

Übung 10

$$G: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, G(x) = \begin{cases} x \sqrt{|x|} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$x \neq 0$ G diffbar als Komp

$$x > 0 \quad G'(x) = \sqrt{x} \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\sqrt{x} \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{\sqrt{x}} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

Diffbarkeit bei 0

$$x=0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{G(x) - G(0)}{x - 0} = 0$$

Nicht stetig

$$a_n = \frac{1}{2\pi n} \rightarrow 0$$

$$\text{aber } G'(a_n) = -\sqrt{2\pi n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty$$

G' nicht stetig in 0

G' stetig $\Rightarrow G'$ stetig in 0

$\Leftrightarrow \forall$ Folgen $(a_n) \ a_n \rightarrow 0: G'(a_n) \rightarrow G'(0) = 0$

$f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$ stetig $a, b \in I$

$h : I \rightarrow \mathbb{R} \quad \int_a^b h(x) dx = H(b) - H(a) \quad \text{falls } H' = h$

$$\int f+g = \int f + \int g$$

$$\Rightarrow F(b) - F(a) + G(b) - G(a) = (F+G)(b) - (F+G)(a)$$

$$(F+G)' = F' + G' = f+g \quad \Rightarrow \int_a^b (f+g)(x) dx$$

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^b \operatorname{Re}(f) dt + i \int_a^b \operatorname{Im}(f) dt$$

$$\text{Es gilt } \operatorname{Re}(f) = \frac{f + \bar{f}}{2} \quad \operatorname{Im}(f) = \frac{f - \bar{f}}{2i}$$

sind stetig d f, \bar{f} stetig sind

Zeigen Sie das $\operatorname{Re}(f)$ stetig