

MATHEMATIK FÜR PHYSIKER 1

Aufgabenblatt 11

Abgabe: 18.01.2022 bis 15:00 Uhr
in der Übungsgruppe. **Bitte in 2-3er Gruppen abgeben.**

Hausaufgaben (20 Punkte)

A11.1 Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass \mathbb{R}^n ein \mathbb{R} -Vektorraum ist. (4)

A11.2 a) Es sei $a = (a_1, \dots, a_n)^T \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass

$$U := \{v \in \mathbb{R}^n : a_1 v_1 + \dots + a_n v_n = 0\}$$

ein Untervektorraum von \mathbb{R}^n ist. (3)

b) Seien U_1, U_2 Untervektorräume des \mathbb{R}^n . Zeigen Sie, dass $U_1 \cap U_2$ ein Untervektorraum des \mathbb{R}^n ist. (3)

A11.3 Es sei $w \in \mathbb{R}^n$ und

$$V := w^\perp = \{v \in \mathbb{R}^n : \langle w, v \rangle = 0\}.$$

Zeigen Sie, dass $V^\perp = \{\lambda \cdot w : \lambda \in \mathbb{R}\}$. (4)

A11.4 Es sei U ein Untervektorraum des \mathbb{R}^n . Zeigen Sie, dass auch U^\perp ein Untervektorraum des \mathbb{R}^n ist. (4)

A11.5 Sei V ein \mathbb{K} -Vektorraum, $k \in \mathbb{N}$ und $v_1, \dots, v_k \in V$. Zeigen Sie, dass

$$\text{span}\{v_1, \dots, v_k\}$$

ein Untervektorraum von V ist. (4)

A11.6 (Bonus) Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale (4)

$$\begin{array}{ll} i) \int_0^\infty t^n e^{-t} dt \text{ für } n \in \mathbb{N} & ii) \int_0^1 t^\alpha dt \text{ für } \alpha < 1 \\ iii) \int_0^\infty \frac{t}{(1+t^2)^2} dt & \end{array}$$