

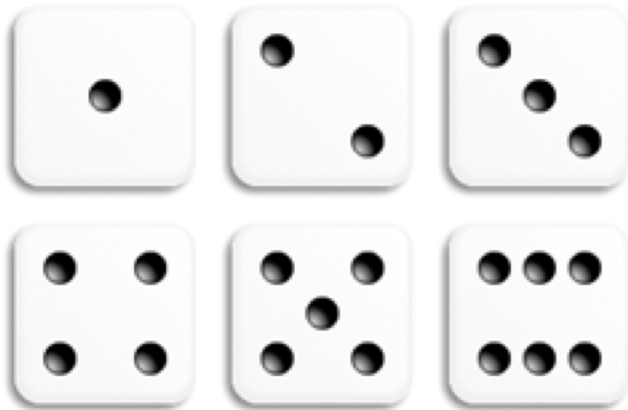


Теория вероятности-5 (Probability)

Fundamental of Machine Learning

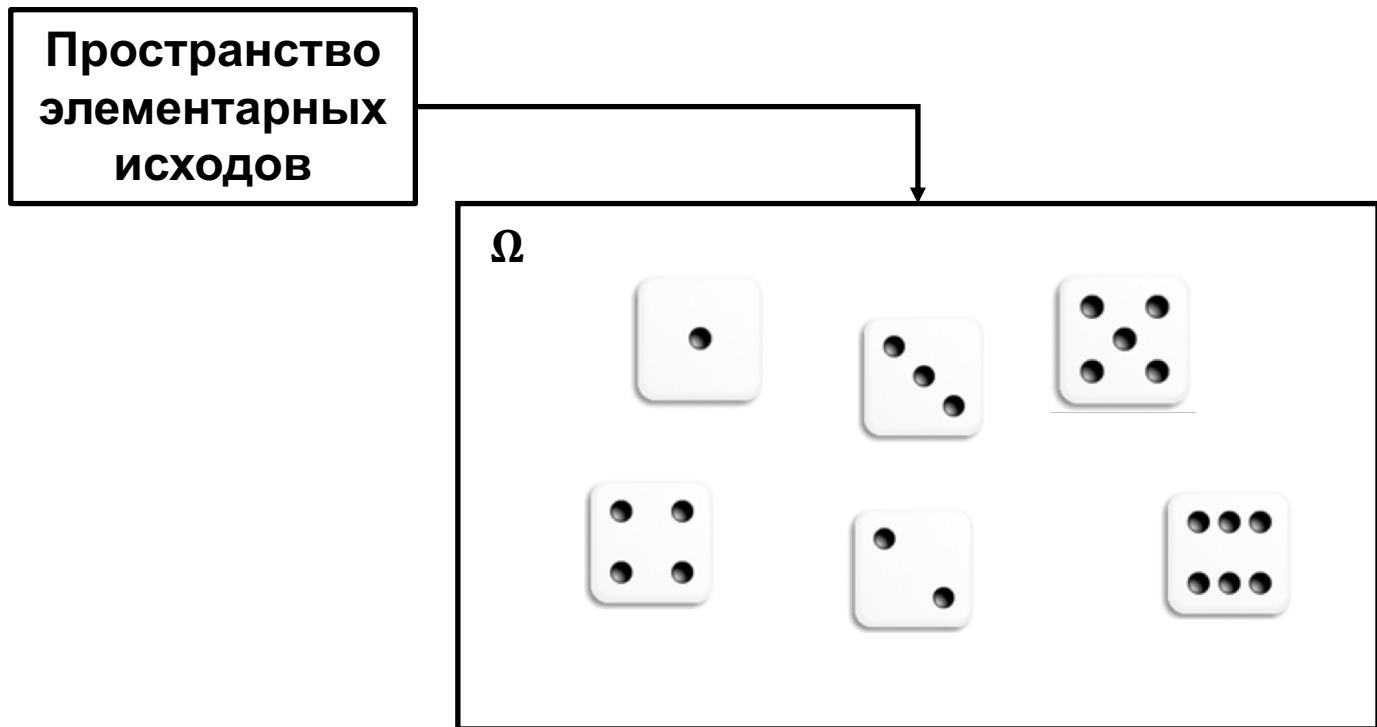
Теория вероятности-5

- **Вопрос I:** Какова вероятность получить нечетное число после броска одного кубика?



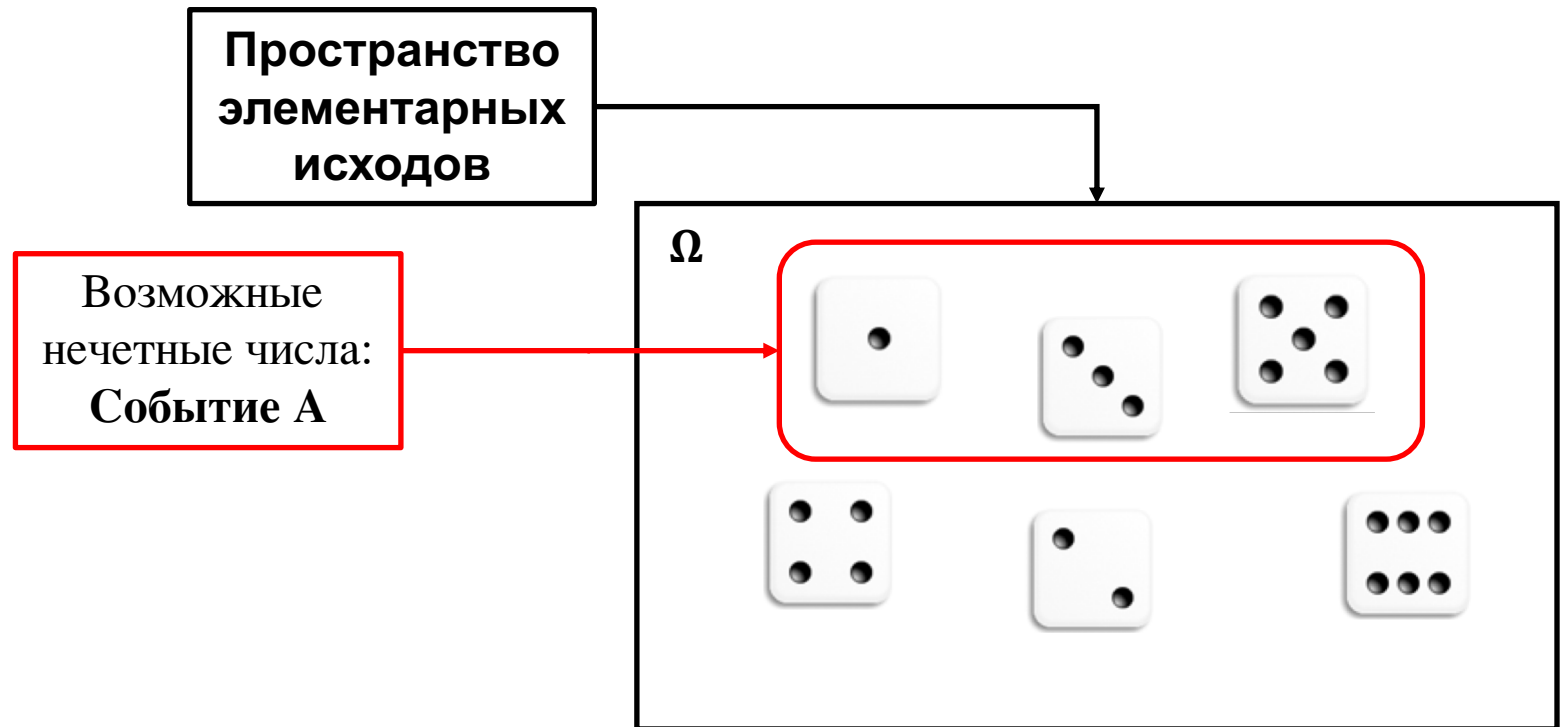
Теория вероятности-5

- **Вопрос I:** Какова вероятность получить нечетное число после броска одного кубика?



Теория вероятности-5

- **Вопрос I:** Какова вероятность получить нечетное число после броска одного кубика?



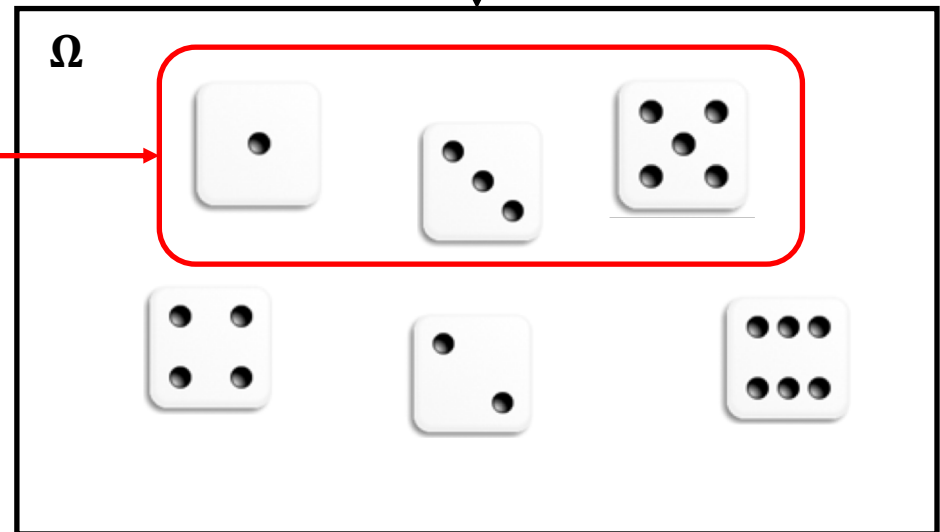
Теория вероятности-5

- **Вопрос I:** Какова вероятность получить нечетное число после броска одного кубика?

Пространство
элементарных
исходов

Возможные
нечетные числа:
Событие A

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{3}{6} = 0.5$$



Теория вероятности-5

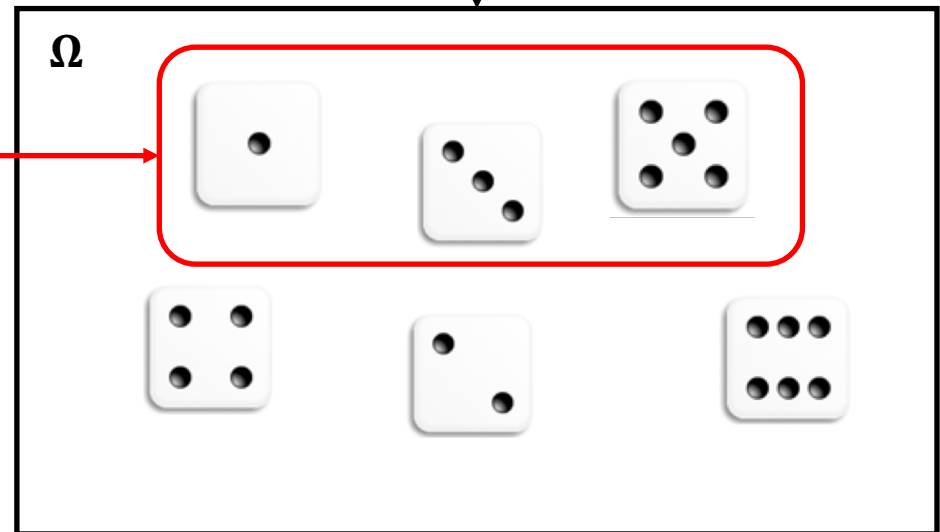
- **Вопрос I:** Какова вероятность получить нечетное число после броска одного кубика?

Пространство
элементарных
исходов

Возможные
нечетные числа:
Событие A

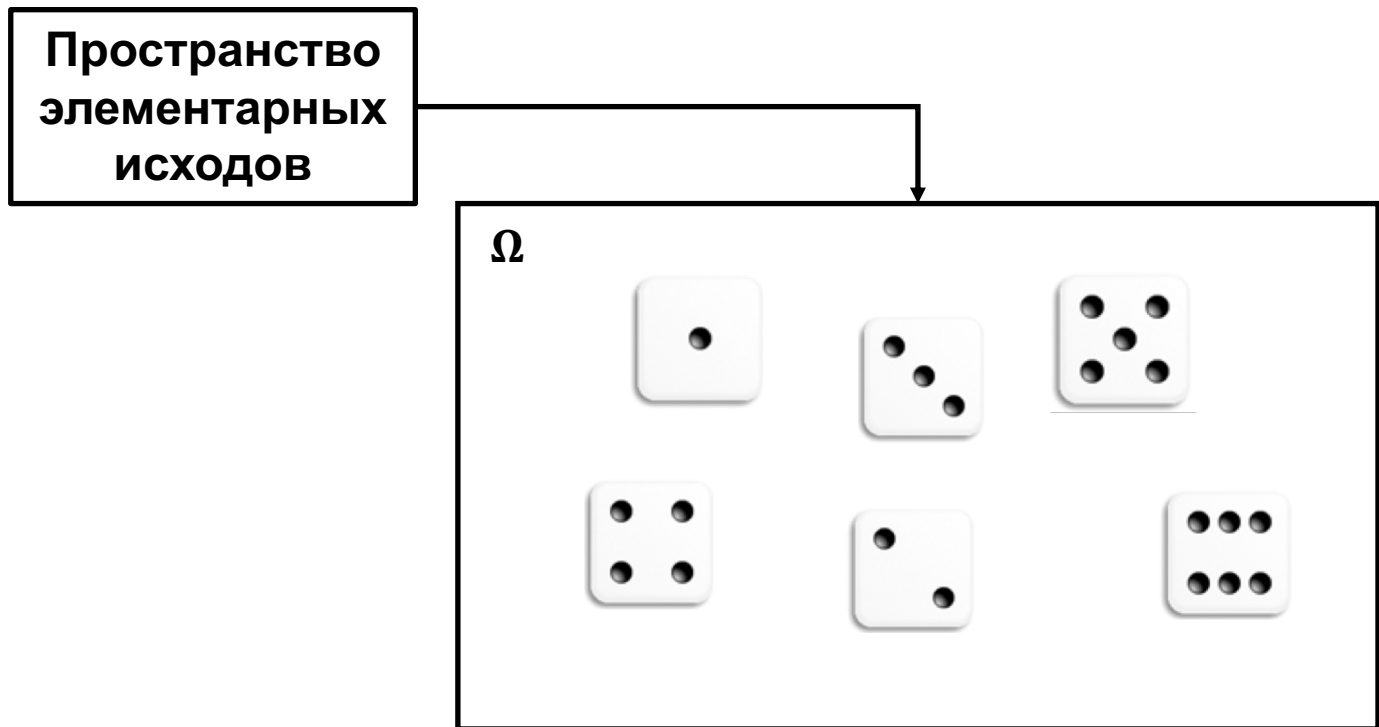
$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{3}{6} = 0.5$$

$\text{card}(A)$: кардинальное
число множества
(cardinal of set A)



Теория вероятности-5

- **Вопрос II:** Какова вероятность получить число > 3 после броска одного кубика?



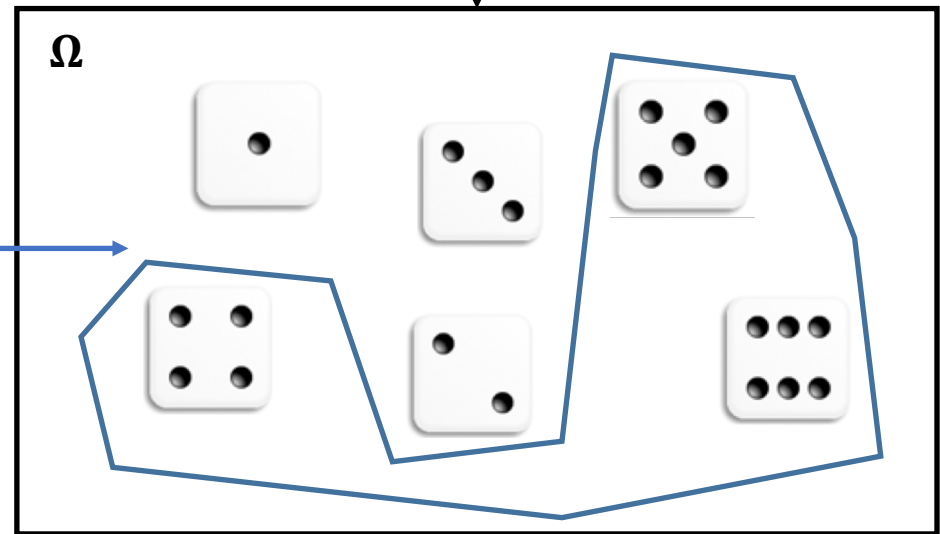
Теория вероятности-5

- **Вопрос II:** Какова вероятность получить число > 3 после броска одного кубика?

Пространство
элементарных
исходов

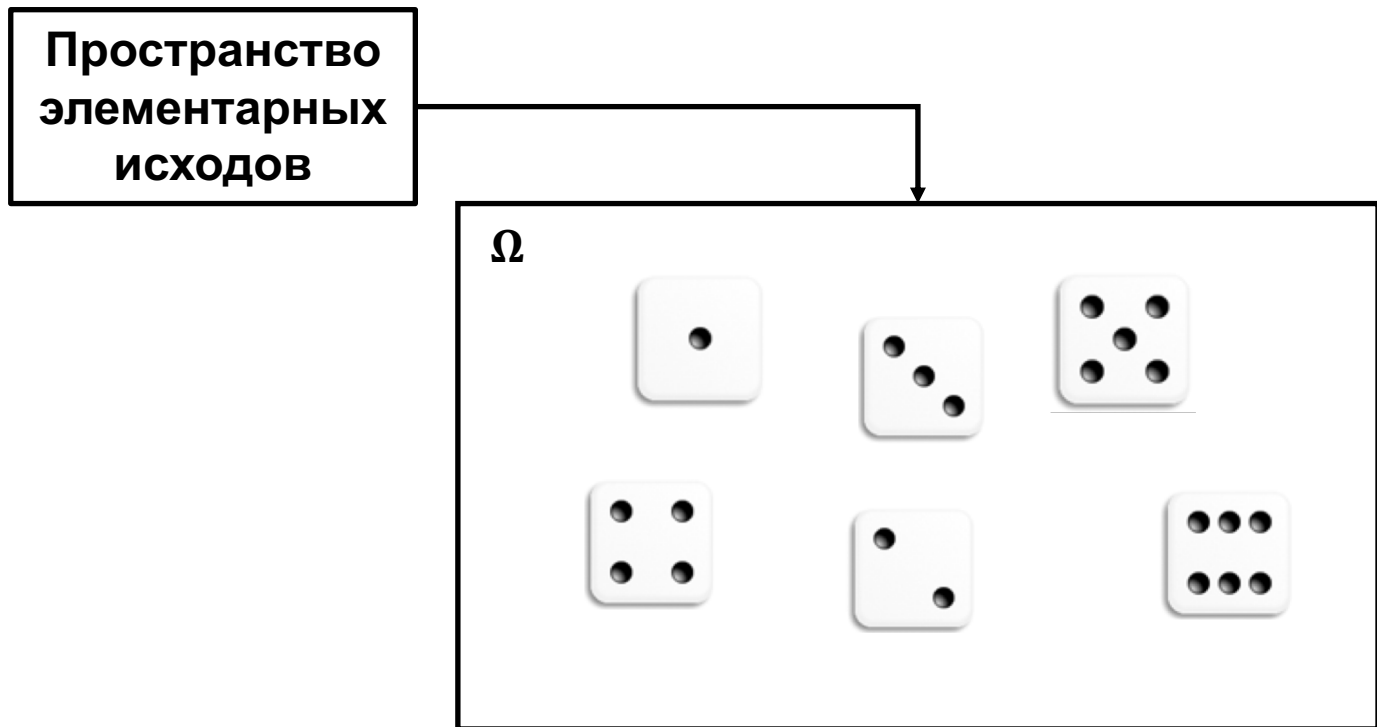
Возможные
числа > 3 :
Событие В

$$P(B) = \frac{\text{card}(B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{3}{6} = 0.5$$



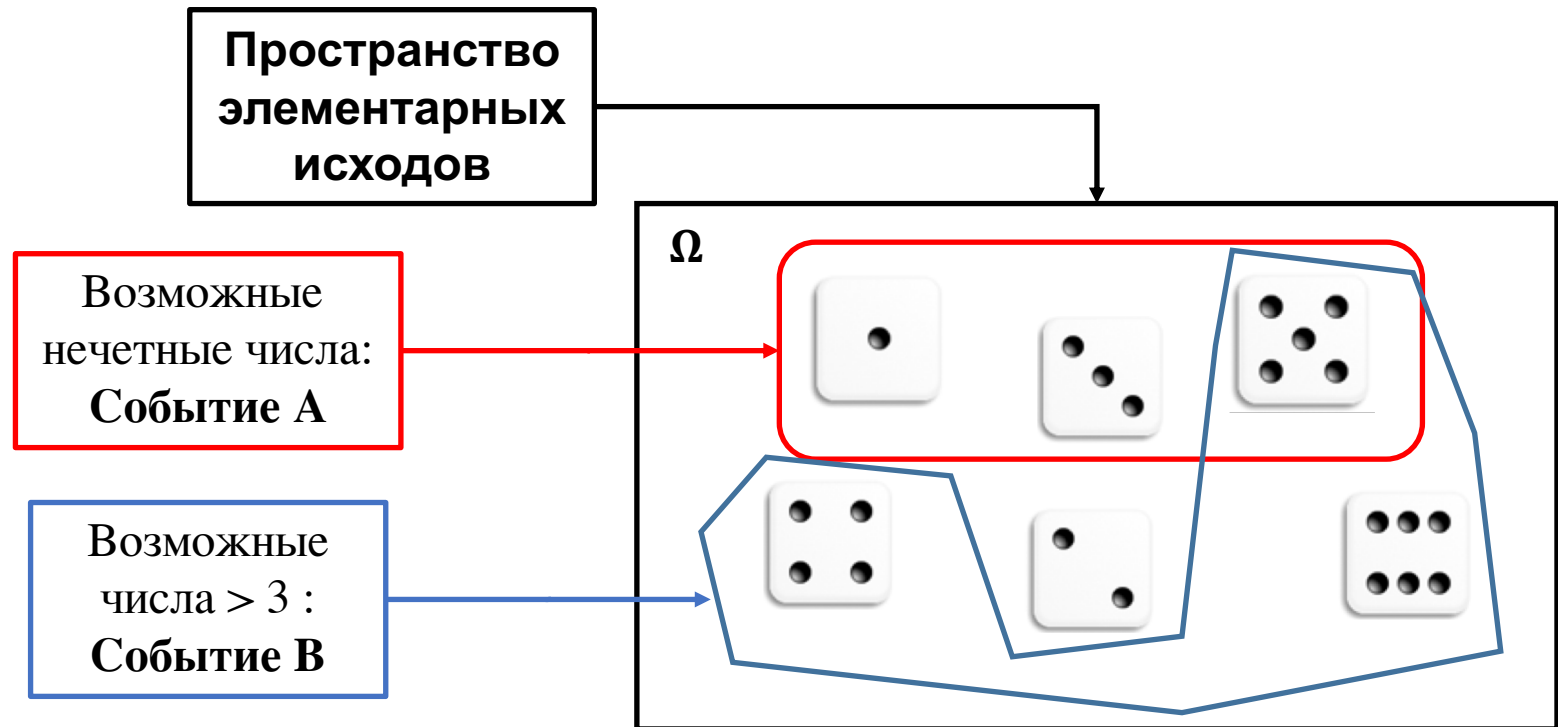
Теория вероятности-5

- **Вопрос III:** Какова вероятность получить нечетное число **или** число > 3 после броска одного кубика?



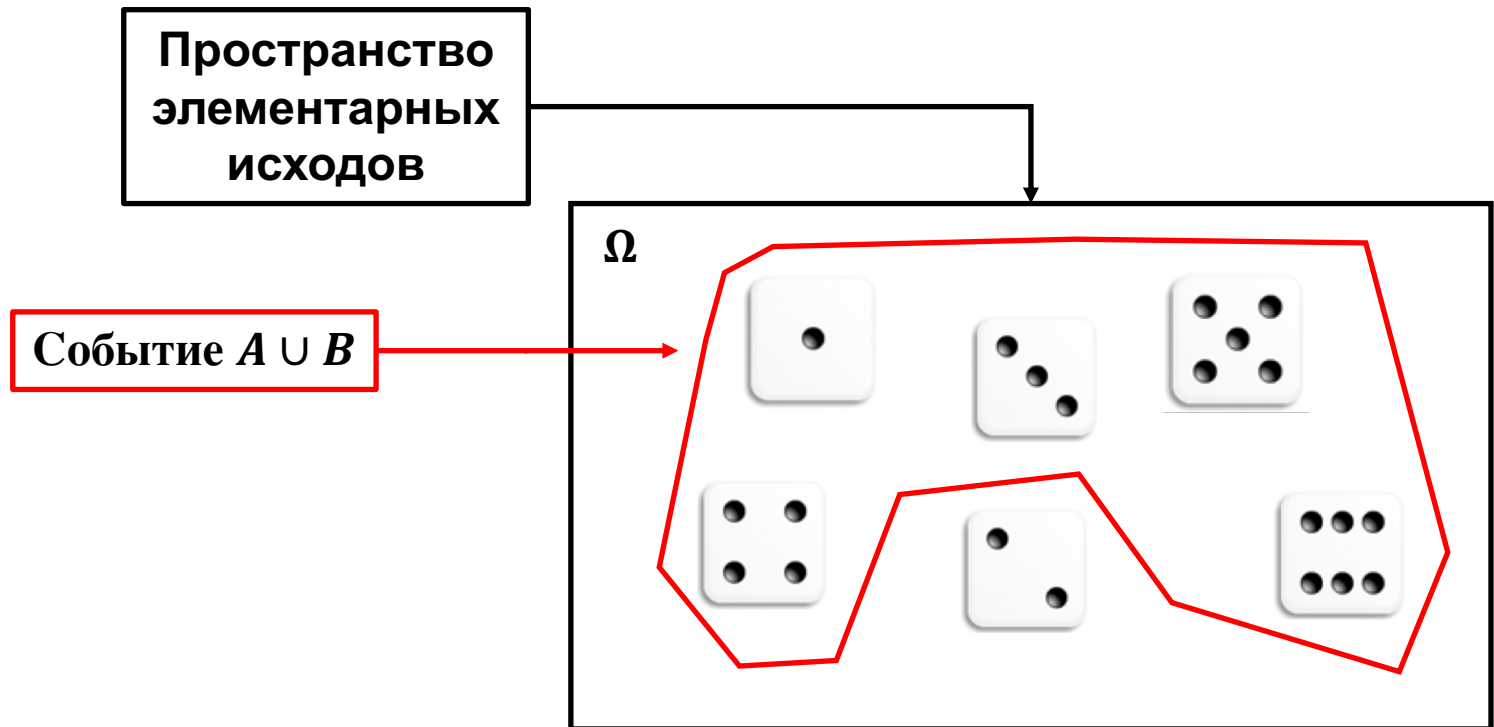
Теория вероятности-5

- **Вопрос III:** Какова вероятность получить нечетное число **или** число > 3 после броска одного кубика?



Теория вероятности-5

- **Вопрос III:** Какова вероятность получить нечетное число **или** число > 3 после броска одного кубика?

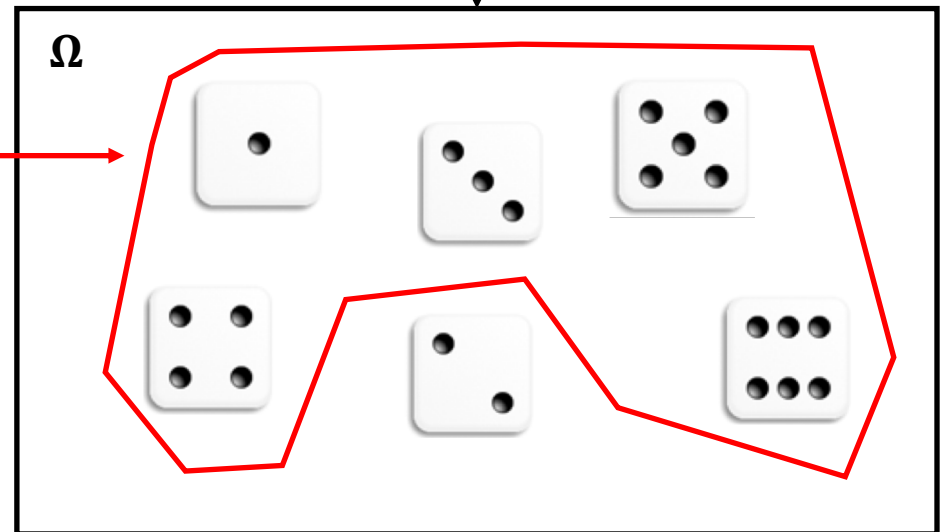


Теория вероятности-5

- **Вопрос III:** Какова вероятность получить нечетное число **или** число > 3 после броска одного кубика?

Пространство
элементарных
исходов

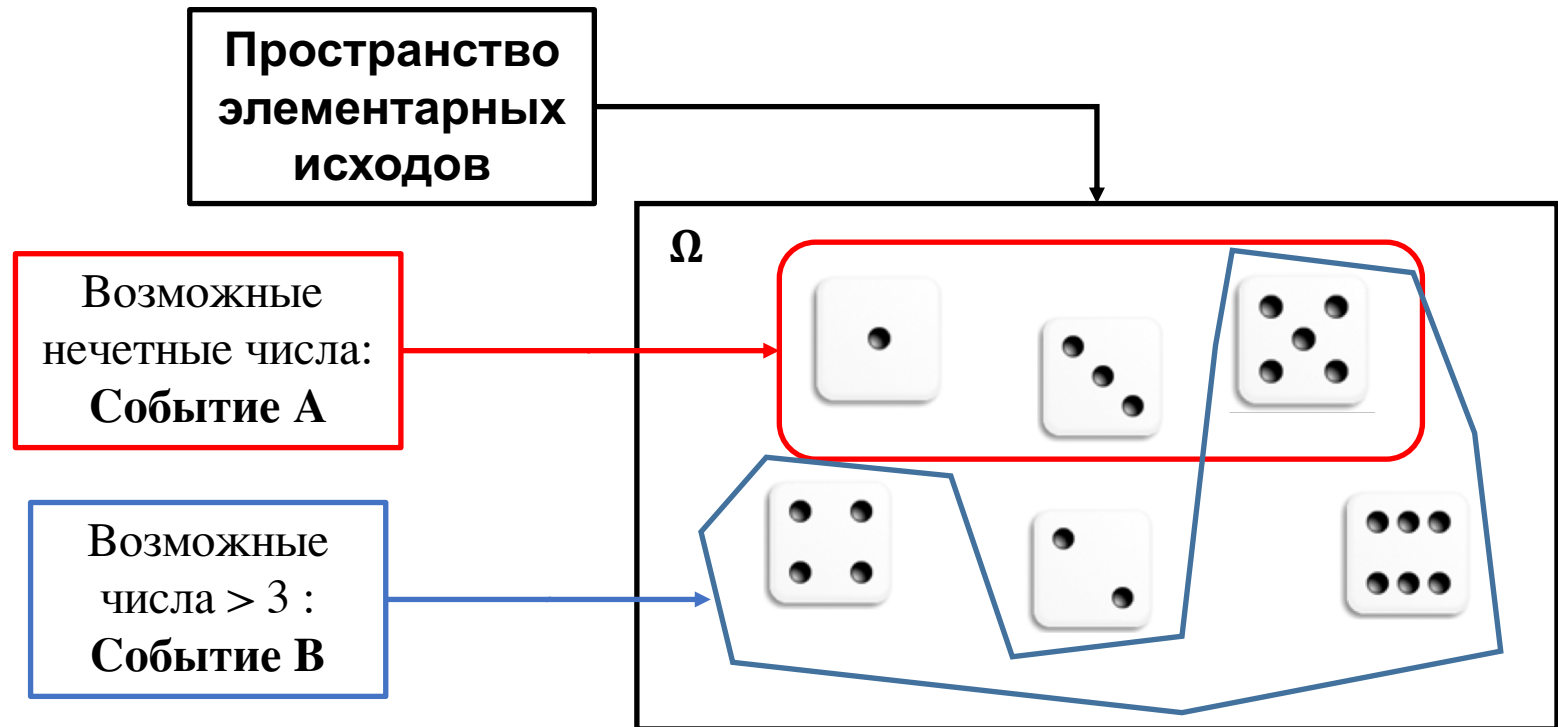
Событие $A \cup B$



$$P(A \cup B) = \frac{\text{card}(A \cup B)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{5}{6}$$

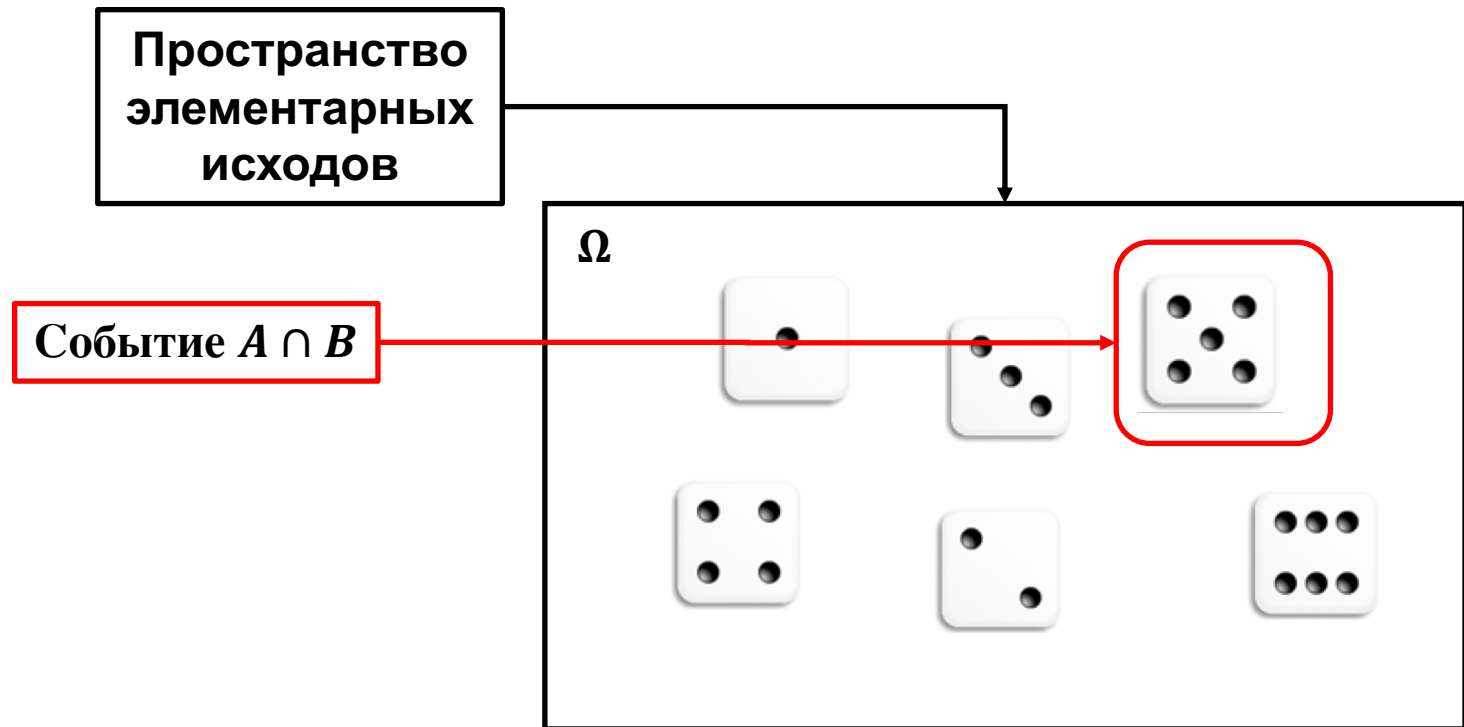
Теория вероятности-5

- **Вопрос IV:** Какова вероятность получить нечетное число **и** число > 3 после броска одного кубика?



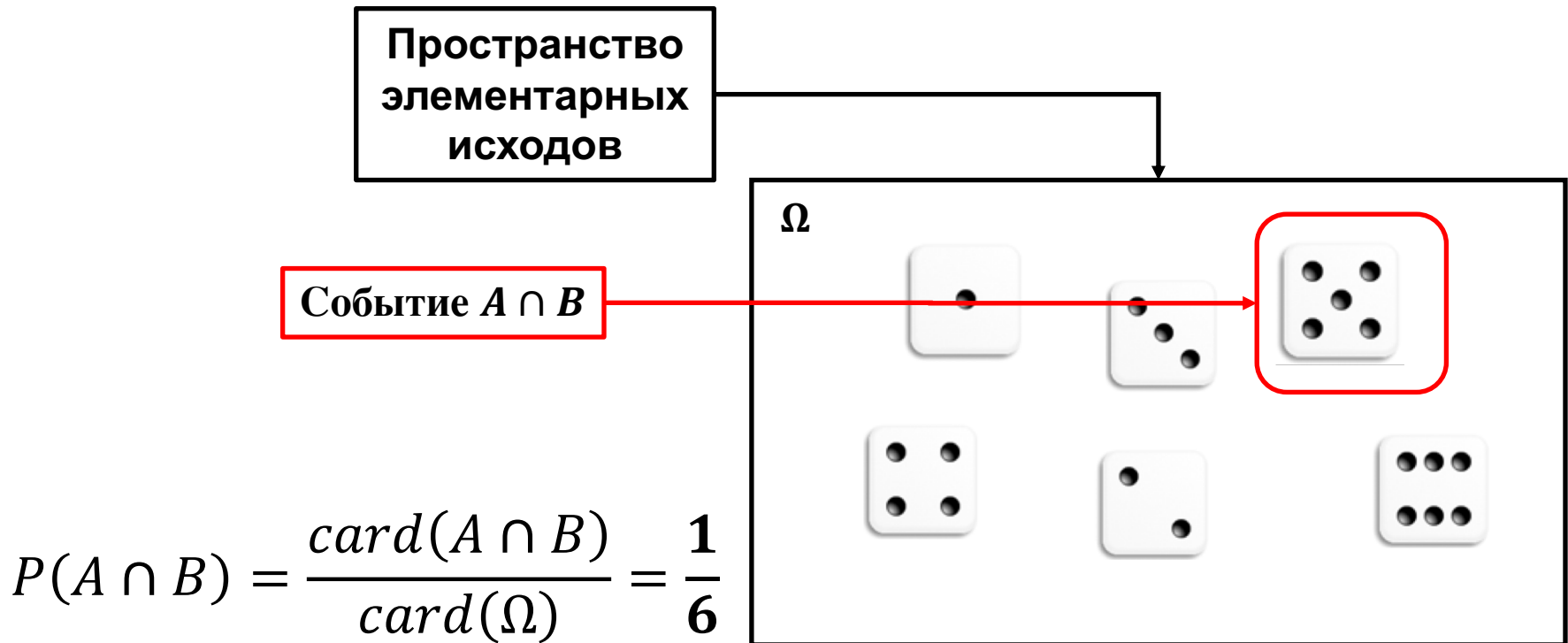
Теория вероятности-5

- **Вопрос IV:** Какова вероятность получить нечетное число **и** число > 3 после броска одного кубика?



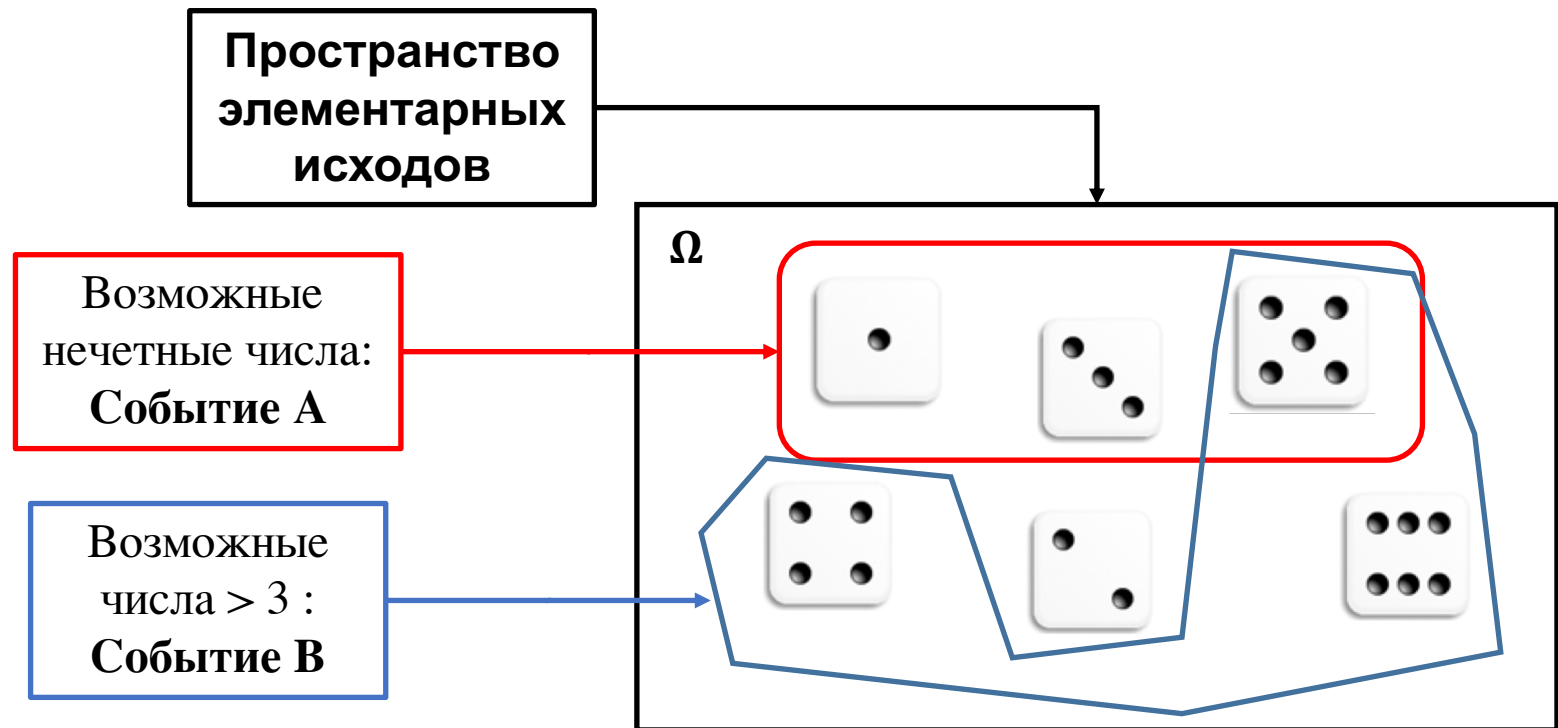
Теория вероятности-5

- **Вопрос IV:** Какова вероятность получить нечетное число **и** число > 3 после броска одного кубика?



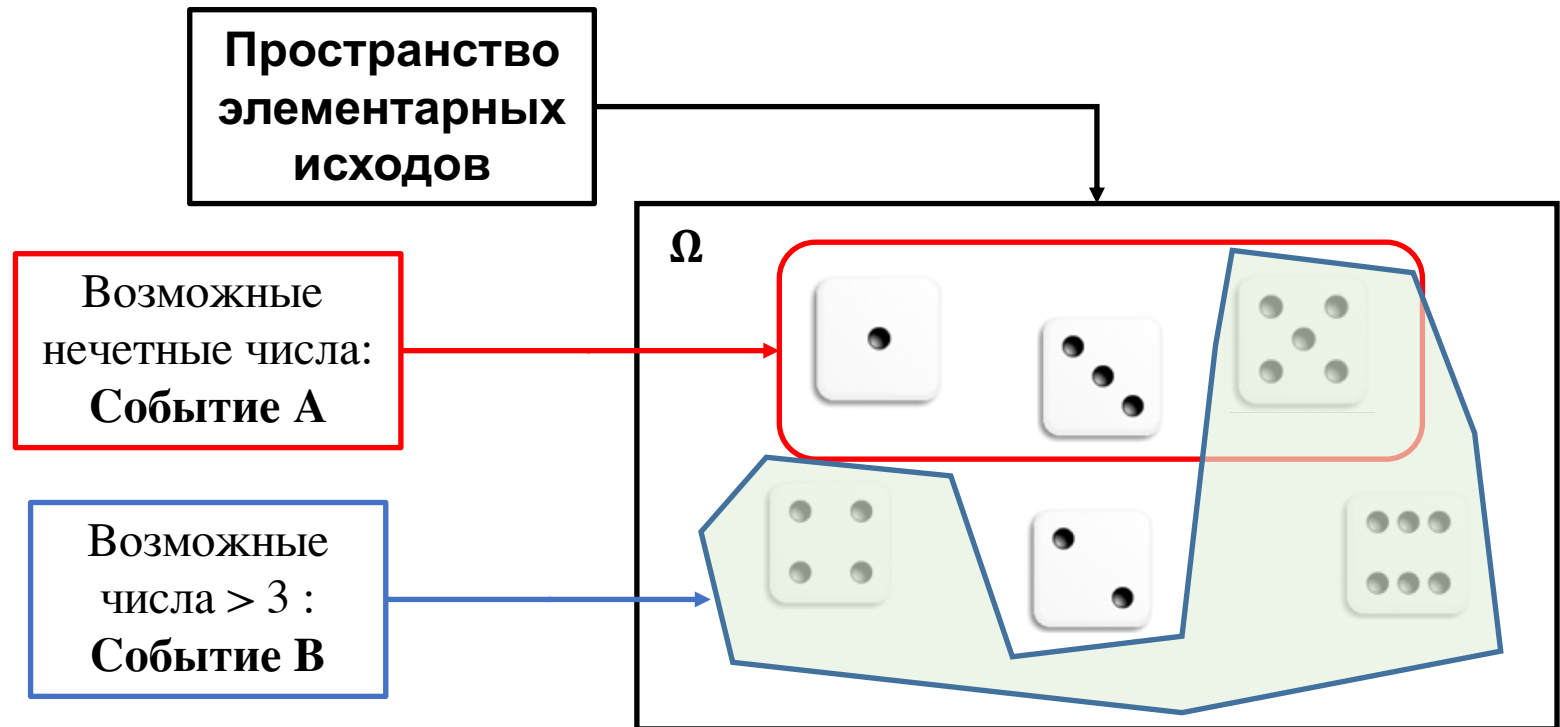
Теория вероятности-5

- **Вопрос V:** Предположим, произошло событие B , какова вероятность события A ?



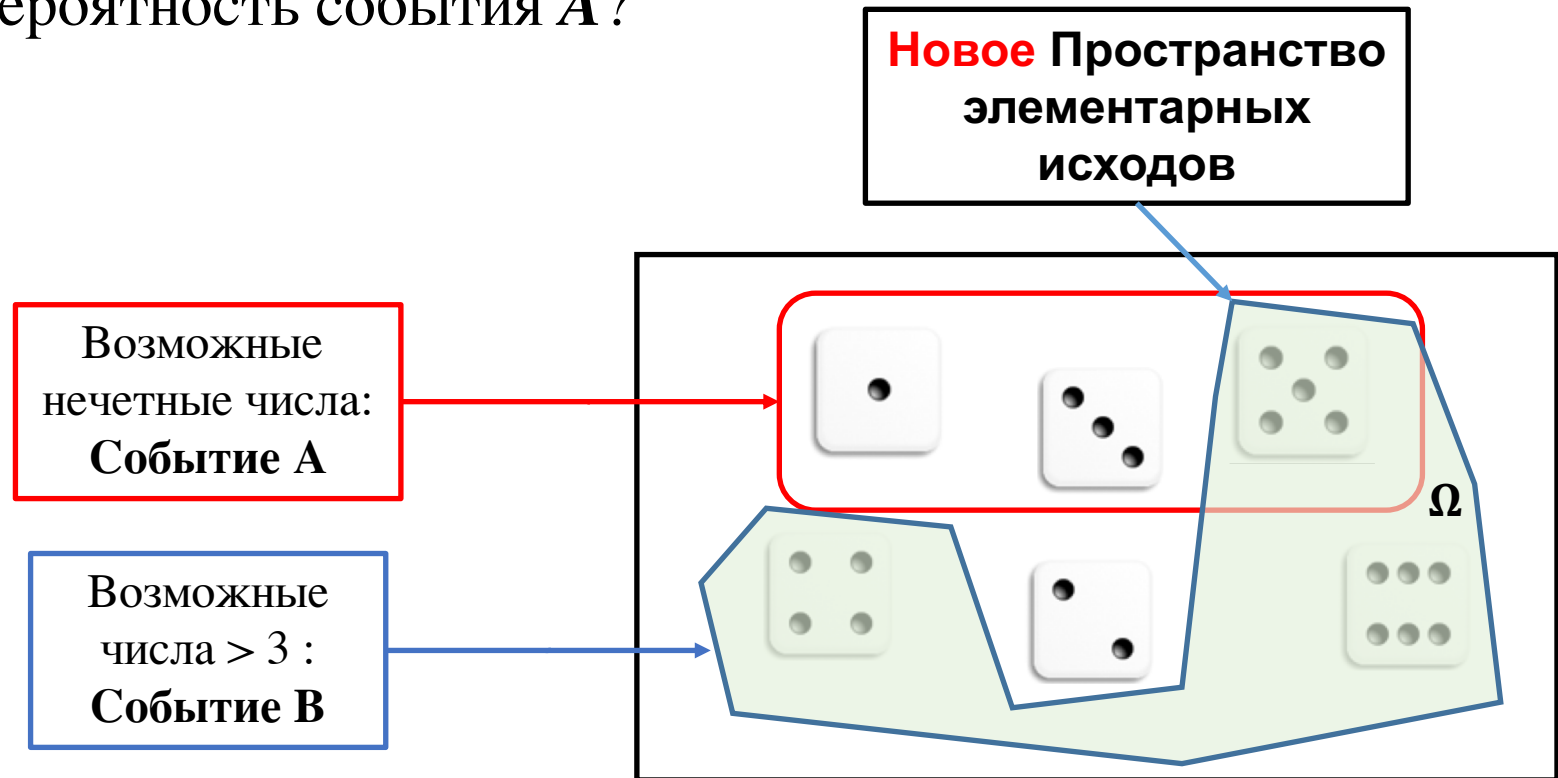
Теория вероятности-5

- **Вопрос V:** Предположим, произошло событие B , какова вероятность события A ?



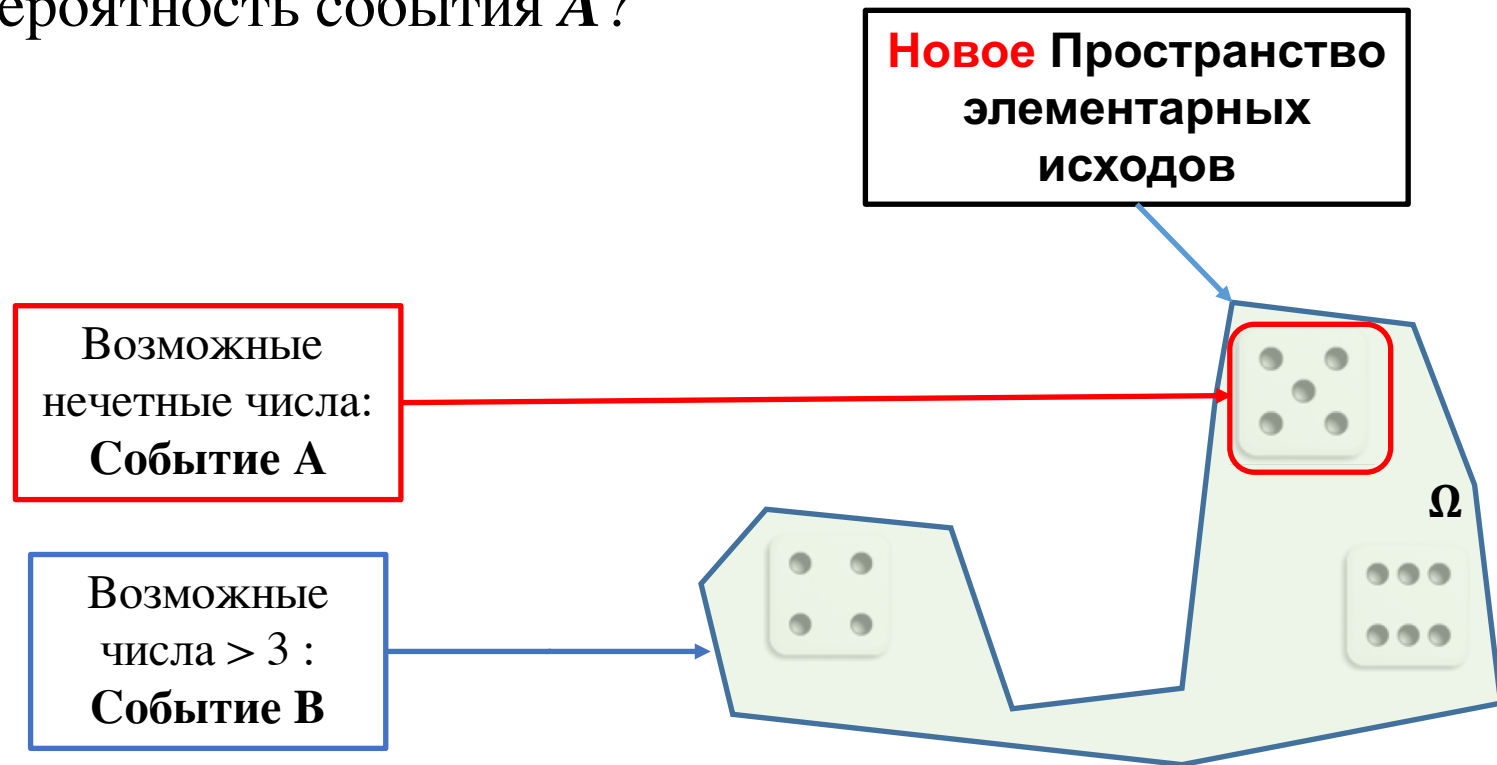
Теория вероятности-5

- **Вопрос V:** Предположим, произошло событие B , какова вероятность события A ?



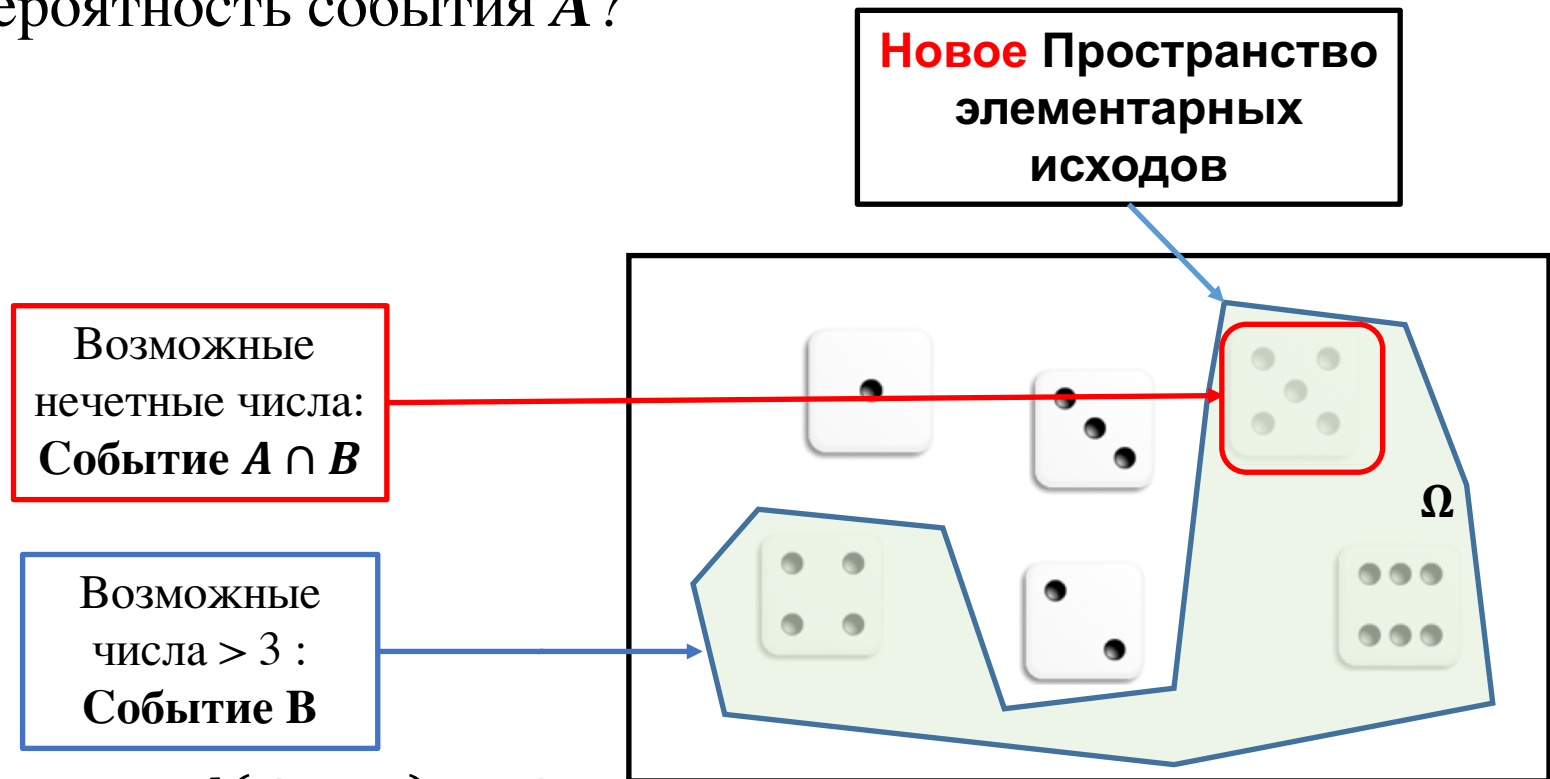
Теория вероятности-5

- **Вопрос V:** Предположим, произошло событие B , какова вероятность события A ?



Теория вероятности-5

- **Вопрос V:** Предположим, произошло событие B , какова вероятность события A ?



$$P(A|B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)} = \frac{1}{3}$$

Теория вероятности-5

$$P(A|B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)}$$

- Вероятность события A , если произошло событие B .

Теория вероятности-5

$$P(A|B) = \frac{card(A \cap B)}{card(B)}$$

- Условная вероятность: вероятность события A , если произошло событие B .
- Пример:
 - Вы владеете магазином электроники. У вас есть следующая статистика продаж:

	Компьютер (o)	Компьютер (x)	# продаж
Компьютерная мышь (o)	100	280	380
Компьютерная мышь (x)	220	400	620
# продаж	320	680	1000

Теория вероятности-5

	Компьютер (o)	Компьютер (x)	# продаж
Компьютерная мышь (o)	100	280	380
Компьютерная мышь (x)	220	400	620
# продаж	320	680	1000

- Какова вероятность того, что клиент купит ...
 - компьютер?
 - компьютерную мышь?
 - компьютер **или** мышь?
 - компьютер **и** мышь?

Теория вероятности-5

	Компьютер (о)	Компьютер (х)	# продаж
Компьютерная мышь (о)	100	280	380
Компьютерная мышь (х)	220	400	620
# продаж	320	680	1000

- Какова вероятность того, что клиент купит ...
 - компьютер? $P(к) = \frac{320}{1000} = \mathbf{0.32}$
 - компьютерную мышь? $P(м) = \frac{380}{1000} = \mathbf{0.38}$
 - компьютер **или** мышь? $P(к \cup м) = \frac{320+380-100}{1000} = \mathbf{0.6}$
 - компьютер **и** мышь? $P(к \cap м) = \frac{100}{1000} = \mathbf{0.1}$

Теория вероятности-5

	Компьютер (o)	Компьютер (x)	# продаж
Компьютерная мышь (o)	100	280	380
Компьютерная мышь (x)	220	400	620
# продаж	320	680	1000

- Какова вероятность того, что клиент купит компьютерную мышь, если он уже купил компьютер?

$$P(A|B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)} \rightarrow P(\text{м}|\text{к}) = \frac{\text{card}(\text{м} \cap \text{к})}{\text{card}(\text{к})} = \frac{100}{320} = \mathbf{0.31}$$

Теория вероятности-5

	Компьютер (о)	Компьютер (х)	# продаж
Компьютерная мышь (о)	100	280	380
Компьютерная мышь (х)	220	400	620
# продаж	320	680	1000

- Какова вероятность того, что клиент купит компьютер, если он уже купил компьютерную мышь?

$$P(A|B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)} \rightarrow P(\text{к}|\text{м}) = \frac{\text{card}(\text{к} \cap \text{м})}{\text{card}(\text{м})} = \frac{100}{380} = \mathbf{0.26}$$

Теория вероятности-5

- Вероятность события A , если произошло событие B . Давайте выведем формулу, используя только вероятности:

$$P(A|B) = \frac{\frac{card(A \cap B)}{card(\Omega)}}{\frac{card(B)}{card(\Omega)}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

Теория вероятности-5

- Что делать, если у вас более 2 событий?
 - Простая математика:

$$P(A \cap B \cap C) = ?$$

Теория вероятности-5

- Что делать, если у вас более 2 событий?

- Простая математика:

$$P(A \cap B \cap C) = ?$$

- Предположим, что: $A' = A \cap B$

$$P(A' \cap C) = P(A')P(C|A')$$

$$P(A' \cap C) = P(A \cap B)P(C|A \cap B)$$

$$P(A' \cap C) = P(A)P(B|A)(P(C|A'))$$

- Вы можете получить формулу аналогичным образом для N возможных событий.

Теория вероятности-5

- **Независимые события:**

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \rightarrow \begin{cases} P(A|B) = P(A) \\ P(B|A) = P(B) \end{cases}$$

- Пример: подбрасывание монеты дважды, результат первого броска не влияет на результат второго броска.

- **Взаимоисключающие (exclusive) события:**

$$P(A \cap B) = 0 \rightarrow P(A|B) = P(B|A) = 0$$

- Пример: подбрасывание монеты один раз, если в результате броска **Heads**, не может быть **Tails**.