

Лабораторна робота № 4

Тема: Імітація динаміки та дослідження властивостей мереж Петрі.

Мета: Засвоїти основні поняття теорії мереж Петрі та набути навички використання програмних засобів для імітації їх динаміки і дослідження основних властивостей.

1. Теоретичні основи мереж Петрі

В процесі автоматизованого проектування мікроелектронних систем, як правило, використовується блочно-ієрархічний підхід, який передбачає такі рівні проектування:

- системний;
- функціонально-логічний;
- схемотехнічний;
- компонентний.

На системному рівні проектування розв'язують задачі синтезу та аналізу.

Для розв'язання задач аналізу, як правило, використовують моделі на основі теорії мереж Петрі та систем масового обслуговування.

Основна мета представлення МЕМС у вигляді мереж Петрі та подальшого їх аналізу полягає в отриманні важливої інформації про структуру, динамічну поведінку модельованих систем та вихідних параметрів системи і її складових .

В загальному випадку мережа Петрі включає множину позицій, множину переходів та множину вхідних та вихідних дуг.

Модель на основі простої мережі Петрі описується з допомогою наступних співвідношень $N_{\text{петрі}} = \{S, T, F, M_0\}$, де $S = \{S_1, S_2, \dots, S_g\}$ - множина позицій (стани); $T = \{t_1, t_2, \dots, t_v\}$ - множина переходів; F - множина дуг, яка включає дві підмножини вхідних та вихідних дуг по відношенню до переходу; M_0 - множина, яка задає початкове маркування мережі Петрі. Прості мережі Петрі використані для аналізу динаміки роботи МЕМС.

В найпростішому випадку структура МЕМС наведена на рис. 1. Для

аналізу динаміки даної структури застосовуємо теорію мереж Петрі. На рис.2. наведена відповідна проста мережа Петрі.

Множина позиції включає сім елементів $S = \{s_1, s_2, \dots, s_7\}$, множина переходів - $T = \{t_1, t_2, \dots, t_5\}$, а множина дуг 14 (7 вхідних та 7 вихідних), що можна записати в наступному вигляді:

$$F = \{ \langle 0, t_1 \rangle, \langle s_1 + s_3, t_2, s_2 \rangle, \langle s_2 + s_7, t_3, s_3 + s_4 \rangle, \langle s_4 + s_6, t_4, s_5 + s_7 \rangle, \langle s_5, t_5, s_6 \rangle \},$$

де: $\langle s_1 + s_3, t_2, s_2 \rangle$ - означає, що перехід t_2 має дві вхідні дуги від позицій s_1 та s_3 і одну вихідну, яка направлена до позиції s_2 .

Початкову розмітку наведеної мережі запишемо у наступній формі $M_0 = S_3 + S_6 + S_7$, що означає наявність по одному маркеру в позиціях S_3, S_6 та S_7 . Призначення кожної позиції та переходів наведено в Таблицях 1 та 2.



Рис.1. Базова структура МЕМС

Таблиця позицій мережі Петрі (Рис.2)

Таблиця 1

Позиція	Призначення
S_1	Очікування обробки сигналу від давача
S_2	Обробка даних МП
S_3	МП в стані очікування
S_4	Дані оброблені
S_5	Стан роботи актюатора
S_6	Актюатор готовий до роботи
S_7	Позиція дозволу вибору оброблених МП даних

Робота наведеної на рис. 2 мережі Петрі починається після спрацювання переходу t_1 , який означає наявність на виході давача сигналу, який має

обробити МП. Дана подія асоціюється з появою маркера в S_1 . У випадку, коли мікропроцесор вільний (наявність маркера в S_3), то спрацьовує перехід t_2 , що означає початок обробки даних МП. Після завершення обробки МП сигналу та дозволу виводу даних (позиції S_2 і S_7 містять маркери), то виконується подія “завершення обробки даних МП”. Цей перехід генерує маркер в позицію S_6 , що означає готовність актюатора до обробки нового сигналу відбувається спрацювання переходу t_4 , тобто початок обробки актюатором сигналу від МП. Перехід t_4 переводить актюатор в стан виконання і дає змогу МП вивести оброблені дані, якщо такі є (маркер в позиції S_7). Після завершення роботи актюатором відбувається перехід t_3 , який генерує маркер в позицію S_6 , сигналізуючи цим, що актюатор готовий до обробки наступного сигналу.

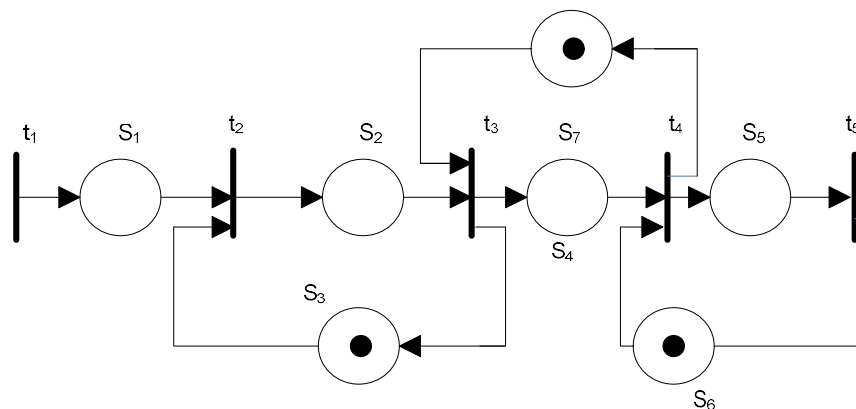


Рис.2. Мережа Петрі для найпростішої структури МЕМС

Таблиця переходів мережі Петрі (рис.2)

Таблиця 2.

Перехід	Призначення переходу
t_1	Активізація давача
t_2	Початок обробки даних МП
t_3	Завершення обробки даних
t_4	Початок роботи актюатора
t_5	Завершення роботи актюатора

Досить часто, в процесі моделювання, використовують розширення мереж Петрі, а саме:

- часові мережі Петрі;
- мережі Петрі з пріоритетами;
- інгібіторні МП;
- стохастичні МП;
- кольорові МП та інші.

Модель об'єкта для системного рівня проектування на базі часової мережі Петрі використовує певне ускладнення простої мережі і пов'язана з додаванням до кожного з переходів інформації про нижню та верхню часові межі. З допомогою даної мережі можна визначити швидкодію проектованого пристрою. В даному випадку маємо часову мережу, яку математично можна описати з допомогою наступного виразу $N_{\text{time}} = \{S, T, F, Eft, Lft, M_0\}$, де Eft, Lft - функції, що ставляться у відповідність до кожного з переходів і визначають нижню (Eft) та (Lft) часові межі, які задовольняють наступні умови $Eft(t) \leq Lft(t)$.

Слід зазначити, що в часовій мережі Петрі зміна одного стану на інший відбувається при завершенні деякого часу або при виконанні певного переходу мережі.

Модифікуємо мережу на рис. 2 в часову мережу Петрі, додавши до кожного з переходів значення нижньої та верхньої часових меж, які позначаються d_1 та d_2 (рис. 3).

Отже, якщо перехід можливий в часовій мережі в деякий момент часу τ , тобто вхідні місця переходу містять хоча б по одній фішці, то даний перехід відбудеться в деякий момент часу з інтервалу $[\tau + d_1, \tau + d_2]$, при виконання умови про незмінність вхідних позицій. У випадку, якщо перехід залишався без змін протягом цього інтервалу і не спрацював, формується спрацювання переходу в момент часу $\tau + d_2$.

Для оцінки мінімального часу циклу, у випадку однієї вхідної та вихідної дуг можна використати наступну формулу:

$$C = \max \left\{ \frac{T_k}{N_k} : k = 1, 2, \dots, g \right\},$$

де $T_k = \sum_{t_i \in L_k} \tau_i$ - сума затримок переходів в сумі k ; $T_k = \sum_{p_i \in L_k} M(p_i)$ - загальна

кількість маркерів у позиціях в циклі k ; g – кількість циклів в мережі Петрі.

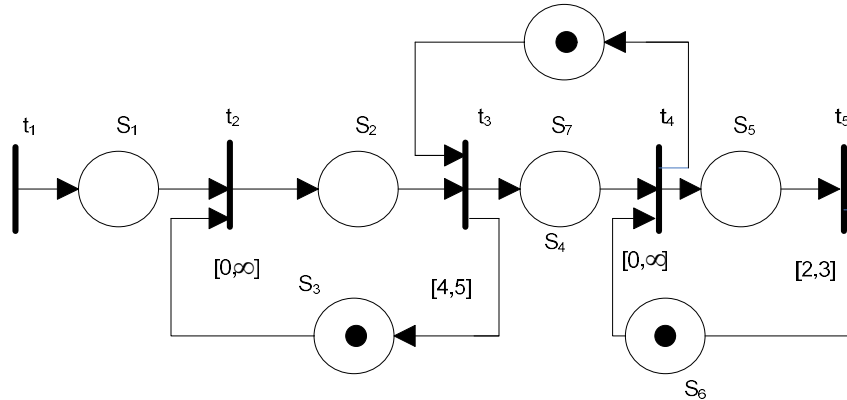


Рис.3. Приклад часової мережі Петрі

Значно ускладнюється мережа Петрі для структур МЕМС, які включають по декілька давачів і актюаторів та один мікропроцесор. Приклад структур з двома давачами та двома актюаторами наведено на рис. 4, а відповідна мережа Петрі на рис. 5.

Наведена мережа має суттєвий недолік, який полягає в тому, що при наявності маркерів в позиціях S_1 , S_2 і S_3 - може спрацювати як перехід t_3 , так і перехід t_4 .



Рис.4. МЕМС з двома давачами та двома актюаторами

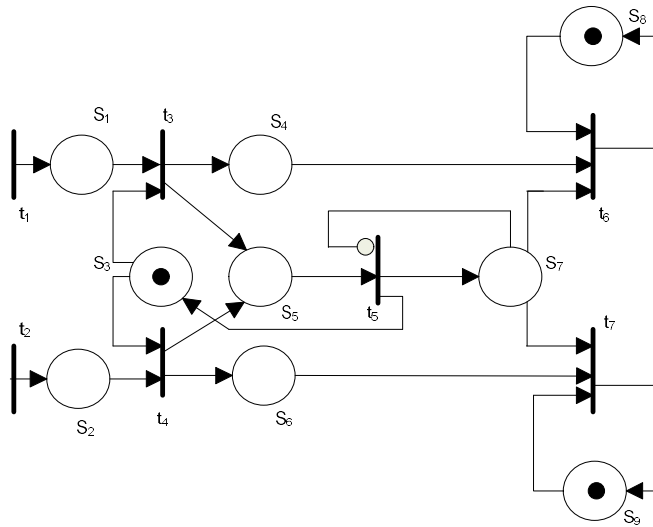


Рис.5. Приклад мережі Петрі з двома давачами, одним МП та двома актюаторами

В реальних системах дана невизначеність, в більшості випадків, неприпустима. Тому дещо вдосконалимо структуру мережі шляхом додавання пріоритетів при обробці сигналів від давачів. В мережах з пріоритетами кожному з переходів надається свій пріоритет. Правило спрацювання модифікується наступним чином: якщо пріоритет даного переходу не менше будь-якого іншого можливого переходу і на його вході є хоча б по одній фішці, то він спрацює. Відсутність пріоритету відповідає найнижчому значенню пріоритету. Приклад відповідної мережі з пріоритетами наведено на рис. 6.

Модель, яка враховує пріоритет включає множину пріоритетів для кожного з переходів, має наступний вигляд:

$$N_{prioritet} = \{S, T, F, PR, M_0\},$$

де $PR = \{Pr_1, Pr_2, \dots, Pr_v\}$ - множина пріоритетів, а Pr_1 - величина пріоритету для першого переходу.

В даному випадку найвищий пріоритет має перехід t_3 , а усі інші – 0. Це означає, що обробка сигналу від давача 1 буде мати вищий пріоритет і при наявності маркерів у позиціях S_1 , S_2 і S_3 - спрацює перехід t_3 , а не t_4 .

Модель, яка враховує час та пріоритети має наступний вигляд:

$$N_{prioritet_time} = \{S, T, F, Eft, Lft, PR, M_0\}.$$

Приклад відповідної мережі наведено на рис.7.

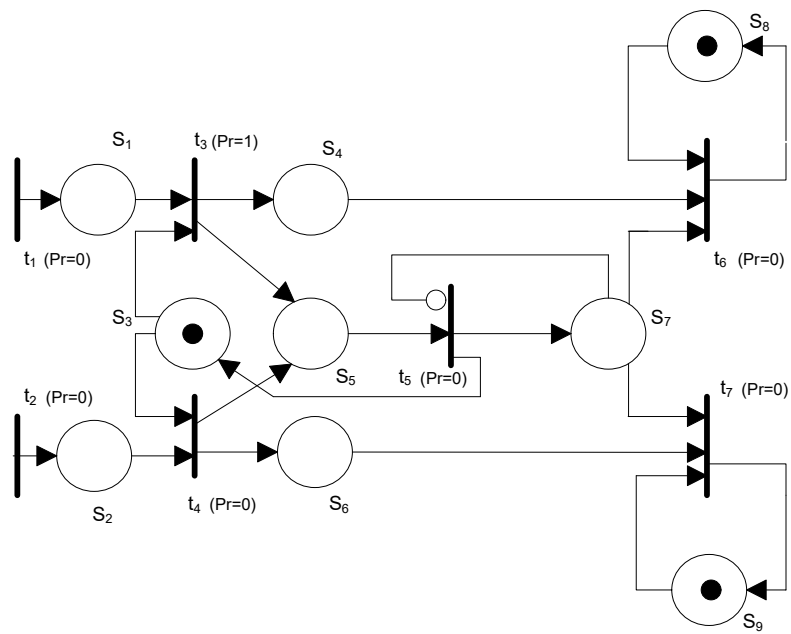


Рис. 6. Мережа Петрі з пріоритетами

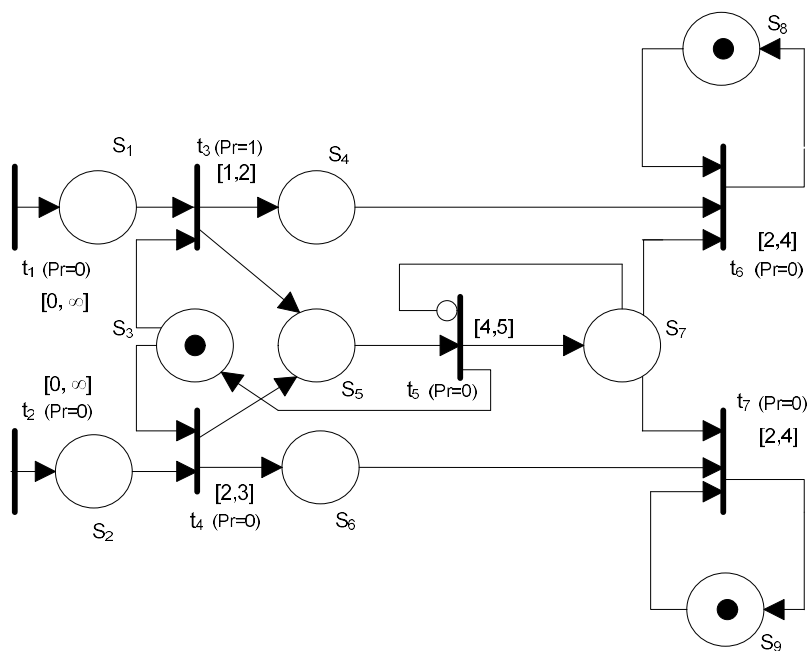


Рис. 7. Часова мережа Петрі з пріоритетами

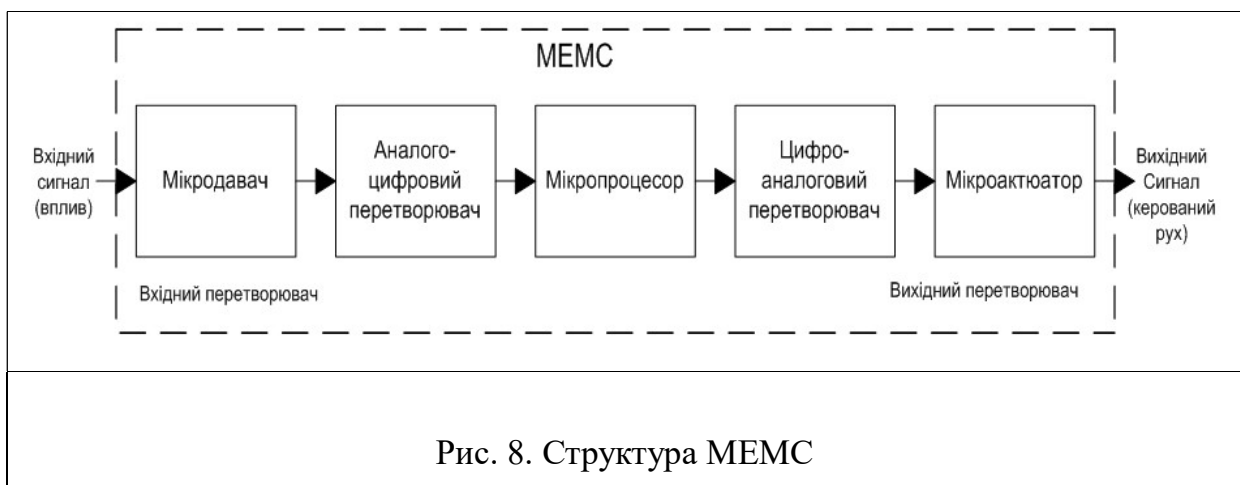
Для розширення можливостей моделювання запропоновано використовувати моделі на основі кольорових мереж Петрі, які передбачають врахування змінних різного типу та умов спрацювання переходів. Математична модель на основі кольорової мережі Петрі має наступний вигляд $N_{\text{colour}} = \{S, T, F, M_0, \text{Type}, \text{Type}_S, \text{Type}_F, \text{Condition}\}$, де Type - множина типів; Type_S - множина, яка відображає доступну множину типів у позиціях мережі; Type_F - множина типів маркерів, що збуджують перехід та типи маркерів, які будуть згенеровані переходом; Condition - множина умов збудження переходів.

Вдосконалено структурну модель на основі інгібіторних мереж Петрі, яка ґрунтується на простій мережі Петрі й описується за допомогою таких співвідношень:

$$N_{\text{petry}} = \{P, T, F, M_0\}, \quad (1)$$

де $P = \{P_1, P_2, \dots, P_g\}$ - множина позицій (станів); $T = \{t_1, t_2, \dots, t_v\}$ - множина переходів; $F = \{F_{in}, F_{out}, F_{not}\}$ - множина дуг, яка включає три підмножини; $F_{in} = \{F_{in,1}, F_{in,2}, \dots, F_{in,l}\}$ - вхідних; $F_{out} = \{F_{out,1}, F_{out,2}, \dots, F_{out,m}\}$ - вихідних; $F_{not} = \{F_{not,1}, F_{not,2}, \dots, F_{not,k}\}$ - інгібіторних дуг по відношенню до кожного переходу; M_0 - множина, яка задає початкове маркування мережі Петрі; g, v - кількість позицій та переходів; $l + m + k = n$ - сумарна кількість дуг.

Приклад структури MEMC та інгібіторна мережа Петрі наведені на рис.8 та рис.9.



Проведені дослідження показали, що модель на основі інгібіторних мереж Петрі дає змогу підвищити параметр економічності вдосконаленої моделі шляхом зменшення об'єму обчислень на 10 – 15%.

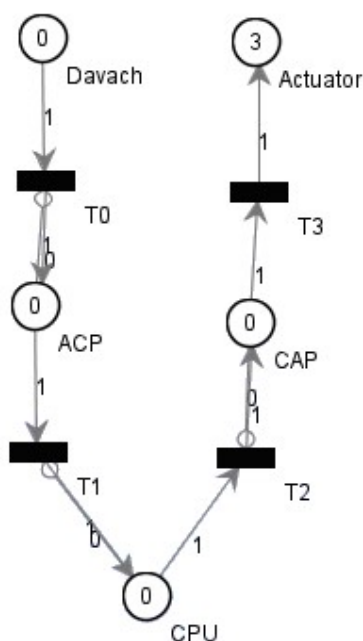


Рис. 9. Приклад інгібіторної мережі Петрі

Модель, яка ґрунтується на теорії стохастичних мереж Петрі, що є розширенням простих мереж, і запишемо її з використанням наступного виразу:

$$N_{petry_stochastic} = \{P, T, F, M_0, Sto\}, \quad (2)$$

де $Sto = \{St_1, Sto_2, \dots, Sto_v\}$ – множина ймовірностей спрацювання переходів; St_i – значення ймовірності спрацювання першого переходу; F – множина дуг, яка включає дві підмножини вхідних і вихідних дуг (на відміну від інгібіторних мереж Петрі) по відношенню до кожного переходу.

Така модель дає можливість визначити вихідні параметри мікроелектромеханічних систем та динаміку роботи системи з врахуванням стохастичної природи параметрів елементів структури інтегральних мікросистем.

Особливістю стохастичних мереж Петрі є те, що в процесі їх роботи необхідно використовувати генератор випадкових чисел. Стандартні програми

генераторів типу rand та інші не задовольняють поставленим до них вимогам. Тому, необхідно розробляти принципово нові генератори рівномірного закону розподілу випадкової величини (ГРЗРВВ) чи модифікувати існуючі.

Модель, яка описана виразом (2) може бути вдосконалена шляхом введення параметра пріоритету спрацювання переходу. Таку модель опишемо використовуючи наступні вирази:

$$N_{petry_stochastic_prior} = \{P, T, F, M_0, Sto, PR\}, \quad (3)$$

де $PR = \{Pr_1, Pr_2, \dots, Pr_v\}$ – множина пріоритетів переходів; Pr_l – значення пріоритету переходу.

Така модель стохастичної мережі Петрі з пріоритетами дає користувачу засіб встановлення пріоритетності виконання процесів в мережі.

Модель (3) дає змогу врахувати часові параметри. Для цього в модель (3) введемо підмножину, яка включає інформацію про мінімально і максимально можливий час виконання того чи іншого процесу. Тоді модель для врахування часових параметрів буде такою:

$$N_{petry_stochastic_prior_time} = \{P, T, F, M_0, Sto, PR, Time\}, \quad (4)$$

де $Time = \{Time_1, Time_2, \dots, Time_v\}$ – множина часових параметрів переходів; $Time_1 = \{Time_1_{min}, Time_1_{max}\}$ – підмножина часових параметрів переходу, яка включає два елементи мінімальний і максимальний час виконання першої операції.

Моделі на основі мереж Петрі використані для аналізу динаміки роботи технічного пристрою, що проводиться на підставі побудованого графа досяжності в автоматизованому режимі.

В загальному випадку граф досяжності призначений для відображення можливих станів системи і переходів між цими станами. Відповідно інформаційна модель графа досяжності представлена в такому виді: $G_{досяжності} = (S, L)$, де S – множина станів системи; L – множина зв'язків (ребер) між станами системи (елементів).

Припустивши, що кількість станів системи є кінцеве число і рівне n , то $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, де S_i – i -ий стан системи.

Процес дослідження моделей на основі мереж Петрі ґрунтується на дослідженні таких властивостей, як обмеженість, безпечність, збереженість, досяжність та живучість.

Обмеженість (чи К-обмеженість) має місце, якщо число міток в будь-якій позиції мережі не може перебільшити значення K . При проектуванні автоматизованих систем визначення K дає можливість обґрунтовано вибирати ємності накопичувачів, тощо. Наприклад, можливість необмеженого росту числа міток свідчить про небезпеку необмеженого росту довжини черг.

Безпечність — частковий випадок обмеженості, а саме це 1-обмеженість. Якщо для деякої позиції встановлено, що вона безпечна, то її можна представляти одним тригером.

Збереженість характеризується постійністю завантаження ресурсів, тобто

$$\sum A_i N_i = \text{const}$$

де N_i — число маркерів в i -й позиції, A_i — ваговий коефіцієнт.

Досяжність $M_k \rightarrow M_j$ характеризується можливістю досягнення маркування M_j з стану мережі, який характеризується маркуванням M_k .

Живучість мережі Петрі визначається можливістю спрацювання будь-якого переходу при функціонуванні моделюючого об'єкта. Відсутність живучості означає або про надлишок апаратури в проектованій системі, або свідчить про можливість виникнення зациклень, тупиків, блокувань.

В основі досліджень перерахованих властивостей мереж Петрі лежить аналіз досяжності. Один з методів аналізу досяжності будь-якого маркування з стану M_0 — побудова *графу досяжності*. Початкова вершина графу відображає маркування (стан) M_0 , а інші вершини відповідним маркуванням. Дуга з M_i в M_j означає подію $M_i \rightarrow M_j$ і відповідає спрацюванню переходу t . В складних мережах граф може містити надто велике число вершин і дуг. Однак при побудові графу можна не відображати всі вершини, так як багато з них є дублями (дійсно, від маркування M_k завжди породжується один і той же підграф поза залежністю від того, з якого стану система прийшла в M_k). Тупики виявляються за відсутністю дозволених переходів з будь-якої вершини,

тобто за наявності гілок (листіків) — термінальних вершин. Необмежений ріст числа маркерів в якійсь позиції свідчить про порушення обмеження.

Наведемо приклади аналізу досяжності. Мережа Петрі і граф досяжності розміток представлені на рис. 10. На рисунку вершини графа зображені в вигляді маркувань, дуги відзначені спрацьовуючими переходами. Мережа є необмеженою і живою, так як мітки можуть накопичуватися в позиції p_5 , спрацьовують усі переходи, а тупики відсутні.

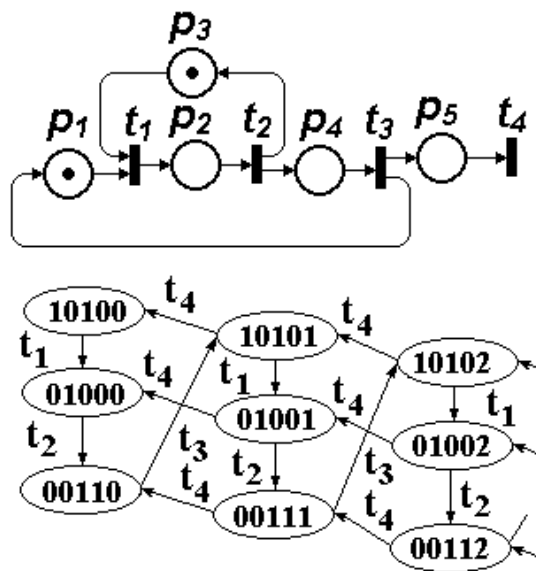


Рис.10 Мережа Петрі та її граф досяжності

Мережа Петрі та граф досяжності розміток представлені на рис. 11. Мережа, моделююча двохпроцесорну обчислювальну систему з загальної пам'яттю, є безпечною, живою, всі розмітки досяжні.

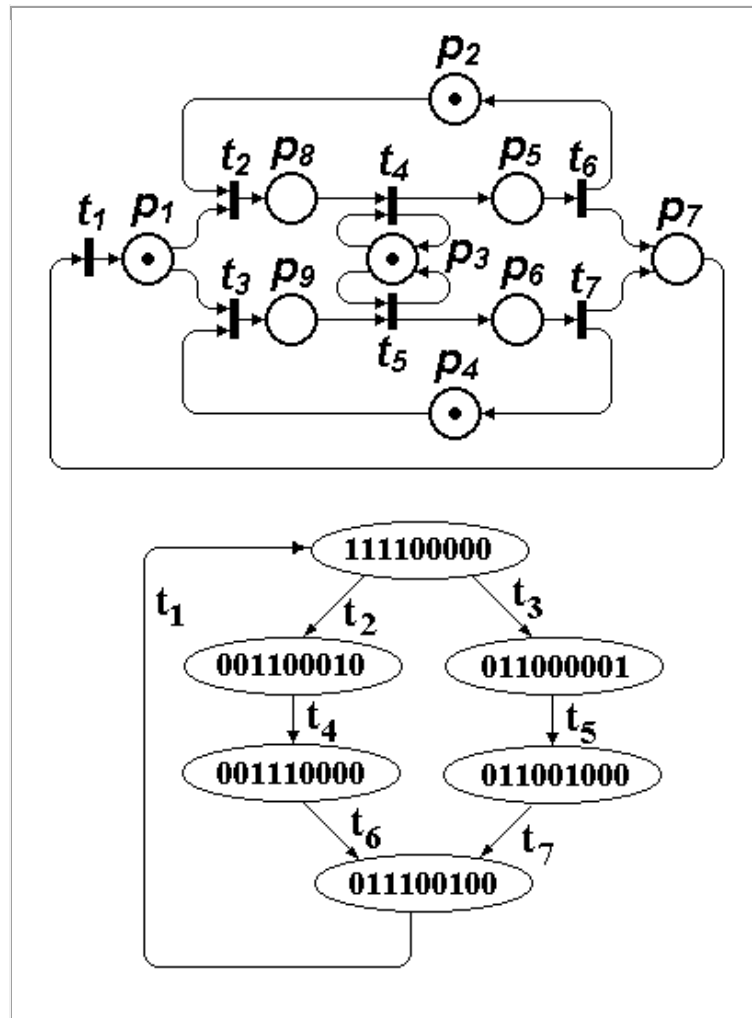


Рис. 11. Мережа Петрі та її граф досяжності для прикладу 2

2. Опис програми PetriNet

Файл програми: PetriNet.exe або на навчальних ПК. Програма має такі можливості: побудова сітки Петрі на екрані за допомогою миші, редагування сітки, створення й перегляд сітки Петрі (рис. 12).

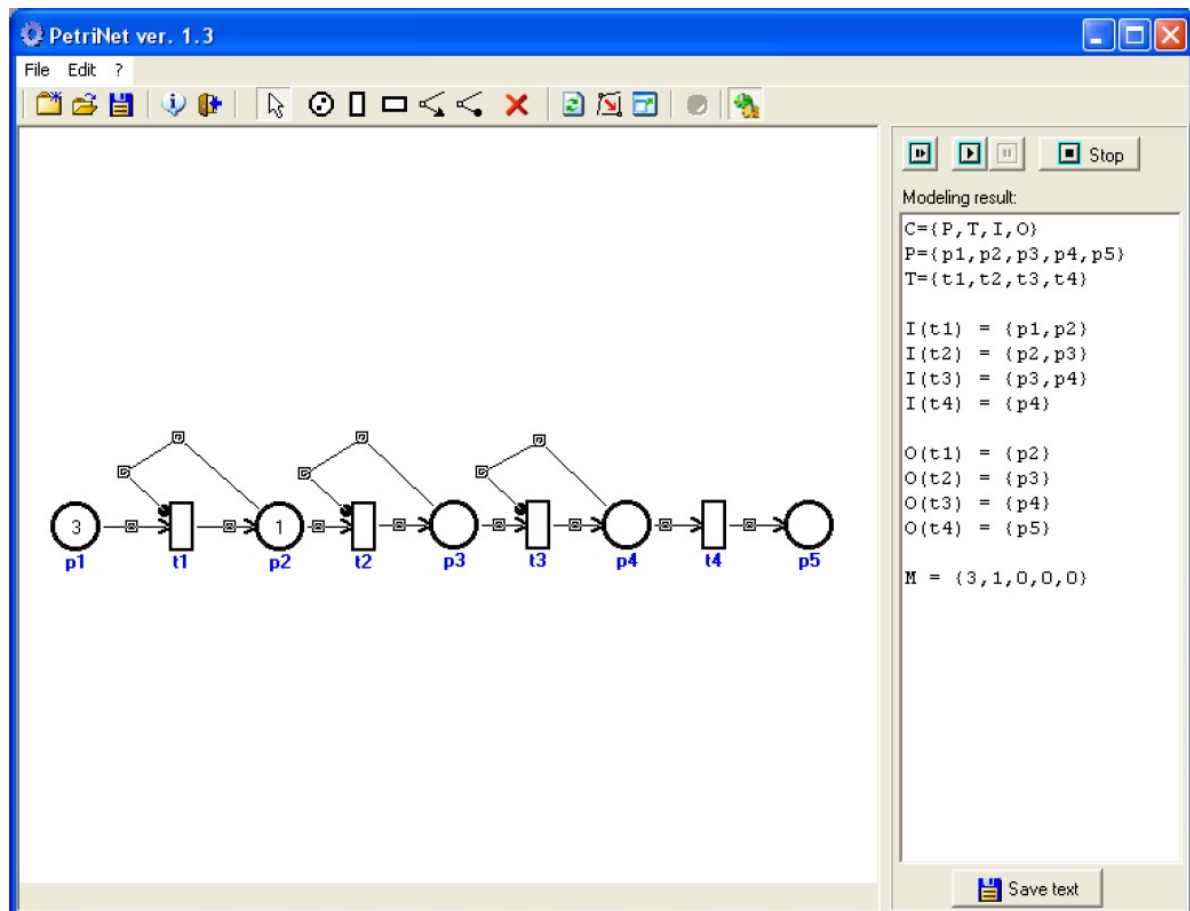


Рис. 12 - Головне вікно програми PetriNet

На панелі інструментів програми є набір кнопок, згрупованих за функціональними ознаками. Призначення груп кнопок наведені нижче один за одним, зліва направо: 1) кнопки роботи з диском:



- *Створити нову модель* – очищає поле для рисування або синтезу нової сітки;



- *Відкрити* – завантаження сітки Петрі, заздалегідь збереженої на диску.

При натисканні кнопки на екран виводиться діалог відкриття файла;



- *Зберегти* – збереження поточної сітки у файл. Якщо сітка раніше не зберігалася в окремому файлі, то буде запитане ім'я нового файла;



2) кнопки редагування сітки:





- *Вибір об'єкта* – дозволяє вибрати який-небудь вузол сітки (позицію або перехід). Може бути використана для перетаскування позицій або переходів по полю з метою кращого розташування;




- *Позиція* – при натиснутій кнопці наступний натиск лівою кнопкою миші на поле породить нову позицію. При натисканні правою кнопкою на позиції відкривається вікно, у якому потрібно задати кількість маркерів для обраної позиції;


- *Переходи* (вертикальні  й горизонтальні ) – аналогічно попередній, але натискання породжує новий перехід, розміщений відповідно;


- *Дуги* (спрямовані  та інгібіторні ) – у даному режимі здійснюється з'єднання позицій і переходів. Для того, щоб з'єднати два об'єкти між собою, необхідно

спочатку вказати об'єкт, із якого почнеться з'єднання, клацнувши на ньому лівою кнопкою миші. Лінія може бути ламаною. Установлення вузла лінії здійснюється натисканням лівої кнопки миші на робочому полі. Для завершення з'єднання необхідно, так само як і спочатку, клацнути лівою кнопкою миші над одним з об'єктів. При цьому варто врахувати, що з'єднання можна встановити тільки між протилежними об'єктами – позицією й переходом. Для зміни типу дуги або установлення необхідної кількості дуг необхідно натиснути правою кнопкою миші над дугою. У вікні, що з'явилося, потрібно задати параметри дуги;

-  - видалення якого-небудь вузла (вузлів) сітки. При видаленні вузла разом з ним видаляються й усі дуги, що з ним пов'язані;

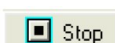
3) кнопки запуску процесу моделювання:

-  - при натиснутій кнопці відкривається вікно запуску моделі:

-  - покрокове виконання моделі;

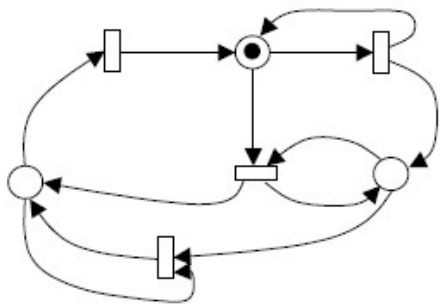
-  - запуск виконання моделі;

-  - пауза;

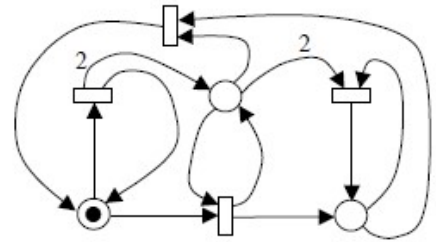
-  - зупинка моделювання й закриття вікна запуску моделювання.

3. Варіанти завдань

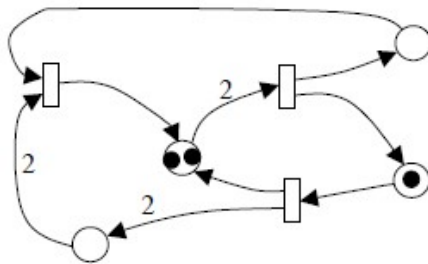
1



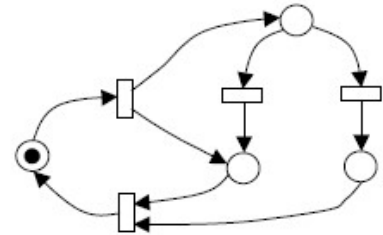
2



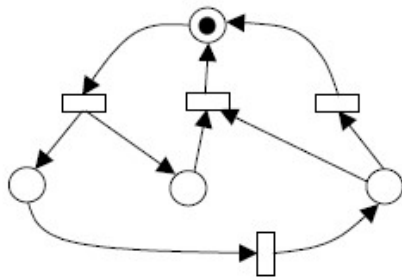
3



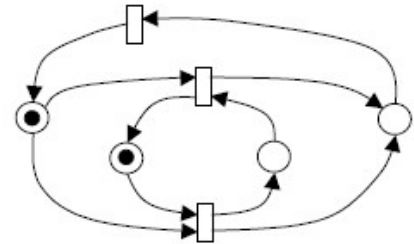
4



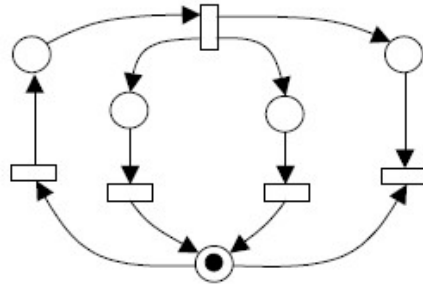
5



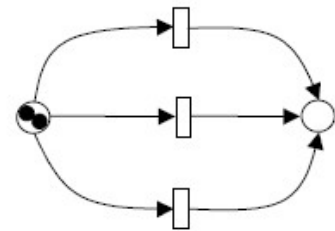
6



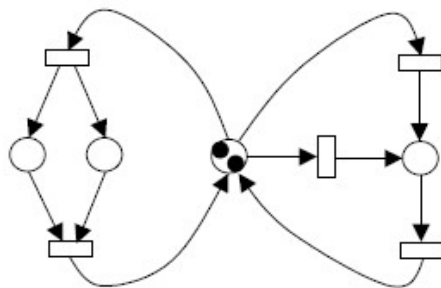
7



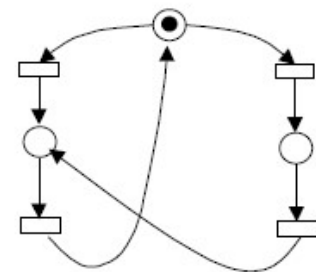
8



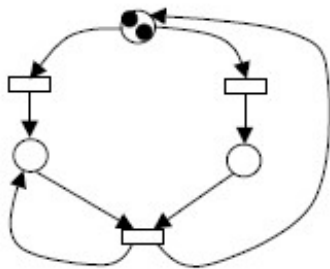
9



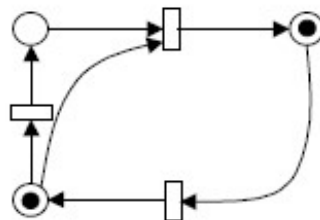
10



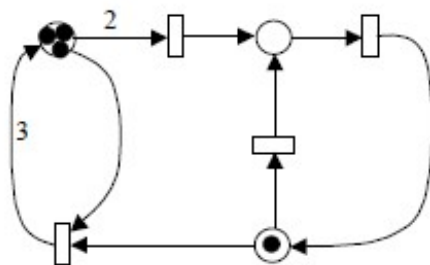
11



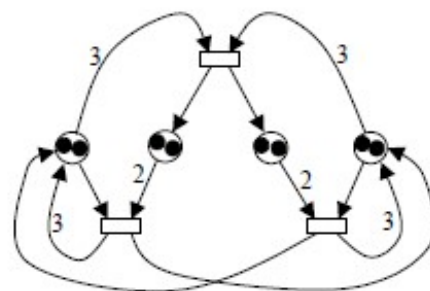
12



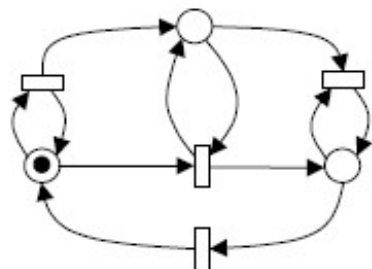
13



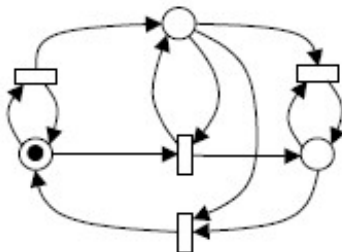
14



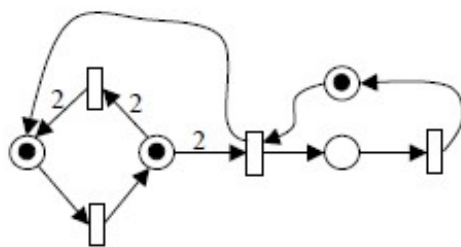
15



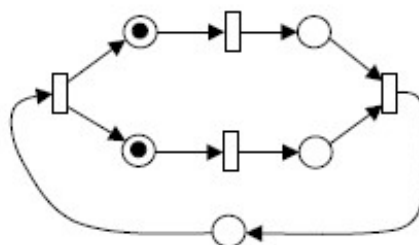
16



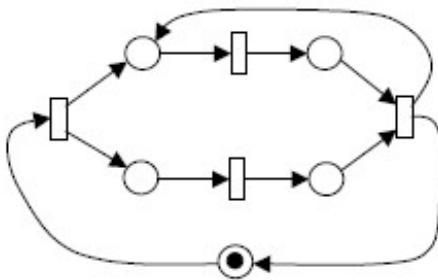
17



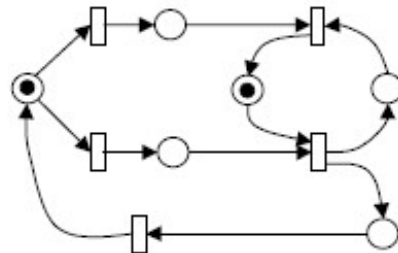
18



19



20



4. Контрольні запитання

1. Що таке мережа Петрі? На якому рівні автоматизованого проектування використовуються моделі на основі мереж Петрі?
2. Які види мереж Петрі Ви знаєте?
3. Які особливості функціонування простої мережі Петрі?
4. Які особливості функціонування стохастичної мережі Петрі?
5. Які особливості функціонування часової мережі Петрі ?
6. Які особливості функціонування кольорової мережі Петрі?
7. Які особливості функціонування мережі Петрі з пріоритетами?
8. Що таке стан системи? Що таке граф досяжності?
9. Які основні вихідні параметри аналізу мереж Петрі Ви заєте?
10. Що Ви розумієте під маркуванням мережі Петрі?
11. Що Ви розумієте під наступними властивостями МП: обмеженість, безпечність, збереженість, досяжність та живучість?
12. Які вихідні параметри об'єкта проектування на системному рівні дають змогу визначити моделі на основі мереж Петрі?
13. Які розширення мереж Петрі Ви знаєте?

5. Порядок виконання роботи:

1. Вивчення теорії та прикладів.
2. Дати короткі відповіді на контрольні запитання у пункті 4.
3. Вибрати індивідуальне завдання із пункту 3 за порядковим номером у списку підгрупи.
4. За допомогою програмного засобу *PetriNet* здійснити імітацію динаміки роботи мережі Петрі, згідно свого варіанту завдання.
5. Побудувати граф досяжності мережі Петрі та провести аналіз її динаміки для встановлення основних властивостей: обмеженість, безпечність, збереженість, живучість та досяжність;
6. Сформулювати основні висновки з отриманих результатів.
7. Оформити звіт за результатами виконання лабораторної роботи.