Rechenübungen zur Experimentalphysik I

Aufgabenblatt 5

(Besprechung: ab 2021-11-24)

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Inertialsystem S', das sich im Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ in x-Richtung bewegt. Die Lorentz-Transformation ist dann gegeben durch

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{1}$$

mit $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ und $\beta = v/c$.

a) Wie muß aus der physikalischen Anschauung heraus die Umkehrung der Transformation aussehen? Zeigen Sie, daß die Matrix, die die inverse Transformation beschreibt, die Inverse zur Matrix in (1) ist.

b) Zeigen Sie, daß für kleine Geschwindigkeiten $v \ll c$ die Lorentz-Transformation in die Galilei-Transformation übergeht. Tipp: dieser Grenzfall ist äquivalent zu $c \to \infty$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Bezugssystem S', das sich im Bezugssystem S mit Geschwindigkeit v in x-Richtung bewegt. Die Lorentz-Transformation ist dann gegeben durch

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Ein Körper bewegt sich in S mit der Geschwindigkeit

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{pmatrix}.$$

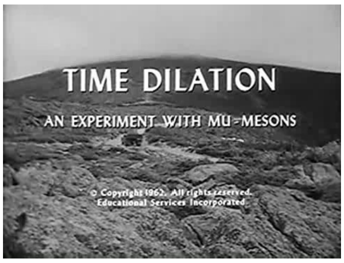
Mit welcher Geschwindigkeit

$$\vec{u}' = \begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \\ u'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'} \\ \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'} \\ \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'} \end{pmatrix}.$$

bewegt sich der Körper im Bezugssystem S'?

Aufgabe 3:

Im Jahre 1962 führten Frisch und Smith eine verbesserte Variante des Rossi-Hall-Experiments aus. Darüber wurde ein Film gedreht, der im Internet verfügbar ist[1].



Sie begaben sich zunächst mit ihrer Ausrüstung auf den Mount Washington in New Hampshire, die höchste Erhebung in den nordöstlichen USA, auf eine Höhe von ca. 6300 ft. Mit einem Szintillationsdetektor erfaßten sie einfallende Myonen aus der kosmischen Höhenstrahlung. Der Szintillationsdetektor hatte eine Dicke von ca. 11 in. Ausgewertet wurden nur Ereignisse, bei denen das Myon im Detektor gestoppt wurde und innerhalb der nächsten 8.5 µs zerfiel. Beim Zerfall des Myons wird im Szintillationsdetektor ein zweiter Lichtblitz ausgelöst, und die Zeitdauer vom Einschlag des Myons bis zu dessen Zerfall kann gemessen werden. Daraus kann die Lebensdauer des (gestoppten, also im Laborsystem ruhenden) Myons statistisch ermittelt werden. Durch einen 2.5 ft. dicken Eisenstapel über dem Detektor sorgten Frisch und Smith dafür, daß nur Myonen mit einer Geschwindigkeit zwischen $0.9950c$ und $0.9954c$ im Szintillationsdetektor gestoppt wurden. Die Einfallsrate dieser Myonen betrug $568\,\mathrm{h}^{-1}$, und ihre mittlere Lebensdauer (inverse Zerfallskonstante) wurde zu 2.2 µs bestimmt.

Zum Vergleich transportierten sie ihren Versuchsaufbau auf Meereshöhe nach Cambridge MA. Dem liegt natürlich die Annahme zugrunde, daß die Einfallsrate der Myonen sich zeitlich und räumlich über den Abstand zwischen beiden Experimenten nicht ändert. Der Einfluß der dickeren Lufthülle über Cambridge wurde durch eine Reduzierung der Dicke des Eisenstapels kompensiert.

a) Welche Einfallsrate würde sich für Cambridge ergeben, wenn die Zeitdilatation nicht wäre?

b) In Cambridge wurde eine Einfallsrate der gestoppten Myonen von $408\,\mathrm{h}^{-1}$ gemessen. Wie groß wäre demnach der Zeitdilatationsfaktor γ_{meas}? Vergleichen Sie mit dem theoretischen Wert für γ aus der Myonengeschwindigkeit.

Wir verzichten dabei auf Meßunsicherheitsbetrachtungen.

[1] `http://bestphysicsvideos.blogspot.com/2011/02/time-dilation-experiment-with-mu-mesons.html`