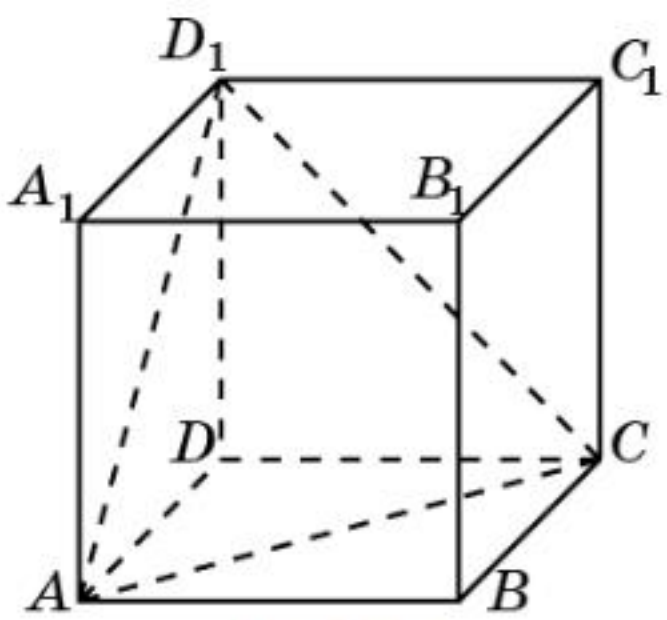


11.4-расм

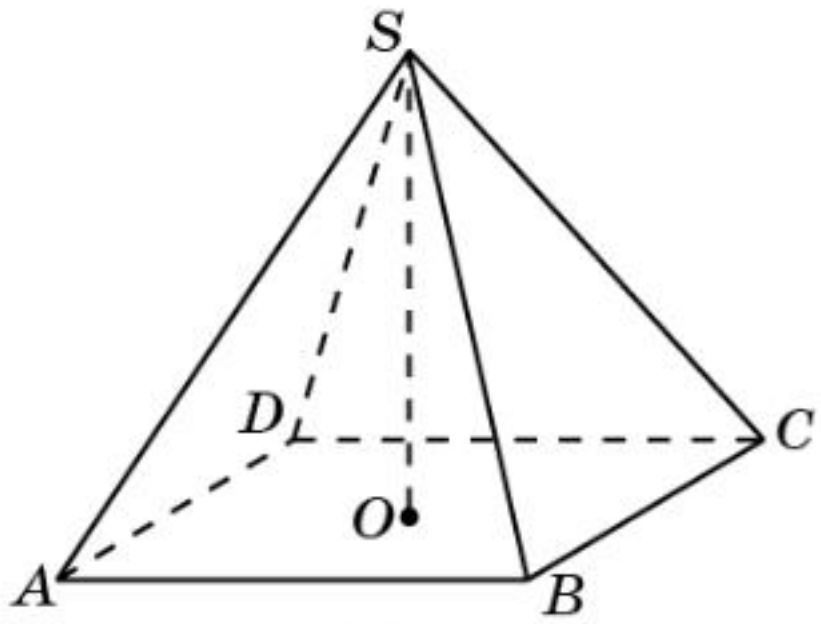
11.8. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 4 см га тенг. E нуқта — SA қиррасининг ўртаси (11.4-расм). E нуқтадан SBC текисликкача бўлган масофани топинг.

C

11.9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирралари 1 см га тенг (11.5-расм). B_1 нуқтадан ACD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.



11.5-расм



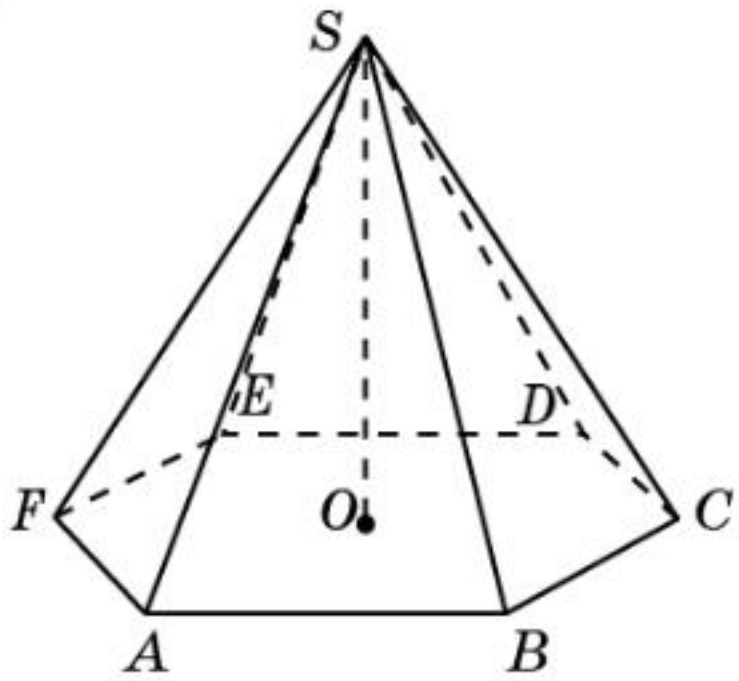
11.6-расм

11.10. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари ва баландлиги 2 см га тенг (11.6-расм). A нуқтадан SBC текисликкача бўлган масофани топинг.

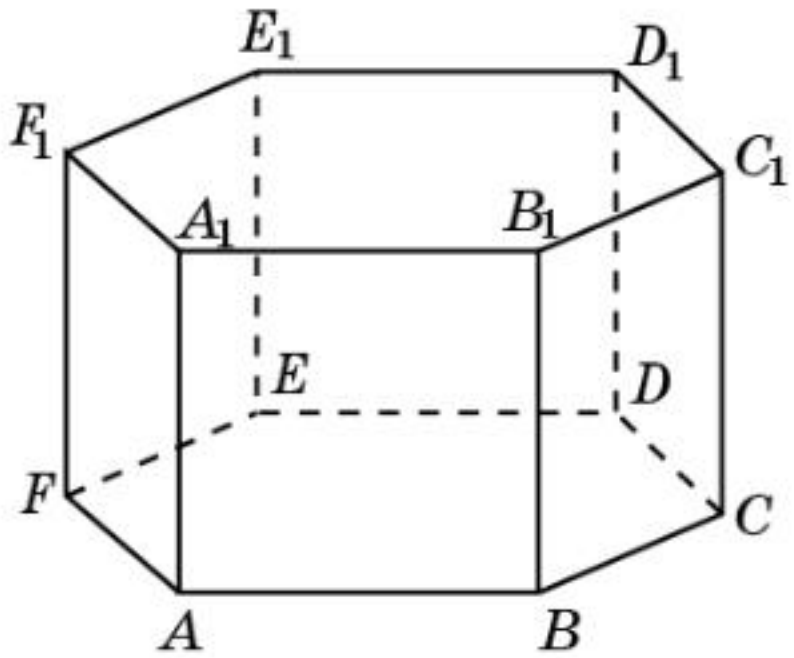
11.11. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см, баландлиги эса 4 см га тенг (11.7-расм). A нуқтадан SBC текисликкача бўлган масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



11.7-расм



11.8-расм

11.12. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 2 см га тенг (11.8-расм). A_1 нуқтадан BCE_1 текисликка бўлган масофани топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

11.13. Текисликда буришнинг таърифини такрорланг.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. DB_1 ва AC тўғри чизиқлар орсидаги бурчакни топинг:

A) 30°; B) 45°; C) 60°; D) 90°.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. BB_1 ва DB_1 тўғри чизиқлар орсидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{4}$; C) $\frac{1}{5}$; D) $\frac{1}{6}$.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. AB_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орсидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{4}$; C) $\frac{1}{5}$; D) $\frac{1}{6}$.

4. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SA ва BD тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг:

A) 30°; B) 45°; C) 60°; D) 90°.

5. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SA ва BC тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; C) $\frac{1}{6}$; D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SA ва BC тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; C) $\frac{1}{5}$; D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. ABC_1 ва BCD_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{1}{5}$; B) $\frac{2}{5}$; C) $\frac{3}{5}$; D) $\frac{4}{5}$.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. ABC_1 ва ACD_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{30}}{6}$; B) $\frac{\sqrt{20}}{6}$; C) $\frac{\sqrt{10}}{6}$; D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

9. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SAB ва ABC текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{15}}{15}$; B) $\frac{\sqrt{17}}{17}$; C) $\frac{\sqrt{19}}{19}$; D) $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

10. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SAB ва SBC текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг:

A) $\frac{1}{11}$; B) $\frac{1}{13}$; C) $\frac{1}{15}$; D) $\frac{1}{17}$.

11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. DB_1 тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг:

A) $\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{4}$; C) $\frac{1}{5}$; D) $\frac{1}{6}$.

12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. DB_1 тўғри чизиқ билан ABC_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{5}}{15}$; B) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$; C) $\frac{3\sqrt{5}}{15}$; D) $\frac{4\sqrt{5}}{15}$.

13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. DB_1 тўғри чизиқ билан ACD_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$; B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

14. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SA тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

15. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. SC тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$; D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

16. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. Унинг A_1 учидан ABC_1 текисликкача бўлган масофани топинг:

A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$; D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

17. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. Унинг A_1 учидан ACD_1 учидан ACD_1 текисликкача бўлган масофани топинг:

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; D) $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

18. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипедда $AB = 2$, $AD = 2$, $AA_1 = 1$. Унинг B_1 учидан ACD_1 текисликкача бўлган масофани топинг:

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; D) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

19. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. Пирамида асосининг O марказидан SBC текисликкача бўлган масофани топинг:

A) $\frac{2\sqrt{17}}{17}$ см; B) $\frac{\sqrt{17}}{17}$ см; C) $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ см; D) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ см.

20. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг. Унинг C учидан SAB текисликкача бўлган масофани топинг:

A) $\sqrt{\frac{6}{11}}$ см; B) $\sqrt{\frac{6}{13}}$ см; C) $\sqrt{\frac{6}{19}}$ см; D) $\sqrt{\frac{12}{19}}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

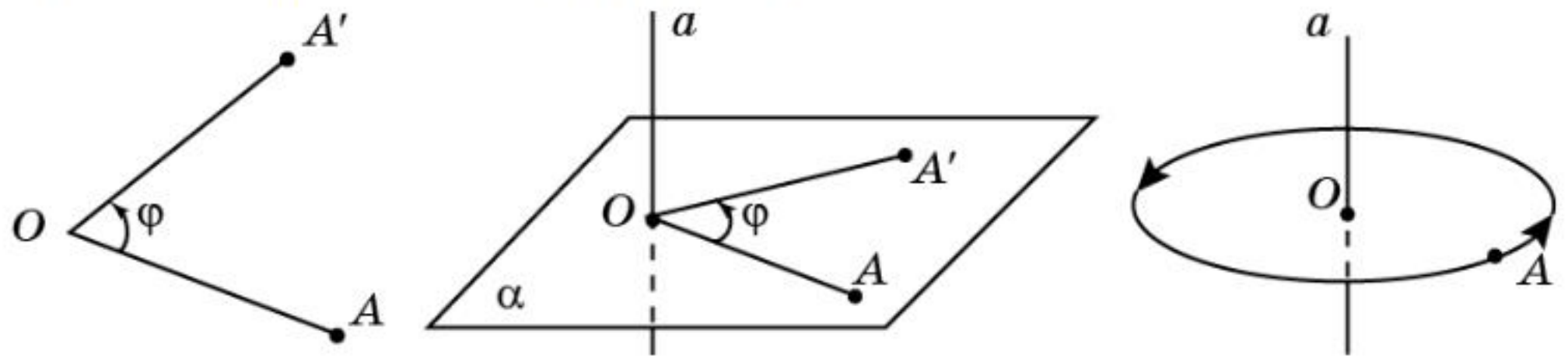
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

III боб АЙЛАНМА ЖИСМЛАР ВА УЛАРНИНГ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

12-§. Цилиндр ва унинг элементлари. Цилиндрнинг кесими. Цилиндрнинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари

Фазода фигуралар ичида кўпёқлардан бошқа айланма жисмлар деб *аталувчи фигуралар* ўзига хос аҳамиятга эга.

Агар $OA' = OA$ ва $\angle A'OA = j$ бўлса, у ҳолда текисликдаги A' нуқта A нуқтани O нуқтадан j бурчакка айлантириб буриш натижасида пайдо бўлишини ёдга олайлик (12.1-расм).



12.1-расм 12.2-расм 12.3-расм

Фазода a тўғри чизиқ ва шу тўғри чизиқда ётмайдиган A нуқта берилсин (12.2-расм). A нуқта орқали a тўғри чизиққа перпендикуляр α текислик ўтказамиз ва a тўғри чизиқ билан α текисликнинг кесишиш нуқтасини O деб белгилайлик. Агар α текисликда A'нуқта A нуқтани O нуқта атрофида айлантириб j бурчакка буриш давомида пайдо бўлса, у ҳолда фазодаги A' нуқта A нуқтани O нуқта атрофида айлантириб j бурчакка буриш орқали олинади деб айтилади.

a тўғри чизиқнинг нуқталари ўрнида қолиб, бошқа барча нуқталар шу тўғри чизиқдан айланиб бир хил йўналишда, маълум бир j бурчакка буриладиган фазодаги шакл алмаштириш a тўғри чизиқ *атрофида* буриш ёки *айланиш* деб аталади. a тўғри чизиқ *айланиш ўқи* дейилади.

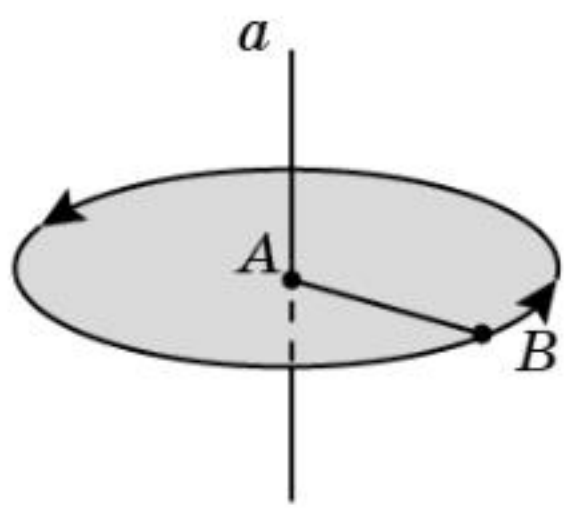
Агар фазода Φ фигуранинг барча нуқталари F фигуранинг нуқталарини a ўқидан айлантириб бир хил йўналишда буриш давомида пайдо бўлса, у ҳолда Φ фигура F фигуранинг a ўқи атрофида айлантириш орқали олинди деб аталади. Φ фигура *айланма жисм* деб аталади.

Масалан, a тўғри чизиқда ётмайдиган A нуқтанинг шу тўғри чизиқ атрофида айланиш давомида маркази O нуқта бўлган айлана ҳосил бўлади. O нуқта A нуқта орқали ўтувчи ва a тўғри чизиққа перпендикуляр текисликнинг шу a тўғри чизиқ билан кесишиш нуқтаси бўлади (12.3-расм).

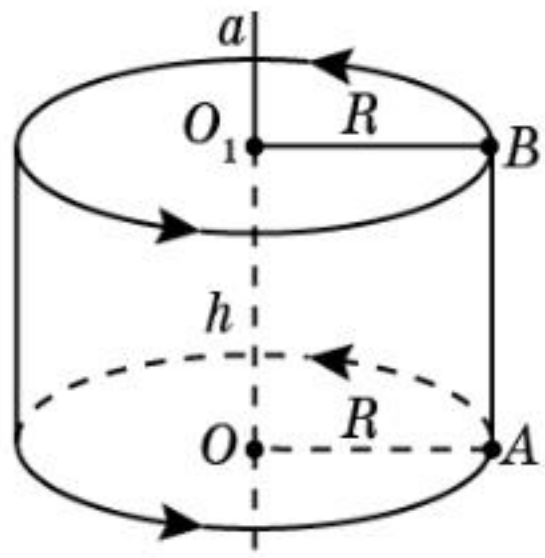
Кесманинг унга перпендикуляр ва унинг бир учи орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айланиш давомида радиуси шу кесмага тенг бўлган доира ҳосил бўлади (12.4-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

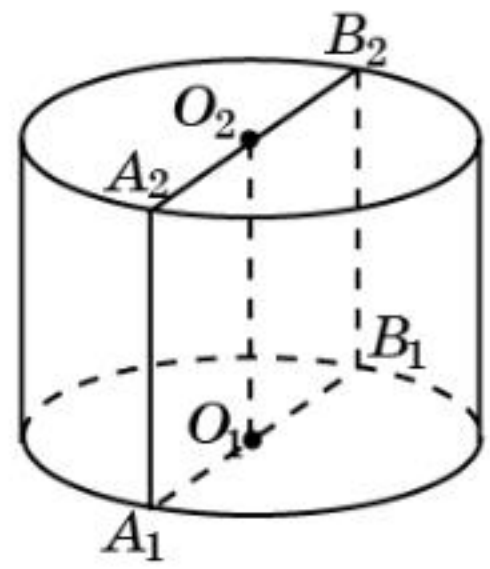
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



12.4-расм



12.5-расм



12.6-расм

Цилиндр деб тўғри тўртбурчакни унинг бир томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган фигурага (жисмга) айтилади.

12.5-расмда AOO_1B тўғри тўртбурчакни унинг OO_1 томони ётган a тўғри чизиқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган цилиндр тасвирланган. Тўғри тўртбурчакнинг OO_1 томони *цилиндрнинг ўқи* деб аталади.

Тўғри тўртбурчакнинг OO_1 томонига перпендикуляр бўлган OA ва O_1B томонлари атрофида айлантириш давомида ҳосил бўлган доиралар *цилиндрнинг асослари*, уларнинг радиуси эса *цилиндрнинг радиуси* деб аталади.

12.5-расмда цилиндрнинг OA радиуси тасвирланган.

Тўғри тўртбурчакнинг OO_1 томонига параллел бўлган AB томони атрофида айлантирганда ҳосил бўлган сирт *цилиндрнинг ён сирти* деб аталади.

Цилиндрнинг тўла сирти асослари билан ён сиртидан ташкил топади.

Тўғри тўртбурчакнинг OO_1 томонига параллел бўлган AB томони атрофида айлантирганда ҳосил бўлган кесмалар *цилиндрнинг ясовчилари* деб аталади.

12.5-расмда цилиндрнинг AB ясовчиси тасвирланган.

Цилиндрнинг асос текисликлари орасидаги масофа *цилиндрнинг баландлиги* дейилади.

12.5-расмда цилиндрнинг OO_1 баландлиги тасвирланган.

Цилиндрнинг баландлиги унинг ўқига ва ясовчисининг узунлигига тенг бўлишини исботланг.

Цилиндрнинг ўқи орқали ўтувчи текислик билан кесими цилиндрнинг *ўқ кесими* деб аталади (12.6-расм).

Ўқ кесимнинг томонлари цилиндр асосларининг диаметрлари ва иккита ясовчиси бўлади 12.6-расмда. $A_1A_2B_2B_1$ ўқ кесим тасвирланган.

Цилиндрнинг ўқ кесими тўғри тўртбурчак бўлишини исботланг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

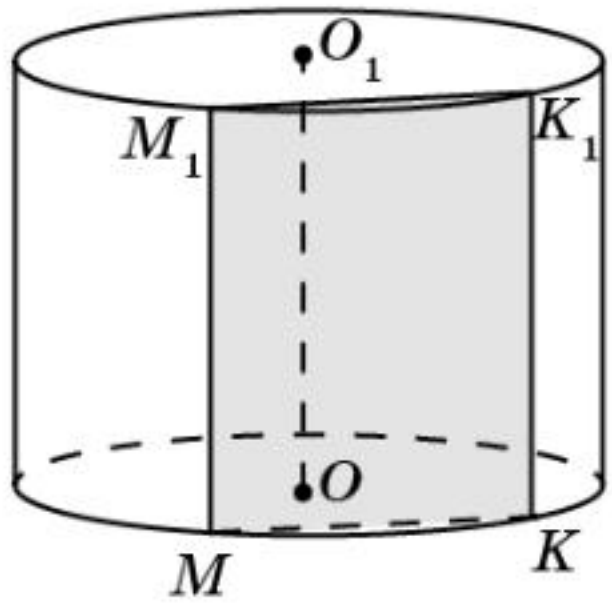
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Цилиндрни шу тўғри тўртбурчакни унинг қарама-қарши икки томонларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантириш орқали олиш мумкин.

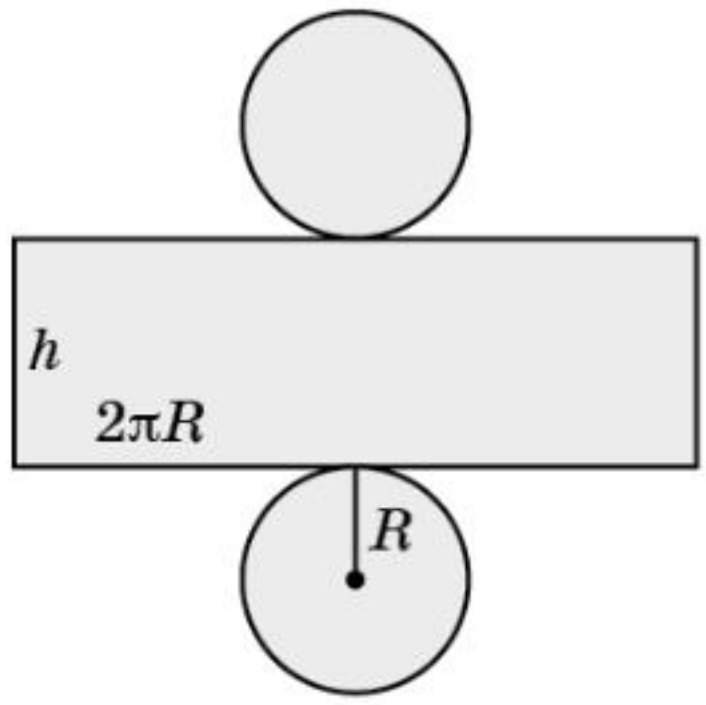
Цилиндрни тўғри тўртбурчакдан бошқа фигураларни айлантириш орқали олиш мумкинми?

Шу билан бир қаторда кесимни цилиндрнинг ўқига параллел қилиб ўтказиш мумкин (12.7-расм). Расмда MM_1K_1K кесим OO_1 ўққа параллел ўтади. Бу кесим цилиндр билан унинг иккита ясовчиси орқали ўтувчи текисликнинг кесишишидан ҳосил бўлади.

Шу кесимнинг тўғри тўртбурчак бўлишини исботланг.



12.7-расм



12.8-расм

Агар цилиндрни ён сиртини ясовчиси бўйича кесиб, текисликка ёядиган бўлсак ва уларга асосларни қўшсак, у ҳолда цилиндрнинг ёйилмаси деб аталувчи фигура ҳосил бўлади (12.8-расм).

Цилиндрнинг тўла сиртининг ёки сиртининг юзи деб унинг ёйилмасининг юзига айтилади.

Цилиндрнинг ён сиртининг юзи деб унинг ён сирти ёйилмасининг юзига айтилади.

Цилиндрнинг ён сиртининг юзи асос айланасининг узунлигини унинг баландигига кўпайтирилганига тенг бўлади, яъни ушбу формула ёрдамида ҳисобланади:

$$S_{ён} = 2pRh,$$

бунда R — цилиндр асосининг радиуси, h — баландлиги.

Цилиндр тўла сиртининг юзи унинг ён сирти билан иккита асосининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни ушбу формула ёрдамида ҳисобланади:

$$S_{тўла} = 2pRh + 2pR^2 = 2pR(h + R),$$

бунда R — цилиндр асосининг радиуси, h — баландлиги.

"Оғма цилиндр" тушунчасини аниқлаб кўринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

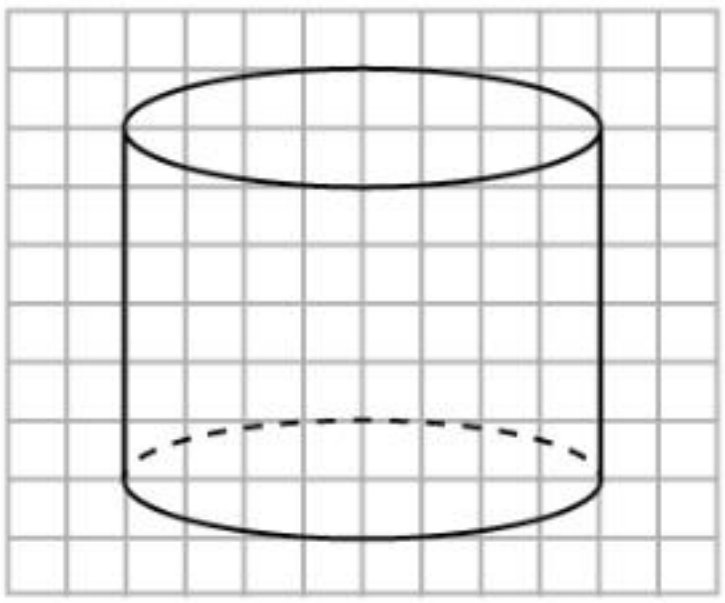
Саволлар

1. Фазода қандай шакл алмаштириш тўғри чизиқ атрофида айлантириб буриш деб аталади?
2. Қандай фигура айланма фигура деб аталади?
3. Қандай фигура цилиндр деб аталади?
4. Цилиндрнинг ўқи нима?
5. Цилиндрнинг асослари деганда нимани тушунасиз?
6. Қандай фигура цилиндрнинг ён сирти деб аталади?
7. Қандай кесмалар цилиндрнинг ясовчилари деб аталади?
8. Цилиндрнинг баландлиги нима?
9. Цилиндрнинг ўқ кесими деганда нимани тушунасиз?
10. Цилиндрнинг ёйилмаси деганда нимани тушунасиз?
11. Цилиндр сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
12. Цилиндрнинг ён сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
13. Цилиндрнинг ён сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.
14. Цилиндрнинг тўла сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.

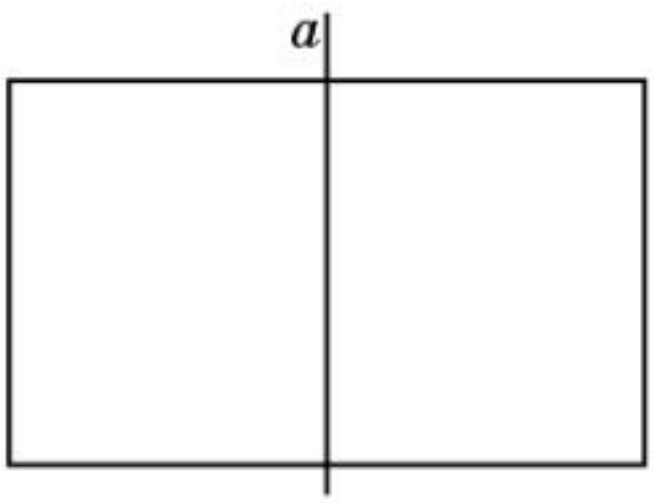
Масалалар

А

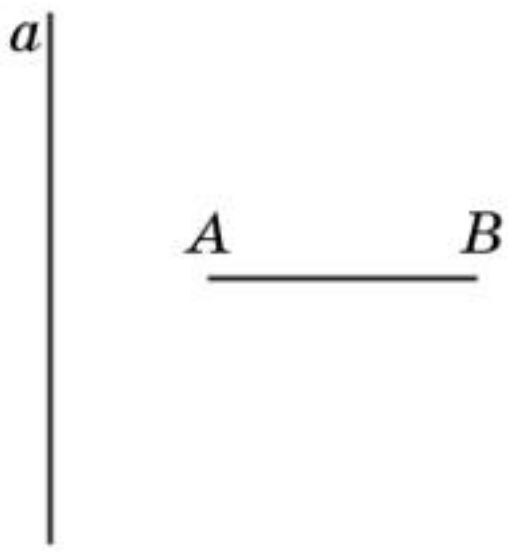
12.1. Катак қоғозда 12.9-расмдагига ўхшаш цилиндр ясанг. Цилиндрнинг ўқ кесимини тасвирланг.



12.9-расм



12.10-расм



12.11-расм

12.2. Цилиндрнинг нечта ясовчиси бўлади?

12.3. Цилиндрнинг асосларига параллел текислик билан кесими қандай фигура бўлади?

12.4. Тўғри тўртбурчакни унинг қарама-қарши ётган иккита томонининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (12.10-расм)?

12.5. AB кесмани шу кесма билан битта текисликда ётувчи, умумий нуқтага эга бўлмаган ва унга перпендикуляр тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (12.11-расм)?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.6. Цилиндрнинг баландлиги 3 см га, асосининг радиуси эса 2 см га тенг. Унинг ўқ кесимининг диагоналини топинг.

12.7. Цилиндрнинг ён сиртининг ёйилмаси — томонлари 1 см бўлган квадрат. Цилиндр асосининг радиусини топинг.

12.8. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Унинг: 1) ён сиртининг; 2) тўла сиртининг юзини топинг.

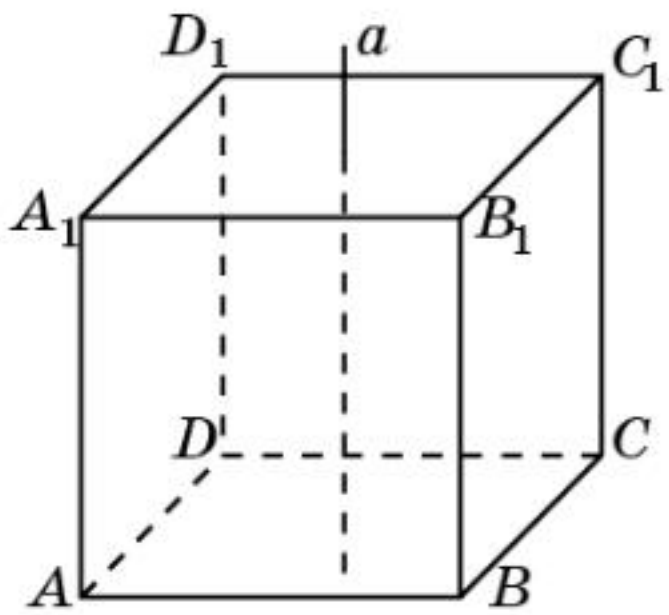
B

12.9. Катак қоғозга 12.9-расмдагига ўхшаш цилиндр ясанг. Шу цилиндрнинг асосларига параллел текислик билан кесимини тасвирланг.

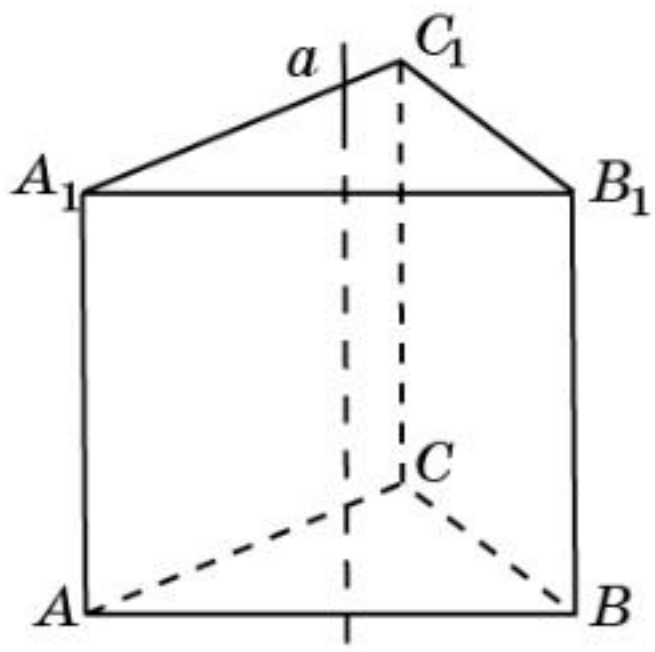
12.10. Катак қоғозга 12.9-расмдагига ўхшаш цилиндр ясанг. Шу цилиндрнинг ўқига параллел текислик билан кесимини тасвирланг. У қандай фигура бўлади?

12.11. Цилиндрнинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжудми?

12.12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубни: 1) AA_1 тўғри чизиқ атрофида; 2) қарама-қарши ёқларининг марказларини туташтирувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (12.12-расм)?



12.12-расм



12.13-расм

12.13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ Бирлик кубни: 1) AA_1 тўғри чизиқ атрофида; 2) қарама-қарши ёқларининг марказларини туташтирувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган цилиндрнинг ён сиртининг юзини топинг.

12.14. Мунтазам учбурчакли призмани: 1) ён қирраси ётган тўғри чизиқ атрофида; 2) асосларининг марказлари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (12.13-расм)?

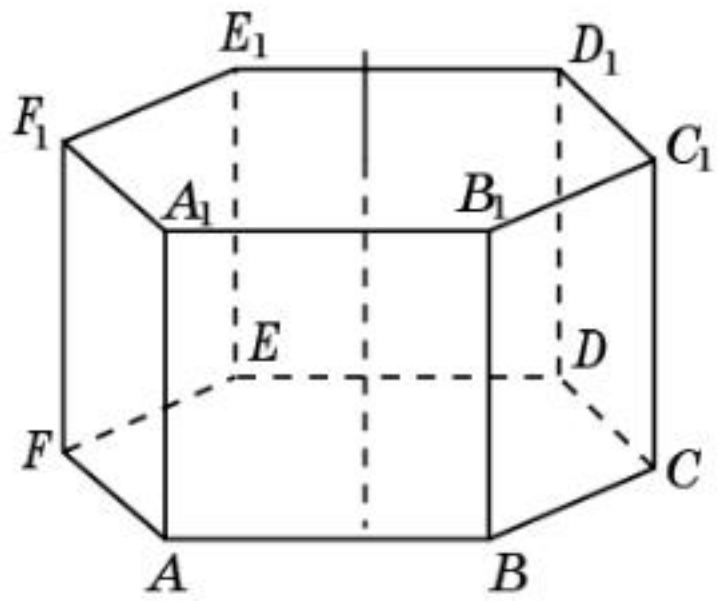
12.15. Мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани унинг: 1) ён қирраси ётган тўғри чизиқ атрофида; 2) асосларининг марказлари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган цилиндрнинг ён сиртининг юзини топинг (12.13-расм).

12.16. Мунтазам олтибурчакли призмани унинг: 1) ён қирраси ётган тўғри чизиқ атрофида; 2) асосларининг марказлари орқали

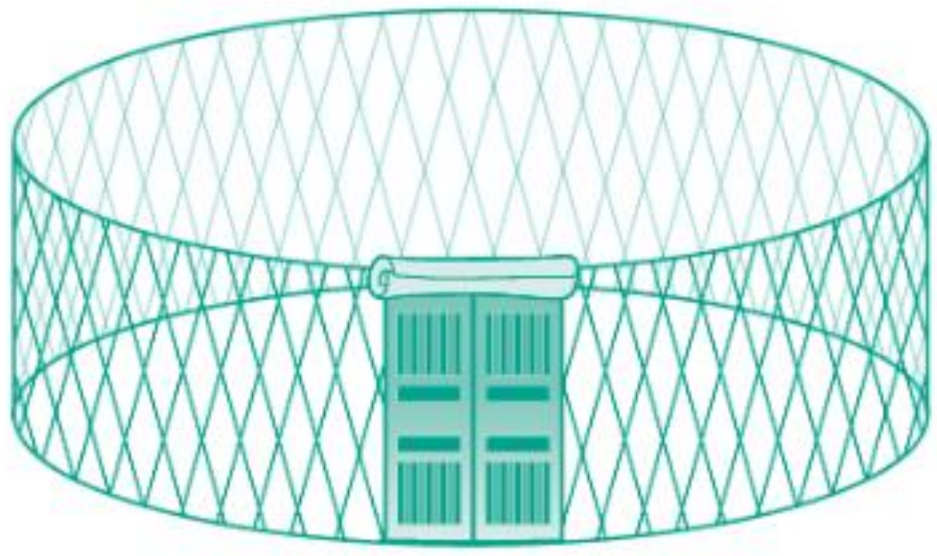
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (12.14-расм)?



12.14-расм



12.15-расм

12.17. Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани унинг: 1) ён қирраси ётган тўғри чизиқ атрофида; 2) асосларининг марказлари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган цилиндрнинг ён сиртининг юзини топинг (12.14-расм).

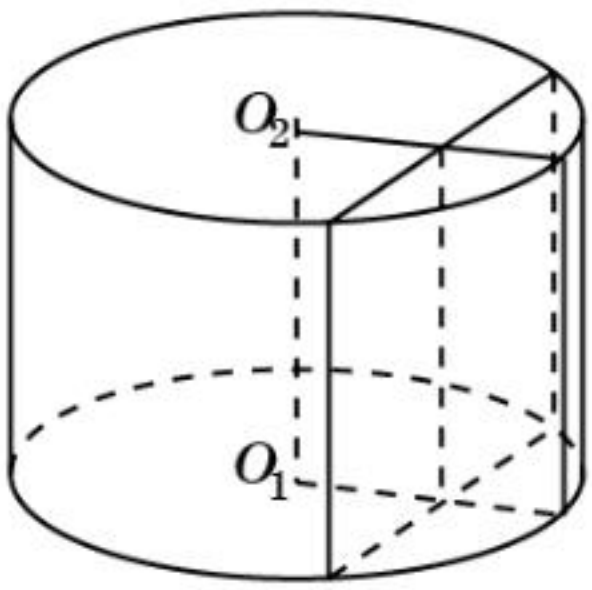
12.18. Кигиз уй — кўчманчиларнинг азалдан келаётган турғун уйи (12.15-расм). Баландлиги 2 м, диаметри эса 5 м бўлган кигиз уй керегеси сиртининг юзини топинг.

12.19. Цилиндрнинг радиуси 6 см, баландлиги 5 см. Цилиндрнинг ўқига параллел ва асос айланасидан 60° ли ёй кесиб туширадиган текислик билан кесганда ҳосил бўладиган кесим юзини топинг.

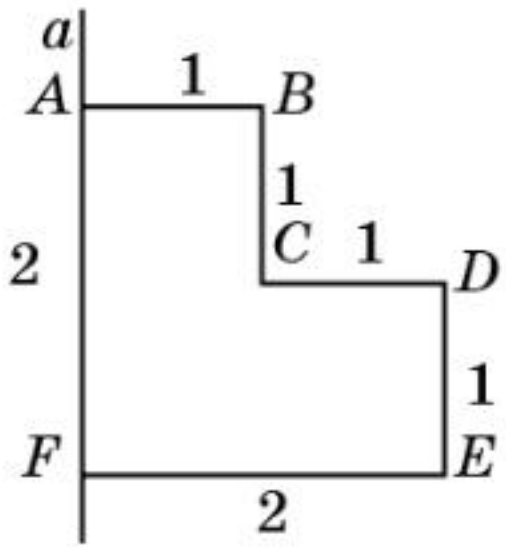
12.20. Цилиндрнинг битта ясовчиси орқали ўзаро перпендикуляр иккита кесим ўтказилган ва укларнинг юзалари 10 см^2 ва 24 см^2. Цилиндрнинг ўқ кесимининг юзини топинг.

C

12.21. Цилиндрнинг баландлиги 8 дм га, асосининг радиуси эса 5 дм га тенг. Унинг ўқига параллел текислик билан кесими — квадрат (12.16-расм). Цилиндрнинг ўқидан шу кесимгача бўлган масофани топинг.



12.16-расм



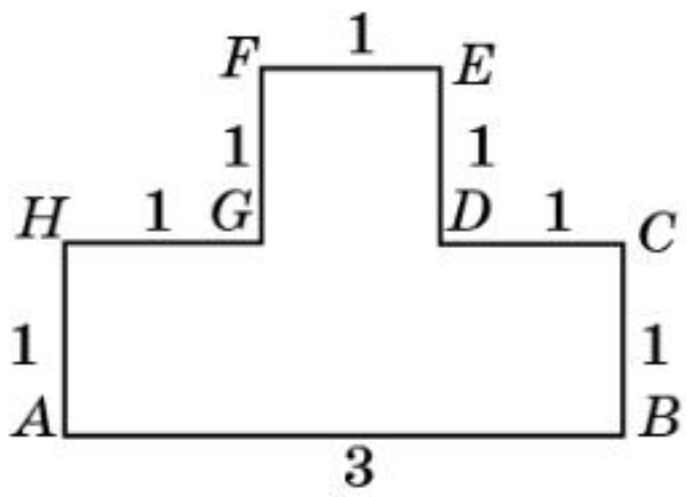
12.17-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

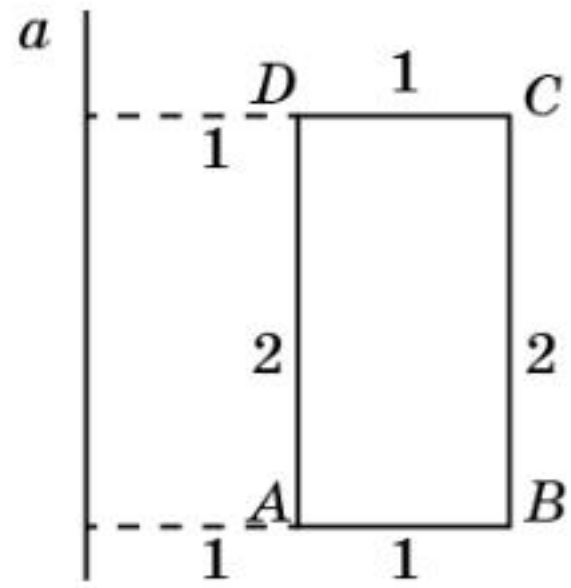
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.22. 12.17-расмда қўшни томонлари тўғри бурчак ҳосил қиладиган *ABCDEF* кўпбурчакни *AF* тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади? Шу фигуранинг сиртининг юзини топинг.

12.23. 12.18-расмда қўшни томонлари тўғри бурчак ҳосил қиладиган *ABCDEFGH* кўпбурчакни *AB* тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади? Шу фигуранинг сиртининг юзини топинг.



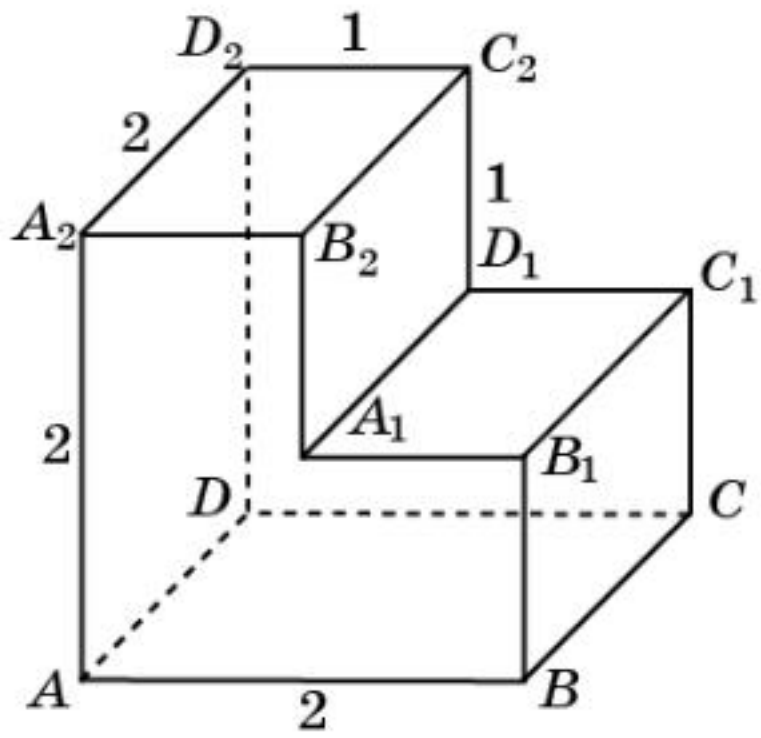
12.18-расм



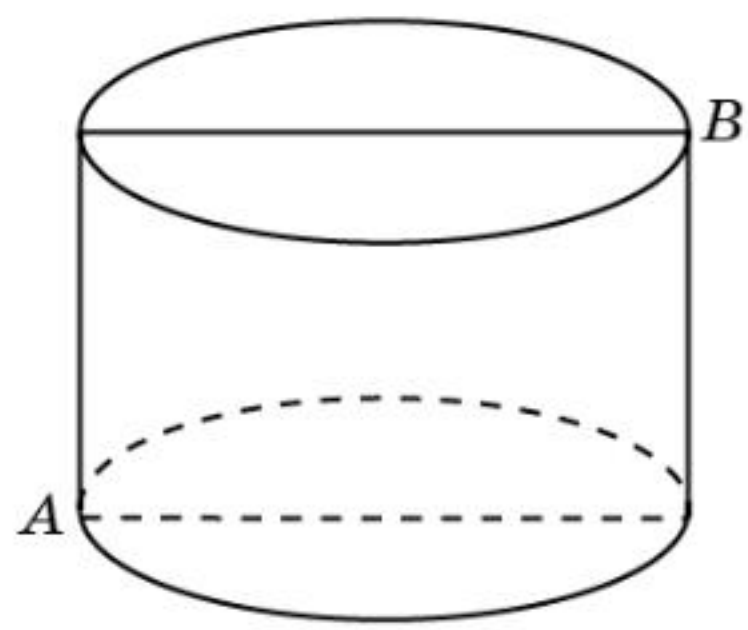
12.19-расм

12.24. 12.19-расмда *ABCD* тўғри тўртбурчакнинг унинг томонига параллел бўлган *a* тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади? Шу фигуранинг сиртининг юзини топинг.

12.25. 12.20-расмда барча икки ёқли бурчаклари тўғри бурчак бўладиган кўпёқни AA_2 тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади? Шу фигуранинг сиртининг юзини топинг.



12.20-расм



12.21-расм

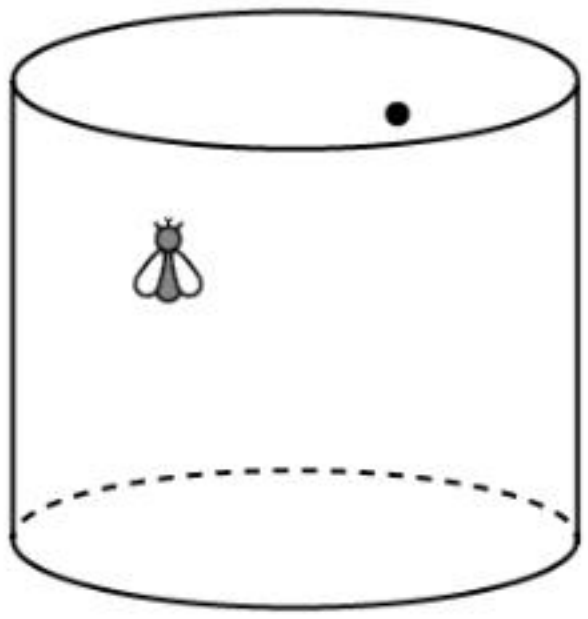
12.26. Цилиндр асосининг радиуси 2 см га, ясовчиси эса 3 см га тенг. Унинг ўқ кесимининг *A* учидан унга қарама-қарши ётган *B* учигача бўлган ён сирти бўйлаб энг кичик масофани топинг (12.21-расм).

12.27. Асосидаги айлананинг узунлиги 24 см бўлган цилиндрсимон қутининг ички деворида юқори айланасидан 2,5 см узоқликда бир томчи асал ёпишиб турибди, унга диаметрал қарама-қарши

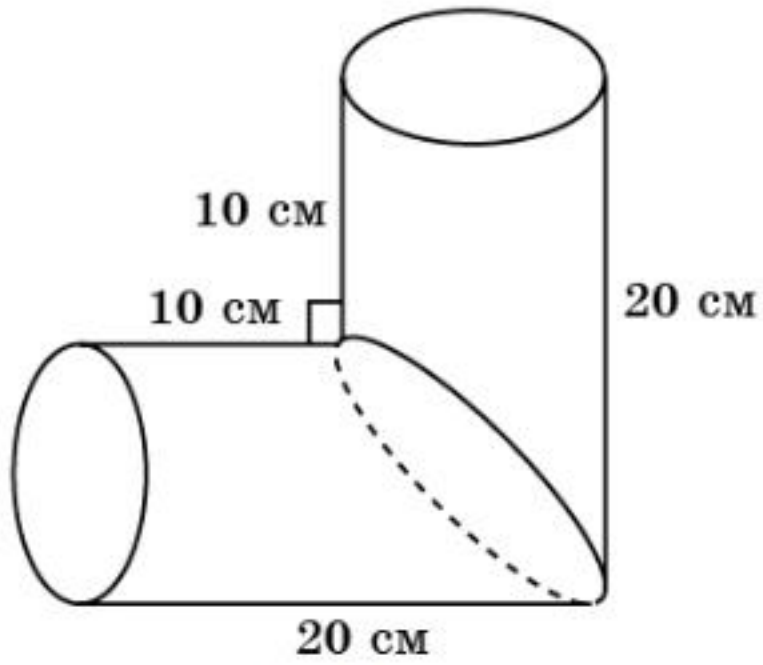
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ташқи деворида чивин қўниб турибди (12.22-расм). Чивин асалга томон силжиб борадиган энг қисқа йўлнинг узунлигини топинг.



12.22-расм



12.23-расм

12.28. 12.23-расмда 90° ли бурчак ясайдиган цилиндрнинг иккита тенг бўлагидан ташкил топган фигура сиртининг юзини топинг.

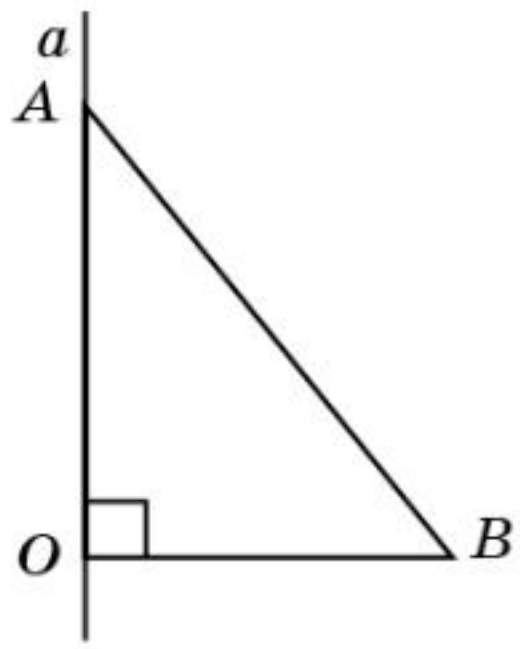
12.29. Цилиндрнинг ўқига параллел ва асос айланасидан a ёй кесиб туширувчи текислик ўтказилган. Ҳосил бўлган кесимнинг диагонали билан цилиндрнинг ясовчиси орасидаги бурчак b га тенг. Цилиндрнинг радиуси R га тенг. Кесимнинг юзини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

12.30. Тенг ёнли учбурчак ва доиравий сектор таърифларини такрорланг.

13-§. Конус ва унинг элементлари. Конуснинг текислик билан кесими. Конуснинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари

Конус деб тўғри бурчакли учбурчакни унинг битта катети ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўладиган фигурага (жисмга) айтилади.



13.1-расм

Бизга ABO тўғри бурчакли учбурчак берилсин (13.1-расм). Агар шу тўғри бурчакли учбурчакни унинг AO катети орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирсак, натижада айланма жисм-конусни оламиз. Тўғри бурчакли учбурчакнинг AO катети *конуснинг ўқи* деб аталади.

AO катетга перпендикуляр бўлган тўғри бурчакли учбурчакнинг BO томони атрофида айлантириш натижасида олинган доира *конуснинг асоси*, унинг радиуси эса *конуснинг радиуси* деб аталади.

13.2-расмда конуснинг OB радиуси тасвирланган.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

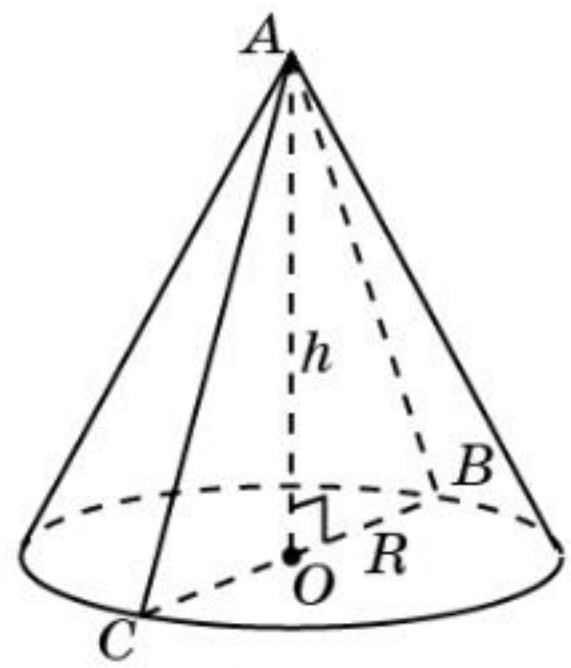
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тўғри бурчакли учбурчакни AB гипотенузаси атрофида айлантириш натижасида пайдо бўладиган *сирт конуснинг ён сирти* деб аталади.

Конуснинг тўла сирти асоси ва ён сиртидан ташкил топади AB гипотенузасининг AO катети атрофида айланиши давомида олинадиган кесмалар *конуснинг ясовчилари* деб аталади.

13.2-расмда конуснинг AB ва AC ясовчилари тасвирланган.

Конуснинг ўқи орқали ўтувчи текислик билан *кесими конуснинг* ўқ кесими дейилади (13.2-расм).

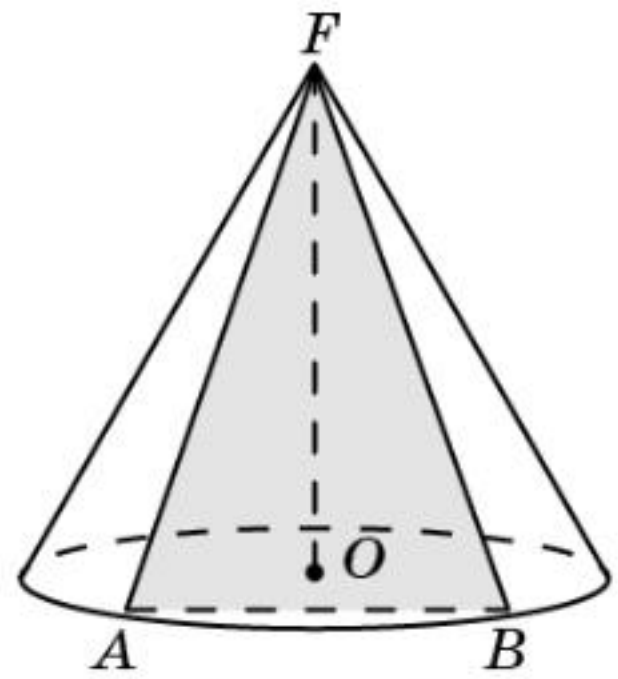


13.2-расм

Ўқ кесимнинг томонлари конус томонининг диаметри ва иккита ясовчиси бўлади. 13.2-расмда CAB ўқ кесим тасвирланган.

Конуснинг ўқ кесими — тенг ёнли учбурчак, унинг асоси конус асосининг диаметри бўлишини исботланг.

Конусни шу тенг ёнли учбурчакни асосига туширилган баландлиги ётувчи тўғри чизиқ атрофида айлантириш орқали ҳам ҳосил қилиш мумкин. Тенг ёнли учбурчакнинг асосига қарама-қарши ётган учи *конуснинг учи* деб аталади.



13.3-расм

Конуснинг учидан унинг асос текислигига туширилган перпендикулярнинг узунлиги *конуснинг баландлиги* деб аталади.

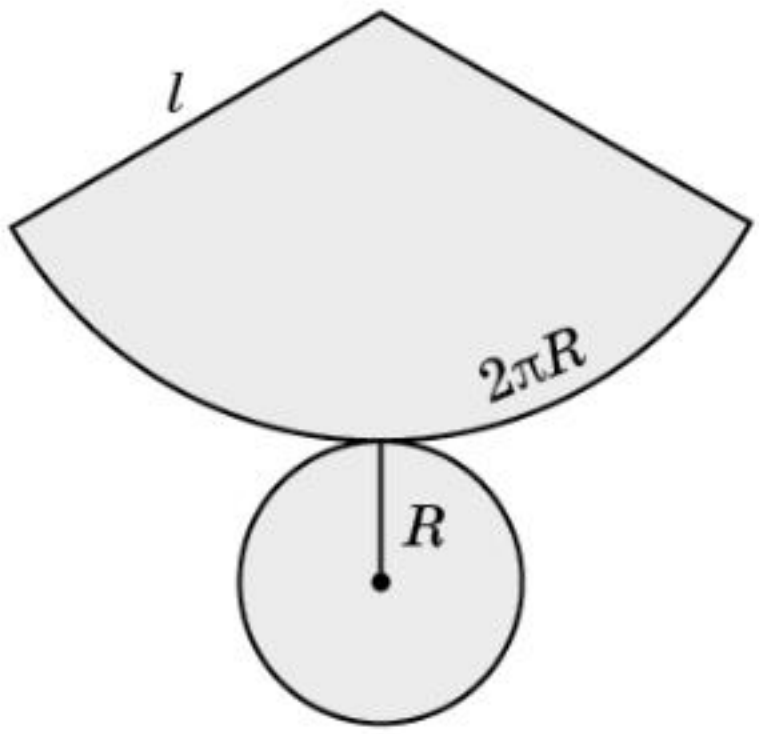
13.2-расмда конуснинг AO баландлиги тасвирланган.

Сиз қандай ўйлайсиз, конусни тўғри бурчакли бўлмаган ва тенг ёнли бўлмаган учбурчакни айлантириш орқали ҳосил қилиш мумкинми?

Шунингдек, кесимни конуснинг учи ва асосининг ватари орқали ҳам ўтказиш мумкин (13.3-расм). Расмда AFB кесим конуснинг F учи ва асосининг AB ватари орқали ўтувчи текислик билан кесишиши натижасида олинган. Яъни текислик конуснинг асосини ватар бўйлаб, ён сиртини иккита ясовчи бўйлаб кесиб ўтади.

Ушбу кесимларнинг ҳам тенг ёнли учбурчак бўлишини исботланг.

Агар конуснинг ён сиртини ясовчи бўйича кесиб, текисликка ёядиган бўлсак ва унга асосини қўшсак, у ҳолда конуснинг ёйилмаси деб аталувчи фигура ҳосил бўлади (13.4-расм).



13.4-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Конуснинг тўла сиртининг юзи деб унинг ёйилмасининг юзасига айтилади.

Конуснинг ён сиртининг юзи деб унинг ён сиртининг ёйилмасининг юзасига айтилади.

Конуснинг ён сиртининг юзи унинг асосидаги айлананинг узунлиги билан ясовчисининг кўпайтмасининг ярмига тенг бўлади, яъни ушбу формула билан аниқланади:

$$S_{ён} = pRl,$$

бунда R — конус асосининг радиуси, l — ясовчиси.

Конуснинг тўла сиртининг юзи унинг ён сирти билан асосининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни ушбу формула билан ҳисобланади:

$$S_{тўла} = pRl + pR^2 = pR(l + R),$$

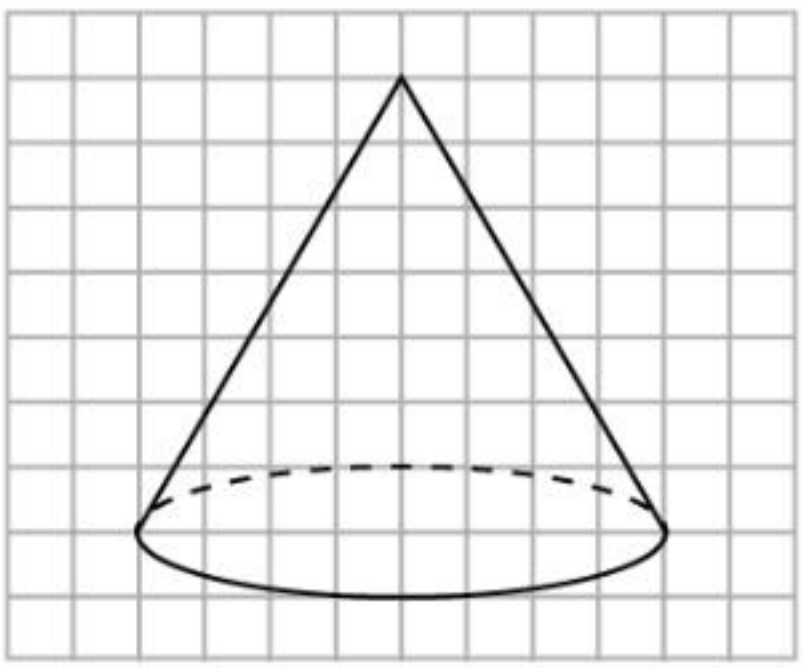
бунда R — конус асосининг радиуси, l — ясовчиси.

Саволлар

1. Қандай фигура конус деб аталади?
2. Конуснинг ўқи нима?
3. Конуснинг асоси деганда нимани тушунасиз?
4. Қандай фигура конуснинг ён сирти деб аталади?
5. Қандай кесмалар конуснинг ясовчилари деб аталади?
6. Конуснинг ўқ кесими деганда нимани тушунасиз?
7. Конуснинг учи нима?
8. Конуснинг баландлиги нима?
9. Конуснинг ёйилмаси деганда нимани тушунасиз?
10. Конус сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
11. Конуснинг ён сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
12. Конуснинг ён сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.
13. Конуснинг тўла сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.

Масалалар

A



13.5-расм

13.1. Катак қоғозда 13.5-расмдагига ўхшаш конус ясанг. Конуснинг ўқ кесимини тасвирланг.

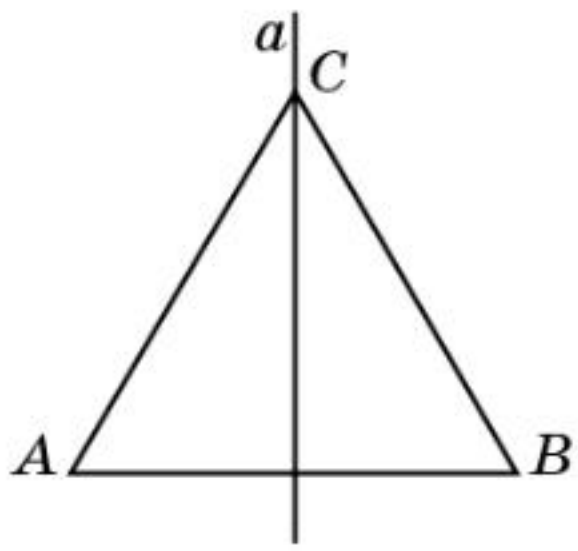
13.2. Конуснинг нечта ясовчиси бўлади?

13.3. Конуснинг асосига паллел текислик билан кесими қандай фигура бўлади?

13.4. Тенг ёнли учбурчакни унинг асосига туширилган баландлиги ётувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.6-расм)?

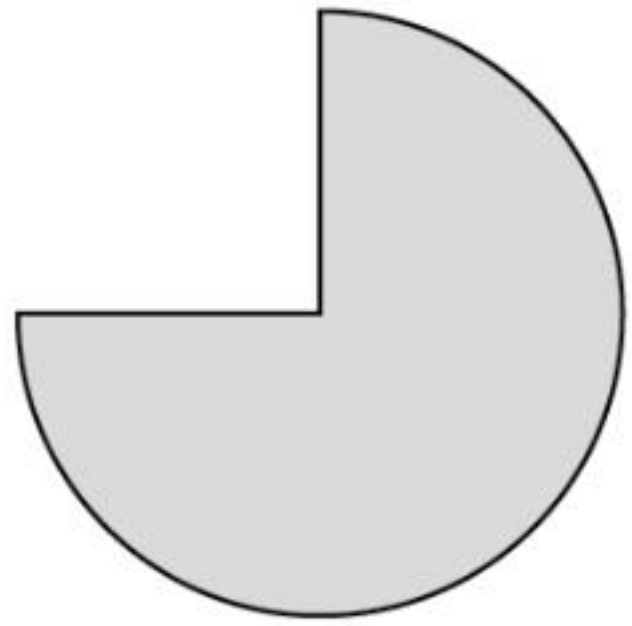
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



13.6-расм

13.7-расм



13.8-расм

13.5. AC кесмани C нуқта орқали ўтувчи ва унга перпендикуляр бўлмаган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.7-расм)?

13.6. Конус асосининг радиуси 3 см га, баландлиги эса 4 см га тенг. Конуснинг ясовчисини топинг.

13.7. Конуснинг ўқ кесими — томонлари 10 см бўлган тенг томонли учбурчак. Конуснинг: 1) асосининг радиусини; 2) баландлигини топинг.

13.8. Конуснинг ясовчиси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясаб оғади. Конуснинг баландлигини топинг.

13.9. Конуснинг ясовчиси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 60° ли бурчак ясаб оғади. Конус асосининг радиусини топинг.

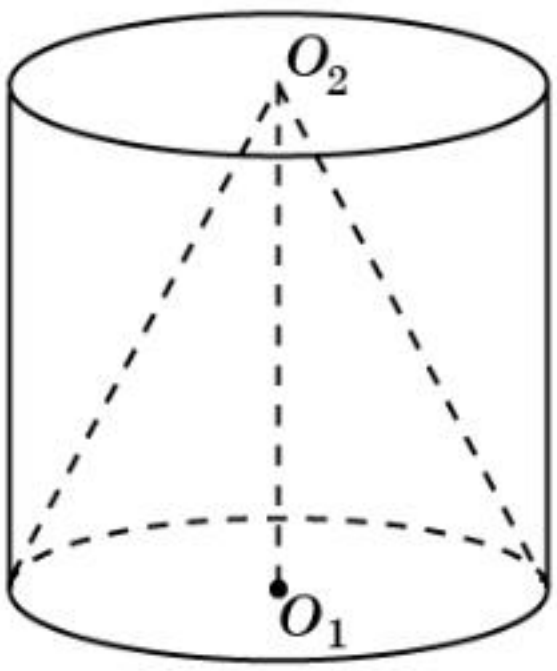
13.10. Конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Конус сиртининг юзини топинг.

13.11. 13.8-расмдаги доиранинг қисми конус ён сиртининг ёйилмаси бўла оладими?

B

13.12. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Конус баландлигининг ўртасидан ўтувчи ва асос текислигига параллел текислик билан кесиминининг юзини топинг.

13.13. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Асоси цилиндрнинг бир асоси, учи эса цилиндрнинг иккинчи асосининг маркази бўладиган конуснинг ён сиртининг юзини топинг (13.9-расм).



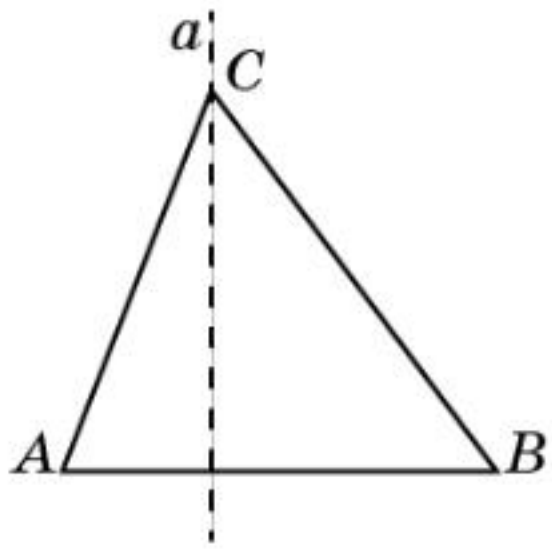
13.9-расм

13.14. Конуснинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги мавжуд бўладими?

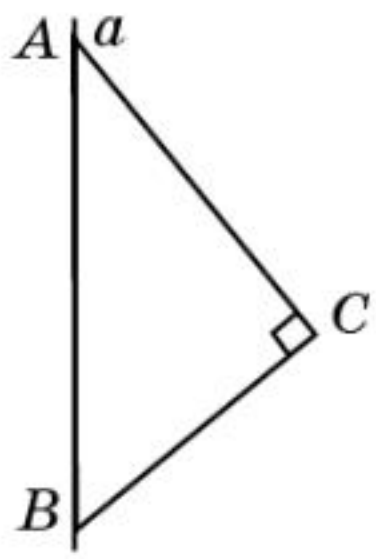
13.15. Ўткир бурчакли тенг ёнли бўлмаган учбурчакни унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.10-расм)?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

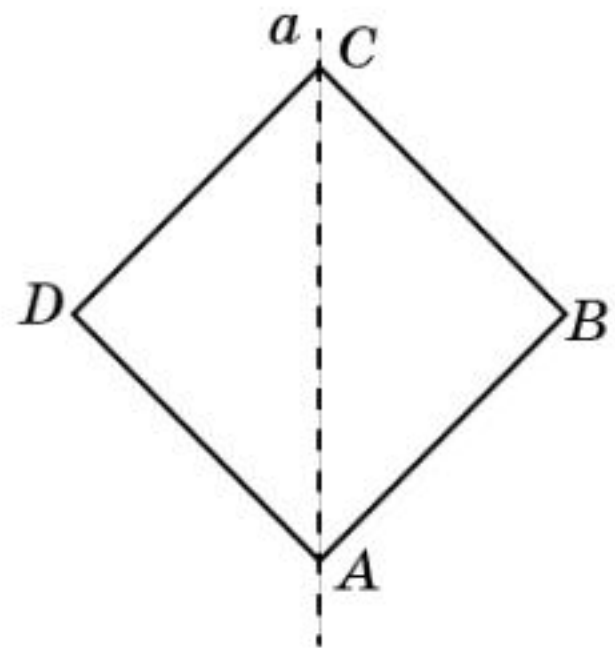
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



13.10-расм



13.11-расм



13.12-расм

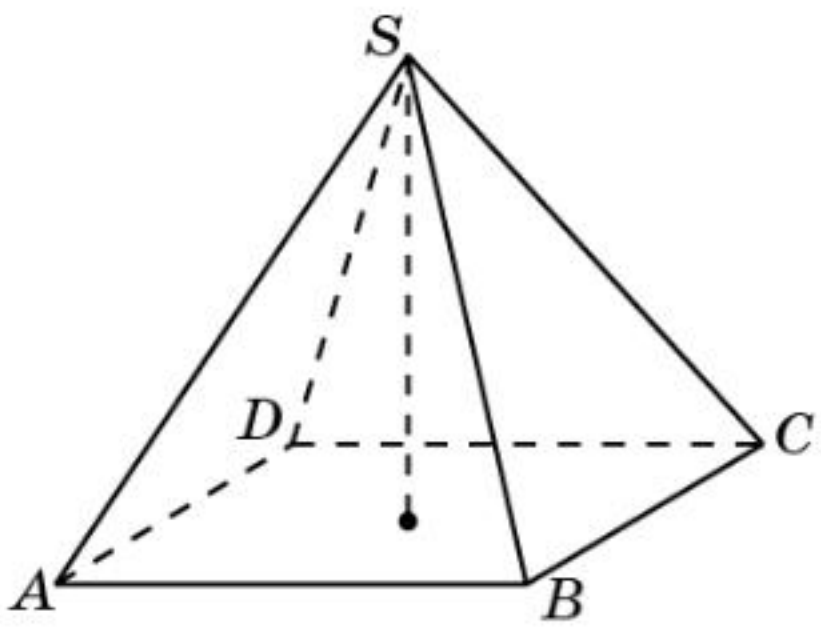
13.16. Тўғри бурчакли учбурчакни унинг гипотенузаси ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.11-расм)?

13.17. Бирлик квадратни унинг диагонали ётадиган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.12-расм)? Фигура сиртининг юзини топинг.

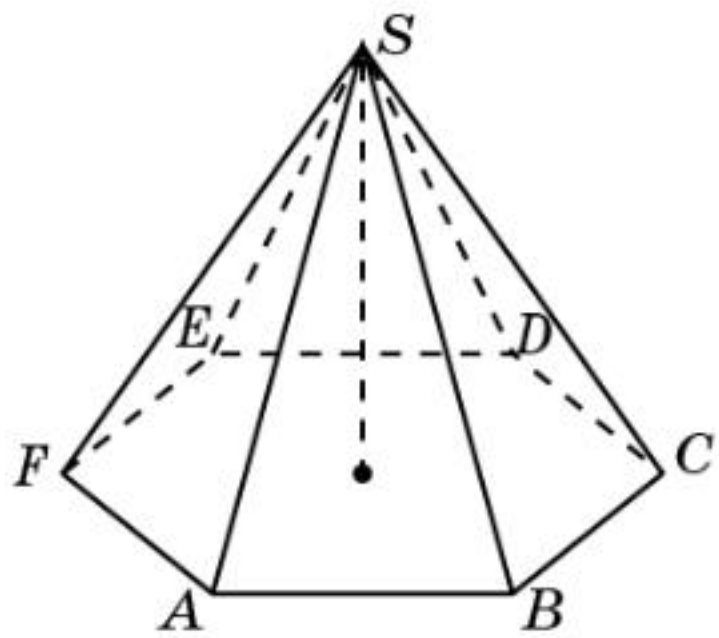
13.18. Мунтазам тўртбурчакли пирамидани унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.13-расм)?

13.19. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидани унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган конус сиртининг юзини топинг (13.13-расм).

13.20. Мунтазам олтибурчакли пирамидани унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.14-расм)?



13.13-расм



13.14-расм

13.21. Асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг мунтазам олтибурчакли пирамидани унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирган ҳосил бўладиган конус сиртининг юзини топинг (13.14-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

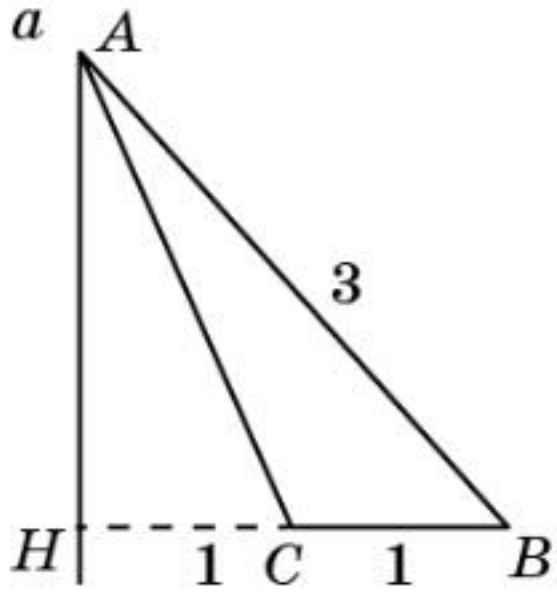
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.22. Конуснинг баландлиги 4 см, асос айланасининг ватари эса 6 см га тенг ва у 90° ли ёйга тиралган. Конуснинг учи билан шу ватар орқали ўтувчи текислик билан кесимининг юзини топинг.

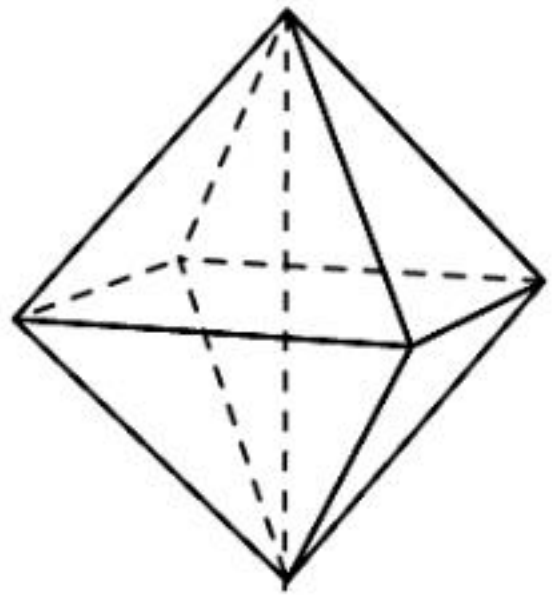
13.23. Конуснинг баландлиги h га тенг, унинг баландлиги билан ясовчиси орасидаги бурчак 60°. Конуснинг ўзаро перпендикуляр иккита ясовчиси орқали ўтувчи текислик билан кесимининг юзини топинг.

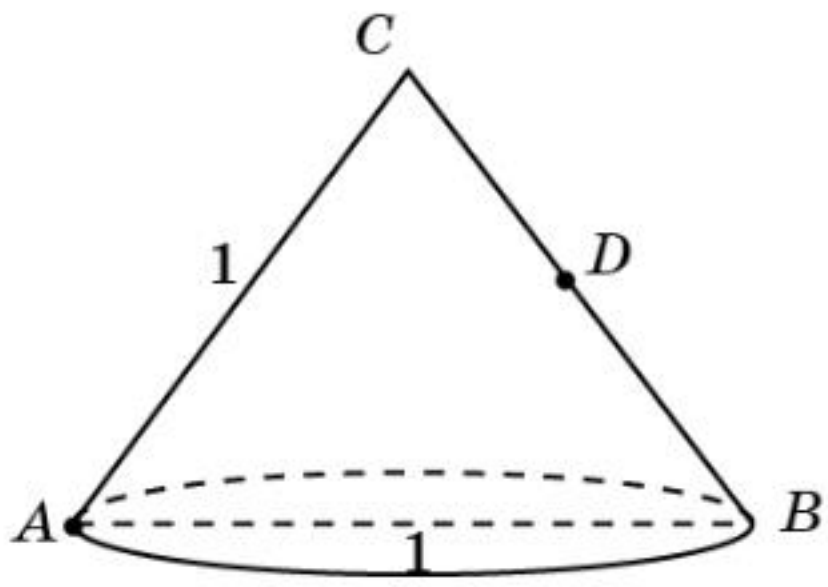
C

13.24. ABC ўтмас бурчакли учбурчакни унинг AH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.15-расм)? Шу фигура сиртининг юзини топинг.



13.15-расм


13.16-расм



13.17-расм

13.25. Октаэдрни унинг қарама-қарши ётган учларини туташтирувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (13.16-расм)? Октаэдрнинг қирраси 1 см га тенг деб олиб, ҳосил бўлган фигура сиртининг юзини топинг.

13.26. Конус ва унинг баландлигининг ўртасига нисбатан марказий симметрик конус ясанг. Бу конусларнинг умумий қисми қандай фигура бўлади? Дастлабки конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг деб олиб, ҳосил бўлган фигура сиртининг юзини топинг.

13.27. Конус ён сиртининг ёйилмаси — радиуси 1 см га тенг бўлган ярим доира. Конус асосининг радиусини топинг.

13.28. Конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 3 смга тенг. Конуснинг ён сиртининг ёйилмасининг марказий бурчагини топинг.

13.29. Конуснинг ўқ кесими — томони 1 см бўлган ABC тенг томонли учбурчак. Унинг ўқ кесимининг A нутасидан BC томонининг ўртаси D нуқтагача ён сирти бўйлаб энг қисқа масофани топинг (13.17-расм).

13.30. Конуссимон йиғилган хашак уйимини тепасидан темир тунука билан ёпиш керак. Унинг баландлиги 2 м га, асосининг диаметри эса 6 м га тенг. Агар барча тунука сиртининг 10% и уларни

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ёпиштиришга сарфланадиган бўлса, у ҳолда хашакни ёпиш учун 0,7 × 1,4 ўлчамли нечта тунука керак бўлади? (p d 3).

13.31. Қурилиш майдонида конуссимон тўкилган қумнинг асоси айланасининг узунлигини метрли тасма билан ўлчаганда 21,6 м бўлди (13.18-расм). Метрлик тасмани қум уйимининг учи орқали улоқтириб ўлчаганда унинг иккита ясовчисининг узунлиги 7,8 м экани аниқланди. Уйилган қум сиртининг юзини топинг (p d 3).

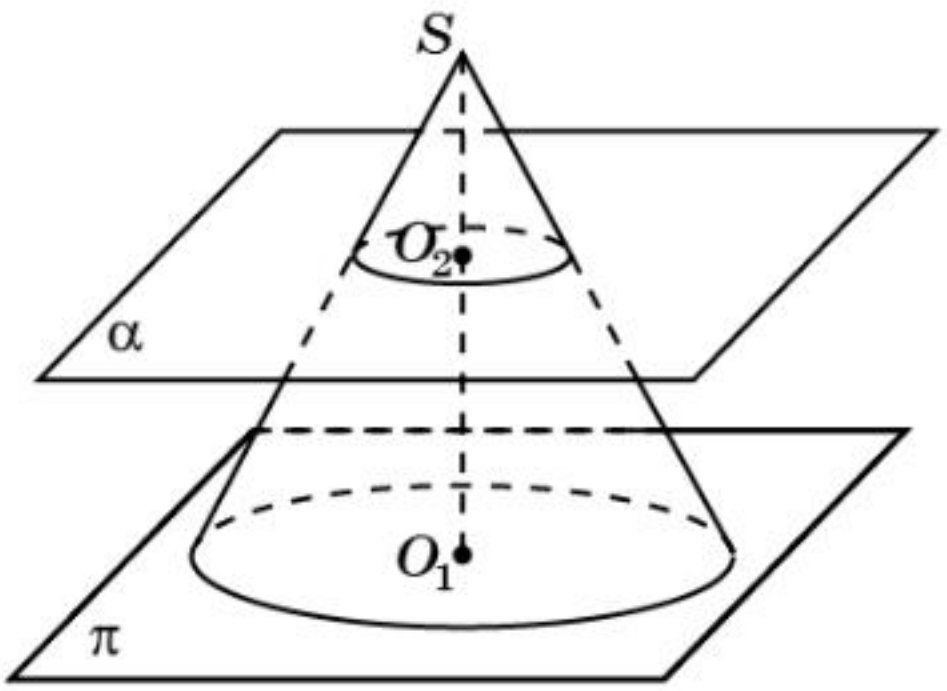
13.18-расм

13.32. Малика туғилган кунига қоғоздан баландлиги 8 см, асосининг радиуси 6 см бўлган конуснинг ён ситига ўхшаш 8 та бош қийим тайёрламоқчи бўлди. Унга бош кийимларни тайёрлаш учун қанча қоғоз ($см^2$ ларда) керак эканлигини топинг (p d 3).

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

13.33. Доиравий халқанинг таърифини ва унинг юзини топиш формуласини такрорланг.

14-§. Кесик конус ва унинг элементлари. Кесик конуснинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари



14.1-расм

Агар конусни асос текислигига параллел текислик билан кессак, у ҳолда конуснинг шу текислик билан асос текислиги орасида чегаралангган қисми *кесик конус* деб аталади (14.1-расм).

Конуснинг асос текислигига параллел текислик билан кесими ҳам *кесик конуснинг асоси* деб аталади. Шундай қилиб, кесик конусни чегараловчи доиралар унинг асослари деб аталади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

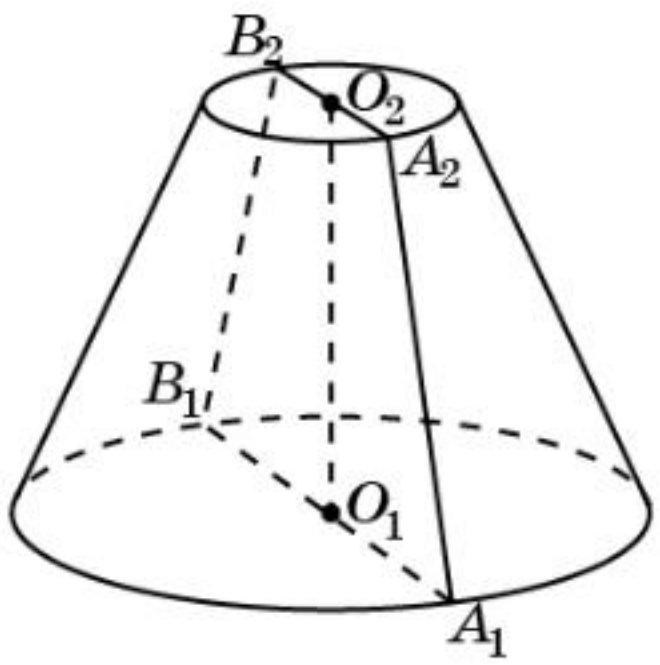
Конуснинг ўқи *кесик конуснинг ўқи* деб аталади.

Кесик конус асослари орсида чегараланган конуснинг ён сиртининг қисми *кесик конуснинг ён сирти* деб аталади.

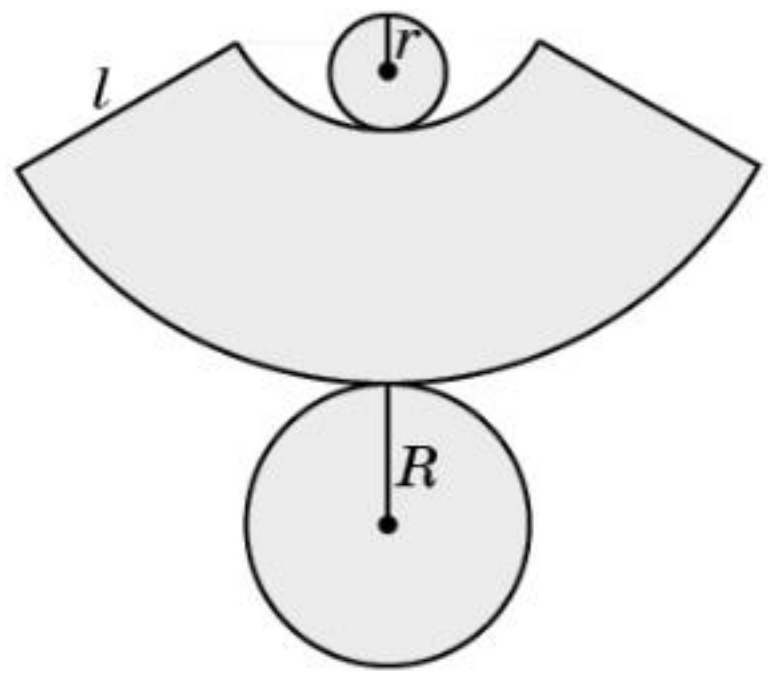
Кесик конус асослари орсида чегараланган конус ясовчиларининг кесмалари *кесик конуснинг ясовчилари* деб аталади.

Кесик конус асослари орасидаги масофа *кесик конуснинг баландлиги* деб аталади.

Кесик конуснинг ўқи орқали ўтувчи текислик билан кесими кесик *конуснинг ўқ кесими* дейилади (14.2-расм).



14.2-расм



14.3-расм

Кесик конуснинг ўқ кесими тенг ёнли трапеция бўлишини исботланг.

Кесик конусни шу тенг ёнли трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантириб олиш мумкин.

Кесик конусни тенг ёнли бўлмаган трапецияни айлантириш орқали олиш мумкинми?

Агар кесик конуснинг ён сиртини ясовчиси бўйлаб кесиб, текисликка ёядиган бўлсак ва унга асосларини қўшсак, у ҳолда кесик конуснинг ёйилмаси деб аталувчи фигурага эга бўламиз (14.3-расм).

Кесик конус сиртининг юзи деб унинг ёйилмасининг юзига айтилади.

Кесик конус ён сиртининг юзи деб унинг ён сиртининг ёйилмасининг юзига айтилади.

Агар кесик конус асосларининг радиуслари R ва r, ясовчиси эса l га тенг бўлса, у ҳолда кесик конус ён сиртининг юзаси ушбу формула билан аниқланади:

$$S_{ён} = \pi(R + r)l.$$

Кесик конус тўла сиртининг юзини топиш учун унинг ён сиртининг юзига асосларининг юзини қўшиш керак бўлади:

$$S_{тўла} = \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

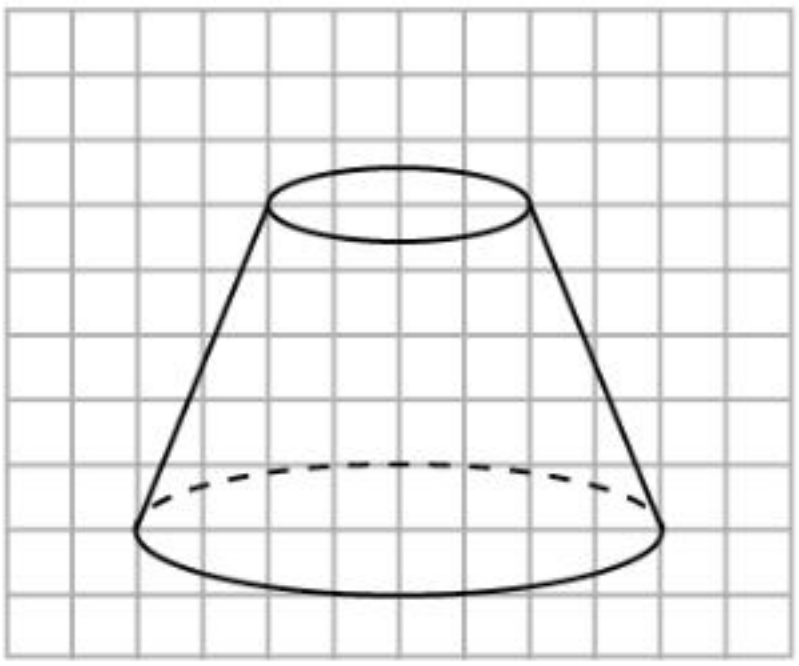
Саволлар

1. Қандай фигура кесик конус деб аталади?
2. Кесик конуснинг асоси деганда нимани тушунасиз?
3. Кесик конуснинг баландлиги нима?
4. Кесик конуснинг ўқи нима?
5. Кесик конуснинг ўқ кесими деганда нимани тушунасиз?
6. Қандай фигура кесик конуснинг ёйилмаси дейилади?
7. Кесик конус сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
8. Кесик конуснинг ён сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
9. Кесик конуснинг ён сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.
10. Кесик конуснинг тўла сиртининг юзини топиш формуласини ёзинг.

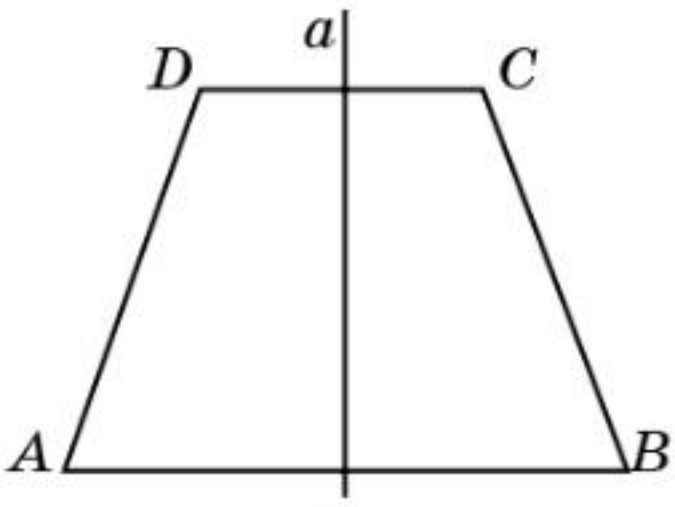
Масалалар

A

14.1. Катак қоғозда 14.4-расмдагига ўхшаш кесик конус ясанг. Кесик конуснинг ўқ кесимини тасвирланг.



14.4-расм



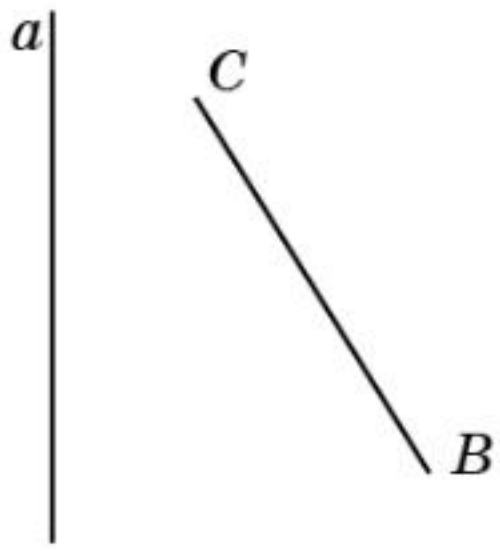
14.5-расм

14.2. Кесик конуснинг нечта ясовчиси бўлади?

14.3. Кесик конуснинг асосига параллел текислик билан кесими қандай фигура бўлади?

14.4. Тенг ёнли трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (14.5-расм)?

14.5. *BC* кесмани шу кесма билан битта текисликда ётувчи, умумий нуқтаси бўлмаган ва перпендикуляр ҳам бўлмаган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида қандай фигура ҳосил бўлади (14.6-расм)?



14.6-расм

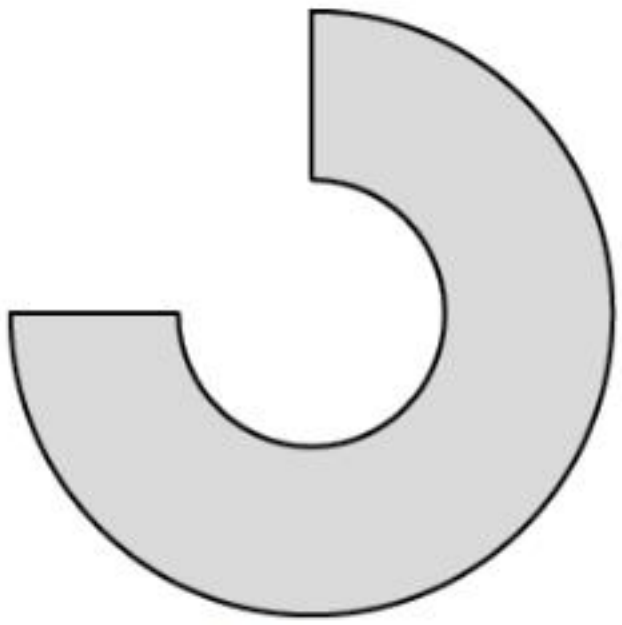
14.6. Кесик конус асосларининг радиуслари 6 см ва 2 см, баландлиги эса 3 см га тенг. Кесик конуснинг ясовчисини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.7. Кесик конус асосларининг радиуслари 6 см ва 2 см, ясовчиси эса 5 см га тенг. Кесик конус сиртининг юзасини топинг.

14.8. 14.7-расмдаги доиранинг қисми кесик конуснинг ён сиртининг ёйилмаси бўла оладими?



14.7-расм

B

14.9. Катак қоғозга 14.4-расмдагига ўхшаш кесик конус ясанг. Шу конуснинг ўқига параллел бўлган ва асослари билан кесишувчи текислик билан кесимини тасвирланг.

14.10. Кесик конус асосларининг радиуслари 2 см ва 4 см. Кесик конус баландлининг ўртаси орқали асос текислигига параллел текислик билан кесимининг юзини топинг.

14.11. Кесик конуснинг: 1) симметрия маркази; 2) симметрия ўқи; 3) симметрия текислиги бўладими?

14.12. Кесик конуснинг ясовчиси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Кесик конуснинг баландлигини топинг.

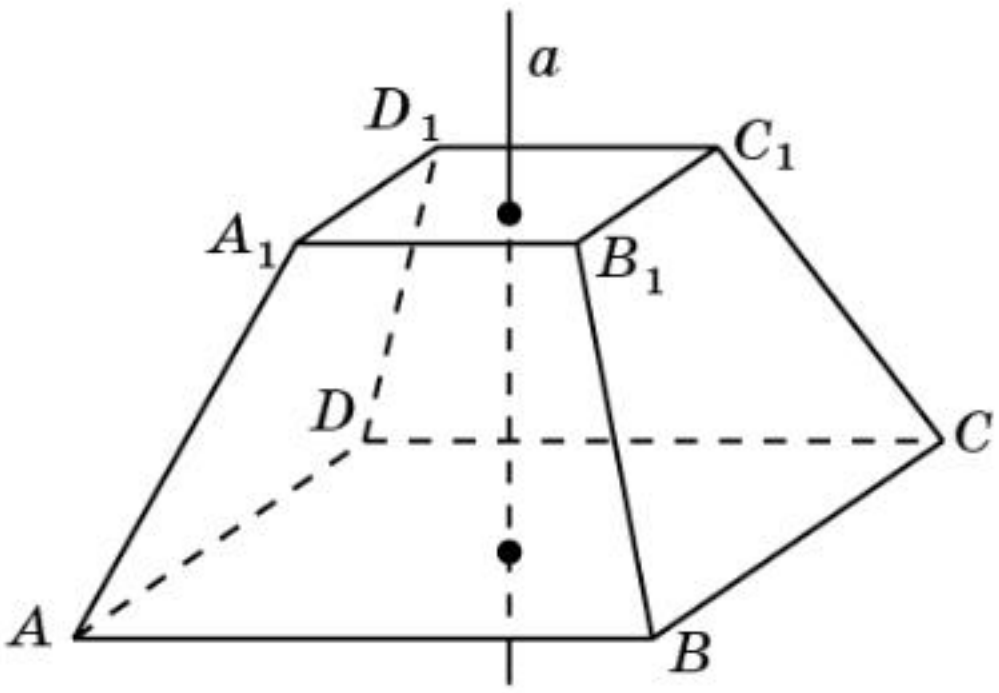
14.13. Кесик конуснинг ясовчиси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 60° ли бурчак ясайди. Кесик конуснинг кичик асосининг радиуси 1 см га тенг бўлса, катта асосининг радиусини топинг.

14.14. Тенёнли трапециянинг асослари 1 см ва 2 см, ён томонлари эса 2 см. Шу трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигура сиртининг юзини топинг.

14.15. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамидани унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (14.8-расм)?

14.16. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг асосларининг томонлари 4 см ва 2 см, ён қирралари эса 3 см га тенг. Шу пирамидани унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигура сиртининг юзини топинг (14.8-расм).

14.17. Мунтазам олтибурчакли кесик пирамидани унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (14.9-расм)?

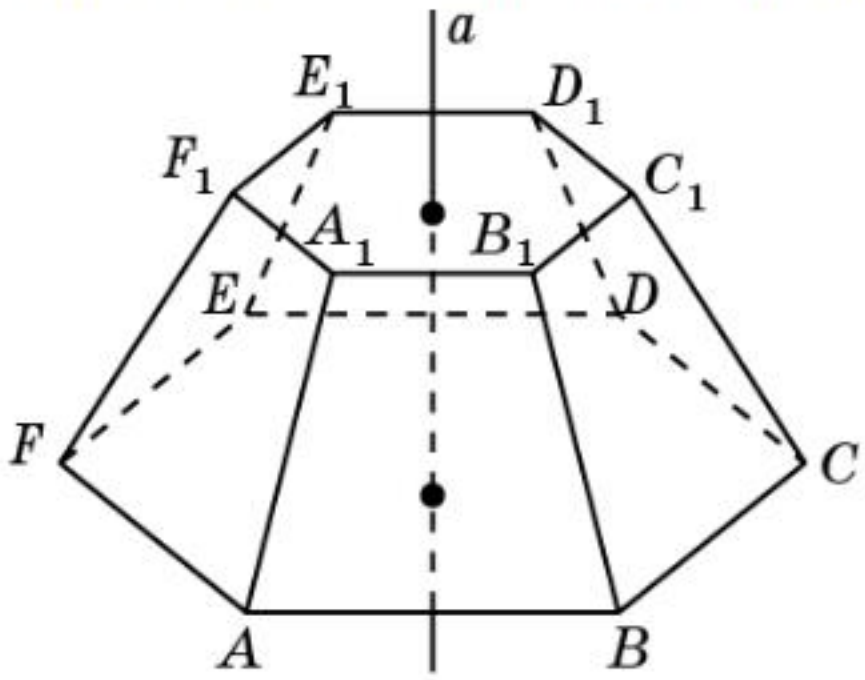


14.8-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.18. Мунтазам олтибурчакли кесик пирамиданинг асосларининг томонлари 2 см ва 1 см, ён қирралари эса 3 см га тенг. Шу пирамидани унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигура сиртининг юзини топинг (14.9-расм).



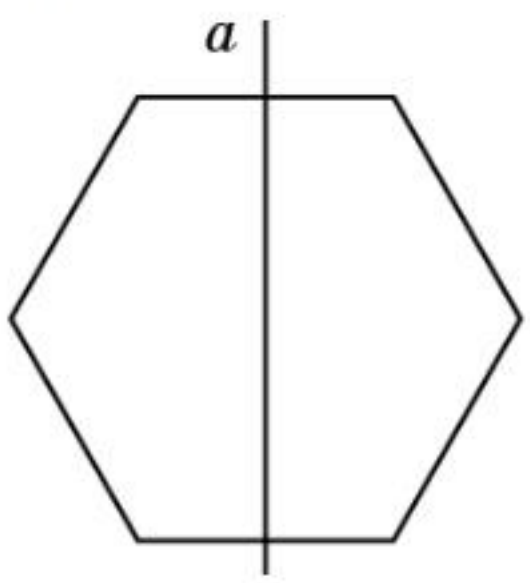
14.9-расм

14.10-расм

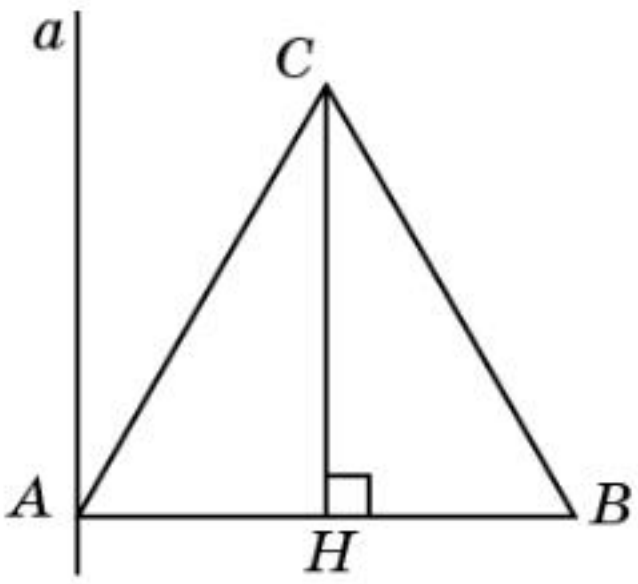
14.19. Кигиз уйнинг гумбази кесик конус шаклида. Унинг асосларининг диаметрлари 5 м ва 1 м, баландлиги эса 2 мга тенг (14.10-расм). Кигиз уй гумбазининг ён сиртининг юзини топинг.

C

14.20. Мунтазам олтибурчакни унинг қарама-қарши ётган томонларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (14.11-расм)? Мунтазам олтибурчакнинг томонлари 1 см га тенг бўлса, ҳосил бўлган фигура сиртининг юзини топинг.



14.11-расм



14.12-расм

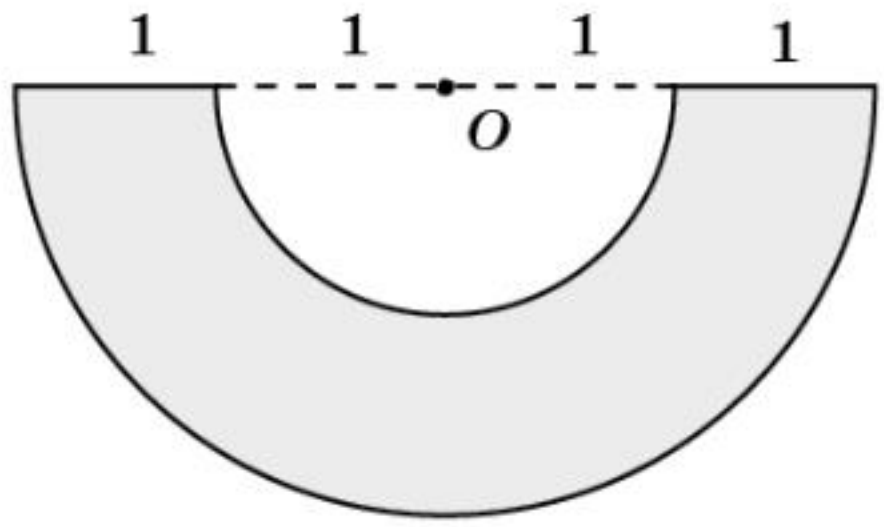
14.21. ABC тенг томонли учбурчакни унинг A учи орқали ўтувчи ва CH баландликка параллел бўлган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда қандай фигура ҳосил бўлади (14.12-расм)? ABC учбурчакнинг томонлари 1 см га тенг деб олиб, ҳосил бўлган фигура сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

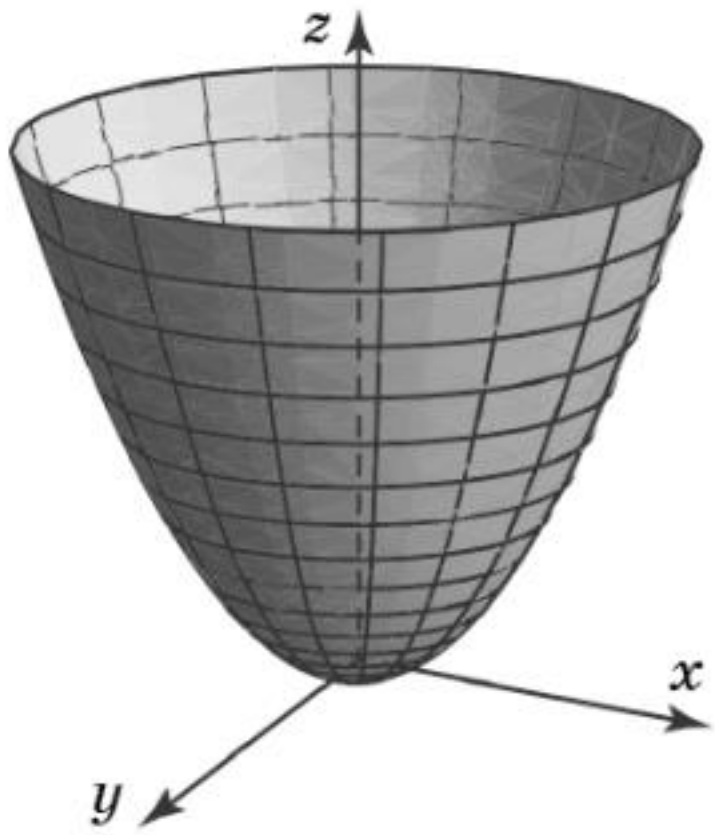
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.22. 14.13-расмда айланаларининг радиуслари 1 см ва 2 см бўлган доиравий халқанинг ярми — кесик конуснинг ён сиртининг ёйилмаси тасвирланган. Кесик конус асосларининг радиусларини топинг.

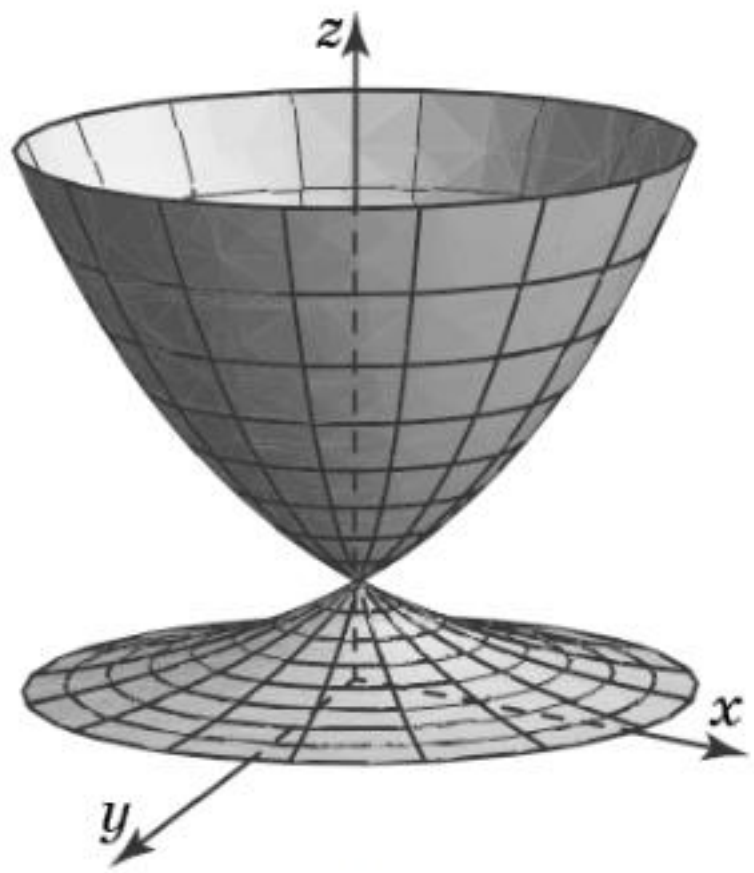
14.23. 14.14-расмдаги сиртни қандай функциянинг графигини айлантирганда олиш мумкин?



14.13-расм



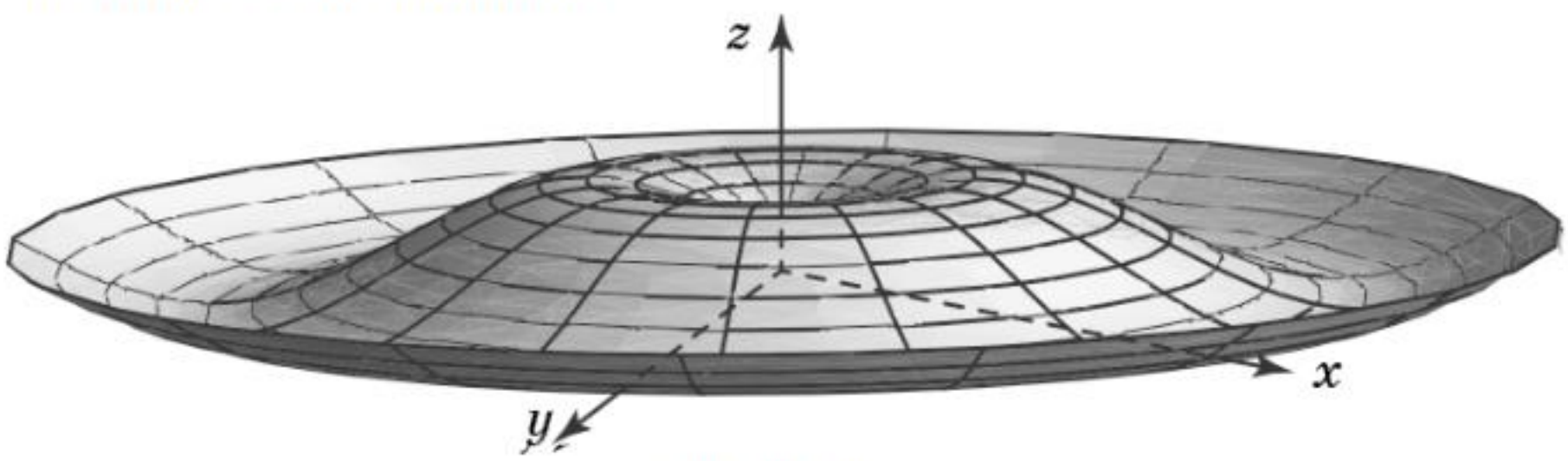
14.14-расм



14.15-расм

14.24. 14.15-расмдаги сиртни қандай функциянинг графигини айлантирганда олиш мумкин

14.25. 14.16-расмдаги сиртни қандай функциянинг графигини айлантирганда олиш мумкин?

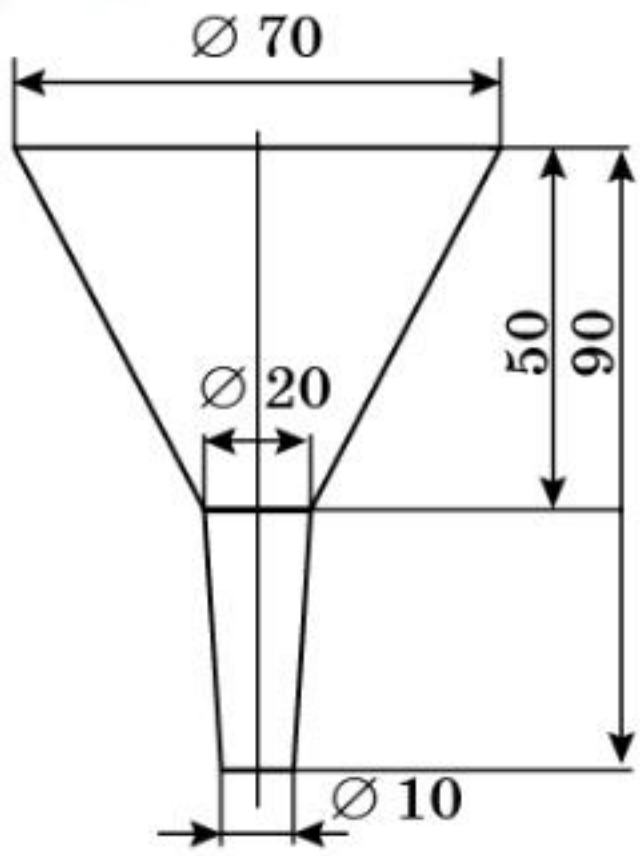


14.16-расм

14.26. Челак кесик конуссимон ва унинг ичи ва сиртини бўяш керак. Унинг асосларининг диаметрлари 30 см ва 20 см, ясовчиси эса 30 см га тенг. Агар бўяшнинг ўртача сарф-ҳаражати 1 м^2 га 300 г

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



14.17-расм

бўлса, у ҳолда бу ишни бажариш учун қанча бўёқ керак бўлади?

14.27. 14.17-расмда темир тунукадан ясалган идишнинг ўлчамлари миллиметрларда кўрсатилган. Агар ҳамма тунука сиртининг 10% и уларни ёпиштиришга сарфланадиган бўлса, у ҳолда идишни тайёрлаш учун неча квадрат дециметр тунука керак бўлади?

14.28. Кесик конуссмон челак темир тунукадан ясалиши керак. Унинг асосларининг диаметри 28 см ва 20 см, баландлиги эса 24 см га тенг. Ёпиштиришга сарфланадиган сарфни ҳисобга олмаганда челакнинг ён сирти ёйилмасининг ўлчамлари қандай бўлади?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

14.29. Айлана, доира ва уларнинг элементларининг таърифларини, айланага ўтказилган уринманинг таърифини ва айлана билан тўғри чизиқнинг ўзаро жойлашуви ҳолларини такрорланг.

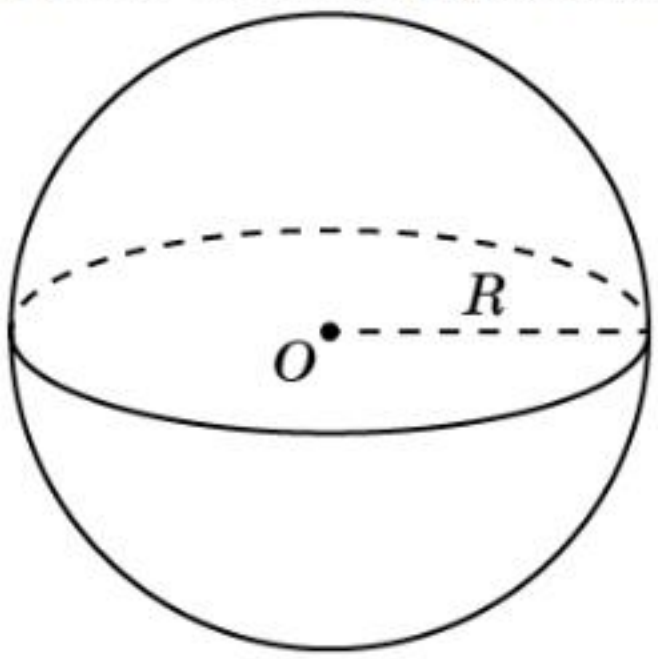
15-§. Сфера, шар ва унинг элементлари

Сфера ва шар — текисликдаги мос равишда айлана билан доиранинг фазодаги аналоги ҳисобланади.

Берилган нуқтадан маълум узоқликда жойлашган фазонинг барча нуқталаридан ташкил топган фигура *сфера* деб аталади (15.1-расм).

Берилган нуқта сферанинг *маркази*, берилган масофа *сферанинг радиуси* деб аталади.

Сферанинг марказини унда ётган исталган нуқта билан туташтирувчи кесма *сферанинг радиуси* деб аталади.



15.1-расм

Шундай қилиб, маркази O нуқтада ва радиуси R бўлган сфера шу O нуқтадан ораларидаги масофа R тенг бўлган фазонинг барча нуқталаридан ташкил топган геометрик фигурани ҳосил қилади.

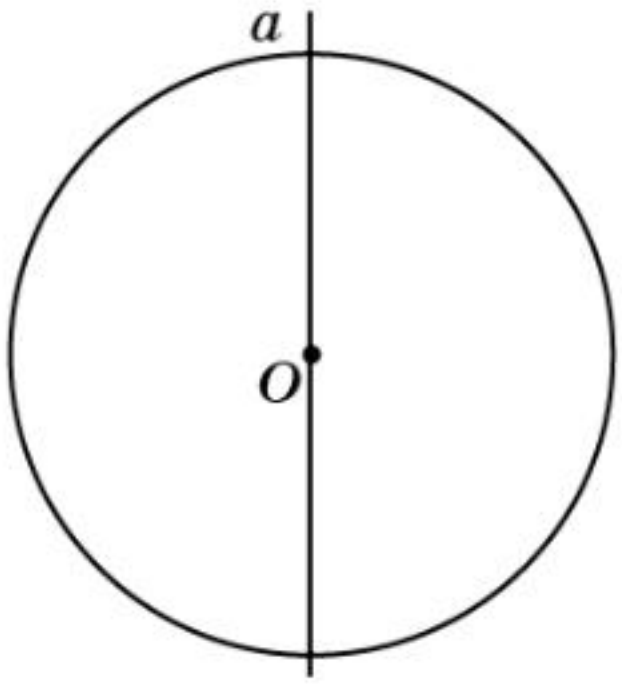
Сферада ётган исталган исталган иккита нуқтани туташтирувчи кесма *сферанинг ватари* деб аталади. Сферанинг маркази орқали ўтувчи ватар *сферанинг диаметри* дейилади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Сферанинг маркази орқали ўтувчи текислик билан кесими *катта айлана* бўлади.

Сферани шу айланани унинг диаметри ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш орқали олиш мумкин (15.2-расм).



15.2-расм

Берилган нуқтадан маълум масофадан катта бўлмаган фазонинг барча нуқталаридан ташкил топган фигура *шар* деб аталади.

Берилган нуқта *шарнинг маркази*, берилган масофа эса *шарнинг радиуси* деб аталади.

Шарнинг марказини унинг *сиртида ётган* исталган нуқта билан туташтирувчи кесма *шарнинг радиуси* дейилади.

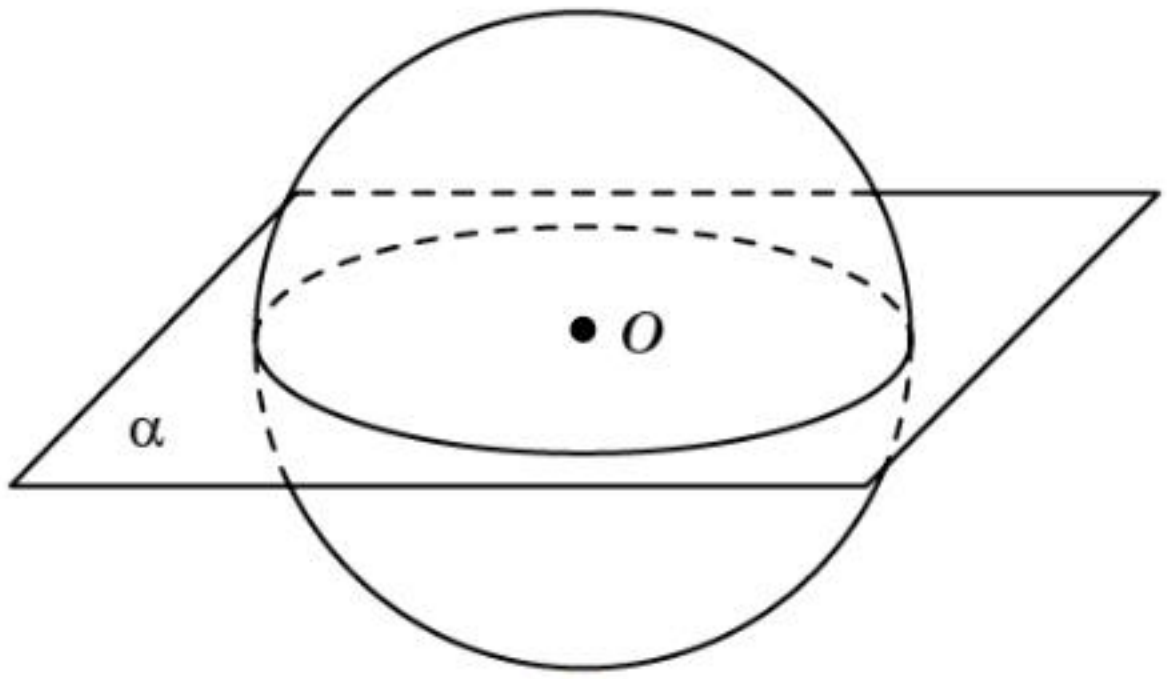
Шундай қилиб, маркази O нуқта ва радиуси R бўлган шар шу O нуқтадан ораларидаги масофа R дан катта бўлмаган фазонинг барча нуқталаридан ташкил топган геометрик фигурани ҳосил қилади.

Шарнинг сиртида ётган исталган иккита нуқтани туташтирувчи кесма *шарнинг ватари* деб аталади. Шарнинг маркази орқали ўтувчи ватар *шарнинг диаметри* дейилади.

Шарнинг маркази орқали ўтувчи текислик билан кесими *катта доира* бўлади. Шарни шу доирани унинг диаметри ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш орқали олиш мумкин.

Берилган шарнинг маркази ва радиуслари билан бир хил бўлган сфера *шарнинг сирти* деб аталади.

Сфера ва текисликнинг ўзаро жойлашуви ҳолларини кўриб чиқайлик. Агар a текислик сферанинг маркази орқали ўтса, у ҳолда сферанинг ушбу текислик билан кесимида айлана ҳосил бўлади (15.3-расм).



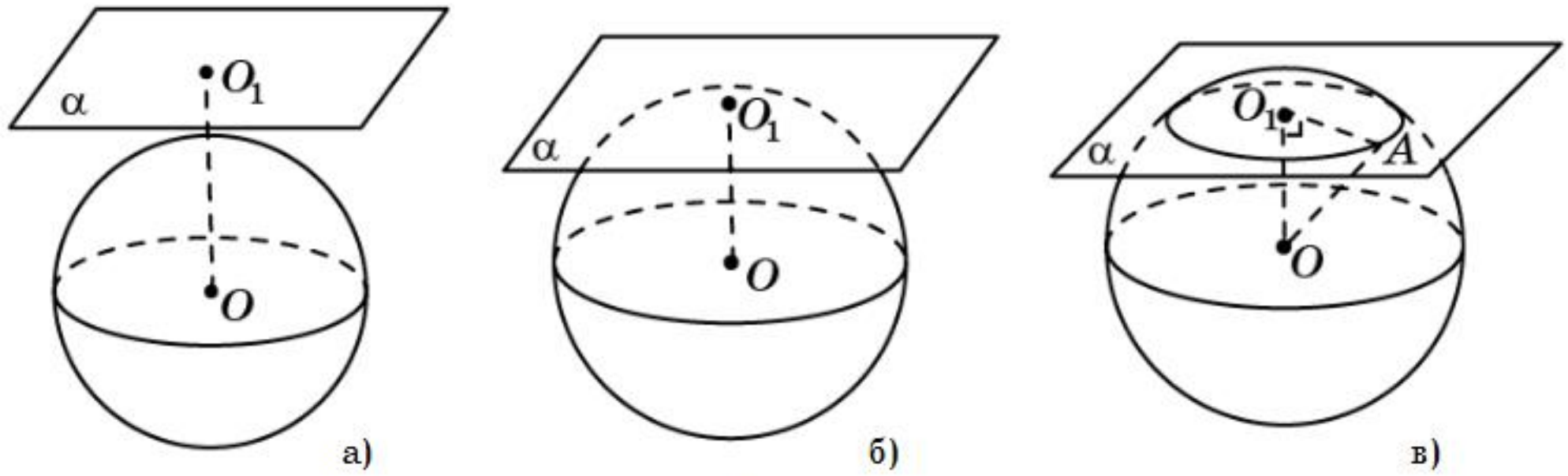
15.3-расм

Агар a текислик сферанинг маркази орқали ўтмаса, у ҳолда шу марказдан a текисликка OO_1 перпендикуляр туширамиз. Бу қуйидаги ҳолларда бажарилиши мумкин.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1-ҳол. Агар OO_1 перпендикулярнинг узунлиги сферанинг R радиусидан катта бўлса, у ҳолда O нуқтадан а текисликнинг исталган нуқтасигача бўлган масофа R дан катта бўлади. Демак, бу ҳолда сфера билан текисликнинг умумий нуқталари бўлмайди (15.4, а-расм).



15.4-расм

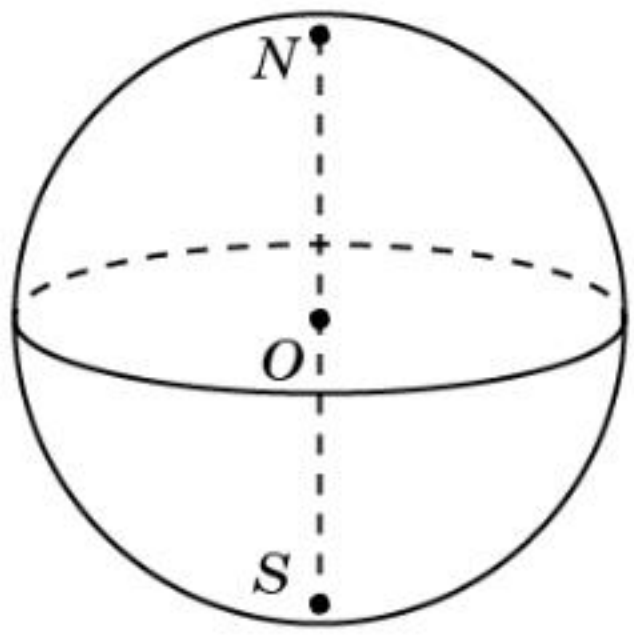
2-ҳол. Агар OO_1 перпендикулярнинг узунлиги сферанинг R радиусига тенг бўлса, у ҳолда сфера билан текисликнинг фақат биттагина — O_1 умумий нуқтаси бўлади (15.4, б-расм).

Сфера билан фақат биттагина умумий нуқтаси бўлган *текислик сферага уринма* текислик деб аталади. Бунда сфера билан текисликнинг умумий нуқтаси *уриниш нуқтаси* деб аталади. Шу билан бир қаторда шу нуқтада сфера текисликка *уринади* ёки текислик сфера билан *уринади* деб аталади.

Уринма текислик уриниш нуқтасида ўтказилган сферанинг радиусига перпендикуляр бўлишини исботланг.

3-ҳол. Агар OO_1 перпендикулярнинг узунлиги, яъни O нуқтадан а текисликкача бўлган d масофа сферанинг R радиусидан кичик бўлса, у ҳолда сфера билан текислик кесишади ва уларнинг кесишмаси-маркази — O_1 нуқта ва радиуси $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ бўлган айлана бўлади (15.4, в-расм).

Ҳақиқатан, сфера билан а текисликнинг кесишмасида ётган исталган A нуқта учун $OO_1 = d$, $OA = R$ бўлган OO_1A тўғри бурчакли учбурчакдан $O_1A = \sqrt{R^2 - d^2}$ тенглик ҳосил бўлади. Аксинча, агар а текисликда ётган A нуқта учун бу тенглик бажарилса, у ҳолда $OA = R$ га тенг бўлади, яъни A нуқта сферада ётади.



15.5-расм

Одатда сфера 15.5-расмдаги каби тасвирланади Бу расмда айланадан бошқа:

а) сферанинг маркази орқали ўтувчи текислик билан кесими — *сферанинг катта айланаси* ёки *экватор*;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

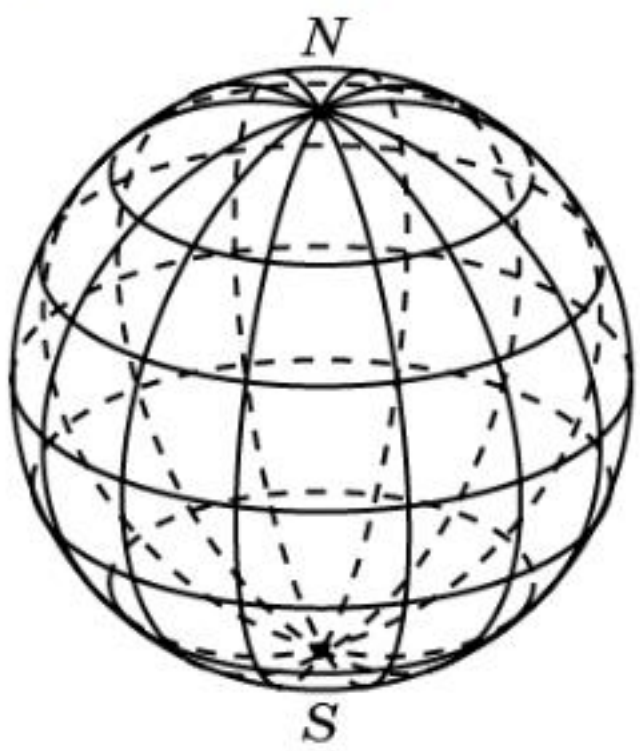
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

б) сферанинг маркази орқали ўтувчи ва экватор текислигига перпендикуляр тўғри чизиқ — *сферанинг ўқи*;

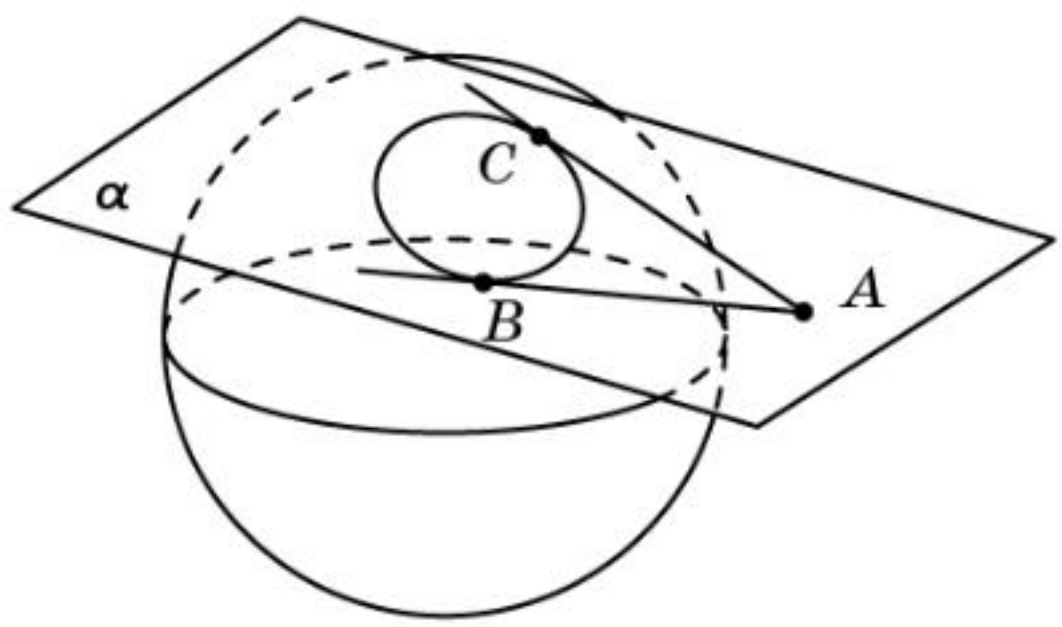
в) ўқнинг сфера билан кесишиш нуқталари — *сферанинг қутблари* тасвирланган. Одатда уларни N (шимолий қутб) ва S (жанубий қутб) ҳарфлари билан белгиланади.

Баъзида сферанинг расмида қутб ва экватор танлаб олингандан кейин параллеллар ва меридианларнинг тасвирини ясаш мумкин.

Параллеллар — сферанинг экватор чизиғига параллел текисликлар билан кесимлари. *Меридианлар* — сферанинг ўқи орқали ўтувчи текисликлар билан кесимлари (15.6-расм). Одатда худди шундай Ер шарининг кичрайтирилган шакли — глобус тасвирланади.



15.6-расм



15.7-расм

Шарнинг текислик билан кесими қандай фигура бўлади?

Сфера билан текисликнинг ўзаро жойлашуви ҳолларига ўхшаш сфера билан тўғри чизиқнинг ўзаро жойлашувини мустақил кўриб чиқинг.

Сфера билан фақат биттагига умумий нуқтаси бўлган тўғри чизиқ сферага уринма тўғри чизиқ деб аталади.

Теорема. ***Сферадан ташқарида ётган нуқтадан шу сферага ўтказилган уринма тўғри чизиқларининг кесмалари ўзаро тенг бўлади.***

Исботи. AB ва AC нуқталар орқали ўтувчи A текисликни кўриб чиқамиз. Бу текислик сфера билан мос равишда B ва C — уриниш нуқталари (15.7-расм).

A, B ва C нуқталар орқали ўтувчи а текисликни кўриб чиқамиз. Бу текислик сфера билан мос равишда B ва C нуқталарда AB ва AC тўғри чизиқлар билан уринувчи айлана бўйича кесишади. Айланадан ташқарида ётган нуқтадан шу айланага ўтказилган уринмалар кесмаларининг хоссаларига кўра $AB = AC$ бўлади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

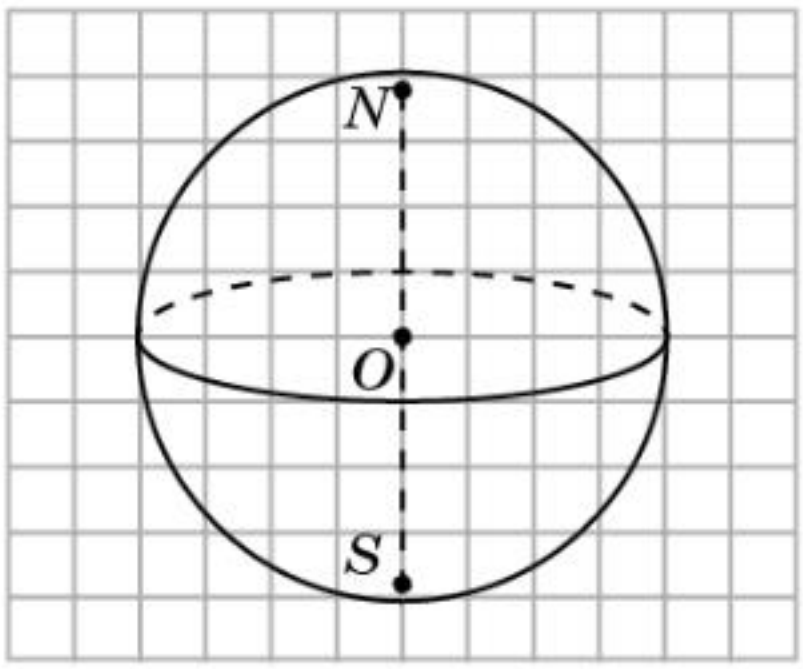
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Саволлар

1. Қандай фигура сфера деб аталади?
2. Сферанинг радиуси деганимиз нима?
3. Сферанинг ватари дегенда нимани тушунасиз?
4. Сферанинг диаметри нима?
5. Қандай фигурани айлантирганда сфера олиш мумкин?
6. Қандай фигура шар деб аталади?
7. Шарнинг радиуси деганимиз нима?*
8. Шарнинг ватари нима?
9. Шарнинг диамеири нима?
10. Қандай фигурани айлантирганда шар ҳосил қилиш мумкин?
11. Шарнинг сирти деганда нимани тушунасиз?
12. Қандай ҳолда сфера билан текисликнинг умумий нуқтаси бўлмайди?
13. Қандай ҳолда сфера билан текисликнинг биттагина умумий нуқтаси бўлади?
14. Қандай ҳолда сфера билан текисликнинг айлана бўйича кесишади?
15. Қандай текислик сферага ўтказилган уринма текислик деб аталади7
16. Қандай тўғри чизиқ сферага ўтказилган уринма тўғри чизиқ деб аталади?

Масалалар

А



15.8-расм

15.1. Катак қоғозга 15.8-расмдагига ўхшаш сфера ясанг. Исталган параллелар билан меридианларини тасвирланг.

15.2. Маркази O нуқтада ва радиуси R бўлган: 1) шарнинг ичида жойлашган; 2) шардан ташқарида ётган A нуқта қандай тенгсизликни қаноатлантиради?

15.3. Сферанинг радиуси 4 см га тенг. Агар берилган нуқтадан сферанинг марказигача бўлган масофа: 1) 3; 2) 4; 3) 5 бўлса, у ҳолда бу нуқта сферага нисбатан қандай жойлашади?

15.4. Сферанинг маркази орқали нечта диаметр ўтказиш мумкин?

15.5. Сферанинг диаметри унинг радиусидан 55 мм катта. Шу даметрни топинг.

15.6. A ва B нуқталар орасидаги масофа 2 см га тенг. Шу нуқталар орқали ўтувчи сферанинг энг кичик радиусини топинг.

15.7. Сферанинг радиуси 7 см га тенг ва иҳтиёрий текислик унинг марказидан: 1) 6 см; 2) 7 см; 3) 8 см масофада жойлашган. Ушбу сфера билан текисликнинг бир-бирларига нисбатан қандай жойлашганини аниқланг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

15.8. 1) Сферада ётган нуқта орқали; 2) сферанинг ичида ётган нуқта орқали; 3) сферанинг ташқарисида ётган нуқта орқали шу сферага нечта уринма текислик ўтказиш мумкин?

15.9. Шарнинг радиуси 5 см га тенг. Шарнинг марказидан 3 м узоқликда бўлган текислик билан кесими — доиранинг радиусини топинг.

15.10. Сферанинг радиуси 3 см га тенг. Берилган нуқтадан шу сферанинг марказигача бўлган масофа 5 см. Шу нуқтадан сферага ўтказилган уринма кесмасининг узунлигини топинг.

15.11. Сферанинг радиуси 6 см га тенг ва унинг марказидан қандайдир тўғри чизиқ: 1) 5 см; 2) 6 см; 3) 7 см узоқликда жойлашган. Ушбу сфера билан тўғри чизиқнинг бир-бирларига нисбатан қандай жойлашганини аниқланг.

15.12. Сферанинг радиуси 3 см. Берилган нуқтадан шу сферага ўтказилган уринма кесмасининг узунлиги 4 см га тенг. Шу нуқтадан сферанинг марказигача бўлган масофани топинг.

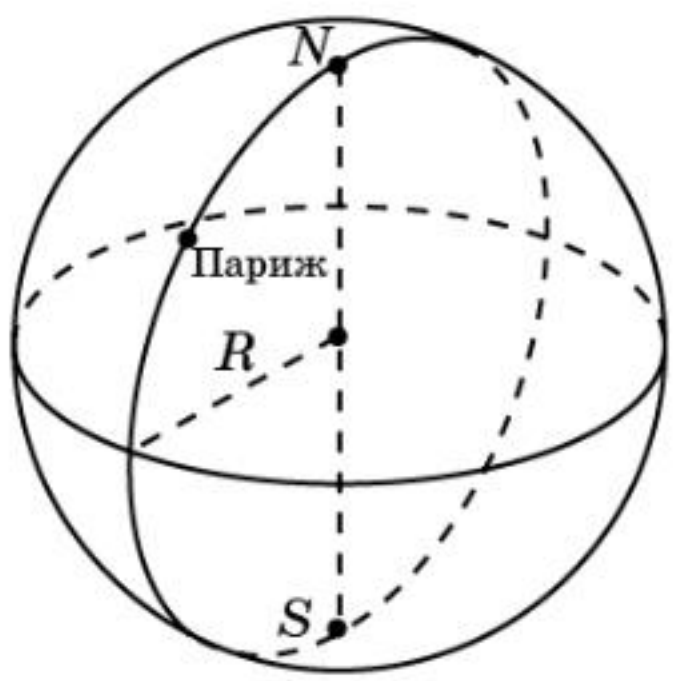
15.13. Сферанинг радиуси 6 см га тенг. Берилган нуқтадан шу сферанинг марказигача бўлган масофа 10 см. Шу нуқтадан сферага ўтказилган уринма кесмасининг узунлигини топинг.

15.14. Берилган нуқтадан сферанинг марказигача бўлган масофа 13 см га тенг. Шу нуқтадан сферага ўтказилган уринма кесмасининг узунлиги 12 см. Сферанинг радиусини топинг.

15.15. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ тенглама билан берилган сфера билан 1) $z = 1$; 2) $z = 2$; 3) $z = 3$ тенгламалар билан берилган текисликларнинг ўзаро жойлашувини аниқланг.

15.16. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 16$ тенглама билан берилган сфера билан 1) $y + 1 = 0$; 2) $y - 1 = 0$; 3) $y = 2$ тенгламалар билан берилган текисликларнинг ўзаро жойлашувини аниқланг.

15.17. Париж меридианининг узунлиги 40000 км га тенг. Ер шарининг радиусини топинг (15.9-расм).



15.9-расм

15.18. Сфера билан умумий нуқталари бўлмаган тўғри чизиқ орқали берилган сферага нечта уринма текислик ўтказиш мумкин?

15.19. Сферанинг радиуси 4 см га тенг. Берилган нуқтадан шу сферанинг марказигача бўлган масофа 6 см. Шу нуқтадан сферада ётган нуқталаригача бўлган энг узун ва энг қисқа масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

15.20. Сферадан ташқарида ётган нуқтадан шу сферада ётган нуқталаргача бўлган энг қисқа ва энг узун масофалар 4 см ва 6 см. Сферанинг радиусини топинг.

15.21. Шарнинг радиуси 2 см га тенг. Радиуснинг чекка нуқтаси орқали у билан 60° ли бурчак ясайдиган текислик ўтказилган. Ҳосил бўлган кесим юзасини топинг.

15.22. Бири иккинчисининг ичида ётмайдиган иккита сферага нечта умумий уринма текислик ўтказиш мумкин?

15.23. Параллел иккита текислик билан уринадиган сфераларнинг марказларининг геометрик ўрнини топинг.

15.24. Сферада ётган нуқта орқали шу сферага ўтказилган уринма тўғри чизиқларнинг геометрик ўрнини топинг.

15.25. Сферадан ташқарида ётган нуқта орқали шу сферага ўтказилган уринма тўғри чизиқларнинг кесимларининг геометрик ўрнини топинг.

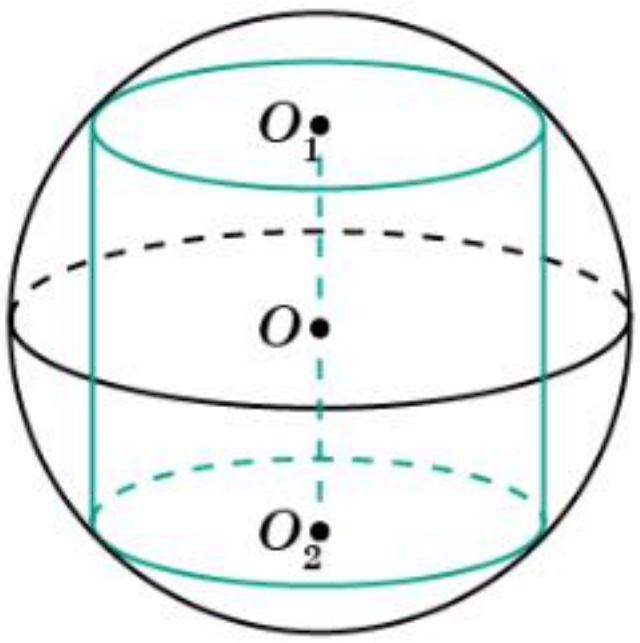
15.26. 1) $x + y + z = \sqrt{2}$; 2) $x + y + z = \sqrt{3}$; 3) $x + y + z = 2$ тенгламалар билан берилган текислик билан $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ тенглама билан берилган сферанинг ўзаро жойлашувини аниқланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

15.27. Тўғри тўртбурчакка, учбурчакка, трапецияга ички ва ташқи чизилган айланаларнинг таърифларини ва уларнинг радиусларини топиш формулаларини такрорланг.

16-§. Айланма жисмларнинг комбинациялари

"Тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлана" ва "квадратга ички чизилган айлана" тушунчаларига ўхшаш бўлган "цилиндрга ташқи чизилган сфера" ва "цилиндрга ички чизилган сфера" тушунчаларини аниқлайлик.



16.1-расм

Агар цилиндр асосларининг айланалари сферада ётса, у ҳолда сфера *цилиндрга ташқи чизилган ёки цилиндр сферага ички чизилган* деб аталади (16.1-расм).

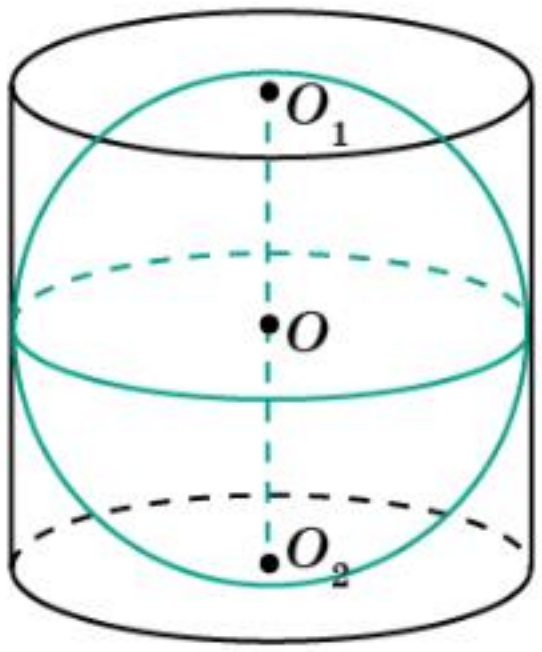
Агар сфера цилиндрнинг асосларига ва ён сирти билан (ҳар бир ясовчиси билан) уринадиган бўлса, у ҳолда *сфера цилиндрга ички чизилган ёки цилиндр сферага ташқи чизилган* деб аталади (16.2-расм).

Фазовий фигураларнинг комбинацияларини ясаш қоидаларига кўра, агар берилган

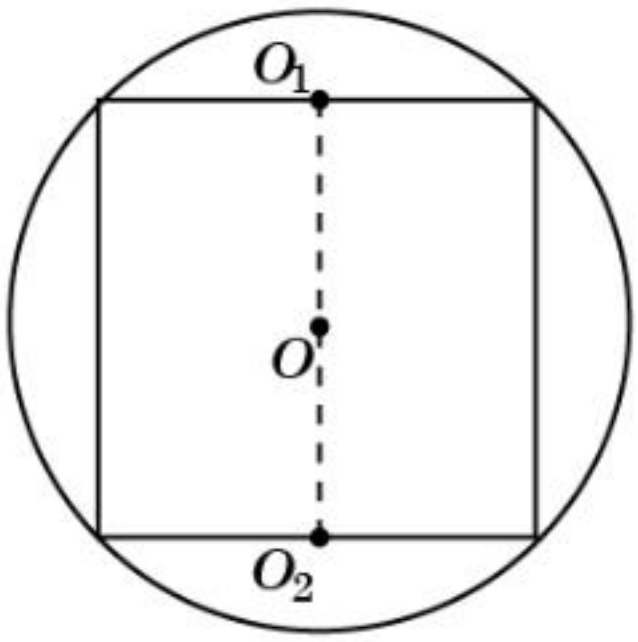
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

фигурага ички чизилган бошқа ранг билан тасвирланган бўлса, у ҳолда у кетма-кет (кўринувчи) чизиқлар билан ёки алоҳида фигура сифатида тасвирланишига эътибор қаратамиз. Биз бунда ва бундан кейин ушбу қоидага суянамиз.



16.2-расм



16.3-расм

Теорема. ***Цилиндрга ташқи чизилган сфера чизиш мумкин. Унинг радиуси шу цилиндрнинг ўқ кесими — тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.***

Исботи. Цилиндрнинг ўқ кесими — тўғри тўртбурчакни ва унга ташқи чизилган айланани кўриб чиқамиз (16.3-расм). Цилиндр шу тўғри тўртбурчакни унинг қарама-қарши ётган иккита томонидан O_1, O_2 ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлади. Айланани шу тўғри чизиқ атрофида айлантирганда берилган цилиндрга ташқи чизилган сфера ҳосил бўлади. Бу сферанинг радиуси тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.

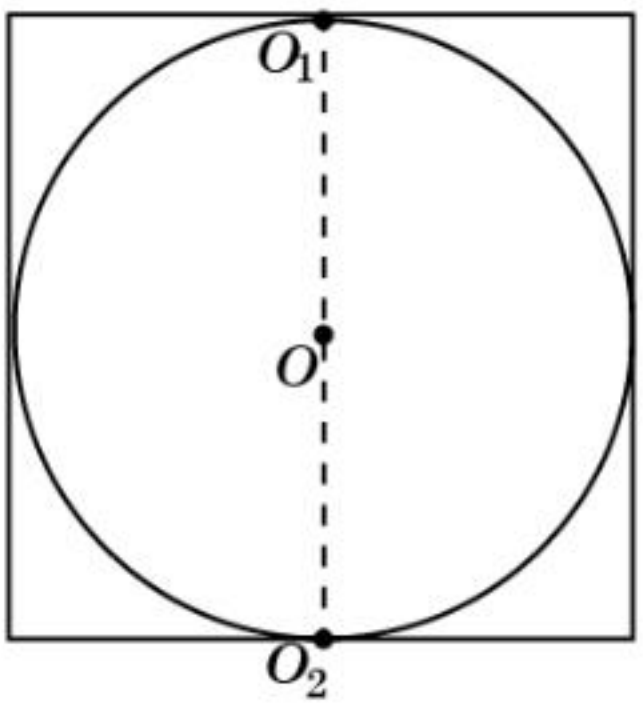
Агар цилиндр асосининг радиуси r га ва баландлиги h га тенг бўлса, у ҳолда шу цилиндрга ташқи чизилган сферанинг R радиуси ушбу формула билан аниқланади:

$$R = \sqrt{r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}.$$

Теорема. ***Агар цилиндрнинг ўқ кесими квадрат бўлса, у ҳолда унга ички сфера чизиш мумкин. Ички чизилган сферанинг радиуси цилиндрнинг ўқ кесимига ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.***

Исботи. Цилиндрнинг ўқ кесимини кўриб чиқамиз (16.4-расм).

Агар цилиндрнинг ўқ кесими — тўғри тўртбурчакка ички айлана чизилган бўлса, у ҳолда бу цилиндрга ички сфера чизилади. Бу



16.4-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

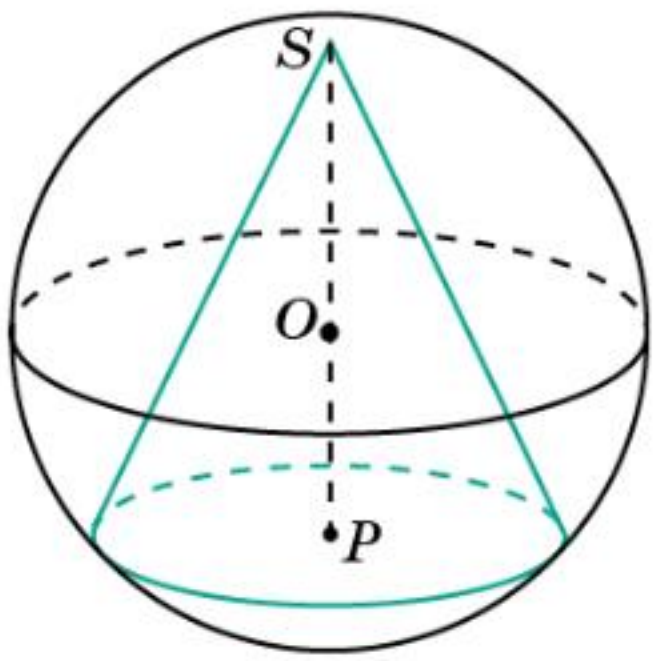
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

тўғри тўртбурчак квадрат бўлган ҳолдагина бажарилади. Демак, ички чизилган сферанинг радиуси цилиндрнинг ўқ кесимига ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.

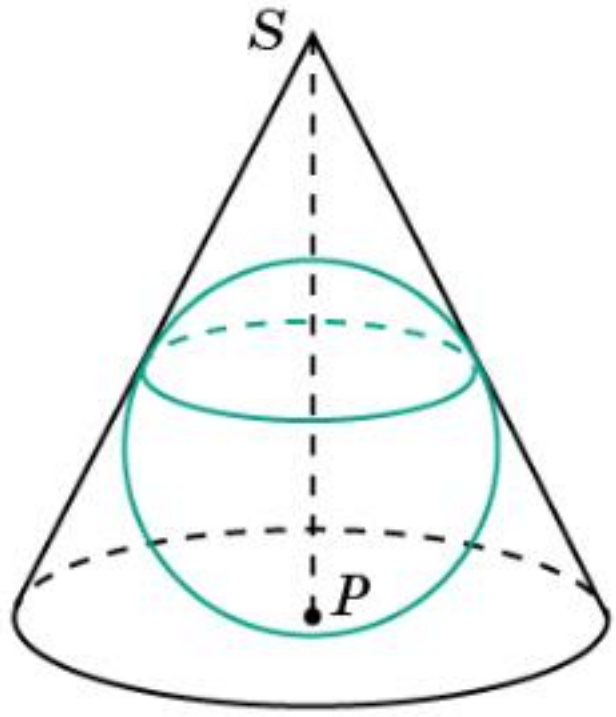
Агар цилиндр асосининг радиуси R га тенг бўлса, у ҳолда сферанинг радиуси ҳам R га тенг бўлади.

"Учбурчакка ташқи чизилган айлана" ва "учбурчакка ички чизилган айлана" тушунчаларига ўхшаш бўлган "конусга ташқи чизилган сфера" ва "конусга ички чизилган сфера" тушунчаларини аниқлайлик.

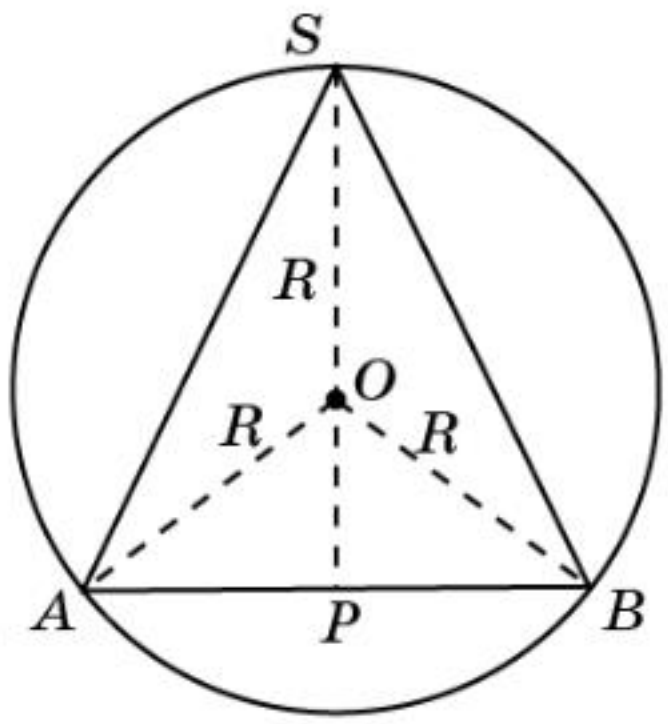
Агар конуснинг учи билан асосининг айланаси сферада ётса, у ҳолда *сфера конусга ташқи чизилган* ёки *конус сферага ички чизилган* деб аталади (16.5-расм).



16.5-расм



16.6-расм



16.7-расм

Агар сфера конуснинг асосларига ва ён сирти билан (ҳар бир ясовчиси билан) уринадиган бўлса, у ҳолда *сфера конусга ички чизилган* ёки конус *сферага ташқи чизилган* деб аталади (16.6-расм).

Теорема. ***Конусга ташқи чизилган сфера чизиш мумкин. Унинг радиуси шу конуснингг ўқ кесими — тўғри учбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.***

Исботи. Конуснинг ўқ кесими — тенг ёнли учбурчакни ва унга ташқи чизилган айланани кўриб чиқамиз (16.7-расм). Конус шу учбурчакни унинг асосига туширилган баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлади. Айланани шу тўғри чизиқ атрофида айлантирганда берилган конусга ташқи чизилган сфера ҳосил бўлади. Бу сферанинг радиуси тенг ёнли учбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.

Томонлари a, b, c ва юзи S бўлган учбурчакка ташқи чизилган айлананинг R радиуси учун ушбу формула тўғри эканлигини ёдга соламиз:

$$R = \frac{abc}{4S}.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

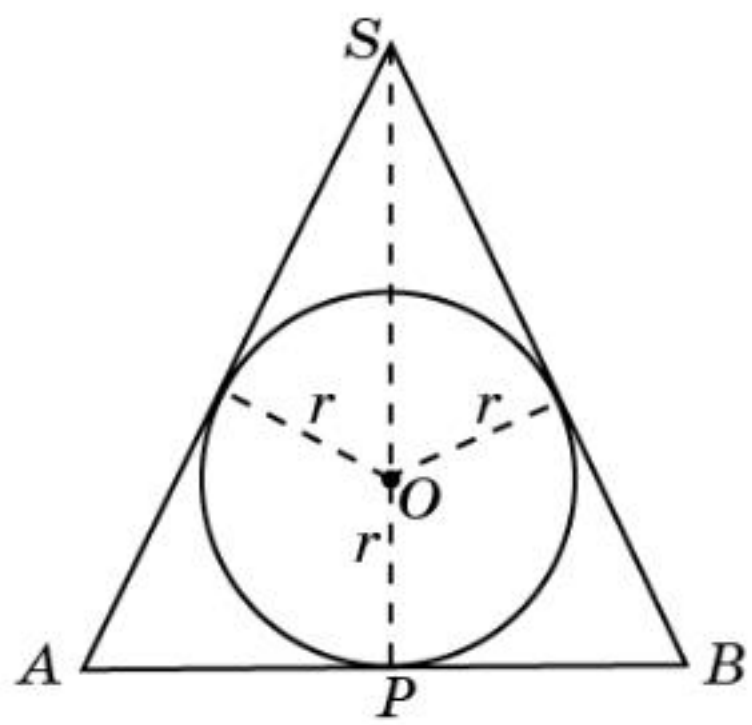
Ушбу формула билан ўқ кесими учбурчак бўладиган конусга ташқи чизилган сферанинг R радиуси ҳам аниқланади. Бунда a, b, c — учбурчакнинг томонлари, S — учбурчакнинг юзи.

1-мисол. Конус асосининг радиуси 6 см га, ясовчиси 10 см га тенг. Конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

Ечиш. Конуснинг ўқ кесими томонлари 12 см, 10 см, 10 см бўлган тенг ёнли учбурчак бўлади. Шу учбурчакнинг асосига туширилган баландлиги 8 см га, юаси эса 48 см^2 га тенг. Демак, конусга ташқи чизилган сферанинг радиуси $6\frac{1}{4}$ см га тенг бўлади.

Теорема. ***Конусга ички чизилган сфера чизиш мумкин. Ички чизилган сферанинг радиуси конуснинг ўқ кесими — учбурчакка ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.***

Исботи. Конуснинг ўқ кесими — тенг ёнли учбурчак ва унга ички чизилган айланани кўриб чиқамиз (16.8-расм). Конус бу учбурчакни унинг асосига туширилган баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида олади. Айланани шу тўғри чизиқ атрофида айлантирганда берилган конусга ички чизилган сфера пайдо бўлади. Бу сферанинг радиуси тенг ёнли учбурчакка ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.



16.8-расм

Томонлари a, b, c ва юзи S бўлган учбурчакка ички чизилган айлананинг r радиуси учун ушбу формула бажарилишини ёдга солайлик:

$$r = \frac{2S}{a + b + c}.$$

Ушбу формула билан ўқ кесими учбурчак бўлган конусга ички чизилган сферанинг r радиуси ҳам аниқланади. Бунда, a, b, c — учбурчакнинг томонлари, S — учбурчакнинг юзи.

2-мисол. Конус асосининг радиуси 6 см га, ясовчиси 10 см га тенг. Конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

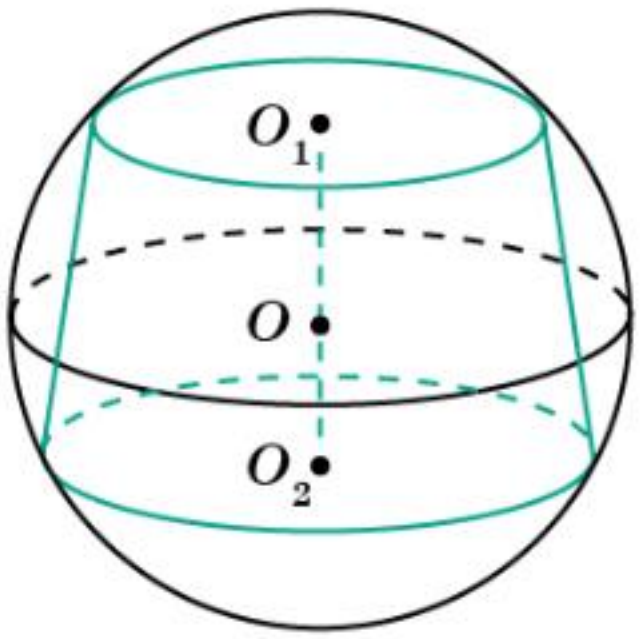
Ечиш. Конуснинг ўқ кесими томонлари 12 см, 10 см, 10 см бўлган тенг ёнли учбурчак бўлади. Ушбу учбурчакнинг асосига туширилган баландлиги 8 см га. Юзаси эса 48 см^2 га тенг. Демак, конусга ички чизилган сферанинг радиуси 3 см га тенг бўлади.

"Тенг ёнли трапецияга ташқи чизилган айлана" ва "тенг ёнли трапецияга ички чизилган айлана" тушунчаларига ўхшаш бўлган "кесик конусга ташқи чизилган сфера" ва "кесик конусга ички чизилган сфера" тушунчаларини аниқлайлик.

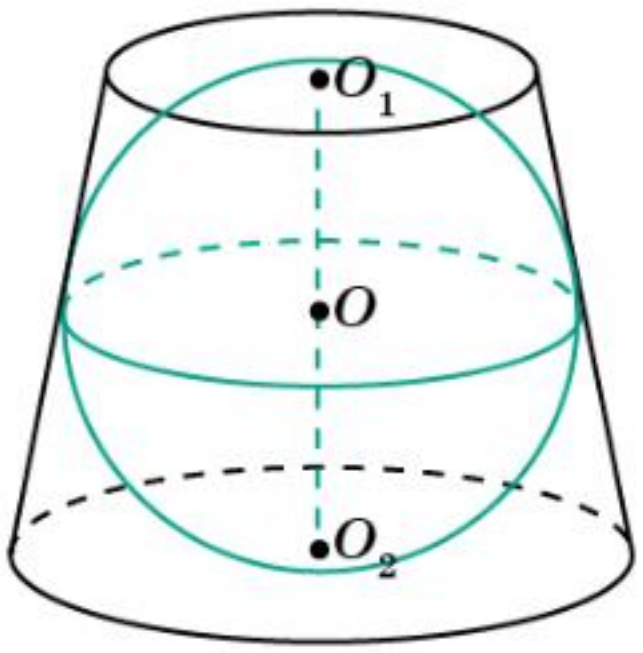
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Агар кесик конус асосларининг айланалари сферада ётса, у ҳолда *сфера кесик конусга ташқи чизилган* ёки *кесик конус сферага ички чизилган* деб аталади (16.9-расм).



16.9-расм

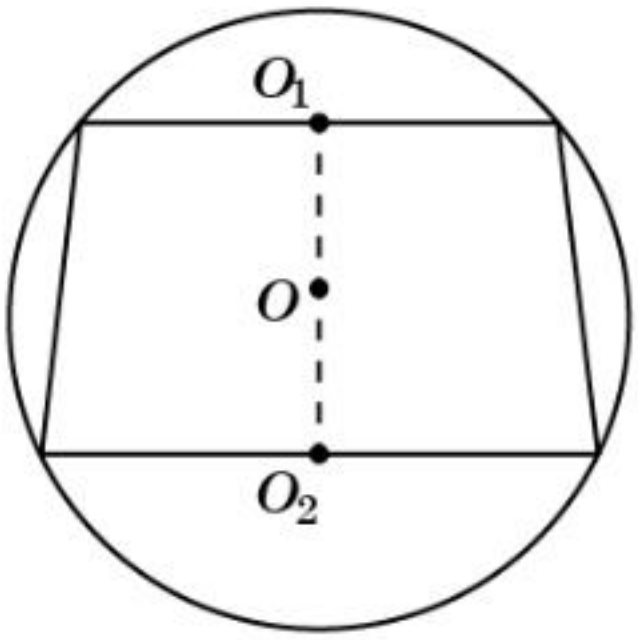


16.10-расм

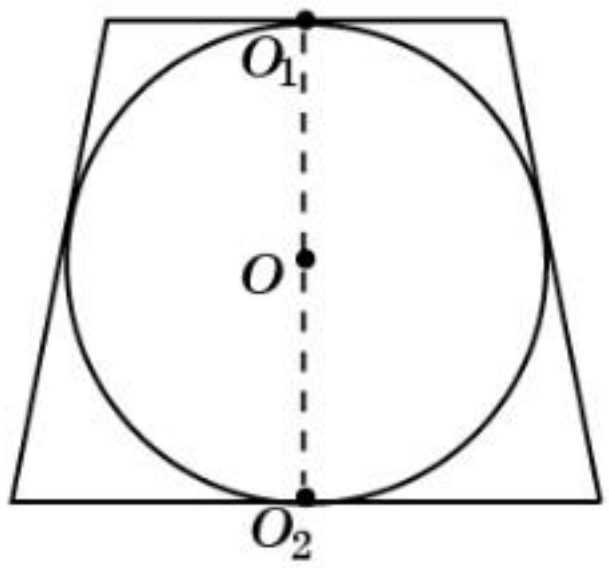
Агар сфера кесик конуснинг асосларига ва ён сирти билан (ҳар бир ясовчиси билан) уринадиган бўлса, у ҳолда *сфера кесик конусга ички чизилган ёки кесик конус сферага ташқи чизилган* деб аталади (16.10-расм).

Теорема. ***Кесик конусга ташқи чизилган сфера чизиш мумкин. Унинг радиуси шу кесик конуснинг ўқ кесими — тенг ёнли трапецияга ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.***

Исботи. Кесик конуснинг ўқ кесими — тенг ёнли трапецияни ва унга ташқи чизилган айланани кўриб чиқамиз (16.11-расм).



16.11-расм



16.12-расм

Кесик конус шу тенг ёнли трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантиришдан ҳосил бўлади. Айланани шу тўғри чизиқ атрофида айлантирганда берилган кесик конусга ташқи чизилган сфера ҳосил бўлади. Бу сферанинг радиуси тенг ёнли трапецияга ташқи чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.

Теорема. ***Агар кесик конуснинг ўқ кесими асосларининг йиғиндиси ён томонларининг йиғиндисига тенг бўлган тенг ёнли трапеция бўлса, у ҳолда унга ички сфера чизиш мумкин. Ички чизилган сфе-***

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ранинг радиуси кесик конуснинг ўқ кесимига ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади.

Исботи. Кесик конуснинг ўқ кесимини кўриб чиқамиз (16.12-расм). Агар кесик конуснинг ўқ кесими тенг бўлган тенг ёнли трапецияга ички айлана чизилса, у ҳолда шу кесик конусга ички сфера чизилади. Бу шу трапеция асосларининг йиғиндиси ён томонларининг йиғиндисига тенг бўлган ҳолдагина бажарилади. Бундан ички чизилган сферанинг радиуси кесик конуснинг ўқ кесими-трапецияга ички чизилган айлананинг радиусига тенг бўлади. □

Саволлар

1. Қандай сфера цилиндрга ташқи чизилган деб аталади?
2. Қандай цилиндр сферага ички чизилган деб аталади?
3. Цилиндрга ташқи сферани ҳамма вақт чизиш мумкинми?
4. Қандай сфера цилиндрга ички чизилган деб аталади?
5. Қандай цилиндр сферага ташқи чизилган деб аталади?
6. Қандай цилиндрга ички сфера чизиш мумкин?
7. Қандай сфера конусга ташқи чизилган деб аталади?
8. Қандай конус сферага ички чизилган деб аталади?
9. Конусга ташқи сферани ҳамма вақт чизиш мумкинми?
10. Қандай сфера конусга ички чизилган деб аталади?
11. Қандай конус сферага ташқи чизилган деб аталади?
12. Конусга ички сферани ҳамма вақт чизиш мумкинми?
13. Қандай сфера кесик конусга ташқи чизилган деб аталади?
14. Қандай кесик конус сферага ички чизилган деб аталади?
15. Кесик конусга ташқи сферани ҳамма вақт чизиш мумкинми?
16. Қандай сфера кесик конусга ички чизилган деб аталади?
17. Қандай кесик конус сферага ташқи чизилган деб аталади?
18. Қандай кесик конусга ички сфера чизиш мумкин?

Масалалар

A

16.1. Сферанинг радиуси R га тенг. Сферага ташқи чизилган цилиндр асосининг радиусини ва баландигини топинг.

16.2. Цилиндрнинг баландлиги h га тенг. Цилиндрга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.3. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 1 см га тенг. Цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.4. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиуси 2 см га тенг деб олиб, цилиндрнинг баландлигини топинг.

16.5. Цилиндрнинг баландлиги 2 см га тенг. Цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиуси 2 см га тенг деб олиб, цилиндр асосининг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16.6. Цилиндрнинг ўқ кесими — томонлари 3 см ва 4 см бўлган тўғри тўртбурчак. Цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.7. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Сферага ташқи чизилган цилиндр сиртининг юзини топинг.

16.8. Кесик конусга ички чизилган сферанинг радиуси 2 см га тенг. Кесик конуснинг баландлигини топинг.

B

16.9. Конуснинг ўқ кесими — томонлари 1 см га тенг бўлган тенг томонли учбурчак. Конусга: 1) ташқи чизилган; 2) ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.10. Конусга ташқи чизилган сферанинг R радиусини конуснинг h баландлиги ва асосининг r радиуси орқали ифодаланг.

16.11. Конус асосининг радиуси 3 см га баландлиги эса 4 см га тенг. Конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.12. Конусга ички чизилган сферанинг R радиусини конуснинг h баландлиги ва асосининг r радиуси орқали ифодаланг.

16.13. Конус асосининг радиуси 3 см га, баландлиги эса 4 см га тенг. Конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.14. Конуснинг ясовчиси билан унга ташқи чизилган сферанинг радиуси 2 см га тенг. Конус асосининг радиусини топинг.

16.15. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Унинг ясовчиси асос текислиги билан 45° ли бурчак ясайди. Конусга: 1) ташқи чизилган; 2) ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.16. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Унинг ясовчиси асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Конусга: 1) ташқи чизилган; 2) ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

C

16.17. Кесик конус асосларининг радиуслари 2 см ва 1 см, ясовчиси эса 2 см га тенг. Кесик конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.18. Асосларининг радиуслари R_1, R_2, ясовчиси b га тенг бўлган кесик конусга ички чизилган сферанинг r радиуси ушбу формула билан аниқланишини исботланг:

$$r = \frac{\sqrt{b^2 - (R_1 - R_2)^2}}{2}.$$

16.19. Кесик конус асосларининг радиуслари 4 см ва 1 см, ясовчиси эса 5 см га тенг. Кесик конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

16.20. Сферага ташқи чизилган кесик конус асосларининг радиуслари 2 см ва 3 см га тенг. Кесик конуснинг ясовчисини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16.21. Сферага ташқи чизилган кесик конуснинг ясовчиси 8 см га, битта асосининг радиуси 5 см га тенг. Кесик конуснинг иккинчи асосининг радиусини топинг.

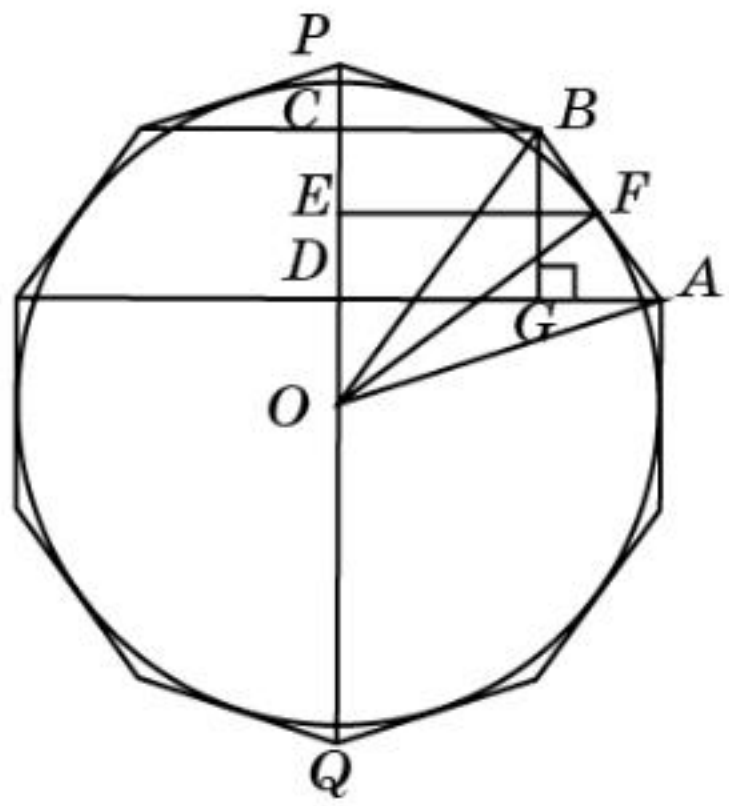
Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

16.22. Айлана узунлигининг таърифини ва айлана узунлигини топиш формулаларини такрорланг.

17-§. Сфера ва унинг қисмларининг юзалари

Сфера юзининг таърифи айлана узунлигининг таърифига ўхшаш бўлади.

Айланага ички чизилган мунтазам кўпбурчак томонларининг сонини чексиз кўп орттирганда кўпбурчак периметри интилган сон айлана узунлигининг аниқ қийматини беришини ёдга олмиз.



17.1-расм

Айланага ташқи чизилган мунтазам кўпбурчакни ва шу кўпбурчакни айлананинг PQ диаметри ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўлган фигурани кўриб чиқамиз (17.1-расм). Бу фигуранинг сирти конуснинг, кесик конуснинг ва цилиндрнинг ён сиртларидан ташкил топади, фигуранинг ўзи эса айланани айлантириш натижасида пайдо бўлган фигурага ташқи чизилган бўлади. Фигура сиртининг юзи унга тегишли конуснинг, кесик конуснинг ва цилиндрнинг ён сиртларининг юзаларининг йиғиндисига тенг бўлади.

Айланани унинг диаметри ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида олинган сферанинг юзи шу айланага ташқи чизилган мунтазам кўпбурчак томонларини чексиз орттириб, айлантирганда пайдо бўлган фигура сиртининг юзи интиладиган сон *сферанинг юзи* ҳисобланади.

Энди радиуси R бўлган сферанинг юзини топиш формуласини аниқлаймиз.

Сферанинг юзи деб шу сфера билан чегараланган шар сиртининг юзасига ҳам айтилади.

Айланага ташқи чизилган M мунтазам кўпбурчакнинг AB томони атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўлган сиртни қараб чиқамиз. У $ABCD$ тўғри бурчакли трапецияни CD тўғри чизиқ атрофида айлантирганда олингани кесик конуснинг ён сиртини беради (17.1-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ушбу сиртнинг $S(AB)$ юзи радиуси трапециянинг EF ўрта чизиғи бўлган айлананинг узунлиги билан AB ён томонининг кўпайтмасига тенг бўлади, яъни

$$S(AB) = 2\rho \cdot EF \cdot AB.$$

$ABCD$ тўғри бурчакли трапециядан топамиз: $CD = BG = AB \cdot \sin\angle BAD$. Демак,

$$S(AB) = \frac{2\pi \cdot FE \cdot CD}{\sin\angle BAD}.$$

$\angle BAD = \angle EOF$ (мос равишда перпендикуляр томонлардаги бурчаклар тенг бўлади) эканлигини эътиборга олиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$S(AB) = \frac{2\pi \cdot FE \cdot CD}{\sin\angle BAD} = \frac{2\pi \cdot FE \cdot CD}{\sin\angle EOF} = 2\rho \cdot OF \cdot CD = 2\rho R \cdot CD.$$

Худди шундай M кўпбурчакнинг бошқа томонларини айлантирганда ҳосил бўлган сиртларнинг юзаларини формулалари олинади. Шу юзаларни қўшиб, M кўпбурчакни айлантирганда ҳосил бўлган сиртнинг $S(M)$ юзини топамиз:

$$S(M) = 2\rho \cdot OF \cdot PQ = 2\rho R \cdot 2R = 4\rho R^2.$$

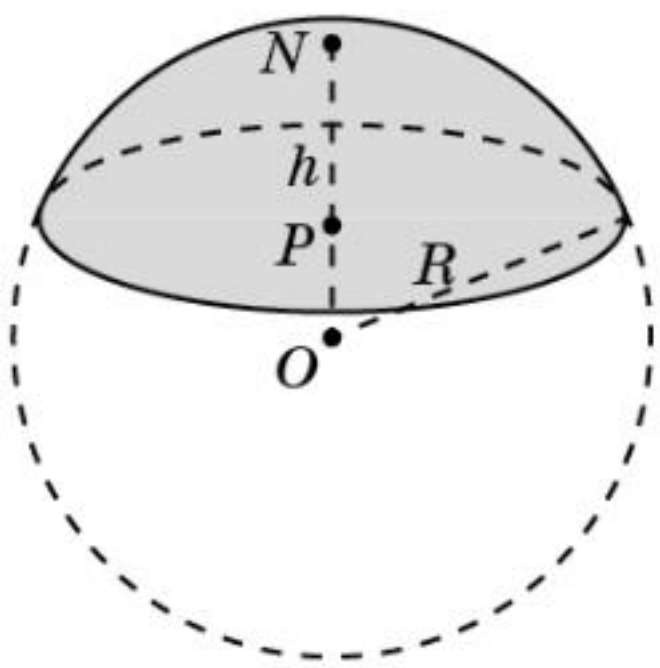
Айланага ташқи чизилган мунтазам кўпбурчакларнинг томонларининг сонини чексиз орттириб айлантирганда ҳосил бўлган фигура сиртининг юзи интилган сон *сферанинг юзи* ҳисобланади. Шундай қилиб, сферанинг S юзини ушбу формула билан топиш мумкин:

$$S = 4\rho R^2.$$

Сферанинг юзи шу сферага ташқи чизилган цилиндрнинг ён сиртининг юзасига тенг бўлишини исботланг.

Шарнинг маркази орқали ўтмайдиган исталган текислик билан кесиб олинган шарнинг кичик қисми *шар сегменти* деб аталади (17.2-расм).

Шарнинг шу текислик билан кесими –доира, яъни шар сегментини чегараловчи доира *шар сегментининг асоси* дейилади.



17.2-расм

Шарнинг шу текислик билан кесими — доира, яъни шар сегментини чегараловчи *доира шар сегментининг асоси* дейилади.

Шар сегментининг асоси билан унинг ён сиртининг йиғиндиси *шар сегментининг сиртини ташкил* этади.

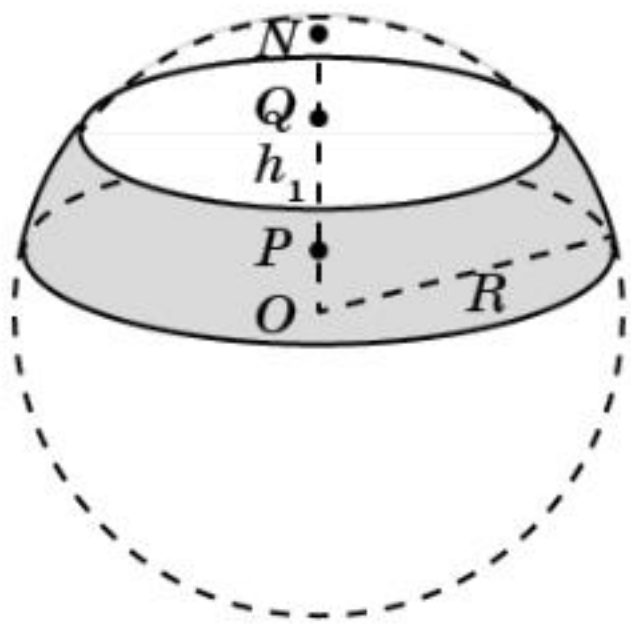
Шар сегментининг ичида ётган ва унинг асосига перпендикуляр бўлган шар радиусининг қисми *шар сегментининг баландлиги* дейилади.

17.2-расмда юқориги сегментнинг баландлиги $NP = h$ га тенг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шар билан кесишувчи параллел икки текисликнинг орасидаги чегараланган шарнинг қисми *шар белбоғи* деб аталади (17.3-расм).



17.3-расм

Шарнинг шу текисликлар билан кесимлари — доиралар, яъни шар белбоғини чегараловчи доиралар *шар белбоғининг асослари* деб аталади.

Шар билан кесишувчи параллел икки текисликнинг орасидаги чегараланган шар сиртининг қисми *шар белбоғининг ён сирти* деб аталади.

Шар белбоғининг асослари билан унинг ён сиртининг йиғиндиси *шар белбоғининг сиртини* ташкил этади.

Шар белбоғининг ичида ётган ва унинг асосларига перпендикуляр бўлган шар диаметрининг қисми *шар белбоғининг баландлиги* деб аталади. Бошқача айтганда *шар белбоғининг баландлиги* деб унинг асослари орасидаги масофага айтилади.

17.3-расмда шар белбоғининг баландлиги $QP = h_1$ кесмада тасвирланган.

Юқорида келтирилган сферанинг юзини топиш формуласини келтириб чиқариш усулни шар сегменти билан шар белбоғи учун ҳам қўллаш мумкин. Натижада шар сегменти сиртининг юзи билан шар белбоғи сиртининг юзини топиш формулаларига эга бўламиз:

$$S_{\text{сегмент}} = 2\pi R \cdot h, \quad S_{\text{белбоғ}} = 2\pi R \cdot h_1,$$

бунда R — шарнинг радиуси, h ва h_1 — мос равишда шар сегментининг ва шар белбоғининг баландликлари.

Саволлар

1. Сферанинг юзи қандай аниқланади?
2. Шар сиртининг юзи деганда нимани тушунасиз?
3. Радиуси R бўлган сферанинг юзи қандай формула билан ҳисобланади?
4. Шар сегменти деганда нимани тушунасиз?
5. Шар сегментининг ён сиртининг юзи қандай формула билан ҳисобланади?
6. Шар белбоғи деганда нимани тушунасиз?
7. Шар белбоғининг юзи қандай формула билан ҳисобланади?

Масалалар

А

17.1. Радиуси 1 см га тенг бўлган сферанинг юзини топинг.

17.2. Юзаси 1 см^2 га тенг бўлган сферанинг радиусини топинг.

17.3. Шарнинг катта доирасининг юзи 3 см^2 га тенг. Шар сиртининг юзини топинг.

17.4. Агар шарнинг радиуси: 1) 2 марта; 2) 3 марта; 3) n марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи қандай ўзгаради?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

17.5. Иккита шарнинг сиртларининг юзалари 4 : 9 нисбат каби деб олиб, уларнинг радиусларининг нисбатини топинг.

17.6. Иккита шарнинг радиуслари 6 см ва 8 см. Сиртининг юзи берилган шарларнинг сиртларининг юзаларининг йиғиндиси тенг бўладиган шарнинг радиусини топинг.

17.7. Шарга ташқи цилиндр чизилган. Шар сирти юзасининг цилиндрнинг ён сирти юзасига нисбатини топинг.

17.8. Ўқ кесими бирлик квадрат бўлган цилиндрга ички чизилган сфера сиртининг юзини топинг.

17.9. Ўқ кесими бирлик квадрат бўлган цилиндрга ташқи чизилган сфера сиртининг юзини топинг.

17.10. Ойнинг диаметри Ер шарининг диаметридан 4 марта кичик. Ой сиртининг юзи Ер сиртининг юзидан неча марта кичик бўлади?

B

17.11. Кубга ички чизилган сфера сиртининг юзи шу кубга ташқи чизилган сфера сиртининг юзидан неча марта кичик бўлади?

17.12. Конуснинг ўқ кесими-тенг ёнли учбурак. Конусга ташқи чизилган сфера сиртининг юзи конусга ички чизилган сфера сиртининг юзидан неча марта катта бўлади?

17.13. Шар марказидан 8 см узоқликда ётган текислик билан кесими — доиранинг радиуси 6 см. Шар сиртининг юзини топинг.

17.14. Шар радиусининг ўртаси орқали шу радиусга перпендикуляр текислик ўтказилган. Бу текислик берилган шар сиртининг юзини қандай нисбатда бўлади?

17.4-расм

17.15. Шарнинг радиуси 2 см. Баландлиги 1 см га тенг бўлган шар сегментининг ён сиртининг юзини топинг.

17.16. Шарнинг радиуси 3 см. Баландлиги 1 см га тенг бўлган шар сегментининг ён сиртининг юзини топинг.

17.17. Париж меридианининг узунлиги таҳминан 40000 км га тенг. Ер шари сиртининг юзасини топинг.

17.18. Нур-Султан шаҳридаги “Бәйтерек” монументи шарининг диаметри 22 м га тенг (17.4-расм). Ушбу шар сиртининг юзасини топинг.

17.19. ЭКСПО-2017 — Қозоғистоннинг пойтахтида 2017 йили Халқаро кўргазмалар бюроси ташкил қилган

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

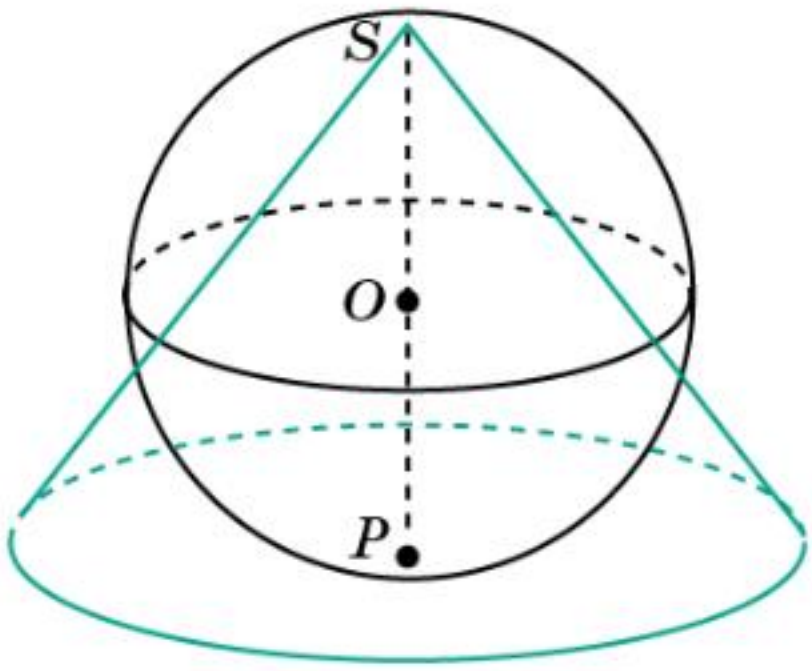
кўргазма. Кўргазманинг марказий элементи — дунёдаги энг катта сферик иморат бўлган “Нур-Әлем” мажмуаси (17.5-расм). Унинг диаметри 80 м. Ушбу сфера сиртининг юзини топинг (p^d 3).

17.5-расм

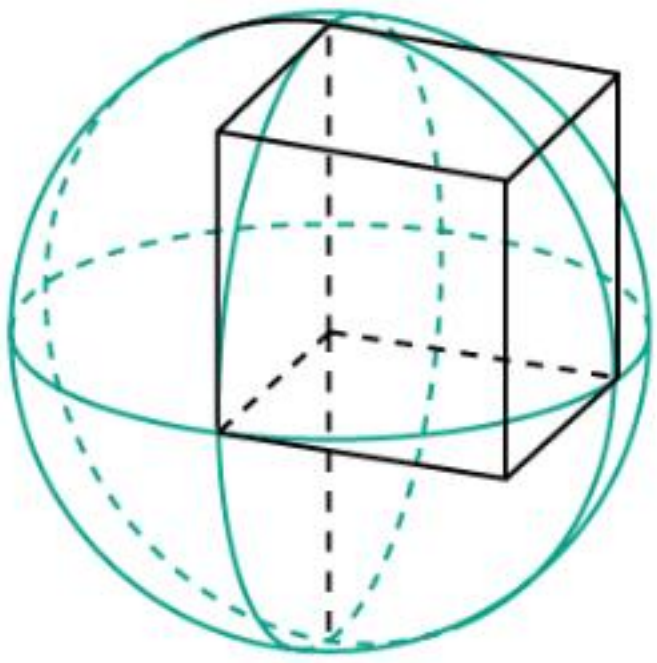
C

17.20. Шарнинг радиуси 1 см га тенг. Унинг диаметрига перпендикуляр бўлган иккита текислик шарни 1 : 2 : 3 нисбатда бўлади. Кесувчи текисликлар билан чегараланган шар сиртининг юзини топинг.

17.21. Конуснинг ўқ кесими — тенг томонли учбурчак (17.6-расм). Конус сиртининг юзи диаметри шу конуснинг баландлиги билан бир хил бўлган шар сиртининг юзига тенг бўлишини исботланг.



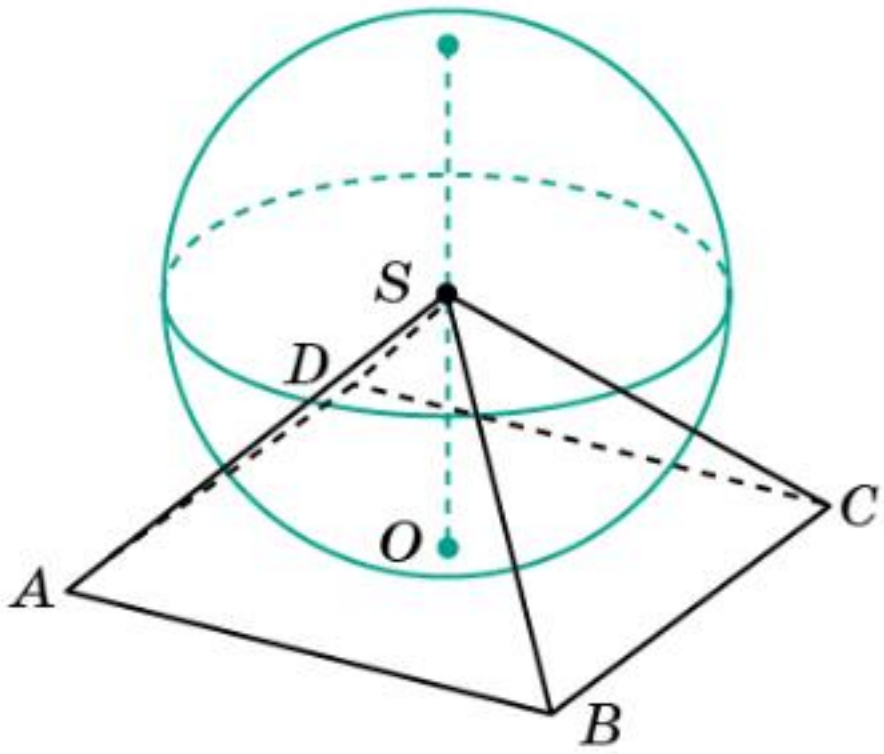
17.6-расм



17.7-расм

17.22. Радиуси 1 см га тенг бўлган шарнинг маркази — бирлик кубнинг учи (17.7-расм). Шу кубнинг ичида жойлашган шар сирти қисмининг юзини топинг.

17.23. Мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, баландлиги эса 1 см га тенг. Радиуси 1 см га тенг шарнинг маркази-ушбу пирамиданинг учи (17.8-расм). Пирамиданинг ичида жойлашган шар сирти қисмининг юзини топинг.



17.8-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

17.24. Ички ва ташқи чизилган кўпбурчакларнинг таърифларини такрорланг. Цилиндрга ички ва ташқи чизилган призмаларни аниқлаб кўринг.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

1. Цилиндр асосининг радиуси 3 см, ясовчиси эса 8 см. Цилиндрнинг ўқ кесимининг диагоналини топинг:

   A) 6 см; B) 10 см; C) 12 см; D) 16 см.

2. Тўғри тўртбурчакнинг томонлари 1 см ва 2 см. Ушбу тўғри тўртбурчакни унинг катта томони атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган цилиндрнинг ён сиртини топинг:

   A) 2ρ см^2; B) 3ρ см^2; C) 4ρ см^2; D) 6ρ см^2.

3. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га ва ён қирралари 2 см га тенг. Ушбу призмани унинг ён қирраси ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган цилиндрнинг ён сиртини топинг:

   A) 2ρ см^2; B) 3ρ см^2; C) 4ρ см^2; D) 6ρ см^2.

4. Конус асосининг радиуси 6 см га тенг, ясовчиси эса 10 см га тенг. Конуснинг баландлигини топинг:

   A) 6 см; B) $3\sqrt{2}$ см; C) $6\sqrt{2}$ см; D) 8 см.

5. Конуснинг ясовчиси 6 см га тенг ва у асос текислиги билан 45° ли бурчак ясаб оғади. Шу конус асосининг радиусини топинг:

   A) 3 см; B) $3\sqrt{2}$ см; C) $3\sqrt{3}$ см; D) 6 см.

6. Конус асосининг радиуси 2 см га тенг, ясовчиси эса 3 см га тенг. Конус сиртининг юзини топинг:

   A) 6ρ см^2; B) 8ρ см^2; C) 10ρ см^2; D) 12ρ см^2.

7. Конус асосининг радиуси 2 см га тенг. Конус баландлигининг ўртаси орқали асос текислигига параллел текислик билан кесимининг юзини топинг:

   A) ρ см^2; B) 2ρ см^2; C) 3ρ см^2; D) 4ρ см^2.

8. Тенг ёнли учбурчакнинг асоси 2 см га ва ён томнлари 4 см га тенг. Шу учбурчакни унинг асосига туширилган баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган конус сиртининг юзини топинг:

   A) 3ρ см^2; B) 4ρ см^2; C) 5ρ см^2; D) 6ρ см^2.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га тенг ва ён қирралари 3 см га тенг. Шу пирамидани унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўган конуснинг ён сиртини топинг:

A) 3π см^2; B) 4π см^2; C) 5π см^2; D) 6π см^2.

10. Кесик конус асосларининг радиуслари 4 см ва 1 см, баландиги эса 4 см га тенг. Кесик конуснинг ясовчисини топинг:

A) 3 см; B) 4 см; C) 5 см; D) 6 см.

11. Кесик конуснинг ясовчиси 2 см га тенг ва у асос текислиги билан 45° ли бурчак ясаб оғади. Конуснинг катта асосининг радиуси 2 см га тенг деб олиб, кичик асосининг радиусини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $2-\frac{\sqrt{2}}{2}$ см; D) $2-\sqrt{2}$ см.

12. Тенг ёнли трапециянинг асослари 2 см ва 4 см, ён томонлари 3 см га тенг. Шу трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлан фигура сиртини топинг:

A) 8π см^2; B) 10π см^2; C) 12π см^2; D) 14π см^2.

13. Сферанинг радиуси 4 см га тенг. Сферадан ташқарида ётган нуқтадан унинг марказигача бўлган масофа 5 см га тенг. Шу нуқтадан сферага ўтказилган уринма кесмасининг узунлигини топинг:

A) 1 см; B) 2 см; C) 3 см; D) 4 см.

14. Шарнинг радиуси 2 см га тенг. Шар марказидан 1 см узоқликда жойлашган текислик билан кесими — доиранинг юзини топинг:

A) π см^2; B) 2π см^2; C) 3π см^2; D) 4π см^2.

15. Шарнинг радиуси 6 см га тенг. Радиусининг учи орқали у билан 60° ли бурчак ясайдиган текислик ўтказилган. Шарнинг шу текислик билан кесиминнинг юзини топинг:

A) 3π см^2; B) 6π см^2; C) 9π см^2; D) 12π см^2.

16. Сферанинг ичида ётган нуқтадан сферада ётган нуқталаргача бўлган энг кичик ва энг катта масофалар мос равишда 4 см ва 6 см га тенг. Сферанинг радиусини топинг:

A) 2 см; B) 3 см; C) 4 см; D) 5 см.

17. Цилиндрнинг ўқ кесими — томонлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри тўртбурчак. Цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 5 см; B) 6 см; C) 8 см; D) 10 см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

18. Конуснинг ўқ кесими — томонлари 2 см бўлган тенг томонли уч-бурчак. Ушбу конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см; D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см.

19. Радиуси 2 см га тенг бўлган сферанинг юзини топинг:

A) 12π см^2; B) 14π см^2; C) 16π см^2; D) 18π см^2.

20. Шарнинг радиуси 3 см га тенг. Баландлиги 2 см бўлган шар белбоғининг ён сиртининг юзини топинг:

A) 6π см^2; B) 8π см^2; C) 10π см^2; D) 12π см^2.

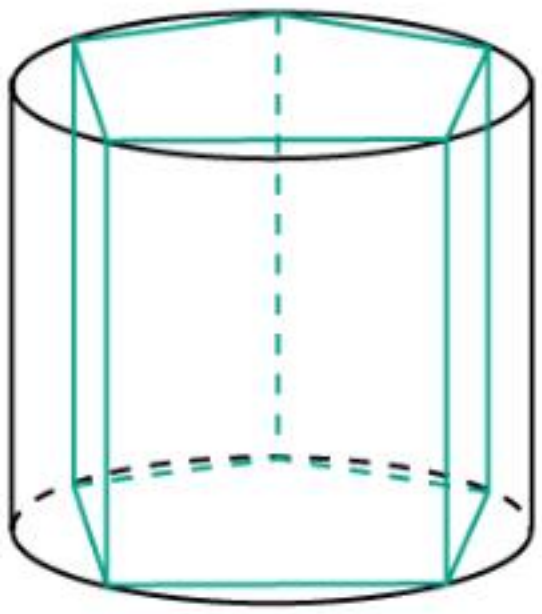
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

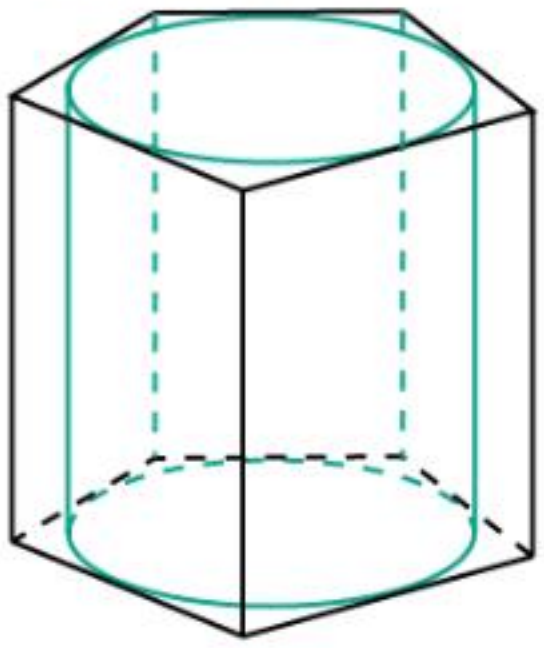
IV боб ИЧКИ ВА ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН КЎПЁҚЛАР

18-§. Цилиндр ва призма. Конус ва пирамида

Агар тўғри призманинг асослари цилиндрнинг асосларига ички чизилган бўлса, у ҳолда *призма цилиндрга ички чизилган* ёки *цилиндр призмага ташқи чизилган* деб аталади (18.1-расм).



18.1-расм



18.2-расм

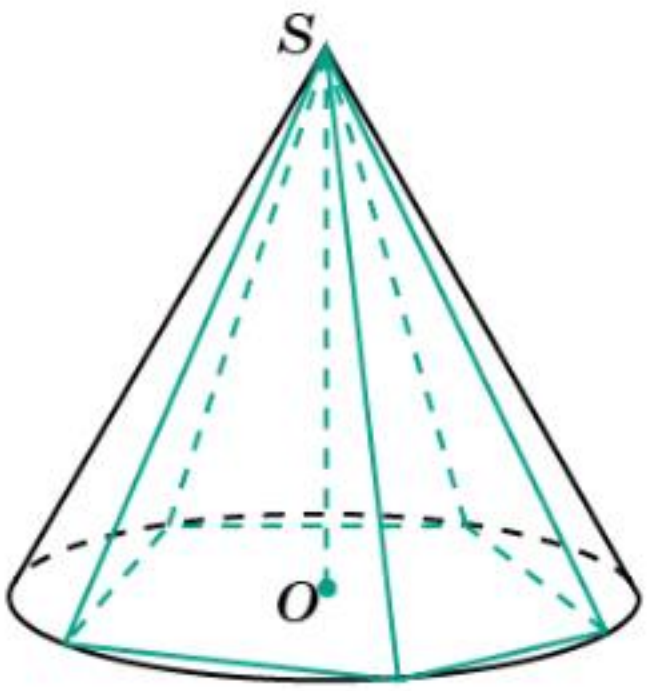
Агар тўғри призманинг асосларига ташқи айлана чизилган бўлса, у ҳолда призмага ташқи цилиндр чизиш мумкинлигини исботланг.

Агар тўғри призманинг асослари цилиндрнинг асосларига ташқи чизилган бўлса, у ҳолда *призма йилиндрга ташқи чизилган ёки цилинддр призмага ички чизилган* деб аталади (18.2-расм).

Агар тўғри призманинг асосларига ички айлана чизилган бўлса, у ҳолда призмага ички цилиндр чизиш мумкинлигини исботланг.

Агар пирамиданинг учи конуснинг учи билан мос келиб, асоси эса конуснинг асосига ички чизилган бўлса, у ҳолда *пирамида конусга ички чизилган* ёки *конус пирамидага ташқи чизилган* деб аталади (18.3-расм).

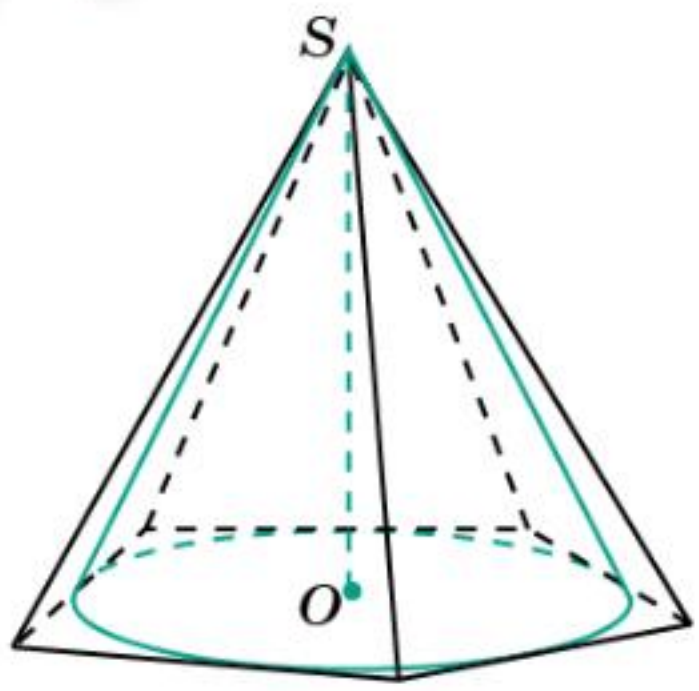
Теорема. ***Агар пирамиданинг асосига ташқи айлана чизилган бўлса ва унинг баландлигининг асоси шу айлананинг маркази бўлса, у ҳолда пирамидага ташқи конус чизиш мумкин.***



18.3-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



18.4-расм

Исботи. Агар пирамида баланлигининг асоси шу пирамида асосига ташқи чизилган айлананинг маркази бўлса, у ҳолда учи пирамиданинг учи билан мос келадиган, асоси шу айлана билан чегаралланган доира бўладиган конус шу пирамидага ташқи чизилади (18.3-расм).

Аксинча, агар конус пирамидага ташқи чизилган бўлса, у ҳолда пирамданинг асосига ташқи айлана чизилади. Пирамиданинг баландлиги конуснинг баландлиги бўлади. Демак, пирамида баландлигининг асоси шу пирамида асосига ташқи чизилган айлананинг маркази бўлади.

Агар пирамиданинг учи конуснинг учи билан мос келиб, асоси эса конуснинг асосига ташқи чизилган бўлса, у ҳолда *пирамида конусга ташқи чизилган* ёки *конс пирамидага ички чизилган* деб аталади (18.4-расм).

Теорема. ***Агар пирамиданинг асосига ички айлана чизилган бўлса ва унинг баландлигининг асоси шу айлананинг маркази бўлса, у ҳолда пирамидага ички конус чизиш мумкин.***

Исботи. Агар пирамиданинг асосига ички айлана чизилган бўлса ва унинг баландлигининг асоси шу айлананинг маркази бўлса, у ҳолда учи пирамиданинг учи билан мос келувчи, асоси эса шу айлана билан чегаралланган доира бўлган конус шу пирамидага ички чизилган (18.4-расм).

Аксинча, агар конус пирамидага ички чизилган бўлса, у ҳолда пирамиданинг асосига ички айлана чизилади. Пирамиданинг баландлиги конуснинг баландлиги бўлади. Демак, пирамида баландлигининг асоси шу пирамиданинг асосига ички чизилган айлананинг маркази бўлади.

Саволлар

1. Қандай призма цилиндрга ички чизилган деб аталади?
2. Қандай призмага ташқи цилиндр чизиш мумкин?
3. Қандай призма цилиндрга ташқи чизилган деб аталади?
4. Қандай призмага ички цилиндр чизиш мумкин?
5. Қандай пирамида конусга ички чизилган деб аталади?
6. Қандай пирамидага ташқи конус чизиш мумкин?
7. Қандай пирамида конусга ташқи чизилган деб аталади?
8. Қандай пирамидага ички конус чизиш мумкин?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

A

18.1. 1) Кубга; 2) тўғри бурчакли параллелепипедга; 3) оғма параллелепипедга; 4) тўғри учбурчакли призмага; 5) мунтазам n бурчакли призмага ташқи цилиндр чизиш мумкинми?

18.2. 1) Кубга; 2) ёқлари квадрат бўлмаган тўғри бурчакли параллелепипедга; 3) оғма параллелепипедга; 4) тўғри учбурчакли призмага; 5) мунтазам n бурчакли призмага ички цилиндр чизиш мумкинми?

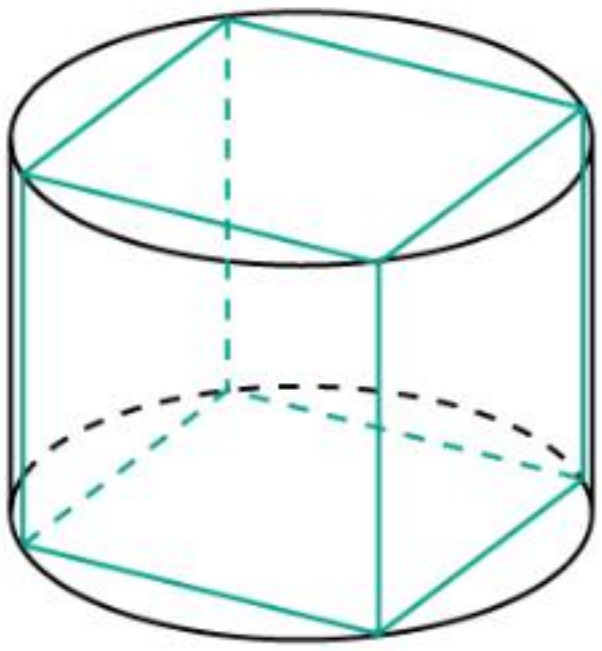
18.3. Мунтазам пирамидага ташқи конус чизиш мумкинми?

18.4. Мунтазам пирамидага ички конус чизиш мумкинми?

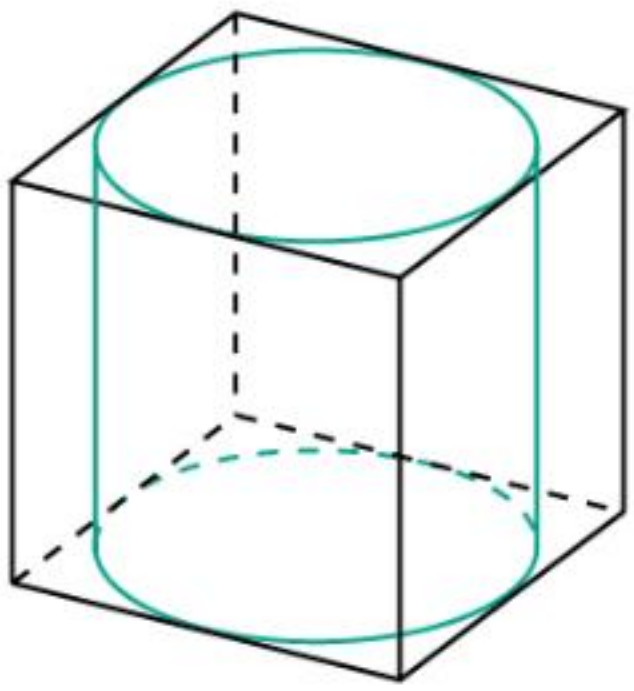
18.5. Қандай ҳолларда тўғри бурчакли параллелепипедга ички цилиндр чизиш мумкин?

18.6. Бирлик кубга ташқи чизилган цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг (18.5-расм).

18.7. Бирлик кубга ички чизилган цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг (18.6-расм).



18.5-расм



18.6-расм

B

18.8. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бир учидан чиқадиган қирралари 1 см, 2 см, 3 см га тенг. Шу параллелепипедга ташқи чизилган цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг. Бундай цилиндр нечта бўлади?

18.9. Мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.10. Мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

18.11. Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг асосининг радиусини ва баландлигини топинг.

18.12. Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг асосининг радиусини ва баландлигини топинг.

18.13. Мунтазам пирамиданинг ён қирралари 1 см га тенг ва улар асос текислиги билан: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60° бурчак ясайди. Шу пирамидага ташқи чизилган конус асосининг радиусини топинг.

C

18.14. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.15. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.16. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг қирралари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.17. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.18. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.19. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг қирралари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган конуснинг баландлиги ва асосининг радиусини топинг.

18.20. Агар тўртбурчакли призмага ташқи цилиндр чизилган бўлса, у ҳолда шу призманинг ён қирраларига қарама-қарши ётган икки ёқли бурчакларининг йиғиндилари ўзаро тенг бўлишини исботланг.

18.21. Агар тўртбурчакли пирамидага ички конус чизилган бўлса, у ҳолда шу пирамиданинг учидаги тўртёқли бурчагининг қарама-қарши ётган ясси бурчакларининг йиғиндилари ўзаро тенг бўлишини исботланг.

18.22. Агар тўртбурчакли пирамидага ташқи конус чизилган бўлса, у ҳолда шу пирамиданинг учидаги тўртёқли бурчагининг қарама-қарши ётган икки ёқли бурчакларининг йиғиндилари ўзаро тенг бўлишини исботланг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

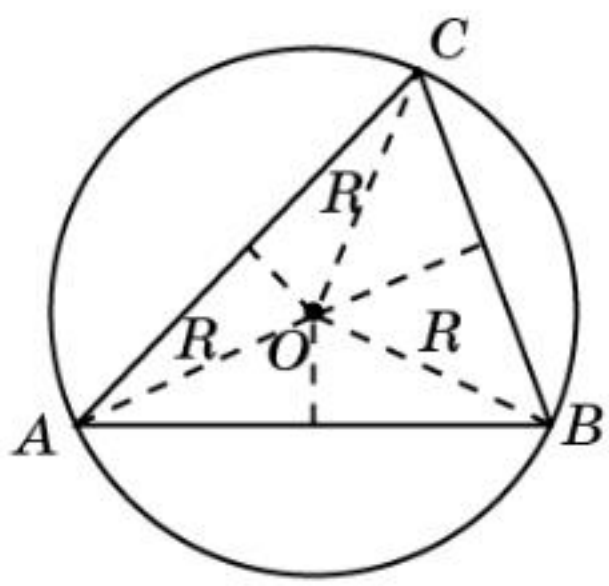
18.23. Призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ва цилиндрга ташқи чизилган сферанинг таърифларини такрорланг.

19-§. Сферага ички чизилган кўпёқлар. Призма

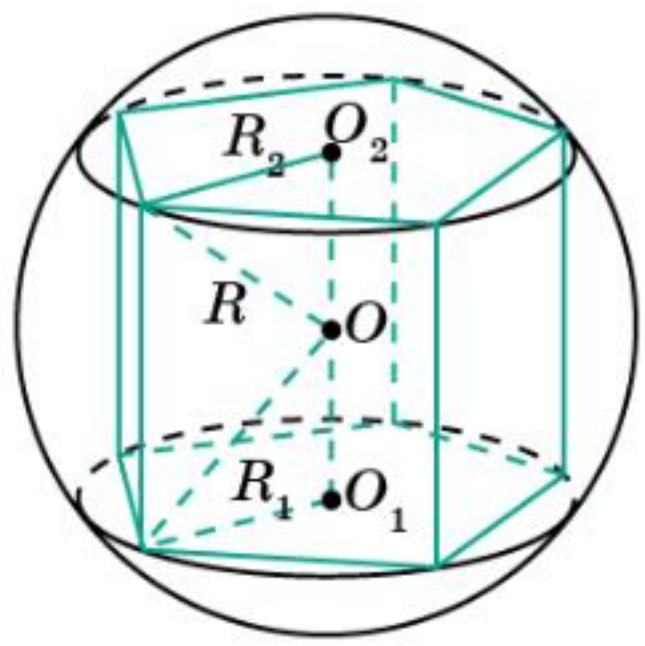
Кўпбурчаклар билан айланага доир тушунчаларни ёдга туширайлик.

Агар кўпбурчакнинг барча учлари айланада ётса, у ҳолда *кўпбурчак айланага ички чизилган* ёки *айлана кўпбурчакка ташқи чизилган* деб аталади.

Планиметрия курсида исталган учбурчакка ташқи айлана чизиш мумкин эканлигини исботлаганмиз. Учбурчакка ташқи чизилган айлананинг маркази унинг томонларига ўтказилган ўрта перпендикуляр-ларнинг кесишиш нуқтаси бўлади (19.1-расм).



19.1-расм



19.2-расм

Энди фазовий фигураларга ўтамиз.

Агар кўпёқнинг барча учлари сферада ётса, у ҳолда *кўпёқ сферага ички чизилган* ёки *сфера кўпёққа ташқи чизилган* деб аталади.

Теорема. ***Агар призманинг асосига ташқи айлана чизилган бўлса, у ҳолда шу призмага ташқи сфера чизиш мумкин.***

Исботи. Асосига ташқи айлана чизилган тўғри призмани кўриб чиқамиз. Айлананинг маркази O_1 нуқта ва радиуси R_1 бўлсин. У ҳолда призманинг иккинчи асосига маркази O_2 нуқта ва радиуси $R_2 = R_1$ бўлган ташқи айлана чизиш мумкин. O_1O_2 кесма призманинг баландлиги бўлади. $O_1O_2 = h$, O нуқта O_1O_2 кесманинг ўртаси бўлсин. Бундан маркази O нуқта ва радиуси $R = \sqrt{R_1^2 + \frac{h^2}{4}}$ бўлган сфера изланаётган сфера бўлади (19.2-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Аксинча, агар тўғри призмага ташқи сфера чизиш мумкин бўлса, у ҳолда шу призма асосининг барча учлари сферада ётади.

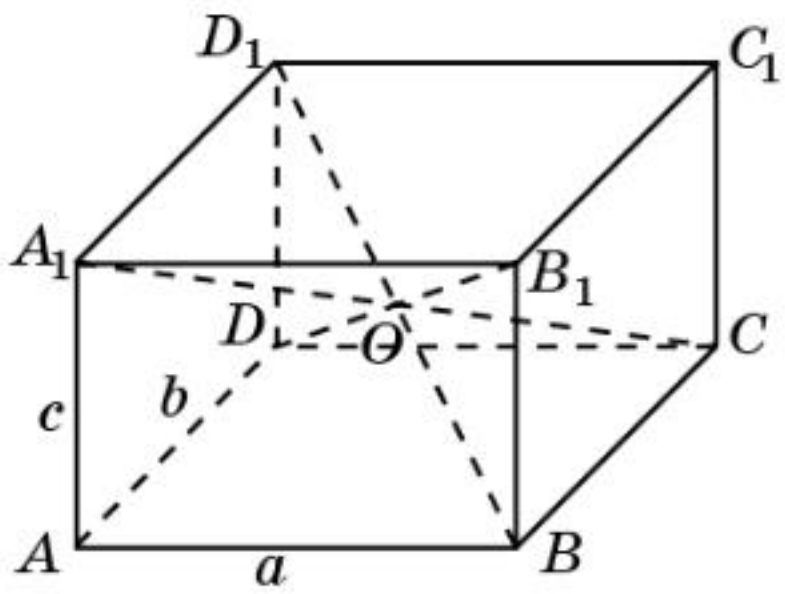
Демак, улар сфера билан призманинг асос текислигининг кесишиш чизиғи бўлган айланада ётади. Бундан шу тўғри призманинг асосига ташқи айлана чизиш мумкин.

1-натижа. Призмага ташқи чизилган сфера шу призмага ташқи чизилган цилиндрга ташқи чизилган сфера бўлади.

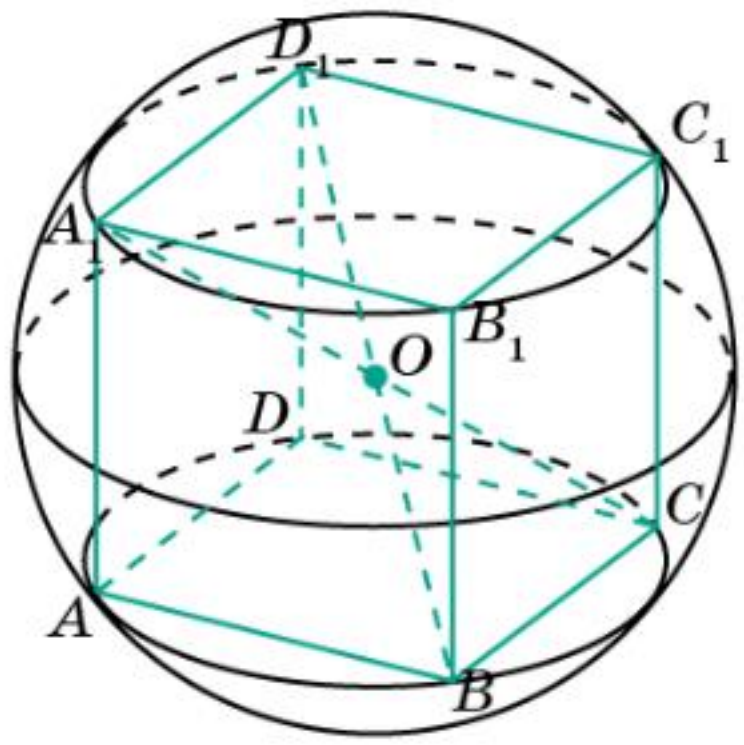
2-натижа. Тўғри бурчакли параллелепипедга ташқи сфера чизиш мумкин.

Ҳақиқатан, тўғри бурчакли параллелепипедни асоси тўғри тўртбурчак бўлган тўғри призманинг хусусий ҳоли сифатида кўриш мумкин. Тўғри тўртбурчакка ташқи айлана чизиш мумкин эканлигидан тўғри бурчакли параллелепипедга ташқи сфера чизиш мумкин.

Тўғри бурчакли параллелепипеднинг диагоналлари битта нуқтада кесишади ва шу нуқтада тенг иккига бўлинади. Демак, бу нуқта шу параллелепипеднинг барча учларидан бир хил масофада ётади, яъни ташқи чизилган сферанинг маркази ҳисобланади (19.3-расм).



19.3-расм



19.4-расм

Агар тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқадиган қирралари a, b, c бўлса, у ҳолда унинг диагоналлари $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$-га тенг бўлади. Шундай тўғри бурчакли параллелепипедга ташқи чизилган сферанинг R радиуси ушбу формула билан аниқланади:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Хусусий ҳолда қирраси a бўлган кубга ташқи чизилган сферанинг радиуси $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ га тенг бўлади.

19.4-расмда сферага ички чизилган куб тасвирланган.

Ташқи сфера чизиш мумкин бўлмаган призмага мисол келтиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Саволлар

1. Қандай кўпёқ сферага ички чизилган деб аталади?
2. Қандай сфера кўпёққа ташқи чизилган деб аталади?
3. Тўғри бурчакли параллелепипедга ташқи сфера чизиш мумкинми?
4. Тўғри бурчакли параллелепипедга ташқи чизилган сферанинг маркази қаерда жойлашади?
5. Қандай тўғри призмага ташқи сфера чизиш мумкин?

Масалалар

A

19.1. 1) Кубга; 2) тўғри бурчакли параллелепипедга; 3) бир ёғи параллелограмм бўлган параллелепипедга ташқи сфера чизиш мумкинми?

19.2. Бирлик кубга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

19.3. Радиуси 1 см га тенг сферага ички чизилган кубнинг қиррасини топинг.

19.4. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг қирралари 1 дм, 2 дм ва 2 дм га тенг. Шу параллелепипедга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

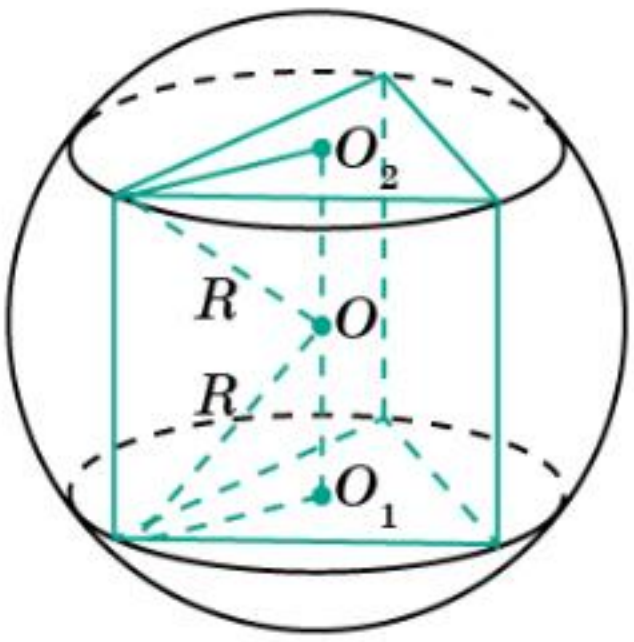
B

19.5. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бита учидан чиққан иккита қирраси 2 см ва 4 см га тенг. Параллелепипедга ташқи чизилган сферанинг радиуси 3 см га тенг. Параллелепипеднинг шу учидан чиқувчи учинчи қиррасини топинг.

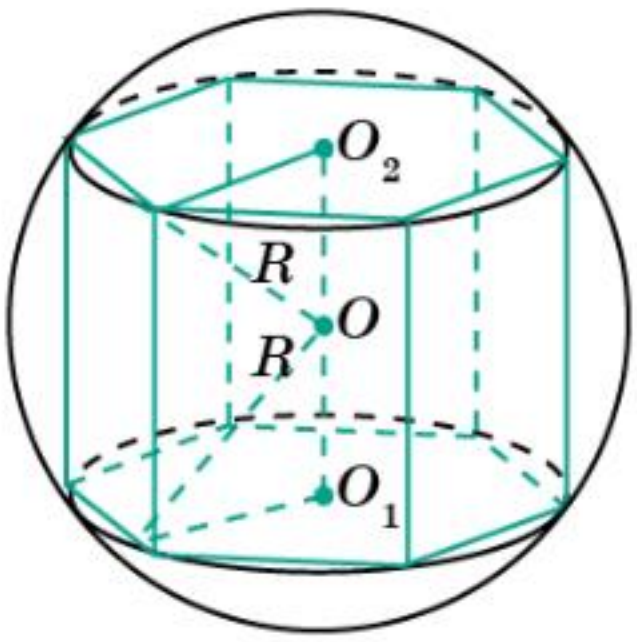
19.6. Ташқи сфера чизиш мумкин бўлмаган тўғри призмага мисол келтиринг.

19.7. Призмага ташқи чизилган сферанинг маркази ҳамма вақт призманинг ичида ётадими?

19.8. Мунтазам учбурчакли призманинг баландлиги 2 см га, асосининг томони 1 см га тенг (19.5-расм). Призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.



19.5-расм



19.6-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19.9. Мунтазам олтибурчакли призманинг баландлиги 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг (19.6-расм). Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

C

19.10. Қандай ҳолларда тўғри учбурчакли призмага ташқи чизилган сферанинг маркази: 1) призманинг ичида; 2) призманинг битта ён ёғида; 3) призмадан ташқарида ётади?

19.11. Тўғри призманинг баландлиги 24 см га, асоси — томонлари 6 см, 8 см ва 10 см бўлган учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

19.12. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиуси 1 см га тенг. Призманинг баландлигини топинг.

19.13. Призманинг асоси — томонлари 1 см ва 2 см бўлган тўғри тўртбурчак. Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиуси 2 см га тенг. Призманинг баландлигини топинг.

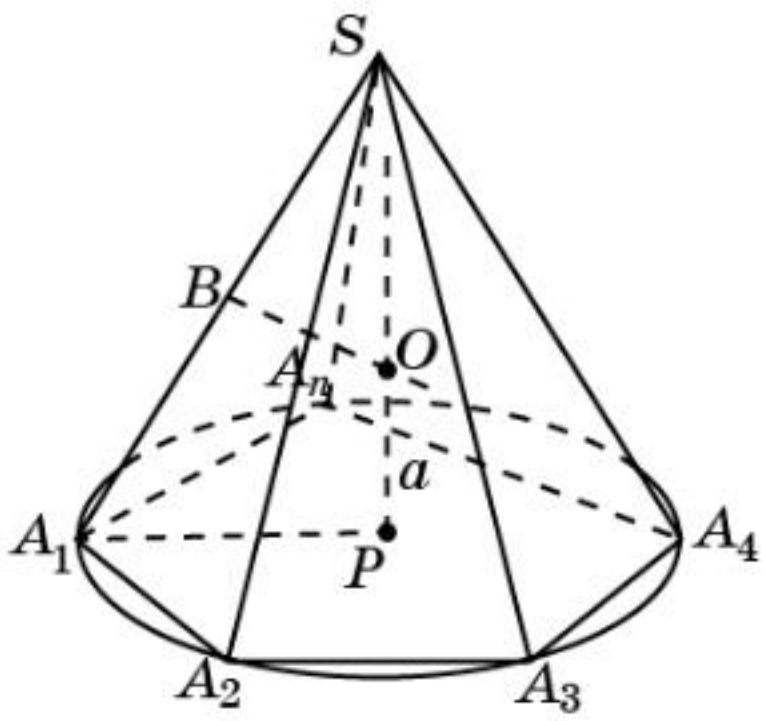
19.14. Агар тўртбурчакли призмага ташқи сфера чизиш мумкин бўлса, у ҳолда бу призманинг ён қирраларидаги қарма-қарши ётган икки ёқли бурчакларининг йиғиндиси ўзаро тенг бўлишини исботланг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

19.15. Пирамидага ташқи чизилган конуснинг ва конусга ташқи чизилган сферанинг таърифларини такрорланг.

20-§. Сферага ички чизилган кўпёқлар. Пирамида

Теорема. ***Агар пирамида асосига ташқи айлана чизиш мумкин бўлса, у ҳолда шу пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин.***



20.1-расм

Исботи. $SA_1...A_n$ пирамидани кўриб чиқамиз ва унинг $A_1...A_n$ асосига ташқи айлана чизилган бўлсин (20.1-расм). Айлананинг марказини P деб белгилайлик.

A_1, ... , A_n нуқталардан бир хил масофалда ётган нуқталарнинг геометрик ўрни P нуқта орқали ўтувчи ва пирамиданинг а текислигига перпендикуляр бўлган a тўғри чизиқ бўлади. A_1, S нуқталардан бир хил масофада ётган нуқталарнинг геометрик ўрни пирамиданинг SA_1 қиррасига перпендикуляр ва

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

унинг ўртаси B нуқта орқали ўтувчи b текислик бўлади. b текислик a текисликка перпендикуляр эмас. Демак, у a тўғри чизиқ билан пирамиданинг барча учларини бир хил масофада ётган қандайдир O нуқтада кесишади. Бундан O нуқта берилган пирамидага ташқи чизилган сферанинг маркази бўлади.

Аксинча, агар пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин бўлса, у ҳолда бу пирамида асосининг барча учлари сферада ётади. Демак, улар сфера билан пирамиданинг асос текислигининг кесишиш чизиғи бўлган айланада ётади. Бундан шу пирамиданинг асосига ташқи айлана чизиш мумкин.

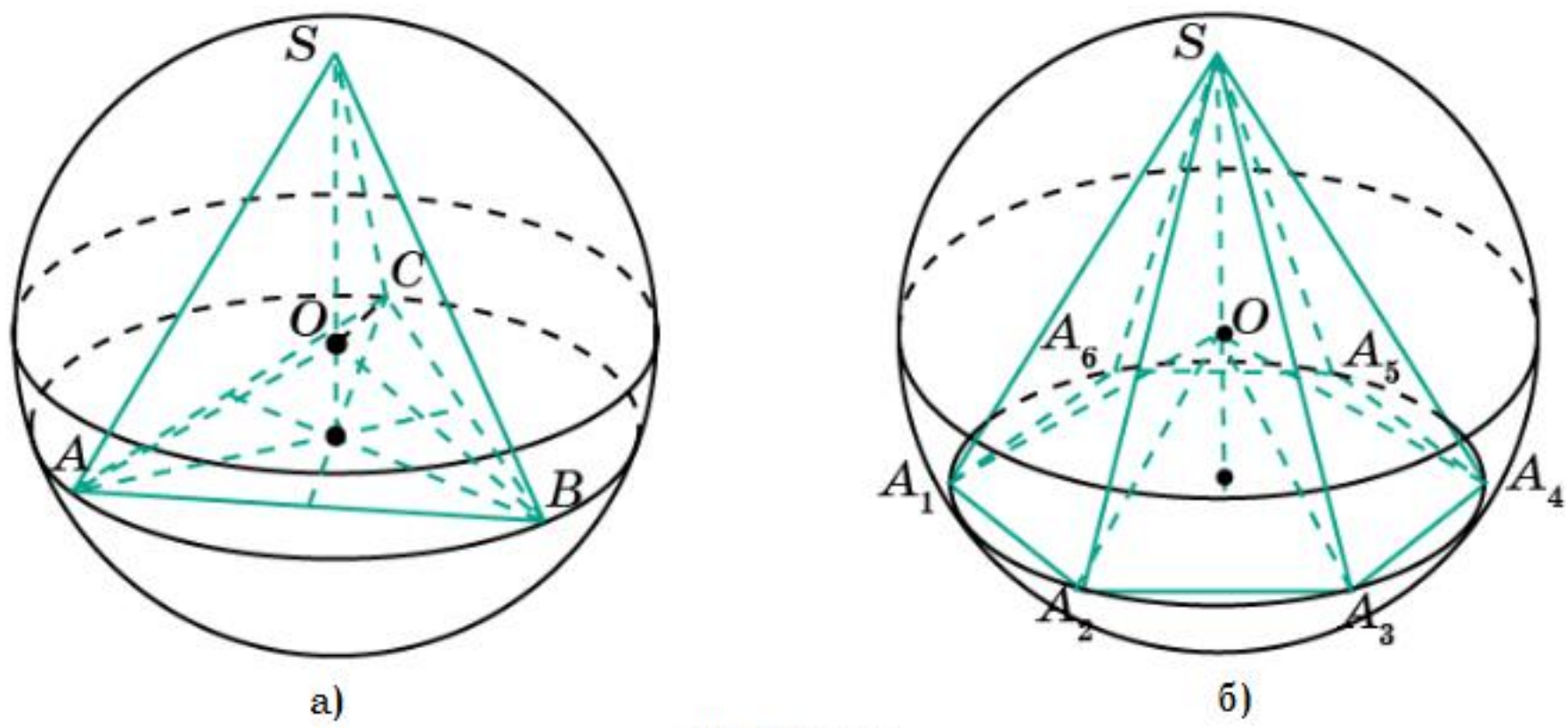
1-натижа. Исталган учбурчакли пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин.

Ҳақиқатан, учбурчакли пирамиданинг асоси-учбурчак ва исталган учбурчакка ташқи айлана чизиш мумкин эканлигидан исталган учбурчакли пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин бўлади.

Агар пирамида асосига ташқи айлана чизиш мумкин бўлса ва айлананинг маркази пирамида баландлигининг асоси бўлса, у ҳолда шу пирамидага ташқи конус чизиш мумкин эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Бу конусга ташқи чизилган сфера пирамидага ҳам ташқи чизилади.

2-салдар. Мунтазам пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин.

20.2-расмда мунтазам учбурчакли ва олтибурчакли пирамидаларга ташқи чизилган сфералар тасвирланган.



20.2-расм

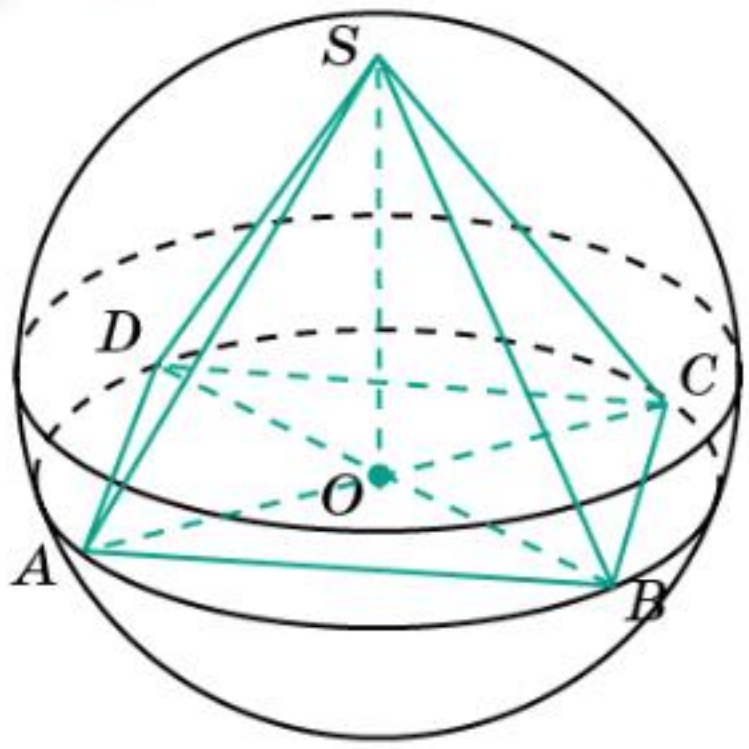
3-салдар. Агар пирамидага ташқи конус чизиш мумкин бўлса, у ҳолда унга ташқи сфера чизиш мумкин бўлади. Бу сфера бу пирамидага ташқи чизилган конусга ташқи чизилади.

Шундай қилиб, пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топиш учун шу пирамидага ташқи чизилган конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топиш формуласидан фойдаланиш мумкин.

Мисол. $SABCD$ пирамиданинг асоси-томонлари 1 см ва 2 см бўлган $ABCD$ тўғри тўртбурчак. Пирамиданинг баландлиги 2 см га тенг ва

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



20.3-расм

унинг асоси $ABCD$ тўғри тўртбурчак диагоналларининг кесишиш нуқтаси бўлади. Ушбу пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин эканлигини исботланг ва унинг радиусини топинг.

Ечиш. $ABCD$ тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлана чизиш мумкин ва унинг маркази — тўғри тўртбурчак диагоналларининг кесишиш O нуқтаси, радиуси эса $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см га тенг. SAC учбурчакни унинг асосига туширилган баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда пайдо бўлган конус $SABCD$ пирамидага ташқи чизилган. Бу конусга ташқи чизилган сфера берилган пирамидага ташқи чизилган бўлади (20.3-расм).

Конуснинг ўқ кесими бўлган SAC учбурчакда $AC = \sqrt{5}$, $SO = 2$, $SA = SC = \frac{\sqrt{21}}{2}$ см ва юзи $\sqrt{5}$ см^2 тенг бўлади. Топилган қийматларни конусга ташқи чизилган сферанинг R радиуси учун $R = \frac{abc}{4S}$ формулага қўйиб топамиз: $R = 1\frac{5}{16}$. Шундай қилиб, берилган пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиуси $1\frac{5}{16}$ см га тенг бўлади.

Пирамидага ташқи чизилган сферанинг R радиусини унинг h баландлиги билан пирамиданинг асосига иашқи чизилган айлананинг r радиуси орқали ифодаланг.

Саволлар

1. Қандай пирамидага ташқи пирамида чизиш мумкин?
2. Қандай учбурчакли пирамидага ташқи сфера чизиш мумкин?
3. Мунтазам пирамидага ташқи сфера чизиш мумкинми?
4. Пирамидага ташқи чизилган сфера билан конуснинг радиуслари ўзаро қандай боғланган?

Масалалар

А

20.1. Берилган иккита нуқтадан бир хил масофада ётган фазодаги нуқталарнинг геометрик ўрнини кўрсатинг.

20.2. 20.2, 20.3-расмларга ўхшаш сферага ички чизилган: 1) учбурчакли; 2) тўртбурчакли; 3) олтибурчакли пирамида ясан.

20.3. Мунтазам пирамиданинг баландлиги 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Шу пирмидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20.4. Мунтазам пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосига ташқи чизилган айлананинг радиуси 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.5. Мунтазам пирамиданинг баландлиги 2 см га, асосига ташқи чизилган айлананинг радиуси 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

B

20.6. Мунтазам тетраэдрнинг қирралари 1 см га тенг. Шу тетраэдрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.7. Бирлик сферага ички чизилган мунтазам тетраэрнинг қиррасини топинг.

20.8. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.9. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 1 см га тенг, асосининг томонлари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.10. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.11. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги билан асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.12. Мунтазам пирамиданинг ён қирралари 1 см га тенг ва у асос текислиги билан: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60° ли бурчак ясайди. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.13. Ташқи сфера чизиш мумкин бўлмаган пирамидага мисол келтиринг.

C

20.14. Пирамидага ташқи чизилган сферанинг маркази: 1) пирамиданинг ичида; 2) пирамиданинг асосида; 3) пирамидадан ташқарида жойлашадими?

20.15. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг баландлиги $\sqrt{3}$ см га, асосининг томонлари 3 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сфера марказининг жойлашишини кўрсатинг ва унинг радиусини топинг.

20.16. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га, учидаги ясси бурчаклари 90° га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.17. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сфера марказининг жойлашишини кўрсатинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

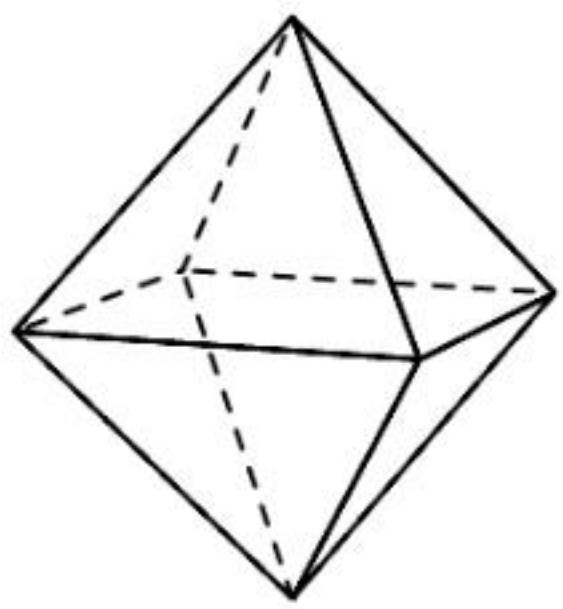
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20.18. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги ва асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сфера марказининг жойлашишини кўрсатинг.

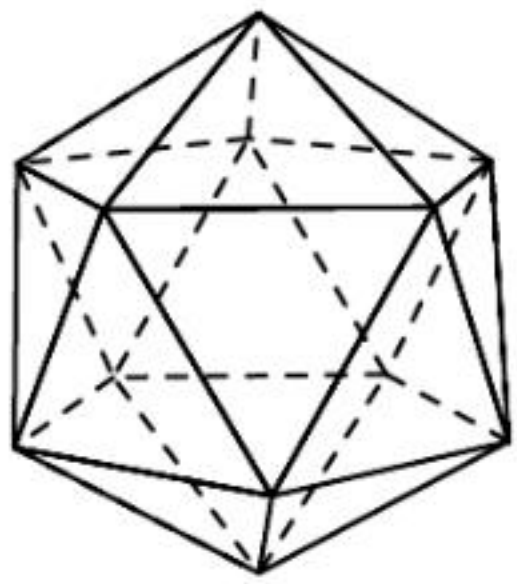
20.19. *SABCD* пирамиданинг асоси — томонлари 1 см ва 2 см бўлган тўғри тўртбурчак. *SD* қыры 2 қирраси 2 см га тенг ва у пирамиданинг баландлиги бўлади. Ушбу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.20. *SABCDEF* пирамиданинг асоси — томонлари 2 см га тенг бўлган мунтазам олтибурчак. *SA* қирраси 3 см га тенг ва у пирамиданинг баландлиги бўлади. Ушбу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

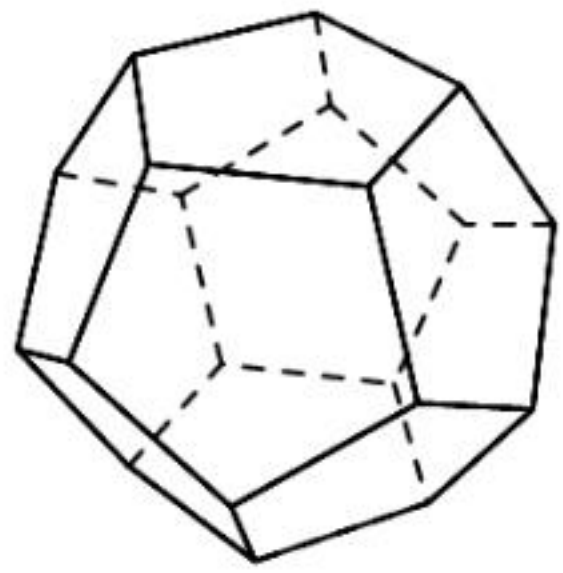
20.21. Октаэдрнинг қирралари 1 см га тенг (20.4-расм). Октаэдрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.



20.4-расм



20.5-расм



20.6-расм

20.22. Икосаэдрнинг қирралари 1 см га тенг (20.5-расм). Икосаэдрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

20.23. Додекаэдрнинг қирралари 1 см га тенг (20.6-расм). Додекаэдрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

20.24. Призмага ички чизилган цилиндрнинг ва цилиндрга ички чизилган сферанинг таърифларини такрорланг.

21-§. Сферага ташқи чизилган кўпёқлар. Призма

Кўпбурчаклар билан айланаларга доир тушунчаларни ёдга туширайлик.

Агар кўпбурчакнинг ҳамма томонлари айлана билан уринадиган бўлса, у *ҳолда кўпбурчак айланага ташқи чизилган ёки айлана кўпбурчакка ички чизилган* деб аталади.

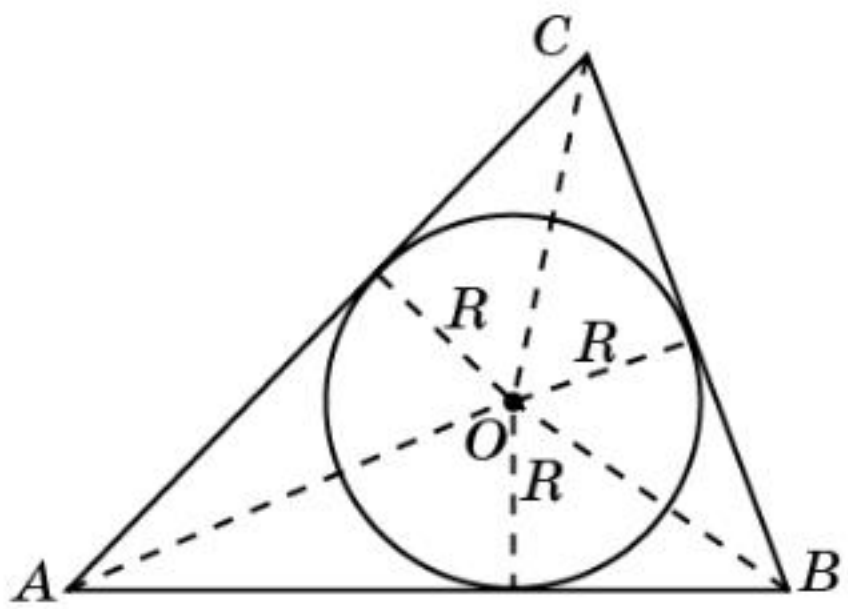
Планиметрия курсида исталган учбурчакка ички чизилган айлана чизиш мумкинлиги исботланган. Учбурчакка ички чизилган айлана-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

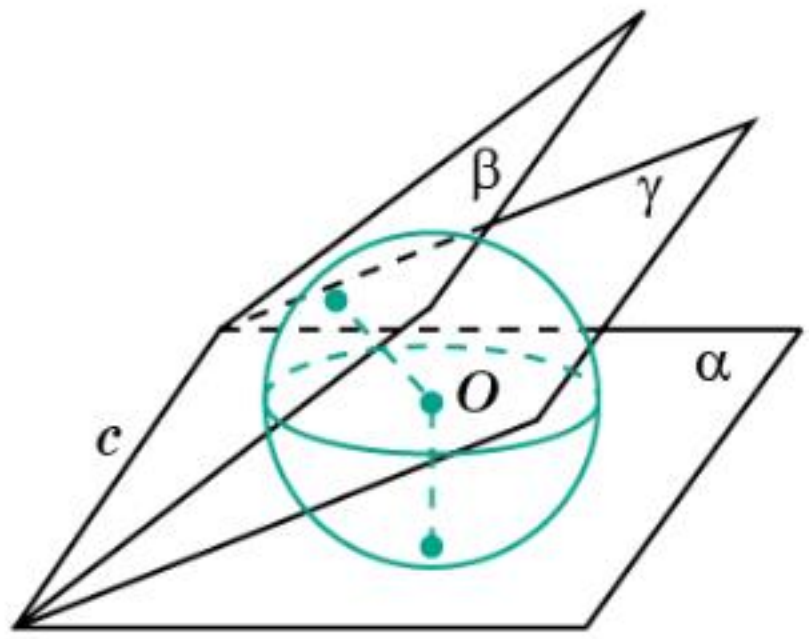
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

нинг марказини топиш учун унинг бурчакларининг биссектрисаларини ўтказиш керак.

Уларнинг кесишиш O нуқтаси учбурчакнинг ҳамма томонларидан бир хил масофада ётади. Демак, O нуқта ички чизилган айлананинг маркази бўлади (21.1-расм).



21.1-расм



21.2-расм

Энди фазовий фигураларга ўтамиз.

Агар кўпёқнинг барча ёқлари сфера билан уринадиган бўлса, у ҳолда *кўпёқ сферага ташқи чизилган ёки сфера кўпёққа ички чизилган* деб аталади.

Дастлаб қандай сфералар икки ёқли бурчакнинг ёқлари билан уринишини аниқлайлик.

c умумий тўғри чизиқ билан чегараланган a ва b яримтекисликлардан ясалган икки ёқли бурчак берилсин. c тўғри чизиқ орқали шу икки ёқли бурчакни тенг иккига бўладиган (21.2-расм). Бундай яримтекислик икки ёқли бурчакнинг *биссекторик яримтекислиги* дейилади.

c тўғри чизиқда ётмайдиган g яримтекисликдаги нуқталар a ва b яримтекисликлардан бир хил масофада бўлади.

Агар шу масофани сферанинг r радиуси деб олсак, у ҳолда маркази биссекторик текисликда ётган, радиуси r бўлган сфера a ва b текисликлар билан уринади.

c тўғри чизиқсиз биссекторик ярим текисликнинг ўзи икки ёқли бурчакнинг ичида ётган ва a, b текисликлар билан уринадиган сфера марказларининг геометрик ўрнини беради.

Қандай ҳолларда тўғри призмага ички сфера чизиш мумкинлигини аниқлайлик.

Теорема. ***Агар тўғри призманинг асосига ички айлана чизиш мумкин бўлса ва призманинг баландлиги шу айлананинг диаметрига тенг бўлса, у ҳолда шу призмага ички сфера чизиш мумкин.***

Исботи. Тўғри призмага ички маркази O нуқтада ва радиуси r бўлган сфера чизилган бўлсин (21.3-расм).

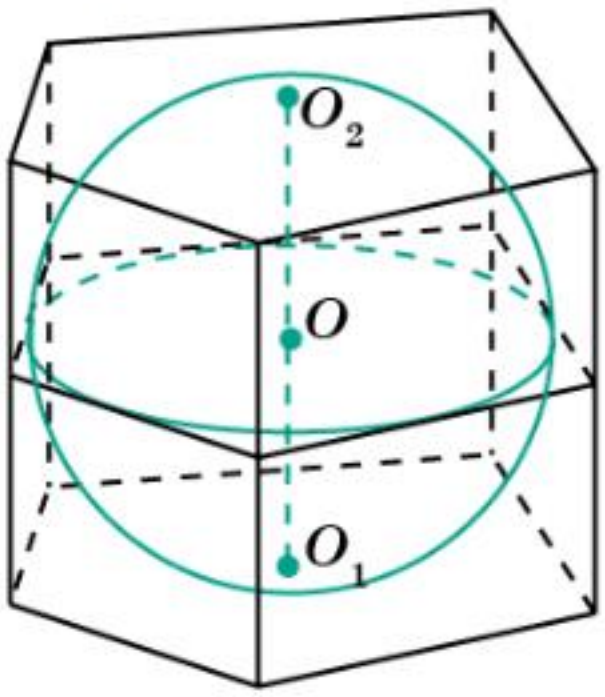
У ҳолда призманинг баландлиги $2r$ га тенг бўлади. O нуқта орқали призманинг асосларига параллел кесим ўтказамиз. Призманинг кесими

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

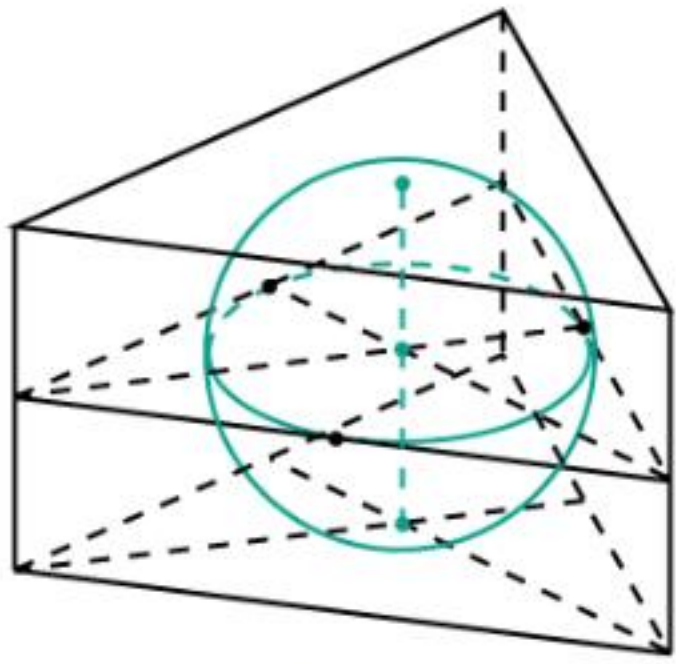
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

сферанинг текислик билан кесими бўлган айланага ташқи чизилган асосидаги кўпбурчакка тенг бўлган кўпбурчак бўлади. Шундай қилиб, призманинг асосига ички айлана чизиш мумкин.

Аксинча, тўғри призманинг асосларига ички радиуси r бўлган айланалар чизилган ва призманинг баландлиги $2r$ га тенг бўлсин деб олайлик. O нуқта-асосларига ички чизилган айланаларнинг марказларини туташтирувчи кесманинг ўртаси бўлсин. У ҳолда маркази r бўлган сфера ушбу призмага ички чизилган изланаётган сфера бўлади.



21.3-расм



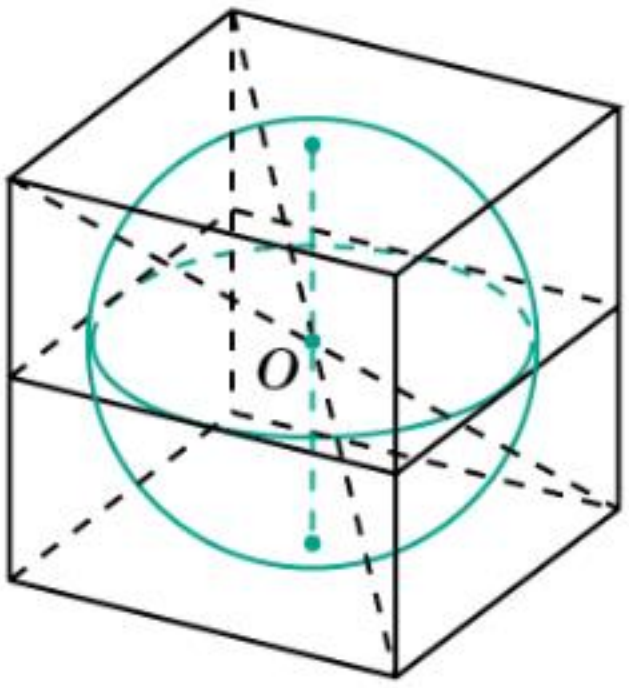
21.4-расм

21.4-расмда мунтазам учбурчакли призмага ички чизилган сфера тасвирланган.

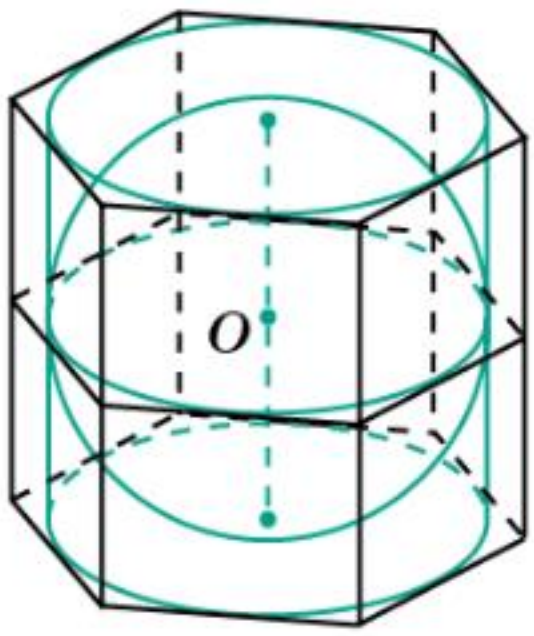
Натижа. Агар тўғри бурчакли параллелепипед куб бўлса, у ҳолда унга ички сфера чизиш мумкин.

Кубга ички чизилган сферанинг маркази шу кубнинг диагоналларининг кесишиш нуқтаси бўлади. Агар кубнинг қирраси a га тенг бўлса, у ҳолда унга ички чизилган сферанинг радиуси $\frac{a}{2}$ га тенг бўлади.

21.5-расмда кубга ички чизилган сфера тасвирланган.



21.5-расм



21.6-расм

Агар призмага ички сфера чизиш мумкин бўлса, у ҳолда шу призмага ички цилиндр чизиш мумкин эканлигини исботланг (21.6-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Призмага ички чизилган сфера шу призмага ички чизилган цилиндрга ҳам ички чизилган бўлади.

Саволлар

1. Қандай кўпёқ сферага ташқи чизилган деб аталади?
2. Қандай сфера кўпёққа ички чизилган деб аталади?
3. Қандай тўғри призмага ички сфера чизиш мумкин?
4. Қандай тўғри бурчакли параллелепипедга ички сфера чизиш мумкин?
5. Кубга ички чизилган сферанинг маркази қаерда жойлашади?
6. Қирраси a га тенг бўлган кубга ички чизилган сферанинг радиуси нимага тенг?

Масалалар

A

21.1. Кубнинг қирраси 1 см га тенг. Шу кубга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

21.2. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган кубнинг қиррасини топинг.

21.3. Мунтазам призманинг баландлиги 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

21.4. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички сфера чизилган. Призманинг баландлигини топинг.

21.5. Агар призмага ички цилиндр чизиш мумкин бўлса, у ҳолда унга ички сфера чизиш мумкинлиги тўғрими?

21.6. Ички сфера чизиш мумкин бўлмаган мунтазам призмага мисол келтиринг.

B

21.7. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

21.8. Мунтазам учбурчакли призмага ички сфера чизилган. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу призма асосининг томонларини топинг.

21.9. Мунтазам тўртбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

21.10. Мунтазам тўртбурчакли призмага ички сфера чизилган. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу призма асосининг томонларини топинг.

21.11. Мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички сфера чизилган (21.6-расм). Призманинг баландлигини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

21.12. Мунтазам олтибурчакли призмага ички сфера чизилган. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу призма асосининг томонларини топинг.

C

21.13. Кесишувчи икки текисликдан бир хил масофада ётган нуқталарнинг геометрик ўрнини топинг.

21.14. Учбурчакли тўғри призманинг асоси-катетлари 3 см ва 4 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Шу призмага ички сфера чизилган. Призманинг баландлигини топинг.

21.15. Тўртбурчакли тўғри призманинг асоси-томонлари 1 см га тенг ва ўткир бурчаги 60°га тенг бўлган ромб. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

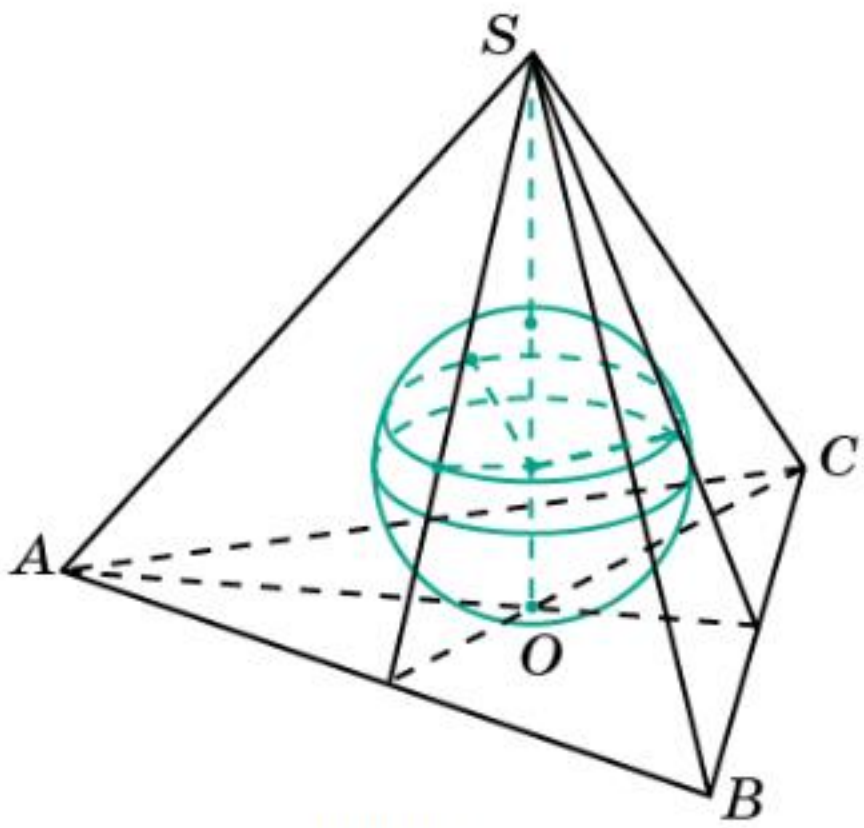
Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

21.16. Пирамидага ички чизилган конуснинг ва конусга ички чизилган пирамиданинг таърифини такрорланг.

22-§. Сферага ташқи чизилган кўпёқлар. Пирамида

Теорема. ***Исталган учбурчакли пирамидага ички сфера чизиш мумкин.***

Исботи. Учбурчакли пирамидага ички чизилган сферанинг маркази унинг барча ёқларидан бир хил масофада ётган нуқта ҳисобланади. Бу нуқтани топиш учун пирамиданинг ён ёқлари билан асосининг орасидаги икки ёқли бурчакларнинг учта биссектрик яримтекисликларини қараб чиқамиз. Улар пирамиданинг ён ёқлари билан асосидан бир хил узоқликда ётган нуқтада кесишади, яъни у нуқта ички чизилган сферанинг изланаётган маркази бўлади (22.1-расм).



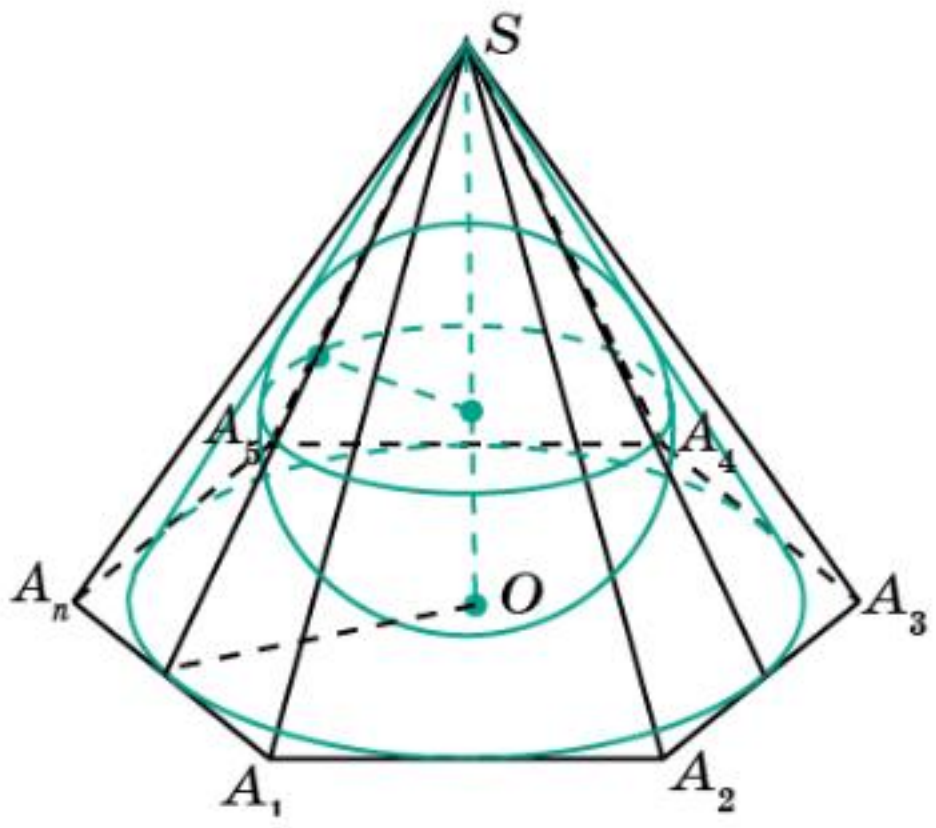
22.1-расм

Теорема. ***Агар пирамиданинг асосига ички айлана чизиш мумкин бўлса ва бу айлананинг маркази пирамида баландлигининг асоси бўлса, у ҳолда бу пирамидага ички сфера чизиш мумкин.***

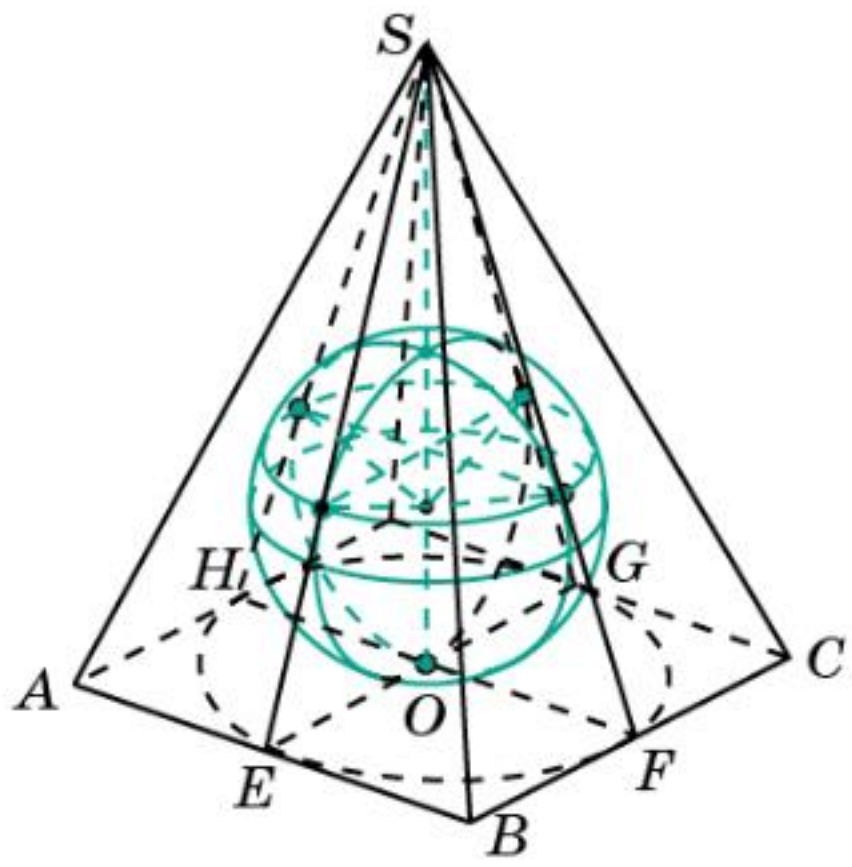
Исботи. Агар пирамиданинг асосига ички айлана чизиш мумкин бўлса ва шу айлананинг маркази пирамида баландлигининг асоси бўлса, у ҳолда бу пирамидага ички конус чизиш мумкин (22.2-расм). Бу конусга ички чизилган сфера пирамидага ички чизилган изланаётган сфера бўлади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



22.2-расм



22.3-расм

Натижа. Исталган мунтазам пирамидага ички сфера чизиш мумкин.

Ҳақиқатан, исталган мунтазам пирамидага ички конус чизиш мумкин. Демак, унга ички сфера чизиш мумкин.

Пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топиш учун шу пирамидага ички чизилган конусга ички чизилган сферанинг радиусини топиш формуласидан фойдаланиш мумкин.

Мисол. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги билан асосининг томони 2 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

Ечиш. Пирамиданинг асосига ички чизилган айлананинг радиуси 1 см га тенг. Ён ёқларининг SE, SF, SG, SH баландликлари $\sqrt{5}$ см га тенг. SEG учбурчакни унинг асосига туширилган SO баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган конус $SABCD$ пирамидага ички чизилади. SEG учбурчак бу конуснинг ўқ кесими бўлади. SEG учбурчакда $EG = 2$ см, $SE = SG = \sqrt{5}$ га тенг бўлади. Топилган қийматларни конусга ички чизилган сферанинг r радиуси учун $r = \frac{2S}{a+b+c}$ см га тенг бўлади: $r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Шундай қилиб, берилган пирамидага ички чизилган сферанинг радиуси $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ см га тенг бўлади (22.3-расм).

Саволлар

1. Қандай учбурчакли пирамидага ички сфера чизиш мумкин?
2. Қандай мунтазам пирамидага ички сфера чизиш мумкин?
3. Учбурчакли пирамидага ички чизилган сферанинг маркази нима бўлади?
4. Мунтазам пирамидага ички чизилган сферанинг маркази нима бўлади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

22.1. Мунтазам пирамиданинг баландлиги 2 см га ва унинг асосига ички чизилган айлананинг радиуси 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.2. Мунтазам пирамида ён ёғининг баландлиги 2 см га ва унинг асосига ички чизилган айлананинг радиуси 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.3. Мунтазам пирамиданинг баландлиги 1 см га, ён ёғининг баландлиги эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.4. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги h га, асосининг томонлари эса a га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топиш формуласини ёзинг.

22.5. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги билан асосининг томонлари 3 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.6. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг асосининг томонлари 2 см га тенг ён ёқлари эса асос текислиги билан: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60° ли бурчак ясайди. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

C

22.7. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг баландлиги h га, асосининг томонлари эса a-га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топиш формуласини ёзинг.

22.8. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг баландлиги 1 см га, асосининг томонлари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.9. Мунтазам тетраэдрнинг қирраси 1 см га тенг. Тетраэдрга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.10. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги h га, асосининг томонлари эса a га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топиш формуласини ёзинг.

22.11. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.12. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га, учидаги ясси букрчаклари 90° га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

22.13. Тўртбурчакли пирамиданинг асоси — томонлари 1 см га ва ўткир бурчаги 60° га тенг бўлган ромб. Пирамиданинг баландлиги 1 см га тенг ва унинг асоси ромб диагоналларининг кесишиш нуқтаси бўлади. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

22.14. Ички сфера чизиш мумкин бўлмаган пирамидага мисол келтиринг.

22.15. Октаэдрнинг қирралари 1 см га тенг. Октаэдрга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

22.16. Текисликда фигураларнинг юзи ва хоссаларини такрорланг.

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

1. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам учбурчакли призма асосининг томонини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

2. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам учбурчакли призма асосининг томонини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

3. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

4. Цилиндр асосининг радиуси 3 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

5. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 2 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган конуснинг баландлигини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

6. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган конуснинг баландлигини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

7. Кубнинг қирраси 2 см га тенг. Шу кубга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8. Мунтазам тўртбурчакли призманинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 1 см; B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ см.

9. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 6 см га, асосининг томонлари эса 4 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 4 см; B) 5 см; C) 6 см; D) 8 см.

10. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг қирралари 1 см, 2 см, 3 см га тенг. Шу параллелепипедга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см; B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ см; C) $\frac{\sqrt{11}}{2}$ см; D) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ см.

11. Тўғри учбурчакли призманинг асоси — томонлари 3 см, 4 см, 5 см бўлган учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган сфера маркази қаерда жойлашишини топинг.

A) призманинг ичида ётади;
B) призманинг сиртида ётади;
C) призманинг қиррасида ётади;
D) призмадан ташқарида ётади.

12. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг баландлиги 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

A) 1 см; B) 2 см; C) 3 см; D) 4 см.

13. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 1 см; B) 2 см; C) 3 см; D) 4 см.

14. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари эса 3 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сфера марказининг қаерда жойлашишини топинг.

A) пирамиданинг ичида ётади;
B) пирамиданинг ён ёғида ётади;
C) пирамиданинг асосида ётади;
D) пирамидадан ташқарида ётади.

15. Кубнинг қирраси 2 см га тенг. Шу кубга ички чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) 1 см; B) $\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16. Сферанинг радиуси 2 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган кубнинг қиррасини топинг:

A) 1 см; B) 2 см; C) 3 см; D) 4 см.

17. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган призманинг баландлигини топинг:

A) 1 см; B) 2 см; C) 3 см; D) 4 см.

18. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 6 см га тенг. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) $\sqrt{2}$ см; B) $2\sqrt{2}$ см; C) $\sqrt{3}$ см; D) $2\sqrt{3}$ см.

19. Мунтазам олтибурчакли призмага ички радиуси 3 см бўлган сфера чизилган. Шу призма асосининг томонларини топинг:

A) $2\sqrt{2}$ см; B) $2\sqrt{3}$ см; C) $3\sqrt{2}$ см; D) $3\sqrt{3}$ см.

20. Мунтазам тетраэдрнинг қирралари 4 см га тенг. Шу тетраэдрга ички чизилган сферанинг радиусини топинг:

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ см; B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см; C) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ см; D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

V боб ЖИСМЛАРНИНГ ҲАЖМЛАРИ

23-§. Жисмлар ҳажмларининг умумий хоссалари

Ҳажм — геометрик фигураларнинг фазодаги қисмини тавсифловчи катталик. Ҳажм геометрик жисмларга доир асосий катталиклардан бири ҳисобланади.

Ҳажм ўлчов бирлиги сифатида қиррасининг узунлиги 1 га тенг бўлган куб олинади. У *бирлик куб* деб аталади.

Масалан, агар узунлик ўлчов бирлиги 1 мм, 1 см ёки 1 м бўлса, у ҳолда ҳажм ўлчов бирлиги сифатида қиррасининг узунлиги мос равишда 1 мм, 1 см ёки 1 м бўлган куб олинади. Бундай куб мос равишда *куб миллиметр, куб сантиметр*, ёки *куб метр* деб аталади.

Оддий ҳолларда фигуранинг ҳажми шу фигура ичига сиғадиган бирлик кубларнинг ва унинг қисмларининг сони билан ўлчанади. Бу натурал, рационал ёки иррационал сон бўлиши мумкин. Фигуранинг ҳажми ўлчов бирлигига боғлиқ бўлганлигидан тушунарли бўлиши учун амалда шу сондан кейин ҳажмнинг ўлчов бирлиги кўрсатилади. Масалан, V мм^3, V см^3, V м^3.

Фазода фигуранинг ҳажми учун қуйидаги хоссалар бажарилиши лозим:

1) Фазода фигураларнинг ҳажми мусбат сон;

2) Тенг фигураларнинг ҳажмлари тенг;

3) Агар Φ фигура Φ_1 ва Φ_2 фигуралардан ташкил топса, у ҳолда Φ фигуранинг ҳажми Φ_1 ва Φ_2 фигуралар ҳажмларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни

$$V(\Phi) = V(\Phi_1) + V(\Phi_2).$$

4. Битта учидан чиқувчи қирралари a, b, c бўлган тўғри *бурчакли параллелепипеднинг V ҳажми* ушбу формула орқали ҳисобланади:

$$V(\Phi) = a \cdot b \cdot c.$$

Баъзида *тўғри бурчакли параллелепипеднинг* ҳажми унинг чизиқли ўлчовларининг кўпайтмасига тенг ёки унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасига тенг дейилади. Охирги мулоҳаза исталган параллелепипед учун тўғри.

Хусусий ҳолда қирраси a га тенг бўлган кубнинг V ҳажми қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$V = a^3.$$

Сиз қандай ўйлайсиз, фигуранинг ҳажми нолга тенг бўладими?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ҳажмлари тенг бўлган иккита *фигура тенг фигуралар* дейилади.

Нуқталари орасидаги масофа бир хил мусбат сонга кўпайтириб текисликда шакл алмаштириш ўхшашлик деб аталишини ёдга соламиз. Яъни, *ўхшашлик* алмаштириши давомида истьталган A, B нуқталар мос равишда A', B' нуқталарга ўтса, $A'B' = k \cdot AB$ бўлади, бунда k — *ўхшашлик коэффициенти* деб аталадиган сон.

Агар фазода икки фигурадан бирини иккинчисига ўтказувчи ўхшашлик шакл алмаштириши мавжуд бўлса, у ҳолда бу икки фигура *ўхшаш* деб аталади..

Ўхшаш фигураларга мисоллар:

1) Иккита кубнинг ўхшашлик коэффициенти шу куб қирралари узунликларининг нисбатига тенг бўлади;

2) Иккита тўғри бурчакли параллелепипеднинг a', b', c' билан a, b, c қирралари учун ушбу тенгликлар бажарилади:

$$a' = ka,\ b' = kb,\ c' = kc,$$

Бунда k — исталган ўзгармас сон;

3) Иккита шарнинг ўхшашлик коэффициенти шу шар радиусларининг нисбатига тенг бўлади.

Иккита ўхшаш кўпёқ сиртларининг юзаларининг нисбати ўхшашлик коэффициентининг квадратига тенг бўлишини исботланг.

Иккита ўхшаш шар сиртларининг юзаларининг нисбати ўхшашлик коэффициентининг квадратига тенг бўлишини текширинг.

Иккита ўхшаш тўғри бурчакли параллелепипед ҳажмларининг нисбати ўхшашлик коэффициентининг кубига а тенг бўлишини текширинг.

Иккита ўхшаш фигура ҳажмларининг нисбати ўхшашлик коэффициентининг кубига тенг бўлишини исботсиз берамиз, яъни агар k ўхшашлик коэффициенти бўйича Φ_2 фигура Φ_1 фигурага ўхшаш бўлса, у ҳолда шу фигураларнинг ҳажмлари учун қуйидаги формула бажарилади:

$$V(\Phi_2) = k^3 V(\Phi_1).$$

Саволлар

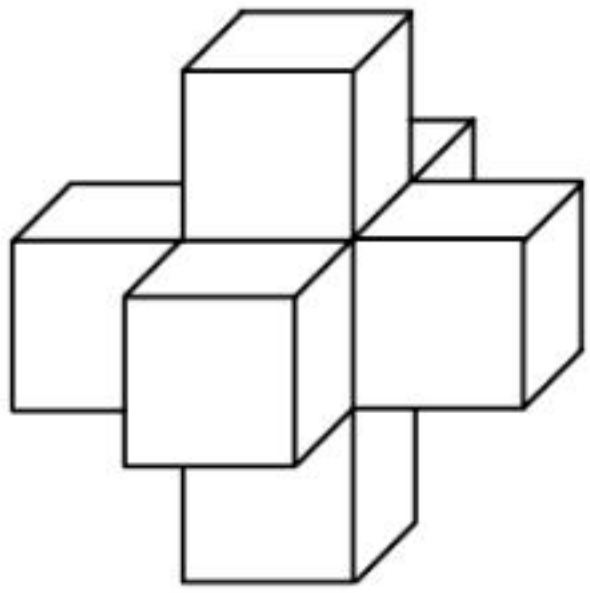
1. Ҳажм қандай катталикни тавсифлайди?
2. Ҳажм ўлчов бирлиги сифатида нима олинади?
3. Ҳажмнинг хоссаларини айтинг.
4. Фазода қандай фигуралар тенг деб аталади?
5. Фазода қандай шакл алмаштириш ўхшашлик деб аталади?
6. Фазода қандай фигуралар ўхшаш деб аталади?
7. Ўхшаш фигураларнинг ҳажмлари ўзаро қандай боғланган?
8. Фазода ўхшаш фигураларга мисоллар келтиринг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Масалалар

A



23.1-расм

23.1. Кубнинг ҳажми 27 см^3 га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.

23.2. Куб сиртининг юзи 24 см^2 га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

23.3. Кубнинг диагонали $\sqrt{12}$ см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

23.4. 23.1-расмда фазовий фигурани ташкил этувчи кубларнинг қирралари 1 см га тенг. Шу фигуранинг ҳажмини топинг.

23.5. Агар кубнинг барча қирралари 3 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?

23.6. Агар тўғри бурчакли параллелепипеднинг барча қирралари 2 марта камайтирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта камаяди ?

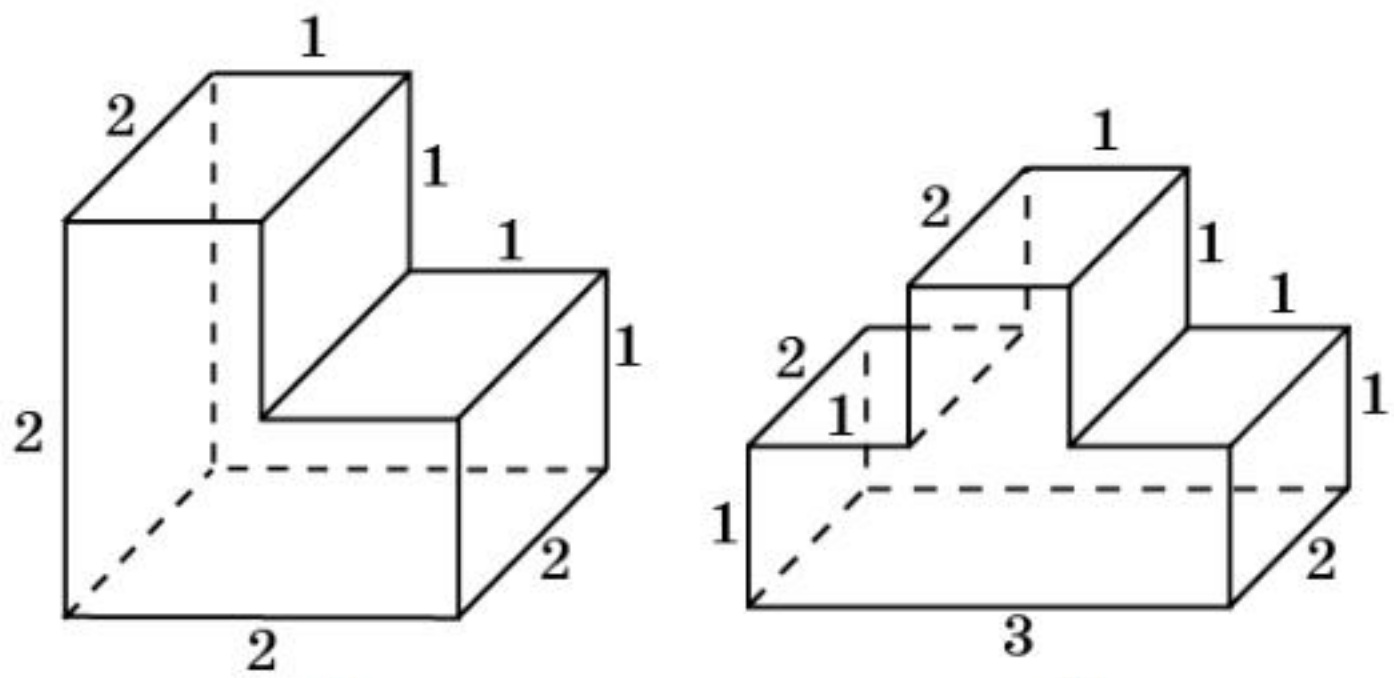
23.7. Агар тўғри бурчакли параллелепипеднинг: 1) бир чизиқли ўлчови 2 марта орттирилса; 2) икки чизиқли ўлчови 3 марта камайтирилса, у ҳолда унинг ҳажми қандай ўзгаради?

23.8. Қурилиш ғиштининг массаси 4 кг. Барча чизиқли ўлчовлари шу ғиштнинг ўлчовларидан тўрт марта кичик бўлган ўйинчоқ ғиштнинг массаси неча грамм бўлади?

B

23.9. Мактаб синф хонасининг баландлиги 3,5 м га тенг. Агар ҳар бир ўқувчига 7,5 м^3 ҳаво керак бўлса, у ҳолда 28 та ўқувчига мўлжалланган синф хонасининг юзаси қандай бўлиши керак?

23.10. 23.2-расмда тўғри бурчакли параллелепипедлардан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг.

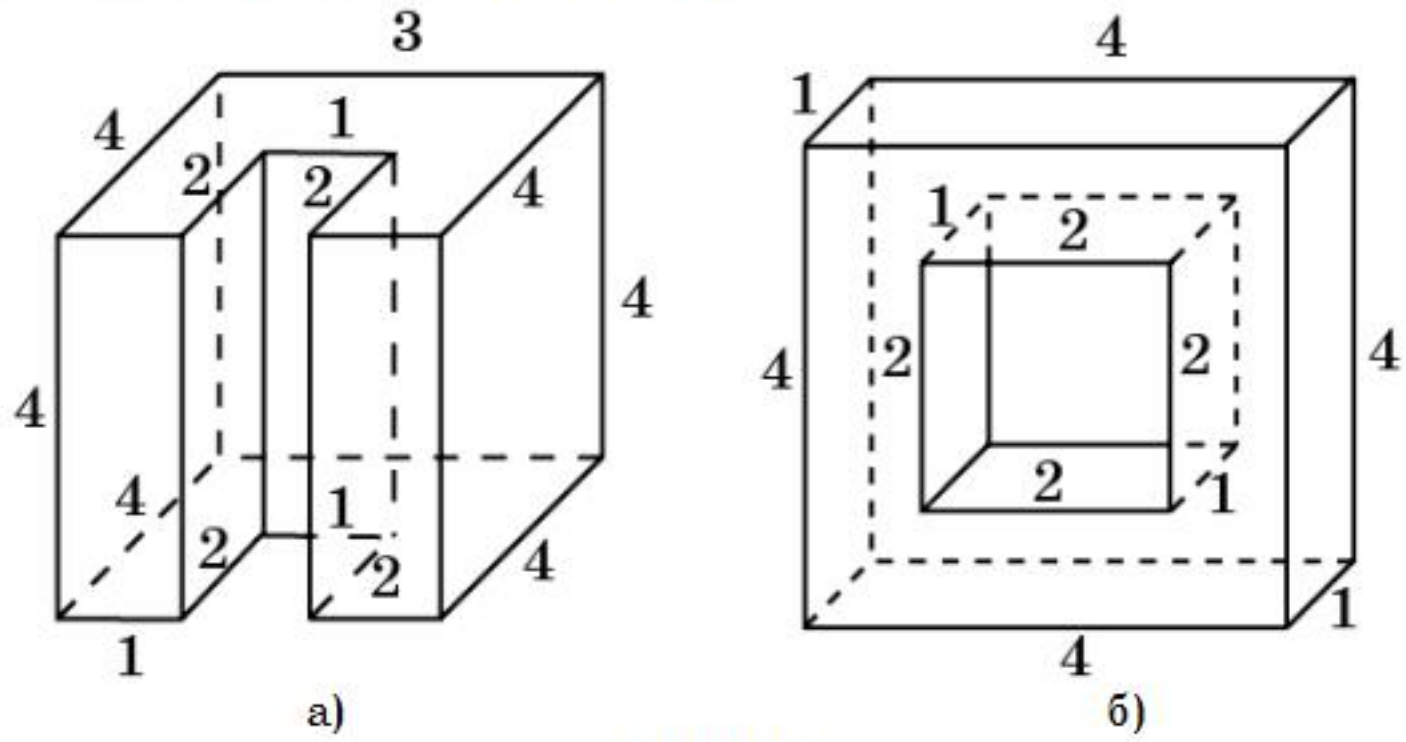


23.2-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

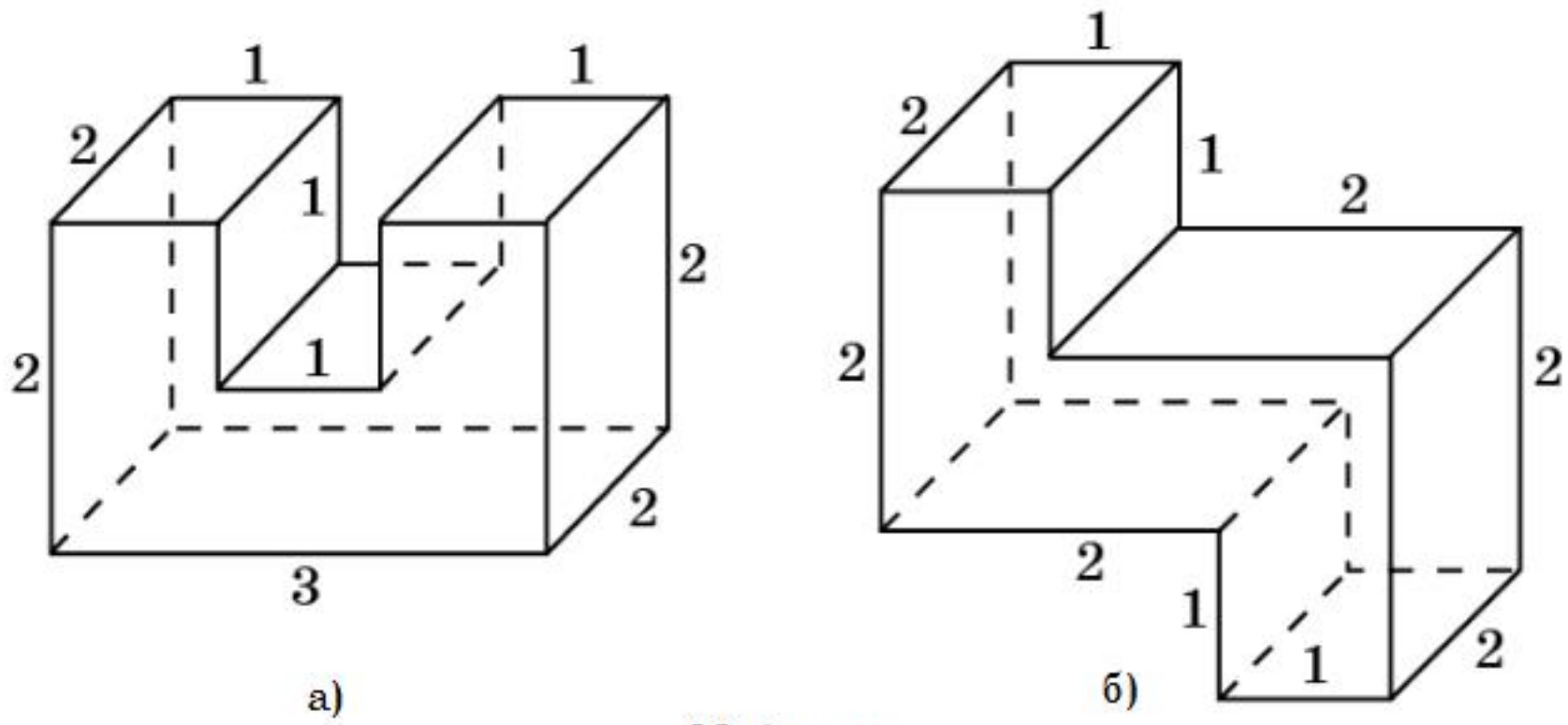
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

23.11. 23.3-расмда тўғри бурчакли параллелепипедлардан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг.



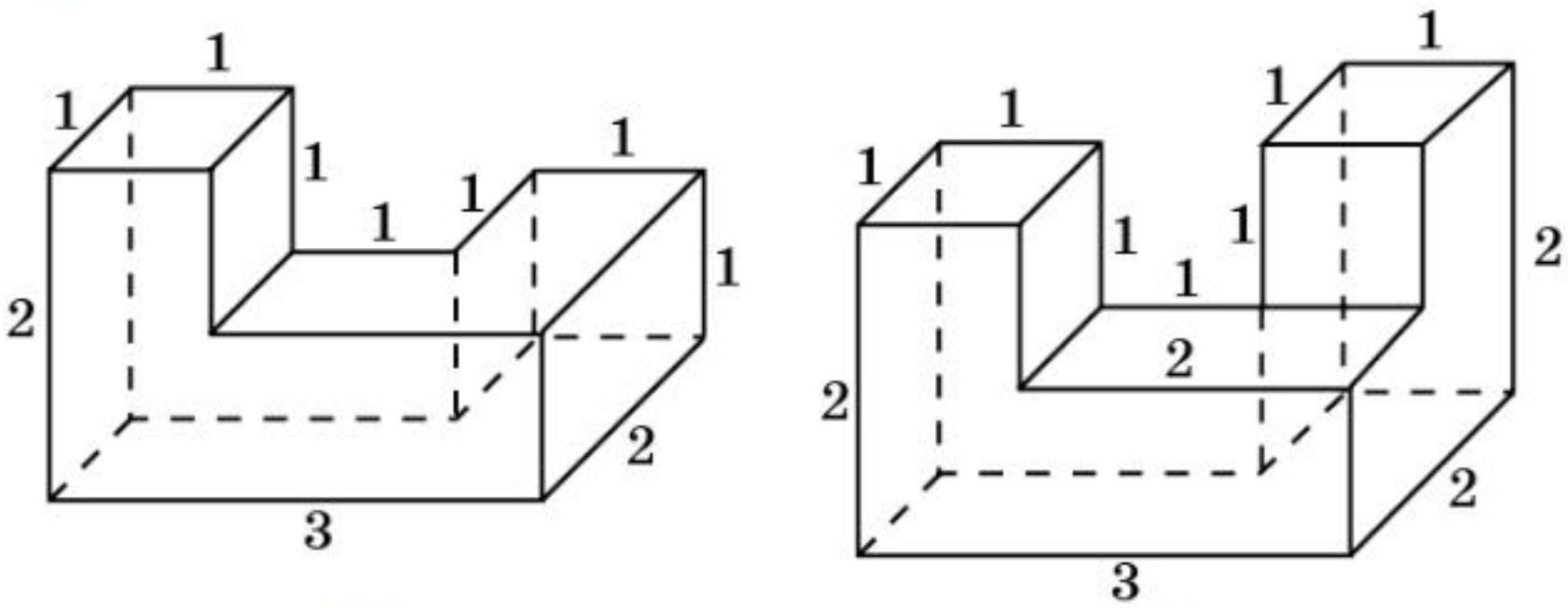
23.3-расм

23.12. 23.4-расмда тўғри бурчакли параллелепипедлардан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг.



23.4-расм

23.13. 23.5-расмда тўғри бурчакли параллелепипедлардан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг.

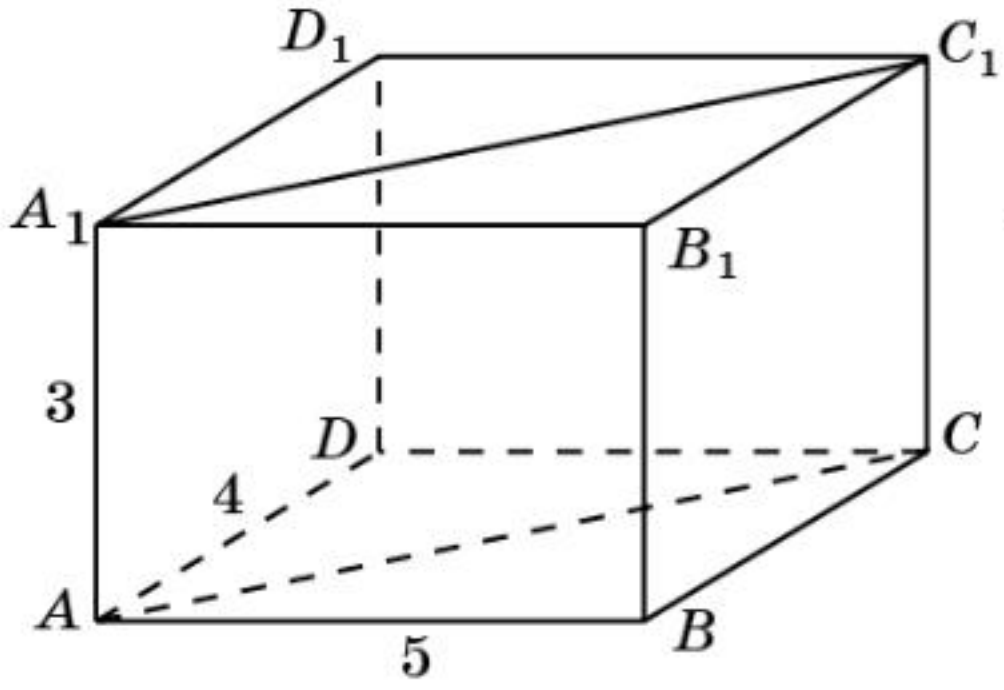


23.5-расм

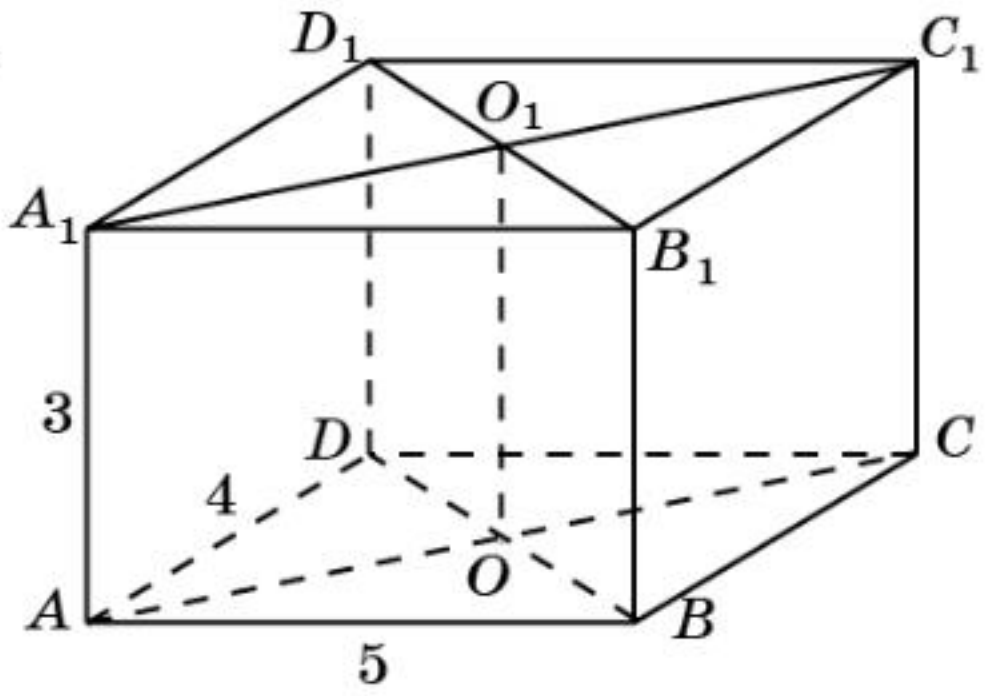
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

23.14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқадиган қирралари 5 см, 4 см, 3 см га тенг. $ABCA_1B_1C_1$ учбурчакли призманинг ҳажмини топинг (23.6-расм).



23.6-расм

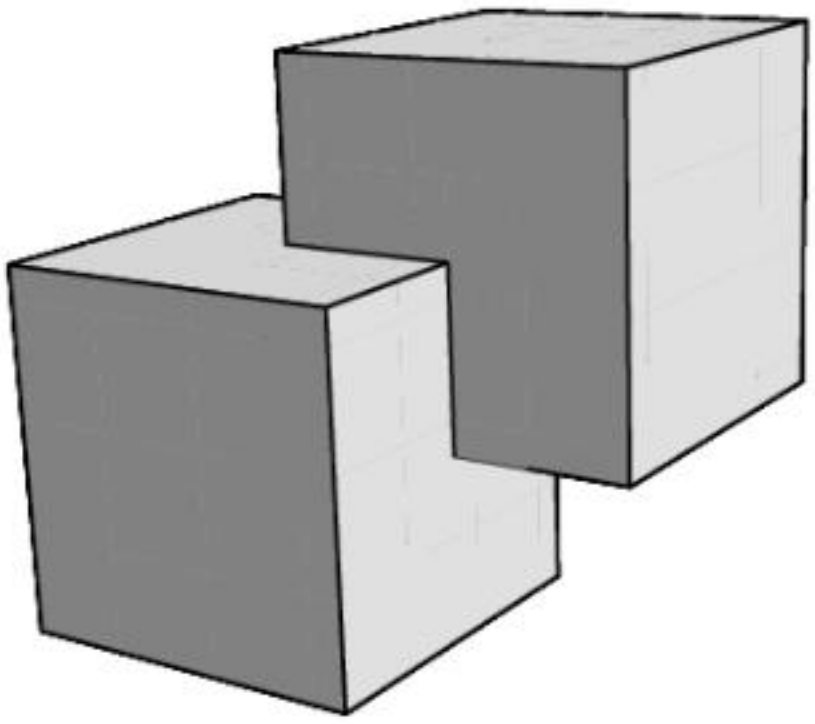


23.7-расм

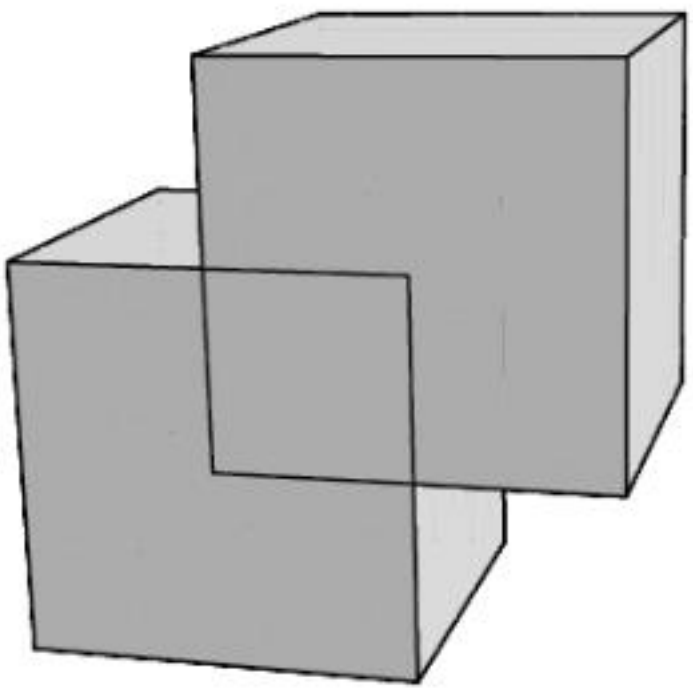
23.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқадиган қирралари 5 см, 4 см, 3 см га тенг. $ABOA_1B_1O_1$ учбурчакли призманинг ҳажмини топинг (23.7-расм).

23.16. Балиқ боқадиган аквариумнинг асоси — томонлари 40 см ва 50 см бўлган тўғри тўртбурчак. Аквариумдаги сувнинг чуқурлиги 80 см ни ташкил этади. Бу сув иккинчи аквариумга қуйилди. Иккинчи аквариумнинг асоси — томонлари 80 см ва 100 см га тенг бўлган тўғри тўртбурчак. Бунда сувнинг чуқурлиги қандай бўлади?

23.17. Бирининг учи иккинчисининг марказида жойлашган иккита бирлик кубнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг (23.8-расм).



23.8-расм



23.9-расм

23.18. Бирининг иккита учи иккинчисининг қарама-қарши ёғининг марказларида жойлашган иккита бирлик кублардан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг (23.9-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

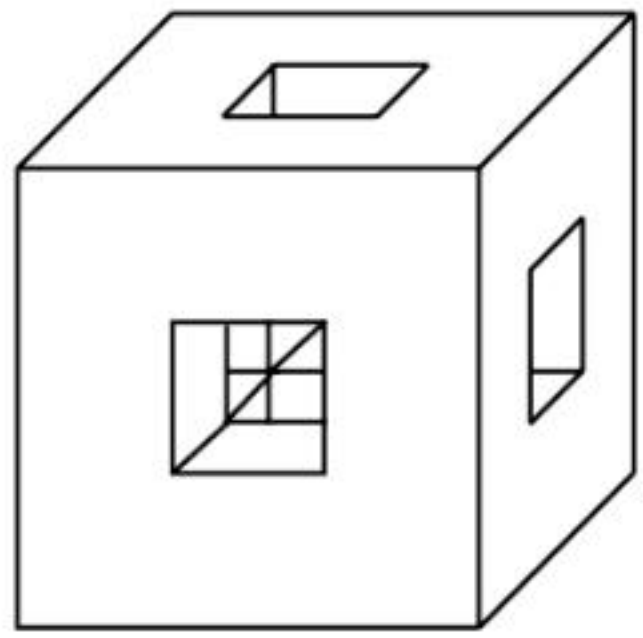
23.19. Қурилиш ғиштининг ўлчами 25 см × 12 см × 6 см. Цемент эритмаси ҳажмни 15% га орттирадиган бўлса, 10000 та ғиштдан қаланган деворнинг ҳажмини топинг.

23.20. Қирралари 1 см, 6 см ва 8 см бўлган учта қўрғошин кублар эритилиб битта куб ясалди. Ҳосил бўлган куб қиррасининг узунлигини топинг.

C

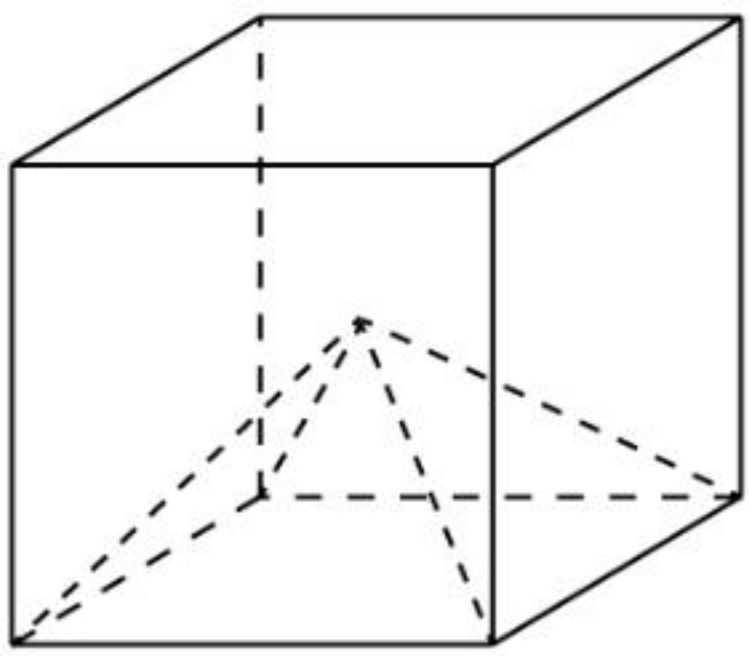
23.21. Агар кубнинг ҳар бир қиррасини 2 см га орттирилса. У ҳолда кубнинг ҳажми 98 см^3 га ортади. Кубнинг қиррасини топинг.

23.22. Қирраси 6 см бўлган кубнинг ҳар бир ёғидан қирраси 2 см га тенг бўлган бир-бирига ўтувчи квадрат шаклидаги тешиклар ясалган (23.10-расм). Кубнинг қолган қисмларининг ҳажмини топинг.

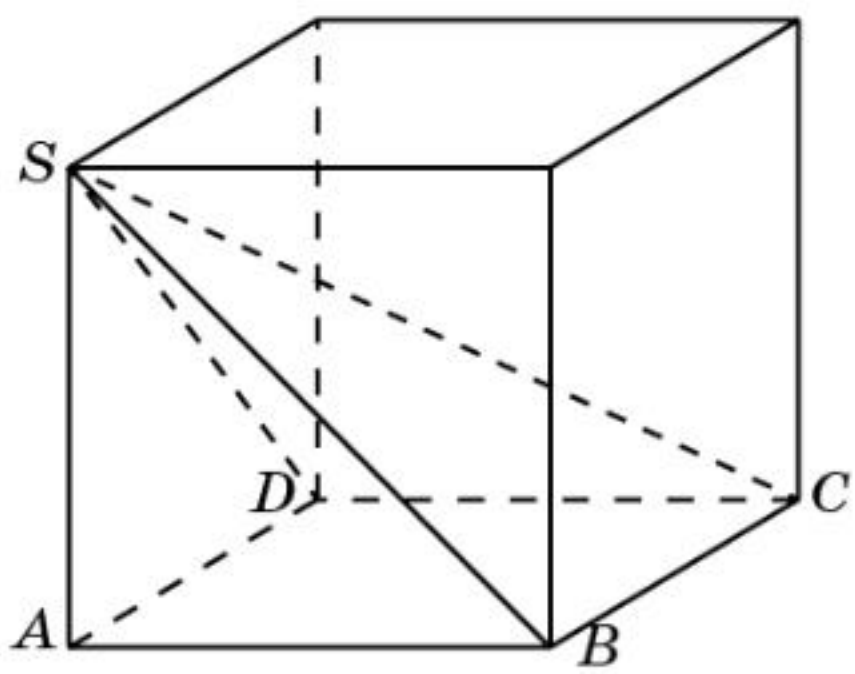


23.10-расм

23.23. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг асоси — бирлик кубнинг бир ёғи, учи эса шу кубнинг маркази бўлади (23.11-расм). Пирамиданинг ҳажмини топинг.



23.11-расм



23.12-расм

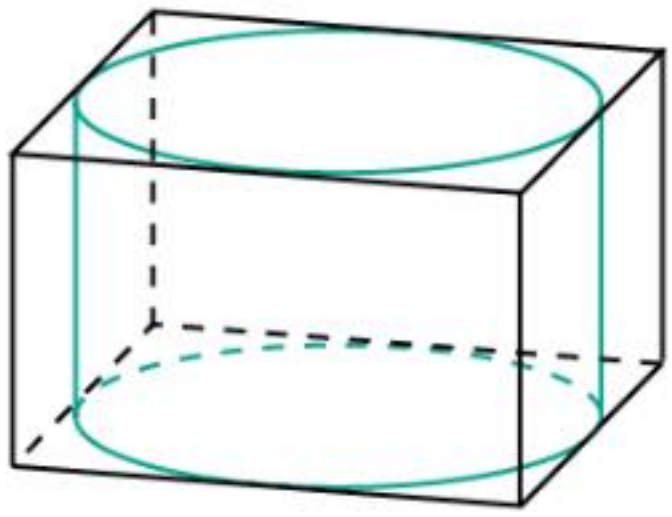
23.24. Тўртбурчакли пирамиданинг асоси — бирлик кубнинг бир ёғи, учи — шу ёғида ётмайдиган кубнинг учи бўлади (23.12-расм). Пирамиданинг ҳажмини топинг.

23.25. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 1 см га тенг. Ушбу цилиндрга ташқи чизилган тўғрибурчакли параллелепипеднинг ҳажмини топинг (23.13-расм).

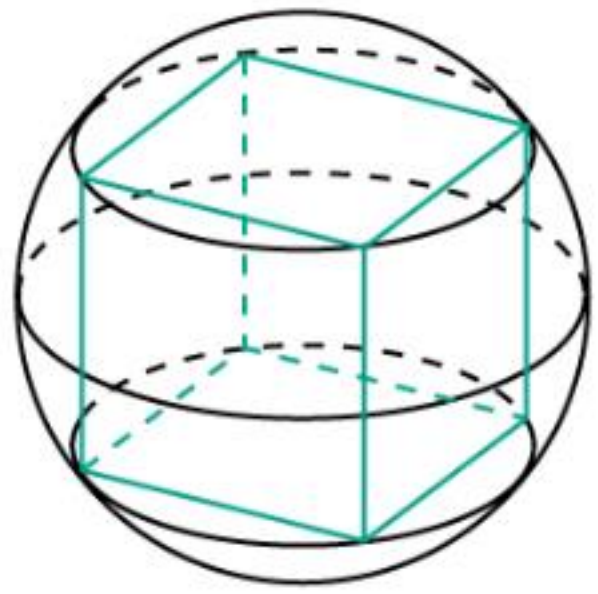
23.26. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу сферага ички чизилган кубнинг ҳажмини топинг (23.14-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

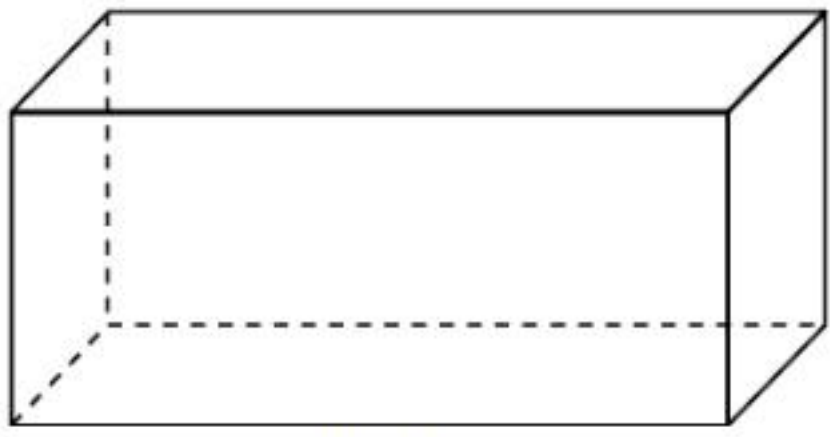
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



23.13-расм



23.14-расм



23.15-расм

23.27. Кубнинг маркази орқали ўтувчи текислик уни ўзаро тенг иккита бўлакка бўлишини исботланг.

23.28. Параллелепипед шаклидаги идиш берилган (23.15-расм). Идиш ҳажмининг ярми сув билан тўлдирилган. Расмини чизинг ва тушунтиринг. Агар идишнинг бўйи 4 см, эни баландлигидан 0,5 м га ортиқ, баландлиги эса бўйининг 37,5% ини ташкил этса, қуйилган сувнинг ҳажмини топинг.

23.29. Аквариумнинг бўйи 80 см, эни 45 см, баландлиги эса 55 см. Сув сатҳи аквариумнинг юқориги чегарасидан 10 см пастда бўлиши учун шу аквариумга неча литр сув қуйиш керак?

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

23.30. Призманинг, ички чизилган ва ташқи чизилган призмаларнинг таърифларини такрорланг.

24-§. Призманинг ҳажми

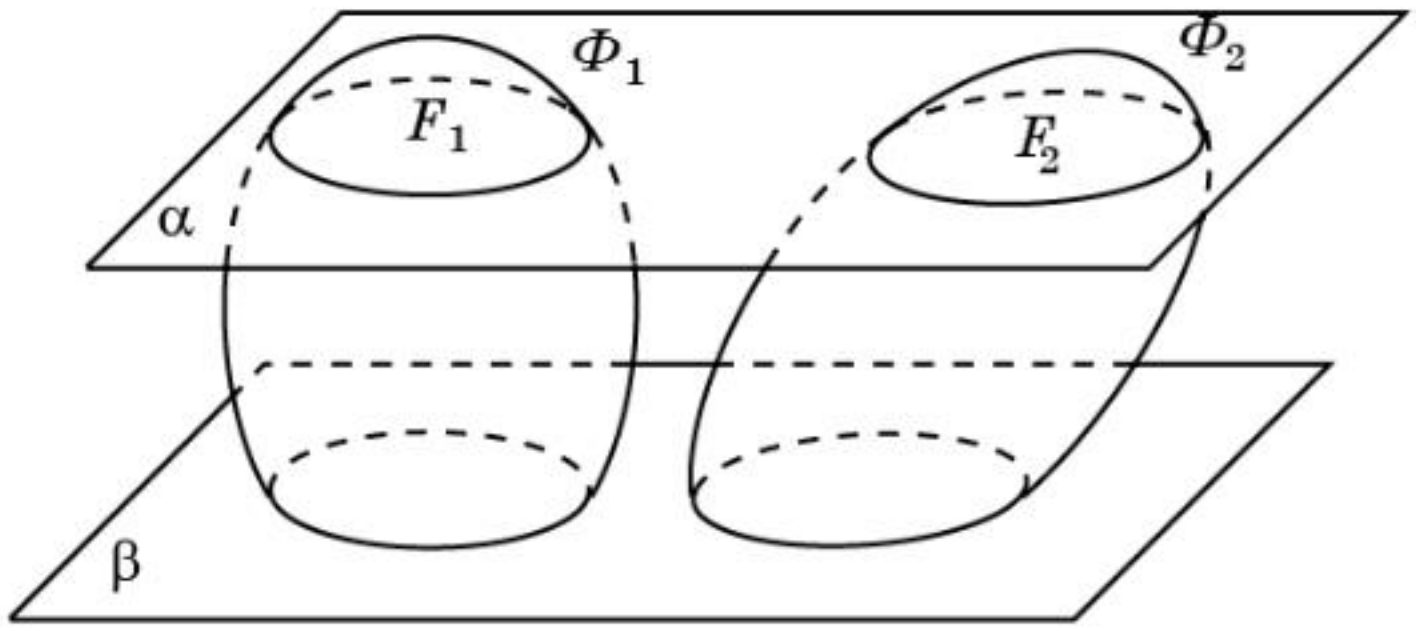
Итальялик математик Бонавентура Кавальери (1598—1647 йй.) таклиф қилган фазовий фигураларнинг ҳажмини топиш усулини кўриб чиқамиз.

Кавальери принципи. ***Агар фазода Φ_1 ва Φ_2 фигураларнинг битта текисликка параллел бўлган текисликлар билан кесимларида юзалари бир хил F_1 ва F_2 фигуралар ҳосил бўлса, у ҳолда берилган фазовий фигураларнинг ҳажмлари тенг бўлади*** (24.1-расм).

Кавальери принципини асослаш учун Φ_1 ва Φ_2 фигураларни қалинлиги бир хил юпқа қаватлардан ясалган деб оламиз. Улар Φ_1 ва Φ_2 фигураларни маълум бир текисликка параллел текисликлар билан

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



24.1-расм

кесишишидан пайдо бўлади (24.1-расм). Ушбу қаватларнинг қалинлиги билан юзаларининг тенглигидан уларнинг ҳажмларининг тенглиги келиб чиқади. Демак, шу қаватлардан ясалган Φ_1 ва Φ_2 фигураларнинг ҳажмлари ҳам тенг бўлади.

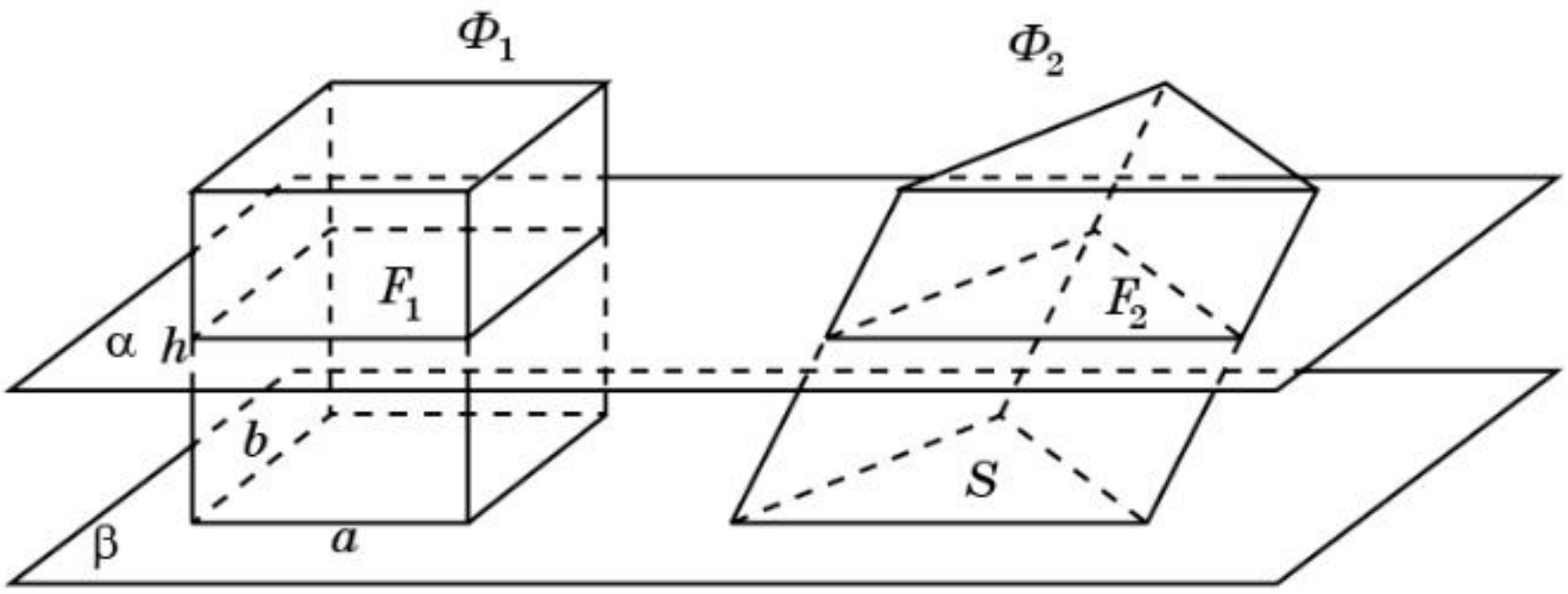
Кавальери принципидан фойдаланиб, исталган призманинг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқариш мумкин:

Теорема. ***Призманинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасига тенг бўлади:***

$$V = S \cdot h,$$

бунда S — призманинг асосининг юзи, h — призманинг баландлиги.

Исботи. Асосининг юзи S ва баландлиги h бўлган призма учун тўғри бурчакли параллелепипедни кўриб чиқамиз. Унинг бир учидан чиқувчи қирралари a, b, h га тенг, ва $a \cdot b = S$ бўлсин. Призма билан параллелепипедни унинг a, b томонлари ётган ёғи призма асосининг b текисликда ётган ва ўзи шу текисликнинг бир ёғида бўладиган қилиб жойлаштирамиз (24.2-расм).



24.2-расм

Параллелепипеднинг b текисликка параллел a текислик билан кесимида b текисликдаги томонлари a, b бўлган тўғри тўртбурчакка тенг бўлган тўғри тўртбурчак пайдо бўлади. Призманинг ушбу a те-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

кислик билан кесимида асосига тенг бўлган кўпбурчак ҳосил бўлади. Бу кесимларнинг юзалари тенг. Демак, Кавльери принципи бўйича параллелепипед билан призманинг ҳажмлари тенг бўлади. Бундан призманинг ҳажми $V = S \cdot h$ эканлиги келиб чиқади.

Тўғри призманинг баландлиги унинг ён қирраси билан устма-уст тушади, ҳажми эса асосининг юзи билан қиррасининг кўпайтмасига тенг бўлади.

Баландлиги h ва асосининг томонлари a бўлган мунтазам: а) учбурчакли; б) олтибурчакли призманинг ҳажмини топиш формулаларини келтириб чиқаринг.

Саволлар

1. Кавальери принципи қандай тушунтирилади?
2. Призманинг ҳажми қандай топилади?

Масалалар

A

24.1. Учбурчакли призманинг асоси — катетлари 3 см ва 4 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Призманинг баландлиги 10 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

24.2. Мунтазам учбурчакли призманинг баландлиги 5 см га, асосининг томонлари эса 4 см га тенг. Шу призманинг ҳажмини топинг

24.3. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 3 см га, асосининг томонлари 2 см га тенг. Шу призманинг ҳажмини топинг.

24.4. Тўртбурчакли призманинг асоси-томонлари 1 см га тенг бўлган квадрат. Призманинг ён қирралари 2 см га тенг ва улар асос текислиги билан 60° ли бурчак ясайди. Призманинг ҳажмини топинг.

24.5. Параллелепипеднинг ёғи — томонлари 1 см ва ўткир бурчаги 60° Параллелепипеднинг ёғи — томонлари 1 см ва ўткир бурчаги 60° ли бурчак ясайди. Унинг ҳажмини топинг.

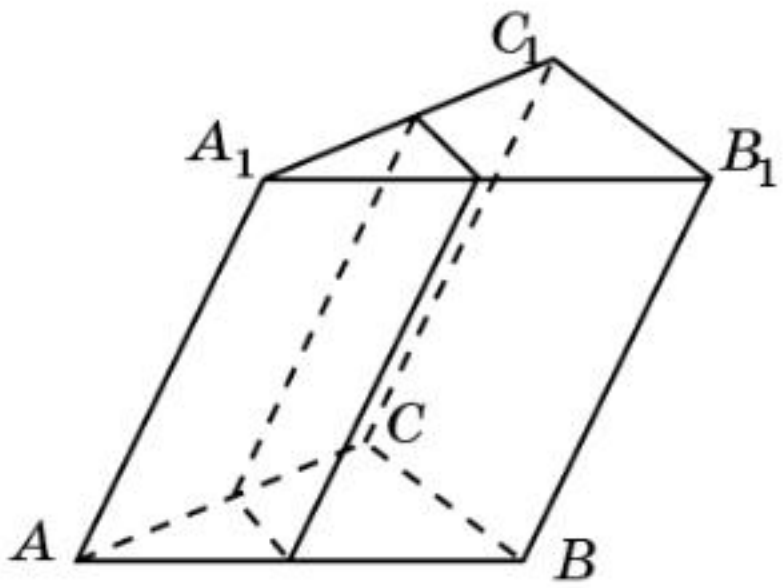
B

24.6. Мунтазам учбурчакли призманинг ҳажми 4800 см^3 га, асосининг томонлари 20 см га тенг. Призманинг баландлигини топинг.

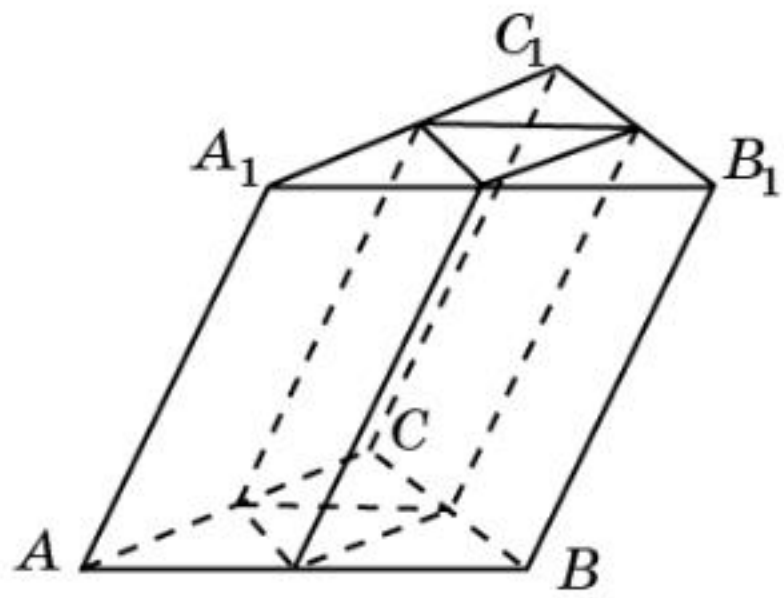
24.7. Учбурчакли призма асосининг ўрта чизиғи орқали унинг ён қиррасига параллел текислик ўтказилган (24.3-расм). Бу текислик призманинг ҳажмини қандай нисбатда бўлади?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



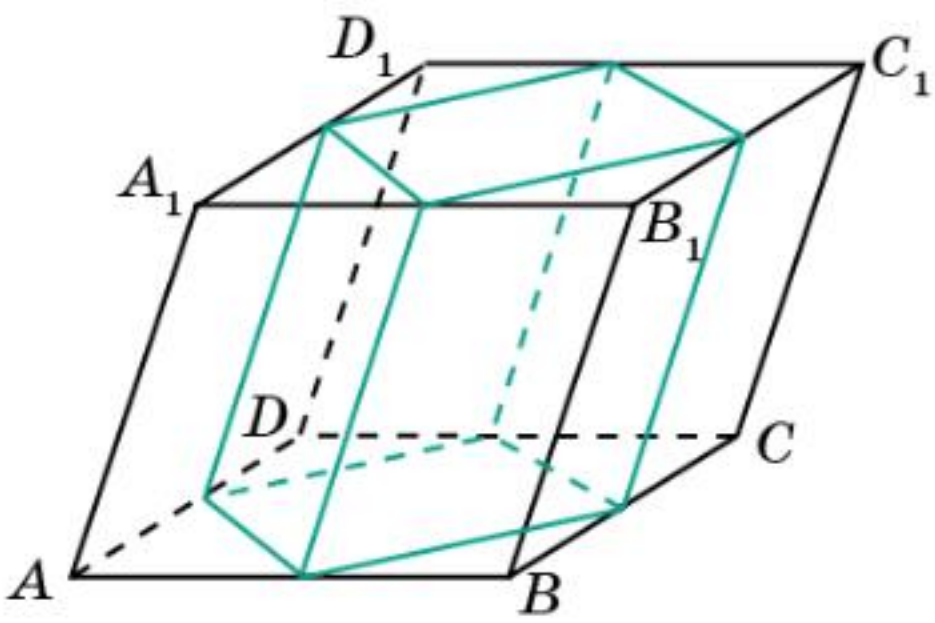
24.3-расм



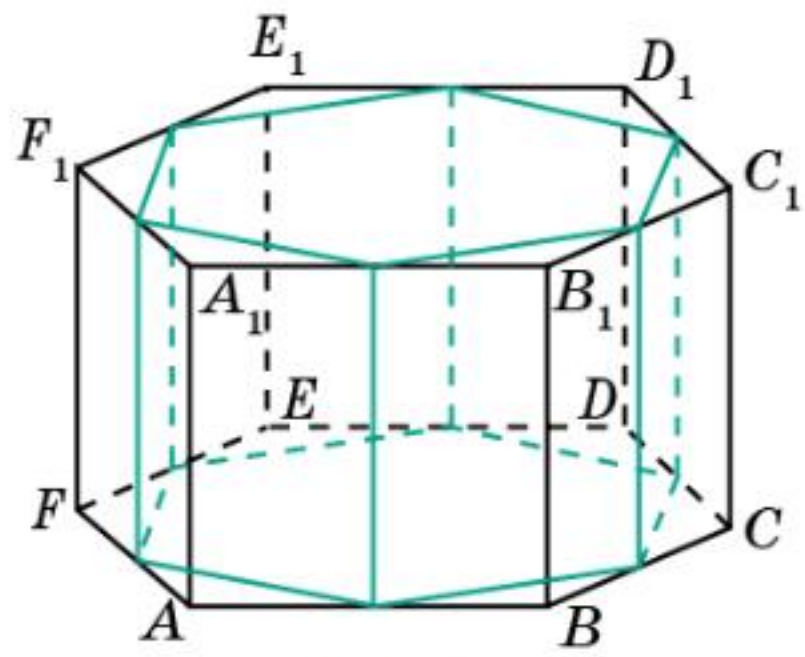
24.4-расм

24.8. Учбурчакли призманинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Асосининг учлари берилган призма асосининг томонларининг ўрталари бўладиган иккинчи призманинг ҳажмини топинг (24.4-расм).

24.9. Тўртбурчакли призманинг ҳажми 10 см^3 га тенг. Асосининг учлари берилган призма асосининг томонларининнг ўрталари бўладиган иккинчи призманинг ҳажмини топинг (24.5-расм).



24.5-расм



24.6-расм

24.10. Олтибурчакли призманинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Асосининг учлари призма асосининг томонларининг ўрталари бўладиган иккинчи призманинг ҳажмини топинг (24.6-расм).

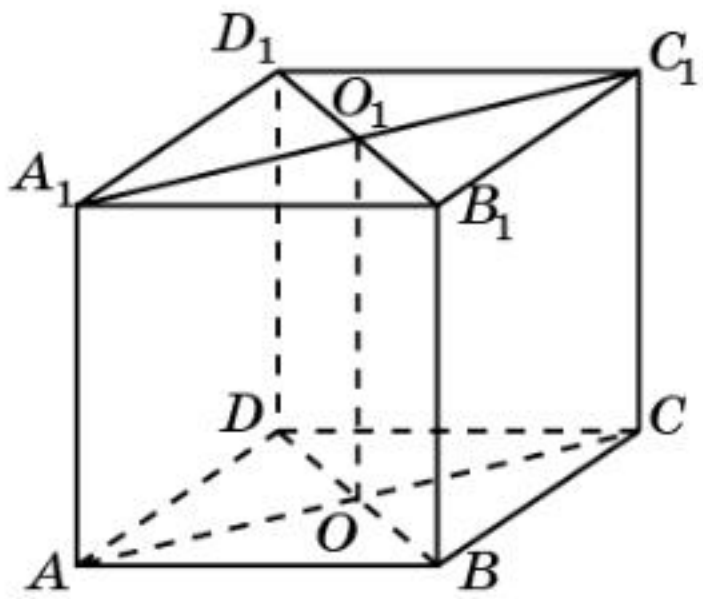
24.11. Мунтазам n бурчакли иккита призма ўхшаш бўлиши учун уларнинг ён қирралари билан асосининг томонларига нисбатан шартларни келтириб чиқаринг. Шу призма ҳажмларининг нисбатини топинг.

C

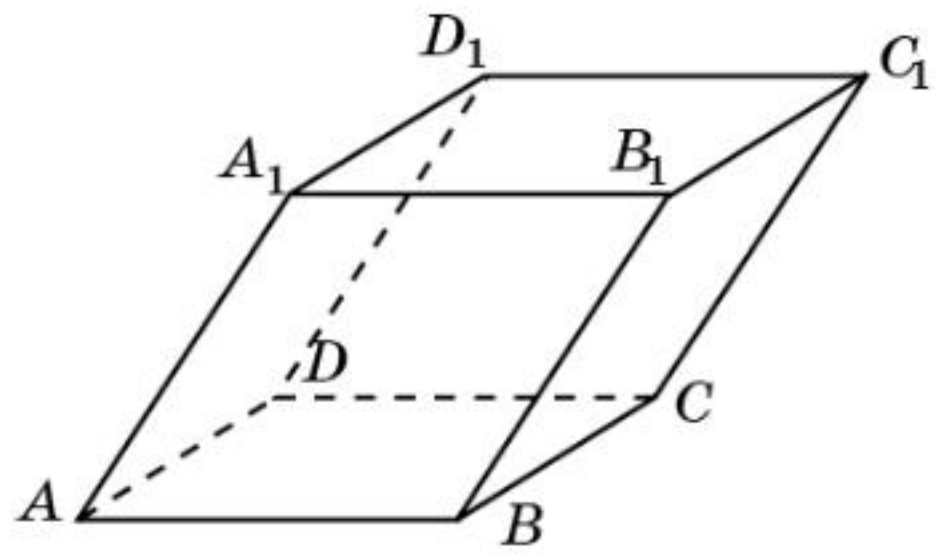
24.12. Тўғри пизманинг асоси — юзаси 1 м^2 га тенг бўлган ромб. Унинг диагонал кесимларининг юзалари 3 м^2 ва 6 м^2 га тенг (24.7-расм). Призманинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



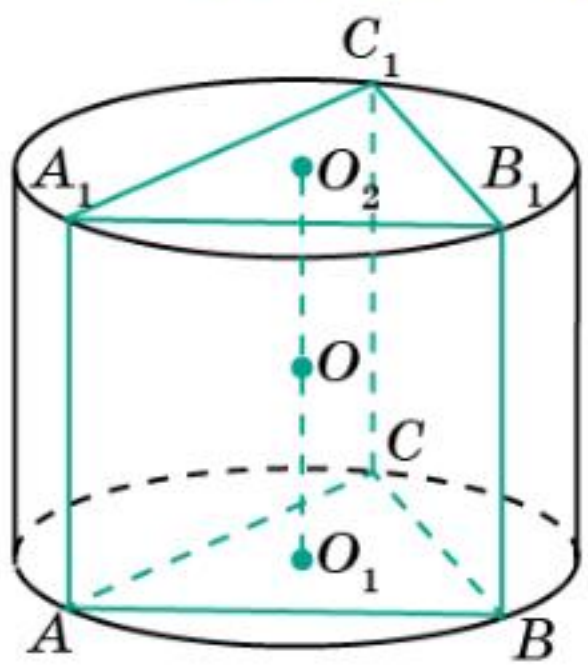
24.7-расм



24.8-расм

24.13. Параллелепипеднинг умумий учи бўлган учта ёғи — томонлари 1 см, учидаги ўткир бурчаги 60°га тенг бўлган ромб (23.8-расм). Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

24.14. Параллелепипеднинг қўшни иккита ёғининг юзалари S_1 ва S_2,уларнинг умумий қирраси эса a га тенг ва ораларидаги икки ёқли бурчак 150° га тенг (24.8-расм). Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.



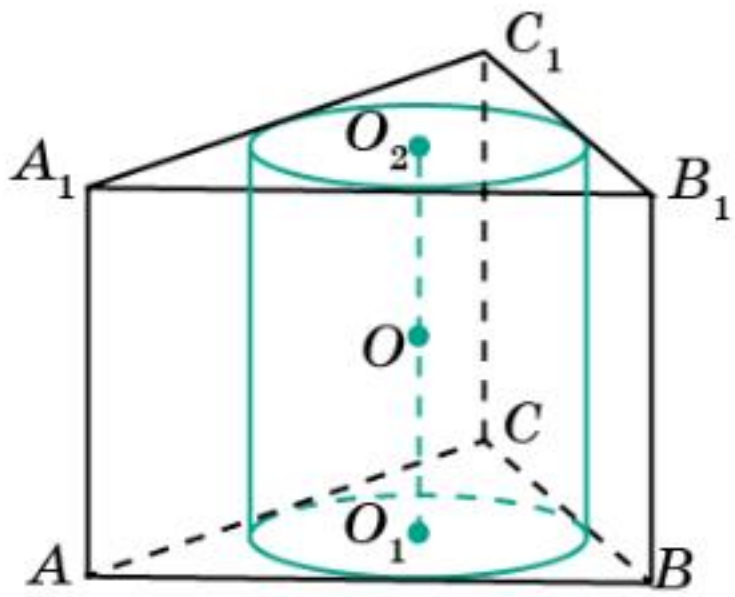
24.9-расм

24.15. Фазода учта параллелепипед берилган. Ҳар бир параллелепипедни иккита тенг бўлакларга бўлиш учун кесувчи текислик қандай ўтказилиши керак?

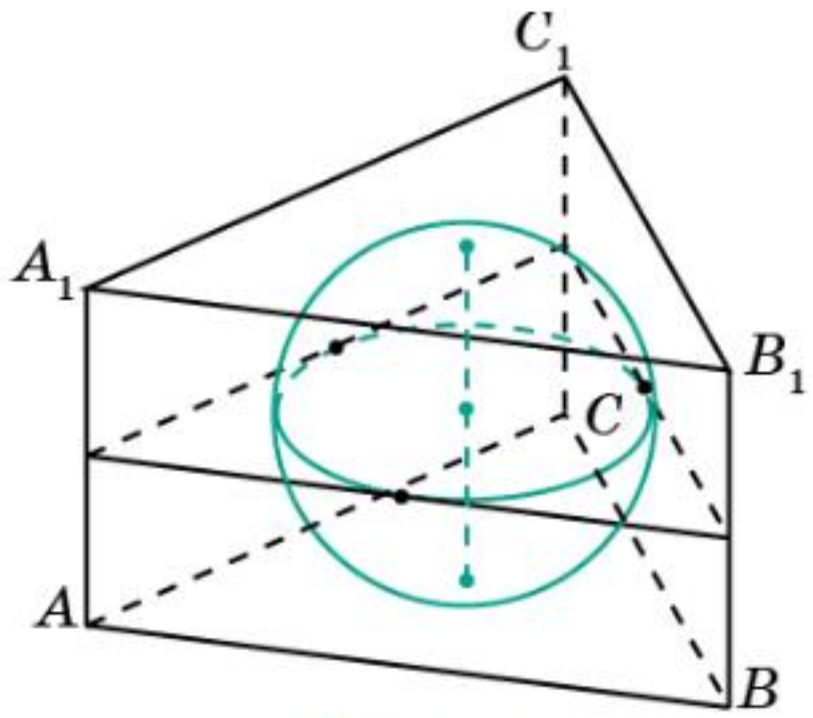
24.16. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам учбурчакли пиризманинг ҳажмини топинг (24.9-расм).

24.17. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам учбурчакли пиризманинг ҳажмини топинг (24.10-расм).

24.18. Бирлик сферага ташқи чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ҳажмини топинг (24.11-расм).



24.10-расм



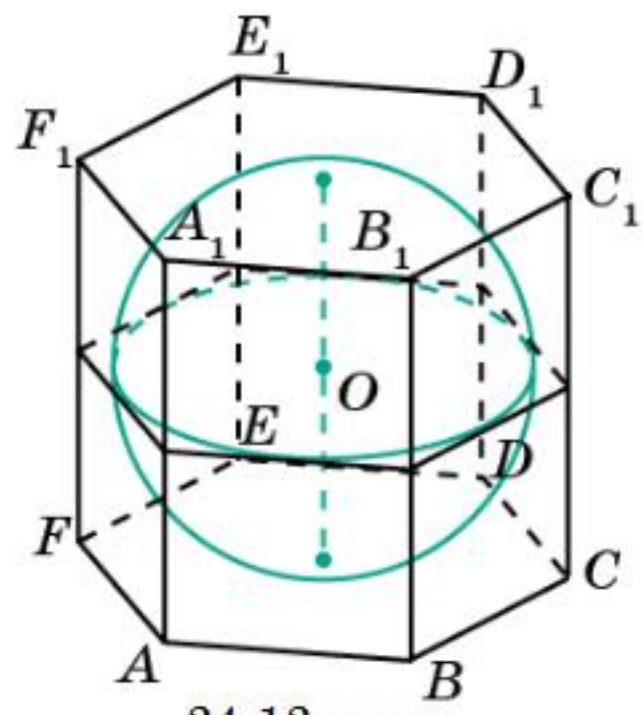
24.11-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

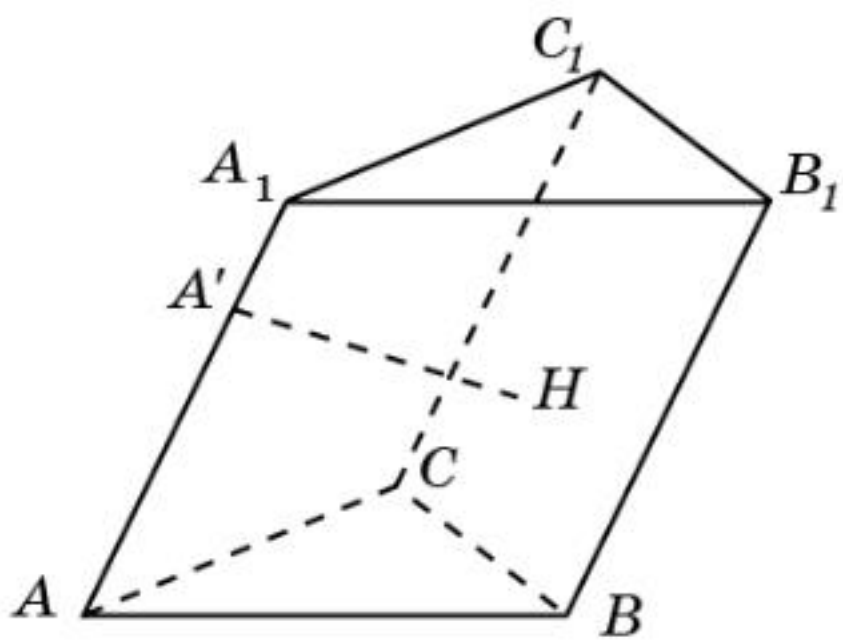
24.19. Бирлик сферага ташқи чизилган мунтазам олтибурчакли призманинг ҳажмини топинг (24.12-расм).

24.20. Учбурчакли оғма призманинг битта ён ёғининг юзаси Q га, шу ён ёғидан унга қарама-қарши ётган қиррасигача бўлган масофа d га тенг. Призманинг ҳажмини топинг (24.13-расм).

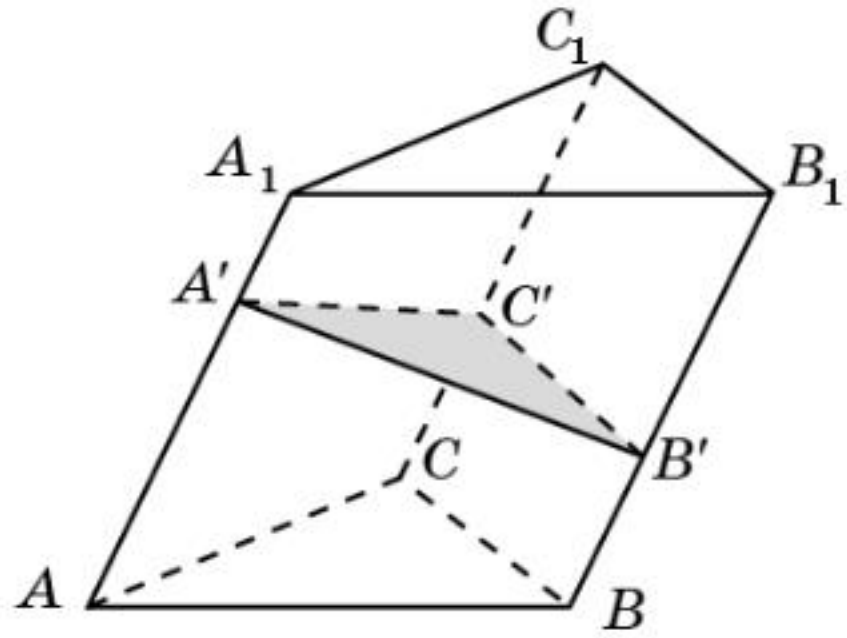


24.12-расм

24.21. Оғма призманинг ҳажми унинг ён қирраси билан шу қиррасига перпендикуляр ва барча қирралари билан кесишувчи текислик билан кесимининг юзасининг кўпайтмасига тенг бўлишини исботланг (24.14-расм).



24.13-расм



24.14-расм

24.22. Учбурчакли оғма призманинг ён қирралари 6 см га ва улар ораларидаги масофалар 3 см, 4 см ва 5 см га тенг. Призманинг ҳажмини топинг.

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

24.23. Айланма жисмларнинг ва цилиндрнинг таърифларини такрорланг.

25-§. Цилиндрнинг ҳажми

Кавальери принципидан цилиндрнинг ҳажмини топишда фойдаланамиз.

Теорема. ***Цилинднинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасига тенг бўлади:***

$$V = S \cdot h = \pi R^2 \cdot h,$$

бунда S — цилиндр асосининг юзи, R — асосининг радиуси, h — цилиндрнинг баландлиги.

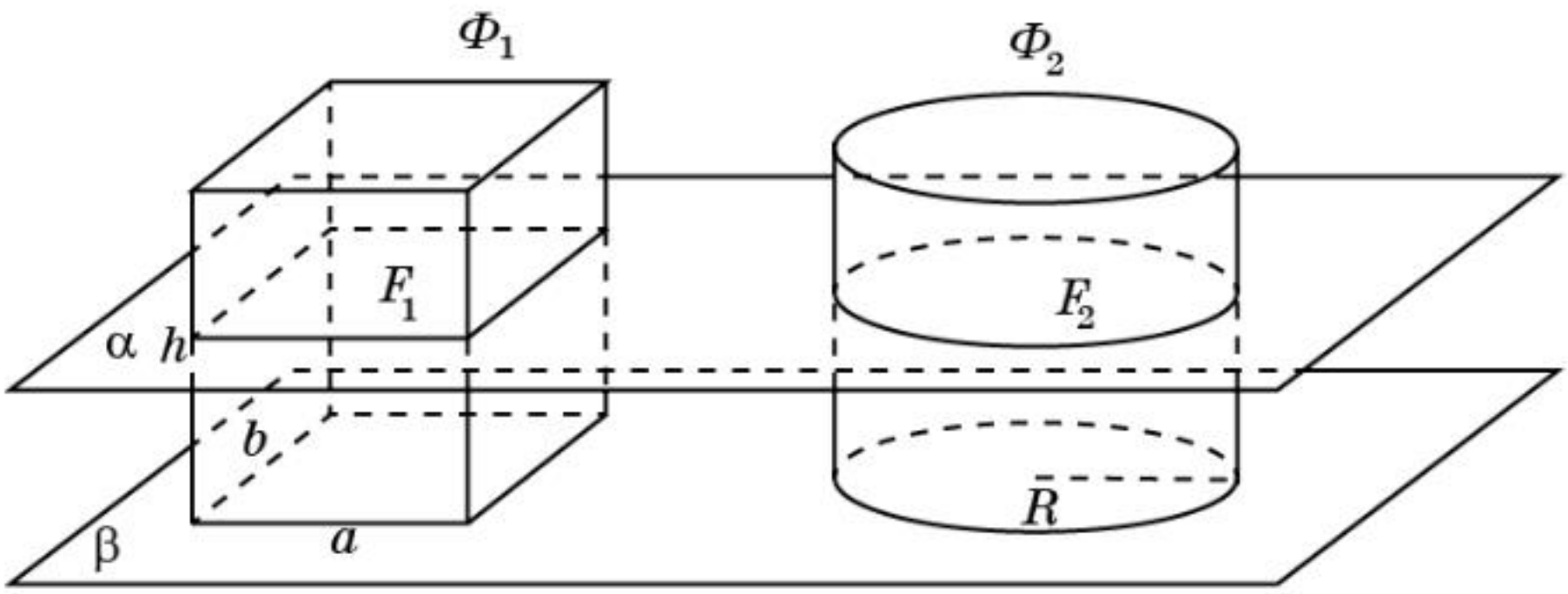
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Исботи. Теореманинг исботи призманинг ҳажмини топиш формуласининг исботига ўхшаш бўлади. Асосининг радиуси R ва баландлиги h бўлган цилиндр учун тўғри бурчакли параллелепипедни кўриб чиқамиз. Унинг битта учидан чиқадиган қирралари a, b, h га тенг ва $a \cdot b = \pi R^2$ бўлсин.

Цилиндр билан параллелепипедни унинг a, b томонлари ётган ёғи цилиндр асосининг β текисликда ётадиган қилиб ва ўзи шу текисликнинг бир ёқ қисмида бўладиган қилиб жойлаштирамиз (25.1-расм).

Параллелепипеднинг β текисликка параллел α текислик билан кесимида β текисликдаги томонлари a, b бўлган тўғри тўртбурчакка тенг бўлган тўғри тўртбурчак ҳосил бўлади. Цилиндрнинг ушбу α текислик билан кесимида — цилиндрнинг асосига тенг бўлган доира олинади. Бу кесимларнинг юзалари тенг. Демак, Кавальери принципи бўйича параллелепипед билан цилиндрнинг ҳажмлари тенг бўлади. Бундан цилиндрнинг ҳажми $\pi R^2 \cdot h$ бўлиши келиб чиқади.



25.1-расм

Саволлар

1. Цилиндрнинг ҳажми қандай топилади?

Масалалар

A

25.1. Цилиндрнинг ясовчиси 3 см га, асосининг радиуси эса 2 см га тенг. Цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.2. Цилиндрнинг ўқ кесими — томони a см бўлган квадрат. Цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.3. Битта пиёла иккинчисига қараганда 2 марта баландроқ. Иккинчи пиёла эса биринчисига қараганда 1,5 марта кенгроқ. Қайси пиёланинг ҳажми катта?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

25.4. Квадратнинг томони a га тенг. Квадратни томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўладиган ҳажмини топинг.

25.5. Цилиндрнинг ўқ кесимининг диагонали 1 см га тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясаб оғади. Цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.6. Бирлик кубга ички чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

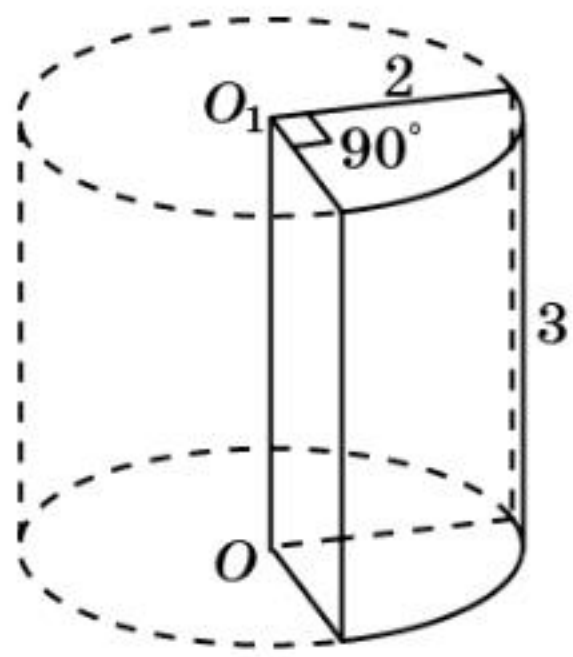
25.7. Тўғри призманинг асоси — томонлари 1 см га тенг бўлган квадрат. Призманинг ён қирраси 2 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

B

25.8. Тўғри тўртбурчакни a ва b тенг бўлган томонлари ётган тўғри чизиқлар атрофида айлантирганда иккита цилиндр ҳосил бўлади. Шу цилиндрлар ҳажмларининг нисбатини топинг.

25.9. Мунтазам тўртбурчакли призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажми шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмидан неча марта ортиқ?

25.10. 25.2-расмда цилиндр асосининг радиуси 2 см га, ясовчиси эса 3 см га тенг. Шу цилиндрдан икки ёқли тўғри бурчак ясаб кесиб олинган қисмининг ҳажмини топинг.



25.2-расм

25.11. Цилиндрсимон идиш асосининг диаметри 9 см га тенг. Идишга қандайдир бир детални солганда унинг ичидаги суюқликнинг сатҳи 12 см га кўтарилади. Деталнинг ҳажмини топинг.

25.12. Цилиндрсимон идишдаги суюқликнинг сатҳи 16 см га тенг. Агар шу суюқликни диаметри бу идишдан 2 марта катта бўлган иккинчи идишга қуйилса, у ҳолда суюқликнинг сатҳи қандай баландликда бўлади?

25.13. Цилиндрнинг ён сиртининг ёйилмаси — томонлари 1 см ва 2 см бўлган тўғри тўртбурчак. Цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.14. Бирлик сферага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

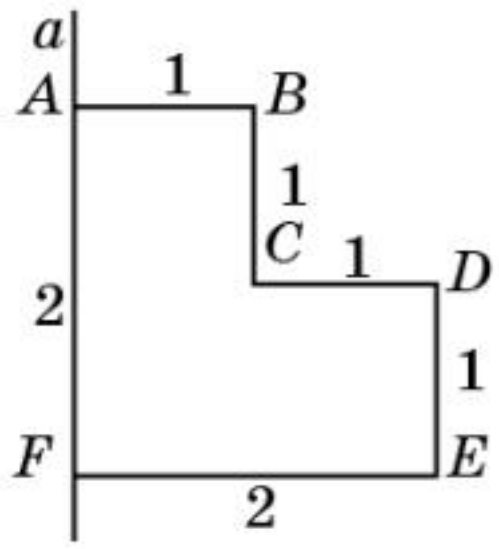
25.15. Иккита цилиндр ўхшаш бўлиши учун уларнинг ясовчилари билан асосларининг радиусларига нисбатан шартларни ёзинг. Шу цилиндрлар ҳажмларининг нисбатларини топинг.

C

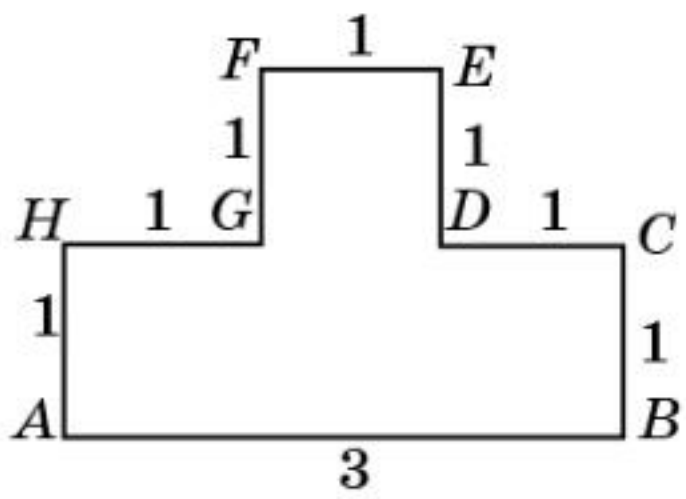
25.16. 25.3-расмда ҳамма бурчаклари тўғри бўлган кўпбурчак тасвирланган. Шу кўпбурчакни 2 см га тенг томони ётувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигуранинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



25.3-расм



25.4-расм

25.17. 25.4-расмда ҳамма бурчаклари тўғри бўлган кўпбурчак тасвирланган. Шу кўпбурчакни 3 см га тенг томони ётувчи AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигуранинг ҳажмини топинг.

25.18. Призманинг ён қирралари 2 см га тенг, асоси — томонлари 1 см бўлган тенг томонли учбурчак. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

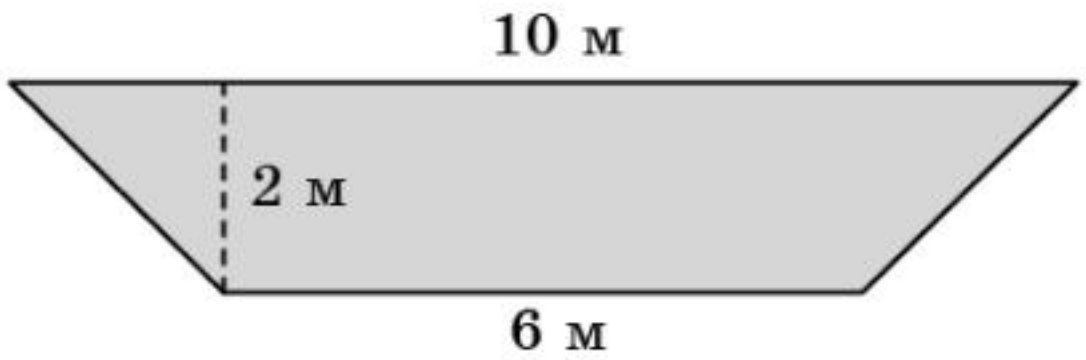
25.19. Призманинг ён қирралари 5 см га тенг, асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.20. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.21. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

25.22. Цилиндр асослари марказларини туташтирувчи кесманинг ўртаси орқали ўтувчи исталган текислик бу цилиндрни иккита тенг бўлакларга бўлишини исботланг.

25.23. Дарё ўзанининг кўндаланг кесими тенг ёнли трапеция шаклида. Унинг асослари 10 мва 6 м, баландлиги эса 2 м (25.5-расм). Дарё оқимининг тезлиги 1 м/с бўлса, шу кесимдан 1 мин да қандай ҳажмда сув ўтишини топинг. Жавобингизни метр кубларда беринг.



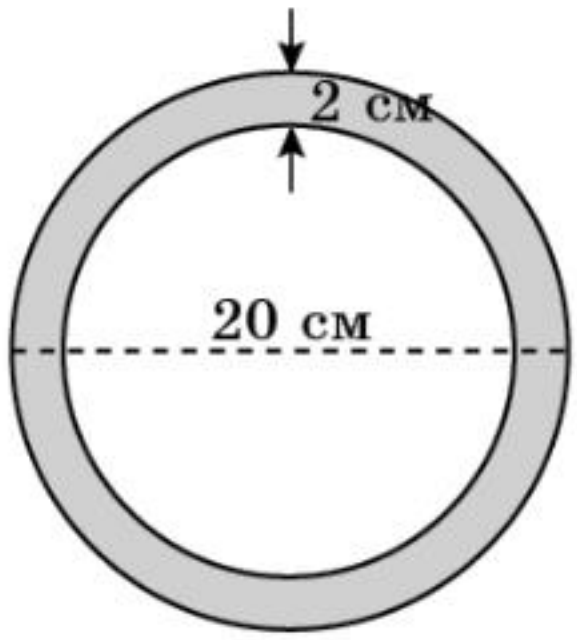
25.5-расм

25.24. Чўян қувурнинг узунлиги 2 м, унинг ташқи диаметри эса 20 см га тенг. Қувур деворининг қалинлиги 2 см (25.6-расм). Агар

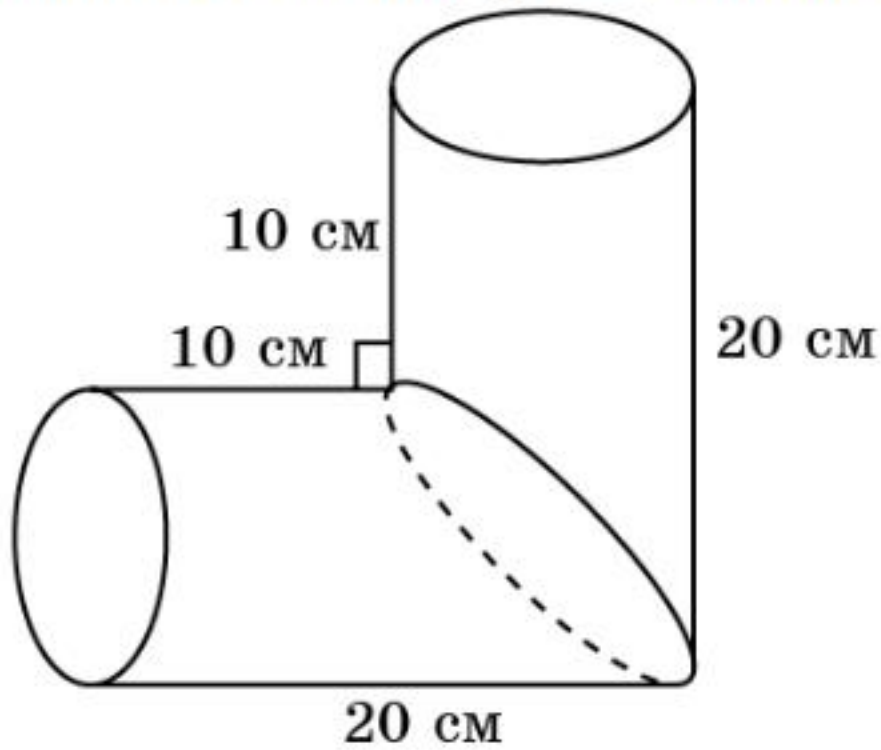
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

чўяннинг зичлиги тахминан 7,5 г/см³ бўлса, қувурнинг массасини топинг. Жавобингизни килограммларда беринг (p d 3 деб олинг).



25.6-расм



25.7-расм

25.25. 25.7-расмдаги 90° бурчак ҳосил қиладиган цилиндрларнинг иккита тенг бўлакларидан ташкил топган фигуранинг ҳажмини топинг (p d 3).

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

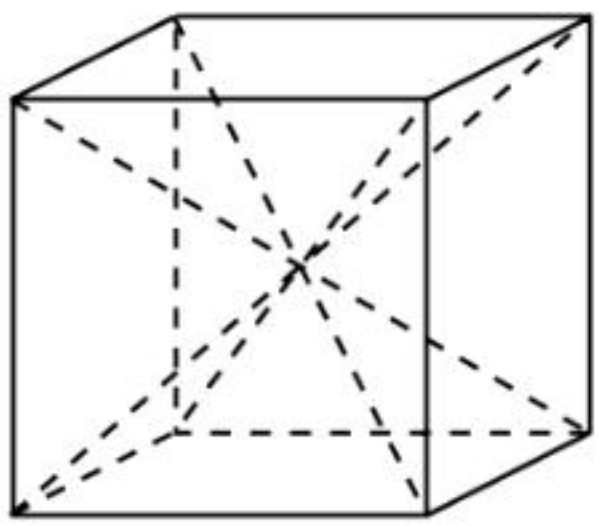
25.26. Пирамиданинг ва кесик пирамиданинг таърифларини такрорланг.

26-§. Пирамида ва кесик пирамиданинг ҳажмлари

Пирамиданинг ҳажмини топиш ҳақидаги дастлабки маълумотлар э.ав. 3000 йил бурун қадимги вавилонликлар ва мисрликларнинг папирусларида топилган.

Қизиғи шундаки, улар пирамиданинг ҳажмини топиш учун умумий формула келтириб чиқаришмаган, бироқ аниқ ирамидаларнинг ҳажмларини ҳисоблаб топишган. Худди шундай баландлиги $\frac{1}{2}$ га, асоси эса ўлчов бирлигига тенг бўлган мунтазам тўртбурчакли пирамидаларнинг ҳажмини топа олишган. Бунинг учун улар қирраси ўлчов бирлигига тенг бўлган кубни олиб, уни 6 та тенг мунтазам тўртбурчакли пирамидаларга бўлади. Бу пирамидаларнинг асослари кубнинг ёқлари бўлади ва уларнинг ҳар бирининг учи кубнинг марказида жойлашади (26.1-расм). Барча олтита пирамидалар ўзаро тенг бўлади. Бундан уларнинг ҳар бирнинг ҳажми кубнинг ҳажмининг $\frac{1}{6}$ ига тенг бўлишини кўрамиз.

Кавальери принципидан фойдаланиб, ушбу ёрдамчи теоремани исботлайлик.



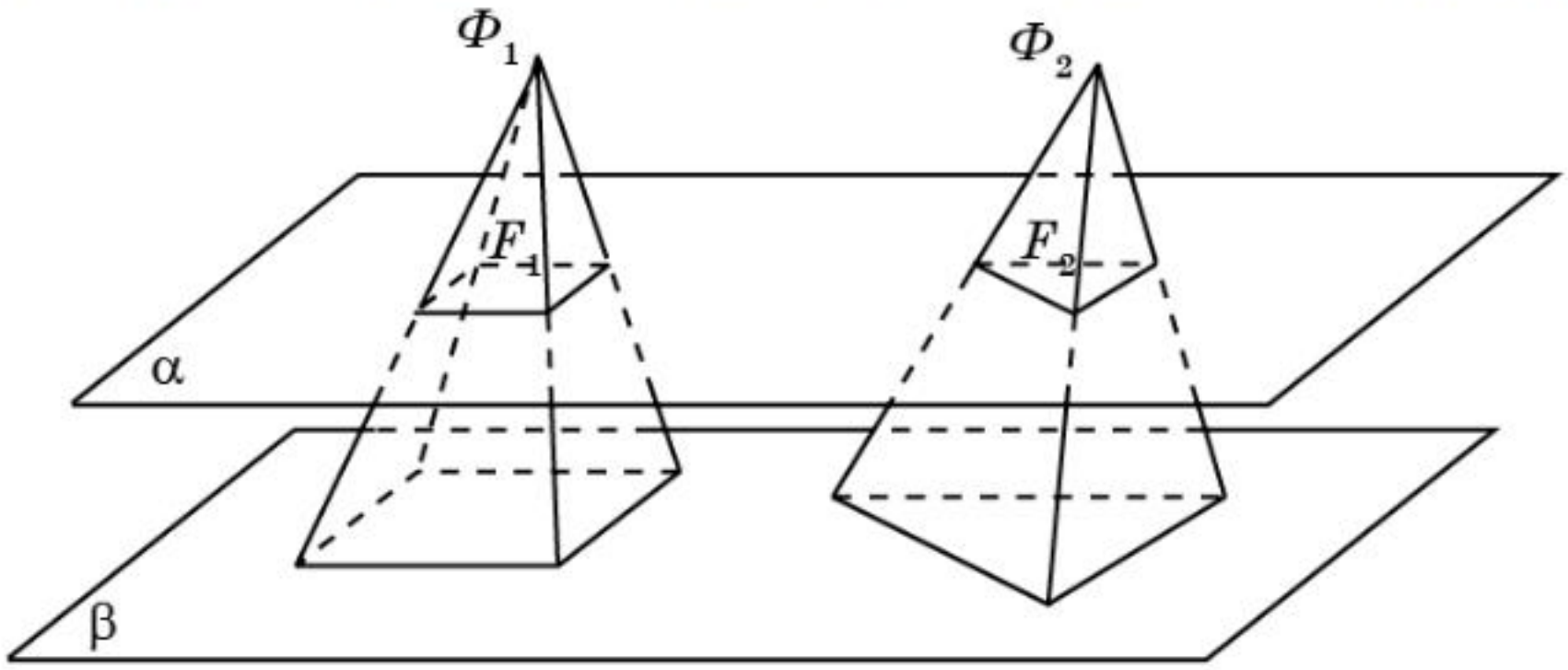
26.1-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Теорема. ***Агар иккита пирамиданинг баландликлари ва асосларининг юзалари ўзаро тенг бўлса, у ҳолда уларнинг ҳажмлари тенг бўлади.***

Исботи. Φ_1 ва Φ_2 пирамидаларнинг баландликлари h га тенг бўлсин ва юзалари S га тенг бўлган асослари битта b текисликда ётсин (26.2-расм).



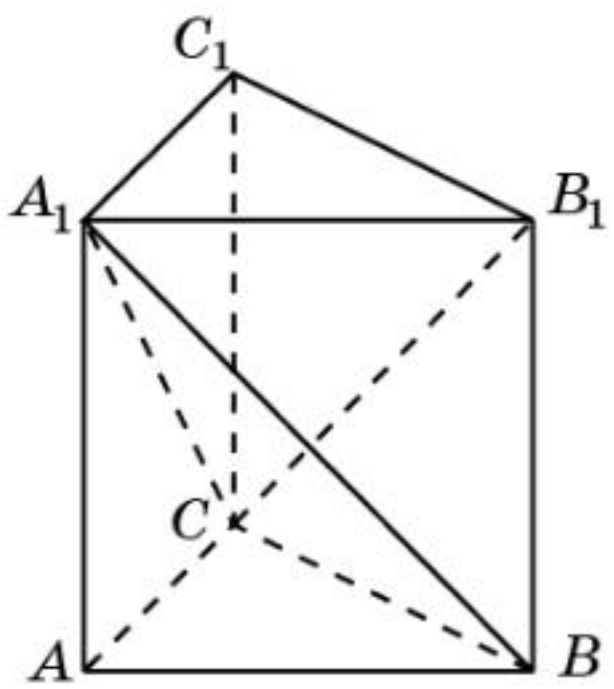
26.2-расм

b текисликка параллел ва ундан x масофада бўлган a текислик ўтказамиз ($0 \le x \le h$). У ҳолда пирамидаларнинг шу текислик билан кесимларида пайдо бўлган F_1 ва F_2 фигуралар мос равишда асосларига ўхшаш бўлади ва иккаласида ҳам k ўхшашлик коэффициенти $(h - x) : h$ га тенг бўлади. Демак, F_1 ва F_2 фигураларнинг S_1 ва S_2 юзалари мос равишда $S_1 = k^2 \cdot S$, $S_2 = k^2 \cdot S$ формула билан ифодаланади. Бундан улар ўзаро тенг бўлади. Кавальери принципи бўйича пирамидаларнинг ҳажмлари тенг бўлиши келиб чиқади.

Энди учбурчакли пирамиданинг ҳажми ҳақидаги асосий теоремани исботлайлик.

Теорема. ***Учбурчакли пирамиданинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасининг учдан бирига тенг бўлади.***

Исботи. A_1ABC учбурчакли пирамида бўлсин. Уни $ABCA_1B_1C_1$ учбурчакли призмагача тўлдириб ясаймиз (26.3-расм).



26.3-расм

B, C, A_1 ва C, B_1, A_1 нуқталар орқали ўтувчи текисликлар бу призмани учи A_1 нуқта бўлган A_1ABC, A_1CBB_1 ва $A_1CB_1C_1$ пирамидаларга бўлади.

A_1CBB_1 ва $A_1CB_1C_1$ пирамидаларнинг CBB_1 ва CB_1C_1 асослари тенг бўлади, чунки CB_1 диагонал CBB_1C_1 параллелограмни иккита тенг учбурчакка бўлади. Шу билан бир қаторда бу пирамидаларнинг учлари умумий ва асослари битта текисликда ётади. Демак, бу пирамидаларнинг умумий баландлиги бўлади. Бундан пирамидаларнинг ҳажмлари тенг бўлиши ке-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

либ чиқади. Энди A_1ABC ва $CA_1B_1C_1$ пирамидаларни кўриб чиқамиз. Уларнинг ABC ва $A_1B_1C_1$ асослари тенг ва баландликлари ҳам тенг бўлади. Демак, бу пирамидаларнинг ҳажмлари тенг бўлади. Шундай қилиб, барча учта пирамиданинг ҳажмлари тенг бўлади.

Призманинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасига тенг эканлигини эътиборга олиб, учбурчакли пирамиданинг V ҳажмини топиш формуласини оламиз:

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h,$$

бунда S — пирамида асосининг юзи, h — пирамиданинг баландлиги.

Энди исталган пирамиданинг ҳажмини топиш масаласини кўриб чиқайлик.

Теорема. ***Пирамиданинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлигининг кўпайтмасининг учдан бирига тенг бўлади.***

Исботи. Берилган ирамида учун асосининг юзи билан баландлиги бир хил бўлган учбурчакли пирамидаларни кўриб чиқамиз.

Кавальери принципи бўйича бу пирамидаларнинг ҳажмлари тенг бўлади. Демак, ушбу формула тўғри бўлади:

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h,$$

бунда S — пирамида асосининг юзи, h — пирамиданинг баландлиги.

Баландлиги h ва асосининг томонлари a бўлган мунтазам: а) учбурчакли; 2) олтибурчакли пирамиданинг ҳажмини топиш формулаларини келтириб чиқаринг.

Кесик пирамиданинг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқарайлик.

Теорема. ***Кесик пирамиданинг V ҳажми ушбу формула билан ҳисобланади:***

$$V = \frac{1}{3}h_к(S + \sqrt{S \cdot s} + s),$$

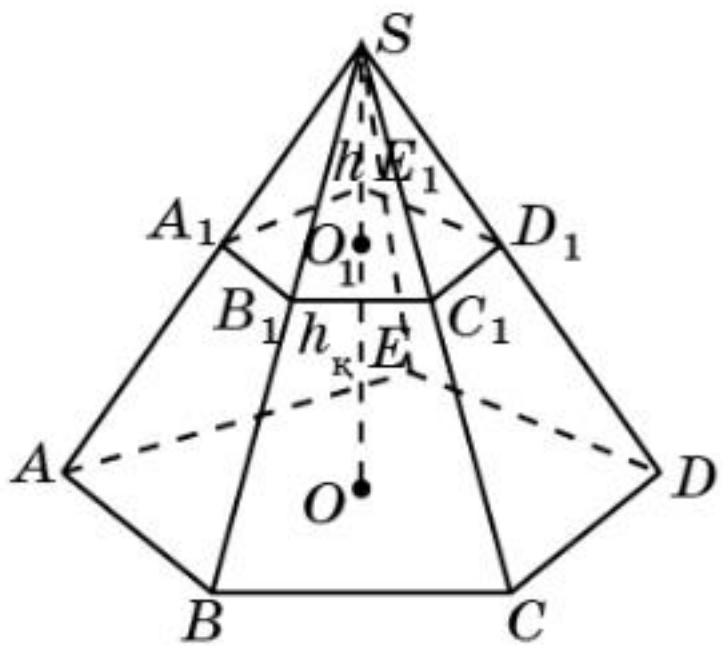
бунда S, s — кесик пирамида асосларининг юзалари, $h_к$ — унинг баландлиги.

Исботи. Кесик пирамида асосларининг юзалари S ва s га тенг бўлсин. Унинг $h_к$ баландлиги дастлабки ва кесиб олинган пирамидаларнинг баландликларининг $(H - h)$ айирмасига тенг бўлсин.

26.4-расмда $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ бешбурчакли кесик пирамида тасвирланган.

Кесик пирамиданинг V ҳажми учун ушбу формула бажарилади:

$$V = \frac{1}{3}SH - \frac{1}{3}sh.$$



26.4-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Кесик пирамиданинг $h_к$ баландлигини унинг асосларининг S, s юзалари билан дастлабки ва кесиб олинган пирамидаларнинг H, h баландликлари орқали ифодалаймиз.

Пирамиданинг асосига параллел текислик билан кесимида унинг асосига ўхшаш фигура пайдо бўлиши бизга маълум. Ўхшашлик коэффициенти эса пирамиданинг учидан кесим текислигига ва асос текислигигача бўлган масофаларнинг нисбатига тенг, яъни $\frac{h}{H}$ га тенг бўлади. Шу билан бир қаторда ўхшаш фигуралар юзаларининг нисбати ўхшашлик коэффициентининг квадратига тенг бўлади.

Бундан ушбу тенгликка эга бўламиз:

$$\frac{s}{S} = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \left(\frac{H - h_к}{H}\right)^2.$$

Бу тенгликдан H ва h баландликларини топамиз:

$$H = \frac{h_к\sqrt{S}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}},\ h = \frac{h_к\sqrt{s}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}}.$$

Топилган H, h қийматларни кесик пирамиданинг V ҳажми учун формулага қўйиб, изланаётган формулани топамиз:

$$V = \frac{1}{3}\left(S\frac{h_к\sqrt{S}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}} - s\frac{h_к\sqrt{s}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}}\right) = \frac{1}{3}h_к \cdot \frac{S\sqrt{S} - s\sqrt{s}}{\sqrt{S} - \sqrt{s}} = \frac{1}{3}h_к(S + \sqrt{S \cdot s} + s).$$

Баландлиги $h_к$ ва асосларининг томонлари a билан b бўлган мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқаринг.

Саволлар

1. Учбурчакли пирамиданинг ҳажми қандай топилади?
2. Исталган пирамиданинг ҳажми қандай топилади?
3. Кесик пирамиданинг ҳажми қандай ҳисобланади?

Масалалар

А

26.1. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги h га, асосининг томонлари эса a га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқаринг.

26.2. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 3 м га, ён қирралари эса 5 м га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.3. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг баландлиги ва асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.4. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги билан асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

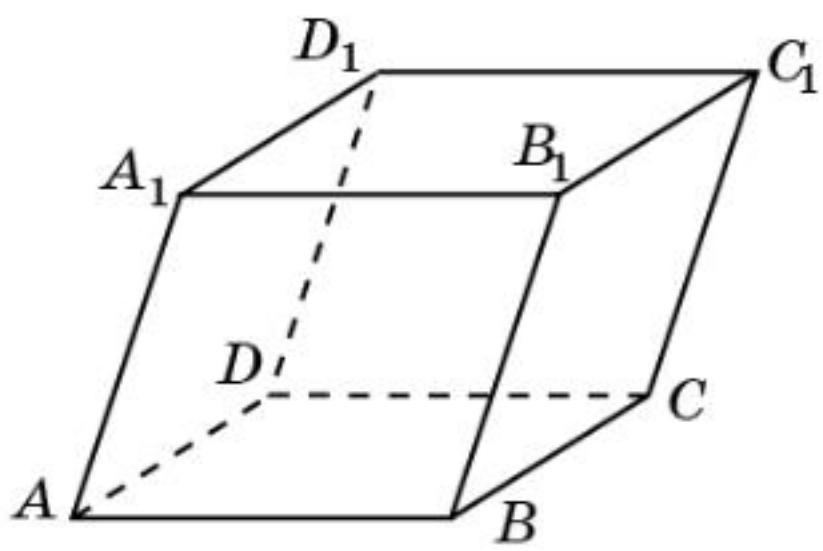
26.5. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.6. Тетраэдрнинг қирраси 1 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

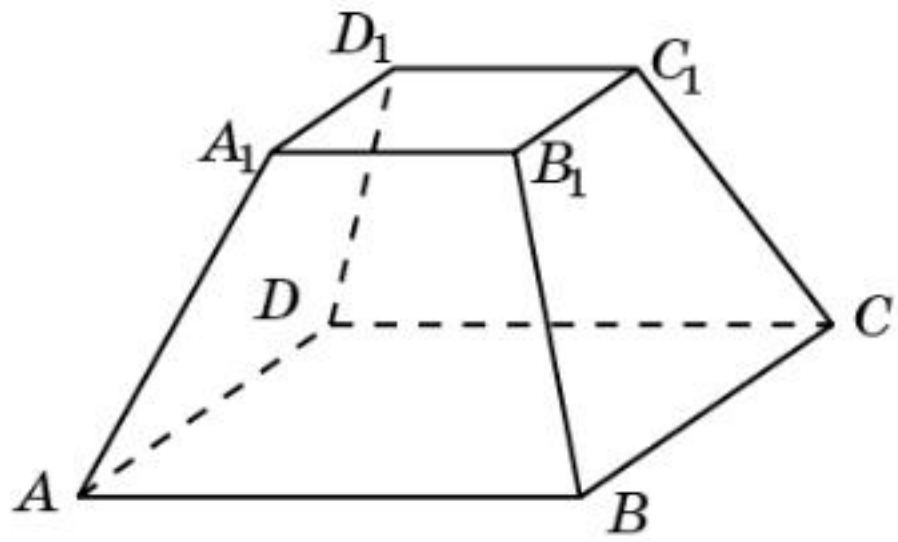
26.7. Агар мунтазам тетраэдрнинг барча қирраларини 2 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?

26.8. Агар мунтазам пирамиданинг баландлиги 3 марта орттирилса, асосининг томонлари эса 3 марта камайтирилса, у ҳолда унинг ҳажми қаендай ўзгаради?

26.9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеднинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Учлари: 1) A, B, C, D, B_1; 2) A, B, D, C_1 нуқталар бўлган кўпёқнинг ҳажмини топинг (26.5-расм).



26.5-расм



26.6-расм

26.10. Пирамида баландлигининг ўртаси орқали ўтувчи ва асосига параллел текислик билан кесими ўтказилган. Пирамиданинг ҳосил бўлган қисмлари ҳажмларининг нисбатини топинг.

26.11. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамиданинг баландлиги 3 см га, асосларининг томонлари эса 2 см ва 1 см га тенг. Кесик пирамиданинг ҳажмини топинг (26.6-расм).

B

26.12. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг диагонал кесими — томонлари 1 см бўлган тенг ёнли учбурчак. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.13. Учбурчакли пирамиданинг ён қирралари ўзаро перпендикуляр ва уларнинг ҳар бири 1 см га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.14. Учбурчакли пирамиданинг барча ён қирралари 1 см га, учидаги ясси бурчаклари эса 60°, 90° ва 90°га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

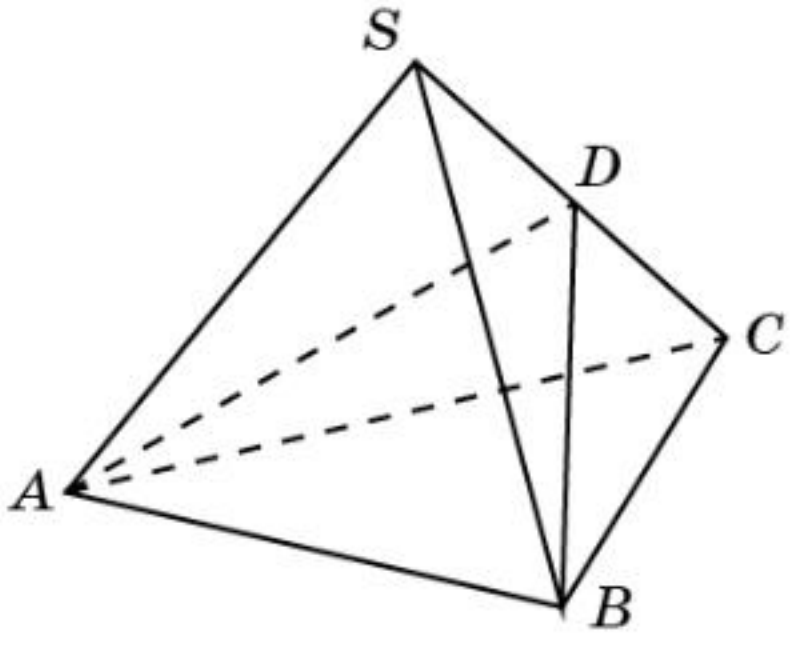
26.15. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ҳажми 6 см^3 га, асосининг томонлари 1 см га тенг. Пирамиданинг баландлигини топинг.

26.16. Параллелепипеднинг ҳажми 1 см^3 га тенг (26.5-расм). BDA_1C_1 тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

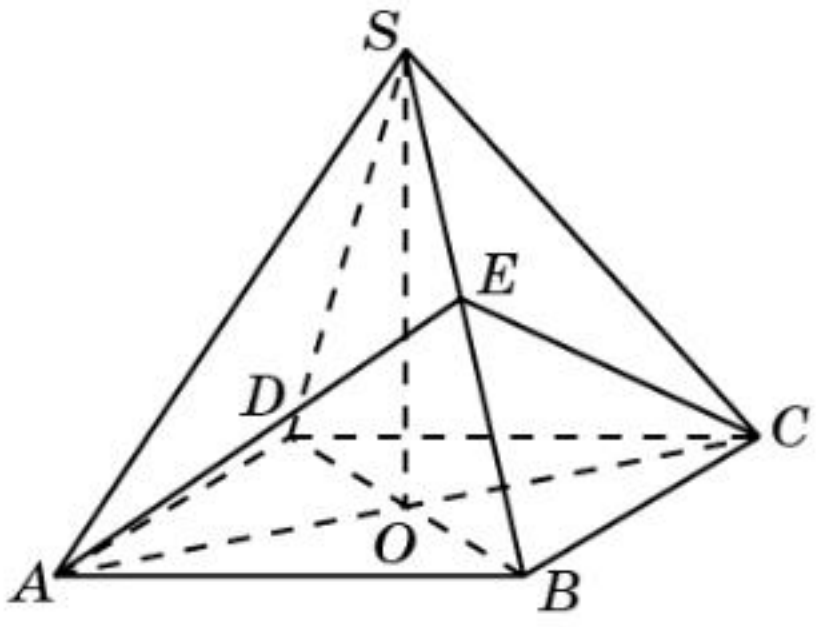
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

26.17. Учбурчакли пирамида асосининг бир томони ва унга қарама-қарши ётган қиррасининг ўртаси орқали текислик ўтади (26.7-расм). Бу текислик пирамиданинг ҳажмини қандай нисбатда бўлади?



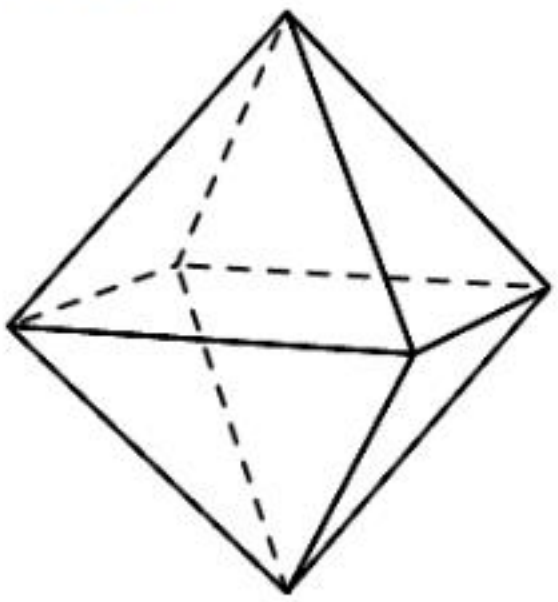
26.7-расм



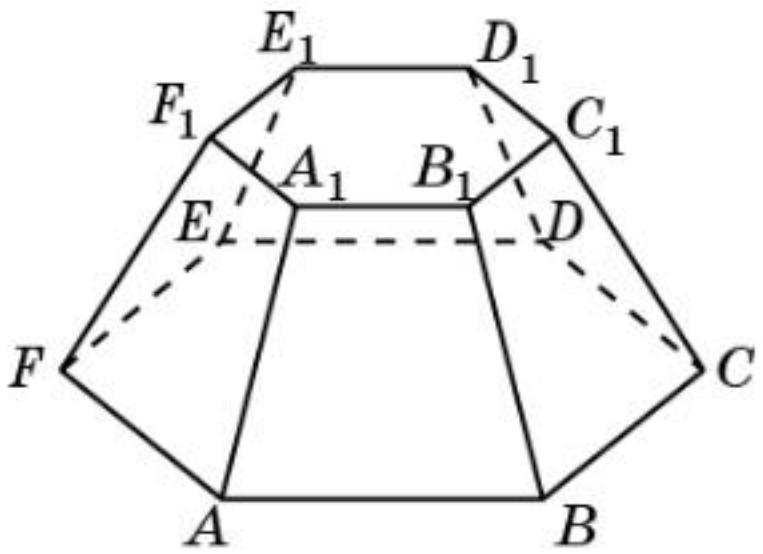
26.8-расм

26.18. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Пирамида асосининг AC диагонали ва унга қарама-қарши ётган ён қиррасининг E ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесиб олинган қисмининг ҳажмини топинг (26.8-расм).

26.19. Октаэдрнинг қирралари 1 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг (26.9-расм).



26.9-расм



26.10-расм

26.11-расм

26.20. Мунтазам олтибурчакли кесик пирамиданинг баландлиги 3 см га, асосларининг томонлари эса 2 см ва 1 см га тенг (26.10-расм). Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.21. Нур-Султан шаҳридаги Тинчлик ва ҳамжиҳатлик саройи мунтазам тўртбурчакли пирамида шаклида қурилган (26.11-расм). Унинг баландлиги билан асосининг томони 62 м га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

26.22. Мунтазам n бурчакли иккита пирамида ўхшаш бўлиши учун унинг ён қирралари билан асосларининг томонларига нисбатан шартларни ёзинг. Шу пирамидалар ҳажмларининг нисбатини топинг.

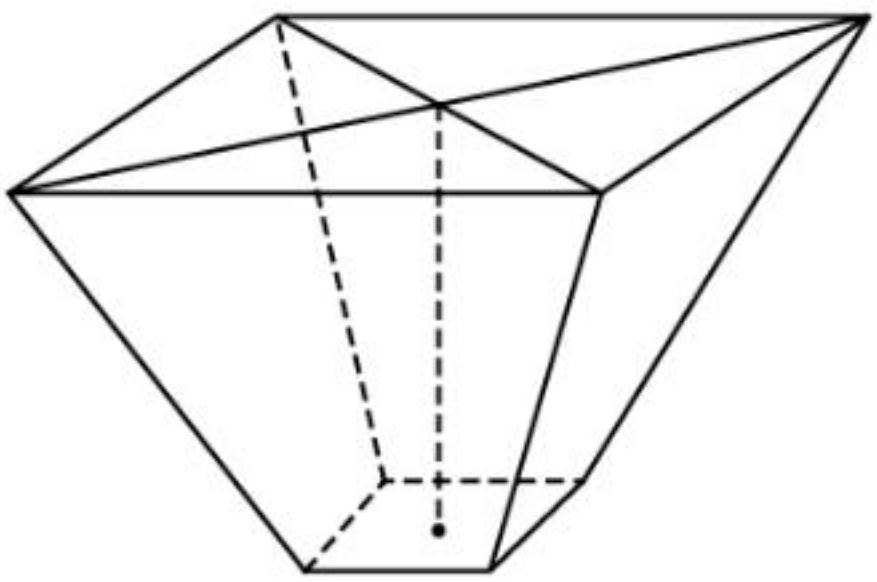
26.23. 26.12-расмда Қадимги Мисрдаги энг катта иморатлардан бири — Хеопс пирамидаси — мунтазам тўртбурчакли пирамида тасвирланган. Унинг баландлиги 146 м га, ён қирралари эса 230 м га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.12-расм

26.13-расм

26.24. 26.13-расмда томи пирамида шаклидаги ва асоси квадрат бўлган туғун уй тасвирланган. Пирамиданинг барча қирралари 12 м га тенг. Шу уй томининг ҳажмини топинг.

26.25. Мунтазам тўртбурчакли кесик пирамида шаклидаги меваларни сақлаш учун мўлжалланган идиш асосларининг томонлари мос равишда 6 дм ва 14,4 дм га тенг (26.14-расм). Пирамиданинг баландлиги 4,3 дм. Агар 1 дм^3 да 0,675 кг мева бўлса, у ҳолда идишнинг ҳажми билан унинг ичидаги меванинг массасини топинг.



26.14-расм

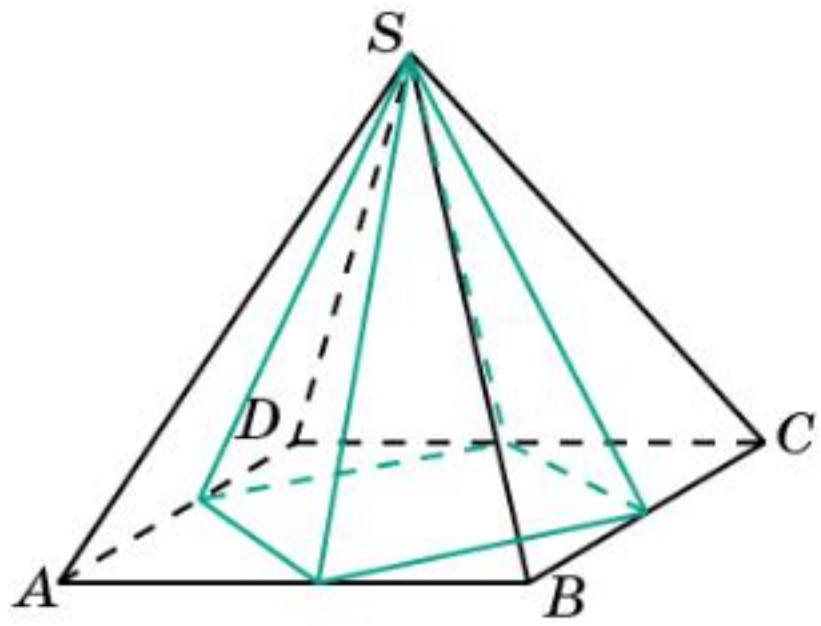
C

26.26. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, унинг ён ёғи билан асоси орасидаги бурчак 45° га тенг. Шу пирамиданинг ҳажмини топинг.

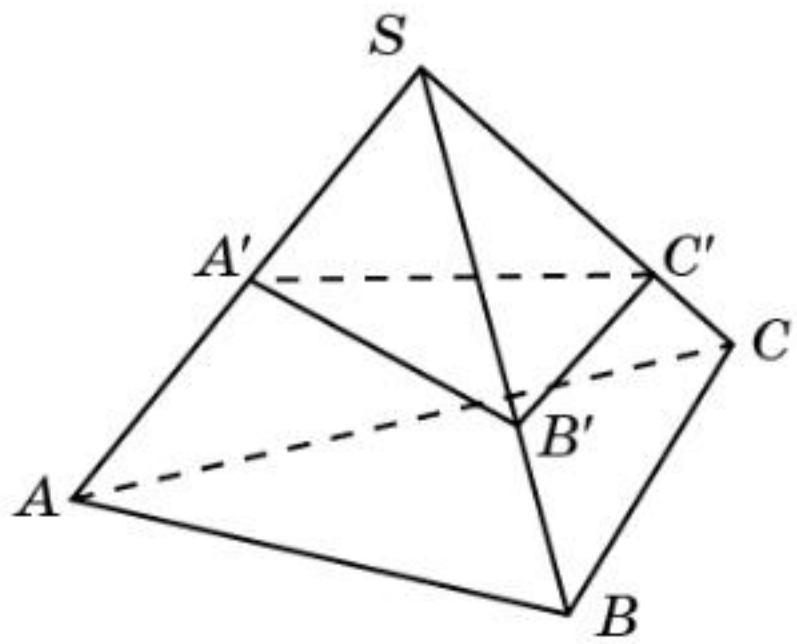
26.27. $SABCD$ тўртбурчакли пирамиданинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Учи берилган пирамиданинг S учига мос келувчи, асосининг учлари эса $ABCD$ асоси томонларининг ўрталари бўлган пирамиданинг ҳажмини топинг (26.15-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



26.15-расм



26.16-расм

26.28. Тетраэдрнинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Учлари шу тетраэдрнинг қирраларининг ўрталари бўладиган кўпёқнинг ҳажмини топинг.

26.29. Тетраэдрнинг қарама-қарши ётган иккита қирраси ўзаро перпендикуляр ва узунликлари 3 см га тенг. Улар орасидаги масофа 2 см га тенг. Тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

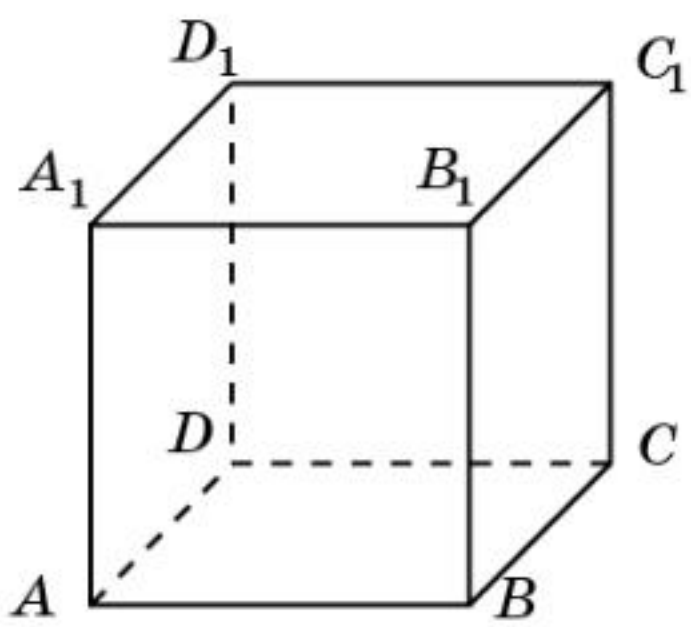
26.30. Тетраэдрнинг қарама-қарши ётган иккита қиррасининг орасидаги бурчак 60° ва уларнинг узунликлари 2 см га тенг. Уларнинг орасидаги масофа 3 см га тенг. Тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

26.31. $SABC$ учбурчакли пирамиданинг SA, SB, SC қирраларини текислик мос равишда A', B', C' нуқталарда кесиб ўтади (26.16-расм) ва $SA' : SA = k$, $SB' : SB = l$, $SC' : SC = m$. $SA'B'C'$ пирамиданинг ҳажми $SABC$ пирамида ҳажмининг $k \cdot l \cdot m$ га кўпайтмасига тенг бўлишини исботланг. Дастлабки пирамиданинг ҳажми 1 см^3 га тенг ва $SA' : SA = 1 : 2$, $SB' : SB = 2 : 3$, $SC' : SC = 3 : 4$ деб олиб, $SA'B'C'$ пирамиданинг ҳажмини топинг.

26.32. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда ADA_1BCB_1 ва ABA_1DCD_1 призмаларнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг (26.17-расм).

26.33. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда ADA_1BCB_1 ва $BA_1B_1CD_1C_1$ призмаларнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг (26.17-расм).

26.34. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A_1ABCD ва C_1ABCD призмаларнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг (26.17-расм).



26.17-расм

26.35. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A_1ABCD ва $DBCC_1B_1$ призмаларнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг (26.17-расм).

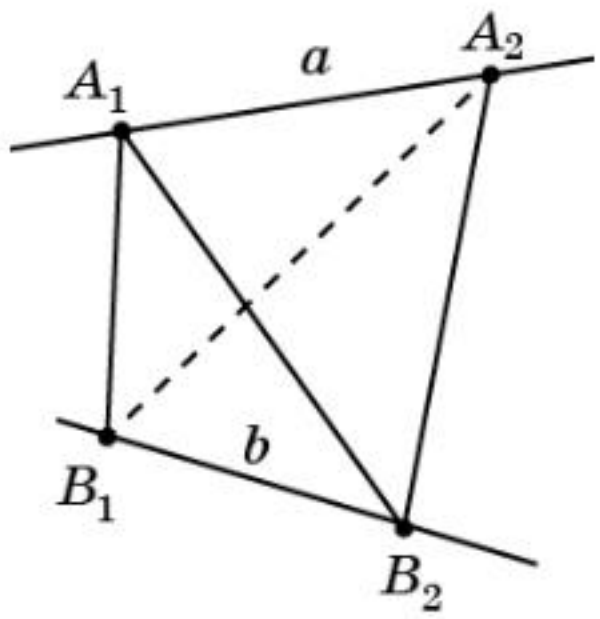
26.36. Битта учбурчакли пирамиданинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Шу пирамиданинг баландлигининг ўртаси орқали ўтувчи ва асосига параллел текисликка нисбатан аксий симметрик иккинчи пирамида олинган. Пирамидаларнинг умумий қисмнинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

26.37. Битта мунтазам тетраэдрнинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Шу тетраэдрнинг иккита қарама-қарши ётган қирраларининг ўрталарини туташтирувчи кесманинг ўртасига нисбатан марказий симметрик мунтазам тетраэдр олинган. Тетраэдрларнинг умумий қисмнинг ҳажмини топинг.

26.38. a ва b айқаш тўғри чизиқлардан мос равишда A_1A_2 ва B_1B_2 кесмалар олинган (26.18-расм). $A_1A_2B_1B_2$ тетраэдрнинг ҳажми тўғри чизиқлардаги шу кесмаларнинг жойлашувига эмас, фақат уларнинг узунликларига боғлиқ эканлигини исботланг.



26.18-расм

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

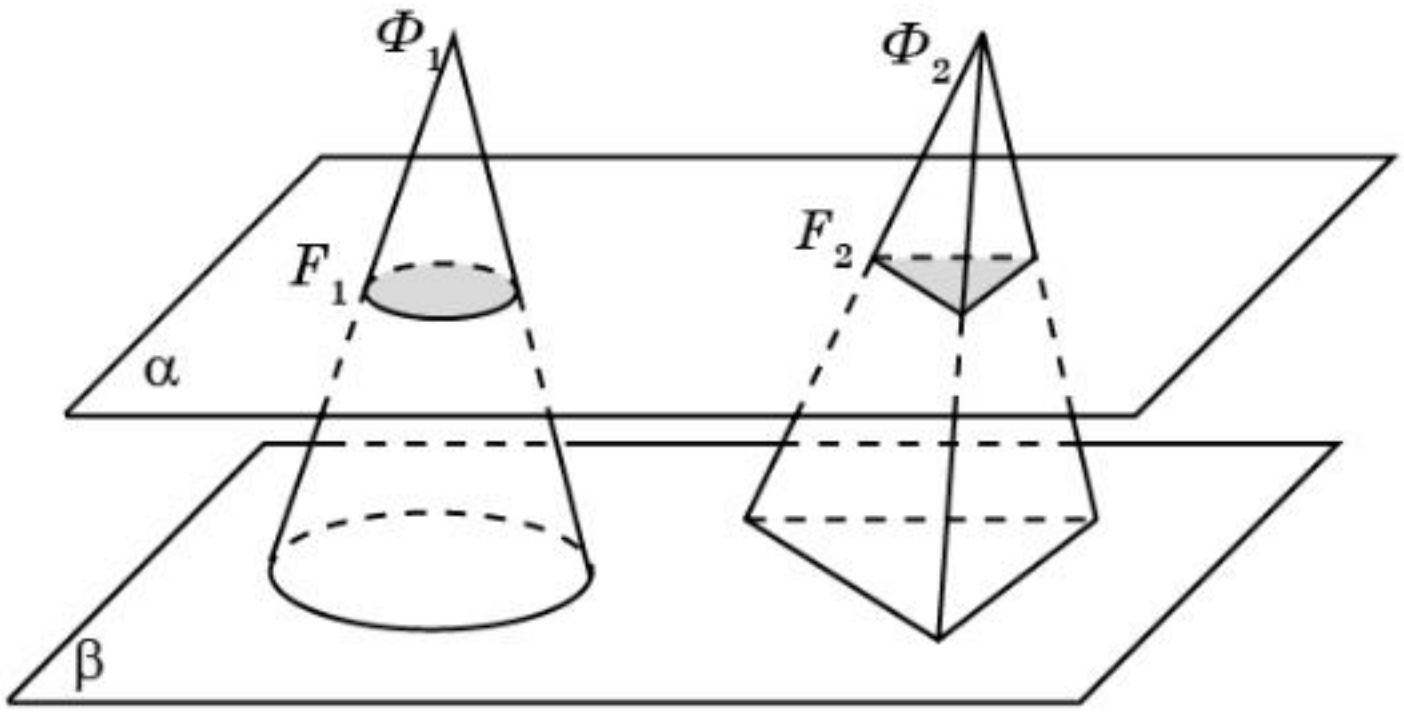
26.39. Конуснинг ва кесик конуснинг таърифларини такрорланг.

27-§. Конус ва кесик конуснинг ҳажмлари

Кавальери принципини конуснинг ҳажмини топишга қўллайлик.

Теорема. ***Конуснинг ҳажми унинг асосининг юзи билан баландлиги кўпайтмасининг учдан бирига тенг бўлади.***

Исботи. Асосининг юзи S ва баландлиги h га тенг бўлган конус учун асосининг юзи ва баландлиги худди шундай бўлган исталган пирамидани кўриб чиқамиз. Уларнинг асослари b текисликда ётадиган ва ўзлари шу текисликнинг бир ёқ томонида бўладиган қилиб жойлаштирамиз (27.1-расм).



27.1-расм

b текисликка параллел ва ундан x масофада жойлашган a текислик ўтказамиз ($0 \le x \le h$). У ҳолда конус билан пирамиданинг шу текислик билан кесимларида ҳосил бўлган F_1 ва F_2 фигуралар мос ра-

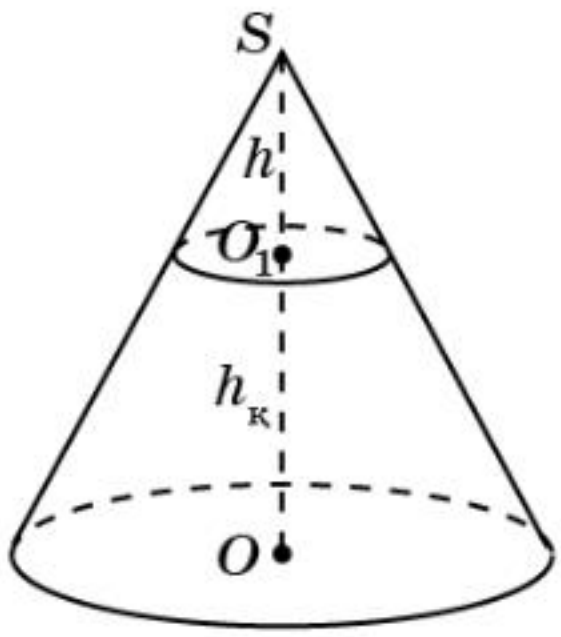
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

вишда асосларига ўхшаш бўлади ва иккаласида ҳам $k = \frac{h - x}{h}$ га тенг бўлади. Демак, F_1 ва F_2 фигураларнинг S_1 ва S_2 юзалари мос равишда $S_1 = k^2 \cdot S$, $S_2 = k^2 \cdot S$ формула билан ифодаланади. У ҳолда улар ўзаро тенг бўлади. Кавальери принципи бўйича конус билан пирамиданинг ҳажмлари тенг бўлиши келиб чиқади. Бундан конуснинг V ҳажмини топиш учун ушбу формула тўғри бўлади:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h,$$

бунда R — конус асосининг радиуси, h — конуснинг баландлиги.



27.2-расм

Кесик пирамиданинг ҳажмини топиш формуласига ўхшаш кесик конуснинг ҳажми учун ушбу формула бажарилади:

$$V = \frac{1}{3}h_к(S + \sqrt{S \cdot s} + s),$$

бунда S, s — кесик конус асосларинг юзи, $h_к$ — кесик конуснинг баландлиги (27.2-расм).

Бу формуланинг исботи кесик пирамида ҳажмини топиш формуласининг исботига ўхшаш бўлади. Буни мустақил исботланг.

Кесик конус асосларини $S = \pi R^2$ ва $s = \pi r^2$ юзалари мос равишда $S = \pi R^2$ ва $s = \pi r^2$ га тенг эканлигини эътиборга олиб, унинг V ҳажмини топиш учун ушбу формулагам эга бўламиз:

$$V = \frac{1}{3}\pi h_к(R^2 + R \cdot r + r^2),$$

Бунда R ва r — кесик конус асосларининг радиуслари, $h_к$ — унинг баландлиги.

Саволлар

1. Конуснинг ҳажми қандай топилади?
2. Кесик конуснинг ҳажми қандай топилдади?

Масалалар

А

27.1. Агар конснинг: 1) баландлиги 3 марта орттирилса; 2) асосининг радиуси 2 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?

27.2. Агар конуснинг баландлиги 2 марта камайтирилса, асосининг радиуси эса 2 марта орттирилса, унинг ҳажми қандай ўзгаради?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

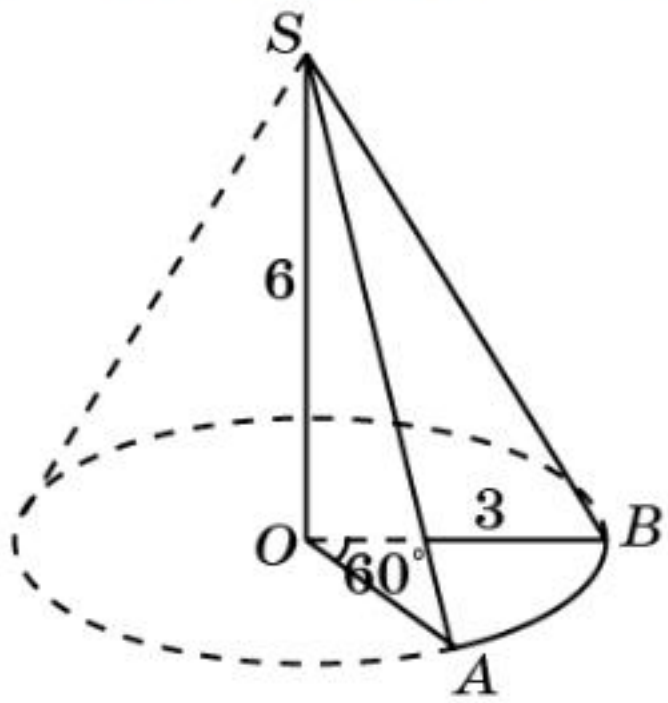
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

27.3. Цилиндр билан конус умумий асосга эга ва баландликлари бир хил. Агар цилиндрнинг ҳажми 15 см^3 га тенг бўлса, у ҳолда конуснинг ҳажмини топинг.

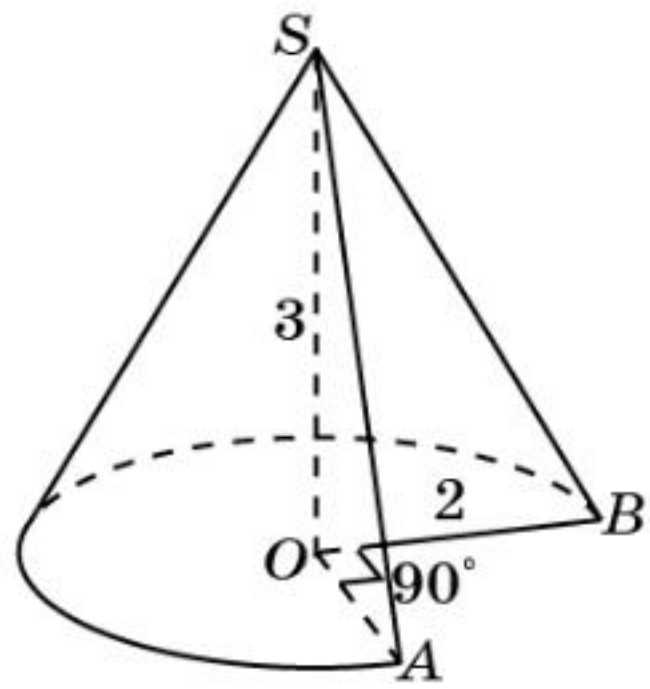
27.4. Конуснинг ҳажми V га тенг. Конус баландлигининг ўртаси орқали ўтувчи ва асосига параллел кесим ўтказилган. Конуснинг ҳосил бўлган қисмларининг ҳажмларининг нисбатини топинг.

27.5. Конуснинг баландлиги 3 см га, ясовчиси эса 5 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

27.6. Конус асосининг радиуси 3 см га, баландлиги эса 6 см га тенг ва $\angle AOB = 60^\circ$. 27.3-расмдаги конус қисмининг ҳажмини топинг.



27.3-расм



27.4-расм

27.7. Конус асосининг радиуси 2 см га, баландлиги эса 3 см га тенг ва $\angle AOB = 90^\circ$. 27.4-расмдаги конус қисмининг ҳажмини топинг.

27.8. Кесик конус асосларининг радиуслари 1 см ва 2 см га, баландлиги эса 3 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

B

27.9. Конус асосининг диаметри 12 см га, ўқ кесимининг учидаги бурчаги эса 90° га тенг. Конуснинг ҳажмини топинг.

27.10. Конуснинг ўқ кесими — юзаси 9 см^2 бўлган тўғри бурчакли тенг ёнли учбурчак. Конуснинг ҳажмини топинг.

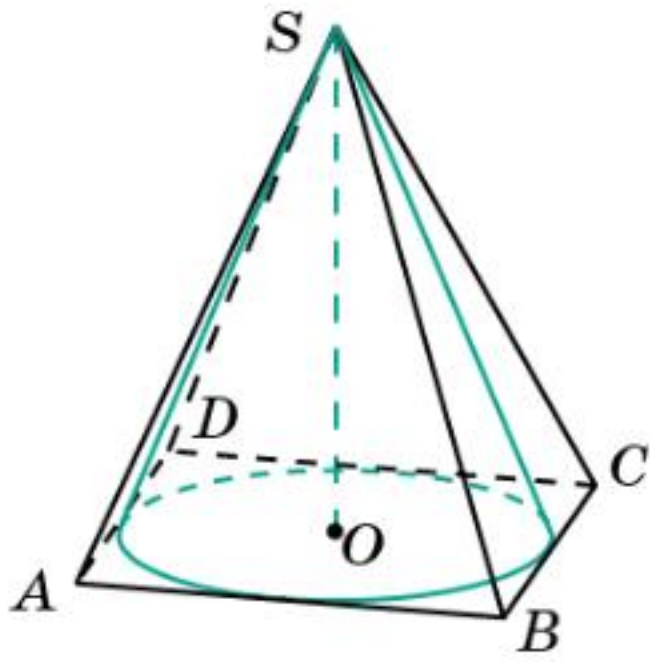
27.11. Томони 1 см бўлган тенг ёнли учбурчакни унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган фигуранинг ҳажмини топинг.

27.12. Тенг ёнли бўлмаган тўғри бурчакли учбурчакни унинг ҳар бир катети атрофида айлантирганда иккита конус ҳосил бўлади. Шу конусларнинг ҳажмлари тенг бўладими?

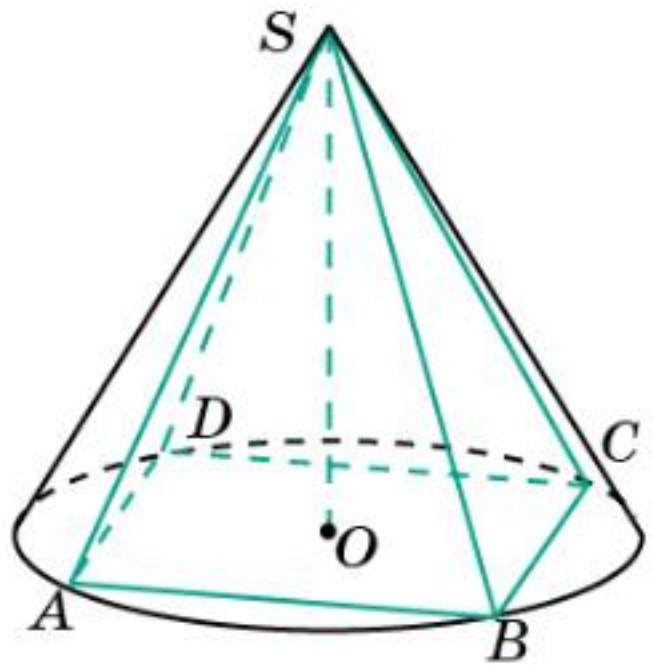
27.13. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 6 см га, асосининг томонлари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган конуснинг ҳажмини топинг (27.5-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



27.5-расм

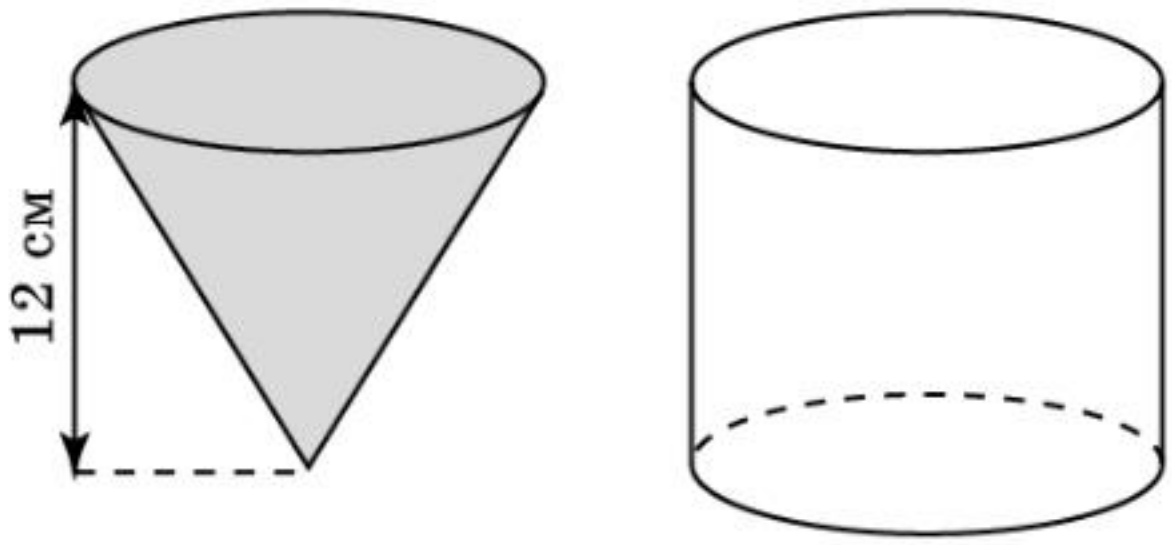


27.6-расм

27.14. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган конуснинг ҳажмини топинг (27.6-расм).

27.15. Конуснинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Конуснинг баландлиги учта тенг бўлакка бўлинган ва бўлиниш нуқталари орқали унинг асосига параллел текисликлар ўтказилган. Конуснинг ўрта қисмининг ҳажмини топинг.

27.16. Баландлиги 12 см бўлган конуссимон идишга тўлдирилган сув цилиндр шаклидаги идишга қуйилди. Цилиндр шаклидаги идишнинг асосининг радиуси конуссимон идиш асосининг радиусига тенг (27.7-расм). Цилиндр шаклдаги идишдаги сувнинг сатҳи унинг асосидан қандай баландликда бўлади?



27.7-расм

27.17. Кесик конус асосларининг радиуслари 6 см ва 2 см, ясовчиси эса 5 см га тенг. Шу кесик конуснинг ҳажмини топинг.

27.18. Тенг ёнли трапециянинг асослари 4 см ва 6 см, баландлиги эса 3 см га тенг. Трапецияни унинг асосларининг ўрталари орқали ўтувчи тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигуранинг ҳажмини топинг.

27.19. Иккита конус ўхшаш бўлиши учун уларнинг ясовчилари билан асосларининг радиусларига нисбатан шартларни ёзинг. Шу конуслар ҳажмларининг нисбатини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

27.20. Кигиз уй-кўчманчиларнинг азалдан келаётган турғун уйи (27.8-расм). Кигиз уйнинг керегеси цилиндрсимон, шу кереге билан шанирақни давом эттирувчи увиқлар кесик конус ҳосил қилади. Цилиндр асосининг диметри 5 м га, кесик конус асосларининг диаметрлари 5 м ва 1 м га, цилиндр билан кесик конуснинг баландликлари 2 м га тенг. Кигиз уйнинг ҳажмини топинг.

27.8-расм

C

27.21. Тўғри бурчакли тенг ёнли учбурчакнинг катети 3 см га тенг. Тўғри бурчакли учбурчакни шу катети ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган фигуранинг ҳажмини топинг.

27.22. Бирлик квадратни унинг диагонали ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган фигуранинг ҳажмини топинг.

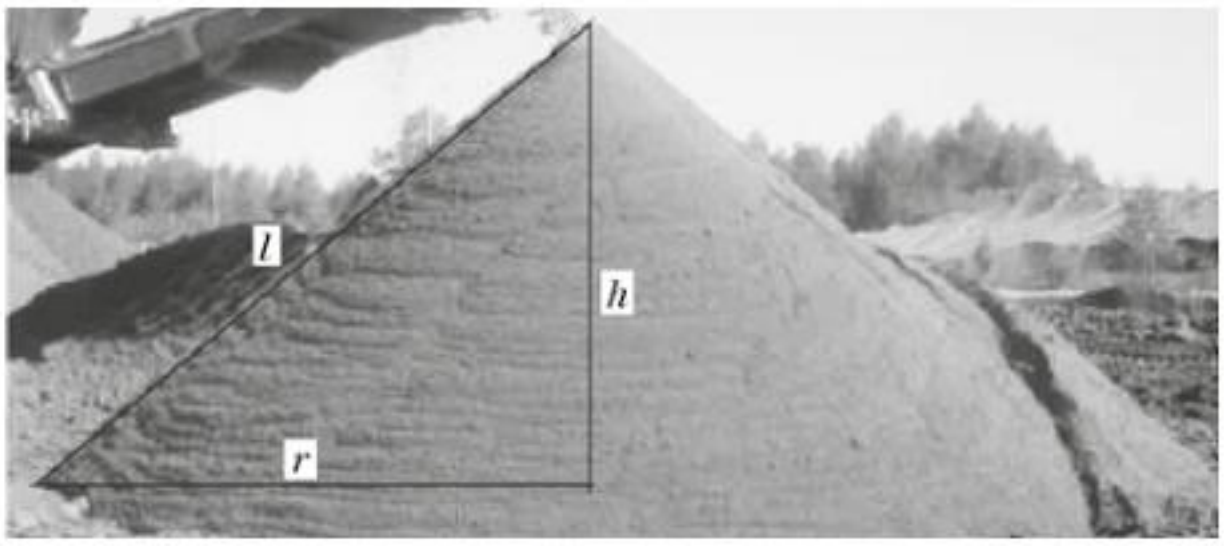
27.23. Тенг ёнли учбурчакнинг ён томонлари 1 см га, улар орасидаги бурчак эса 120° га тенг. Учбурчакни битта ён томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигуранинг ҳажмини топинг.

27.24. Конуснинг ён сиртининг ёйилмаси — радиуси 2 см га тенг бўлган яримдоира. Ушбу конуснинг ҳажмини топинг.

27.25. Битта конуснинг ҳажми 1 см га тенг. Шу конус баландлигининг ўртаси орқали ўтувчи ва асосига параллел текисликка нисбатан аксий симметрик иккинчи конус олинди. Конусларнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг.

27.26. Тенг томонли учбурчакнинг томонлари 2 см га тенг. Учбурчакнинг бир учи орқали ўтувчи ва баландлигига параллел бўлган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўлган фигуранинг ҳажмини топинг.

27.27. Қурилиш майдонида конуссимон тўкилган қумнинг асоси айланасининг узунлигини метрли тасма билан ўлчаганда 21,6 м бўлди (27.9-расм). Метрлик тасмани қум уйимининг учи орқали



27.9-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

улоқтириб ўлчаганда унинг иккита ясовчисининг узунлиги 7,8 м экани аниқланди. Уйилган қумнинг ҳажмини топинг (p d 3).

Янги мавзуни ўзлаштиришга тайёрланинг

27.28. Шарнинг таърифи ва Кавальери принципини такрорланг

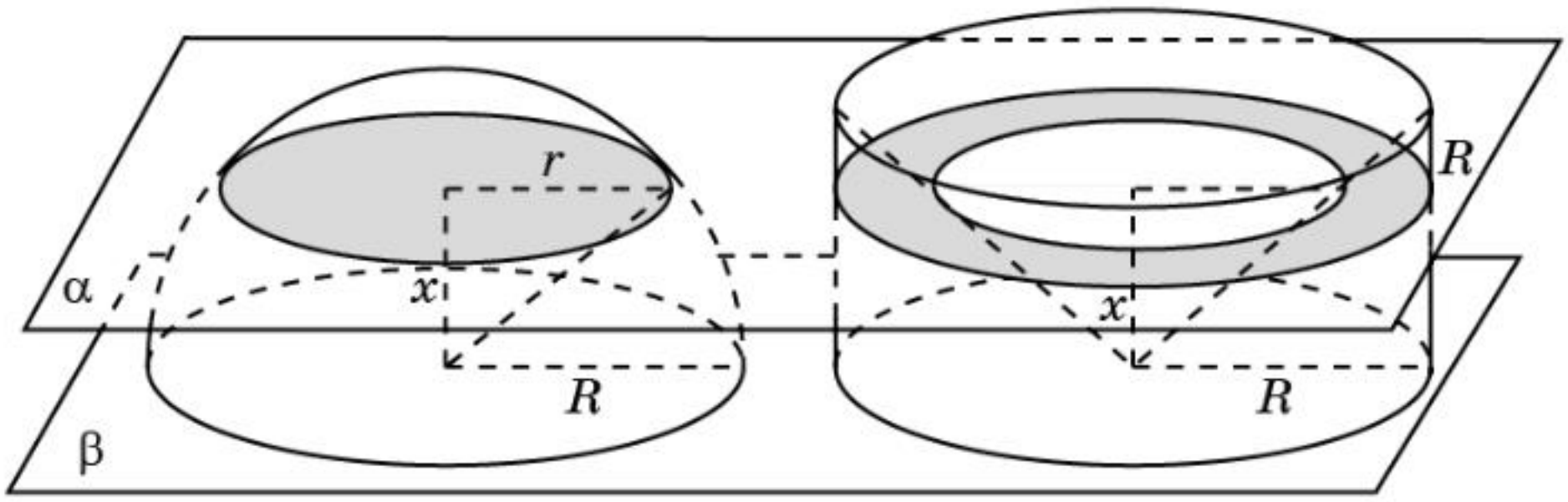
28-§. Шар ва унинг қисмларининг ҳажмлари

Кавальери принципидан фойдаланиб, шарнинг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқарайлик.

Теорема. ***Радиуси R га тенг бўлган шарнинг V ҳажми ушбу формула билан ҳисобланади:***

$$V = \frac{4}{3}pR^3.$$

Исботи. Радиуси R га тенг ва асоси b текисликда ётган яримшарни кўриб чиқамиз. Шу билан бир қаторда асоси шу b текисликда ётадиган цилиндрни олайлик ва унинг асосининг радиуси R га, баландлиги ҳам R га тенг бўлсин (28.1-расм).



28.1-расм

Учи цилиндрнинг пастки асосининг марказида, асоси эса цилиндрнинг юқори асоси бўладиган қилиб шу цилиндрга ички конус чизамиз.

Конуснинг ичида ётмайдиган цилиндрнинг нуқталаридан ташкил топган Φ фигура билан берилган яримшарнинг ҳажмлари тенг бўлишини исботлайлик.

b текисликка параллел в ундан x масофада бўлган a текисликни ўтказамиз ($0 \text{ m } x \text{ m } R$). У ҳолда яримшарнинг шу текислик билан кесимида радиуси $\sqrt{R^2 - x^2}$ ва юзаси $p(R^2 - x^2)$ бўлган доира ҳосил бўлади. Φ фигуранинг a текислик билан кесимида ички доиранинг радиуси x га, ташқи доиранинг радиуси эса R га тенг бўлган халқа ҳосил бўлади. Бу халқанинг юзи $pR^2 - px^2 = p(R^2 - x^2)$ га тенг. Демак, бу яримшарнинг кесими юзасига тенг бўлади.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

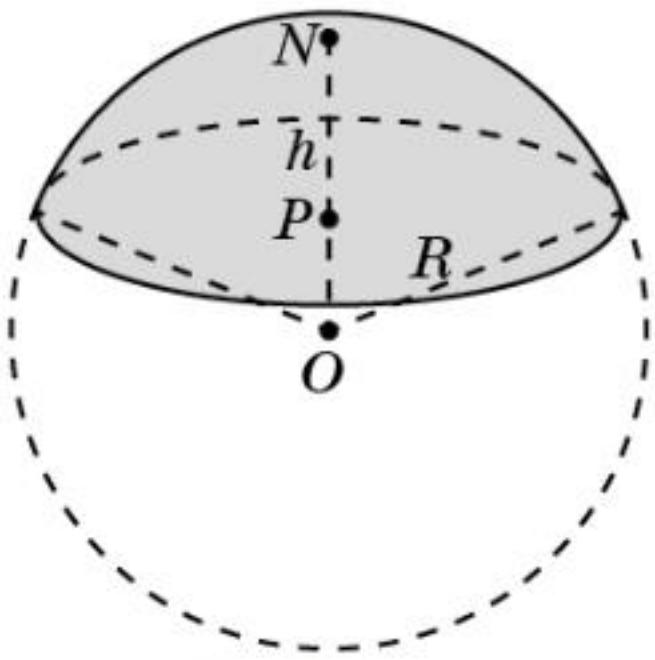
Кавальери принципи бўйича яримшар билан *Ф* фигуранинг ҳажмлари тенг бўлади. Шу ҳажмни топамиз. У цилиндр билан конус ҳажмларининг айирмасига тенг бўлади, яъни

$$V = V_ц - V_к = pR^2R - \frac{1}{3}pR^2R = \frac{2}{3}pR^3.$$

Шарнинг ҳажми яримшарнинг ҳажмидан икки марта катта бўлади. Демак, шарнинг ҳажми ушбу формула билан топилади:

$$V = \frac{4}{3}pR^3.$$

Энди шарнинг маркази орқали ўтмайдиган қандайдир бир текислик билан кесиб олинган шарнинг кичик қисми — шар сегментининг ҳажмини топиш формуласини келтириб чиқарамиз (28.2-расм).



28.2-расм

Теорема. ***Радиуси R га тенг бўлган шардан кесиб олинган шар сегментининг ҳажми қуйидаги формула билан ҳисобланади:***

$$V = ph^2(R - \frac{1}{3}h),$$

бунда h — шар сегментининг баландлиги.

Исботи. Шарнинг ҳажмини топиш формуласини исботлаш бўйича яримшардан а текислик билан кесиб олинган шар сегментининг ҳажми *Ф* фигуранинг а текислик билан кесиб олинган қисмининг ҳажмига тенг бўлиши келиб чиқади (28.1-расм).

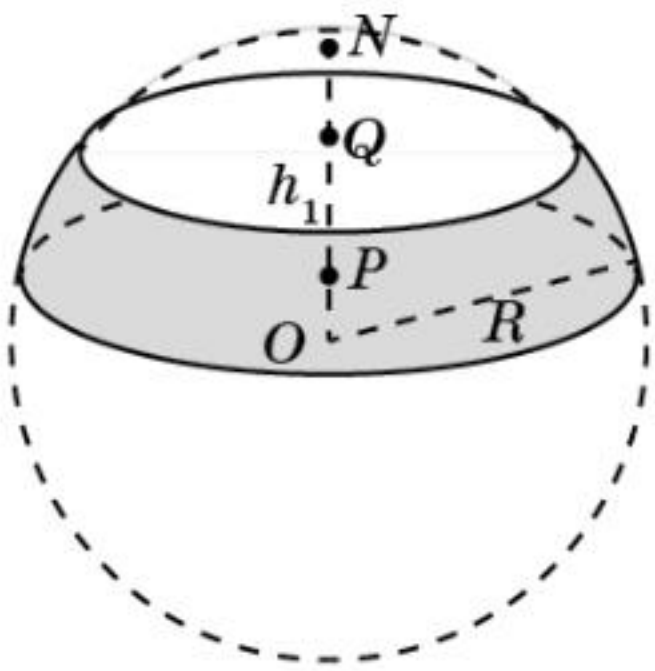
Агар шар сегментининг баландлиги h га тенг бўлса, у ҳолда цилиндрдан кесиб олинган қисмининг ҳажми pR^2h га тенг бўлади. Конуснинг кесиб олинган қисмининг ҳажми $\frac{1}{3}pR^3 - \frac{1}{3}p(R-h)^3 = pR^2h - ph^2R + \frac{1}{3}ph^3$ га тенг бўлади. Бундан шар сегментининг V ҳажмини топишнинг изланаётган формуласи олинади.

Шар билан кесишувчи параллел иккита текисликнинг орасида чекланган шарнинг қисми — шар белбоғининг ҳажмини топиш формуласини мустақил келтириб чиқаринг (28.2-расм).

Шар сегменти ва конус ҳажмларининг формулаларидан фойдаланиб, шар секторининг ҳажмини топиш формуласини оламиз:

$$V = \frac{2}{3}pR^2h,$$

бунда R — шарнинг радиуси, h — шар сегментининг баландлиги.



28.3-расм

Шар билан кесишувчи параллел иккита текислик орасидаги чегараланган шарнинг қисми — шар белбоғининг ҳажмини тпиш формуласини мустақил келтириб чиқаринг (28.3-расм).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Саволлар

1. Шарнинг ҳажми қандай ҳисобланади?
2. Шар сегментининг ҳажми қандай ҳисобланади?

Масалалар

A

28.1. Шарнинг диаметри 6 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

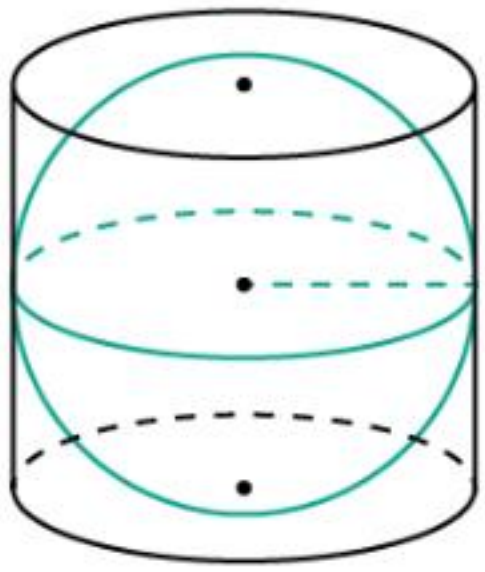
28.2. Агар шарнинг радиусини: 1) 3 марта; 2) 4 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?

28.3. Учта шарнинг радиуслари 3 см, 4 см ва 5 см га тенг. Ҳажми ушбу шарларнинг ҳажмларининг йиғиндисига тенг бўлган шарнинг радиусини топинг.

28.4. Ҳажмларининг йиғиндиси радиуси 6 см бўлган шарнинг ҳажмига тенг бўладиган радиуси 2 см га тенг бўлган нечта шар олиш мумкин?

28.5. Кубнинг қирраси 1 см га тенг. Кубга ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг.

28.6. Цилиндрнинг баландлиги 2 см га тенг. Цилиндрга ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.4-расм).



28.4-расм

B

28.7. Шар марказидан 8 см узоқликдаги текислик билан кесиминнинг радиуси 6 см га тенг. Шарнинг ҳажмини топинг.

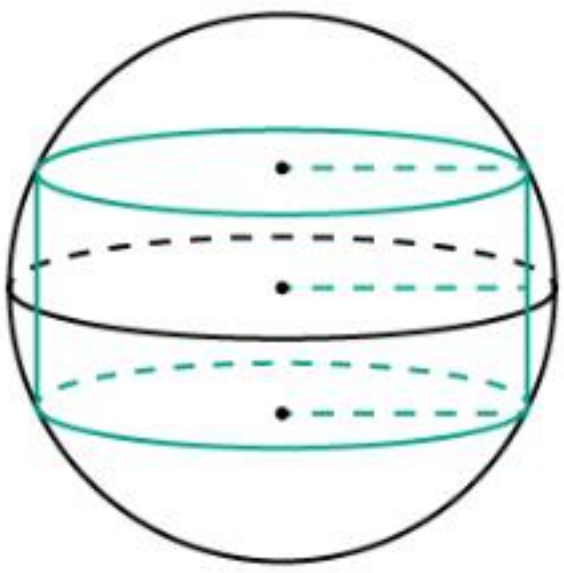
28.8. Кубнинг қирраси 1 см га тенг. Кубга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг.

28.9. Цилиндрнинг баландлиги ва асосининг радиуси 1 см га тенг. Цилиндрга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.5-расм).

28.10. Мунтазам учбурчакли призма асросининг томонлари 1 см га тенг. Призмага ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг.

28.11. Иккита шар сиртларининг юзалари $m : n$ нисбат каби. Уларнинг ҳажмлари қандай нисбатда бўлади?

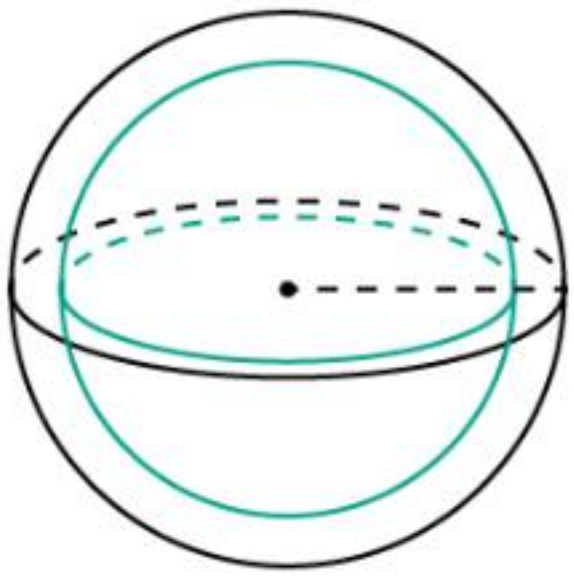
28.12. Марказлари умумий ва радиуслари R_1 билан R_2 ($R_1 > R_2$) бўлган иккита шарнинг сиртлари билан чегараланган фигура-шар халқасининг ҳажмини ҳисоблаш формуласини топинг (28.6-расм).



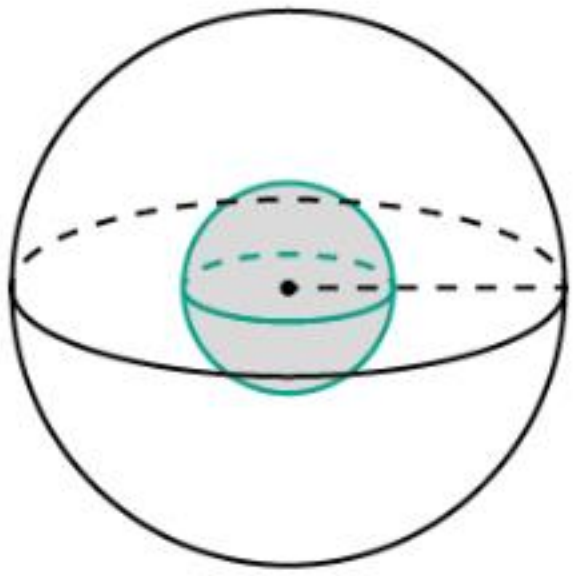
28.5-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



28.6-расм



28.7-расм

28.13. Гилос мевасининг қалинлиги унинг ичидаги данагининг диаметрига тенг (28.7-расм). Гилос билан унинг ичидаги данагини шарсимон деб олиб, меваси ва данагининг ҳажмлари нисбатини топинг.

28.14. Апельсин — шарсимон мева. Унинг қобиғининг қалинлиги шар радиусининг бешдан бир қисмига тенг бўлади (28.6-расм). Апельсининг қобиғи унинг ҳажмининг қандай қисмини ташкил этади?

28.15. Нур-Султан шаҳридаги "Бәйтерек" монументи-металдан, чиннидан ва бетондан ясалган гўзал меъморий иншоот, барча дунё ташкилотлари учун мустақил Қозоғистоннинг символи (28.8-расм). Унинг учида диаметри 22 м га тенг бўлган шар бор. Шу шарнинг ҳажмини топинг.

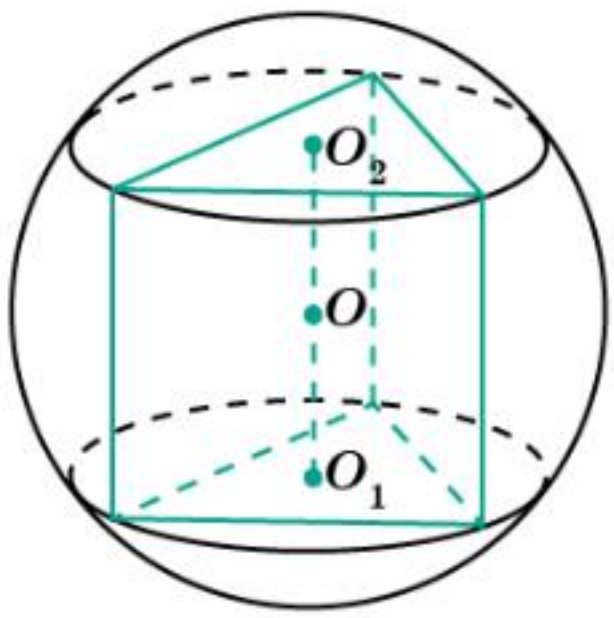
28.8-расм

C

28.16. Мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призмага ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.9-расм).

28.17. Мунтазам тетраэдрнинг қирралари 1 см га тенг. Тетраэдрга ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.10-расм).

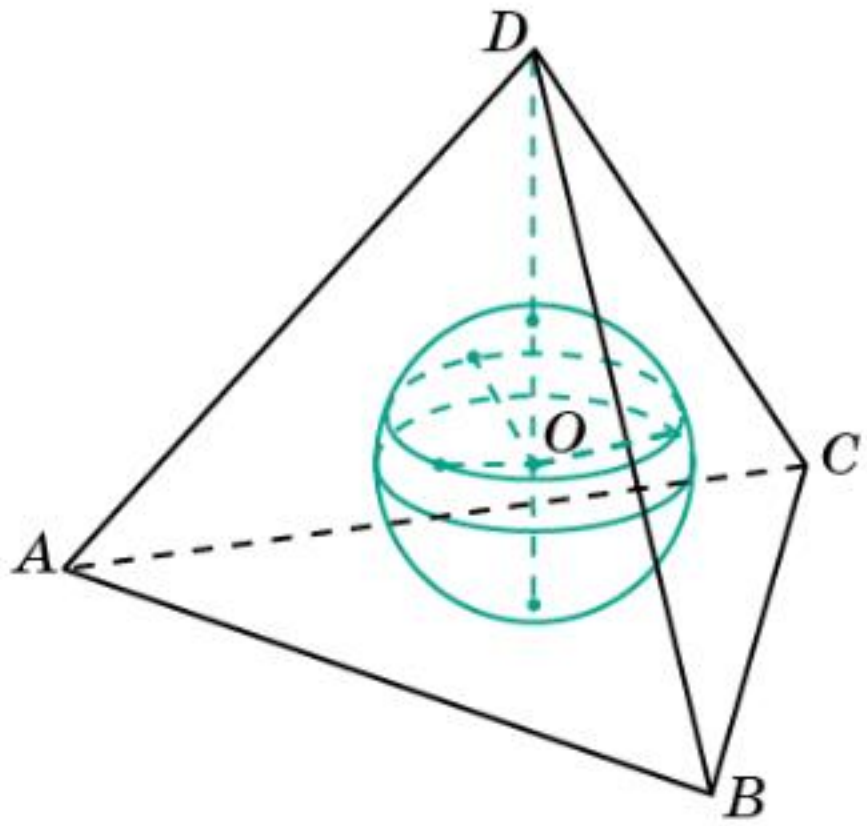
28.18. Мунтазам тетраэдрнинг қирралари 1 см га тенг. Тетраэдрга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.11-расм).



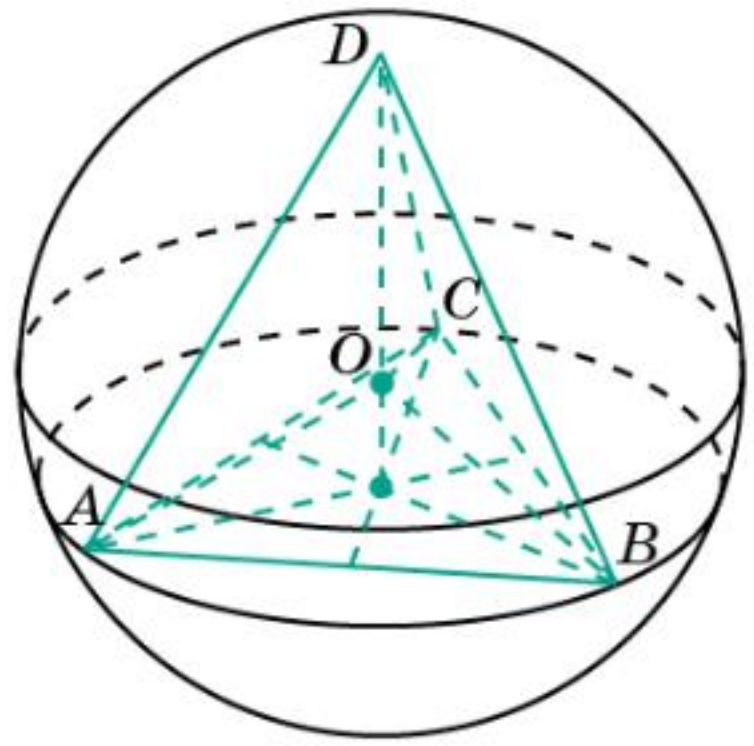
28.9-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

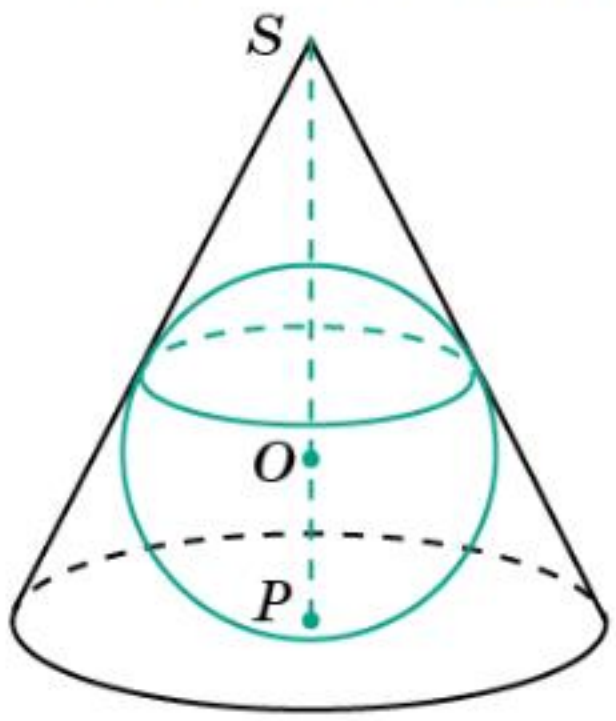


28.10-расм

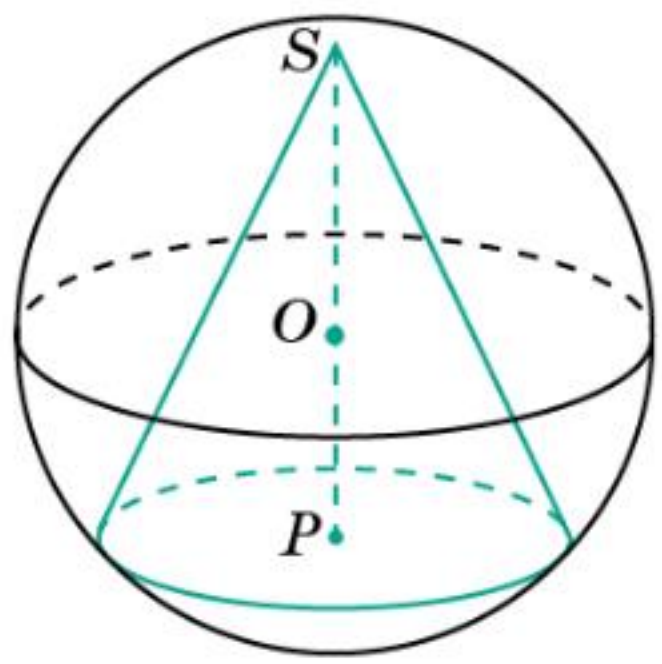


28.11-расм

28.19. Конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Конусга ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.12-расм).



28.12-расм



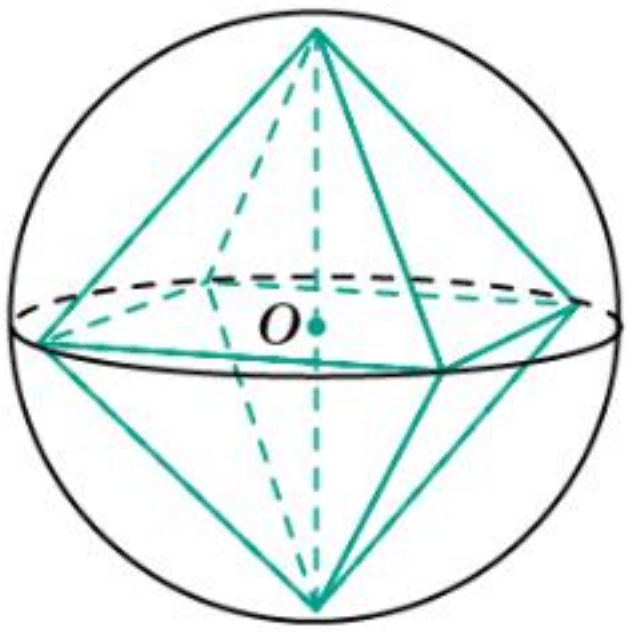
28.13-расм

28.20. Конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Конусга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.13-расм).

28.21. Октаэдрнинг қирраси 1 см га тенг. Октаэдрга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.14-расм).

28.22. Октаэдрнинг қирраси 1 см га тенг. Октаэдрга ички чизилган шарнинг ҳажмини топинг (28.15-расм).

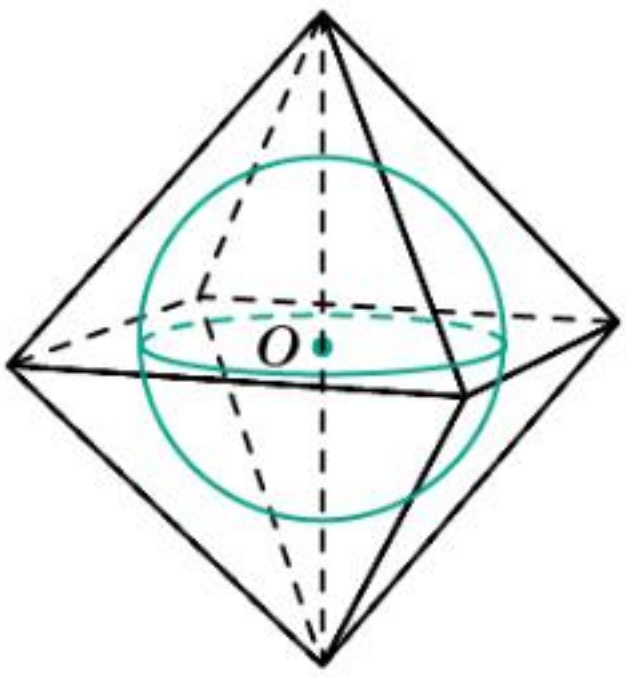
28.23. Шарнинг радиусининг ўртаси орқали шу радиусга перпендикуляр текислик ўтказилган (28.16-расм). Ушбу текисликдан кесиб олинган шар сегментининг ҳажми шар ҳажмининг қандай қисмини ташкил этади?



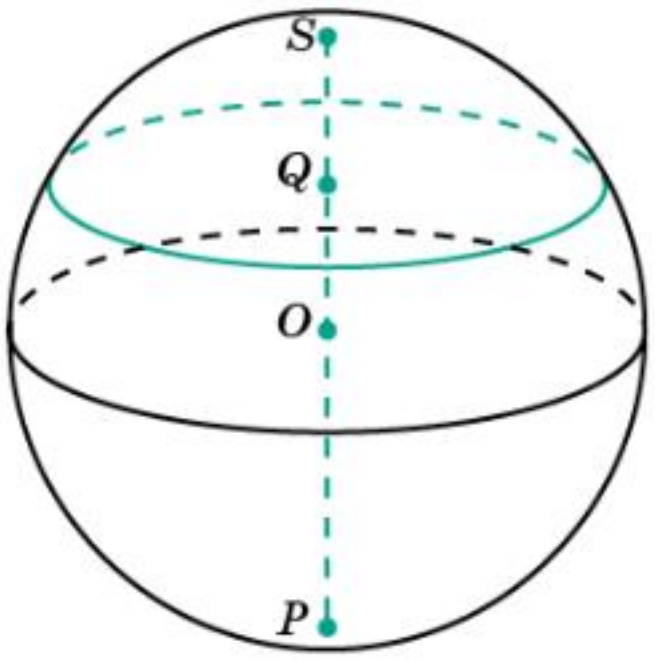
28.14-расм

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



28.15-расм



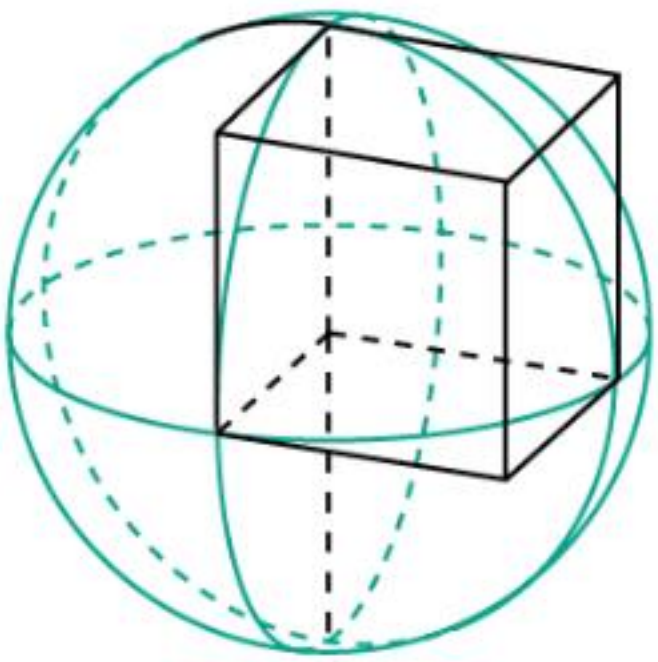
28.16-расм

28.24. Шар сегментининг асосидаги айлананинг радиуси 60 см га, шарнинг радиуси эса 75 см га тенг. Шар сегментининг ҳажмини топинг.

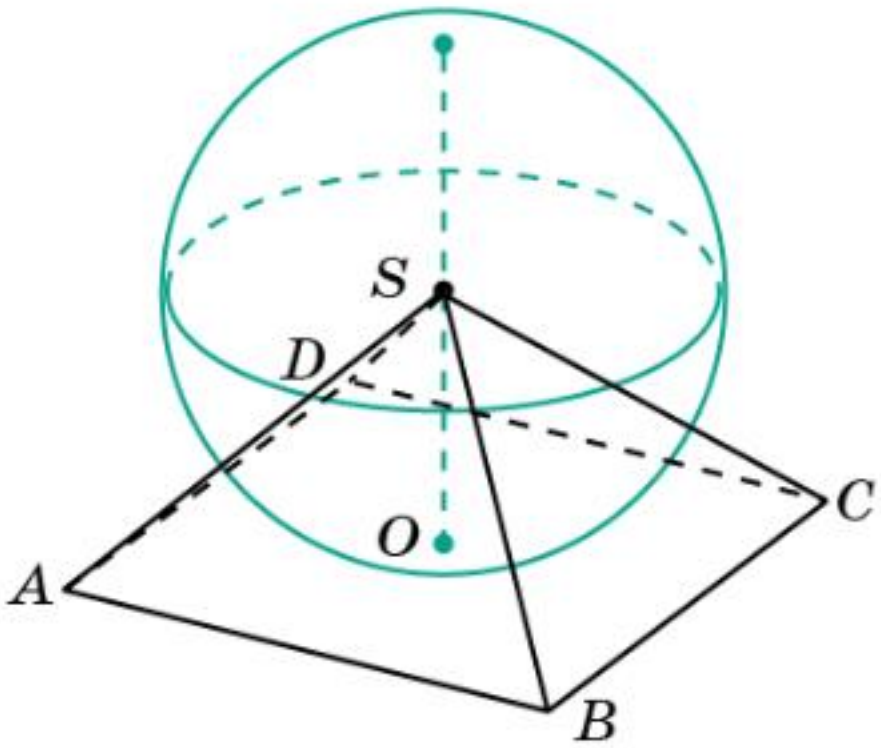
28.25. Шар белбоғи асосларининг радиуслари 3 см ва 4 см га, шарнинг радиуси эса 5 см га тенг. Шар белбоғининг ҳажмини топинг.

28.26. Шарнинг радиуси 1 см га тенг. Унинг марказида бирлик кубнинг учи жойлашган (28.17-расм). Куб билан шарнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг.

28.27. Мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га ва унинг баландлиги 1 см га тенг. Радиуси 1 см га тенг бўлган шарнинг марказида шу пирамиданинг учи жойлашган (28.18-расм). Пирамида билан шарнинг умумий қисмининг ҳажмини топинг.



28.17-расм



28.18-расм

ЎЗИНГИЗНИ ТЕКШИРИНГ!

1. Агар кубнинг барча қирралари 2 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортишини топинг:

   A) 2 марта; B) 4 марта; C) 6 марта; D) 8 марта.

2. Куб сиртининг юзи 12 см^2. Унинг ҳажмини топинг:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

A) $2\sqrt{2}$ см^3; B) 4 см^3; C) $4\sqrt{2}$ см^3; D) 8 см^3.

3. Сферанинг радиуси 2 см га тенг. Сферага ташқи чизилган кубнинг ҳажмини топинг

A) 32 см^3; B) 64 см^3; C) 128 см^3; D) 256 см^3.

4. Учбурчакли призма асосининг ўрта чизиғи орқали унинг ён қиррасига параллел текислик ўтказилган. Агар дастлабки призманинг ҳажми 8 см^3 га тенг бўлса, у ҳолда шу текислик билан кесиб олинган учбурчакли призманинг ҳажмини топинг:

A) 1 см^3; B) 2 см^3; C) 3 см^3; D) 4 см^3.

5. Олтибурчакли призманинг асоси-томонлари 2 см га тенг бўлган мунтазам олтибурчак. Призманинг ён қирралари 3 см га тенг ва улар асос текислиги билан 60° ли бурчак ясайди. Призманинг ҳажмини топинг:

A) $6\sqrt{3}$ см^3; B) 9 см^3; C) 27 см^3; D) $9\sqrt{3}$ см^3.

6. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги 2 см га тенг. Цилиндрга ички чизилган мунтазам тўртбурчакли призманинг ҳажмини топинг:

A) 8 см^3; B) $8\sqrt{2}$ см^3; C) 16 см^3; D) $16\sqrt{2}$ см^3.

7. Цилиндрсимон идишдаги суюқликнинг сатҳи 8 см га етади. Агар шу суюқлик диаметри биринчи идишдан 2 марта кичик бўлган идишга қуйилса, у ҳолда суюқликнинг сатҳи қандай баландликда бўлишини топинг:

A) 16 см; B) 32 см; C) 48 см; D) 64 см.

8. Цилиндр ён сиртининг ёйилмаси — томонлари 2 см га тенг бўлган квадрат. Цилиндрнинг ҳажмини топинг:

A) $\frac{2}{\pi}$ см^3; B) $\frac{4}{\pi}$ см^3; C) 2p см^3; D) 4p см^3.

9. Учбурчакли призманинг қирралари 3 см га тенг. Призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг:

A) 3p; B) 6p; C) 9p; D) 12p.

10. $ABCA_1B_1C_1$ учбурчакли призманинг ҳажми 6 см^3 га тенг. $A_1BCC_1B_1$ тўртбурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг:

A) 1 см^3; B) 2 см^3; C) 3 см^3; D) 4 см^3.

11. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг қирралари 2 см га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг:

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ см^3; B) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ см^3; C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см^3; D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ см^3.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг ҳажми 6 см^3 га тенг. ACB_1D_1 тетраэдрнинг ҳажмини топинг:

A) 1 см^3; B) 2 см^3; C) 3 см^3; D) 4 см^3.

13. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га тенг ва улар асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Пирамиданинг ҳажмини топинг:

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см^3; B) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ см^3; C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см^3; D) $\sqrt{3}$ см^3.

14. Тенг томонли учбурчакнинг томони 2 см га тенг. Учбурчакни унинг баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган фигуранинг ҳажмини топинг:

A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ см^3; B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ см^3; C) $\frac{\pi}{3}$ см^3; D) $\rho\sqrt{3}$ см^3.

15. Конуснинг ён сиртининг ёйилмаси — радиуси 3 см га тенг бўлган, марказий бурчаги 120° га тенг доиравий сектор. Конуснинг ҳажмини топинг.:

A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ см^3; B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ см^3; C) $\frac{2\pi}{3}$ см^3; D) $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$ см^3.

16. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг баландлиги билан асосининг томонлари 1 см га тенг. Пирамидага ташқи чизилган конуснинг ҳажмини топинг:

A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ см^3; B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ см^3; C) $\frac{\pi}{3}$ см^3; D) $\frac{2\pi}{3}$ см^3.

17. Кесик конуснинг ўқ кесими — асослари 4 см ва 2 см, ён томонлари эса 2 см бўлган тенг ёнли трапеция. Кесик конуснинг ҳажмини топинг.

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}\rho$ см^3; B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}\rho$ см^3; C) $\frac{7\sqrt{3}}{3}\rho$ см^3; D) $\frac{8\sqrt{3}}{3}\rho$ см^3.

18. Шар сиртининг юзи 36 см^2 га тенг. Шарнинг ҳажмини топинг:

A) $24\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ см^3; B) $36\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ см^3; C) $48\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ см^3; D) $60\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ см^3.

19. Кубнинг қирраси 2 см га тенг. Кубга ташқи чизилган шарнинг ҳажмини топинг:

A) $\sqrt{3}\rho$ см^3; B) $2\sqrt{3}\rho$ см^3; C) $3\sqrt{3}\rho$ см^3; D) $4\sqrt{3}\rho$ см^3.

20. Шарнинг радиуси 5 см га, унинг сегменти асосининг радиуси 4 см га тенг. Шар сегментининг ҳажмини топинг:

A) $\frac{52\pi}{3}$ см^3; B) $\frac{43\pi}{3}$ см^3; C) $\frac{32\pi}{3}$ см^3; D) $\frac{22\pi}{3}$ см^3.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10-11-СИНФЛАРДАГИ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ

БУРЧАКЛАР

Тўғри чизиқлар орасидаги бурчак

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB ва CD_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда BC_1 ва DA_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AC ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
4. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AC_1 ва BB_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
5. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SB ва CD тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.

B

6. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. SB ва CD тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см тенг. AB ва C_1D_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.
8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см тенг. AC ва BE_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB ва CA_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг
10. $ABCD$ мунтазам тетраэдрда E нуқта — CD қиррасининг ўртаси. BC ва AE тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
11. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB ва CA_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
12. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг ва E нуқта — SD қиррасининг ўртаси. SB ва AE тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг.
13. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB ва FE_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
15. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. SB ва AE тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
16. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. SB ва AD тўғри чизиқлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.

Тўғри чизиқ билан текислик орасидаги бурчак

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB_1 тўғри чизиқ билан BCC_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB_1 тўғри чизиқ билан BCD_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда CA_1 тўғри чизиқ билан AB_1D_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
4. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB тўғри чизиқ билан ACC_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
5. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SB тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакни топинг.

B

6. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SC тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакни топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB тўғри чизиқ билан CDD_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AC тўғри чизиқ билан CDD_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AC_1 тўғри чизиқ билан BDD_1 текислик орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг:
10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB тўғри чизиқ билан CB_1D_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11. $ABCD$ мунтазам тетраэдрда E нуқта — BD қиррасининг ўртаси. AE тўғри чизиқ билан ABC текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.
12. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. BB_1 тўғри чизиқ билан AB_1C_1 текислик орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг.
13. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. BD тўғри чизиқ билан SBC текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.
14. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. BC тўғри чизиқ билан SAF текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.
15. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AA_1 тўғри чизиқ билан BCE_1 текислик орасидаги бурчакни топинг.
16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. BC_1 тўғри чизиқ билан AFF_1 текислик орасидаги бурчакнинг синусини топинг.

Иккита текислик орасидаги бурчак

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда ABC_1 ва ABC текисликлар орасидаги бурчакни топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда ADC_1 ва BCD_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.
3. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ACC_1 ва BCC_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.
4. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SAC ва SBD текисликлар орасидаги бурчакни топинг.

B

5. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SAD ва SBE текисликлар орасидаги бурчакни топинг.
6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ABB_1 ва CDD_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ABB_1 ва CEE_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ACC_1 ва BEE_1 текисликлар орасидаги бурчакни топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда ABC ва CB_1D_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг.
10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда BA_1C_1 ва AB_1D_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
11. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ABC ва CA_1B_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг.
12. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SAD ва SBC текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
13. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SBC ва SCD текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
14. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SBC ва SEF текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
15. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SAF ва SBC текисликлар орасидаги бурчакнинг косинусини топинг.
16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. ABC ва DB_1F_1 текисликлар орасидаги бурчакнинг тангенсини топинг.

МАСОФА

Нуқтадан тўғри чизиққача бўлган масофа

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда B нуқтадан AD_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда B нуқтадан A_1D_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
3. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BC тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
4. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан B_1C_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

5. $SABCD$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. S нуқтадан AC тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
6. $SABCDEF$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. S нуқтадан BE тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. F нуқтадан BB_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. F нуқтадан B_1C_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда B нуқтадан DA_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
10. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. B нуқтадан AC_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
11. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. S нуқтадан BF тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
12. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. B нуқтадан SA тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
13. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. B нуқтадан A_1F_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
14. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. B нуқтадан A_1D_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
15. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. B нуқтадан FE_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.
16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. B нуқтадан AD_1 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

Нуқтадан текисликкача бўлган масофа

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A нуқтадан BDD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BCC_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
3. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. S нуқтадан ABC текисликкача бўлган масофани топинг.
4. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. S нуқтадан ABC текисликкача бўлган масофани топинг.

B

5. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BDD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BCC_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан CDD_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BDE_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A нуқтадан CB_1D_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда A нуқтадан BDC_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
11. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан BCA_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
12. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан CA_1B_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
13. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан SCD текисликкача бўлган масофани топинг.
14. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. A нуқтадан SDE текисликкача бўлган масофани топинг.
15. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан DEA_1 текисликкача бўлган масофани топинг.
16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. A нуқтадан DEF_1 текисликкача бўлган масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Иккита тўғри чизиқ орасидаги масофа

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда AB ва CC_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда AB ва C_1D_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда AB_1 ва CD_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
4. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB ва B_1C_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.

B

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда AA_1 ва BD_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
6. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AA_1 ва BC_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
7. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB ва C_1D_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
8. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB_1 ва DE_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.

C

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубда BA_1 ва DB_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
10. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. CC_1 ва AB тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
11. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. AB ва CB_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
12. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SB ва AC тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
13. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. SA ва CD тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
14. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SB ва AF тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
15. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. SB ва AE тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.
16. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ текисликкача бўлган масофани топинг BB_1 ва EF_1 тўғри чизиқлар орасидаги масофани топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КЕСИМЛАР

A

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AA_1, BB_1, B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
2. $ABCD$ тетраэдрнинг барча қирралари 1 см га тенг. Тетраэдрнинг AB, BC ва CD қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
3. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг AB, BC, A_1B_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг BB_1, CC_1, A_1B_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
5. $ABCD$ тетраэдрнинг барча қирралари 1 см га тенг. Тетраэдрнинг AD, BD ва BC қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг A, C ва D_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A учи ва BC, B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг C учи ва AD, A_1D_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
9. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг. Призманинг B, B_1 учлари ва AC қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.

B

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A учи ва BB_1, DD_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A, C учлари ва C_1D_1 қирраларининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
12. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг A, D ва C_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг B учи ва AA_1, CC_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A_1, B учлари ва CC_1 қирраларининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
15. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг A_1, B_1 учлари ва AC қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
16. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AA_1, CC_1 қирраларининг ўрталари ва BB_1 қиррасида B учидан 0,25 узақликта ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
17. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A учи ва CD, A_1D_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
18. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Пирамиданың A, B учлари ва SC қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
19. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг AA_1, BB_1 ва A_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
20. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A_1B_1, CD қирраларининг ўрталари ва AB қиррасида A учидан 0,25 узоқликда ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
21. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг A_1, C_1 учлари ва AD қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
22. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Пирамиданинг B, C учлари ва SA қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
23. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг B, D ва E_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
24. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AD, B_1C_1 қирраларининг ўрталари ва BC қиррасида B учидан 0,25 узоқликда ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
25. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Пирамиданинг AD, BC ва SD қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

26. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг A, B учлари ва A_1C_1 қиррасининг ўртаси орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
27. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг C, F ва E_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.

C

28. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AA_1, CC_1 қирраларининг ўрталари ва AB қиррасида A учидан 0,75 узоқликда ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
29. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг D_1 учи ва AB, BC қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
30. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг BB_1, DD_1 қирраларининг ўрталари ва AB қиррасида A учидан 0,75 узоқликда ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
31. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призманинг A, B ва D_1 учлари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
32. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AA_1, CC_1 қирраларининг ўрталари ва AB қиррасида A учидан 0,25 узоқликда ётган нуқта орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
33. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг AB, BC, CC_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.
34. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубнинг B_1 учи ва AD, CD қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи текислик билан кесимини ясанг. Кесимнинг юзини топинг.

ИЧКИ ЧИЗИЛГАН ВА ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН ФИГУРАЛАР

Цилиндр ва конус

A

1. Сферага ташқи чизилган цилиндрнинг ўқ кесимининг периметри 8 см га тенг. Сферанинг радиусини топинг.
2. Сферага ташқи чизилган цилиндрнинг ўқ кесимининг юзи 4 см^2 га тенг. Сферанинг диаметрини топинг.
3. Цилиндрнинг ўқ кесимининг диагонали 2 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4. Цилиндрнинг баландлиги 2 см га, асосининг радиуси эса 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
5. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи радиуси 2 см бўлган сфера чизилган. Цилиндрнинг баландлигини топинг.
6. Цилиндрнинг баландлиги 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи радиуси 1 см га тенг бўлган сфера чизилган. Цилиндр асосининг радиусини топинг.
7. Тўғри призманинг асоси-томонлари 1 см тенг бўлган мунтазам учбурчак. Шу призмага ички чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
8. Тўғри призманинг асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Шу призмага ички чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
9. Бирлик кубга ички чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
10. Мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
11. Тўғри призманинг асоси-томонлари 1 см тенг бўлган мунтазам учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
12. Тўғри призманинг асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
13. Тўғри призманинг асоси — томонлари 1 см тенг бўлган квадрат. Шу призмага ташқи чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.
14. Мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндр асосининг радиусини топинг.

B

15. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ички чизилган мунтазам учбурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
16. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ички чизилган мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
17. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ички чизилган мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
18. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган мунтазам учбурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
19. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
20. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонини топинг.
21. Конуснинг ясовчиси 2 см га, асосининг радиуси эса 1 см га тенг. Шу конусга ички чизилган сферанимнг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

22. Конус асосининг радиуси 2 см га тенг. Шу конусга ички радиуси 1 см га тенг бўлган сфера чизилган. Конуснинг баландлигини топинг.

23. Конус асосининг радиуси 1 см га тенг ва ясовчичи асос текисслиги билан 45° ли бурчак ясайди. Шу конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

24. Конуснинг баландлиги 8 см га, ясовчиси эса 10 см га тенг. Шу конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

25. Кесик конус асосларининг радиуслари 2 см ва 1 см га тенг. Шу конусга ички сфера чизилган. Кесик конуснинг баландлигини топинг.

26. Кесик конус битта асосининг радиуси 2 см га тенг. Шу конусга ички радиуси 1 см га тенг бўлган сфера чизилган. Кесик конуснинг иккинчи асосининг радиусини топинг.

27. Кесик конуснинг катта асосининг радиуси 2 см га тенг ва ясовчиси асос текислиги билан 60° ли бурчак ясайди. Шу конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

28. Кесик конуснинг ясовчиси 2 см га, ўқ кесимининг юзи эса 3 $см^2$ га тенг. Шу конусга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

29. Конус асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

30. Конус асосининг радиуси 4 см га тенг. Шу конусга ташқи радиуси 5 см га тенг бўлган сфера чизилган. Конуснинг баландлигини топинг.

31. Конуснинг асосининг радиуси 1 см га тенг ва ясовчиси асос текислиги билан 45° ли бурчак ясайди. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

32. Конуснинг баландлиги 8 см га, ясовчиси эса 10 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

33. Кесик конус асосларининг радиуслар 2 см ва 1 см, ясовчиси эса 2 см. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

34. Кесик конуснинг кичик асосининг радиуси 1 см га, ясовчиси эса 2 см га тенг ва ясовчиси асос текислиги билан 45° ли бурчак ясайди. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

35. Кесик конуснинг битта асосининг радиуси 4 см га, баландлиги эса 7 см га тенг. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини 5 см га тенг. Кесик конуснинг иккинчи асосининг радиусини топинг.

36. Кесик конус асосларининг радиуслар 2 см ва 4 см, баландлиги эса 5 см. Шу конусга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Күпёққа ички чизилган сфера

A

1. Бирлик кубга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
2. Сферанинг радиуси 1 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган кубнинг қирраларини топинг.
3. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
4. Мунтазам учбурчакли призмага ички радиуси 1 см га тенг бўлган сфера чизилган. Призманинг баландлигини топинг.
5. Мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Призманинг баландлиги ва унга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

B

6. Призманинг асоси — катетлари 1 см га тенг тўғри бурчакли учбурчак. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
7. Призманинг асоси — томонлари 2 см ва 3 см бўлган тенг ёнли учбурчак. Призманинг баландлиги ва унга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
8. Тўртбурчакли тўғри призманинг асоси — томони 1 см га ва ўткир бурчаги 60 ˚га тенг бўлган ромб. Призманинг баландлиги ва унга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
9. Тўртбурчакли тўғри призманинг асоси — ўткир бурчаги 60˚ га тенг бўлган ромб. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиуси 1 см га тенг. Призманинг баландлиги ва асосининг томонини топинг.
10. Тўртбурчакли тўғри призманинг асоси — баландлиги 2 см га тенг бўлган трапеция. Призманинг баландлиги ва унга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
11. Мунтазам олтибурчакли призмага ички радиуси 1 см га тенг бўлган сфера чизилган. Призманинг баландлиги ва асосининг томонини топинг.
12. Бирлик тетраэдрга ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
13. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча томонлари 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
14. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, асосидаги икки ёқли бурчаклари 60˚ га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

C

15. Тўртбурчакли тўғри призманинг асоси — периметри 4 см га тенг ва юзи 2 см^{2}га тенг тўртбурчак. Шу призмага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16. Мунтазам тетраэдрга ички бирлик сфера чизилган. Тетраэдрнинг қирраларини топинг.
17. Мунтазам учбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, асосидаги икки ёқли бурчаклари эса 60° га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
18. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га, учидаги ясси бурчаклари 90° га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
19. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
20. Мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, асосидаги икки ёқли бурчаклари 60° га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.
21. Мунтазам тўртбурчакли пирамида асосининг томонлари 4 см га тенг. Шу пирамидага ички бирлик сфера чизилган. Пирамиданинг баландлигини топинг.
22. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса 2 см га тенг. Шу пирамидага ички чизилган сферанинг радиусини топинг.

Кўпёққа ташқи чизилган сфера

А

1. Бирлик кубга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
2. Бирлик сферага ички чизилган кубнинг қиррасини топинг.
3. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бир учидан чиққан қирралари 1 см, 2 см, 3 см га тенг. Шу паралллелепипедга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
4. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бир учидан чиқувчи иккита қирраси 1 см, 2 см га тенг ва унга ташқи чизилган сферанинг радиуси 1,5 см га тенг. Параллелепипеднинг шу учидан чиқувчи учинчи қиррасини топинг.

В

5. Бирлик тетраэдрга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
6. Бирлик сферага ички чизилган мунтазам тетраэдрнинг қиррасини топинг.
7. Мунтазам призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
8. Мунтазам учбурчакли призма асосининг томонлари 1 см га тенг. Призмага ташқи радиуси 2 см га тенг бўлган сфера чизилган. Призманинг баландлигини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9. Мунтазам учбурчакли призманинг баландлиги 1 см га тенг. Призмага ташқи радиуси 1 см бўлган сфера чизилган. Призманинг асосининг томонини топинг.
10. Учбурчакли тўғри призманинг асоси-катетлари 1 см га тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Призманинг баландлиги 2 см га тенг бўлса, у ҳолда унга ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
11. Мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Призмага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
12. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
13. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари 2 см га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

C

14. Пирамиданинг асоси — томонлари 3 см га тенг бўлган мунтазам учбурчак. Пирамиданинг битта ён қирраси 2 см га тенг ва у асос текислигига перпендикуляр. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
15. $SABC$ пирамиданинг SC қирраси 2 см га тенг ва у ABC асос текислигига перпендикуляр, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 1$. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.
16. Мунтазам учбурчакли пирамиданинг ён қирралари 1 см га, учидаги ясси бурчаклари эса 90° га тенг. Шу пирамидага ташқи чизилган сферанинг радиусини топинг.

ҲАЖМ

A

1. Тўғри бурчакли параллелепипед ёғининг юзи 12 см^2 га ва шу ёғига перпендикуляр қирраси 4 см га тенг. Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.
2. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг ҳажми 24 см^3 га, битта қирраси эса 3 см га тенг. Параллелепипеднинг шу қиррасига перпендикуляр бўлган ёғининг юзини топинг.
3. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг ҳажми 60 см^3 га, битта ёғининг юзи 12 см^2 га тенг. Параллелепипеднинг шу ёғига перпендикуляр бўлган қиррасини топинг.
4. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 2 см ва 6 см га тенг. Параллелепипеднинг ҳажми 48 см^3 га тенг. Параллелепипеднинг шу учидан чиқувчи учинчи қиррасини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи учта қирраси 4 см, 6 см, 9 см га тенг. Ҳажми шу параллелепипедга тенг бўлган кубнинг қиррасини топинг.
6. Агар кубнинг барча қирраларини уч марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?
7. Учбурчакли тўғри призманинг асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак, ён қирраси эса 5 см га тенг. Призманинг ҳажмини топинг.
8. Учбурчакли тўғри призманинг асоси — катетлари 3 см ва 5 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Призманинг ҳажми 30 см^3 га тенг. Унинг ён қиррасини топинг.
9. Мунтазам олтибурчакли призма асосининг томонлари 1 см га, ён қирралари эса $\sqrt{3}$ см га тенг. Призманинг ҳажмини топинг.
10. Агар мунтазам тетраэдрнинг барча қирраларини икки марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?
11. Пирамиданинг баландлиги 6 см га тенг, асоси эса томонлари 3 см ва 4 см бўлган тўғри тўртбурчак. Пирамиданинг ҳажмини топинг.
12. Пирамиданинг асоси — томонлари 3 см ва 4 см бўлган тўғри тўртбурчак. Пирамиданинг ҳажми 16 см^3 га тенг. Унинг баландлигини топинг.
13. Мунтазам учбурчакли пирамида асосининг томонлари 1 см га, баландлиги эса $\sqrt{3}$ см га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.
14. Мунтазам учбурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, ҳажми эса $\sqrt{3}$ см^3 га тенг. Унинг баландлигини топинг.
15. Агар пирамиданинг баландлигини тўрт марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?
16. Ичида 6 л сув бўлган цилиндрсимон идишга детал солинди. Натижада идишдаги сувнинг сатҳи 1,5 марта кўтарилди. Деталнинг ҳажмини топинг.
17. Цилиндрсимон идишдаги суюқликнинг сатҳи 18 см. Агар шу суюқликни диаметри биринчи идишга қараганда 3 марта катта бўлган иккинчи идишга қуйсак, суюқликнинг сатҳи қандай баландликда бўлади?
18. Конус асосининг юзи 2 см^2 га, ясовчиси эса 6 см га тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Конуснинг ҳажмини топинг.
19. Агар конуснинг баландлигини уч марта камайтирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта камаяди?
20. Агар кону асосининг радиуси 1,5 марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?
21. Цилиндр ва конуснинг асоси ва баландликлари умумий. Конуснинг ҳажми 10 см^3 га тенг. Цилиндрнинг ҳажмини топинг.
22. Цилиндр ва конуснинг асоси ва баландликлари умумий. Цилиндрнинг ҳажми 150 см^3 га тенг. Конуснинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

23. Агар шарнинг радиуси уч марта орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми неча марта ортади?

B

24. Кубнинг диагонали $\sqrt{12}$ см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

25. Кубнинг ҳажми $24\sqrt{3}$ см^3 га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

26. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 2 см, 4 см га, диагонали эса 6 см га тенг. Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

27. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 2 см, 3 см га, ҳажми эса 36 см^3 га тенг. Параллелепипеднинг диагоналини топинг.

28. Агар кубнинг ҳар бир қиррасини 1 см га орттирилса, у ҳолда унинг ҳажми 19 см^3 га ортади. Кубнинг қиррасини топинг.

29. Параллелепипеднинг ёғи — томони 1 см га ва ўткир бурчаги 60° га тенг бўлган ромб. Параллелепипеднинг битта қирраси шу ёғи билан 60° ли бурчак ясайди ва 2 см га тенг. Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

30. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги 2 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган тўғри бурчакли параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

31. Цилиндр асосининг радиуси 1 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган тўғри бурчакли параллелепипеднинг ҳажми 8 см^3 га тенг. Цилиндрнинг баландлигини топинг.

32. Сферанинг радиуси 2 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган кубнинг ҳажмини топинг.

33. ферага ташқи чизилган кубнинг ҳажми 216 см^3 га тенг. Сферанинг радиусини топинг.

34. Учбурчакли призманинг ҳажми 32 см^3 га тенг. Призма асосининг ўрта чизиғи орқали унинг ён қиррасига параллел текислик ўтказилган. Кесиб олинган учбурчакли призманинг ҳажмини топинг.

35. Учбурчакли призма асосининг ўрта чизиғи орқали унинг ён қиррасига параллел текислик ўтказилган. Кесиб олинган учбурчакли призманинг ҳажми 5 см^3 га тенг. Дастлабки призманинг ҳажмини топинг.

36. Призманинг асослари — томонлари 2 см бўлган мунтазам олтибурчак. Призманинг ён қирралари $2\sqrt{3}$ см га, тенг ва у асос текислиги билан 30° ли бурчак ясайди. Унинг ҳажмини топинг.

37. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 6 см га, ён қирралари эса 10 см га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

38. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 12 см га, ҳажми эса 200 см^3 га тенг. Пирамиданинг ён қиррасини топинг.

39. Пирамиданинг асоси — тўғри тўртбурчак. Пирамиданинг битта ён ёғи унинг асос текислигига перпендикуляр, бошқ учта ён ёқлари эса асос текислиги билан 60° бурчак ясайди. Пирамиданинг баландлиги 6 см га тенг. Унинг ҳажмини топинг.

40. Учбурчакли пирамиданинг ён қирралари ўзаро перпендикуляр ва уларнинг ҳар бири 3 см га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

41. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 2 см га, ён қирралари 4 см га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

42. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ҳажми 6 см^3 га, асосининг томонлари 1 см га тенг. Пирамиданинг ён қиррасини топинг.

43. Мунтазам олтибурчакли пирамида асосининг томонлари 4 см га, ён ёғи билан асосининг ораларидаги бурчак 45° га тенг. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

44. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеднинг ҳажми 12 см^3 га тенг. B_1ABC учбурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг.

45. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг ҳажми 12 см^3 га тенг. E, F, E_1, F_1 нуқталар — BC, CD, B_1C_1, C_1D_1 қирраларнинг ўрталари. $CEFC_1E_1F_1$ учбурчакли призманинг ҳажмини топинг.

46. Кубнинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Асоси — кубнинг ёғи, учи эса кубнинг марказида ётган тўртбурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг.

47. $ABCA_1B_1C_1$ призманинг ҳажми 6 см^3 га тенг. Шу призмадан C_1ABC учбурчакли пирамида кесиб олинди. Қолган қисмининг ҳажмини топинг.

48. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг қисми бўлган $SABC$ учбурчакли пирамиданинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Олтибурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг.

49. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ҳажми 12 см^3 га тенг. E нуқта — SB қиррасининг ўртаси. $EABC$ учбурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг.

50. Учбурчакли пирамиданинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Шу пирамиданинг учи орқали ва асосининг ўрта чизиғи орқали ўтувчи текислик билан кесиб учбурчакли пирамида олинган. Кесиб олинган учбурчакли пирамиданинг ҳажмини топинг.

51. $SABC$ учбурчакли пирамиданинг ҳажми 15 см^3 га тенг. Шу пирамида асосининг AB томони орқали ўтувчи текислик унга қарама-қарши ётган SC ён қиррасини S нуқтадан бошлаб ҳисоблаганда 1 : 2 нисбатда бўлувчи D нуқтада кесиб ўтади. $DABC$ пирамиданинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

52. Битта цилиндрсимон идиш иккинчисидан икки марта баланд, бироқ иккинчи идишнинг ички қисми 1,5 марта кенг. Иккинчи идиш ҳажмининг биринчи идиш ҳажмига нисбатини топинг.

53. Конуснинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Конуснинг баландлигини тенг иккига бўлувчи унинг асосига параллел кесувчи текислик ўтказилган. Кесиб олинган конуснинг ҳажмини топинг.

54. Конуснинг баландлиги 6 см га, ясовчиси эса 10 см га тенг. Унинг ҳажмини ρ-га нисбатини топинг.

55. Конус асосининг диаметри 6 см га, ўқ кесимининг учидаги бурчаги 90°га тенг. Унинг ҳажмини ρ га нисбатини топинг.

56. Тенг ёнли тўғри бурчакли учбурчакнинг катети 6 см га тенг. Шу учбурчакнинг битта катети ётган тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўлган конуснинг ҳажмини ρ га нисбатини топинг.

57. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 6 см га, асосининг томонлари эса 4 см га тенг. Пирамидага ташқи чизилган конус ҳажмини ρ га нисбатини топинг.

58. Мунтазам тўртбурчакли пирамадага ташқи чизилган конуснинг ҳажми шу пирамидага ички чизилган конуснинг ҳажмидан неча марта катта бўлади?

59. Учта шарнинг радиуслари мос равишда 6 см, 8 см ва 10 см. Ҳажми ўша шарлар ҳажмлари йиғиндисига тенг бўлган янги шарнинг радиусини топинг.

60. Кубнинг қирраси 3 см га тенг. Шу кубга ички шар чизилган. Шар ҳажмини ρ га нисбатини топинг.

61. Кубнинг қирраси $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу кубга ташқи шар чизилган. Шар ҳажмини ρ га нисбатини топинг.

C

62. Тўғри призманинг асоси — юзаси 3 см^2 га тенг ромб. Диагонал кесимларининг юзалари 8 см^2 ва 12 см^2. Призманинг ҳажмини топинг.

63. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг учта ёғининг юзалари 2 см^2, 3 см^2, 6 см^2. Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

64. Параллелепипеднинг иккита ёғининг юзалари 4 см^2 ва 6 см^2, уларнинг умумий қирраси эса 2 см ва ўзаро 30° ли икки ёқли бурчак ясайди. Параллелепипеднинг ҳажмини топинг.

65. Учбурчакли оғма призманинг битта ён ёғининг юзи 12 см^2, шу ёғидан унга қарама-қарши ётган қиррасигача бўлган масофа 3 см. Призманинг ҳажмини топинг.

66. Учбурчакли призманинг иккита ён ёқлари ўзаро перпендикуляр ва уларнинг умумий қирраси 2 см га тенг. Шу ёқларининг юзалари 4 см^2 ва 6 см^2. Призманинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

67. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубнинг қирраси 3 см га тенг. Кубнинг $ABCD$ ёғига қўшни бўлган томонларининг ўрталари орқали ўтувчи ва AA_1 қиррасига параллел бўлган кесувчи текисликлар билан тўртта учбурчакли призмалар ҳосил бўлди. Призманинг қолган қисмининг ҳажмини топинг.

68. Мунтазам олтибурчакли призманинг ҳажми 12. Учлари берилган призма асосларининг томонларинингт ўрталари бўлган янги призманинг ҳажмини топинг.

69. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ҳажмини топинг.

70. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги $2\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ҳажмини топинг.

71. Сферанинг радиуси $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ҳажмини топинг.

72. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам олтибурчакли призманинг ҳажмини топинг.

73. Цилиндр асосининг радиуси билан баландлиги $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам олтибурчакли призманинг ҳажмини топинг.

74. Сферанинг радиуси $\sqrt{3}$ га тенг. Шу сферага ташқи чизилган мунтазам олтибурчакли призманинг ҳажмини топинг.

75. Кубнинг қирраси 6 см га тенг. Учлари кубнинг тўртта учи билан мос келувчи кубга ички тетраэдр чизилган. Тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

76. Тетраэдрнинг битта қирраси 3 см га, бошқа барча қирралари 2 см га тенг. Тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

77. Учбурчакли пирамиданинг ёйилмаси — томонлари 6 см га тенг бўлган квадрат. Пирамиданинг ҳажмини топинг.

78. Тетраэдрнинг иккита қарама-қарши қирралари ўзаро перпедикуляр ва 3 см, 4 см га тенг, уларнинг орасидаги масофа эса 2 см га тенг. Тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

79. $ABCD$ ббирлик тетраэдр унинг DD_1 баландлиги ётган тўғри чизиқда 60° га айлантирилди. Дастлабки ва айланган тетраэдрнинг ҳажмини топинг.

80. Тўртбурчакли пирамиданинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Пирамиданинг учи ва асосининг қўши томонларининг ўрталари орқали ўтувчи кесувчи текисликлар билан тўртта учбурчакли пирамидалар кесиб олинди. Пирамиданинг қолган қисмининг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

81. Кубнинг қирраси 6 см га тенг. Учлари шу куб ёқларининг марказларида ётувчи октаэдрнинг ҳажмини топинг.

82. Октаэдрнинг қирраси 3 см га тенг. Шу октаэдрга ички чизилган кубнинг ҳажмини топинг.

83. Қирраси 6 см га тенг бўлган кубнинг ҳар бир ёғидан бир-бирига ўтувчи квадрат шаклидаги тешиклар ясалди. Квадратнинг томони 2 см га тенг. Кубнинг қолган қисмининг ҳажмини топинг.

84. Бирлик кубнинг қирраси ва унинг маркази орқали ўтувчи текисликка перпендикуляр бўладиган ҳар бир қирраси орқали текисликлар ўтказилган. Шу текисликлар билан чегараланган кўпёқнинг ҳажмини топинг.

85. Бирлик тетраэдрнинг ҳар бир қирраси орқали унга қарама-қарши ётган қиррасига параллел текисликлар ўтказилган. Шу текисликлар билан чегараланган кўпёқнинг ҳажмини топинг.

86. Тетраэдрнинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Унинг ҳар бир учи орқали унга қарама-қарши ётган ёғига параллел текисликлар ўтказилган. Шу текисликлар билан чегараланган кўпёқнинг ҳажмини топинг.

87. Тўғри призманинг ён қирралари 6 см га тенг, асоси — томонлари 4 см бўлган тенг томонли учбурчак. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

88. Тўғри призманинг ён қирралари 6 см га тенг, асоси — томонлари 2 см бўлган тенг томонли учбурчак. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

89. Мунтазам учбурчакли призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажми шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмидан неча марта катта бўлади?

90. Тўғри призманинг ён қирралари 4 см га тенг, асоси — томонлари 1 см бўлган квадрат. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

91. Мунтазам тўртбурчакли призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажми шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмидан неча марта кичик бўлади?

92. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 6 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу призмага ички чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

93. Мунтазам олтибурчакли призманинг ён қирралари 6 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

94. Шарнинг ҳажми 1 см^3 га тенг. Шу шарга ташқи чизилган цилиндрнинг ҳажмини топинг.

95. Шарнинг ҳажми 12 см^3 га тенг. Асоси-шарнинг катта доираси, баландлиги эса шу доира текислигига перпендикуляр бўлган конуснинг ҳажмини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

СИРТНИНГ ЮЗАСИ

A

1. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи қирралари 1 см, 2 см, 3 см га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.
2. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 3 см, ва 4 см. Параллелепипед сиртининг юзи 52 см^2. Унинг шу учидан чиқувчи учинчи қиррасини топинг.
3. Агар кубнинг барча қирраларини уч марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?
4. Агар тетраэдрнинг барча қирраларини икки марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?
5. Мунтазам олтибурчакли призманинг баландлиги 6 см га, асосининг томонлари эса 3 см га тенг. Призманинг ён сиртининг юзини топинг.
6. Учбурчакли тўғри призманинг баландлиги 10 см га тенг, асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Призма сиртининг юзини топинг.
7. Цилиндрнинг баландлиги 2 см га, асосидаги айлананинг узунлиги 3 см га тенг. Цилиндр ён сиртининг юзини топинг.
8. Конуснинг ясовчиси 2 см га, асосидаги айлананинг узунлиги 3 см га тенг. конуснинг ён сиртининг юзини топинг.
9. Агар конуснинг ясовчиси 3 марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?
10. Агар конус асосининг радиуси 1,5 марта камайтирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта камаяди?
11. Шар катта доирасининг юзи 1 см^2 га тенг. Шар сиртининг юзини топинг.
12. Агар шарнинг радиуси икки марта орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?

B

13. Кубнинг диагонали 1 см га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.
14. Куб сиртининг юзи 8 см^2 га тенг. Унинг ҳажмини топинг.
15. Куб сиртининг юзи 24 см^2 га тенг. Унинг ҳажмини топинг.
16. Кубнинг ҳажми 27 см^3 га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.
17. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 3 см, ва 4 см. Параллелепипеднинг диагонали 6 см га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.
18. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 1 см, ва 2 см. Параллелепипеднинг сиртининг юзини 16 см^2 га тенг. Унинг диагоналини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19. Агар кубнинг ҳар бир қиррасини 1 см га орттирилса, у ҳолда унинг сиртининг юзи 30 см^2 га тенг бўлади. Кубнинг қиррасини топинг.
20. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг битта учидан чиқувчи иккита қирраси 1 см, ва 2 см. Параллелепипеднинг ҳажми 6 см^3 га тенг. Унинг сиртининг юзини топинг.
21. Тўғри призманинг ён қирраси 5 см га тенг, асоси — диагоналлари 3 см ва 4 см бўлган ромб. Призма сиртининг юзини топинг.
22. Тўғри призманинг асоси — диагоналлари 6 см ва 8 см бўлган ромб. Призма сиртининг юзи 248 см^2 га тенг. Унинг ён қиррасини топинг.
23. Мунтазам тўртбурчакли призма асосининг томонлари 3 см га, сиртининг юзи 66 см^2 га тенг. Унинг ён қиррасини топинг.
24. Учбурчакли призманинг иккита ён ёқлари ўзаро перпендикуляр. Уларнинг умумий қирраси 10 см га тенг ва бошқа ён қирраларидан 6 см ва 8 см масофада ётади. Призманинг ён сиртининг юзини топинг.
25. Учбурчакли тўғри призманинг асоси — катетлари 6 см ва 8 см бўлган тўғри бурчакли учбурчак. Призма сиртининг юзи 288 см^2 га тенг. Унинг баландлигини топинг.
26. Учбурчакли призма ёнсиртининг юзи 12 см^2 га тенг. Призма асосининг ўрта чизиғи орқали ён қиррасига параллел текислик ўтказилган. Кесиб олинган учбурчакли призманинг ён сиртининг юзини топинг.
27. Учбурчакли призма асосининг ўрта чизиғи орқали ён қиррасига параллел текислик ўтказилган. Кесиб олинган учбурчакли призманинг ён сиртининг юзи 8 см^2 га тенг. Дастлабки призманинг ён сиртининг юзини топинг.
28. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг ён қирралари 5 см га, асосининг томонлари эса 6 см га тенг. Пирамида сиртининг юзини топинг.
29. Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг баландлиги 4 см га, асосининг томонлари эса 6 см га тенг. Пирамида сиртининг юзини топинг.
30. Мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 5 см га, асосининг томонлари 6 см га тенг. Пирамида ён сиртининг юзини топинг.
31. Агар октаэдрнинг барча қирралари 3 марта орттирилса, у ҳоолда унинг сиртининг юзи неча марта ортади?
32. Конуснинг баландлиги 6 см га, ясовчиси эса 10 см га тенг. Конус сирти юзини ρ га нисбатини топинг.
33. Конус ён сиртининг юзи унинг асосининг юзидан икки марта катта. Конуснинг ясовчиси билан асос текислиги орасидаги бурчакни топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

34. Конус сиртининг юзи 12 см^2 га тенг. Унинг баландлигини тенг иккига бўлувчи асосига параллел кесувчи ўтказилган. Кесиб олинган конус сиртининг юзини топинг.

35. Шарнинг ҳажми 36ρ. Унинг сиртининг юзини ρ га нисбатини топинг.

36. Бир шарнинг ҳажми иккинчи шарнинг ҳажмидан 27 марта катта. Биринчи шар сиртининг юзи иккинчи шар сиртининг юзидан неча марта катта бўлади?

37. Иккита шарнинг радиуслари 6 см ва 8 см. Шу шарлар сиртларининг юзаларининг йиғиндиси тенг бўладиган учинчи шарнинг радиусини топинг.

C

38. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 2 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам тўртбурчакли призма ён сиртининг юзини топинг.

39. Цилиндр асосининг радиуси 2 см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам тўртбурчакли призманинг ён сиртининг юзи 48 см^2 га тенг. Цилиндрнинг баландлигини топинг.

40. Цилиндрнинг баландлиги 3 см га, асосининг радиуси эса $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ташқи чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ён сиртининг юзини топинг.

41. Цилиндрнинг баландлиги 3 см га, асосининг радиуси эса $\sqrt{3}$ см га тенг. Ушбу цилиндрга ички чизилган мунтазам учбурчакли призманинг ён сиртининг юзини топинг.

42. Цилиндрнинг баландлиги 3 см га, асосининг радиуси $\sqrt{3}$ см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам олти бурчакли призманинг ён сиртининг юзини топинг.

43. Цилиндрнинг баландлиги билан асосининг радиуси 3 см га тенг. Шу цилиндрга ички чизилган мунтазам олтибурчакли призманинг ён сиртининг юзини топинг.

44. Сферанинг радиуси 2 см га тенг. Шу сферага ташқи чизилган тўғри бурчакли параллелепипед сиртининг юзини топинг.

45. Сферага ташқи чизилган тўғри бурчакли параллелепипед сиртининг юзи 54 см^2 га тенг. Сферанинг радиусини топинг.

46. Цилиндрнинг ўқ кесимининг юзи 1 см^2 га тенг. Цилиндрнинг ён сиртининг юзини топинг.

47. Мунтазам учбурчакли призмага ички чизилган цилиндрнинг ён сиртининг юзи 6 см^2 га тенг. Шу призмага ташқи чизилган цилиндрнинг ён сиртининг юзини топинг.

48. Мунтазам тетраэдрнинг баландлиги 4 см га тенг. Шу тетраэдрга ташқи чизилган шар сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

49. Мунтазам тетраэдрга ташқи чизилган шар сиртининг юзин 9 см^2 га тенг. Шу тетраэдрга ички чизилган шар сиртининг юзини топинг.

50. Шарга ташқи чизилган цилиндр сиртининг юзи 9 см^2 га тенг. Шар сиртининги юзини топинг.

51. Тўғри бурчакли параллелепипед ўлчовларининг узунликлари 2 см, 4 см ва 6 см га тенг. Шу параллелепипедга ташқи чизилган шар сиртининг юзини топинг.

52. Кубга ташқи чизилган шар сиртининг юзи шу кубга ички чизилган шар сиртининг юзидан неча марта катта бўлади?

АЙЛАНМА ЖИСМЛАР

Кўпбурчакларнинг айланиши

А

1. ABC тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари $AC = BC = 1$ см. Шу учбурчакни AC баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

2. ABC тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари $AC = BC = 1$ см. Шу учбурчакни CH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

3. ABC тенг томонли учбурчакнинг томонлари 1 см га тенг. Шу учбурчакни CH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

4. ABC тенг ёнли учбурчакда $AC = BC = 1$, $\angle C = 120^\circ$, CH — баландлик. Шу учбурчакни CH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

5. $ABCD$ тенг ёнли трапециянинг AD ва BC ён томонлари 1 см га, ал AB ва CD томонлари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг. Шу трапецияни AB ва CD асосларининг ўрталари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

6. $ABCD$ тўғри бурчакли трапециянинг AB ва CD асослари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг, кичик ён томони эса 1 см га тенг. Шу трапецияни AD томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

7. ABC тўғри бурчакли учбурчакнинг катетлари $AC = BC = 1$ см. Шу учбурчакни AB томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
8. ABC тенг томонли учбурчакнинг томони 1 см га тенг. Шу учбурчакни AB томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
9. ABC тенг ёнли учбурчакда $AC = BC = 1$, $\angle C = 120^\circ$. Шу учбурчакни AB томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
10. ABC тўғри бурчакли учбурчакда $AC = 3$, $BC = 4$, $\angle C = 90^\circ$. Шу учбурчакни ABтомони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
11. $ABCD$ ромбнинг томонлари 1 см га, ўткир бурчаги эса 60° га тенг. Шу ромбни AC тўғри чизиқ атрофида айлантириш натижасида ҳосил бўлган жисм ҳажми билан сиртининг юзасини топинг.
12. $ABCD$ ромбнинг томонлари 1 см га, ўткир бурчаги эса 60° га тенг. Шу ромбни BD тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
13. $ABCD$ тенг ёнли трапециянинг AD ва BC ён томонлари 1 см га AB ва CD томонлари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг. Шу трапецияни AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
14. $ABCD$ тўғри бурчакли трапециянинг AB ва CD асослари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг, кичик ён томони эса 1 см га тенг. Шу трапецияни AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

C

15. ABC тенг ёнли учбурчакда $AC = BC = 1$, $\angle C = 120^\circ$. Шу учбурчакни AC томони ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
16. ABC тўғри бурчакли учбурчакда $AC = 3$, $BC = 4$, $\angle C = 90^\circ$, CH — баландлиги. Шу учбурчакни CH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
17. $ABCD$ ромбнинг томонлари 1 см га, ўткир бурчаги эса 60° га тенг. Шу ромбни AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
18. $ABCD$ тенг ёнли трапециянинг AD ва BC ён томонлари 1 см га AB ва CD томонлари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг. Шу трапецияни CDтўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19. $ABCD$ тенг ёнли трапециянинг AD ва BC ён томонлари 1 см га AB ва CD томонлари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг. Шу трапецияни ўрта чизиғи ётган c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
20. $ABCD$ тўғри бурчакли трапециянинг AB ва CD асослари мос равишда 2 см ва 1 см га тенг, кичик ён томони эса 1 см га тенг. Шу трапецияни CDтўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
21. $ABCDEF$ мунтазам олтибурчакнинг томонлари 1 см га тенг. Шу олибурчакни AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
22. $ABCDEF$ мунтазам олтибурчакнинг томонлари 1 см га тенг. Шу олтибурчакни AC тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
23. $ABCDEF$ мунтазам олтибурчакнинг томонлари 1 см га тенг. Шу олибурчакни AD тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
24. ABCDEF мунтазам олтибурчакнинг томонлари 1 см га тенг. Осы олтибурчакты AB ва DE томонларининг ўрталари орқали ўтувчи с тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

Кўпёқларнинг айланиши

А

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубни AA_1 тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубни $ABCD$ ва $A_1B_1C_1D_1$ ёқларининг марказлари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
3. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани AA_1 тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
4. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани ABC ва $A_1B_1C_1$ ёқларининг марказлари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
5. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани асосларининг марказлари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирлик кубни BC ва B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топин.
7. $ABCD$ бирлик тетраэдрни унинг DH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
8. $SABCD$ мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу пирамиданинг SH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
9. $SABCDEF$ мунтазам олтибурчакли пирамиданинг ён қирралари 2 см га, асосининг томонлари эса 1 см га тенг. Шу пирамидани SH баландлиги ётган тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
10. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани AA_1 тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

C

11. $ABCD$ бирлик тетраэдрни AB тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
12. $S'ABCDS''$ бирлик октаэдрни $S'S''$ ттўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
13. $ABCA_1B_1C_1$ мунтазам учбурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани BC ва B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.
14. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$мунтазам олтибурчакли призманинг барча қирралари 1 см га тенг. Шу призмани BC ва B_1C_1 қирраларининг ўрталари орқали ўтувчи c тўғри чизиқ атрофида айлантирганда ҳосил бўладиган жисмнинг ҳажми билан сиртининг юзини топинг.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ФАН-НОМ КЎРСАТКИЧЛАРИ

Айланиш 75
Айланиш ўқи 75
Айланма фигура 75
Айланиш симметрияси 46
Айланма симметрик фигура 46
Айланма симметрик фигуралар 46
Олмос кристаллари 47
Бирлик куб 133
Буриш 75
Буриш ўқи 75
Гексаэдр 26
Геометрик конструкторлар 32
Додекаэдр 26
Қаварик кўпёқ 8
Мунтазам пирамида 11
Мунтазам тетраэдр 25
Текисликка нисбатан симметрик 46
Уринма текислик 94
Уринма тўғри чизиқ 95
Икосаэдр 25
Исландия шпат кристаллари 48
Излар усули 39
Кавальери принципи 139
Конус 81
Конусга ички чизилган пирамида 98
Конусга ички чизилган сфера 98
Конусга ташқи чизилган пирамида 98
Конусга ташқи чизилган сфера 98
Конус сиртининг юзи 82
Конуснинг баландлиги 82
Конуснинг ён сирти 81
Конус ён сиртининг юзи 82
Конуснинг ёйилмаси 82
Конуснинг ясовчиси 81
Конуснинг ҳажми 82
Конуснинг ўқи 81
Конуснинг ўқ кесими 81
Конуснинг асоси 81
Конуснинг учи 81
Оғма призма 9
Ҳажм ўлчов бирлиги 133
Кўпёққа ички чизилган сфера 180
Кўпёққа ташки чизилган сфера 98
Кўпёқлар 8
Кўпёқнинг симметрияси 44
Кўп ёқли сирт 16
Кўп ёқли бурчак 16
Кўп ёқли бурчакнинг ёқлари 16

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Кўп ёқли бурчакнинг қирралари 16
Кўп ёқли бурчакнинг учи 16
Кўпёқ сиртининг юзи 31
Кўпёқнинг ёйилмаси 31
Кўпёқнинг кесими 38
Кўпёқнинг қирралари 15
Куб 8
Қайнатилган тузнинг кристаллари 47
Кесик конус 86
Кесик конусга ички чизилган сфера 101
Кесик конусга ташқи чизилган сфера 101
Кесик конус сирининг юзи 87
Кесик конуснинг баландлиги 87
Кесик конуснинг ён сирти 87
Кесик конус ён сиртининг юзи 87
Кесик конуснинг ёйилмасм 87
Кесик конуснинг ясовчиси 87
Кесик конуснинг ҳажми 155
Кесик конуснинг ўқи 86
Кесик конуснинг ўқ кесими 87
Кесик конуснинг асослари 86
Кесик пирамида 10
Кесик пирамида сиртининг юзи 32
Кесик пирамиданинг ён сирти 10
Кесик пирамиданинг ён ёғи 10
Кесик пирамиданинг ён қирраси 10
Кесик пирамиданинг ҳажми 149
Кесик пирамиданинг асослари 149
Меридианлар 95
Нормал вектор 58
Октаэдр 25
Ўқ симметрия 44
Параллелепипед 8
Параллеллар 95
Пирамидага ички чизилган конус 128
Пирамидага ташқи чизилган конус 128
Пирамида сиртининг юзи 32
Пирамиданинг ён сирти 9
Пирамиданинг ён ёғи 9
Пирамиданинг ён қирраси 9
Пирамиданинг ҳажми 9
Пирамиданинг асоси 9
Пирамиданинг учи 9
Платон жисмлари 27
Призмага ички чизилган цилиндр 126
Призмага ташқи чизилган цилиндр 126
Призма сиртининг юзи 32
Призманинг ён сирти 9
Призманинг ён ёғи 9
Призманинг ён қирраси 9

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Призманинг ҳажми 139
Призманинг асоси 116
Симметрия 44
Симметрия текислиги 46
Симметрия ўқи 4
Симметрия маркази 44
Симметрик фигуралар 46
Кварц кристаллари 47
Сфера 92
Сферага ички чизилган конус 104
Сферага ички чизилган кўпёқ 116
Сферага ички чизилган кесик конус 106
Сферага ички чизилган цилиндр 102
Сферага ташқи чизилган конус 124
Сферага ташқи чизилган кўпёқ 123
Сферага ташқи чизилган кесик конус 125
Сферага ташқи чизилган цилиндр 125
Сферанинг диаметри 92
Сферанинг ўқи 92
Сферанинг қутублари 94
Сферанинг радиуси 92
Сферанинг катта айланаси 94
Сферанинг ватари 92
Сферанинг маркази 92
Тетраэдр 25
Тўғри призма 112
Тўғри бурчакли параллелепипед 8
Топология 23
Тўғри чизиқнинг параметрик тенгламаси 54
Ўхшаш фигуралар 134
Ўхшашлик 134
Ўхшашлик коэффициенти 134
Марказий симметрия 44
Марказий симметрик фигура 44
Цилиндр 75
Цилиндрга ички чизилган призма 112
Цилиндрга ички чизилган сфера 98
Цилиндрга ташқи чизилган призма 112
Цилиндрга ташқи чизилган сфера 98
Цилиндр сиртининг юзи 77
Цилиндрнинг баландлиги 76
Цилиндрнинг ён сирти 76
Цилиндр ён сиртининг юзи 77
Цилиндрнинг ёйилмаси 77
Цилиндрнинг ясовчиси 76
Цилиндрнинг ҳажми 144
Цилиндрнинг ўқи 76
Цилиндрнинг ўқ кесими 76
Цилиндрнинг асоси 76
Шар 92
Шар белбоғи 92

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шар белбоғининг сирти 92
Шар белбоғининг баландлиги 92
Шар белбоғининг ён сирти 106
Шар белбоғининг асоси 92
Шар сегменти 106
Шар сегментининг сирти 106
Шар сегментининг баландлиги 106
Шар сегментининг ён сирти 106
Шар сегментининг ҳажми 106
Шар сегментининг асоси 92
Шар сирти 92
Шар сиртининг юзи 159
Шарнинг диаметри 92
Шарнинг ҳажми 159
Шарнинг радиуси 92
Шарнинг маркази 92
Эйлер теоремаси 20
Экватор 94

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ЖАВОБЛАР

10-СИНФ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ

1. 1) 3; 2) 6; 3) 10; 4)* $\frac{n(n-1)}{2}$. **2.** Битта ёки чексиз кўп. **3.** 1) 4; 2) 10; 3)* $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$. **4.** 1) 4; 2) 8; 3)* 15. **8.** 1) 8; 2) 12; 3) 6. **9.** 1) 8; 2) 12; 3) 6. **10.** 1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 12; 5) $2n$. **11.** 1) йўқ, 2) ҳа, 3) ҳа. 4) йўқ; **12.** 1) 9; 2) 12; 3) 15; 4) 18; 5) $3n$. **13.** 1) ҳа, 2) йўқ, 3) ҳа, 4) ҳа. **14.** 1) 5; 2) 6; 3) 7; 4) 8; 5) $n + 2$. **15.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа, 4) ҳа. **16.** 1) Тўртбурчак; 2) бешбурчак; 3) олтибурчак. **17.** 1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 7; 5) $n + 1$. **18.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа, 4) ҳа. **19.** 1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 12; 5) $2n$. **20.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа, 4) йўқ;. **21.** 1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 7; 5) $n + 1$. **22.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа, 4) ҳа. **23.** 1) Тўртбурчак; 2) бешбурчак; 3) олтибурчак. **24.** 1) 18; 2) 18; 3) 6; 4) 27. **27.** 1) 24; 2) 24; 3) 3; 4) 24. **28.** 1) Айқаш тўғри чизиқлар, 2) Айқаш тўғри чизиқлар; 3) кесишади. **29.** 1) Айқаш тўғри чизиқлар, 2) Айқаш тўғри чизиқлар, 3) кесишади. **33.** 1) $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, BCC_1B_1, EFF_1E_1; 2) DEE_1D_1. **35.** 1) 3; 2) 3; 3) 1; 4) 4. **37.** 1) 3; 2) 48. **38.** 1) 60°; 2) 90°; 3) 90°. **39.** 1) 45°; 2) 60°; 3) 90°. **40.** 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **41.** 1) $\frac{\sqrt{14}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **42.** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **43.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $1\frac{1}{2}$. **44.** 1) $\sqrt{3}$; 2) 1. **45.** 45°. **46.** 60°. **47.** 1) 60°; 2) 30°; 3) 90°; 4) 90°. **48.** $\frac{1}{3}$. **49.** $-\frac{1}{3}$. **50.** 6. **51.** 1) 2; 2) $\sqrt{5}$. **52.** 1) $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{6}$. **53.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$. **54.** $\overrightarrow{AD_1} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AA_1}$. **55.** 1) 120°; 2) 90°. **56.** 1) 1; 2) 0; 3) 1; 4) 0. **57.** 1. **58.** $A(0; 1; 0)$, $B(1; 1; 0)$, $C(1; 0; 0)$, $D(0; 0; 0)$, $A_1(0; 1; 1)$, $B_1(1; 1; 1)$, $C_1(1; 0; 1)$, $D_1(0; 0; 1)$. **59.** $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1{,}5; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$, $D(1; \sqrt{3}; 0)$, $E(0; \sqrt{3}; 0)$, $F(-0{,}5; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$, $A_1(0; 0; 1)$, $B_1(1; 0; 1)$, $C_1(1{,}5; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1)$, $D_1(1; \sqrt{3}; 1)$, $E_1(0; \sqrt{3}; 1)$, $F_1(-0{,}5; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1)$. **60.** 1) $\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{10}$; 3) $\sqrt{5}$. **61.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$. **62.** $R = 3$, $O(2; -1; 0)$. **63.** 7. **64.** $6x + 3y + 2z = 6$.

I боб. КЎПЁҚЛАР

1-§

3. а), б). **4.** а), б). **5.** а), б), в), г). **6.** $\sqrt{3}$. **7.** $\sqrt{29}$. **8.** 1. **9.** 9 марта. **10.** 4 марта. **11.** 4 марта. **12.** 94. **13.** $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$. **14.** $6 + 3\sqrt{3}$. **15.** 5 см. **16.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **18.** 2 ва $\sqrt{5}$. **19.** в), д), е). **20.** 4 см. **21.** а) 22; б) 28. **22.** а) 92; б) 48. **23.** а) 34 см^2, б) 34 см^2. **24.** а) 22; б) 26. **25.** 30 см^2. **26.** d 27600 м^2. **27.** б), в), г), д) — қаварик; а), ғ) — қаварик эмас. **28.** 288 см^2. **29.** $\sqrt{5}$. **30.** Йўқ. **31.** Йўқ.

2-§

2. а), в). **3.** а), в). **4.** Бешбурчакли пирамида. **6.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **7.** $1 + \sqrt{3}$. **8.** $\frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{15})}{2}$. **9.** $\sqrt{3}$ см. **10.** 4 марта. **11.** 9 марта. **15.** $\sqrt{7}$ см. **16.** $\sqrt{10}$ см. **17.** d 8595 м^2. **18.** d 8,3 га. **19.** $(5 + 3\sqrt{3})$ см^2. **20.** 1. **21.** d 1710 дм^2.

3-§

1. 1) Йўқ, 2) йўқ; 3) ҳа. **2.** Тетраэдр. **3.** 1) Тўртбурчакли пирамида; 2) бешбурчакли пирамида; 3) олтибурчакли пирамида. **4.** 1) Учёқли бурчаклар; 2) учёқли ва n-ёқли бурчаклар. **5.** 10° дан катта 150° дан кичик. **6.** 1) 240°; 2) 270°; 3) 300°. **7.** 1) 210°; 2) 240°. **10.** 1) Йўқ, 2) йўқ. **12.** йўқ.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4*-§

1. 8. **2.** 12. **3.** 6. **6.** а) Мунтазам олтибурчакли призма; б) бешбурчакли пирамида. **7.** Бажарилади. **8.** Ҳа. **9.** Ҳа. **10.** У = 12, Қ = 24, Ё = 12; У − Қ + Ё = 0. **11.** У = 24, Қ = 60, Ё = 38.

5-§

1. 1) У = 4, Қ = 6, Ё = 4; 2) У = 8, Қ = 12, Ё = 6; 3) У = 6, Қ = 12, Ё = 8; 4) У = 12, Қ = 30, Ё = 20; 5) У = 20, Қ = 30, Ё = 12. **2.** Йўқ. Ёқларининг ҳар хил сони учрашадиган учлари мавжуд бўлади. **3.** Ҳа, бу октаэдр. **7.** 5. **8.** 3. **9.** Куб ва октаэдр. **10.** Икосаэдр ва додекаэдр. **11.** Тетраэдр, $\sqrt{2}$. **12.** Октаэдр, $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **13.** Октаэдр, $\frac{1}{2}$. **14.** Октаэдр, 1 см.**15.** $\sqrt{2}$. **16.** 4. **17.** 8. **18.** Тетраэдр, $\frac{1}{3}$. **19.** Куб, $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **20.** Додекаэдр. **21.** Икосаэдр. **22.** 10. **23.** 6.**24.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

6-§

11. Йўқ.

7*-§

2. 1) Ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа. **3.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **4.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **5.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа. **6.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **7.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **9.** Берилган тўғри чизиқларнинг текислигида ётган, уларга параллел бўладиган ва улардан бир хил узоқликда ётган тўғри чизиқнинг нуқталари.**10.** 1) Берилган текисликларнинг кесишиш нуқталари; 2) берилган текисликларга параллел ва улардан бир хил узоқликда ётган текисликнинг нуқталари. **11.** Ҳа. **12.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) Ҳа. **13.** 1) 3; 2) 7. **14.** 1) 4; 2) 7. **15.** 1), 2) 1. **16.** 1) 4; 2) 6. **17.** 1) n, агар n — тоқ сон, $n + 1$, агар n — жуфт сон; 2) 0, агар n — тоқ сон, 1, агар n — жуфт сон. **18.** 1) $n + 1$; 2) n. **19.** 1) 9; 2), 3) 15. **20.** 1) 9; 2), 3) 15. **21.** Ҳа, масалан, сферанинг симметрия маркази унинг сиртида ётмайди. **22.** 1) Ёқлари параллелограмлар бўлган параллелепипедда симметрия маркази мавжуд, бироқ симметрия ўқи йўқ; 2) мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг симметрия ўқи бор, бироқ симметрия маркази йўқ. **23.** 1) Ёқлари параллелограмм бўлган параллелепипедда симметрия маркази бор, бироқ симметрия текислиги йўқ; 2) асоси параллеграмм бўлган тўртбурчакли пирамиданинг симметрия ўқи бор, бироқ симметрия текислиги йўқ. **24.** 1) Мунтазам тўртбурчакли пирамиданинг симметрия текислиги бор, бироқ симметрия маркази йўқ; 2) мунтазам учбурчакли пирамиданинг симметрия текислиги бор, бироқ симметрия ўқи йўқ. **25.** Октаэдр. **26.** Мунтазам олтибурчакли призма.

Ўзингизни текширинг!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C)	A)	B)	D)	C)	B)	C)	A)	D)	D)	A)	C)	B)	D)	B)	C)	D)	A)	B)	C)

II боб. ФАЗОДА ТЎҒРИ ЧИЗИҚ БИЛАН ТЕКИСЛИК ТЕНГЛАМАЛАРИНИНГ ҚЎЛЛАНИЛИШИ

8-§

1. $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + 3t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x = -2 + 5t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 - 4t. \end{cases}$ **3.** Ўзаро параллел бўлади. **4.** $\frac{4}{9}$. **5.** 0. **6.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **7.** $\frac{9}{25}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8. 0. **9.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **10.** $\frac{4}{5}$. **11.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **12.** $\frac{11\sqrt{35}}{70}$. **13.** $\frac{3}{4}$.

9-§

1. $3y - 2z = 0$. **2.** $6x - 3y - 2z + 6 = 0$. **3.** 1) $z = 3$; 2) $y = -2$; 3) $x = 1$. **4.** 1), 3). **5.** 1) ҳа, 2) Ҳа; 3) йўқ. **6.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{4}{21}$. **7.** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{4}{5}$. **8.** $\frac{7}{25}$. **9.** 1) $\frac{6}{7}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{3}{7}$. **10.** 1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{5}$. **11.** $\frac{1}{2}$. **12.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **13.** $\frac{3}{5}$. **14.** $\frac{13}{19}$. **15.** $\frac{5}{7}$.

10-§

1. $\frac{4}{9}$. **2.** $\frac{8}{9}$. **3.** 1) ўзаро перпендикуляр бўлади; 2) ўзаро параллел бўлади; 3) тўғри чизиқ текисликда ётади. **4.** 1) $\frac{\sqrt{14}}{14}$; 2) $\frac{3\sqrt{14}}{14}$; 3) $\frac{\sqrt{14}}{7}$. **5.** 1) $\frac{12\sqrt{13}}{91}$; 2) $\frac{12\sqrt{5}}{35}$; 3) $\frac{6\sqrt{10}}{35}$. **6.** 1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{\sqrt{10}}{5}$; 3) $\frac{2\sqrt{30}}{15}$. **7.** 1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 2) 1. **8.** 1) $\frac{\sqrt{10}}{5}$; 2) $\frac{2\sqrt{30}}{15}$. **9.** 1) $\frac{4\sqrt{19}}{19}$; 2) $\frac{2\sqrt{285}}{95}$. **10.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

11-§

1. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **2.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **3.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **4.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **5.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **6.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **7.** 1), 2), 3) $\frac{6}{7}$. **8.** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ см. **9.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **10.** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ см. **11.** $\frac{4\sqrt{57}}{19}$ см. **12.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см.

Ўзингизни текширинг!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D)	A)	C)	D)	A)	B)	D)	A)	B)	D)	A)	D)	B)	D)	B)	B)	C)	D)	A)	D)

III боб. АЙЛАНМА ЖИСМЛАР ВА УЛАРНИНГ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

12-§

2. Чексиз кўп. **3.** Доира. **4.** Цилиндр. **5.** Ҳалқа. **6.** 5 см. **7.** $\frac{1}{2\pi}$ см. **8.** 1) 4π см^2; 2) 6π см^2. **10.** Тўғри тўртбурчак. **11.** 1) ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа. **12.** 1) Цилиндр, 2) цилиндр. **13.** 1) $2\sqrt{2}\pi$ см^2; 2) $\sqrt{2}\pi$ см^2. **14.** 1) Цилиндр, 2) цилиндр. **15.** 1) 2π см^2; 2) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ см^2. **16.** 1) Цилиндр, 2) цилиндр. **17.** 1) 12π см^2; 2) 4π см^2. **18.** $10\pi \approx 31{,}4$ (м^2). **19.** $30\sqrt{2 - 2\cos 10^\circ}$ см^2. **20.** 26 см^2. **21.** 3 дм. **22.** Асосининг радиуслари 2 см ва 1 см, баландликлари эса 1 см бўлган иккита цилиндрдан ташкил топган фигура. Бу фигура сиртининг юзи π га тенг. **23.** Асосининг радиуслари 2 см, 1 см, 1 см, баландликлари эса 1 см бўлган учта цилиндрдан ташкил топган фигура. Бу фигура сиртининг юзи 16π см га тенг. **24.** Асосининг радиуси ва баландлиги 2 см га тенг цилиндрдан ташкил топган фигура. Бу фигурадан асосининг радиуси 1 см га, баландлиги эса 2 см га тенг бўлган бошқа цилиндр кесиб олинган. Ушбу фигура сиртининг юзи 18 см^2 га тенг. **25.** Асосларининг радиуслари $2\sqrt{2}$ см ва $\sqrt{5}$ см, баландликлари эса 1 см бўлган иккита цилиндрдан ташкил топган фигура. Бу фигура сиртининг юзи $(16 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{5})\pi$ см^2 га тенг. **26.** $\sqrt{9 + 4\pi^2}$ см. **27.** 13 см. **28.** 350π см^2. **29.** $\frac{2R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{R}\right)}{\operatorname{tg}\beta}$ см^2.

13-§

2. Чексиз кўп. **3.** Доира. **4.** Конус. **5.** Конуснинг ён сирти. **6.** 5. **7.** 1) 5 см; 2) $5\sqrt{3}$ см. **8.** 1 см. **9.** 1 см. **10.** 3π см^2. **11.** Ҳа. **12.** $\frac{\pi}{4}$. **13.** $\sqrt{5}\pi$ см^2. **14.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **15.** Конус.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16. Асослари умумий бўлган иккита конусдан ташкил топган фигура. **17.** Асослари умумий бўлган иккита конусдан ташкил топган фигура. Унинг сиртининг юзи $\sqrt{2}p$ га тенг. **18.** Конус. **19.** $\frac{(\sqrt{2}+1)\pi}{2}$. **20.** Конус. **21.** $3p$ см^2. **22.** 15 см^2. **23.** $2h^2$. **24.** Асосининг радиуси 2 см га, ясовчиси 3 см га тенг конусдан иборат фигура. Бу фигурадан асосининг радиуси 1 га, ясовчиси $\sqrt{6}$ га тенг бошқа конус кесиб олинди. Унинг сиртининг юзи $(9+\sqrt{6})p$ см^2 га тенг. **25.** Асослари умумий бўлган иккита ўзаро тенг бўлган конуслардан ташкил топган фигура. Унинг сиртининг юзи $\sqrt{2}p$ см^2 га тенг. **26.** Асослари умумий бўлган иккита тенг конуслардан ташкил топган фигура. Унинг сиртининг юзи p см^2 га тенг. **27.** 0,5. **28.** 120°. **29.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см. **30.** 37. **31.** 42,12 м^2. **32.** 1440 см^2.

14-§

2. Чексиз кўп. **3.** Доира. **4.** Кесик конус. **5.** Кесик конуснинг ён сирти. **6.** 5 см. **7.** $80p$ см^2. **8.** Ҳа. **10.** $9p$ см^2. **11.** 1) Йўқ; 2) ҳа, 3) ҳа. **12.** 1 см. **13.** 2 см. **14.** $\frac{17\pi}{4}$ см^2. **15.** Кесик конус. **16.** $(10+9\sqrt{2})p$ см^2. **17.** Кесик конус. **18.** $14p$ см^2. **19.** $6\sqrt{2}p \approx 26{,}6$ (м^2). **20.** Асослари умумий бўлган иккита ўзаро тенг бўлган конуслардан ташкил топган фигура. Унинг сиртининг юзи $3{,}5p$ см^2 га тенг. **21.** Фигура кесик конус ҳисобланади. Бу фигурадан асоси кесик конуснинг битта асоси бўлган конус кесиб олинади. Унинг сиртининг юзи $3p$ см^{2}га тенг. **22.** 1 см ва 0,5 см. **23.** $y = x^2$. **24.** $y = a^x$. **25.** $y = \sin x$. **26.** d 161 г. **27.** d 1,1 дм^2. **28.** d 88 см, d 63 см, d 24,3 см, d 21 дм^2.

15-§

2. 1) $OA < R$; 2) $OA > R$. **3.** 1) сферанинг ичида ётади; 2) сферада ётади; 3) сферадан ташқарида ётади. **4.** Чексиз кўп. **5.** 110 мм. **6.** 1 см. **7.** 1) кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас. **8.** 1) Биттаси; 2) битта ҳам эмас; 3) Чексиз кўп. **9.** 4 см. **10.** 4 см. **11.** 1) Кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас. **12.** 5 см. **13.** 8 см. **14.** 5 см. **15.** 1) Кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас. **15.** 1) Кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас. **16.** 1) Кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас. **17.** ≈ 6369 км. **18.** Иккита. **19.** 2 см ва 10 см. **20.** 1 см. **21.** p. **22.** Чексиз кўп. **23.** Берилган текисликларга параллел ва улардан бир хил узоқликда ётган текислик. **24.** Сферага ўтказилган уринма текислик. **25.** Учи берилган нуқтада бўлган конуснинг ён сирти. **26.** 1) Кесишади; 2) уринади; 3) умумий нуқталари мавжуд эмас.

16-§

1. R ва $2R$. **2.** $\frac{h}{2}$. **3.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см. **4.** $2\sqrt{3}$ см. **5.** $\sqrt{3}$ см. **6.** 2,5 см. **7.** $6p$ см^2. **8.** 4 см. **9.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см; 2) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ см. **10.** $R = \frac{r^2+h^2}{2h}$. **11.** $3\frac{1}{8}$ см. **12.** $R = \frac{r(\sqrt{r^2+h^2}-r)}{h}$. **13.** 1,5 см. **14.** $\sqrt{3}$ см. **15.** 1) 1 см; 2) $\sqrt{2}-1$ см. **16.** 1) 1 см; 2) $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ см. **17.** 2 см. **19.** 2 см. **20.** 5 см. **21.** 3 см.

17-§

1. $4p$ см^2. **2.** $\frac{\sqrt{\pi}}{2\pi}$ см. **3.** 12 см^2. **4.** 1) 4; 2) 9; 3) n^2 марта ортади. **5.** 2 : 3. **6.** 10 см. **7.** 1. **8.** p. **9.** $2p$. **10.** 16 марта. **11.** 3 марта. **12.** 4 марта. **13.** $400p$ см^2. **14.** 1 : 3. **15.** $4p$ см^2. **16.** $6p$ см^2. **17.** ≈ 509 554 140 км^2. **18.** ≈ 1520 м^2. **19.** 19200 м^2. **20.** $\frac{2\pi}{3}$ см^2. **22.** $\frac{\pi}{2}$ см^2. **23.** $\frac{2\pi}{3}$ см^2.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Ўзингизни текширинг!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B)	C)	C)	D)	B)	C)	A)	C)	D)	C)	D)	D)	C)	C)	C)	D)	A)	D)	C)	D)

IV боб. ИЧКИ ВА ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН КЎПЁҚЛАР

18-§

1. 1) Ҳа, 2) ҳа, 3) йўқ, 4) ҳа, 5) ҳа. **2.** 1) Ҳа, 2) йўқ, 3) йўқ, 4) ҳа, 5) ҳа. **3.** Ҳа. **4.** Ҳа. **5.** Унинг битта ёғи квадрат бўлган ҳолда. **6.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 1. **7.** $\frac{1}{2}$, 1. **8.** Асосларининг радиуслари билан баландликлари мос равишда $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см ва 3 см; $\frac{\sqrt{10}}{2}$ см ва 2 см; $\frac{\sqrt{13}}{2}$ см ва 1 см бўлган учта цилиндр. **9.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см ва 1 см. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ см ва 1 см. **11.** 1 см. **12.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см ва 1 см. **13.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см; 3) $\frac{1}{2}$ см. **14.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см ва $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см. **15.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см ва $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **16.** 1 см ва $\sqrt{3}$ см. **17.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ см ва $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см. **18.** $\frac{1}{2}$ см ва $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **19.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см ва $\sqrt{3}$ см.

19-§

1. 1) Ҳа, 2) ҳа; 3) йўқ. **2.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **3.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **4.** 1,5 дм. **5.** 4. **6.** Асоси параллелограмм бўлган тўртбурчакли призма. **7.** Йўқ, масалан, асоси ўтмас бурчакли учбурчак бўлган учбурчакли тўғри призма. Ташқи чизилган сферанинг маркази шу призмадан ташқарида ётади. **8.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **9.** $\sqrt{2}$. **10.** Призманинг асоси: 1) ўткир бурчакли; 2) тўғри бурчакли; 3) ўтмас бўрчакли учбурчак бўлган ҳолда. **11.** 13 см. **12.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ см. **13.** $\sqrt{11}$ см.

20-§

1. Берилган нуқталарни туташтирувчи кесманинг ўртаси орқали ўтувчи ва шу кесмага перпендикуляр бўлган текислик. **3.** 2 см. **4.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **5.** $1\frac{1}{4}$ см. **6.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$ см. **7.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **8.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **9.** $1\frac{1}{2}$ см. **10.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **11.** 1 см. **12.** 1) 1 см; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см; 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **13.** Асоси параллелограмм бўлган тўртбурчакли пирамида. **14.** 1) Ҳа, 2) ҳа, 3) ҳа. **15.** Ташқи чизилган сферанинг маркази шу пирамиданинг асосига ташқи чизилган айлананинг маркази бўлади; сферанинг радиуси $\sqrt{3}$ см. **16.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **17.** Ташқи чизилган сферанинг маркази шу пирамиданинг асосига ташқи чизилган айлананинг маркази бўлади. **18.** Ташқи чизилган сферанинг маркази шу пирамиданинг асосига ташқи чизилган айлананинг маркази бўлади. **19.** $1\frac{1}{2}$ см. **20.** $2\frac{1}{2}$ см. **21.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **22.** $\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{2}$ см. **23.** $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{4}$ см.

21-§

1. $\frac{1}{2}$ см. **2.** 2 см. **3.** $\frac{1}{2}$ см. **4.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **5.** Йўқ. **6.** Мунтазам призма. Призманинг баландлиги унинг асосига ички чизилган айлананинг иккиланган радиусига тенг эмас. **7.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ см. **8.** $2\sqrt{3}$ см. **9.** $\frac{1}{2}$ см. **10.** 2 см. **11.** $\sqrt{3}$ см. **12.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **13.** Берилган текисликлар билан ясалган иккиёқли бурчакларнинг биссекторик текисликлари ётувчи иккита перпендикуляр текисликлар. **14.** 2 см. **15.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

22-§

1. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ см. **2.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **3.** $2\sqrt{3}-3$ см. **4.** $R=\frac{ah}{a+\sqrt{a^2+4h^2}}$. **5.** $\frac{3\sqrt{5}-3}{4}$ см. **6.** 1) $2-\sqrt{3}$ см; 2) $\sqrt{2}-1$ см; 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **7.** $r=\frac{ah}{a+\sqrt{a^2+12h^2}}$. **8.** $\frac{1}{3}$ см. **9.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$ см. **10.** $r=\frac{\sqrt{3}ah}{\sqrt{3}a+\sqrt{3a^2+4h^2}}$. **11.** $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{19}-\sqrt{3})}{8}$ см. **12.** $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ см. **13.** $\frac{\sqrt{57}-3}{16}$ см. **14.** Асоси тўғри тўртбурчак бўлган тўртбурчакли пирамида. Унинг баландлигининг асоси тўғри тўртбурчакнинг диагоналларининг кесишиш нуқтаси бўлади. **15.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$ см.

Ўзингизни текширинг!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C)	D)	A)	D)	B)	C)	C)	D)	B)	D)	B)	B)	B)	C)	A)	D)	B)	C)	B)	B)

V боб. ЖИСМЛАРНИНГ ҲАЖМЛАРИ

23-§

1. 54 см^2. **2.** 8 см^3. **3.** 8 см^3. **4.** 7 см^3. **5.** 27 марта. **6.** 8 марта. **7.** 1) 2 марта ортади; 2) 9 марта камаяди. **8.** 62,5 г. **9.** 60 м^2. **10.** а) 6 см^3; б) 8 см^3. **11.** а) 40; б) 12. **12.** а) 10; б) 10. **13.** а) 5; б) 6. **14.** 30 см^3. **15.** 15 см^3. **16.** 20 см. **17.** $\frac{1}{8}$. **18.** $1\frac{3}{4}$. **19.** d 21м^3. **20.** 9 см. **21.** 3 см. **22.** 160 см^3. **23.** $\frac{1}{6}$. **24.** $\frac{1}{3}$. **25.** 4 см^3. **26.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ см^3. **28.** 6 м^3. **29.** 162 л.

24-§

1. 60 см^3. **2.** $20\sqrt{3}$ см^3. **3.** $18\sqrt{3}$ см^3. **4.** $\sqrt{3}$ см^3. **5.** 0,75 см^3. **6.** $16\sqrt{3}$ см. **7.** 1 : 3. **8.** 3 см^3. **9.** 5 см^3. **10.** 9 см^3. **12.** 3 м^3. **13.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см^3. **14.** $\frac{S_1S_2}{2a}$. **15.** Изланаётган текислик параллелепипедларнинг симметрия марказлари орқали ўтувчи текислик бўлади. **16.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ см^3. **17.** $3\sqrt{3}$ см^3. **18.** $6\sqrt{3}$. **19.** $4\sqrt{3}$. **20.** $\frac{Q\cdot d}{2}$. **22.** 36 см^3.

25-§

1. 12p см^3. **2.** $\frac{\pi a^3}{4}$ см^3. **3.** Иккинчи. **4.** pa^3. **5.** $\frac{3\pi}{32}$ см^3. **6.** $\frac{\pi}{4}$. **8.** $\frac{a}{b}$ ёки $\frac{b}{a}$. **9.** Икки марта. **10.** 3p см^3. **11.** 243p см^3. **12.** 4 см. **13.** Цилиндрнинг асосини танлаб олишга боғлиқ. $\frac{1}{\pi}$ ёки $\frac{1}{2\pi}$. **14.** 2p. **16.** 5p см^3. **17.** 6p см^3. **18.** $\frac{\pi}{6}$ см^3. **19.** 125p см^3. **20.** $\frac{3\pi}{2}$ см^3. **21.** 2p см^3. **23.** 960 м^3. **24.** 162 кг. **25.** 2250 см^3.

26-§

1. $\frac{1}{3}a^2h$. **2.** 32 м^3. **3.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$ см^3. **4.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см^3. **5.** $1\frac{1}{2}$ см^3. **6.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$ см^3. **7.** 8 марта. **8.** 3 марта камаяди. **9.** 1) $\frac{1}{3}$ см^3; 2) $\frac{1}{6}$ см^3. **10.** 1 : 7. **11.** 7 см^3. **12.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$ см^3. **13.** $\frac{1}{6}$ см^3. **14.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$ см^3. **15.** $4\sqrt{3}$ см. **16.** $\frac{1}{3}$ см^3. **17.** 1 : 1. **18.** 3 см^3. **19.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ см^3. **20.** ⊠ см^3. **21.** ≈ 79443 м^3. **23.** 3074176 м^3. **24.** 407 м^3. **25.** 473 дм^3, 319 кг. **26.** $\frac{3}{4}$ см^3. **27.** $\frac{1}{2}$ см^3. **28.** $\frac{1}{2}$ см^3. **29.** 3 см^3. **30.** $\sqrt{3}$ см^3. **31.** $\frac{1}{4}$ см^3. **32.** $\frac{1}{3}$. **33.** $\frac{1}{6}$. **34.** $\frac{1}{6}$. **35.** $\frac{1}{12}$. **36.** $\frac{1}{4}$ см^3. **37.** $\frac{1}{2}$ см^3.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

27-§

1. 1) Уч; 2) тўрт марта ортади. **2.** 2 марта ортади. **3.** 5 см³. **4.** 1 : 7. **5.** 16р см³. **6.** 3р см³. **7.** 3р см³. **8.** 7р см³. **9.** 72р см³. **10.** 9р см³. **11.** [illegible] см³. **12.** Йўқ. **13.** 2р см³. **14.** $\frac{\pi}{3}$ см³. **15.** $\frac{7}{27}$ см³. **16.** 4 см. **17.** 52р см³. **18.** 19р см³. **20.** ≈ 55,5 м³. **21.** 9р см³. **22.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$. **23.** $\frac{\pi}{4}$ см³. **24.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ см³. **25.** $\frac{1}{4}$ см³. **26.** $2\sqrt{3}$р см³. **27.** V = 19,44 м³.

28-§

1. 36р см³. **2.** 1) 27; 2) 64 марта ортади. **3.** 6 см. **4.** 27. **5.** $\frac{\pi}{6}$ см³. **6.** $\frac{4\pi}{3}$ см³. **7.** $\frac{4000\pi}{3}$ см³. **8.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ см³. **9.** $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$ см³. **10.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{54}$ см³. **11.** $m^{\frac{3}{2}} : n^{\frac{3}{2}}$. **12.** $\frac{4\pi}{3}(R_1^3 - R_2^3)$. **13.** 26 : 1. **14.** ≈ 0,5. **15.** $\frac{5324\pi}{3} \approx$ ≈ 5572 (м³). **16.** $\frac{7\sqrt{21}\pi}{54}$ см³. **17.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{216}$ см³. **18.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{8}$ см³. **19.** $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ см³. **20.** $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$ см³. **21.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ см³. **22.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{27}$ см³. **23.** $\frac{5}{32}$. **24.** 11250р см³. **25.** Агар шарнинг маркази белбоғ асосларининг орсида ётса, у ҳолда $\frac{434\pi}{3}$ см³. Акс ҳолда $\frac{38\pi}{3}$ см³. **26.** $\frac{\pi}{6}$ см³. **27.** $\frac{2\pi}{9}$ см³.

Ўзингизни текширинг!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D)	A)	B)	B)	C)	C)	B)	A)	C)	D)	B)	B)	C)	A)	D)	C)	C)	B)	D)	A)

10-11-СИНФ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ

БУРЧАКЛАР

Тўғри чизиқлар орасидаги бурчак

1. 45°. **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** 45°. **5.** 60°. **6.** 60°. **7.** 60°. **8.** 90°. **9.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **11.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **12.** $\sqrt{2}$. **13.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **14.** $\frac{3}{4}$. **15.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **16.** $\frac{1}{4}$.

Тўғри чизиқ билан текислик орасидаги бурчак

1. 45°. **2.** 90°. **3.** 90°. **4.** 60°. **5.** 45°. **6.** 60°. **7.** 60°. **8.** 90°. **9.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **11.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **12.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **13.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **14.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **15.** 60°. **16.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Иккита текислик орасидаги бурчак

1. 45°. **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** 90°. **5.** 60°. **6.** 60°. **7.** 30°. **8.** 90°. **9.** $\sqrt{2}$. **10.** $\frac{1}{3}$. **11.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **12.** $\frac{1}{3}$. **13.** $-\frac{1}{3}$. **14.** 0,6. **15.** 0,2. **16.** $\frac{2}{3}$.

МАСОФА

Нуқтадан тўғри чизиққача бўлган масофа

1. 1. **2.** $\sqrt{2}$. **3.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **4.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$ см. **5.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **6.** $\sqrt{3}$ см. **7.** $\sqrt{3}$ см. **8.** 2 см. **9.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **10.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$ см. **11.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$ см. **12.** $\frac{\sqrt{15}}{4}$ см. **13.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$ см. **14.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$ см. **15.** $\sqrt{3}$ см. **16.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Нуқтадан текисликкача бўлган масофа

1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **2.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **3.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **4.** $\sqrt{3}$ см. **5.** 1 см. **6.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **7.** $\sqrt{3}$ см. **8.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **9.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **11.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$ см. **12.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$ см. **13.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см. **14.** $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ см. **15.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **16.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ см.

Иккита тўғри чизиқ орасидаги масофа

1. 1. **2.** $\sqrt{2}$. **3.** 1. **4.** 1 см. **5.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **6.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **7.** 1 см. **8.** $\sqrt{3}$ см. **9.** $\frac{1}{2}$. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **11.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **12.** 0,5 см. **13.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **14.** $\frac{\sqrt{15}}{4}$ см. **15.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ см. **16.** $\sqrt{3}$ см.

КЕСИМЛАР

1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **2.** 0,25 см^2. **3.** 0,5 см^2. **4.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **5.** 0,25 см^2. **6.** $\sqrt{6}$ см^2. **7.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **8.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **9.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см^2. **10.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **11.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **12.** $1\frac{1}{8}$ см^2. **13.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. **14.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **15.** $1\frac{1}{8}$ см^2. **16.** $\frac{3\sqrt{19}}{16}$. **17.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **18.** $\frac{3\sqrt{21}}{16}$ см^2. **19.** $\frac{3\sqrt{11}}{16}$ см^2. **20.** $\frac{3\sqrt{7}}{16}$. **21.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **22.** $1\frac{1}{8}$ см^2. **23.** $\frac{3\sqrt{11}}{16}$ см^2. **24.** $\sqrt{6}$. **25.** $\frac{3\sqrt{3}}{16}$ см^2. **26.** $\frac{3\sqrt{19}}{16}$ см^2. **27.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ см^2. **28.** $\frac{5\sqrt{17}}{16}$. **29.** $\frac{7\sqrt{17}}{24}$. **30.** $1\frac{5}{16}$. **31.** 3 см^2. **32.** $1\frac{5}{16}$. **33.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **34.** $\frac{7\sqrt{17}}{24}$.

ИЧКИ ВА ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН ФИГУРАЛАР

Цилиндр ва конус

1. 1 см. **2.** 2 см. **3.** 1. **4.** $\sqrt{2}$ см. **5.** $2\sqrt{3}$ см. **6.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **7.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ см. **8.** 2 см. **9.** 0,5. **10.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **11.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **12.** 5 см. **13.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **14.** 1 см. **15.** $\sqrt{3}$ см. **16.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **17.** 1 см. **18.** $2\sqrt{3}$ см. **19.** 2 см. **20.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **21.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **22.** $2\frac{2}{3}$ см. **23.** $\sqrt{2} - 1$ см. **24.** 3 см. **25.** $2\sqrt{2}$ см. **26.** 0,5 см. **27.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **28.** 0,75 см. **29.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **30.** 8 см. **31.** 1 см. **32.** $6\frac{1}{4}$ см. **33.** 2 см. **34.** $\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$ см. **35.** 3 см. **36.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$ см.

Кўпёққа ички чизилган сфера

1. 0,5. **2.** 2 см. **3.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **4.** 2 см. **5.** $\sqrt{3}$ см. **6.** $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ см. **7.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см ва $\sqrt{2}$ см. **8.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ см ва $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **9.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см ва 2 см. **10.** 1 см ва 2 см. **11.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см ва 2 см. **12.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$. **13.** [redacted] см. **14.** 0,5 см. **15.** 1 см. **16.** $2\sqrt{6}$. **17.** $\frac{1}{3}$ см. **18.** $\frac{3 - \sqrt{3}}{6}$ см. **19.** $\frac{\sqrt{14}(\sqrt{15} - 1)}{28}$ см. **20.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см. **21.** $2\frac{2}{3}$ см. **22.** $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{4}$ см.

Кўпёққа ташқи чизилган сфера

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **2.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **3.** $\sqrt{14}$ см. **4.** 2 см. **5.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **6.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **7.** $\frac{\sqrt{21}}{6}$ см. **8.** $\frac{2\sqrt{33}}{3}$ см. **9.** 1,5 см. **10.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$ см. **11.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ см. **12.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см. **13.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. **14.** 2 см. **15.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см. **16.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ҲАЖМ

1. 48 см^3. **2.** 8 см^2. **3.** 5 см. **4.** 4 см. **5.** 6 см. **6.** 27. **7.** 120 см^3. **8.** 4 см. **9.** 4,5 см^3. **10.** 8. **11.** 24 см^3. **12.** 4 см. **13.** 0,25 см^3. **14.** 3 см. **15.** 4. **16.** 31. **17.** 2 см. **18.** 2 см^3. **19.** 3. **20.** 2,25. **21.** 30 см^3. **22.** 50 см^3. **23.** 27. **24.** 8 см^3. **25.** 6 см^3. **26.** 32 см^3. **27.** 7 см. **28.** 2 см. **29.** 1,5 см^3. **30.** 32 см^3. **31.** 2 см. **32.** 64 см^3. **33.** 3 см. **34.** 8 см^3. **35.** 20 см^3. **36.** 18 см^3. **37.** 256 см^3. **38.** 13 см. **39.** 48 см^3. **40.** 4,5 см^3. **41.** 12 см^3. **42.** 7 см. **43.** 48 см^3. **44.** 2 см^3. **45.** 1,5 см^3. **46.** 2 см^3. **47.** 4 см^3. **48.** 6 см^3. **49.** 3 см^3. **50.** 3 см^3. **51.** 10 см^3. **52.** 1,125. **53.** 1,5 см^3. **54.** 128. **55.** 9. **56.** 72. **57.** 16. **58.** 2. **59.** 12 см. **60.** 4,5. **61.** 4,5. **62.** 12 см^3. **63.** 6. **64.** 6. **65.** 18. **66.** 6 см^3. **67.** 13,5 см^3. **68.** 9. **69.** 27 см^3. **70.** 54 см^3. **71.** 54 см^3. **72.** 18 см^3. **73.** 13,5 см^3. **74.** 36 см^3. **75.** 72 см^3. **76.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ см^3. **77.** 9 см^3. **78.** 4 см^3. **79.** $\frac{\sqrt{2}}{18}$. **80.** 6 см^3. **81.** 36 см^3. **82.** $2\sqrt{2}$ см^3. **83.** 160 см^3. **84.** 2. **85.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **86.** 27 см^3. **87.** 8р см^3. **88.** 8р см^3. **89.** 4. **90.** 2р см^3. **91.** 2. **92.** $\frac{9\pi}{2}$ см^3. **93.** 6р см^3. **94.** 1,5 см^3. **95.** 3 см^3.

СИРТНИНГ ЮЗИ

1. 22 см^2. **2.** 2 см. **3.** 9. **4.** 4. **5.** 108 см^2. **6.** 288 см^2. **7.** 6 см^2. **8.** 3 см^2. **9.** 3. **10.** 1,5. **11.** 4 см^2. **12.** 4. **13.** 2 см^2. **14.** 2 см. **15.** 8 см^3. **16.** 54 см^2. **17.** 64 см^2. **18.** 3 см. **19.** 2 см. **20.** 22 см^2. **21.** 62 см^2. **22.** 10 см^2. **23.** 4 см^2. **24.** 240 см^2. **25.** 10 см. **26.** 6 см^2. **27.** 16 см^2. **28.** 84 см^2. **29.** 96 см^2. **30.** 72 см^2. **31.** 9. **32.** 144. **33.** 60. **34.** 3 см^2. **35.** 36. **36.** 9. **37.** 10 см. **38.** 32 см^2. **39.** 3 см. **40.** 54 см^2. **41.** 27 см^2. **42.** 36 см^2. **43.** 54 см^2. **44.** 96 см^2. **45.** 1,5 см. **46.** р см^2. **47.** 12 см^2. **48.** 36р см^2. **49.** 1 см^2. **50.** 6 см^2. **51.** 56р см^2. **52.** 3.

АЙЛАНМА ЖИСМЛАР

Кўпбурчакларнинг айланиши

1. $\frac{\pi}{3}$ см^3 ва $(\sqrt{2}+1)$р см^2. **2.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$ см^3 ва $\frac{(\sqrt{2}+1)\pi}{2}$ см^2. **3.** ! см^3 ва 0,75р см^2. **4.** $\frac{\pi}{8}$ см^3 ва $\frac{(2\sqrt{3}+3)\pi}{4}$ см^2. **5.** $\frac{7\sqrt{3}\pi}{24}$ см^3 ва 2,75р см^2. **6.** $\frac{7\pi}{3}$ см^3 ва $(3\sqrt{2}+5)$р см^2. **7.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$ см^3 ва $\sqrt{2}$р см^2. **8.** $\frac{\pi}{4}$ см^3 ва $\sqrt{3}$р см^2. **9.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ см^3 ва р см^2. **10.** 9,6р см^3 ва 16,8р см^2. **11.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ см^3 ва р см^2. **12.** 0,25р см^3 ва $\sqrt{3}$р см^2. **13.** р см^3 ва $2\sqrt{3}$р см^2. **14.** $\frac{4\pi}{3}$ см^3 ва $(\sqrt{2}+3)$р см^2. **15.** $\frac{\pi}{4}$ см^3 ва $\frac{(\sqrt{3}+3)\pi}{2}$ см^2. **16.** 8,192 р ва 23,04 р. **17.** 0,75р см^3 ва $2\sqrt{3}$р см^2. **18.** 1,25р см^3 ва $3\sqrt{3}$р см^2. **19.** $\frac{11\pi}{32}$ см^3 ва $\frac{5\sqrt{3}\pi}{14}$ см^2. **20.** $\frac{5\pi}{3}$ см^3 ва $(\sqrt{2}+5)$р см^2. **21.** 4,5р см^3 ва $6\sqrt{3}$р см^2. **22.** $\frac{19\sqrt{3}\pi}{12}$ см^3 ва 7р см^2. **23.** р см^3 ва $2\sqrt{3}$р см^2. **24.** $\frac{7\sqrt{3}\pi}{12}$ см^3 ва 3,5р см^2.

Кўпёқларнинг айланиши

1. 2р см^3 ва $(2\sqrt{2}+4)$р см^2. **2.** 0,5р см^3 ва $(\sqrt{2}+1)$р см^2. **3.** р см^3 ва 4р см^2. **4.** $\frac{\pi}{3}$ см^3 ва $\frac{(2\sqrt{3}+2)\pi}{2}$ см^2. **5.** р см^3 ва 4р см^2. **6.** 1,25р ва $(\sqrt{5}+2,5)$р. **7.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{27}$ ва $\frac{(\sqrt{3}+1)\pi}{3}$. **8.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$ см^3 ва $\frac{(\sqrt{2}+1)\pi}{2}$ см^2. **9.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ см^3 ва 3р см^2. **10.** 4р см^3 ва 12р см^2. **11.** 0,25р ва $\sqrt{3}$р. **12.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$ ва $\sqrt{2}$р. **13.** 0,75р см^3 ва $\frac{(2\sqrt{3}+3)\pi}{2}$ см^2. **14.** 3,25р см^3 ва $\frac{(2\sqrt{13}+13)\pi}{2}$ см^2.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

МУНДАРИЖА

КИРИШ 3
10-СИНФ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ.....4

I боб. КЎПЁҚЛАР

1-§. Кўпёқ тушунчаси. Призма ва унинг элементлари, призманинг турлари. Призманинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари 8
2-§. Пирамида ва кесик пирамида. Пирамиданинг, кесик пирамиданинг ёйилмаси, ён сирти ва тўла сиртининг юзалари.....18
3-§. Кўпёқли бурчак 25
4*-§. Эйлер теоремаси.....30
5-§. Мунтазам кўпёқлар 34
6-§. Кўпёқларнинг текислик билан кесимлари 40
7*-§. Кўпёқларнинг симметрияси 47
Ўзингизни текширинг!.....54

II боб. ФАЗОДА ТЎҒРИ ЧИЗИҚ БИЛАН ТЕКИСЛИК ТЕНГЛАМАЛАРИНИНГ ҚЎЛЛАНИЛИШИ

8-§. Фазода тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни топиш.....57
9-§. Икки текислик орасидаги бурчакни топиш.....61
10-§. Тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчакни топиш.....66
11-§. Фазода нуқтадан текисликкача бўлган масофа 70
Ўзингизни текширинг!.....74

III боб. АЙЛАНМА ЖИСМЛАР ВА УЛАРНИНГ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

12-§. Цилиндр ва унинг элементлари. Цилиндрнинг кесими. Цилиндрнинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари.....77
13-§. Конус ва унинг элементлари. Конуснинг текислик билан кесими. Конуснинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари.....84
14-§. Кесик конус ва унинг элементлари. Кесик конуснинг ёйилмаси, ён ва тўла сиртининг юзалари 90
15-§. Сфера, шар ва унинг элементлари 96
16-§. Айланма жисмларнинг комбинациялари.....102
17-§. Сфера ва унинг қисмларининг юзалари 109
Ўзингизни текширинг!.....114

IV боб. ИЧКИ ВА ТАШҚИ ЧИЗИЛГАН КЎПЁҚЛАР

18-§. Цилиндр ва призма. Конус ва пирамида 117
19-§. Сферага ички чизилган кўпёқлар. Призма.....121
20-§. Сферага ички чизилган кўпёқлар. Пирамида 124
21-§. Сферага ташқи чизилган кўпёқлар. Призма.....128
22-§. Сферага ташқи чизилган кўпёқлар. Пирамида 132
Ўзингизни текширинг!.....135

V боб. ЖИСМЛАРНИНГ ҲАЖМЛАРИ

23-§. Жисмлар ҳажмларининг умумий хоссалари.....138
24-§. Призманинг ҳажми 144
25-§. Цилиндрнинг ҳажми 149
26-§. Пирамида ва кесик пирамиданинг ҳажмлари.....153
27-§. Конус ва кесик конуснинг ҳажмлари 161
28-§. Шар ва унинг қисмларининг ҳажмлари.....166
Ўзингизни текширинг!.....171

10-11-СИНФЛАРДАГИ ГЕОМЕТРИЯ КУРСИНИ ТАКРОРЛАШ 174
ФАН-НОМ КЎРСАТКИЧЛАРИ 202
ЖАВОБЛАР 206

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Учебное издание

Смирнов Владимир Алексеевич
Туяков Есенкельды Алыбаевич

ГЕОМЕТРИЯ

Учебник для 11 классов естественно-математического направления общеобразовательных школ

(*на узбекском языке*)

Муҳаррир *В. Мусаева*
Бадиий муҳаррир *Л. Уралбаева*
Техник муҳаррир *Л. Садикова*
Компьютерда саҳифалаган *А. Ахметханқизи*

Нашриётга 7 июль 2003 йилда Қозоғистон Республикаси
Таълим ва фан министрлигининг № 0000001 давлат лицензияси берилган

ИБ № 6256

Нашрга 19.08.20 рухсат этилди. Ҳажми 70×100 $^{1}/_{16}$. Офсет қоғози. Ҳарф тури «SchoolBook Kza». Офсет нашри. Шартли босма табоғи 17,42 + 0,32 форзац. Шартли бўёқ тамғаси 36,16. Нашр ҳисоб табоғи 11,20 + 0,54 форзац. Адади 5000 дона. Буюртма №

«Мектеп» нашриёти, 050009, Алмати шаҳри, Абай шоҳ кўчаси, 143-уй
Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30
Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34
E-mail: mektep@mail.ru
Web-site: www.mektep.kz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217