

Aufgabe 1: Matrixrang

Welchen Rang haben die folgenden Matrizen jeweils?

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & -12 & -2 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Matrizen und Determinanten

a) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie $A \cdot B$, $\det(A)$, $\det(B)$ und $\det(A \cdot B)$.

b) Berechnen Sie A^{-1} , $\det(A^{-1})$ und $\det(A \cdot A^{-1})$.

Aufgabe 3: Determinanten

Die folgenden Matrizen seien gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & -3 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & -3 & 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Determinanten der Matrizen A , B , C . **Gehen Sie dabei strategisch vor**, um unnötige Arbeit zu vermeiden (wenden Sie den Laplace'schen Entwicklungssatz auf günstige Zeilen oder Spalten an. Prüfen Sie ggf., ob die Zeilen oder Spalten der Matrix linear unabhängig sind).