

现在我们还要考虑第三种生物。它也和前面两个例子一样是一只昆虫,和第一只昆虫那样生活在一个平面上,但这个平面很独特,在不同的地方具有不同的温度。同时,昆虫和它使用的尺全是由相同的材料做成的,当材料被加热时就膨胀。每当它拿一把尺放在某处去测量某物体时,尺就立即膨胀至与该处温度相当的长度。无论它把什么物体——它自身、尺、矩形或任何东西——放在何处,该物体总会因热膨胀而伸展自己。任何物体在热的地方比在冷的地方要长,而任何物体都具有相同的膨胀系数。我们把第三种昆虫的住处称为“热板”,不过,我们特别将它设想为一种特殊类型的热板,它的中心较冷,越走向边缘越热(参见图 42-3)。

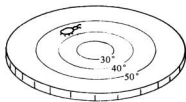


图 42-3 热板上的一只昆虫

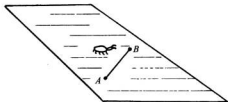


图 42-4 在平面上做直线

现在我们将想象那些昆虫开始研究几何学。虽然我们设想它们是瞎子,不能看见任何外部世界,但它们还能用腿及感觉器官做很多事情。它们可以画出线条,能够制造尺并测量长度。首先,假定它们从最简单的几何概念着手。它们学习如何做一条直线——定义为两点之间最短的连线。第一只昆虫——参见图 42-4——学会了做非常好的线。但对于球面上的昆虫来说会发生什么情况呢?它把直线画成两点之间(对它来说)的最短距离,如图 42-5 所示。对我们来说,它看起来像一条曲线,但是它无法离开球面找出“真正”更短的线。它仅知道,如果在自己的世界中尝试做别的路径,则这些路径总是比它的直线要长。所以我们将允许它把直线作成两点之间最短的圆弧(当然是大圆的圆弧)。

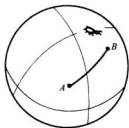


图 42-5 在球面上做直线

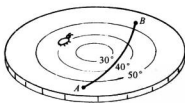


图 42-6 在热板上做直线

最后,第三只昆虫——图 42-3 中的那只昆虫——也会画出“直线”,虽然对我们来说它看起来像曲线。例如,图 42-6 中 A 和 B 之间的最短距离应该沿着像图中所示的曲线。为什么呢?因为当线弯向热板的较暖部分时,尺会变得较长(从我们无所不晓的观点来看),因而从 A 到 B 不断丈量所取得的“码尺”的次数就较少。所以对它来说该线是直的——它无法知道在陌生的三维世界中还会有人把别的线称为“直线”。

我们认为你已经得到这样的概念,即其他一切分析将始终是从位于特殊表面上的生物的观点出发,而不是从我们的观点出发的。考虑到这点,我们来看看它们的其他几何图形像什么样子。我们假定昆虫们都已学会如何使得两条线相交成直角(你可以想象出它们如何才能做到这一点)。因此第一只(在正常平面上的)昆虫发现一个有趣的事实。如果它从A点出发做一条长100 in的线,然后作一个直角并标出另一条100 in的线,接着做另一个直角,并做另一条100 in的直线,然后做第三个直角和第四条100 in长的线,最后恰好在出发点结束,如图42-7(a)所示。这个图形成为它所在世界的一个特征——它的“几何学”中的一个事实。

然后,它发现另一件重要的事情,如果它做一个三角形——用三条直线画出的图形,则三个内角之和等于 $180^\circ$ ,即等于两直角之和,参见图42-7(b)。

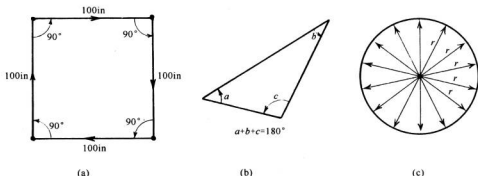


图 42-7 平直空间中的正方形、三角形和圆

接着,它发明了圆。圆是用这样的方法做成的:你从一点出发,沿着许许多多方向画直线,并将所有到出发点具有相同距离的大量的点连成线,参见图42-7(c)(如何给这些事物下定义,我们应小心从事,因为我们必须能够去为其他伙伴做类似的东西)。当然,通过围绕该点转动一把尺,你也能够做出与此等价的曲线。反正上述昆虫已学会如何去圆,因此,有一天它想去测量圆周的距離。它测量几个圆周后发现了一个简洁的关系:周长恒等于同一个数目乘以半径 $r$ (当然, $r$ 是从中心到外面曲线的距离)。周长和半径总是具有相同的比例——近似为6.283——与圆的大小无关。

现在,我们来看看其他昆虫对于它们的几何学发现了些什么。首先,当球面上的昆虫试图做一个“正方形”时会发生些什么呢?如果按照我们上面给出的规定,它大概会认为所得结果很不值得忧虑。它得到了像图42-8中所示的图形。它的结束点B并不在出发点A上,它

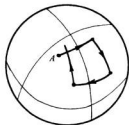


图 42-8 在球面上试做“正方形”

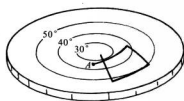


图 42-9 在热板上试做“正方形”

根本没有做成一个闭合的图形。你可以弄一个球来试试看,对于热板上的昆虫朋友来说也会出现类似的情况。如果它画出了四根等长的直线——用它膨胀的尺测量的——用直角连接后,它会得到一幅如图 42-9 所示的图形。

现在假定每只昆虫都有它们自己的欧几里得,他曾告诉它们几何图形“应该”像什么样子,而且它们已经通过小尺度范围所做的粗略测量对之进行了初步的检验。然后当它们试图在大尺度范围做一个精确的正方形时,就发现有点不对。要害在于,仅通过几何学的测量就会发现它们的空间有些问题。我们定义的弯曲空间,就是其中的几何图形不是我们在平面情况下所期望的形状的那种空间。昆虫在球面或热板上所做的几何图形就是弯曲空间的几何图形。那里欧几里得几何学的规则失效了。为了查明你所生活的世界是弯曲的,没有必要得使自己离开这个平面;为了弄清楚你生活的面是一个球面,没有必要去环绕这个球飞行。通过丈量一个正方形,你就可以发现你生活在一个球面上。如果正方形很小,则将需要很高的精度;若正方形很大,那测量工作可以做得粗一点。

让我们考虑平面上的三角形,内角之和等于  $180^\circ$ 。我们在球面上的朋友可能发现一些很特殊的三角形。例如它可能发现具有三个直角的三角形。的确是!其中之一如图 42-10 所示。假定昆虫从北极出发,做一条直线直达赤道,然后做一个直角以及同样长度的另一条直线。接着它再做一遍。根据它所选取的很特殊的长度,它正好回到出发点,和第一条直线相遇,并与其构成直角。所以,对它来讲,毫无疑问这个三角形具有三个直角,即它们之和为  $270^\circ$ 。结果表明,对它而言,三角形三内角之和恒大于  $180^\circ$ 。事实上,超过部分(对于上述特殊情况,超过  $90^\circ$ )正比于三角形有多大的面积。如果球面上的一个三角形很小,则它的角相加就非常接近  $180^\circ$ ,仅稍微超过一点。当三角形变得较大时,这种差异就会上升。在热板上的昆虫会发现它们的三角形具有类似的困难。

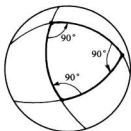


图 42-10 在球面上一个“三角形”可以具有三个  $90^\circ$  的角

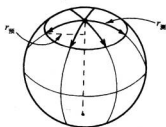


图 42-11 在球面上做圆

接下来我们考察关于圆其他昆虫发现了什么。它们做一些圆并测量它们的周长。例如,在球面上的昆虫或许会做出如图 42-11 所示的那个圆,而且它会发现该圆的周长小于  $2\pi$  乘以半径(你可能知道,从我们的三维观点来看,这是很明显的,即它所谓的“半径”是弯曲的,比该圆的真实半径要长)。假定球面上的昆虫已经学过欧几里得几何,并决定预言半径等于周长除以  $2\pi$ ,取作

$$r_{\text{测}} = \frac{C}{2\pi}. \quad (42.1)$$

因此它会发现所测得的半径比预言的半径要大。若继续讨论这个题目,那它或许会把这个

差定义为“逾半径”，并写成

$$r_{\text{测}} - r_{\text{真}} = r_{\text{逾}}, \quad (42.2)$$

并且研究逾半径效应如何取决于圆的大小。

在热板上的昆虫会发现类似的现象。假定它以板上的冷点为圆心画圆，如图 42-12 所示。要是我们看着它做圆，则会注意到它的尺在靠近圆心时较短，而当尺移动到外面时就变长——虽然昆虫并不知道，这也是显然的事。当它测量周长时，尺始终是长的，所以它也发现测得的半径较预期半径  $C/2\pi$  要长。因此，热板上的昆虫也发现了“逾半径效应”，该效应的大小又决定于圆的半径。

我们将把“弯曲空间”定义为其中会发生下述类型几何偏差的空间：三角形三内角之和不等于  $180^\circ$ ；圆的周长除以  $2\pi$  不等于半径；制作正方形的规则不会给出闭合的曲线。你可能还会想到一些别的偏差。

我们已经给出了两个关于弯曲空间的不同例子：球面和热板。但有趣的是，如果选取正确的温度随热板上距离变化的函数，则这两种几何将是完全相同的。这事相当有趣，我们可以使得热板上的昆虫和球面上的昆虫获得完全相同的答案。对于那些爱好几何学和几何学习题的人，我们将告诉你们如何才能做到这一点。如果设想尺的长度（由温度确定）与 1 加上某个常数乘上距原点距离的平方成正比，那么你将发现热板上的几何在所有细节上\*均与球面上的几何完全相同。



图 42-12 在热板上做圆

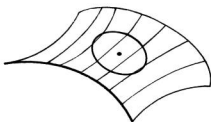


图 42-13 马鞍型曲面上的圆

当然，还有其他类型的几何学。你们可能会问，那生活在梨上面的昆虫，也就是生活在有的地方弯曲得比较厉害、有的地方弯曲得比较平坦的曲面上的昆虫，其几何将如何。这时，昆虫在它的世界中的一部分所做的小三角形，其角的逾量比在另一部分所做的小三角形要大。换句话说，空间的曲率是可以逐处变化的，这就是对上述概念的概括。这种情况也可以通过热板上适当的温度分布来进行模仿。

我们也不妨指出，上述结果可以从类似矛盾的、相反的东西中得出来。例如，你们可能会发现，当把三角形做得太大时三内角之和小于  $180^\circ$ 。这话也许听起来不大可能，但一点也不假。首先，我们该有一块热板，它的温度随距中心的距离而降低，于是所有的效应都会反转过来。但是我們也可以通过考虑二维的鞍面几何图形而纯粹从几何学上做到这点。想象如图 42-13 所示意的马鞍型曲面，现在在该曲面上画一个“圆”，把它定义为距中心相同距

\* 无限远点除外。

离的所有点的轨迹。这个圆是一条像扇贝壳那样上、下波动的曲线,所以它的周长比根据  $2\pi r$  所预期的值要长。这时的  $C/(2\pi)$  就大于  $r^*$ ,“逾半径”应为负值。

球、梨这类物体全都具有正曲率的表面;另一类物体则称为具有负曲率的表面。一般说来,一个二维世界的曲率将是逐处变化的,在某个地方为正,而在另一个地方为负。通常,我们所谓的弯曲空间,仅是指其中欧几里得几何规则因一个偏差符号或其他原因而失效的空间,曲率的量值——比如说由逾半径所定义——可以逐处变化。

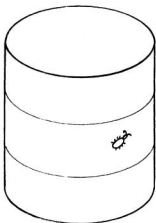


图 42-14 具有零内曲率的二维空间

我们应该指出,根据上面对曲率的定义,圆柱面是不弯曲的,这令人相当奇怪。如果一只昆虫生活在一个圆柱面上,如图所示,则它会发现三角形、正方形以及圆所具有的一切特征,与它们在平面上所具有的特征完全相同。只要设想一下,如果将圆柱面展开成一个平面,那么所有这些图形看起来将是什么样子,就不难明白这一点。因此,所有的几何图形都能够画得与它们在平面上的图形完全对应起来。所以对生活在圆柱面上的昆虫来说(设想它不会绕圆柱兜一圈,而只会做局部测量),它一点也发现不了它所在空间是弯曲的。从我们的学术意义上来说,我们认为它的空间并不是弯曲的。我们要谈的曲率,更精确地应称为内(裹)曲率,这是一种只能通过局部区域的测量而得出的曲率[圆柱面没有内(裹)曲率]。这是爱因斯坦所指定的意思,每当他说我们的空间是弯曲的时候,指的就是这个意思。但到目前为止,我们只定义了二维情况下的弯曲空间,我们必须继续去弄清楚在三维情况下这个概念会意味着什么。

## § 42-2 三维空间的曲率

我们生活在三维空间中,所以我们要讨论三维空间弯曲的概念。你们会问:“然而你们如何才能把它想象为在任何方向都是弯曲的呢?”好吧,我们所以不能把空间想象为在任何方向都是弯曲的,那是因为我们的想象力还不够好(或许也正因为我们不能想象得太多,所以我们不能完全摆脱真实世界)。但仍可以定义三维世界的曲率,而用不到脱离这个三维的世界。我们曾谈论过的关于二维世界中的一切仅仅是一个练习,目的是为了说明如何才能获得曲率的定义,而不需要我们有从外部“观望”的能力。

我们可以用生活在球面上或热板上的先生们曾使用的、完全相似的方法,来确定我们的世界是否是弯曲的。或许我们不能区分这两种情况之间的差别,但的确可以把这些情况与平直空间或平板区分开来。如何区分?相当容易:设置一个三角形并测量其内角;或做一个大圆并测量其周长和半径;或者尝试设置一些精确的正方形;或者试做一个立方体。检测在每种情况下几何定律是否成立。如果它们不成立,我们就说该空间是弯曲的。若设置一个大三角形,而且其内角之和大于  $180^\circ$ ,则我们可以称该空间是弯曲的。或者,若测得一圆的

\* 译者注:原著为:So  $C/2\pi$  is now less than  $r$ 。有误。

半径不等于其周长除以  $2\pi$ , 则我们也可以说该空间是弯曲的。

你会注意到, 情况在三维中可能比在二维中复杂得多。在二维中的任何一个地方都有确定大小的曲率, 但在三维中的每个地方可能存在有关曲率的几个分量。如果在某个平面内安置一个三角形, 则只要三角形的平面有不同的取向就可能得出不同的答案。或举一个圆的例子。假定我们画了一个圆并测量它的半径, 结果并不与  $C/2\pi$  相符, 以致存在某个逾半径。此时我们画出另一个与其垂直的圆, 如图 42-15 所示。对于这两个圆, 不一定有完全相同的逾半径。事实上, 对某一个平面上的圆来说可能存在正的逾, 而对另一个平面上的圆来讲可能存在亏损(负逾)。

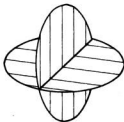


图 42-15 不同取向的圆可以有不同的逾半径

或许你们正在想一个好主意: 我们不是可以用三维的球来获得各处所有的分量吗? 我们可以取所有与空间给定点等距离点以确定一个球。然后在球面上设置一个精密的正交网格, 并把这些小区域加起来, 这样我们就可以测得球的表面面积。按照欧几里得几何学, 总面积  $A$  被认为是半径平方的  $4\pi$  倍, 所以我们可以定义“预期半径”为  $\sqrt{A/4\pi}$ 。我们也可以挖一个洞通到中心并测量其距离, 从而直接测得半径。我们可以再次将测量半径减去预期半径, 并把其差称为半径的逾, 即

$$r_{\text{逾}} = r_{\text{测}} - \left( \frac{\text{测量面积}}{4\pi} \right)^{1/2},$$

它应该是完全令人满意的曲率测量, 它的巨大优点在于它与三角形或圆的取向无关。

但是球面的逾半径也有缺点, 它并不完全表示空间的特征。由于存在各种曲率的平均效应, 所以它给出的是所谓三维世界的平均曲率。然而, 既然是一种平均, 它就不能完全解决关于确定几何图形的问题。如果你只知道这个数值, 则不可能预言空间的全部几何性质, 因为你不可能知道对于不同取向的圆会发生什么情况。完整的定义需要在每一点规定六个“曲率数”。当然, 数学家知道如何写出所有这些数。总有一天你可能会在数学书中看到怎样用高级而精巧的形式把它们写出来, 但是, 起初用粗略的方法弄清楚你试图写出些什么, 这不失为一个好主意。对于大多数目标来说, 平均曲率可能就足够了\*。

### § 42-3 我们的空间是弯曲的

现在来讨论主要问题。它是真的吗? 我们生活的现实的物理三维空间是弯曲的吗? 一旦我们具有了足够的想象力去认识空间是不是被弯曲了的可能性, 那么人类的脑子自然就对现实世界是否弯曲变得好奇起来。为了尝试得出解答, 人们已经进行了直接的几何测量, 但没有发现任何差异。但从另一方面来说, 根据有关引力的论证, 爱因斯坦发现空间是弯曲

\* 为了完整起见, 我们应该再补充一点。如果你想把弯曲空间的热板模型应用到三维的情况, 你必须想象尺的长度不仅取决于你把它放在何处, 而且也取决于尺在安置时的取向。这是一种简单情况的推广, 在这种简单情况下, 尺的长度决定于它所处的位置而不管它取南北方向还是东西方向, 或上下方向, 其长度都是相同的。如果你想用这种模型的任意几何图形来表示三维空间, 那么这种推广是必要的, 虽然它对于二维情况很可能是不必要的。

的,而我们想要告诉你们关于曲率大小的爱因斯坦定律是什么,也希望对你们讲一点关于他是如何发现这个定律的情况。

爱因斯坦曾说,空间是弯曲的,而物质是曲率之源(物质也是引力之源,所以重力与曲率有关——但这种关系将在本章的后期涉及)。为了使事情稍微容易些,我们假定物质以某种密度连续地分布,然而,密度可以按你想要的大小逐处变化\*。对于曲率,爱因斯坦给出的规则如下:如果有一个空间区域内部存有物质,而我们取一个足够小的球,其内部的物质密度  $\rho$  实际上为常数,那么该球半径的逾正比球内的质量。利用逾半径的定义,得

$$\text{半径的逾} = r_{\text{逾}} = \sqrt{\frac{A}{4\pi}} = \frac{G}{3c^2} M. \quad (42.3)$$

式中  $G$  为(牛顿理论的)引力常数,  $c$  为光速,  $M = 4\pi\rho r^3/3$  是球内物质的质量。这就是空间平均曲率的爱因斯坦定律。

假定以地球为例,且不考虑密度的逐点变化——所以不必做任何积分。假定我们非常仔细地测量地球的表面,然后挖一个洞通到中心并测得其半径。根据球的面积等于  $4\pi r^2$  的假设,由所测面积可以计算出预期半径。当把预期半径与实际半径进行比较时,会发现实际半径超过预期半径,其值由式(42.3)给出。常数  $G/(3c^2)$  约为  $2.5 \times 10^{-29} \text{ cm g}^{-1}$ , 所以对每一克物质来说,其测量半径就要多出  $2.5 \times 10^{-29} \text{ cm}$ 。代入约为  $6 \times 10^{27} \text{ g}$  的地球质量,结果是地球具有的半径比根据其面积计算应得的半径大  $1.5 \text{ mm}^{**}$ 。对太阳做相同的计算,你会发现太阳的半径比预期值超出半公里。

你会注意到该定律说,地球表面区域的上方平均曲率为零。但这并不意味着曲率的所有分量为零。地球上<sup>方</sup>可能仍然存在——而事实上是存在——某种曲率。就平面上的一个圆来说,对于某些取向将有一种符号的逾半径,而对于另外一些取向则逾半径的符号相反。结果正好证明当球内的质量为零时曲率对整个球面的平均为零。顺便说说,结果表明曲率的各个分量与平均曲率的逐处变化之间存在着联系。所以如果你知道了各处的平均曲率,你就能计算出每个地方曲率分量的细节。地球内部的平均曲率是随深度变化的,这就意味着地球内部和外部的某些曲率分量都不为零。正是这种曲率,我们把它看作为引力。

假定在平面上有一只昆虫,而且假定这个“平面”的表面有些小突起。凡是有小突起的地方,昆虫会得出结论说:它的空间具有小的局部弯曲的区域。在三维中也有同样的情况,凡是物质堆积的地方,三维空间就有局部弯曲——一种三维突起。

如果在平面上造成许多隆起,则除了所有的突起以外,可能存在总体的弯曲——表面或许变得像一个球。搞清楚我们的空间是否由于像地球和太阳那样的物质堆积而形成局部的突起,从而具有净的平均曲率,这应该是有意义的。天体物理学家一直试图通过对非常遥远的星系的测量来回答这个问题。例如,若我们在很远距离处的球壳内所观测到的星系数目,与根据我们所知的球壳半径应该预期到的数目不同,则我们就会得到关于非常大的球的逾半径的量度。根据这种测量,希望找出我们的整个宇宙就平均而言究竟是平坦的,抑或是球形的——是像一个球那样是“闭合”的,还是像一个平面那样是“开放”的。你们可能听说过

\* 没有人知道,即使爱因斯坦也不知道,如果质量变得集中到点上该怎么处理。

\*\* 这是近似,因为密度并不是像我们假设的那样与半径无关。

有关这个问题的争论,这个争论还将继续下去。争论所以会存在,是因为天文学测量仍然完全没有确定的结果;实验数据又不够精确,不能给出确切的答案。可惜,我们在大尺度方面还没有关于宇宙整体曲率的丝毫概念。

## § 42-4 时空中的几何学

现在我们得谈谈关于时间的问题。从狭义相对论知道,空间的测量和时间的测量是互相联系的。在空间发生某件事,而同一件事中又不包含时间,这可是一种古怪的想法。你可能记得时间的测量值与你的运动速率有关。例如,如果我们看见飞船中一个人从旁边经过,则我们知道,对他来说发生的事情比对我们而言要慢。我们说,根据我们的表,他出去旅行恰好经过 100 s 返回,但按照他的表或许只用去了 95 s。与我们的表相比,他的表——以及所有其他过程,像他的心脏跳动——都进行得较慢。

现在我们来考虑一个有趣的问题。假定你位于一飞船中,我们要求你在发出某个信号时出发,而当你返回到你的出发点时恰巧赶上第二个信号——比如说按照我们的钟正好过了 100 s。另外,要求你用这样的方式做往返运动,使在这过程中你的表显示所用去的时间尽可能最长。试问你应该如何运动?你应该站着不动。如果你稍微有点运动,则返回时你表的读数肯定少于 100 s。

然而,假定我们把问题做一点变动。假定要求你在某个信号时从点 A 出发走向点 B (这两点对我们而言是固定的),而后以同样的方法返回,恰好在第二个信号(比如说按我们固定的钟为 100 s 后)时回到原地。仍要你用这样的方法做往返运动,使得你表上的读数尽可能大。你应该怎么做?要用什么样的路径和什么样的程序你的表才会显示出你到达时耗费的时间最多?答案是:如果你以匀速沿直线往返,则从你的观点来看将耗费最多的时间。理由在于:任何额外的运动和任何超高速运动都将使你的钟变慢(既然时间差决定于速度的平方,那么你在一处走得过快而失去的时间,永远也不能通过在另一处走得过慢而得到补偿)。

总之,这就是我们在时空中定义“直线”所能够使用的概念。时空中沿恒定方向的匀速运动与空间中的直线相类似。

空间中最短距离的曲线与时空中相对应的并不是最短时间的路径,而是最长时间的路径,这是由于相对论中  $t$ -项符号所引起的怪事。于是,“直线”运动——类似于“沿直线的匀速运动”——就是以这种方式进行的运动,它使表在某个时刻从某个地方出发,在另一时刻到达另一地方的运动中给出最大的时间读数。这就是时空中类似于直线的定义。

## § 42-5 引力与等效原理

现在我们可以讨论引力定律了。爱因斯坦曾试图推广引力理论,使其与他先期发展起来的相对论相适应。为此,他坚持奋斗,直到他抓住一条重要原理,该原理引导他获得了正确的定律。那原理是建立在这样一个概念基础上的,即当一个物体自由下落时,其内部的一切东西似乎都没有了重量。例如,一人造卫星在地球重力场中沿轨道自由下落,其中的宇航员会感到失重。说得更正确些,这个概念称为爱因斯坦等效原理。它依赖于下列事实:所有



物体,不管它们的质量如何,或者说不管它们是由什么构成的,都以完全相同的加速度下落。如果有一艘飞船正在做惯性下滑——所以它处在自由下落的状态——而且里面有人,则支配飞船和人下落的规律是相同的。所以如果他把自己安置在飞船的中部,则他将待在那儿不动,他并不相对飞船下落。我们说他“失重”时就是指这个意思。

现在假定你正处在加速的火箭飞船中,试问相对什么东西在加速?我们只能说它的发动机开着并正产生推力,使得它不是处在自由下落的滑行状态。也可想象你在真空中向外远去,以致实际上并没有引力作用在飞船上。如果飞船正以“ $1g$ ”加速,则你将可能站在“地板”上并会感觉到你的正常体重。也就是说,如果抛出一个球,它将“落”向地板。为什么?因为飞船正“向上”加速,但球身上并不受到力作用,所以球不会被加速,它将落在后面。在飞船内部球似乎具有“ $1g$ ”的向下加速度。

现在让我们把这艘飞船中的情况与静止在地球表面的宇宙飞船内的情况做一比较。每件事情都相同!你将被压向地板,球会以“ $1g$ ”的加速度下落,等等。事实上,在飞船内你怎样能够知道你是静止在地球表面还是正在真空中加速运动?按照爱因斯坦的等效原理,如果你只对飞船内部发生的事情进行测量,则无法知道这个问题的答案。

严格正确地说,那上述讲法只对飞船内某一点才成立。由于地球的引力场不是严格均匀的,所以自由下落的球在不同的地方具有稍微不同的加速度——方向和大小都会改变。但是如果我们设想引力场是严格均匀的,那么它在各方面都与一个具有恒定加速度的系统完全相仿,这就是等效原理的基础。

## § 42-6 在引力场中钟的快慢

现在我们想利用等效原理来解决发生在引力场中的一件奇怪的事情。我们将向你说明在火箭飞船中发生的某些事情,这些事情你大概没有预料到会发生于引力场中。如果把一只钟放在火箭飞船的“前面”——即“前端”——把另一只完全相同的钟放在“尾部”,如图42-16所示。把这两只钟分别称为A和B。如果在飞船加速时比较这两只钟,则位于前面的钟比位于尾部的钟跑得快些。为搞清楚这一点,设想前面的钟每秒发一次闪光,而坐在船尾的你将到达的光信号与钟B的指针进行比较。比如说,当钟A发出闪光时火箭处在图42-17所示的位置a,而当闪光到达钟B处时,火箭处在位置b。后来,当钟A发出下一次闪光时,飞船将处在位置c,而当你看到闪光到达钟B处时,它处在位置d。

第一次闪光传播的距离为 $L_1$ ,第二次闪光传播的距离较短为 $L_2$ 。后者距离所以较短是因为飞船正在加速,因而在发出第二次闪光的时刻它已经具有了较大的速率。于是你可以明白,如果从钟A发出的两次闪光的间隔为1s,则它们到达钟B的间隔要比1s稍微短一点,因为第二次闪光在路上并不要耗费像第一次闪光那么多时间。对所有以后发出的闪光来说,也会发生同样的情况。所以要是你坐在船尾,就会得出结论:钟A比钟B跑得快。如果你打算反过来做同样的事情——使钟B发射光而在钟A处接收——则你会得出结论:B比A跑得慢。一切都互相符合,一点也不神秘。

但现在我们来考察静止在地球重力场中的火箭飞船。同样的事情发生了。如果你带着一只钟坐在地板上,并看着放在高处书架上的另一只钟,它将显得比地板上的一只跑得快!你说:“但这是错误的。时间应该是相同的。既然没有加速度,钟就没有理由显得步调不一致。”

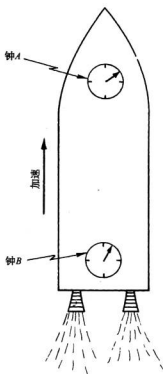


图 42-16 携带两只钟的正在加速的火箭飞船

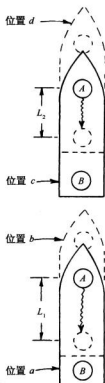


图 42-17 位于加速火箭飞船前面的钟似乎比位于尾部的钟跑得快

但是如果等效原理是对的,那两只钟就必然不会同步。爱因斯坦坚持认为该原理是正确的,并且勇敢而正确地继续进行研究。他提出在引力场中不同地点的钟必然表现出以不同的快慢走动。但是,如果一只钟相对其他的钟始终显得快慢不同,那么就第一只而论,其他钟正以不同的速率走动。

然而我们现在看到,这里的钟与早先我们谈到过的热板上昆虫的热尺相类似。我们曾想象尺、昆虫及一切东西在不同温度处都以相同的方式改变其长度,所以昆虫们永远也不可能知道它们测量用的尺正随它们热板上到处移动而改变。这种情况与引力场中的钟相同。放在较高水平面上的每只钟看上去走得比较快,心搏也跳得较快,所有的过程都进行得较快。

如果事情不是这样,那你就有可能知道引力场与加速参考系之间的差别。时间能够逐处变化的概念虽是一个困难的概念,但它是爱因斯坦曾使用过的概念,它是正确的——不管你信不信。

应用等效原理,可以计算出引力场中钟的快慢随高度改变了多少。我们只要算出加速的火箭飞船中两只钟之间的表现偏差即可。做这件事最容易的办法,就是应用我们在第1卷34章所得到的关于多普勒效应的结果。在那里我们得到——参见式(34.14)——如果  $v$  是源和接收机之间的相对速率,则接收到的频率  $\omega$  与发射频率  $\omega_0$  的关系为

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (42.4)$$

现在,如果考虑图 42-17 中加速着的火箭飞船,则在任何一个瞬间发射机和接收机都以相等的速度运动。但是,在光信号从钟 A 传送到钟 B 所需的时间内,飞船已经加速了。实际上它已获得了额外的速度  $gt$ , 这里  $g$  是加速度,  $t$  是光从 A 到 B 传播距离  $H$  所需的时间。这个时间非常接近于  $H/c$ , 所以当光信号到达 B 时,飞船已增加了速度  $gH/c$ 。接收机相对信号离开时刻的发射机始终具有这个速度。所以这就是在多普勒公式(42.4)中应该使用的速度。设想船的长度和加速度足够小,因而这个速度比光速  $c$  小得多,就可把项  $v^2/c^2$  略去。从而得

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right). \quad (42.5)$$

因而对宇宙飞船中的两只钟来说,得到如下关系:

$$(\text{接收机处钟的速率}) = (\text{发射速率}) \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right), \quad (42.6)$$

式中  $H$  是发射机高出接收机的高度。

根据等效原理,对于在自由落体加速度为  $g$  的引力场中高度相隔  $H$  的两只钟来说,相同的结果必然成立。

这是一个十分重要的概念,我们希望它也能从另一个物理定律——能量守恒定律得出。我们知道,作用在一个物体上的引力与该物质的质量  $M$  成正比,而  $M$  与总内能  $E$  的关系为  $M = E/c^2$ 。例如,由一个原子核嬗变成另一个原子核的核反应能量所确定的原子核质量,与根据原子的重量所得到的质量相符。

现在考虑一个原子,它具有总能量为  $E_0$  的最低能量状态和总能量为  $E_1$  的较高能量状态,它可以通过发光而从状态  $E_1$  跃迁到状态  $E_0$ 。光的频率  $\omega$  由下式给出

$$\hbar\omega = E_1 - E_0. \quad (42.7)$$

现在假定有这样一个原子,它位于地板上,处在  $E_1$  态,我们把它从地板上带到高度为  $H$  的地方。为此,在携带质量为  $m_1 = E_1/c^2$  的原子上升的过程中,必定要克服引力做某些功,所做功的大小为

$$\frac{E_1}{c^2} gH. \quad (42.8)$$

然后让原子发射一个光子而跃迁到较低的能量状态  $E_0$ 。接着我们把原子带回到地板上,在返回的过程中原子的质量为  $E_0/c^2$ ,回来后得到的能量为

$$\frac{E_0}{c^2} gH, \quad (42.9)$$

所以我们所做功的净值等于

$$\Delta U = \frac{E_1 - E_0}{c^2} gH. \quad (42.10)$$

原子发射光子时失去了能量  $E_1 - E_0$ 。假定光子恰巧向下运动到达地板,并被原子吸

收。试问在这里光子递交给原子多少能量?一开始你或许会想到它正好释放出能量  $E_1 - E_0$ , 但是, 根据下面的论证可以明白, 要是能量守恒的话, 那你们的想法就不可能是正确的。开始时我们位于地板处带有的能量为  $E_1$ , 结束时我们位于地板平面上, 能量为处于最低能量状态的原子能量  $E_0$ 。加上从光子接收到的能量  $E_{PH}$ 。在此期间, 我们不得不提供了式(42.10)的附加能量  $\Delta U$ 。如果能量守恒, 则最后我们在地板处所具有的能量必定大于出发时具有的能量, 其差正好是我们所做的功。换句话说, 必然有

$$E_{PH} + E_0 = E_1 + \Delta U \quad (42.11)$$

或

$$E_{PH} = (E_1 - E_0) + \Delta U.$$

情况必然是: 光子到达地板时并不只带有它出发时的能量  $E_1 - E_0$ , 而是具有稍许多一点的能量, 否则有些能量就损失掉了。若将式(42.10)中所得的  $\Delta U$  代入式(42.11), 就得到光子到达地板时的能量为

$$E_{PH} = (E_1 - E_0) \left( 1 + \frac{gH}{c^2} \right). \quad (42.12)$$

然而, 能量为  $E_{PH}$  的光子具有频率  $\omega = E_{PH} / \hbar$ 。将发射光子的频率称为  $\omega_0$ ——根据式(42.7)它等于  $(E_1 - E_0) / \hbar$ ——式(42.12)中的结果又一次给出了光子在地板上被吸收时的频率与它被发射时的频率间的关系式(42.5)。

相同的结果还可以用别的办法得到。频率为  $\omega_0$  的光子具有能量  $E_0 = \hbar \omega_0$ 。既然能量  $E_0$  含有引力质量  $E_0 / c^2$ , 所以光子具有质量(不是静质量)  $\hbar \omega / c^2$ , 因而它受到地球的“吸引”。在下落距离  $H$  的过程中, 它将增加附加能量  $(\hbar \omega_0 / c^2) gH$ , 所以它到达地板时带有能量

$$E = \hbar \omega_0 \left( 1 + \frac{gH}{c^2} \right).$$

但它在下落后的频率为  $E / \hbar$ , 这样再次给出式(42.5)中的结果。只有当爱因斯坦关于引力场中钟的预言正确时, 我们关于相对论、量子物理及能量守恒的概念才全部配合得起来。上面所谈到的频率的改变一般也是非常小的。例如, 对于地球表面 20 m 的高度差来说, 频率差仅约为  $2/10^{15}$ 。然而, 正是这个改变量, 最近已经在实验上利用穆斯堡尔效应被发现了\*。爱因斯坦是完全正确的。

## § 42-7 时空的曲率

现在我们要把刚才所讲的情况与弯曲的时空概念联系起来。已经指出, 如果时间在不同的地方以不同的快慢进行, 则这种情况就与热板的弯曲空间相类似。但它不只是类似, 还意味着时空是弯曲的。让我们尝试在时空中做某种几何图形。这种事初听起来可能觉得奇怪, 但我们经常用沿一根轴表示距离及沿另一根轴表示时间做时空图。假定我们尝试在时空图中做一个矩形。我们先画一个高  $H$  与  $t$  的关系图, 如图 42-18(c)所示。为了做矩形的

\* R. V. Pound and G. A. Rebka, Jr., *Physical Review Letters* Vol. 4, P. 337(1960).

底边,可以取一个静止在高  $H_1$  处的物体,并跟着它的世界线走 100 s,就得到图(b)中的  $BD$  线,它平行于  $t$  轴。现在选取另一个物体,在  $t = 0$  的时刻它位于第一个物体上面 100 ft 处,它从图 42-18(c)中的  $A$  点出发,现在沿着它的世界线前行 100 s,这由位于  $A$  点的钟测得。物体从  $A$  运动到  $C$ ,如图中(d)所示。但注意,由于时间在两个高度——假定存在引力场——以不同的快慢进行——所以  $C$  和  $D$  两点

不是同时的。如果试图通过画一条线到达处于相同时刻、位于  $D$  上面 100 ft 的点  $C'$  而完成一个矩形,如图 42-18(e)所示,则几条线无法闭合。当我们说时空是弯曲的时候,就是这个意思。

## § 42-8 在弯曲时空中的运动

我们来考虑一个有趣的小谜。有两只相同的钟  $A$  和  $B$ ,如图 42-19 所示,一起放在地球的表面上。现在把钟  $A$  举到某个高度  $H$ ,在那里待一会儿,再返回地面,使它刚好在钟  $B$  走了 100 s 时到达地面。这样钟  $A$  会读出像 107 s 这种数目,这是由于它在空中上升时走得较快。此时就产生了一个谜。我们应该如何移动钟  $A$  才能使得它读出尽可能长的时间——始终假定它返回时  $B$  钟读数为 100 s? 你说:“这容易。只要你把  $A$  举得尽可能高,那么它将走得尽可能的快,因而在返回时读出的时间最长。”错!你忘记了一件事——我们只有 100 s 供上升和返回。要是我们升得很高,则我们就得很快到达那儿以便在 100 s 内返回。你务必不能忘了狭义相对论的效应,它会导致运动的钟减慢一个因子  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ 。相对论效应在这方面起的作用使钟  $A$  的读出时间比钟  $B$  的小。你们看看这类游戏。如果我们带着钟  $A$  一直站着,就能得到 100 s 读数;要是我们缓慢上升一个很小的高度并缓缓下降,则就能得到稍微大于 100 s 的读数。如果我们升得稍高一些,得到的时间读数可能稍长一些。但要是升得太高,则为到达那儿就必须运动得很快,这就必须使钟下降得足够慢,以至使结束时得到的时间少于 100 s。该用什么样的高度与时间关系程序——达到多高及以什么速率到达那儿、如何仔细调节使得我们回到钟  $B$  时它的读数增加了 100 s——才会使钟  $A$  给我们读出尽可能最长的时间?

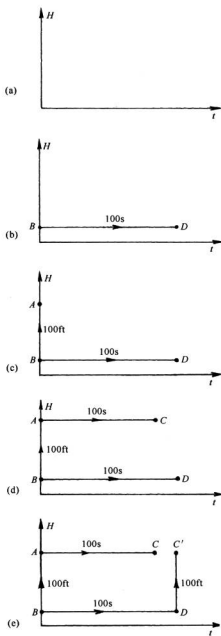


图 42-18 尝试在时空中做一个矩形

试回答:求出你必须用多大的速率把一个球向上抛入空中,使得它正好在 100 s 内落回至地球。而该球的运动——快速上升、慢下来、停止再返回——这正是使得固定于球上的手表的时间为最大的、正确的运动。

现在考虑稍微不同的游戏。设 A 和 B 两点同在地球表面且相隔某段距离。我们玩一个与原先做过的相同游戏,即求所谓的直线。试问应该如何从 A 移动到 B,才能使得运动手表上的时间最长——假定我们一得到给定信号就从 A 点出发,而在 B 一有另一个信号时就到达 B 点——该后一信号按固定钟比前一信号迟 100 s。现在你们会说:“唔,我们前已求出,要做的事情就是以适当的均匀速率沿直线滑行,使得恰好在 100 s 后到达 B 点。如果我们不沿直线运动,则要用更大的速率,这样我们的表就会慢下来。”但是等一下,那是以前考虑重力的情况。向上弯曲一点然后

下降不是更好吗?这样,在升得较高的时间阶段中我们的表不是会跑得稍微一点吗?情况确是这样。如果你们求解调节运动曲线的数学问题,使得运动手表经过的时间尽可能长,则你将发现运动轨迹是一条抛物线——就是引力场中沿自由弹道路径运动的物体所遵循的同一条曲线,如图 42-19 所示。所以引力场中的运动定律也可表述为:一个物体从一个地方运动到另一个地方,它总是使得其所携带的钟给出的时间比之在其他任何可能的轨道上运动所用的时间要长——当然,开始和结束的条件应相同。运动的钟测得的时间常常称为“固有时”。在自由落体运动中,运动轨道使得物体的固有时最大。

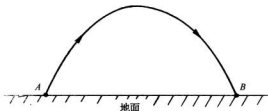


图 42-19 在均匀引力场中,对于固定的飞行时间来说,固有时最长的轨迹是抛物线

我们来看看这一切是如何算出来的。从式(42.5)开始,它说明运动手表的速率为

$$\frac{\omega_0 g H}{c^2}, \quad (42.13)$$

除此之外,我们得记住,对速率来说还存在相反符号的修正。关于这个效应,已知

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

虽然该原理对任何速率都适用,但在我们所举的例子中速率总要比  $c$  小得多,因此可以把这个方程写成

$$\omega = \omega_0 [1 - v^2/(2c^2)],$$

而以我们的钟的速率来看,亏损为

$$-\omega_0 \frac{v^2}{2c^2}. \quad (42.14)$$

把式(42.13)和(42.14)中的两项结合起来,得

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{c^2} \left( gH - \frac{v^2}{2} \right). \quad (42.15)$$

运动钟的这种频移意味着:如果在固定的钟上测得时间  $dt$ ,则运动钟所记录的时间为

$$dt \left[ 1 + \left( \frac{gH}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right) \right], \quad (42.16)$$

整个轨道的总的时间逾为附加项对时间的积分,即

$$\frac{1}{c^2} \int \left( gH - \frac{v^2}{2} \right) dt, \quad (42.17)$$

它应为极大。

项  $gH$  正好就是引力势  $\phi$ 。假定用常数因子  $-mc^2$  乘以整个式子,这里  $m$  为物体的质量,这个常数虽不改变极大的条件,但负号将把极大正好改变为极小。于是式(42.16)指出,物体的运动将使得

$$\int \left( \frac{mv^2}{2} - m\phi \right) dt = \text{极小}. \quad (42.18)$$

但现在的被积函数正好是动能和势能的差。如果你们顺便看一下第2卷第19章,就会知道在我们讨论最小作用量原理时就已证明,对于任何势场中的一个物体来说,牛顿定律正好可以写成方程式(42.18)的形式。

## § 42-9 爱因斯坦的引力理论

运动方程的爱因斯坦形式——在弯曲的时空中固有时应为极大——在低速情况下给出的结果与牛顿定律给出的相同。当库珀(G. Cooper)绕地球做圆周运动时,他的表指示的时间比沿任何其他、你们对他的人造卫星可能想象到的路径指示的时间都要长\*。

所以引力定律可以用这种非凡的方法、利用时空的几何概念来表述。粒子总是取最长的固有时——在时空中与“最短距离”这个量相似。这是引力场中的运动定律。用这种方法表述的最大优点在于:定律不依赖任何坐标或任何别的定义位置的方法。

现在把上面所做的事情作一小结。我们已经给了你们关于重力的两个定律:

(1) 当存在物质时,时空的几何学如何变化——即,利用逾半径表示的曲率正比于球内部的质量,方程式(42.3)。

(2) 在仅存在引力的条件下,物体如何运动——即物体的运动总是使得在两个边界条件之间的固有时为极大。这两个定律与我们早知道的相似的一对定律相对应。原来,我们用牛顿的平方反比的引力定律及他的运动定律来描述引力场中物体的运动,现在,定律(1)和(2)代替了它们。新的一对定律也与我们在电动力学中知道的定律相对应。那里的定律——麦克斯韦方程组——决定电荷产生的场。它告诉我们“空间”的特征如何因带电物质的存在而改变,对于重力的情况,这种变化是由定律(1)完成的。另外,还有一个关于粒子如何在给定场中运动的定律—— $d(mv)/dt = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 。对于重力来说,这是由定律(2)处理的。

在定律(1)和(2)中包含了关于爱因斯坦引力理论的精确表述——虽然你们通常会发现

---

\* 严格地说,它仅仅是一种局域极大。应该说固有时比任何相邻路径上的固有时要长。例如,在绕地球的椭圆轨道上的固有时,与一个被发射得很高而下落物体的弹道路径上的固有时相比,前者不一定更长。

它被表述为更复杂的数学形式。然而,我们应该做进一步的补充。正如引力场中的时间标度逐处变化一样,长度标度也会做同样的变化。当你们到处运动时尺会改变其长度。由于空间和时间如此密切地混合在一起,因此随时间发生的某些事情,要是不以某种方式在空间中反映出来是不可能的。举一个更加简单的例子:设你们正在空中飞过地球,从你们的观点来看所谓时间,在我们看来部分是空间,所以也必定存在空间方面的变化。因物质存在而引起的是整个时空的弯曲,这比仅仅在时间范围内的变化更加复杂。然而,只要清楚知道关于空间弯曲的这个规则不仅从一个人的观点来看是适用的,而且对每个人来说也是正确的,那么在式(42.3)中给出的规则足以完全确定所有的引力定律。当某人从一个质量较大的物质旁飞过时,他会看到不同的质量值,这是由于他对从旁边通过他的该物质计算动能引起的,而他必须把与该能量相对应的质量包括进去。必须把理论安排得使每个人——不论他如何运动——当他接近一个星球时,会发现逾半径等于  $G/(3c^2)$  乘上星球包含的总质量[或者,更好地讲是  $G/(3c^4)$  乘星球包含的总能量值]。这个定律——定律(1)——在任何运动系统内都应该是正确的,这是伟大的引力定律之一,称为爱因斯坦场方程。另一个伟大定律是定律(2)——物体必须这样运动,使得固有时为极大——这被称为爱因斯坦运动方程。

把这两个定律写成一个完整的代数式,把它们与牛顿定律进行比较,或者把它们与电动力学联系起来,在数学上是很困难的。但它是今天我们所看到的关于引力物理方面最完整的定律的样式。

虽然对于所考虑的简单例子,它们给出与牛顿力学相一致的结果,但它们并不始终相符。首先由爱因斯坦导出的三个差异已经在实验上得到了证实:水星轨道并不是固定的椭圆;光通过太阳附近时发生的偏折是我们原来认为的大小的两倍;钟的快慢取决于它们在引力场中的位置。每当爱因斯坦的预言与牛顿力学的概念不同时,大自然选择的总是爱因斯坦。

让我们把已说过的每件事以下述方式做一小结。首先,时间和距离的量值决定于你测量它时在空间的位置和时间,这与时空是弯曲的表述等价。根据测得的一个球体的表面积就可以确定预期半径,即  $\sqrt{A/(4\pi)}$ ,但实际的测量半径将有一个超过这半径的逾,逾半径正比于(比例常数为  $G/c^2$ )球内部所包含的总质量。这个逾半径确定了时空曲率的恰当度数。不论谁在观察物质,也不论物质在如何运动,曲率必定是相同的。第二,在这种弯曲的时空中,粒子沿“直线”(最大固有时轨道)运动。这就是引力定律的爱因斯坦公式的内容。



# 索引

## 二画

二维场 two-dimensional field 84

## 三画

三角晶格 trigonal lattice 413  
 三维波 three-dimensional waves 266  
 三斜晶格 triclinic lattice 413  
 “干”水 “dry” water 552  
 大气中的电流 electric current in the atmosphere 100  
 大气的电势梯度 potential gradient of the atmosphere 109  
 马斯登 Marsden 57  
 马赫数 Mach number 572

## 四画

六角单胞 hexagonal cell 413  
 不确定性原理 uncertainty principle 57  
 水滴破裂理论 breaking-drop theory 118  
 比热 specific heat 510  
 介电常数 dielectric constant 122  
 内反射 internal reflection 461  
 非极性分子 nonpolar molecule 132  
 无旋运动 irrotational motion 558  
 无源元件 passive element 300  
 互容[系数] mutual capacitance 310  
 互感[系数] mutual inductance 222, 309  
 分子偶极子 molecular dipole 132  
 分子晶体 molecular crystal 407  
 中子扩散 diffusion of neutrons 151  
 中子扩散方程 neutron diffusion equation 152  
 牛顿, I. Newton, I. 54  
 牛顿定律 Newton's laws 88

反射波 reflected waves 455  
 反铁磁性材料 antiferromagnetic material 518  
 巴克豪森效应 Barkhausen effect 516  
 韦伯 Weber 202  
 贝尔, A. G. Bell, A. G. 204  
 贝塞尔函数 Bessel function 322

## 五画

立方晶胞 cubic cell 413  
 石榴石 garnet 519  
 正方晶胞 tetragonal cell 413  
 四极子势 quadrupole potential 74  
 四极透镜 quadrupole lens 86, 402  
 四维矢量 four-vectors 341  
 永电体(驻极体) electret 140  
 冯·诺伊曼, J. Von Neumann, J. 154  
 兰姆 Lamb 62  
 发电机 generator 219  
 发射率 emissivity 81  
 正交晶胞 orthorhombic cell 413  
 平(行)板电容器 parallel-plate capacitor (condenser) 79, 97  
 平面晶格 plane lattice 410  
 平面波 plane waves 259  
 卡门涡街 Kármán vortex street 575  
 布拉格, L. Bragg, L. 416  
 布拉格-奈晶体模型 Bragg-Nye crystal model 416  
 加速器中的导向场 accelerator guide field 399  
 矢(叉)积 cross product 20  
 矢量代数 vector algebra 14  
 矢量分析 vector analysis 13  
 矢量场 vector field 4, 13, 14  
 矢量场的通量 flux of a vector field 29

- 矢量积分 vector integrals 27  
 矢量算符 vector operator 19  
 矢势 vector potential 173, 184  
 边界层 boundary layer 575  
 边值问题 boundary-value problems 83  
 卢瑟福 Rutherford 57  
 卢瑟福-玻尔原子模型 Rutherford-Bohr atomic model 57  
 电力 electrical forces 1, 159  
 电子极化强度 electronic polarization 132  
 电子显微镜 electron microscope 398  
 电子感应加速器 betatron 217  
 电介质 dielectric 122, 132  
 电导率 conductivity 443  
 电动力学 electrodynamics 3  
 电动机 electric generator 201  
 电动势 electromotive force 203  
 电场 electric field 2, 3, 5, 66, 93  
 电场的相对性 relativity of electric field 165  
 电阻器 resistor 292  
 电抗 reactance 301  
 电势 electric potential 44  
 电流 electric current 159  
 电流计 galvanometer 10, 201  
 电流密度 current density 159  
 电容 capacitance 79  
 电容器 capacitor (condenser) 292, 314  
 电容器的电容 capacity of a condenser 96  
 电容器的能量 energy of a condenser 96  
 电荷分离 charge separation 116  
 电荷守恒 conservation of charge 159  
 电荷的运动 motion of charge 395  
 电荷的静电能 electrostatic energy of charges 95  
 电荷密度 electric charge density 21, 43, 59  
 电离层 ionosphere 83, 111  
 电通量 electric flux 5  
 电偶极子 electric dipole 67  
 电路 circuits 290  
 电路元件 circuit elements 312  
 电感 inductance 201, 225, 291  
 电磁波 electromagnetic wave 275  
 电磁学 electromagnetism 1  
 电磁学定律 laws of electromagnetism 6  
 电磁质量 electromagnetic mass 383  
 电磁体 electromagnet 499  
 六画  
 因费尔德 Infeld 388  
 共振电路 resonant circuits 323  
 共振[波]膜 resonant mode 323  
 共振腔 resonant cavity 318  
 共振器 resonator 312  
 多普勒效应 Doppler effect 589  
 达朗贝尔算符 D'Alembertian 348  
 亥姆霍兹, H. Helmholtz, H. 563  
 毕奥-萨伐尔定律 Biot-Savart law 182  
 阶次指引数 step leader 120  
 曳引系数 drag coefficient 572  
 伏特计 voltmeter 201  
 机械能 mechanical energy 186  
 共价键 covalent bond 407  
 全内反射 total internal reflection 461  
 安培, A. Ampere, A. 163  
 安培电流 Amperian current 490  
 安培定律 Ampere's law 162  
 同步加速器 synchrotron 218  
 同(共)轴线 coaxial line 326  
 行移场 travelling field 235  
 极化矢量 polarization vector 124  
 极化电荷 polarization charges 124  
 极化(极化度) polarization 433  
 吸收系数 absorption coefficient 441  
 传输线 transmission line 326  
 传播因数 propagation factor 306  
 自由空间中的麦克斯韦方程组 Maxwell's equations in free space 259  
 自旋轨道 spin orbit 102  
 自感[系数] self-inductance 205, 224  
 交换力 exchange force 508  
 交流电路 alternating-current circuits 290  
 交流发电机 alternating-current generator 219  
 动量谱 momentum spectrum 395

汤川秀树 Yukawa, H. 393  
 汤川势 Yukawa potential 394  
 汤姆孙 Thompson, J. J. 57  
 汤姆孙原子模型 Thompson atomic model 57  
 压电 piezoelectricity 141  
 宇宙线 cosmic rays 111  
 光的反射 reflection of light 448  
 光的折射 refraction of light 448  
 尖晶石 spinel 519  
 有电流和电荷时的麦克斯韦方程组 currents and charges Maxwell's equations 275  
 有源电路元件 active circuit element 294  
 导体的场 fields of a conductor 63  
 场动量 field momentum 377  
 场线 field lines 52  
 场的洛伦兹变换 Lorentz transformation of fields 353  
 场(的)能量 field energy 368  
 场指数 field index 401  
 场离子显微镜 field-ion microscope 81  
 轨道运动 orbital motion 466

## 七画

劳顿 Laughton 62  
 位错 dislocation 415, 416  
 伯努利定理 Bernoulli's theorem 557  
 作用于电流上的磁力 magnetic force on a current 161  
 极化率 electric susceptibility 126  
 扭转(的)棒 torsion bar 527  
 李纳-维谢尔势 Liénard-Wiechert potentials 287  
 时空 space-time 365  
 进动角 angle of precession 467  
 阻抗 impedance 290  
 阿伏伽德罗常量 Avogadro's number 100  
 阿哈罗诺夫 Aharanov 196  
 抗磁性 diamagnetism 464  
 折射率 index of refraction 433  
 克劳修斯-莫索提方程 Clausius-Mossotti equation 139  
 克罗内克  $\delta$ [符号] Kronecker delta 422

库仑定律 Coulomb's law 42, 61  
 库埃特流动 Couette flow 576  
 麦卡洛 McCullough 11  
 麦克斯韦, J. C. Maxwell, J. C. 9, 12, 62, 230  
 麦克斯韦方程组 Maxwell's equations 13, 21, 41, 66, 230, 435  
 体应变 volume strain 524  
 体应力 volume stress 525  
 体弹性模量 bulk modulus 525  
 杨氏模量 Young's modulus 523  
 张量场 tensor field 429  
 运动方程 equation of motion 553  
 运动电荷的场动量 field momentum of moving charge 382  
 狄拉克, P. Dirac, P. 13, 388  
 闵可夫斯基空间 Minkowski space 430  
 应变 strain 523  
 应变张量 strain tensor 429, 536  
 应力 stress 523  
 应力张量 stress tensor 426

## 八画

环流 circulation 6, 35  
 范德格拉夫起电机 van de Graaff generator 65  
 奈, J. F. Nye, J. F. 416  
 坡印亭, J. Poynting, J. 370  
 泊松比 Poisson's ratio 523  
 庞加莱应力 Poincaré's stress 385  
 刷形放电 brush discharge 119  
 表面张力 surface tension 150  
 取向极化 orientation polarization 135  
 取向磁矩 oriented magnetic moment 479  
 变分学(法) calculus of variations 246  
 定常流 steady flow 557  
 经典电子半径 classical electron radius 384  
 单胞 unit cell 141  
 单斜晶胞 monoclinic cell 413  
 “奇异”粒子 “strange” particles 102  
 拉梅弹性常数 Lamé elastic constants 541  
 拉莫尔频率 Larmor frequency 470

- 拉莫尔定理 Larmor's theorem 470  
 拉普拉斯方程 Laplace equation 83  
 拉普拉斯算符 Laplace operator 24, 66  
 拉比分子束法 Rabi molecular-beam method 479  
 波包 wave packet III-176  
 波导 waveguides 326  
 波(动)方程 wave equation 239  
 坡莫合金(高导磁合金) Permalloy 518  
 法拉第, M. Faraday, M. 122  
 法拉第感应定律 Faraday's law of induction 214  
 空腔共振器 cavity resonator 312  
 线电荷 line charge 57  
 线积分 line integral 27  
 质子自旋 proton spin 101  
 固体物理学 solid-state physics 101  
 居里-外斯定律 Curie-Weiss law 142  
 居里定律 Curie law 136  
 居里温度 Curie temperature 504  
 欧拉力 Euler force 534
- ### 九画
- 面电荷 sheet of charge 58  
 威尔逊, C. T. R. Wilson, C. T. R. 118  
 胡克定律 Hooke's law 522  
 顺磁性 paramagnetism 464, 476  
 栅极的静电场 electrostatic field of a grid 93  
 点电荷 point charge 107  
 点电荷的(电)场场能量 field energy of point charge 381  
 点电荷的静电能 electrostatic energy of a point charge 107  
 洛伦兹力 Lorentz force 159, 199  
 洛伦兹公式 Lorentz formula 287  
 洛伦兹规范 Lorentz gauge 241  
 洛伦兹变换 Lorentz transformation 341, 353  
 洛伦兹条件 Lorentz condition 350  
 派因斯 Pines 90  
 玻尔, N. Bohr, N. 57  
 玻尔磁子 Bohr magneton 475
- 玻恩 Born, M. 383  
 带电导体 charged conductor 96  
 带电面 charged sheet 59  
 带电球体(壳) sphere of charge 60  
 标(点)积 dot product 17, 343  
 标积 scalar product 343  
 标量场 scalar field 14  
 用相对论符号表示的电力学 relativistic notation electrodynamics 341  
 相对磁导率 relative permeability 498  
 复变函数 complex variable 84  
 费恩曼, R. Feynman, R. 391  
 施特恩-格拉赫实验 Stern-Gerlach experiment 478  
 恒定电流的磁场 magnetic field of steady currents 162  
 绝热退磁 adiabatic demagnetization 485  
 绝缘体 insulator 2, 122  
 哈密顿第一主函数 Hamilton's first principal function 251  
 退磁 demagnetization 485
- ### 十画
- 莱索福 Retherford 62  
 泰勒展开 Taylor expansion 73  
 格拉赫 Gerlach 478  
 胶态粒子 colloidal particles 90  
 朗德 g 因子 Landé g-factor 467  
 被动(性电路)元件 passive circuit element 294  
 涡(电)流 eddy current 206  
 涡线 vortex lines 563  
 涡度 vorticity 556  
 流体动力学 hydrodynamics 554  
 流体流动 fluid flow 154  
 流体静力学 hydrostatics 552  
 流线 streamlines 557  
 通量 flux 48  
 通量法则 flux rule 215  
 透射波 transmitted waves 455  
 速度势 velocity potential 154  
 高电压击穿 high-voltage breakdown 80

高斯面 Gaussian surface 122  
 高斯, K. Gauss, K. 32, 202  
 高斯定律 Gauss' law 55  
 高斯定理 Gauss' theorem 31, 51  
 热力学 thermodynamics 510  
 热释电 pyroelectricity 141  
 热传导 heat conduction 33  
 热导率 thermal conductivity 21, 146, 148

热扩散方程 heat diffusion equation 35  
 热流 heat flow 21, 146  
 原子电流 atomic currents 163  
 原子轨道 atomic orbits 8  
 原子极化率 atomic polarizability 434  
 原子磁体的进动 precession of atomic magnets 467

铁电性 ferroelectricity 141  
 铁氧体、铁素体 ferrite 519  
 铁磁性 ferromagnetism 464, 489, 507  
 铁磁绝缘体 ferromagnetic insulators 519  
 核  $g$  因子 nuclear  $g$ -factor 467  
 核(内)的静电能 electrostatic energy in nuclei 101

核的相互作用 nuclear interaction 101  
 核磁共振 nuclear magnetic resonance 486  
 能流 energy flux 369  
 能量 energy 302  
 能量守恒 conservation of energy 369  
 能量密度 energy density 370  
 离子极化率 ionic polarizability 141  
 离子晶体的静电能 electrostatic energy of ionic crystal 99  
 离子键 ionic bond 407

## 十一画

铝镍钴 V alnico V 517  
 球面波 spherical waves 270, 276  
 偶极子 dipole 280  
 偶极子势 dipole potential 70  
 偶极矩 dipole moment 72  
 剪切波 shear wave 527  
 基尔霍夫法则 Kirchhoff's laws 297

基态 ground state 102  
 盖革 Geiger 57  
 弹性 elastica 535  
 弹性材料 elastic materials 536  
 弹性张量 tensor of elasticity 539  
 弹性 elasticity 522  
 弹性常量(数) elastic constants 541, 547  
 悬(臂)梁 cantilever beam 532

## 十二画

“湿”水 “wet” water 566  
 富兰克林, B. Franklin, B. 61  
 琥珀 amber 12  
 趋肤深度 skin depth 444  
 滑移位错 slip dislocation 415  
 量子化磁态 quantized magnetic states 476  
 晶体 crystal 405  
 晶体的内禀几何 geometry of crystal 405  
 晶格 crystal lattice 408  
 等势面 equipotential surface 52  
 等离子体振荡 plasma oscillations 88, 444  
 等离子体频率 plasma frequency 89, 444  
 等效电流, 等效电路 equivalent circuits 300

等温线 isotherm 15  
 等温面 isothermal surface 15  
 傅里叶定理 Fourier theorem 93  
 博姆 Bohm 90, 196  
 博普 Bopp 389  
 惠勒 Wheeler 389  
 超透视合金 supermalloy 498  
 超脱性 unworldliness 352  
 普里斯特利, J. Priestly, J. 62  
 普林顿 Plimpton 62  
 斯托克斯定理 Stokes' theorem 36  
 斯涅耳定律 Snell's law 448  
 最小作用量原理 principle of least action 243

散度 divergence 20, 347  
 散度运算 divergence operator 20, 27

## 十三画

楞次法则 Lenz's rule 205, 465

照明 illumination 156  
 滤波器 filter 305  
 解理面 cleavage plane 406  
 零旋度 zero curl 38, 39  
 零散度 zero divergence 38, 39  
 感应电流 induced currents 201  
 感应 induction 213  
 感应定律 laws of induction 213  
 瑞利波 Rayleigh waves 530  
 像电荷 image charge 77  
 叠加 superposition 171  
 叠加原理 principle of superposition 3, 42  
 雷诺数 Reynolds' number 570

## 十四画

截止频率 cutoff frequency 331  
 赫斯 Hess 110  
 静电 statics 41  
 静电方程组 electrostatic equations 127  
 静电场 electrostatic field 55, 83  
 静电场中的能量 energy in electrostatic field 104  
 静电学 electrostatics 41  
 静电势 electrostatic potential 66  
 静电势方程组 equations of electrostatic potential 66  
 静电能 electrostatic energy 95  
 静电透镜 electrostatic lens 397  
 静磁 magnetostatics 41, 159  
 磁力 magnetic force 2, 159, 161  
 磁化电流 magnetization currents 489  
 磁化场 magnetizing fields 496  
 磁化率 magnetic susceptibility 483  
 磁石 lodestone 12

磁场 magnetic field 2, 3, 4, 159, 173  
 磁场的相对性 relativity of magnetic field 165  
 磁导率 permeability 498  
 磁共振 magnetic resonance 476  
 磁性材料 magnetic materials 507  
 磁滞回线 hysteresis curve 512  
 磁滞回线(路) hysteresis loop 497  
 磁矩 magnetic moments 466, 477  
 磁能 magnetic energy 225  
 磁致伸缩 magnetostriction 513  
 磁透镜 magnetic lens 398  
 磁偶极子 magnetic dipole 180  
 磁偶极矩 magnetic dipole moment 181  
 畴 domain 513

## 十五画

耦合 coupling 227  
 耦合系数 coefficient of coupling 227  
 德拜长度 Debye length 92

## 十六画

激发态 excited state 102  
 薛定谔方程 Schrödinger equation 196  
 整流器 rectifier 307  
 壁能 wall energy 512

## 十七画

螺线管 solenoid 164  
 螺旋位错 screw dislocation 415  
 黏性,黏度 viscosity 566  
 黏性系数 coefficient of viscosity 567  
 黏性流动 viscous flow 569  
 X射线衍射 X ray diffraction 406

# 附录

## 本书涉及的非法定计量单位换算关系表

单位符号	单位名称	物理量名称	换算系数
bar	巴	压强,压力	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
Cal	大卡	热量	$1 \text{ Cal} = 1 \text{ kcal}$
cal	卡[路里]	热量	$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$
dyn	达因	力	$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$
f, fa, fathom	英寻	长度	$1 \text{ f} = 2 \text{ yd} = 1.8288 \text{ m}$
fermi(fm)	费米	(核距离)长度	$1 \text{ fermi} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$
ft	英尺	长度	$1 \text{ ft} = 3.048 \times 10^{-1} \text{ m}$
G, Gs	高斯	磁通量密度,磁感应强度	$1 \text{ Gs} = 10^{-4} \text{ T}$
gal	加仑	容积	$1 \text{ gal(UK)} = 3.78543 \text{ L}$
in	英寸	长度	$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$
lb	磅	质量	$1 \text{ lb} = 0.453592 \text{ kg}$
l. y.	光年	长度	$1 \text{ l. y.} = 9.46053 \times 10^{15} \text{ m}$
mi	英里	长度	$1 \text{ mi} = 1.60934 \text{ km}$
Mx	麦克斯韦	磁通量	$1 \text{ Mx} = 10^{-8} \text{ Wb}$
Oe	奥斯特	磁场强度	$1 \text{ Oe} = 1 \text{ Gb/cm} = (1000/4\pi) \text{ A/m}$ $= 79.5775 \text{ A/m}$
oz	盎司	质量	$1 \text{ oz} = 28.349523 \text{ g}$
qt	夸脱	容积	$1 \text{ qt(UK)} = 1.13652 \text{ dm}^3$

