

# MATHEMATIK FÜR PHYSIKER 1

## Aufgabenblatt 7

**Abgabe:** 07.12.2021 bis 15:00 Uhr  
in der Übungsgruppe. **Bitte in 2-3er Gruppen abgeben.**

### Hausaufgaben (20 Punkte)

**A7.1** Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die die Reihen (4)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{3n-4}} (x+1)^{n+2} \text{ und } \sum_{n=0}^{\infty} (3n^3 + 4n^2 - 4)x^n$$

konvergiert und berechnen Sie für die erste Reihe auch eine geschlossene Formel in Abhängigkeit von  $x$ .

**A7.2** Es sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := x^2$  und  $x_0 \in \mathbb{R}$ . Finden Sie zu gegebenem  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta = \delta(\varepsilon, x_0) > 0$ , sodass (4)

$$|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

**A7.3** Welche der folgenden Funktionen sind stetig? (6)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := \begin{cases} 0, & \text{falls } x \leq 0 \\ \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right), & \text{falls } x > 0, \end{cases}$$
$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) := \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x}, & \text{falls } x \geq \sqrt{2} \\ 1, & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

**A7.4** a) Zeigen Sie mithilfe der Potenzreihendarstellung, dass (4)

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

b) Folgern Sie, dass für  $x, y \in \mathbb{R}$  (2)

$$\sin(x+y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x) \text{ und } \cos(x+y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$$

gilt.