

# Physikalisches Grundpraktikum Teil I (Mechanik und Thermodynamik) Versuch 5 Luftballon mit CO<sub>2</sub>

Finn Wagner

7.03.2022

## 1 Versuchsziel und Versuchsmethode

In diesem Versuch wird die Dichte von CO<sub>2</sub> über die Fallzeit eines mit CO<sub>2</sub> gefüllten Luftballons bestimmt. Der Fall des Luftballons wird als Bewegung eines kugelförmigen Körpers in einer Flüssigkeit (Luft oder Luft als Quasi-Flüssigkeit) mit laminarer Strömung approximiert.

## 2 Grundlagen

TODO: Co2 aus Wasser lösen, Druck Gleichgewicht etc.

## 3 Formeln

Auf jeden Körper wirkt im Schwerfeld der Erde eine Zentralkraft Richtung Erdmittelpunkt, proportional zur Masse des Körpers.

$$F_G = m \cdot g \quad (1)$$

Die Masse eines Körpers können wir auch über seine Dichte und sein Volumen ausdrücken mit der Beziehung:

$$m = \rho_K \cdot V \cdot g \quad (2)$$

Weiterhin wirkt auf Körper mit echter Ausdehnung (keine Punktmasse) in Flüssigkeiten/Gasen wie Luft eine Auftriebskraft, die durch Verdrängung des Mediums entsteht. Sie ist abhängig vom verdrängten Volumen und der Dichte des Mediums (Gases  $\rho_G$ ) in dem sich der Körper befindet.

$$F_A = \rho_G \cdot V \cdot g \quad (3)$$

Als dritte Kraft wirkt bei unserem Versuch eine Reibungskraft gegen den Fall des Luftballons an. Die Stokes'sche Reibung ist proportional zur Geschwindigkeit  $v$ , dem Radius  $r$  des Luftballons, so wie der Viskosität  $\eta$  der Luft.

$$F_R = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad (4)$$

TODO: Wir setzen hier Stokes'sche Reibung an, da wir uns vollständig im Bereich laminarer Strömung aufgrund sehr kleiner Geschwindigkeiten befinden. Der Luftballon wird als von der Schwerkraft nach unten beschleunigt, vom Auftrieb und von der Reibungskraft gebremst. Der Luftballon beschleunigt bis zu seiner maximalen Fallgeschwindigkeit (TODO:LINK Wikipedia Fall mit Reibung) und fällt ab dann mit einer konstanten Geschwindigkeit weiter, wird also nicht mehr weiter beschleunigt. (TODO: Methoden Skript Seite 109?), da auf den Ballon keine resultierende Kraft mehr wirkt<sup>5</sup>. Da für unsere Gegebenheiten (TODO: machen in Fehlerrechnung) die Zeit in der der Luftballon beschleunigt im Vergleich zur gesamten Fallzeit sehr gering ist, setzen wir für den gesamten Fall das Kräftegleichgewicht an:

$$F_G = F_A + F_R \quad (5)$$

Wir approximieren also, dass der Luftballon auf der gesamten Strecke  $h$  mit der selben Geschwindigkeit  $v$  fällt. Er braucht dazu die Zeit  $t_{Fall}$

$$v = \frac{h}{t_{Fall}} \quad (6)$$

Die Endgeschwindigkeit des Ballons lässt sich aus dem Kräftegleichgewicht<sup>5</sup> durch einsetzen der Stokes'schen Reibung ausdrücken:

$$\begin{aligned} F_G &= F_A + F_R \Rightarrow F_R = F_G - F_A \\ &\Rightarrow 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = F_G - F_A \\ &\Rightarrow v = \frac{F_G - F_A}{6\pi \cdot r \cdot \eta} \end{aligned} \quad (7)$$

Wir setzen nun Gleichung<sup>6</sup> und Gleichung<sup>7</sup> gleich.

$$\frac{h}{t_{Fall}} = \frac{F_G - F_A}{6\pi \cdot r \cdot \eta} \quad (8)$$

Im Experiment werden zwei Luftballons, einer gefüllt mit CO<sub>2</sub> und einer gefüllt mit Luft, aus der selben Höhe  $h$  fallengelassen. Die Masse  $m$  eines solchen gefüllten Luftballons setzt sich aus der Masse  $m_h$  des Ballons (der Ballonhülle aus Gummi), sowie dem in ihm enthaltenen Gas<sup>2</sup> zusammen. Wir setzen diese Masse in die Formel für die Schwerkraft<sup>1</sup> ein:

$$F_G = m \cdot g = m_H \cdot g + \rho \cdot V \cdot g = (m_H + \rho \cdot V) \cdot g \quad (9)$$

Die Schwerkraft<sup>9</sup>, sowie die Auftriebskraft<sup>3</sup> setzen wir in die Gleichung<sup>8</sup> ein:

$$\frac{h}{t_{Fall}} = \frac{(m_H + \rho_{Füllung} \cdot V) \cdot g - \rho_{Medium} \cdot V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \eta_{Medium}} \quad (10)$$

Zu unterscheiden sind die beiden Dichten.  $\rho_{Füllung}$  ist die Dichte des Gases im Luftballon,  $\rho_{Medium}$  die Dichte des Gases in der Atmosphäre. Für den Luftballon gefüllt mit Luft wird die Formel<sup>10</sup> zu:

$$\frac{h}{t_{Luft}} = \frac{(m_H + \rho_{Luft} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \eta_{Luft}} \quad (11)$$

Und für den Luftballon gefüllt mit CO<sub>2</sub> wird die Formel<sup>10</sup> zu:

$$\frac{h}{t_{CO_2}} = \frac{(m_H + \rho_{CO_2} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \eta_{Luft}} \quad (12)$$

Wir teilen nun die Formel für den Fall in CO<sub>2</sub><sup>12</sup> durch die für den Fall in Luft<sup>11</sup> und vereinfachen:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{h}{t_{CO_2}}}{\frac{h}{t_{Luft}}} &= \frac{t_{Luft}}{t_{CO_2}} = \frac{\frac{(m_H + \rho_{CO_2} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \eta_{Luft}}}{\frac{(m_H + \rho_{Luft} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{6\pi \cdot r \cdot \eta_{Luft}}} = \\ &= \frac{(m_H + \rho_{CO_2} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{(m_H + \rho_{Luft} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g} = \frac{(m_H + \rho_{CO_2} \cdot V) \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g}{m_H \cdot g + (\rho_{Luft} \cdot V \cdot g - \rho_{Luft} \cdot V \cdot g)} = \\ &= \frac{(m_H + \rho_{CO_2} \cdot V) - \rho_{Luft} \cdot V}{m_H} = \\ &= \frac{m_H + V \cdot (\rho_{CO_2} - \rho_{Luft})}{m_H} = 1 + \frac{V}{m_H} (\rho_{CO_2} - \rho_{Luft}) \end{aligned} \quad (13)$$

Gleichung<sup>13</sup> formen wir im letzten Schritt noch nach  $\rho_{CO_2}$  auf:

$$\rho_{CO_2} = \rho_{Luft} + \left( \frac{t_{Luft}}{t_{CO_2}} - 1 \right) \frac{m_H}{V} \quad (14)$$

TODO: Luftballon Kugel approximieren. Ein kugelförmiger Körper mit Dichte  $\rho_K$  in einer Flüssigkeit mit Dichte  $\rho_{Fl}$  fällt in eben jener Flüssigkeit nach unten

## 4 Versuchsaufbau

### 4.1 Material

- 2 Luftballons

- 1 Flasche Mineralwasser Classic; Wasser mit viel Kohlensäure
- Smartphone zum Aufnehmen eines Videos
- Maßband mit Milimetergenauigkeit, am besten ein weiches Rollbandmaß
- 1 Stoppuhr oder Computerprogramm zum auswerten der Zeiten im Video

TODO: SCHEMATIK EINFÜGEN PFEILLÄNGEN ÄNDERN TODO: Schematik Ballonumfänge einfügen.

## 5 Durchführung

### 5.1 Ballon mit CO<sub>2</sub> aufpumpen

1. Stülpen Sie den Luftballon (d.h. das Mundstück des Luftballons) auf den Hals der Mineralwasserflasche (Abb TODO: Bild hinzufügen)
2. Schütteln Sie die Wasserflasche wiederholt, um die im Wasser gelöste Kohlensäure in CO<sub>2</sub>-Gas umzuwandeln und den Luftballon dadurch aufzublasen. TODO: Achten Sie darauf, dass kein Wasser in den Ballon kommt, um die Masse des Ballons nicht zu verändern.
3. Der Ballon muss am Ende nicht vollständig aufgeblasen sein; etwa 15 cm sind bereits ausreichend.
4. Halten Sie den Ballon zu und nehmen Sie ihn vorsichtig von der Flasche, sodass kein CO<sub>2</sub> entweicht und kneten Sie ihn zu.

### 5.2 Zweiten Ballon füllen

5. Bestimmen Sie die Umfänge des mit CO<sub>2</sub> gefüllten Ballons mithilfe des Maßbands. Messen Sie den Umfang vom Mundstück bis zum obersten Punkt (Umfang a), sowie die „Tallie“ (Umfang b) (TODO:ref Bild)
6. Pusten Sie einen zweiten Ballon (mit Luft) auf. Lassen Sie in kleinen Schritten Luft aus dem Ballon und messen Sie wiederholt die Umfänge, bis die beiden Luftballons ein identisches Volumen haben.
7. Knoten Sie den Luftballon zu. TODO: Gekennzeichnet?

### 5.3 Fallversuch

8. Suchen Sie sich einen Ort als Referenzpunkt in gut 2 Metern Höhe (z.B. Oberkante eines Schanks, Türrahmen) und messen Sie den Abstand  $h$  zum Boden.
9. Starten Sie ein Video auf Ihrem Handy mit Stativ oder lassen Sie sich von einer zweiten Person helfen. Nehmen Sie das Video von etwas weiter weg auf und achten Sie darauf, dass der Start, sowie das Aufkommen auf dem Boden im Video gut zu sehen sind.
10. Halten Sie die beiden Luftballons in Höhe  $h$  und lassen Sie sie gleichzeitig fallen. TODO: Ref Video
11. Wiederholen Sie den Fallversuch 3 mal, nehmen Sie also 2 weitere Videos auf.

TODO: Bilder, 1.Ballon auf Flasche, 2.Ballon auf Flasche geschüttelt, 3. Fallversuch

TODO: Video Auswertung mit wichtigem Kommentar aus Skript

TODO: Wiegen Sie den Luftballon. TODO: Warum Fallhöhe messen? Für andere Berechnung für  $t_{Venus}$ ?

TODO: (Wasser in Ballon?)

Fallen gelassen von Unterkante des Türrahmens

## 6 Auswertung

Umfänge mitteln zu von  $a_1 = 0.475 \text{ m}$  und  $a_2 = 0.477 \text{ m}$   $a = 0.476 \text{ m}$  und  $b = 0.45 \text{ m}$  Umfänge mitteln  $\frac{0.476 \text{ m} + 0.45 \text{ m}}{2} = 0.463 \text{ m}$

Volumen ausrechnen:

$$V = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{U}{2\pi} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{U^3}{8\pi^3} = \frac{1}{6} \frac{U^3}{\pi^2} \quad (15)$$

Eingesetzt und ausgerechnet:  $1.676 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Dann Zeiten einsetzen:

$\rho_{\text{Luft}}$  aus 5.4

$$\rho_{\text{CO}_2} = 1.2041 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + \left( \frac{t_{\text{Luft}}}{t_{\text{CO}_2}} - 1 \right) + \frac{m_H}{V} \quad (16)$$

Berechnen Sie aus den drei Messungen die Mittelwerte und setzen sie ein.

Formel mit Volumenformel eingesetzt Ergebnis TODO: Trennen Formeln und Auswertung

## 7 Fehlerrechnung

Prallaxe von Video??? Nicht auf gleiche Höhe am Anfang. Luftstömungen?

TODO: Fehler Luftballon aufgepustet nicht Umgebungsluft? TODO: Fehler Luft im CO<sub>2</sub> ballon, alternativ Sodastream? TODO: Schwer zu sehen wann Boden berührt TODO: Fehler Luftballon wiegt 2g TODO: Video aufgenommen ausgewertet mit Media Player Classic ausgewertet TODO: Beachten Video nur mit 30fps aufgenommen Fehlerrechnung TODO: Umfangfehlerrechnung aus Versuch 6 klauen. Hier aber mehr auf schwierig Umfänge zu vergleichen eingehen. Volumenfehler TODO: Theoriefehler aus Herleitung???

## 8 Fall auf der Venus

Wir bestimmen nun, wie lang der Fall des mit CO<sub>2</sub> gefüllten Luftballons auf der Venus dauern würde. Wir nehmen an, dass die Atmosphäre der Venus zu 100% aus CO<sub>2</sub> besteht. Die Schwerkraft auf der Venus beträgt  $g_{\text{Venus}} = 8.87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Die Atmosphäre auf der Venus ist mit mehr als 400 °C sehr heiß und die Viskosität ist abhängig von der Temperatur. Wir nehmen für diese Rechnung an, dass es auf der Venus nur Raumtemperatur mit  $T = 20^\circ \text{C}$  warm ist. Die Viskosität ist dann  $\eta_{\text{CO}_2} = 14.73 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

TODO: Aufgabe vergleichen Sie Fallzeiten!

TODO: Plot, Ort, Zeit Geschwindigkeit des Luftballons beim Fall?

TODO: Prozent Abweichung vom Literaturwert

TODO: Wie viel CO<sub>2</sub> in Wasserflasche gelöst. TODO: Literaturwert Quelle angeben

## 9 Quellen

[https://de.wikipedia.org/wiki/Gesetz\\_von\\_Stokes](https://de.wikipedia.org/wiki/Gesetz_von_Stokes) Anleitung zum Physikalischen Grundpraktikum Teil I (Mechanik und Thermodynamik) JLU Gießen II. Physikalisches Institut Version 1.3, 28.02.2022 von Jens Sören Lange <https://texample.net/tikz/examples/bernoulli/> Luftballon Bild TODO: Quellen aus Versuch 6 klauen TODO: Move to quellen.bib [https://de.wikipedia.org/wiki/Fall\\_mit\\_Luftwiderstand](https://de.wikipedia.org/wiki/Fall_mit_Luftwiderstand)

TODO: Aufgabenstellung nochmal genau lesen.