

Anleitung zum Physikalischen Grundpraktikum Teil I (Mechanik und Thermodynamik) und Teil III (Atom-, Kern und Halbleiterphysik)

Wintersemester 2021/22

Version 1.3, 28.02.2022

JENS SÖREN LANGE

Inhaltsverzeichnis

1	Teil 1, V1: Luftkissenbahn	10
2	Teil 1, V2: Drehbewegung	11
3	Teil 1, V3: Statistik	12
3.1	Theorie	12
3.1.1	Statistische und stochastische Kennzahlen	12
3.1.2	Graphische Darstellung	13
3.1.3	Verteilungen	13
3.1.4	Beispiel: Würfel	14
3.1.5	Fitten einer Funktion an Datenpunkte	15
3.2	Aufgabenstellungen	16
4	Teil 1, V4: Monte-Carlo Methoden - Approximation von π	17
4.1	Einleitung	17
4.1.1	Monte-Carlo-Methoden	17
4.1.2	Flächenberechnungen durch simulierten Wurf eines Dartpfeiles	17
4.2	Monte-Carlo Simulation der Zahl π (Theorie und Aufgabenstellung)	17
4.2.1	Theorie	17
4.3	Aufgabenstellung	18
5	Teil 1, V5: Luftballon mit CO_2	19
5.1	Theorie	19
5.2	Versuchsaufbau	20
5.3	Durchführung	20
5.4	Auswertung und Fehlerrechnung	21
5.5	Medien	21
6	Teil 1, V6: Innendruck eines Luftballons	24
6.1	Theorie	24
6.2	Hilfsmittel	24
6.3	Durchführung	24
6.4	Auswertung	25
6.5	Fehlerrechnung	25
7	Teil 3, V1a: Röntgenbeugung	1
7.1	Theorie	1
7.2	Durchführung und Auswertung	2
8	Teil 3, V1b: Elektronenbeugung	4
8.1	Theorie	4

8.2	Durchführung	4
9	Teil 3, V2a: Neutronenaktivierung	6
9.1	Theorie	6
9.2	Durchführung	6
10	Teil 3, V2b: Gammaabsorbtion	8
10.1	Theorie	8
10.2	Durchführung	8
11	Teil 3, V3a: Franck-Hertz Versuch	10
11.1	Theorie	10
11.2	Durchführung	10
11.3	Auswertung	10
12	Teil 3, V3b: Fadenstrahlrohr	12
12.1	Theorie	12
12.2	Durchführung	12
13	Anhang: Medien und Applikationen	14
13.1	Bilder	14
13.2	Videos	14
13.3	Eingabeaufforderung	15
13.4	Python	16
13.5	Jupyter	17

WICHTIG!

Zusätzlich zu dieser kurzen Anleitung benötigen Sie die lange Anleitungen für Teil 1 und Teil 3 des Grundpraktikums (d.h. des Präsenzpraktikums).

Eine aktuelle Version finden Sie im Stud.IP unter [Dateien](#).

Ein Protokoll muss pro Versuch
von 2 Teilnehmern zusammen abgegeben werden.

Diese beiden Teilnehmer können von Versuch zu Versuch wechseln.

Diese Protokolle können entweder mit einem Textverarbeitungsprogramm
erstellt oder handgeschrieben und eingescannt worden sein.

Alle Protokolle von Präsenz-Versuchen
müssen bis 1 Woche nach dem Versuch (identischer Wochentag um 18:00)
im jeweiligen Stud.IP Hausaufgabenordner
ABGABE PROTOKOLLE Versuch ...
als pdf-Datei mit Zeitstempel hochgeladen sein.

Alle Protokolle von zu-Hause Versuchen
müssen bis Freitag, 25. März 2022, 12:00
im jeweiligen Stud.IP Hausaufgabenordner
ABGABE PROTOKOLLE Versuch ...
als pdf-Datei mit Zeitstempel hochgeladen sein.

Vorbereitung

1. **Für einige Versuche benötigen Sie einen PC und Zugang zum Internet.** Dies kann wahlweise ein Windows, Linux oder Mac System sein. Für die Durchführung wie etwa die Simulationen für die Versuche der Statistik ist dies leider nicht in einer anderen Form möglich. Dieser Umstand ist natürlich der Pandemie geschuldet (während wir im Präsenzpraktikum normalerweise PCs bereit stellen). Auf der anderen Seite ist dies für Ihr weiteres Studium ungemein von Vorteil, wenn sie bereits in frühen Semestern Erfahrungen mit Programmieren und Datenauswertung auf PCs sammeln. Sollten Sie tatsächlich keinen Zugang zu einem PC haben, möchten wir Sie bitten, uns frühzeitig zu informieren.
2. **Für einige Versuche benötigen ein Smartphone.** Dies kann wahlweise ein iPhone oder ein Android System sein.
 - Nur für Teilnehmer von Teil 1 oder Teil 2 des Praktikums:
Installieren Sie auf Ihrem Smartphone eine App mit einer Stoppuhr, die mindestens Zehntelsekunden anzeigt.
 - Nur für Teilnehmer von Teil 1 oder Teil 2 des Praktikums:
Installieren Sie auf Ihrem Smartphone die App **Phyphox**. Dezu benötigen Sie ein Smartphone mit Android ab 4.0 oder iOS ab 8.0. Die App ist kostenlos und kann in Google's Playstore für Android oder aus dem Open-Source-App-Repository F-Droid für iOS installiert werden.

<https://phyphox.org/de/download-de/>



Abbildung 1: QR code für den Link zum Download der App Phyphox.

3. Sie können alle Versuche mit zwei Teilnehmern durchführen und gemeinsam das Protokoll abgeben. Für nahezu alle Versuche ist dies auch wichtig, weil man zur Durchführung und Messung oft mehr als zwei Hände benötigt. Diese 2-er Gruppen sind flexibel, d.h. Sie können von Versuch zu Versuch gewechselt werden.

4. Für einige Versuche benötigen Sie Millimeterpapier, welches Sie downloaden können:

<https://papier.schulkreis.de/pdf/millimeterpapier-a4-rot.pdf>

Dieses kann auch in Schwarz/Weiß verwendet werden.

Für Teil 3 gilt zusätzlich:

Bei allen Versuchen in Teil 3, bei denen ein Ausgleichsgerade auf Millimeterpapier gefordert ist, können Sie alternativ eine elektronische Methode für lineare Regression nutzen.

Es gibt zwei Bedingungen:

- (a) Bestimmung der Fehler

Die gefitteten Parameter der linearen Regression sind nicht ausreichend, Sie benötigen auch die Fehler der Parameter.

Bitte bestimmen Sie einen Fehler für die Geradensteigung, wenn dies gefordert ist.

Bitte bestimmen Sie einen Fehler für den Achsenabschnitt, wenn dies gefordert ist.

Beschreiben Sie im Versuchsprotokoll, wie Sie die Fehler bestimmt haben.

- (b) Detaillierte Dokumentation der Methode

Bitte vergessen Sie nicht anzugeben, welches Tool und/oder welche Programmiersprache Sie benutzt haben, wie z.B. Mathematica, GNU Maxima, Origin, Excel, Libreoffice, Python, C++, Root.

Bitte fügen Sie eine jpg- oder pdf-Datei der elektronischen Ausgabe des Ergebnisses an.

Bitte auch exakte Quellenangabe (z.B. WWW Seite, Libreoffice Versionsnummer, Python v2 oder v3, etc.).

WICHTIG: dies gilt nur für Teil 3. Graphische Auswertungen für Teil 1 sollen auf Millimeterpapier angefertigt werden.

Regeln

1. Gruppen.

Jeweils zwei Teilnehmer können zusammen ein Protokoll für einen Versuch abgeben.

Es gibt insgesamt 6 Versuche. Für Teil 1 gibt es 2 Präsenzversuche und 4 zu-Hause Versuche. Für Teil 3 gibt es 6 zu-Hause Versuche.

2. Bewertung. Jedes Protokoll wird mit einer Punktzahl zwischen 0 Punkten (schlechteste Note) und 5 Punkten (beste Note) bewertet.

Bestanden gilt ein Protokoll mit 2.5 oder mehr Punkten.

Damit das Praktikum als bestanden gilt, müssen 4 oder mehr Protokolle bestanden sein.

3. Abgabe der Protokolle. Die Protokolle müssen als pdf-Dateien fristgerecht hochgeladen werden im Hausaufgaben Ordner ABGABE PROTOKOLLE Versuch ... im der Stud.IP Veranstaltung des Grundpraktikums. Dies ist für jeden Versuch ein einziger Ordner, der für alle Teilnehmer identisch ist. In diesem speziellen Ordner können Sie nur Ihre eigenen Protokolle sehen, nicht jedoch die Protokolle der anderen Teilnehmer(innen). Das abgegebene Protokoll erhält einen Zeitstempel. Eine Abgabe per Email oder durch Einwurf in einem Postkasten ist wegen der Pandemiebedigungen nicht möglich.

Für jedes Protokoll gilt:

- Protokolle können wahlweise (a) mit einem Textverarbeitungsprogramm (z.B. Word, LaTeX, Libreoffice) angefertigt werden, oder (b) mit der Hand geschrieben und dann eingescannt werden.
- Protokolle werden mit Plagiatsoftware geprüft. Kopieren von Teilen oder ganzen Protokollen von anderen Personen oder anderen Semestern ist nicht zulässig und wird als Täuschungsversuch bewertet.
- Jedes Protokoll für einen zu-Hause Versuch muß ein Foto Ihres jeweiligen Versuchsaufbaus enthalten!
Ausnahmen sind hier Versuche, die online durchgeführt werden (z.B. als Java-basierte oder Python-basierte Simulation).
- Fehlerrechnungen sollten durchgeführt werden, wenn dies in den jeweiligen Versuchsanleitungen so gefordert ist oder die/der Betreuer(in) dies während der Durchführung der Präsenzversuche mündlich erbittet.
- Unter normalen Voraussetzungen wird im Physikalischen Grundpraktikum vor jedem Versuch ein Kolloquium mit der Abfrage durchgeführt. Da dies unter den gegebenen Umständen nicht stattfinden kann, ist für jedes Versuchsprotokoll ein kurzes Theoriekapitel als Einleitung gefordert. Darin sollten alle Formeln, die Sie für die Auswertung benötigen, aufgeführt und erklärt werden. Bitte definieren Sie alle Größen und Parameter in den Formeln. Da die Kolloquien entfallen, gibt es in diesem Semester keine Bonuspunkte.
- Der Name der Datei mit dem Versuchsprotokoll muss sein:

Name1_Name2_Versuchsnummer.pdf

Name1 und *Name2* sind Ihre Nachnamen, wenn Sie zu zweit ein Versuchsprotokoll abgeben.

- Bei einigen Versuchen sind graphische Auswertungen auf Millimeterpapier gefordert. Diese müssen eingescannt oder mit möglichst hoher Auflösung z.B. mit Ihrem Smartphone fotografiert werden. Die entsprechenden Dateien können als jpg-Datei oder pdf-Datei ebenfalls im Hausaufgabenordner hochgeladen werden. Der Name der Datei sollte sein:

Name1_Name2_Zeichnung_Versuchsnummer.jpg

oder

Name1_Name2_Zeichnung_Versuchsnummer.pdf

4. Fragen können gestellt werden in ILIAS Foren. Diese finden sich in der ILIAS Veranstaltung, welche der Stud.IP Veranstaltung des Grundpraktikums zugeordnet ist.

Beiträge können anonym oder mit Namen gepostet werden.

Es gibt zwei wichtige Foren:

- ILIAS Forum **FRAGEN ZU ARBEITSMITTELN** (z.B. bei den zu-Hause-Versuchen Aufbauten teilen, ausleihen, oder Teamsuche, um zusammen Versuch durchzuführen).
- ILIAS Forum **FRAGEN ZU VERSUCHEN** (Technische Fragen, Fragen zu alternativen Aufbauten, Fragen zur Auswertung, etc.).

5. Rückgabe der bewerteten Protokolle.

Da es sich um zu viele Versuchsprotokolle handelt, ist eine einzelne Rückgabe für jedes Protokoll leider nicht möglich.

Wenn ein Protokoll bestanden ist, erhalten Sie nur eine kurze Nachricht von der/dem jeweiligen Betreuer/in. Das korrigierte Protokoll wird Ihnen nicht zugesandt.

Wenn ein Protokoll jedoch nicht bestanden ist, dann erhalten Sie eine Nachricht von der/dem jeweiligen Betreuer/in und Sie erhalten auch das korrigierte Protokoll. Dieses geschieht über Email oder über einen Ordner im Stud.IP, der mit einer Nummer kodiert ist und nur für Sie sichtbar ist (Ausnahme: sichtbar für alle Betreuer).

Sollten Sie keine Nachricht erhalten, können Sie dem/der Betreuer(in) eine Email schreiben.

Teil 1

(nur für Studierende im 1. Semester)

1 Teil 1, V1: Luftkissenbahn

Dies ist ein Präsenzversuch.

Sie führen den Versuch 2A Freie Harmonische Schwingungen durch. Bitte lesen Sie Seite 32 bis 36 in der Anleitung für Teil 1 durch.

Dabei soll an einer Luftkissenbahn zunächst eine Federkonstante bestimmt und nachfolgend eine gedämpfte Schwingung und eine Schwebung vermessen werden.

Die Versuchsdurchführung findet sich in 2.1.4 (Unterpunkte 1., 2. und 3.) auf den Seiten 35 und 36.

Andere Versuchsteile müssen nicht durchgeführt werden.

ENDGÜLTIG

2 Teil 1, V2: Drehbewegung

Dies ist ein Präsenzversuch.

Sie führen den Versuch 3A Drehbewegung durch. Bitte lesen Sie Seite 39 bis 42 in der Anleitung für Teil 1 durch.

Dabei soll an einem Kreisel das Trägheitsmoment über drei verschiedene Methoden bestimmt werden.

Die Versuchsdurchführung findet sich in 3.1.3 (Unterpunkte 3.1.3.1, 3.1.3.2 und 3.1.3.3) auf den Seiten 39 bis 41.

Andere Versuchsteile müssen nicht durchgeführt werden.

ENDGÜLTIG

3 Teil 1, V3: Statistik

Autor: T. Schellhaas, J. S. Lange

Dies ist ein zu-Hause Versuch.

Dieser Versuch besteht ausschließlich aus Programmieraufgaben und kurzen Verständnisfragen.

Die Programmieraufgaben müssen in der Programmiersprache Python gelöst werden.

WICHTIG:

- Für diese Versuchsreihe wird vorausgesetzt, dass Sie das Tutorial `Python_Tutorial.zip` durchgearbeitet und die Umgebung `Anaconda` installiert haben. Stellen Sie sicher, dass die Pakete `numpy`, `matplotlib`, `random`, `sklearn` und `scipy` installiert sind.¹
- Planen Sie für das Tutorial und die beiden Versuche genug Zeit ein! Sie sollten sich etwa eine Woche Zeit nehmen, um die Versuche in Ruhe zu bearbeiten.

3.1 Theorie

3.1.1 Statistische und stochastische Kennzahlen

Um zufallsbasierte Experimente zu beschreiben, existieren Kennzahlen, die dafür verwendet werden können. Hierfür wird zwischen dem Treffen von Vorhersagen (Stochastik) und der Auswertung der Messwerte (Statistik) unterschieden.

Mathematisch gesehen, besteht jedes zufallsbasierte Experiment aus (möglichen) Elementarereignissen (Zufallsgrößen), die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit p_i auftreten können. Nach n -maligen Durchführen eines Experiments, tritt jedes Elementarereignis i mit einer Häufigkeit $H_i(n)$ auf. Daraus ergibt sich eine relative Häufigkeit $h_i = \frac{H_i(n)}{n}$. Lässt man n gegen ∞ laufen, so ergibt sich für die Wahrscheinlich p_i folgender Zusammenhang: $\lim_{n \rightarrow \infty} h_k = p_i$. Da sich ein Experiment nicht unendlich oft durchführen lässt, ist für die Auswertung eines Experiments h die zentrale Größe, während für die Vorhersage p die zentrale Größe ist. Somit ergibt sich eine Analogie zwischen statistischen und stochastischen Kennzahlen. Die wichtigsten sind hier aufgelistet:

1. Erwartungswert und Mittelwert (arithmetisches Mittel)

Der Erwartungswert gibt an, mit welchem durchschnittlichen Wert zu rechnen ist. Ist m_i der Wert der k -ten Zufallsgröße, gilt:

$$\mu = \sum_{i=1}^k m_i p_i.$$

Analog ergibt gilt für das arithmetische Mittel:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n j$$

wobei j das j -te aufgetretene Ergebnis bezeichnet.

2. Standardabweichung und empirische Standardabweichung

Die Standardabweichung ist eine Maßzahl für die Streuung um den Erwartungswert: $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k p_i (\mu - x_i)^2}$, dabei ist i das i -te Ereignis, k die Anzahl an Ereignissen und μ der Erwartungswert.

¹sklearn und scipy müssen Sie vermutlich manuell installieren. Gehen Sie dazu in der Anaconda-Oberfläche auf *Environments*, wählen Sie die Packages aus und installieren Sie sie.

Analog ergibt sich die empirische Standardabweichung: $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{x} - x_j)^2}$, dabei ist j die j -te Versuchsdurchführung, n die Anzahl an Versuchsdurchführungen und \bar{x} das arithmetische Mittel

3. Median

Der Median ist eine wichtige statistische Größe, die neben dem arithmetischen Mittel eine Möglichkeit darstellt, einen "Mittelwert" anzugeben. Dabei beschreibt der Median einer Menge M genau das Element, das in der Mitte der geordneten Menge liegt falls $|M|$ ungerade ist (Bsp.: $M = \{10, 11, 32, 47, 51\}$, $|M| = 5$, $Median(M) = 32$).

Falls $|M|$ gerade ist, wird das arithmetische Mittel auf die beiden Werte in der Mitte angewandt (Bsp.: $M = \{10, 11, 32, 38, 47, 51\}$, $|M| = 6$, $Median(M) = \frac{32+38}{2} = 35$). Der Vorteil gegenüber dem arithmetischen Mittel liegt darin, dass der Median weniger empfindlich gegenüber Ausreißern ist und so näher an der "eigentlichen Mitte" liegt.

3.1.2 Graphische Darstellung

Um einen mathematischen oder physikalischen Sachverhalt zu verdeutlichen, werden diese in der Regel visualisiert durch Diagramme. Es gibt viele verschiedene Arten von Diagrammen, drei der Wichtigsten sind das Liniendiagramm, das Säulendiagramm und das Histogramm.

1. Liniendiagramm

Liniendiagramme werden benutzt, um die Beziehung zwischen zwei Mengen x und y darzustellen. Liniendiagramme sind besonders dann sinnvoll, wenn von einem kontinuierlichen Verlauf auszugehen ist (bspw. zum Darstellen einer Gaußverteilung).

2. Säulendiagramme

Ähnlich wie das Liniendiagramm, werden Säulen zur Darstellung zweier Mengen benutzt. Diese sind besonders sinnvoll, wenn von einem diskreten Verlauf auszugehen ist (bspw. zum Darstellen der Binomialverteilung).

3. Histogramme

Histogramme dienen dazu, Häufigkeitsverteilungen für Ereignisse darzustellen. Ein eindimensionales Histogramm erhält man, falls das Ereignis nur eine Größe x liefert. Dabei wird der zu untersuchende Wertebereich von x in eine Anzahl gleichgroße Intervalle zerlegt. Ein solches Intervall wird Bin genannt. Jedes Bin beinhaltet einen Zähler, der zunächst auf Null gesetzt wird. Tritt nun ein Ereignis ein, wird der Zähler des Bins erhöht, in dessen Intervall die Variable x liegt. Teilt man die Bin-Inhalte durch die Gesamtzahl der Ereignisse, erhält man im Rahmen der statistischen Schwankungen die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Ereignis in dem entsprechenden Intervall der Variable liegt.

3.1.3 Verteilungen

Nach n -maliger Wiederholung eines Zufallsexperiment, können die Ereignisse gegen ihre Häufigkeiten aufgetragen werden. Erstellt man zu diesem Zusammenhang ein Histogramm, ergibt sich ein Muster, welches als (Häufigkeits)Verteilung bezeichnet wird. Dabei gibt es verschiedene Arten von Verteilungen, die unterschieden werden müssen. Die wichtigsten sind:

1. Gleichverteilung

Die Gleichverteilung tritt bei Experimenten auf bei denen alle Zufallsgrößen die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen. (Beispiel: 6-seitiger Würfel).

2. Binomialverteilung

Wird ein Versuch mit genau zwei Zufallsgrößen (Beispiel: 5 gewürfelt, ja oder nein?) durchgeführt, entsteht eine Binomialverteilung. Dabei besitzt eine der beiden Zufallsgrößen die Wahrscheinlichkeit p und somit besitzt die entsprechende Negation die Gegenwahrscheinlichkeit $q=1-p$. Führt man ein Experiment n mal durch, besitzt das k -fache Auftreten des Ereignisses die Wahrscheinlichkeit

$$B(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad (1)$$

So kann durch die Summation von $B(n, p, k)$ mit unterschiedlichen k -Werten, bspw. die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von mindestens k' Fällen berechnet werden.

Für die Summe über alle k ergibt sich:

$$\sum_{k=0}^n B(n, p, k) = \underbrace{\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k q^{n-k}}_{\text{Binomischer Lehrsatz}} = (p + q)^n = 1 \quad (2)$$

3. Poisson-Verteilung

Ähnlich wie bei der Binomialverteilung wird für die Poisson-Verteilung ein Experiment mit genau zwei Zufallsgrößen benötigt.

Um die Binomialverteilung zu approximieren, wird für die Herleitung der Poisson-Verteilung die Annahme $p \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ und $n \cdot p = \lambda = \text{const}$ getroffen. Dadurch ergibt sich folgende Gleichung:

$$P(\lambda, k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (3)$$

Für die Summe über alle k ergibt sich:

$$\sum_{k=0}^n P(\lambda, k) = e^{-\lambda} \underbrace{\sum_{k=0}^n \frac{\lambda^k}{k!}}_{e^{\lambda}} = 1 \quad (4)$$

4. Normalverteilung

Die Normalverteilung (manchmal auch Gauß-Verteilung) ist eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung. Diese wird beschrieben durch die Funktion

$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

Die Integration des Exponentialterms liefert den Faktor $\sqrt{2\pi\sigma^2}$.

3.1.4 Beispiel: Würfel

Beim Spielen mit Würfeln stellt man sich oft die Frage, welche Augenzahl als nächstes fallen wird. Um den Erwartungswert sowie die Standardabweichung eines 6-seitigen Würfels zu berechnen, geht man wie folgt vor:

1. Man ermittelt jeden möglichen Wert der Zufallsgröße *Augenzahl*: $m = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Man ermittelt für jeden möglichen Wert der Zufallsgröße *Augenzahl* die Wahrscheinlichkeit:
 $p = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\}$
- Man multipliziert jeden Wert der Zufallsgröße mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit und summiert die Ergebnisse auf.

Auf diese Weise wird $\mu = \sum_{i=1}^k m_i p_i$ berechnet. Für den Würfel ergibt sich:

$$\mu = \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \dots + \frac{1}{6} \cdot 6 = 3.5$$

Analog geht man für die Berechnung der Standardabweichung ($\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k p_i (\mu - x_i)^2}$) vor:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{6}(3.5 - 1)^2 + \frac{1}{6}(3.5 - 2)^2 + \dots + \frac{1}{6}(3.5 - 6)^2} \approx 1.7$$

Betrachtet man nun n Würfel und möchte den Erwartungswert der Summe der Augenzahlen berechnen, so kommt jede Augenzahl n -mal vor. Anstelle alles händisch erneut aufzuschreiben, kann man nun rechnen:

$$\mu_n = n \cdot \sum_{i=1}^k m_i p_i = n \cdot \mu_{n=1}$$

$$\sigma_n = \sqrt{n \cdot \sum_{i=1}^k p_i (\mu - x_i)^2} = \sqrt{n} \cdot \sigma_{n=1}$$

WICHTIG:

- Der Erwartungswert der Summe zweier (oder mehrerer) Zufallsvariablen ist gleich dem Erwartungswert der Summe der Zufallsvariablen.
- Die Varianz der Summe zweier (oder mehrerer) **unabhängiger** Zufallsvariablen² entspricht der Summe der Varianzen. Vorsicht: Bei der Standardabweichung muss man entsprechend die Wurzel beachten.

3.1.5 Fitten einer Funktion an Datenpunkte

Die Interpretation von Datenpunkten benötigt ein Vergleich mit einer theoretischen Vorhersage. Dies kann in einem einfachen Falle z.B. die Überprüfung einer linearen Abhängigkeit sein.

Allgemein gesagt, soll die Übereinstimmung der durch ein Experiment erhaltenen Datenpunkten mit einer Funktion überprüft werden, die ein physikalisches Gesetz beschreibt. Man beachte jedoch, daß jeder Datenpunkt nur ein Mittelwert von einer endlichen Anzahl von Ereignissen ist und daher mit einem Fehlerbereich behaftet ist. Daher müssen die Datenpunkte mit dieser Funktion nicht übereinstimmen, d.h. die Datenpunkte können gemäß ihrem statistischen Fehler von der Funktion abweichen. Zudem sind die Parameter der Funktion noch nicht bekannt, sondern sollen aus den Daten gewonnen werden.

Die Funktion muß also „so nahe wie möglich“ an die vorhandenen Datenpunkte gebracht werden. Diesen Vorgang nennt man „Fitten“.

Um eine objektive Aussage machen zu können, wie gut eine vorgegebene Funktion auf die Datenpunkte paßt, wird ein Güteparameter benötigt:

$$\chi^2 = \sum_{k=0}^n \frac{(f_k^{exp} - f_k^{theo}(p_1, \dots, p_m))^2}{f_k^{theo}(p_1, \dots, p_m)}$$

²Bei abhängigen Variablen wird es komplizierter.

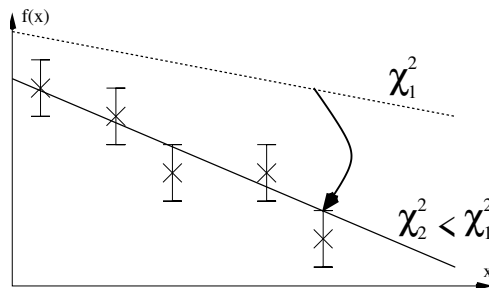


Abbildung 2: Idee des „Fittens“. Die Standardabweichung der einzelnen Meßpunkte ist hier als „Fehlerbalken“ dargestellt, welcher jeweils den Unsicherheitsbereich markiert.

Dabei sind f_k^{exp} die experimentellen Werte, n die Anzahl der Messwerte und f_k^{theo} die nach der zu untersuchenden Funktion berechneten Werte mit dem Parametersatz (p_1, \dots, p_m) . Wie man aus der Formel sehen kann, bedeutet ein großes Abweichen der zu testenden Funktion von den Datenpunkten ein großes χ^2 , ein gutes Übereinstimmen bedeutet ein kleines χ^2 . Die veränderbaren Parametern p_i der Funktion sind so lange zu modifizieren, bis das χ^2 so klein wie möglich ist (siehe Abb. 2). Anschließend kann eine Aussage darüber getroffen werden, ob diese Funktion die Datenpunkte gut beschreibt.

Ziel des Fittens ist, durch Modifizieren der Parameter der zu überprüfenden Funktion das χ^2 -Minimum zu suchen.

Formal gesehen basiert die oben beschriebene Methode auf dem Chi-Quadrat-Hypothesentest, wodurch klar wird, warum bzw. wann ein Fit als "gut" klassifiziert werden kann. Die Grenze die überschritten werden muss, damit der Fit als "schlecht" klassifiziert wird, kann beliebig festgelegt werden.

3.2 Aufgabenstellungen

Die genauen Aufgaben befinden sich im Jupyter-Notebook. Achten Sie bitte darauf, alle Fragen zu beantworten.

Nach abgeschlossener Bearbeitung des Jupyter-Notebooks bitte dieses als pdf-Datei speichern und dann im Stud.IP Ordner als Abgabe hochladen. Dieses zählt als Abgabe des Protokolls.

4 Teil 1, V4: Monte-Carlo Methoden - Approximation von π

Autoren: S. Käs, T. Schellhaas, J. S. Lange

Dies ist ein zu-Hause Versuch.

4.1 Einleitung

4.1.1 Monte-Carlo-Methoden

Zur Feststellung von Größen in nicht analytisch berechenbaren Systemen dient die Monte-Carlo-Methode. Dabei handelt es sich um eine mit Hilfe von Computern durchgeführte Simulation des Problems. Eine Monte-Carlo-Simulation besteht aus wenigen zentralen Schritten:

1. Die freien Parameter des Systems werden mit Hilfe von Zufallszahlen ermittelt.
2. Mit Hilfe dieser Parameter können nun Berechnungen durchgeführt werden, die zu der zu beobachtenden Größe führen.
3. Diese Größe kann nun z.B. in einem Histogramm gespeichert werden.

Diese Schritte werden nun sehr oft durchgeführt. Wie aus dem letzten Versuch bekannt, hängt die Genauigkeit der Verteilung von der Anzahl der Stichproben ab. Andererseits ist es nicht möglich, diese Anzahl beliebig zu steigern, da die Berechnungen pro Durchlauf eine gewisse Rechenzeit verbrauchen. Dies kann bei komplexen Systemen zu einer enormen Wartezeit führen, bis der statistische Fehler unter einem geforderten Limit liegt.

4.1.2 Flächenberechnungen durch simulierten Wurf eines Dartpfeiles

Zur Flächenberechnung mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode stelle man sich folgendes simulierte Ereignis vor: Ein Dartpfeil wird auf eine quadratische Wand geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, daß dieser Dartpfeil auf einem bestimmten Punkt landet, ist überall gleich. Diese Simulation wurde schon im letzten Versuch behandelt. Ist die Anzahl der Würfe sehr groß, d.h. der statistische Fehler sehr klein, dann ist die Anzahl der Pfeile pro Flächeneinheit konstant.

Man säge nun aus dieser Wand eine beliebige Form heraus und bestimme die Fläche davon. Als freie Parameter hat man in diesem Falle die beiden Pfeilkoordinaten x und y , welche jeweils durch eine einfache Zufallszahl ermittelt werden. Die zu betrachtende Größe hat nur zwei Möglichkeiten: „Ist innerhalb der Form“ oder „Ist außerhalb der Form“. Es muß also die Anzahl der Pfeile innerhalb der Form gezählt werden, ihr Verhältnis zu der Anzahl der insgesamt geworfenen Pfeile ist also gleich dem Verhältnis von der unbekannten Fläche zu der Fläche der quadratischen Wand.

4.2 Monte-Carlo Simulation der Zahl π (Theorie und Aufgabenstellung)

4.2.1 Theorie

Während der letzten Jahrhunderte gab es viele verschiedene Ansätze die Kreiszahl π zu approximieren. Mit der Leibniz-Reihe wurde bereits im Tutorial-Jupyter-Notebook eine Möglichkeit aufgezeigt.

Im Gegensatz zu einer Reihenentwicklung, basiert eine Monte-Carlo Simulation auf Zufallsereignissen. Dabei wird ein Kreis betrachtet, welcher in einem Quadrat eingebettet ist. Hierbei entspricht der Radius r des Kreises der Kantenlänge des Quadrates. Nun werden innerhalb des Quadrates Punkte zufallsgeneriert und abgezählt, wie viele Punkte innerhalb des Kreises liegen.

Würde man unendlich viele Punkte erzeugen, würde dadurch eine quadratische und eine radiale Fläche entstehen. Es reicht allerdings aus, hinreichend viele Punkte zu erzeugen, damit der Zusammenhang

$$\frac{\text{Punkte innerhalb des Kreises}}{\text{Punkte gesamt}} \approx \frac{A_{\text{Kreis}}}{A_{\text{Quadrat}}} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4}$$

gilt. Durch Multiplikation mit 4 lässt sich somit π bestimmen.

Abb. 3 verdeutlicht das Prinzip der Monte-Carlo Simulation: Der Plot zeigt orangene Punkte, wenn sie innerhalb des Kreises liegen, außerhalb sind die Punkte farblich blau markiert. Dadurch, dass die Punkte in dieser Grafik eine bestimmte Dicke aufweisen, entsteht eine Veranschaulichung der Fläche. Hierbei ist zu bedenken, dass diese im mathematischen Kontext erst bei unendlich vielen Punkten entsteht. Zusätzlich ist zu beachten, dass der Kreis hier wie eine Ellipse erscheint, da die Achsen unterschiedlich skaliert sind.

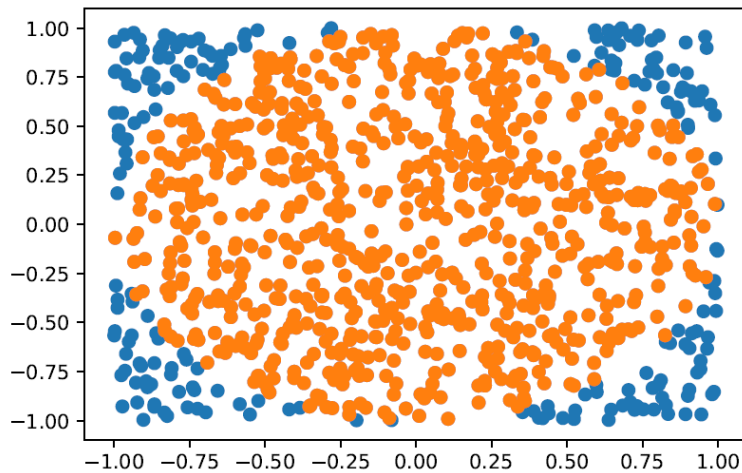


Abbildung 3: Monte-Carlo Simulation, N=1000 Punkte

4.3 Aufgabenstellung

Die genauen Aufgaben befinden sich im Jupyter-Notebook. Achten Sie bitte darauf, alle Fragen zu beantworten.

Nach abgeschlossener Bearbeitung des Jupyter-Notebooks bitte dieses als pdf-Datei speichern und dann im Stud.IP Ordner als Abgabe hochladen. Dieses zählt als Abgabe des Protokolls.

5 Teil 1, V5: Luftballon mit CO_2

Dies ist ein zu-Hause Versuch.

Wir bestimmen die Dichte von CO_2 über die Fallzeit eines mit CO_2 gefüllter Luftballons.

Wir behandeln die physikalischen Vorgang als Bewegung eines kugelförmigen Körpers in einer Flüssigkeit (oder Luft als Quasi-Flüssigkeit) mit laminarer Strömung.

Es bietet sich an, diesen Versuch zu zweit durchzuführen: einer lässt die Luftballons fallen und der andere nimmt den Fall mit dem Smartphone auf Video auf.

5.1 Theorie

Wenn ein kugelförmiger Körper mit Dichte ρ_K in einer Flüssigkeit mit Dichte ρ_{Fl} nach unten fällt, wird er

1. durch die Schwerkraft nach unten beschleunigt mit

$$F_G = mg = \rho_K V g , \quad (6)$$

2. durch den Auftrieb nach oben beschleunigt durch die Auftriebskraft

$$F_A = \rho_{Fl} V g , \quad (7)$$

3. durch die Reibung in der Flüssigkeit mit der Reibungskraft F_R gebremst.

Wir nehmen an, dass sich der Körper während des gesamten Falls im Kräftegleichgewicht $F_G = F_A + F_R$ befindet³.

Für Stokessche Reibung gilt bewegt sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit v und es gilt

$$v = \frac{F_G - F_A}{6\pi r \eta} \quad (8)$$

mit dem Radius des Körpers r und der Viskosität der Flüssigkeit η . Wir setzen hier Stokes'sche Reibung an, da wir uns vollständig im Bereich laminarer Strömung aufgrund sehr kleiner Geschwindigkeiten befinden.

Wird die Zeit t gemessen, in welcher der Körper die Höhendifferenz h zurücklegt, dann ist infolge der konstanten Geschwindigkeit

$$t = \frac{h}{v} , \quad (9)$$

d.h. es gibt bemerkenswerterweise keine zusätzliche Beschleunigung.

Ein Luftballon, welcher in Luft nach unten fällt, folgt den gleichen Gesetzen. Die Viskosität von Luft bei Raumtemperatur $T=20^\circ \text{ C}$ ist $\eta_{Luft} = 18.21 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Dies ist nur der Vollständigkeit halber

³Während der frühen Startphase ist das Kräftegleichgewicht in der angegebenen Form nicht ganz korrekt. Die Geschwindigkeit ist nicht konstant und es gibt eine Beschleunigungskomponente. Der Effekt ist jedoch sehr klein und wird hier vernachlässigt.

angegeben; wir werden die Gleichungen aber so umstellen, dass η sich herauskürzt d.h. die Kenntnis des absoluten Wertes ist für unseren Versuch nicht wichtig.

Interessante Fakten. Bitte vergegenwärtigen Sie sich die vielleicht überraschende Situation nochmals. Der Ballon während seines Falls nicht beschleunigt, d.h. es gilt nicht $h = 1/2gt^2$ mit der Erdbeschleunigung g . Vielmehr entsteht durch die Luftreibung und die geringe Masse der Hülle des Ballons die Situation, dass der Ballon sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, d.h. $h = vt$ mit $v = \text{const.}$.

Enthält ein Luftballon nur Luft im Innern, dann ist in Gl. 6 $\rho_K = \rho_{Luft}$.

Füllt man nun eine anderes Gas mit einem anderen ρ_K in den Luftballon, dann ändert sich F_G und nachfolgend v und auch die Fallzeit t über die Höhe h .

Bei der Gewichtskraft des Ballons muss man noch die Masse der Hülle aus Kautschuk m_H berücksichtigen:

$$F_G = mg = m_H g + \rho_{Gas} V g . \quad (10)$$

Vergleichen wir nun die Fallzeiten t_{Luft} und t_{CO_2} von zwei Luftballons gefüllt mit Luft und CO_2 , dann gilt durch Einsetzen der obigen Gleichungen für das Verhältnis

$$\frac{t_{Luft}}{t_{CO_2}} = 1 + (\rho_{CO_2} - \rho_{Luft}) \frac{V}{m_H} \quad (11)$$

Hierbei wurde benutzt, dass für den Fall von Luft der Ausdruck $(\rho_{Luft} - \rho_{Luft})Vg$ Null ergibt.

Umgestellt ergibt sich

$$\rho_{CO_2} = \rho_{Luft} + \left(\frac{t_{Luft}}{t_{CO_2}} - 1 \right) \frac{m_H}{V} , \quad (12)$$

womit bei bekannter Dichte von Luft die Dichte von CO_2 berechnet werden kann.

5.2 Versuchsaufbau

Wir benötigen

- 2 Luftballons und
- 1 Flasche Mineralwasser CLASSIC. Bitte nicht Mineralwasser MEDIUM oder STILL benutzen, weil bei denen beiden nicht genug CO_2 im Wasser gelöst ist.
- Smartphone zum Aufnehmen eines Videos, und
- 1 Maßband, Länge 1 m oder länger, und
- 1 Stoppuhr, z.B. als App in einem Smartphone.

5.3 Durchführung

Wir nutzen Luft als Gas 2 und CO_2 aus einer Mineralwasserflasche als Gas 1.

1. Stülpen Sie den Luftballon (d.h. das Mundstück des Luftballons) auf den Hals der Mineralwasserflasche, wie in Abb. 4 gezeigt.

Aufpumpen erfolgt durch kräftiges Schütteln!

Der Ballon muss am Ende nicht vollständig aufgeblasen sein; etwa 15 cm sind bereits ausreichend.

Dann vorsichtig den Ballon von der Flasche abnehmen, aber so dass kein CO_2 entweicht.

Bitte zuknoten.

- Bestimmen Sie den Radius r und das Volumen V des Ballons. Sie können z.B. ein Massband verwenden und den Umfang U messen. Dann ergibt sich rechnerisch $r=U/2\pi$ und $V = (4/3)\pi r^3$. Eine andere Möglichkeit ist, den Luftballon auf ein Blatt Papier zu legen, und links und rechts die mit einem Stift die Grenzen auf dem Papier zu markieren. Dies entspricht dann dem Durchmesser $D=2r$.

Für die Masse der Hülle des Ballons nehmen Sie bitte $m_H = 5 \text{ g}$ an.

- Bitte einen Vergleichsballon mit Luft preparieren. Das Volumen muss identisch sein. Vergleichen Sie während des Aufpumpens immer wieder mit den ersten Ballon.
- Halten Sie die beiden Luftballons auf gleicher Höhe und lassen sie beide gleichzeitig fallen. Es bietet sich an, z.B. die obere Kante eines Schrankes als Markierung zu nehmen, da Sie die Fallhöhe h auch messen müssen. Abb. 5 zeigt die Momentaufnahme in solch einem Fallexperiment. Nehmen Sie ein Video auf, welches Sie immer wieder anschauen können. Im Stud.IP unter Dateien findet sich das Video `2_LUFTBALLONS.mp4` als Beispiel. Messen Sie dann die Fallzeit (t_1, t_2) beider Luftballons mit einer Stoppuhr, während Sie das Video anschauen.

WICHTIG: messen sie nicht nur die Zeitdifferenz direkt (d.h. Start, wenn der erste Ballon den Boden berührt und Stopp, wenn der zweite Ballon den Boden berührt). Dies hat sich in unseren Versuchen als zu ungenau herausgestellt. Man verliert eine wichtige und hilfreiche Orientierung für den Start, nämlich dass beide Ballons an der gleichen Höhe starten.

Messen Sie t_1 und t_2 getrennt jeweils $3\times$, d.h. $6\times$ das Video anschauen oder, falls Sie möchten, $6\times$ den Fallversuch durchführen.

5.4 Auswertung und Fehlerrechnung

Bestimmen Sie jeweils aus den 3 Messungen für jeweils t_{Luft} und t_{CO_2} den Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes als Fehler.

Berechnen Sie dann die Dichte von CO_2 über Gl. 12 unter Nutzung der bekannten Dichte⁴ von Luft $\rho_{Luft}=1.2041 \text{ kg/m}^3$. Für diese Berechnung nutzen Sie die zuvor berechneten Mittelwerte. Vergleichen Sie mit dem Literaturwert (bitte Quellenangabe nicht vergessen!).

Nehmen Sie abschließend den Mittelwert für die Zeit \bar{t}_{CO_2} und vergleichen ihn mit der Fallzeit t , welche der identische Ballon auf dem Planet Venus haben würde (Atmosphäre 100% CO_2 , Fallbeschleunigung $g_{Venus} = 8.87 \text{ m/s}^2$). Hierfür benötigen Sie die Viskosität von CO_2 . Die Atmosphäre auf der Venus ist sehr heiß mit mehr als 400° C , und die Viskosität ist abhängig von der Temperatur. Nehmen Sie jedoch bitte hier die Viskosität bei Raumtemperatur $T=20^\circ \text{ C}$ an mit $\eta_{CO_2} = 14.73 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

5.5 Medien

Video `2_LUFTBALLONS.mp4` im Stud.IP unter `Dateien`.

⁴Wir nehmen vereinfachend an, dass die Messungen bei Raumtemperatur auf Meereshöhe stattfinden.



Abbildung 4: Aufpumpen eines Luftballons mit CO_2 .



Abbildung 5: Momentaufnahme eines Fallexperimentes von zwei Luftballons mit identischem Volumen, gefüllt mit CO_2 (blau) und Luft (rot).

6 Teil 1, V6: Innendruck eines Luftballons

Dies ist ein zu-Hause Versuch.

6.1 Theorie

Die Bernoulligleichung verbindet Drücke und Strömungsgeschwindigkeiten. Für ein geschlossenes Volumen unter einem konstanten Innendruck p_i gilt

$$p_i = p_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 \quad (13)$$

mit dem Aussendruck p_a , der Dichte des strömenden Mediums ρ und der Strömungsgeschwindigkeit v_a . Gl. 13 gilt entlang einer Stromlinie: wir nehmen an, dass alle möglichen Stromlinien in unserem Versuch die identischen Drücke und die identischen Geschwindigkeiten aufweisen. Ferner nehmen wir als vereinfachende Näherung an, dass sich der Innendruck p_i während des Versuches nicht verändert.

Wir nutzen einen aufgeblasenen Luftballon, aus welchem Luft mit v_a ausströmt. Wir möchten die Druckdifferenz $(p_i - p_a)$ zwischen dem Druck p_i im Luftballon und dem Druck p_a ausserhalb bestimmen. Wir können als Referenz $p_a = 101\,325$ Pa annehmen, d.h. Normalluftdruck auf Meereshöhe, aber der Absolutwert ist für unsere Messung nicht wichtig, da wir nur die Differenz bestimmen.

Misst man v_a , so kann man $(p_i - p_a)$ aus Gl. 13 bestimmen.

Die Dichte von Luft ist $\rho = 1.2041 \text{ kg/m}^3$ bei Raumtemperatur 20° Celsius auf Meereshöhe.

6.2 Hilfsmittel

Sie benötigen:

- Massband, Länge 1 m oder länger.

6.3 Durchführung

1. Blasen Sie einen Luftballon auf. Bitte nicht zuknoten, sondern nur zuhalten. Bestimmen Sie den Umfang mit dem Maßband. Berechnen Sie das Volumen V . Nehmen Sie als Näherung an, dass (a) der Luftballon kugelsymmetrisch ist und (b) dass das Volumen im Mundstück vernachlässigt werden kann.
2. Lassen Sie die Luft aus dem Ballon ausströmen. Der Luftballon kann dabei durch die Luft fliegen, d.h. er muss nicht festgehalten werden. Messen Sie die Zeit, in welcher die Luft aus dem Luftballon entweicht. Nutzen Sie zur Zeitmessung eine Stoppuhr mit mindestens einer Genauigkeit von 1/10 Sekunde (z.B. eine Stoppuhr-App auf Ihrem Smartphone).

Wiederholen Sie die Messung 3x.

3. Bestimmen Sie den Durchmesser D des Mundstückes. Die durchströmte Fläche ergibt sich über

$$A = \pi(D/2)^2 \quad (14)$$

6.4 Auswertung

Bestimmen Sie für jede der drei Zeitmessungen die Ausströmgeschwindigkeit v_a über Umstellen der Gleichung

$$V = A \cdot v_a \cdot t_a . \quad (15)$$

Berechnen Sie den Mittelwert \bar{v}_a .

Berechnen Sie dann für den Mittelwert über Gl. 13 die Druckdifferenz $p_i - p_a$ des Balloninnendrucks gegenüber dem Normalluftdruck.

Führen Sie die Fehlerrechnung durch (s.u.).

Berechnen Sie abschliessend, welche Zeit $t_a^{Weltall}$ das Ausströmen dauern würde, wenn der Versuch im Weltall (d.h. $p_a=0$) durchgeführt werden würde. Setzen Sie dazu Ihren Messwert für p_i ein. Um welchen Faktor ist t_a bei Ihrer Versuchsdurchführung länger als $t_a^{Weltall}$?

INTERESSANTE FAKTEN. Der Jetstream ist ein Luftstrom in etwa 10 km Höhe, welche von Verkehrsflugzeugen ausgenutzt wird. Die Windgeschwindigkeit (Strömungsgeschwindigkeit) ist bis zu $v_a=123$ m/s (Quelle: <https://www.weather.gov/jetstream/jet>).

6.5 Fehlerrechnung

Berechnen Sie den Fehler von v_a über Fehlerfortpflanzung, da hier der Fehler der Längenmessung (z.B. Genauigkeit 1 mm) in V und der Fehler der Zeitmessung (z.B. Genauigkeit 1/10 Sekunde) in t_a eingeht.

Die durchströmte Fläche A soll als fehlerlos angenommen werden.

Wenn Sie den Mittelwert und den Fehler von v_a berechnet haben, berechnen Sie bitte daraus direkt den finalen Wert $p_i - p_a$ und den Fehler von $p_i - p_a$. Dies kann einfach durch Einsetzen in die umgestellt Gl. 13 geschehen, d.h. hier ist keine weitere Fehlerfortpflanzung notwendig.

Teil 3

(nur für Studierende

Physik BSc im 3. Semester und
Studierende PTRÄ im 5. Semester)

7 Teil 3, V1a: Röntgenbeugung

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf einem Versuch im Präsenzpraktikum (siehe Kap. 1.1 in der Anleitung Grundpraktikum Teil 3).

Hier finden nur die Kurzfassung der Versuchsanleitung! Details zur Theorie, Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung sind (a) in der längeren Anleitung des Präsenzpraktikums (siehe Stud.IP → Dateien) und (b) im ILIAS.

Ziele des Versuches sind:

1. Bestimmung der Wellenlängen der K_α - und der K_β -Linie. Aus λ_α ist die Ordnungszahl des Anodenmaterials zu bestimmen.
2. Bestimmung der Planckschen Konstanten h aus der Grenzwellenlänge des Röntgenbremsspektrums.

7.1 Theorie

Von Röntgenstrahlen spricht man ab einer Energie von etwa 10 keV, d.h. einer Wellenlänge von etwa 0,1 nm. Röntgenstrahlen entstehen beim Auftreffen von energiereichen geladenen Teilchen (Elektronen, Protonen usw.) auf Materie mit hoher Ordnungszahl. Man unterscheidet man zwei verschiedene Erzeugungsmechanismen, Bremsstrahlung und charakteristische Strahlung. Man erkennt das auch am Strahlungsspektrum (Intensität der Strahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge): einem kontinuierlichen Anteil mit kurzwelliger Grenze sind scharfe, charakteristische Linien überlagert.

Das kontinuierliche Spektrum weist eine kleinste Wellenlänge auf (d.h. größte Photonenenergie), welche dem Fall entspricht, daß das Elektron seine gesamte Energie in einem Prozeß abgibt. Werden die Elektronen mit der Spannung U beschleunigt, so ist ihre Energie gleich eU . Für λ_{\min} ergibt sich

$$eU = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \quad (16)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum und der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c . Die kurzwellige Grenze des Bremsspektrums ist also nur von der Beschleunigungsspannung U der Elektronen und nicht vom Anodenmaterial abhängig.

Die charakteristische Röntgenstrahlung entsteht, wenn durch ein auftreffendes schnelles Elektron aus einer der innersten Schalen (K- oder L-Schale) des Anodenmaterials (z.B. Kupfer oder Wolfram), das die Ordnungszahl Z haben soll, ein Elektron herausgeschlagen wird (Abb.2). Die entstandene Lücke wird sofort durch Elektronen äußerer Schalen aufgefüllt. Die dabei freiwerdende Energie wird in Form eines Röntgenquants $h\nu$ ausgestrahlt.

Die Wellenlänge der K_α -Linie läßt sich auf der Grundlage einer einfachen Betrachtung angenähert berechnen. Wendet man die Bohrsche Theorie auf wasserstoffähnliche Atome an (Kernladung Z , ein Außenelektron), dann erhält man für die Wellenlänge des Photons beim Übergang des Atoms aus dem Zustand n_2 nach n_1

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Ist ein Elektron aus der K-Schale ($n_1 = 1$) abgetrennt, so "sieht" ein Elektron der L-Schale (n_2) die elektrische Kernladung Ze durch die Ladung $-e$ des anderen K-Elektrons abgeschirmt. Ein Elektron der L-Schale wird daher recht gut durch das einzige Elektron eines wasserstoffähnlichen Atoms

angenähert, das sich im Feld der *effektiven* Kernladung $(Z - 1)$ bewegt. Es ergibt sich also folgender Zusammenhang:

$$\frac{1}{\lambda(K_\alpha)} = \frac{3R}{4}(Z - 1)^2 \quad (17)$$

mit der Rydberg-Konstanten $R = (me^4/8\epsilon_0^2ch^3) = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

7.2 Durchführung und Auswertung

Bei einer Primärspannung von 220 Volt (Stufe 8 auf dem Gerät) nehme man das gesamte Spektrum zwischen $\alpha=3^\circ$ und 12° auf, indem man stets um 0.5° variiert. Meßzeit für jeden Punkt ist 10 s. Im Bereich der beiden Maxima ist besonders sorgfältig zu verfahren, um die genauen Winkel zu ermitteln. Zeichnen Sie die Zählrate als Funktion der Wellenlänge. Aus der Wellenlänge der K_α -Linie kann dann die Ordnungszahl des Anodenmaterials ermittelt werden. Die Anodenspitzenspannung U_{ASS} erhält man aus der Primärspannung über $U_{ASS}=133 \cdot U_{Prim} \cdot \sqrt{2}$.

Zeichnen Sie das Röntgenspektrum (d.h. N aufgetragen über λ) auf Millimeterpapier. Dies erfordert die Umrechnung von ϑ zu λ , mit Hilfe der Bragg-Bedingung

$$n \lambda = 2 d \sin \vartheta . \quad (18)$$

Hierbei ist n die Beugungsordnung und d der Netzebenenabstand. Der Netzebenenabstand für den verwendeten Kristalle beträgt $d=2.01 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ für LiF und $d=2.82 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ für NaCl. Man beachte den Hinweis an der Apparatur, welcher Kristall verwendet wird.

Bestimmen Sie graphisch die Grenzwellenlänge des Röntgenbremsspektrums durch eine senkrechte Gerade parallel zur y -Achse. Achtung! Diese Methode unterscheidet sich von der Methode in der längeren Praktikumsanleitung. Sie benötigen hier nur die eine Messreihe bei Primärspannung 220 V, und nicht drei verschiedene Primärspannungen. Aus dem Achsenabschnitt dieser Geraden bestimmen Sie bitte das Planck'sche Wirkungsquantum. Schätzen Sie den Fehler ab und vergleichen Sie mit dem Literaturwert.

Winkel	Zählrate	Wellenlänge
3.0		
3.5		
4.0		
4.5		
5.0		
5.5		
6.0		
6.5		
7.0		
7.5		
8.0		
8.5		
9.0		
9.5		
10.0		
10.5		
11.0		
11.5		
12.5		
13.0		
(nahe eines Maximums)		
(nahe eines Maximums)		
(nahe eines Maximums)		
(nahe eines Maximums)		
(nahe eines Maximums)		
(nahe eines Maximums)		

Tabelle 1: Messwerte für den Versuch Röntgenbeugung

8 Teil 3, V1b: Elektronenbeugung

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf Kap. 1.2 in der Anleitung Grundpraktikum Teil 3.

Es soll der Netzebenenabstand in Graphit mit Hilfe eines Elektronenstrahls bestimmt werden.

8.1 Theorie

In der Quantenmechanik haben Teilchen auch Welleneigenschaften. Die Wellenlänge eines Teilchens mit dem Impuls p ist nach dem Ansatz von DeBroglie

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (19)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum h .

Wir führen die Beugung von Elektronen durch. Das Beugungsmuster ist ein sicherer Hinweis auf Welleneigenschaften; seine Beobachtung würde nicht möglich sein, wenn Elektronen nur reine Teilcheigenschaften besäßen.

In dem Beugungsprozeß nutzen wir die Bragg Bedingung

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \quad (20)$$

mit dem Netzebenenabstand d , dem Beugungswinkel ϑ und einer Beugungsordnung $n=1,2,3,\dots$

Der Impuls kann aus der Beschleunigungsspannung berechnet⁵ werden über

$$E = eU = \frac{p^2}{2m} \quad (21)$$

Der Beugungswinkel ist mit dem Ringradius R verbunden über

$$\sin 2\vartheta = \frac{R}{L} \quad (22)$$

wobei $L = 13,5 \text{ cm}$ der Abstand von Streuzentrum zum Schirm mit den Ringen ist.

Aus den Gleichungen kann die gesuchte Größe d , der Netzebenenabstand, ermittelt werden über

$$d = \frac{n\lambda}{2 \sin(\frac{1}{2} \arcsin \frac{R}{L})} \quad (23)$$

8.2 Durchführung

Es gibt äußere und der innere Ringe, da es zwei verschiedene Netzebenenabstände gibt.

Bitte messen Sie die Radien dieser Ringe für 5 verschiedene Beschleunigungsspannungen der Elektronen.

⁵in der nicht-relativistischen Näherung

U / V	R_A / cm	R_i / cm
3000		
3500		
4000		
4500		
5000		

Tabelle 2: Messwerte für den Versuch Elektronenbeugung

9 Teil 3, V2a: Neutronenaktivierung

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf Kap. 3.2 in der Anleitung Grundpraktikum Teil 3.

Durch Aktivierung mit thermischen Neutronen sollen radioaktive Silberisotope erzeugt und deren Halbwertszeit bestimmt werden.

9.1 Theorie

Es wird eine Silberfolie mit den beiden Silberisotopen ^{107}Ag und ^{109}Ag in der Neutronenquelle bestrahlt.

Die Aktivität A ist

$$A = -\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{\tau} e^{-t/\tau} = n\sigma\Phi(1 - e^{-T/\tau})e^{-t/\tau}. \quad (24)$$

Die einzelnen Parameter werden in der langen Anleitung des Präsenzpraktikums definiert und besprochen.

Werden unabhängig voneinander zwei verschiedene Sorten radioaktiver Kerne gebildet, dann addieren sich die entsprechenden Aktivitäten zu

$$A = A_1 + A_2 = n_1\sigma_1\Phi(1 - e^{-T/\tau_1})e^{-t/\tau_1} + n_2\sigma_2\Phi(1 - e^{-T/\tau_2})e^{-t/\tau_2}. \quad (25)$$

Dieses ist unsere Messgrösse.

Nach Beendigung der Bestrahlung wird die Silberfolie in einem Zähler positioniert und die Aktivität als Funktion der Zeit aufgezeichnet.

9.2 Durchführung

Führen Sie die Bestrahlung durch und tragen Sie die Silberfolie zum Zählrohr. Messen Sie die Zählrate danach sofort für Zeitintervalle von 20 Sekunden.

Zeit	Zählrate 1. Messung	Zählrate 2. Messung	Zählrate 3. Messung
20			
40			
60			
80			
100			
120			
140			
160			
180			
200			
220			
240			
260			
280			
300			
320			
340			
360			
380			
400			
420			
440			
460			
480			

Tabelle 3: Messwerte für den Versuch Neutronenaktivierung

10 Teil 3, V2b: Gammaabsorption

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf Kap. 3.1 in der Anleitung Grundpraktikum Teil 3.

Ziel des Versuches ist (a) Messung des Absorptionskoeffizienten von Aluminium für Gammastrahlung und (b) Bestimmung der Gammaenergie.

10.1 Theorie

Gehen Sie im Theorieteil Ihres Versuchsprotokolls auf die Wechselwirkung von Gammateilchen mit Materie ein: Photoeffekt (in welchem Energiebereich?), Comptonstreuung (in welchem Energiebereich?), und Paarerzeugung (in welchem Energiebereich?). Beschreiben Sie, wie der jeweilige Wirkungsquerschnitt von der Kernladungszahl Z des Materials und der Energie E_γ abhängt (d.h. welche Exponenten finden sich im funktionalen Zusammenhang?).

Nach dem Absorptionsgesetz gilt für die Intensität eines Teilchenstrahls nach Durchqueren eines Absorbers der Dicke d

$$I(d) = I_N + I_0 \cdot \exp(-\mu d) . \quad (26)$$

Die Intensität kann über die Anzahl der Impulse in einem Detektor gemessen werden. Dabei ist

I_0	Anfangsintensität (Anzahl der Impulse ohne Absorber)
I_N	Nullintensität, z.B. durch kosmische Höhenstrahlung oder Radon in Baumaterial
d	Dicke des Absorbers in $[cm]$
μ	Absorptionskoeffizient, Einheit $[cm^{-1}]$

Das Verhältnis μ/ρ mit der Materialdichte ρ wird als Massenschwächungskoeffizient bezeichnet und hat die Einheit $[cm^2g^{-1}]$.

10.2 Durchführung

Nehmen Sie Zählraten als Messwerte entsprechend der Tabelle 4 auf.

Berechnen Sie daraus die Abschärfungskoeffizienten.

Dann ermitteln Sie durch Ablesen auf der x -Achse in Abb. 3.3. in der Anleitung des Grundpraktikums Teil 3 die Gammaenergie.

Material	Dicke / mm	Messdauer / s	Zählrate
NULLEFFEKT (OHNE QUELLE UND OHNE ABSORBER)		300	
BEZUGSINTENSITAET (OHNE ABSORBER)		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	
Aluminium		100	

Tabelle 4: Messwerte für den Versuch Gammaabsorption.

11 Teil 3, V3a: Franck-Hertz Versuch

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf Kap. 4.2 in der Anleitung Grundpraktikum Teil 3.

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der atomaren Anregungsenergie von Quecksilber.

11.1 Theorie

Elektronen werden in einer Röhre mit Quecksilberdampf (mit einer Temperatur von etwa 200°C) beschleunigt, wobei die zur Beschleunigungsspannung U_B stufenweise erhöht wird. Gemessen wird der Anodenstrom I_A . Ab einer bestimmten Spannung kommt es zu einer Abnahme des Stroms. Dies kommt dadurch zustande, dass ein solches Elektron nun genügend kinetische Energie hat, um ein Quecksilberatom auf den nächsthöheren Energiezustand zu heben. Dies nennt man auch *Stoßanregung*. Dabei verliert das Elektron jedoch kinetische Energie und erreicht nicht mehr die Anode, welches zu einem Minimum in I_A führt. Wird U_B weiter erhöht, finden die Stoßanregungen in variierenden Zonen in der Quecksilberöhre statt, und führen zu weiteren Minima und Maxima. Der Abstand zwischen zwei Maxima entspricht der zu messenden Anregungsenergie. Es handelt sich um einen Übergang mit $\lambda=253,7\text{ nm}$, d.h. nach der Stoßanregung erfolgt die Anregung über Emission eines Photons im UV Bereich. Der angeregte Zustand⁶ ist ein 6^3P_1 Zustand mit Bahndrehimpuls $L = 1$ und Spin $S = 1$. Der Grundzustand ist ein 6^1S_0 Zustand mit Bahndrehimpuls $L = 0$ und Spin $S = 0$.

11.2 Durchführung

Nehmen Sie als Messdaten den Anodenstrom I_A in μA als Funktion der Beschleunigungsspannung U_B in V in Schritten von 0,5 V auf.

11.3 Auswertung

Aus dem Abstand der Maxima soll die Anregungsenergie bestimmt werden. Es sind sollten 4 Maxima sichtbar bei Spannungen U_i , $i=1,\dots,4$.

Vermessen Sie die drei Abstände zwischen den Maxima, d.h. $\Delta U = U_{i+1} - U_i$.

Bestimmen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes als Fehler. Dies ist Ihr Endergebnis.

⁶Nebenbemerkung: es gibt noch einen angeregten Zustand 6^1P_0 mit einer geringfügig geringeren Anregungsenergie, aber der Übergang zum Grundzustand ist durch Auswahlregeln verboten und deswegen unserem Versuch nicht zugänglich.

U_B / V	$I_A / \mu\text{A}$
0,5	
1,0	
1,5	
2,0	
2,5	
3,0	
3,5	
4,0	
4,5	
5,0	
5,5	
6,0	
6,5	
7,0	
7,5	
8,0	
8,5	
9,0	
9,5	
10,0	
10,5	
11,0	
11,5	
12,0	
12,5	
13,0	
13,5	
14,0	
14,5	
15,0	
15,5	
16,0	
16,5	
17,0	
17,5	
18,0	
18,5	
19,0	
19,5	
20,0	
20,5	
21,0	
21,5	
22,0	
22,5	
23,0	

Tabelle 5: Messwerte für den Franck-Hertz Versuch

12 Teil 3, V3b: Fadenstrahlrohr

Dies ist ein Präsenzversuch.

Dieser Versuch basiert auf Kap. 2.2 in der Anleitung für Grundpraktikum Teil 3.

Ziel des Versuches ist die Bestimmung des Verhältnisses von Elementarladung zu Elektronenmasse e/m .

12.1 Theorie

Für 4 verschiedene Radien zwischen $R = 2 \text{ cm}$ und $R = 5 \text{ cm}$ soll der Spulenstrom I und die Beschleunigungsspannung U_B gemessen werden.

Mit dem Spulenstrom kann das magnetische Feld bestimmt werden über

$$B = \frac{8 \cdot I \cdot \mu_0 \cdot n}{\sqrt{125} \cdot \rho}, \quad (27)$$

welches vereinfacht werden kann zu einer Form $B_{ges} = C \cdot I$ mit einer einzigen Konstante C , unter Nutzung der Windungszahl $n = 154$, des Spulenradius $\rho = 0.2 \text{ m}$ und $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$.

Dann kann e/m berechnet werden über

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_B}{R^2 \cdot B^2(I)}. \quad (28)$$

Die Auswertung ist nicht graphisch. Für das finale Ergebnis von e/m wird ein Polynomfit rechnerisch durchgeführt.

Beispiel für einen Messwert wäre ein Radius von 4 cm für einen Spulenstrom von $2,20 \text{ A}$ und eine Beschleunigungsspannung von 340 V .

12.2 Durchführung

Nehmen Sie die Messwerte entsprechend der folgenden Tabelle auf.

Radius R / cm	Spulenstrom I_S / A	Beschleunigungsspannung U_B / V

Tabelle 6: Messwerte für den Versuch e/m mit dem Fadenstrahlrohr.

13 Anhang: Medien und Applikationen

Hier finden Sie technische Details und Hilfestellungen zu Medien (Bilder, Videos, 3D) und Applikationen (Java, Python und Jupyter).

Sollten trotzdem Probleme auftreten, bitte schreiben Sie eine Nachricht in das Forum [Arbeitsmittel](#) im ILIAS.

13.1 Bilder

Bilder im Stud.IP und ILIAS werden im [.jpg](#) Format zum Download angeboten. Dies ist ein weitverbreiteter Standard und kann mit jedem Bildviewer unter Linux, Windows oder Mac OS angesehen werden. Sollten Sie tatsächlich Probleme dabei haben, schreiben Sie bitte eine kurze Nachricht im ILIAS Forum [Fragen zu Arbeitsmitteln](#).

13.2 Videos

Videos im Stud.IP und ILIAS werden im [.mp4](#) Format zum Download angeboten. Dies ist ein weitverbreiteter Standard und kann mit jedem Videoplayer unter Linux, Windows oder Mac OS angesehen werden. Ein sehr guter, frei verfügbarer Videoplayer sowohl für Linux, Windows als auch Mac OS ist VLC Media Player (www.vlc.de). Sollten Sie tatsächlich Probleme dabei haben, schreiben Sie bitte eine kurze Nachricht im ILIAS Forum [Fragen zu Arbeitsmitteln](#).

13.3 Eingabeaufforderung

Eine Eingabeaufforderung ist ein Terminal-Fenster, in welchem Sie Befehle eingeben und ausführen können.

- Unter Linux:

Windows-Taste [⊞] drücken. Dies öffnet ein Suchfenster. Dort nach „Terminal“ suchen und es per Anklicken aufrufen.

Alternativ z.B. unter Linux öffnen Sie das Terminal beispielsweise mit der Tastenkombination [Strg] + [Alt] + [T].

- Unter Windows:

Startmenu → Windows System → Eingabeaufforderung

Alternativ können Sie die Eingabeaufforderung per Tastenkombination öffnen (Windows 10, 7, 8, Vista und XP):

Tastenkombination Windows-Taste [⊞] + [R], um den Ausführen-Dialog zu öffnen. Dann „cmd“ eingeben und Enter drücken.

- Unter Mac OS:

Wechseln Sie zu Ihrem „Schreibtisch“ und klicken Sie in der oberen Menüleiste auf „Gehe zu“. Wählen Sie hier den Eintrag „Dienstprogramme“ aus. Dann im neu geöffneten Fenster ein Doppelklick auf „Terminal“.

Alternativ öffnen Sie die „Spotlight“-Suche. Dies geht über die Tastenkombination⁷. [CMD] + [Leertaste] oder über die kleine Lupe rechts oben in der Menüleiste. Geben Sie anschließend Terminal in das Suchfeld ein und öffnen Sie das Suchergebnis mit einem Doppelklick.

⁷Sie finden in der Regel jeweils eine CMD-Taste links und rechts von der Leertaste. Auf neueren Apple-Tastaturen lautet der Aufdruck „command“, auf älteren nur kurz „cmd“.

13.4 Python

Python ist eine Programmiersprache, welche sich in den letzten Jahren sehr schnell verbreitet hat. Als ein kurzes Beispiel enthalte eine Datei mit dem Namen `sum.py` den folgenden Python-Code:

```
num1 = 2
num2 = 3
sum = num1 + num2
print(sum)
```

Dann kann man dies mit dem folgenden Kommando in einer Eingabeaufforderung (s.o.) übersetzen und ausführen:

```
python3 sum.py
```

ENDGÜLTIG

13.5 Jupyter

Wir nutzen für die Programmierung in Python eine Oberfläche, nämlich sogenannte Jupyter-Notebooks. Dieses bietet die Möglichkeit, einzelne Zeilen Schritt für Schritt auszuführen und so Teilereignisse direkt zu sehen.

Dafür setzt man den Cursor mit der Maus an eine Position im Notebook, und drückt die Tastenkombination

SHIFT + ENTER

Der einfachste Weg, sowohl unter Linux, Windows als auch Mac OS eine Jupyter-Notebook-Installation zu haben, welche auch sehr viele Pakete aus den Bereichen Mathematik, Graphik, etc. mit sich bringt, ist Anaconda.

Folgen sie der Installation

<https://docs.anaconda.com/anaconda/install/linux/>
<https://docs.anaconda.com/anaconda/install/windows/>
<https://docs.anaconda.com/anaconda/install/mac-os/>

Dann starten Sie Anaconda.

- Für Linux, Windows und Mac OS in einer Eingabeaufforderung (s.o.) eingeben:
`anaconda-navigator`
- Alternativ unter Windows in Start Menu → Anaconda oder Mac OS Launch Pad → Anaconda. Unter Linux taucht Anaconda meistens nicht im Menu auf; dort bleibt nur der Weg über Aufruf im Terminal. Es kann sein, dass hier Anaconda auch Anaconda3 heisst, was nur bedeutet, dass die neueste Python-Version benutzt worden ist.
- Es wird dann die Anaconda Oberfläche gestartet. Suchen Sie nach der Kachel mit Jupyter-Notebook (zwei orange Halbkreise als Symbol) und klicken dort auf Launch. Abb. 6 zeigt einen entsprechenden Screenshot.
- Er wird dann automatisch ein WWW Browser geöffnet (d.h. Jupyter-Notebooks laufen in einem WWW Browser, obwohl sich die Dateien natürlich lokal auf Ihrem PC befinden!), und Sie sehen in dem Browser alle die Ordner und Dateien auf Ihrem PC. Klicken Sie, bis Sie dasjenige Jupyter-Notebook gefunden haben, welches Sie aufrufen möchten (z.B. `einguehrung.ipynb`). Klicken Sie darauf, dann wird es ausgeführt!

Es gibt auch die Möglichkeit, Jupyter auf freien Servern online auszuprobieren. Jedoch ist dies nur eine Ersatzlösung, weil man z.B. seine Ergebnisse nicht abspeichern kann, sondern allenfalls nur ausdrucken. Für Tests ist dies jedoch eine schnelle Möglichkeit.

<https://cocalc.com/doc/jupyter-notebook.html>

Run Jupyter Now (grüne Box)

NEW (Links oben in der MENU Leiste)

Drag and Drop, hier `notebook.ipynb` einfügen, wenn `notebook.ipynb` der Dateiname Ihres Jupyter-Notebooks ist.

Close (rechts unten)

Jetzt taucht `notebook.ipynb` in der Liste auf. DOPPELCLICK ruft es dann auf.

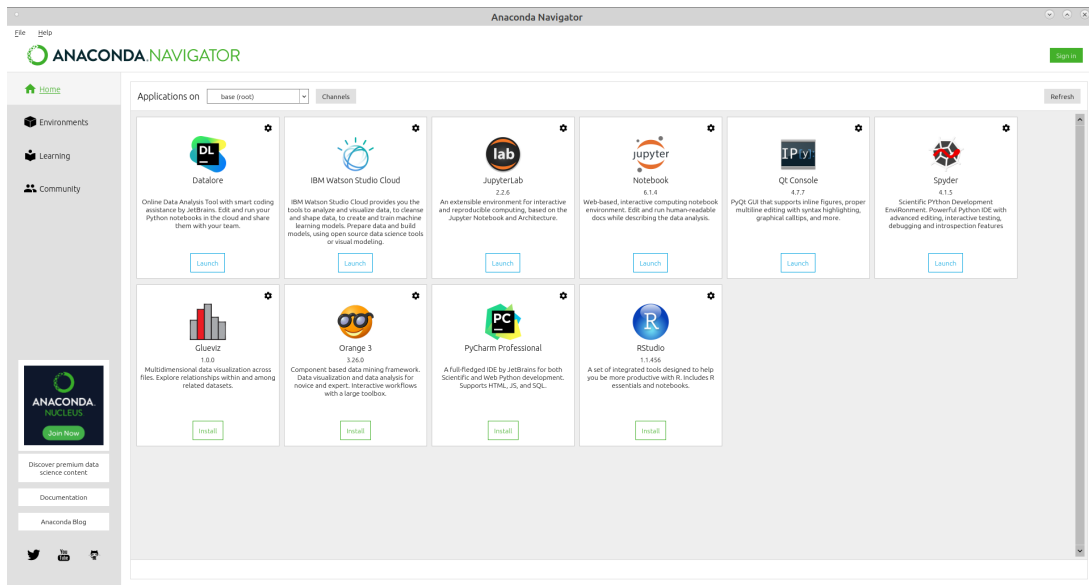


Abbildung 6: Screenshot des Anaconda Navigators nach dem Start. Sie müssen dann bei **Jupyter Notebook** auf **Launch** klicken.

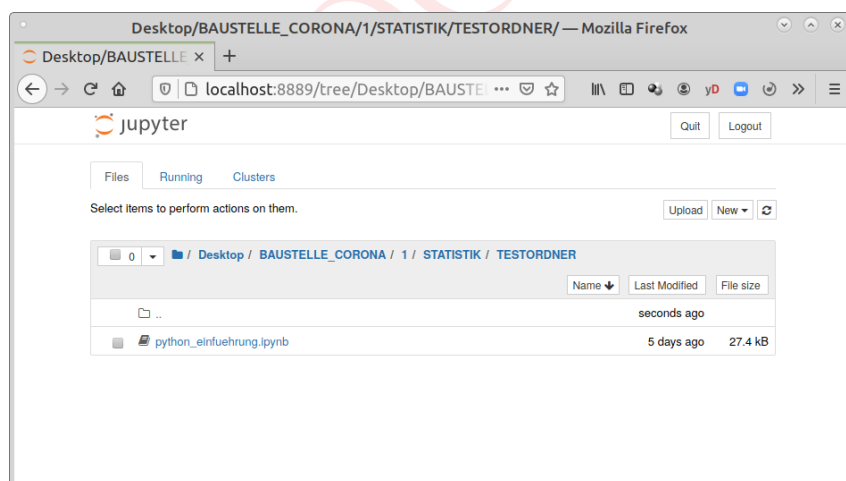


Abbildung 7: Screenshot des WWW Browsers, nachdem **Jupyter Notebook** gestartet wurde. Dies ist der Dateibrowser, mit dem Sie Notebooks (Dateiendung `.ipynb`) anklicken und so starten können.

Im Jupyter Notebook gibt es sogenannte Zellen:

`# Dies ist eine Zelle.`

In Zellen schreiben Sie selbst Befehle oder Text.

In einer Zelle können Textkommentare stehen, welche mit einem „#“ Zeichen am Anfang der Zeile eingeleitet werden. Dieses können z.B. Antworten auf Fragen sein, die Sie schreiben.

Wenn eine Zeile nicht mit „#“ beginnt, dann ist es ein Python-Befehl, welcher dann ausgeführt wird. Dies können einfache Rechenanweisungen wie auf einem Taschenrechner sein.

`(4+3)/(7-2)`

Dieses kann ausführen, indem Sie am Ende der Zeile in der Zelle

SHIFT + ENTER

zusammen drücken. Es erscheint dann das Ergebnis unter der Zelle.

Für einige der Praktikumsaufgaben benötigen Sie andere Funktionen: `np.exp(x)` ist Exponentialfunktion `exp(x)`, `fak(x)` oder `np.math.factorial(x)` ist die Fakultätsfunktion, und `a**b` oder `np.power(a,b)` ist die Potenz `a` hoch `b`.

Bei komplizierteren Python-Befehlen (z.B. Funktionen) ist es wichtig, dass alle Zellen oberhalb der Zelle auch bereits mit SHIFT+ENTER ausgeführt worden sind, weil dort vermutlich die Definition der Funktion steht. Man arbeitet sich also von oben nach unten und baut schrittweise so auf.