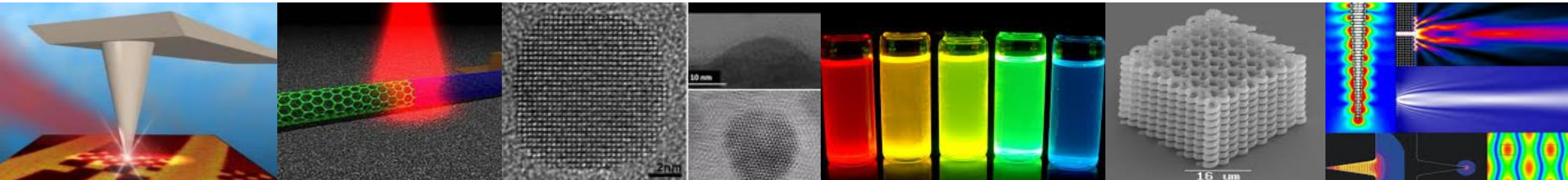
纳米光子学 Nanophotonics

第5讲：光与物质相互作用

兰长勇

光电科学与工程学院



纳米光子学内容

课程知识点

1. 研究内容

纳米光子学基础

电子与光子异同

纳米尺度下光与物质相互作用

- 量子材料：电子的限域引起光学效应
- 表面等离子体光学：金属光学
- 光子晶体：周期性介质光学
- 亚波长共振：在远场影响光传播和偏振的周期性光学结构
- 超材料：人工设计电磁材料

2. 研究方法

计算方法：电磁场数值模拟

特性描述：近场光学

制备方法：纳米加工

知识点关系

纳米光子学：纳米尺度下光与物质相互作用 → 电磁波与偶极子相互作用

$\varepsilon(\omega)$

气体、液体、固体

绝缘体、半导体、导体 → 金属光学

金属光学：
- 自由电子气：P
- 金属/介面：SP
- 金属纳米颗粒：LSP

单个颗粒：洛伦兹模型——$\varepsilon(\omega)$

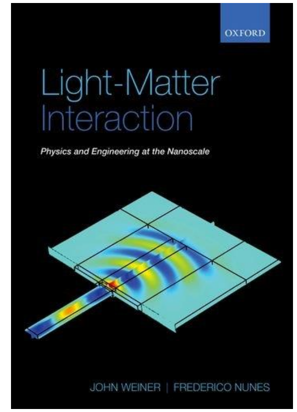
周期性排列：光子晶体

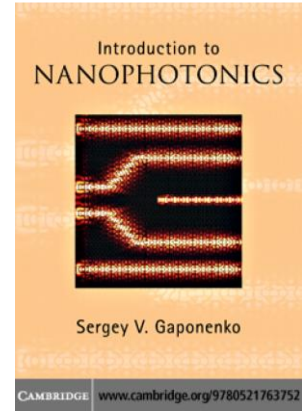
半导体纳米晶

量子点光学属性

电磁超材料

本讲内容





1. 材料的光学性质

-吸收

-散射

-色散

2. 电磁基本理论

-电磁波的产生与传播 -麦克斯韦方程 → **与量子力学薛定谔方程类比**

-电介质的极化

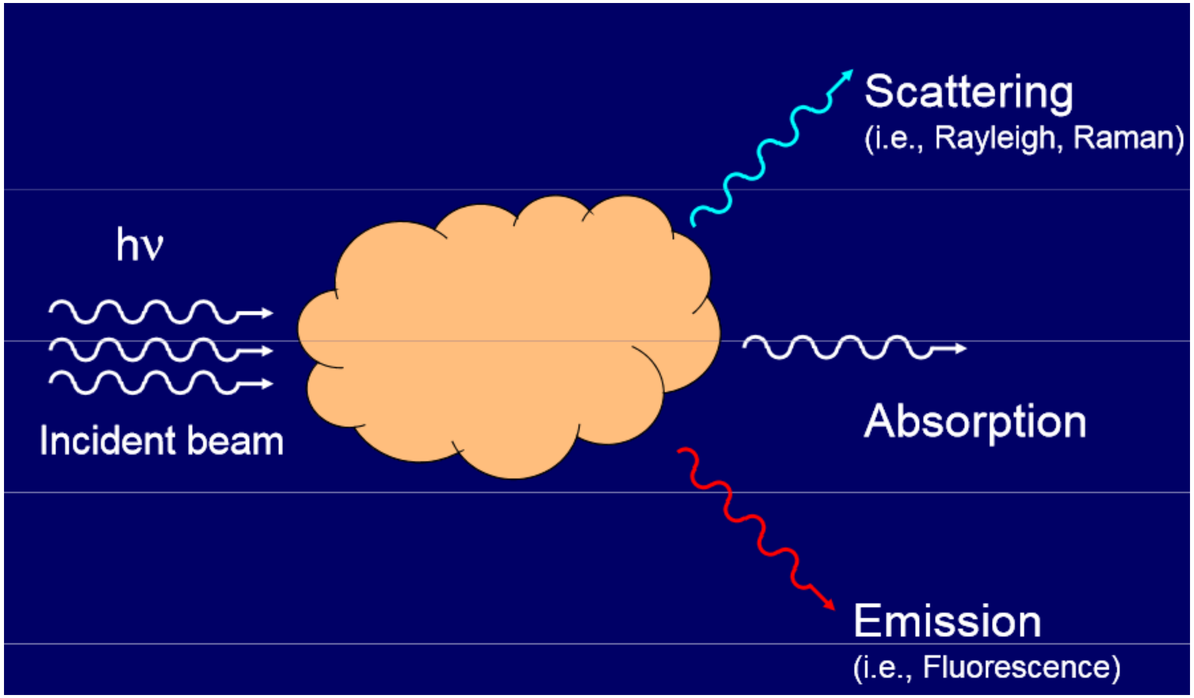
3. 微观和宏观材料理论

-自由和束缚电子

-绝缘体/电介质的电磁响应：Lorentz model

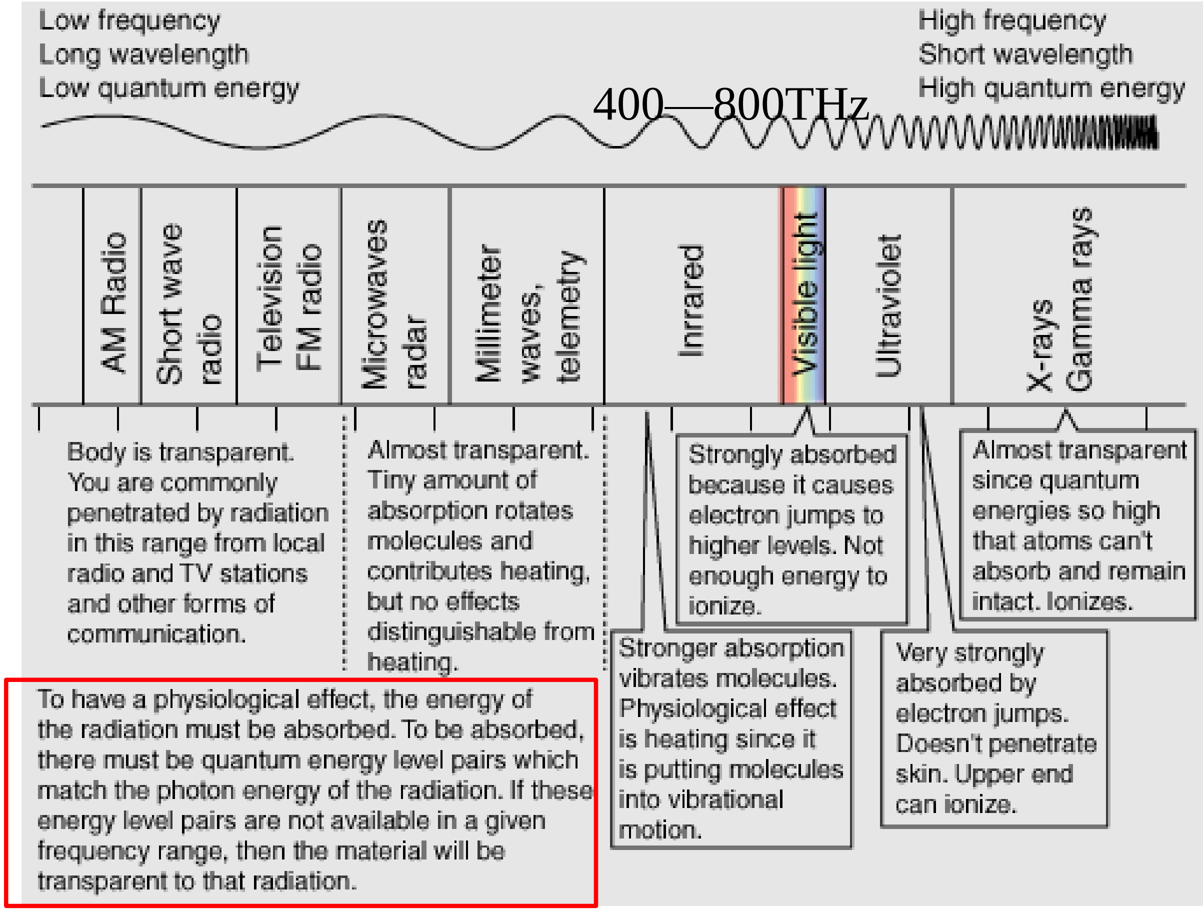
-金属的电磁响应：Drude model (下次课讲)

1. 材料的光学性质



- 电磁波（光波）通过介质时，折射率和吸收率分别与介质的介电常数的实部、虚部直接相关，且与电磁波的频率有光
- 固体材料**光学性质本质**：电磁波（光波）与材料中的原子、离子或电子的相互作用，电子极化与电子能量转换

光的吸收



- 只有当入射光子的能量与材料的某两个能态之间的能量差值相等时，光量子才可能被吸收。同时，材料中的电子从较低能态跃迁到高能态。
- **光的吸收**是材料中的微观粒子与光相互作用的过程中表现出的**能量交换过程**。

光的散射

散射：光在传播中遇到不均匀结构时偏离原来的方向，主要由反射、折射引起。根据散射前后光子能量（光波频率）变化与否，分为弹性散射与非弹性散射

$$I_s \propto \frac{1}{\lambda^{\sigma}}$$

- 弹性散射：光子能量（频率）不发生变化，只改变方向

1. 瑞利散射（$a_0 << \lambda$, $\sigma=4$）、
2. 米氏散射（ $a_0 \sim \lambda$, $\sigma=0\sim4$ ）、
3. 丁达尔散射（$a_0=100\sim900nm$, $\sigma\sim4$,可见光范围）

a_0为散射颗粒的大小

- 非弹性散射：光子能量（频率）发生变化，也改变方向

1. 拉曼散射（光学声子）、2. 布里渊散射 （声学声子）

光的色散

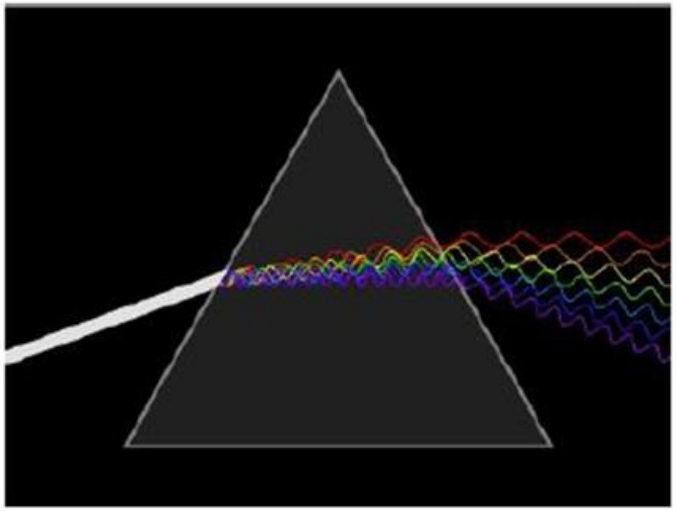
- 材料中光的色散表现为折射率随波长的变化, $n = n(\lambda)$。
- 材料的折射率从本质上讲，反映了材料的电磁结构在光波作用下的极化性质或者说介电特性。
- 多数媒质中，相对介电常数 ε 不是常数，随入射光频率的变化，即 $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$。
- $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\, \varepsilon(\omega)\boldsymbol{E}$ 与频率相关，$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}(\omega)$；这种与频率相关的性质称为色散。
- 实际上任何材料都或多或少存在色散。

举例：

棱镜中的色散关系

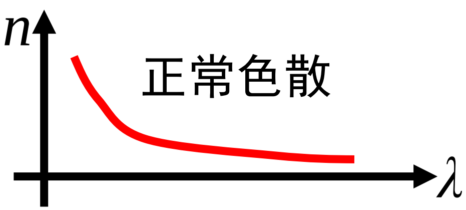
$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$$

折射率与频率 ω 相关：分光

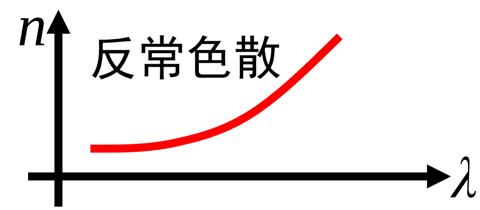


材料的色散

定义：光通过介质时，传播速度随频率而变化，因而不同波长的光具有不同的折射率值的现象。



$$\boxed{色散 = \frac{dn}{d\lambda}}$$



- 材料的折射率随入射光的频率的减小(或波长的增加)而减小的性质，即 **dn/dλ<0**，称为光的正常色散（**normal dispersion**）。

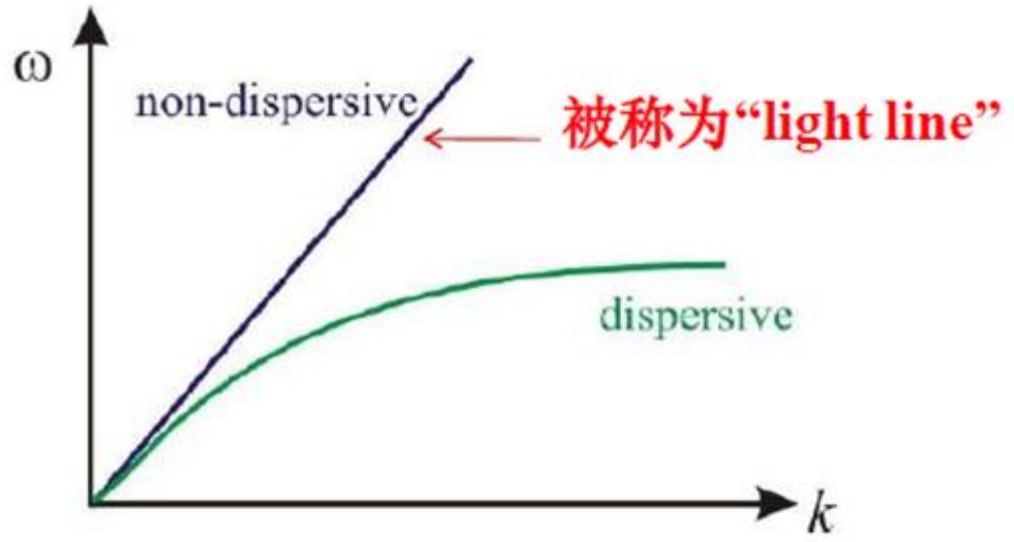
- 实验表明，在发生强烈吸收的波段，折射率**n**随着波长的增加而增大，即**dn/dλ> 0**，这种在吸收带附近与正常色散曲线大不相同的特征称之为反常色散（**anomalous dispersion**）

色散关系

对横向电磁波: $k=\sqrt{\varepsilon}\dfrac{\omega}{c}\Rightarrow\omega=\dfrac{kc}{\sqrt{\varepsilon}}$

- 对非色散媒质(例如, 在真空里),ε 是常数,ω-k 关系是线性的;
- 否则, ε 是 ω-相关, ω-k关系是非线性的.

我们可以画出ω-k 色散关系:



重要！！

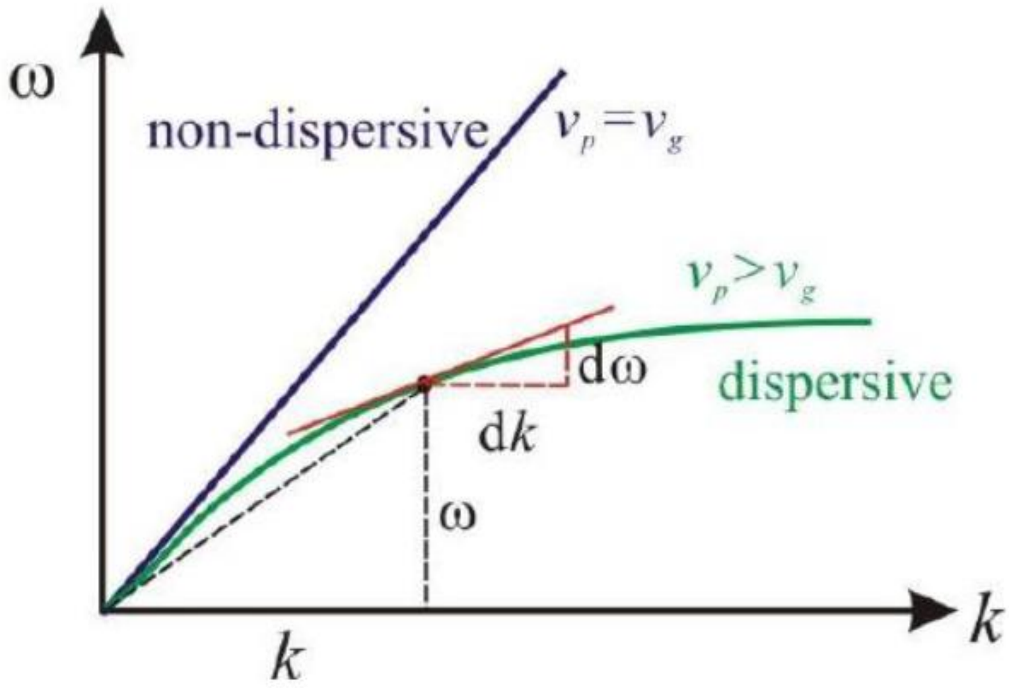
相速与群速

相速v_p：相速度,单一频率的正弦电磁波波的等相面（如波峰面或波谷面）在介质中传播的速度$v=c/n$，理想介质中，相速仅与介质参数有关

群速v_g：波列作为整体的传播速度，指波的包络传播的速度。是波实际前进的速度。群速是代表波群能量的传播速度。

在正常色散区域，$dn/d\lambda<0$，群速度小于相速$v_g < v_p$；
在反常色散区域，$dn/d\lambda> 0$，群速度大于相速$v_g > v_p$。

相速与群速



$$v_p = \frac{\omega}{k}, \quad v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- 非色散介质中: $v_p = v_g$
- 色散介质中: $v_p \neq v_g$

- v_g 是被传输信号或能量的速度, 因此根据相对论必须 $v_g < c$
- 而对v_p没有限制, 因此有可能$v_p > c$

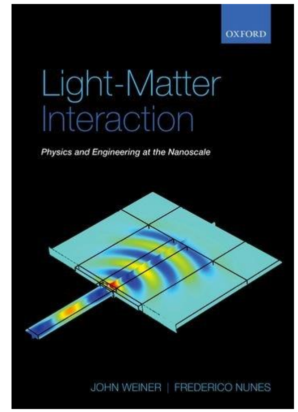
本讲内容

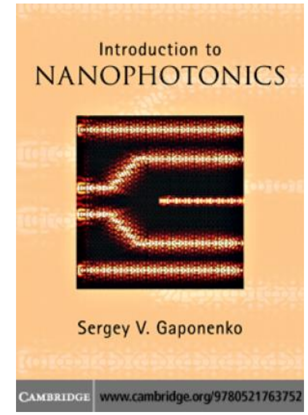
1.材料的光学性质

-吸收

-散射

-色散





2. 电磁基本理论

-电磁波的产生与传播　-麦克斯韦方程 → **与量子力学薛定谔方程类比**

-电介质的极化

3. 微观和宏观材料理论

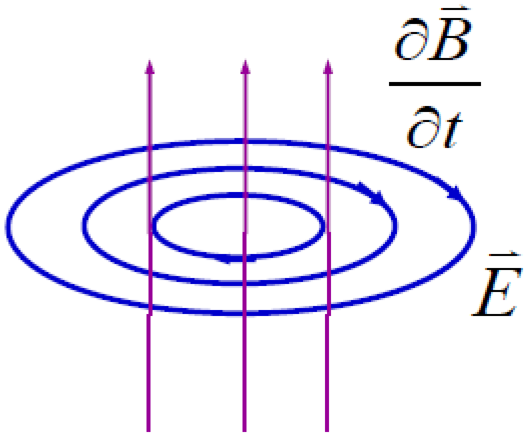
-自由和束缚电子

-绝缘体/电介质的电磁响应：Lorentz model

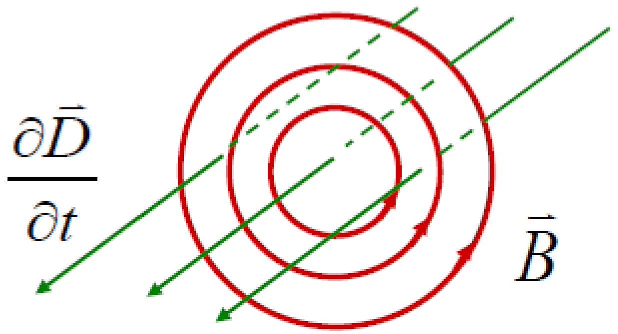
-金属的电磁响应：Drude model (下次课讲)

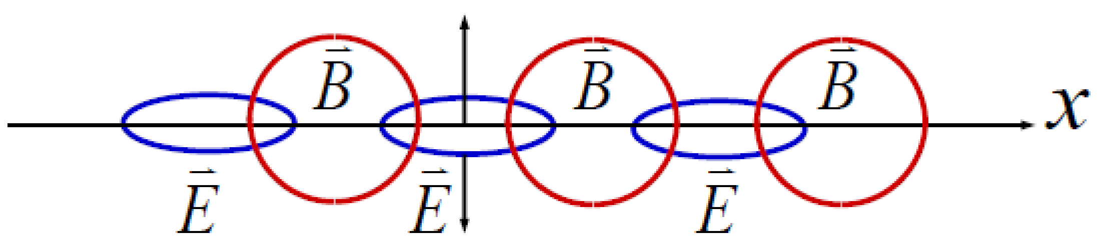
电磁波的产生与传播

变化的磁场激发电场



变化的电场激发磁场



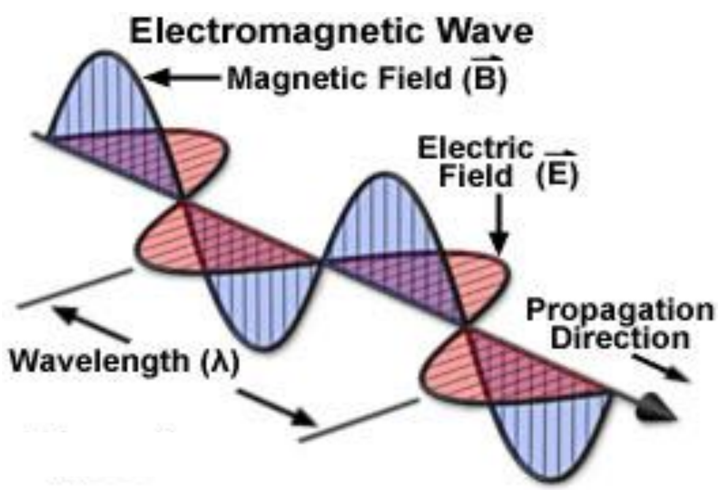


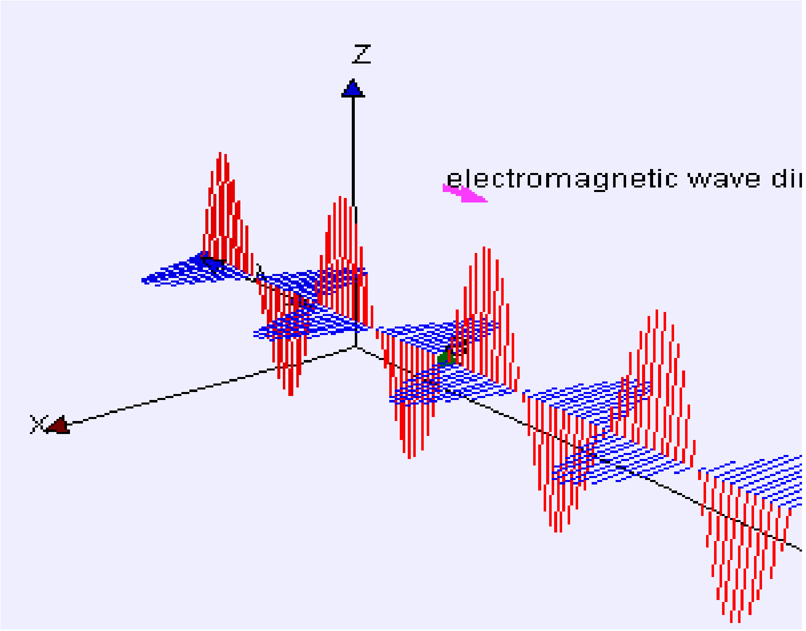
变化的电磁场在空间以一定的速度传播就形成电磁波

电磁场理论

光学计算的物理基础：电磁场理论

1. 电场和磁场共存
2. 电磁波是横波
3. 电场和磁场方向相互垂直
4. 电场和磁场传播速度相同，相位相同
5. 电磁波具有波的共性-在介质分界面处有反射和折射





麦克斯韦方程组

怎样描述光的波动性质

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{ext}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Divergence equations

散度公式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_{ext}$$

旋度公式

Curl equations

(1831 – 1879)

D=电位移矢量

E=电场强度矢量，

B=磁感应强度矢量

H=磁场强度矢量

ρ_{ext}=外部电荷密度

J_{ext}=外部电流密度

如果没有外部电荷和电流

$$\nabla \cdot \mathrm{D} = \mathbf{0}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{B} = \mathbf{0}$$

$$\nabla \times \mathrm{E} = -\partial \mathrm{B}/\partial t$$

$$\nabla \times \mathrm{H} = \partial \mathrm{D}/\partial t$$

连接4个宏观场量

E, H, D, B

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M},$$

麦克斯韦方程的微分形式

∇ 为微分算子，也称Hamiltion算子，定义为

$$\nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

标量场的梯度是矢量场： $\phi = \phi(x, y, z)$

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\vec{k}$$

矢量场的散度是标量场： $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

矢量场的旋度还是矢量场：

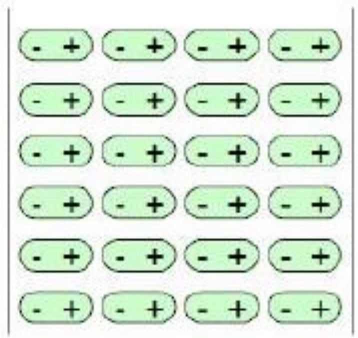
$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{k}$$

本构关系

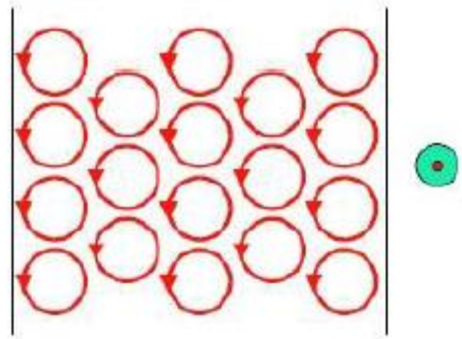
E 和D, H 和 B的关系是什么?

– 由材料的电磁响应决定。

Polarization P



Magnetization M



$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi_E \boldsymbol{E}$ 相对介电常数

$$\boldsymbol{D} = \underline{\varepsilon_0}\boldsymbol{E} + \underline{\boldsymbol{P}} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon} \boldsymbol{E}$$

真空介电常数 极化强度

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \mathrm{F/m}$

$\boldsymbol{M} = \chi_M \boldsymbol{H}$ 相对磁导率

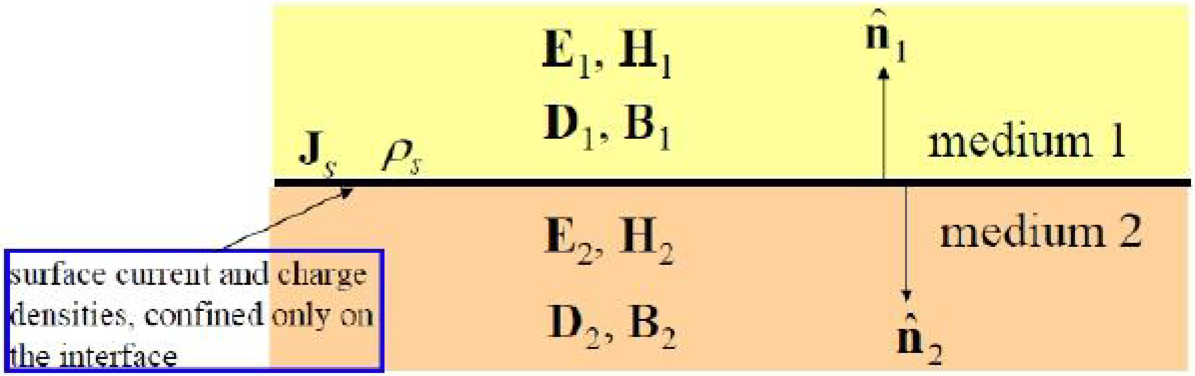
$$\mathbf{B} = \underline{\mu_0}\mathbf{H} + \mu_0\underline{\mathbf{M}} = \mu_0 \underline{\mu} \mathbf{H}$$

真空磁导率 磁化强度

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \mathrm{H/m}$

意义：总电位移(磁感应)=外场+介质内的极化/磁化强度

边界条件



切向分量:

$$\hat{\mathbf{n}}_1 \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$
$$\hat{\mathbf{n}}_1 \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$$

法线分量:

$$\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$
$$\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

如果没有外部电荷和电流

$E_{1t} = E_{2t}$, $H_{1t} = H_{2t}$ $\quad$ $B_{1n} = B_{2n}$, $D_{1n} = D_{2n}$

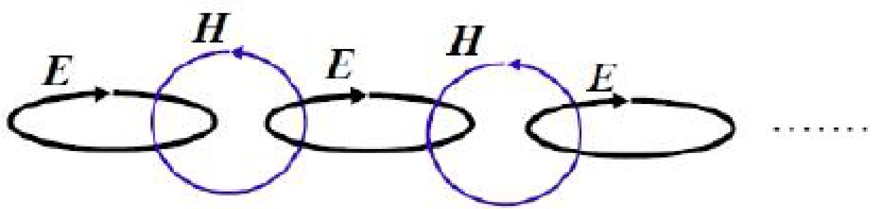
任意一点电磁场=麦克斯韦方程组+边界条件+初始条件

波动方程

根据旋度方程:　　变化的电场$\boldsymbol{E}$ –> 变化的磁场$\boldsymbol{H}$ –> 变化的电场$\boldsymbol{E}$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \partial\mathbf{D}/\partial t$$



在各项同性介质中(ε 和 μ 是空间独立的) 得到:

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E} = -\mu_0\mu\frac{\partial(\nabla\times\boldsymbol{H})}{\partial t} = -\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\mu_r\boldsymbol{H}$$

利用矢量微分恒等式:

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A} = \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A}) - \nabla^2\boldsymbol{A}$$

真空中光速:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E}) - \nabla^2\boldsymbol{E} = -\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

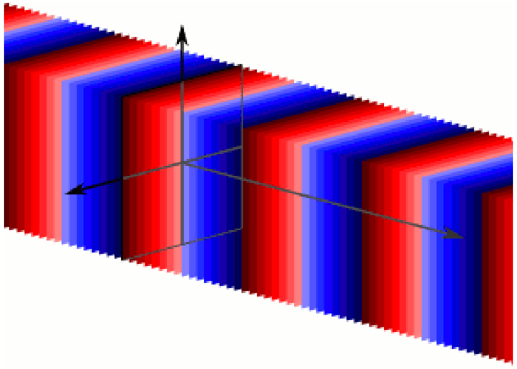
波动方程　　折射率: $n = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$

平面电磁波

平面波的电场可表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_0\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)$$

E_0为振幅，t为时间，ω为角速度，$\omega=2\pi f$，f为频率，k为波矢，$k=2\pi/\lambda$，r为位置矢量



用复数表示，平面波有如下关系

$$\exp(ia)=\cos a+i\sin a$$

平面波的电场可表示为 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}_0\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\mathrm{i}\omega t)$

同样，磁场的复数形式 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{H}_0\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\mathrm{i}\omega t)$

任何复杂变化的场都可以用傅里叶积分的方法分解成许多简谐场的叠加

时谐场

波动方程解:

$$\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E}=-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

我们只考虑非磁性媒质

(M=0, μ=1)

$$\boxed{\boldsymbol{E}(\mathbf{r},t)=\boldsymbol{E}_0\exp(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega t)}$$

该式中, $\nabla\rightarrow i\boldsymbol{k}$, $\partial/\partial t\rightarrow -i\omega$

因此，波动方程变为

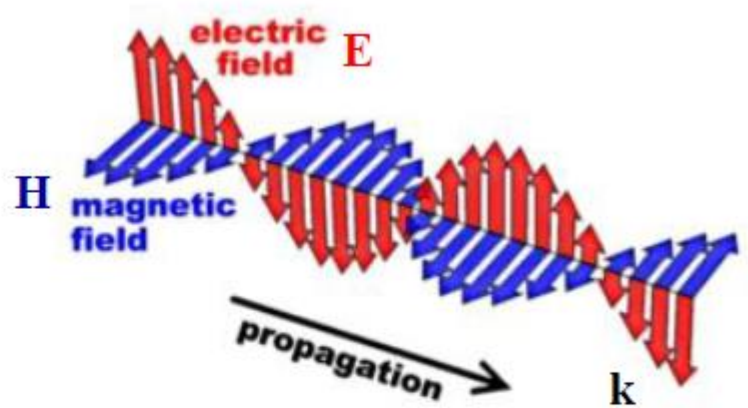
$$\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E})-k^2\boldsymbol{E}=-\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}\boldsymbol{E}$$

- 如果是横波 $\longrightarrow$ $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E}=0$

$$\boxed{k=\sqrt{\varepsilon}\frac{\omega}{c}\equiv nk_0}$$

- 如果是纵波→ $\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E})=k^2\mathbf{E}$

$\rightarrow \varepsilon=0$ 后面讨论



Maxwell与Helmholtz方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J},$$
$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho,$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$
$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P},$$
$$\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}.$$

各向同性、均匀介质

无静电荷

波动方程：
$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0,$$
$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$$

波数： $k = |\mathbf{k}| = \omega\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$

真空中相速度: $v_{\text{vacuum}} = c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

介质中相速度: $v = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$

$n = \sqrt{\varepsilon\mu},\ v = c/n$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{H} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0.$$

单色平面波: $E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r})e^{i\omega t}$

Helmholtz方程:

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + \frac{n^2(\mathbf{r})}{c^2}\omega^2 E(\mathbf{r}) = 0.$$

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + k^2 E(\mathbf{r}) = 0, \quad k = \frac{n(\mathbf{r})}{c}\omega$$

EM Wave

$$\nabla^2 A(\mathbf{r}) + \frac{n^2(\mathbf{r})}{c^2}\omega^2 A(\mathbf{r}) = 0$$

$A(\mathbf{r})$ the amplitude of the electric field

(波的)特征值方程

$$\left\{\nabla\times\frac{1}{\varepsilon(r)}\nabla\times\right\}\boldsymbol{B}(r)=\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\boldsymbol{B}(r)$$

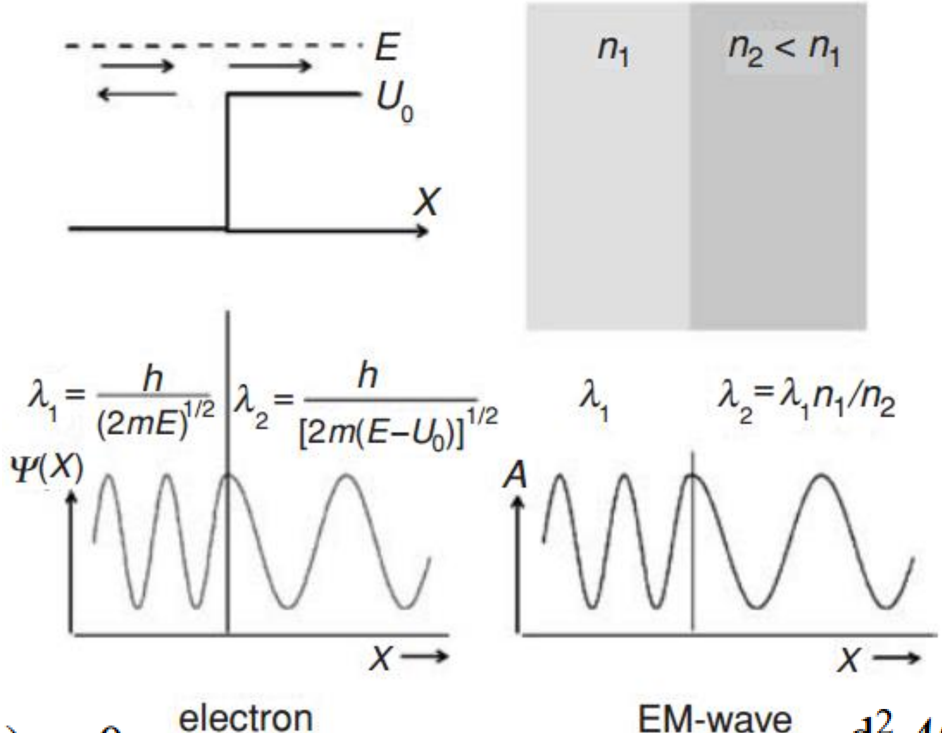
$$\hat{H}\psi(r)=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V(r)\right]\psi(r)=E\psi$$

Helmholtz equation	steady-state *Schrödinger* equation
$\nabla^2 A(\mathbf{r})+\frac{n^2(\mathbf{r})}{c^2}\omega^2 A(\mathbf{r})=0$	$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r})+[E-U(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r})=0$
$\frac{d^2A(x)}{dx^2}+\frac{n^2(x)}{c^2}\omega^2 A(x)=0$	$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}[E-U(x)]\psi(x)=0$

$$\frac{n^2(x)}{c^2}\omega^2 \leftrightarrow \frac{2m}{\hbar^2}[E-U(x)]$$

$\frac{d^2A(x)}{dx^2}+k_{\mathrm{EM}}^2 A(x)=0$	$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+k_{\mathrm{QM}}^2\psi(x)=0$
电磁波 ➡ $k_{\mathrm{EM}}=\frac{n_0\omega}{c}$	$k_{\mathrm{QM}}=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E-U_0)}$ ⬅ 物质波
$v=c/n$	$E-U_0\equiv\frac{p^2}{2m}$
	$p\equiv mv=\sqrt{2m(E-U_0)}$
$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{c}{\nu}$	$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}$
EM Wave	QM Particle

Isomorphism of the Schrödinger and Helmholtz equations



QM Particle

EM Wave

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k_{QM}^2\psi(x) = 0$$

$$\frac{d^2 A(x)}{dx^2} + k_{EM}^2 A(x) = 0$$

(i) the wave nature of light and electrons,

(ii) the existence of evanescent waves in so-called "classically forbidden" areas,

(iii) the interference of waves scattered over barriers/wells.

介质中的电磁场-电介质的极化

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

材料对外电场的响应方式：

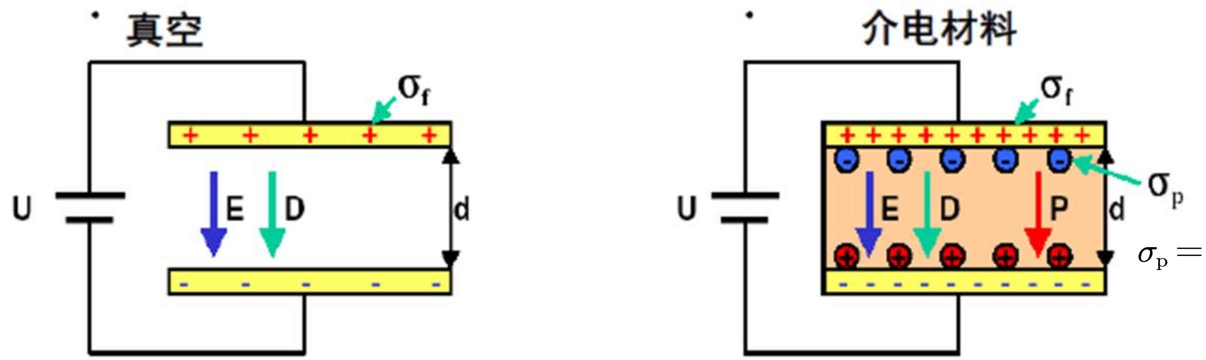
- 导体：以电荷的长程迁移即传导的方式对外电场做出响应，导体中的自由电荷在电场作用下定向运动，形成传导电流。
- 电介质：在外电场作用下沿着电场方向产生电偶极矩的改变，通常是指电阻率大于 $10^{10}\Omega\text{cm}$的一类在电场中以感应并非传导的方式呈现电学性能的物质。

在电介质中，原子、分子或离子中的正负电荷以共价键或离子键的形式被相互强烈地束缚着，通常称为束缚电荷。

在电场作用下，正负束缚电荷间发生相对偏移或极性随电场方向改变，产生感应偶极矩的现象，称为电介质的极化。

介质中的电磁场-电介质的极化

平行板电容器



$\sigma_\mathrm{p} = -\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}$

$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{\sigma_f}{\varepsilon_0}$

$P = 0$

$D = \sigma_f$

$D = \varepsilon_0 \cdot E$

$C = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{A}{d}$

E: 电场
D: 电位移
P: 极化强度
σ_f: 金属板表面的(正的与负的)自由电荷
σ_p: 介电材料表面的束缚电荷 (⊕ and ⊖)
ε_0: 真空介电常数(8.85×10^{-12}As/Vm)
ε_r: 相对介电常数 $\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$
C: 电容

$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{\sigma_f}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$

$P = -\sigma_p$

$D = \sigma_f$

$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$

$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \dfrac{A}{d}$

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi_\mathrm{e} \boldsymbol{E}$, χ_e 极化率

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \\ &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \varepsilon_0 \chi_\mathrm{e} \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon_0 (1 + \chi_\mathrm{e}) \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon \boldsymbol{E}\end{aligned}$$

相对介电常数

介电常数

$\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

材料的光学特性：材料对电磁波的极化响应特性决定
（在电磁波对应光子能量小于材料带隙的情况）

复介电常数

- 考虑频率为ω的电场作用在介质上 $\boldsymbol{P}(\omega)=\varepsilon_0\chi\boldsymbol{E}(\omega)$
- 极化率 χ 是频率 ω 的函数，且一般为复数：

$$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi(\omega)\boldsymbol{E}=\varepsilon_0(\chi_{\mathrm{re}}+i\chi_{\mathrm{im}})\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}=\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}$$

$$\Rightarrow$$

$$\chi=\varepsilon_{\mathrm{r}}-1=\chi_{\mathrm{re}}+i\chi_{\mathrm{im}}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{r}}'=\chi_{\mathrm{re}}+1,\ \varepsilon_{\mathrm{r}}''=\chi_{\mathrm{im}}$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}=\varepsilon'+i\varepsilon''$$

- 如果电荷是自由的，电导与外加电场频率无关
- 如果电荷是束缚的，电导是外加电场频率的函数(**交流电导**)

$$\boldsymbol{J}=\frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t}=-i\omega\boldsymbol{P}$$

$$\boldsymbol{J}=-i\omega\varepsilon_0(\chi_{\mathrm{re}}+i\chi_{\mathrm{im}})\boldsymbol{E},\ \boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{aligned}\sigma&=\sigma'-i\sigma''\\ \sigma'&=\omega\varepsilon_0\chi_{\mathrm{im}}\\ \sigma''&=\omega\varepsilon_0\chi_{\mathrm{re}}\end{aligned}\right.$$

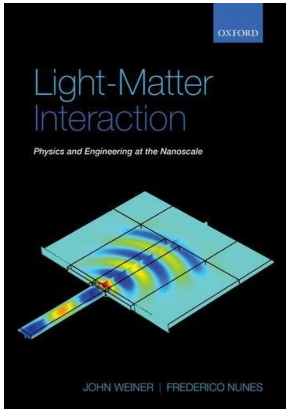
$$\Downarrow$$

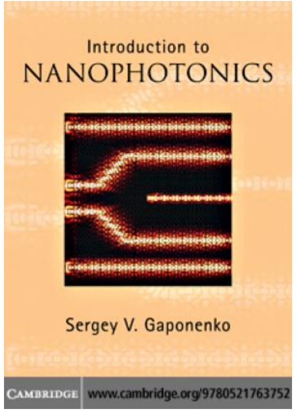
$$\left\{\begin{aligned}\sigma'&=\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}}''\omega=\varepsilon''\omega\\ \sigma''&=\varepsilon_0(\varepsilon_{\mathrm{r}}'-1)\omega=(\varepsilon'-\varepsilon_0)\omega\end{aligned}\right.$$

$$\Leftarrow$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon'&=\varepsilon_0+\frac{\sigma''}{\omega}\\ \varepsilon''&=\frac{\sigma'}{\omega}\end{aligned}\right\}$$

本讲内容





1.材料的光学性质

-吸收

-散射

-色散

2. 电磁基本理论

-电磁波的产生与传播　-麦克斯韦方程 → **与量子力学薛定谔方程类比**

-电介质的极化

3. 微观和宏观材料理论

-自由和束缚电子

-绝缘体/电介质的电磁响应：Lorentz model

-金属的电磁响应：Drude model (下次课讲)

3. 材料电磁响应的宏观和微观理论

用于表示物质电磁性质的宏观参数：

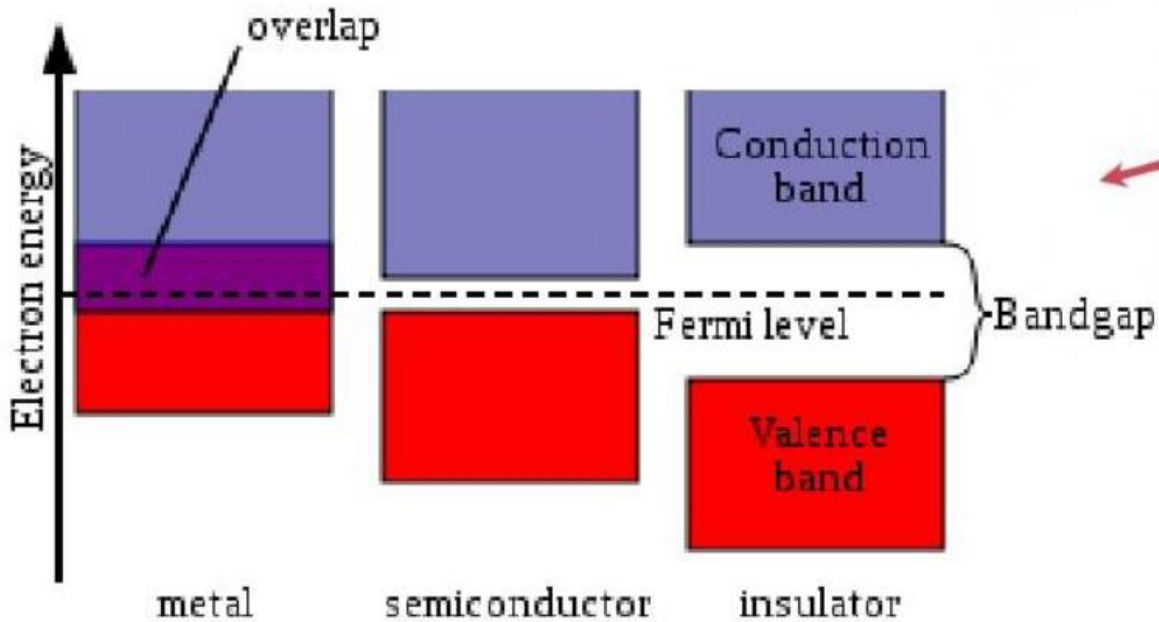
- 介电常数 ε
- 磁导率 μ
- 电导率 σ ($\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$, 标识电荷移动的难易程度;
  $\sigma = 0 \rightarrow$ 绝缘体, $\sigma = \infty \rightarrow$ 良导体)

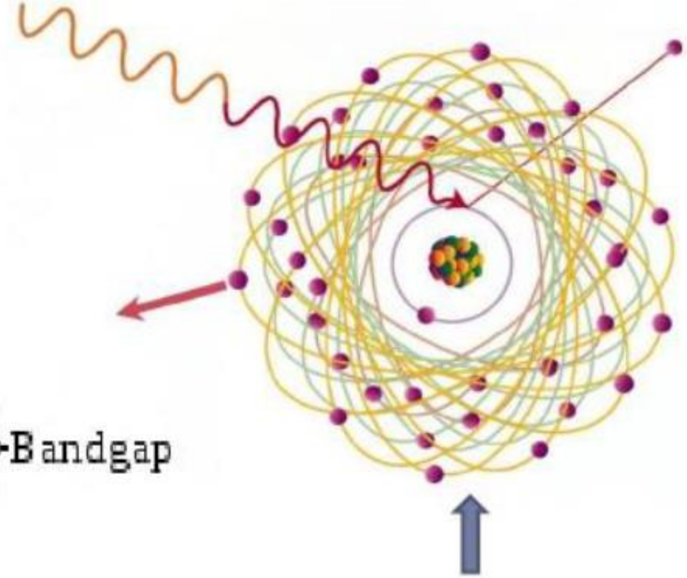
在纳米光子学，我们旨在用人工纳米结构对这些宏观参数进行设计。为此，我们需要了解这些不同材料宏观参数的微观起源。

- 绝缘体 (电介质)　　通常电子刚好填满最后一个能带$\Rightarrow$绝缘体
- 金属　　最后一个能带部分被电子占有$\Rightarrow$导体

材料的自由电子和束缚电子

- 在导带 – **自由电子**
- 在价带 – **束缚电子**





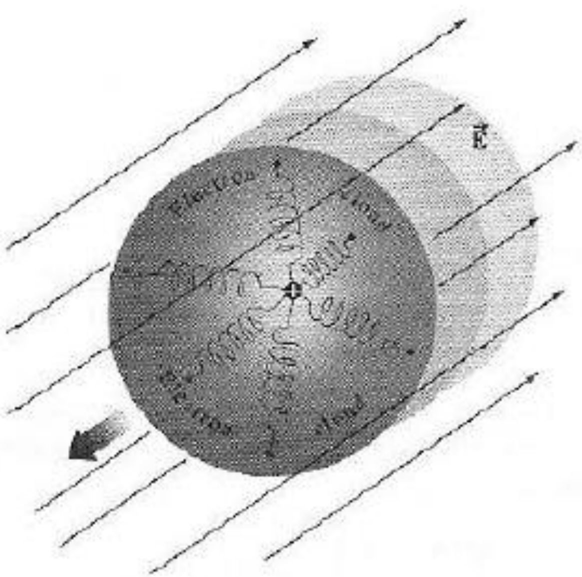
围绕在原子核周围的电子云

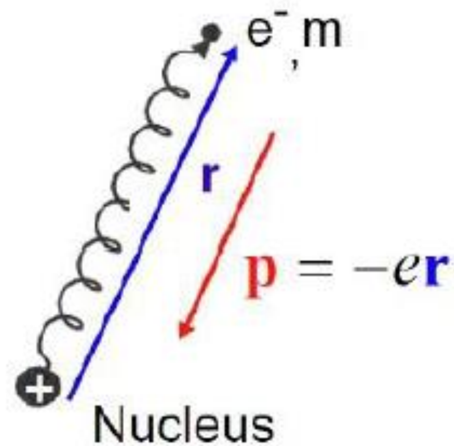
电子跃迁到高能级或导带的能量

绝缘体-Lorentz 模型

- 绝缘体响应是由束缚电子的行为决定的.
- 在外部驱动场E下，束缚电子可以视为谐振子

——Lorentz 模型

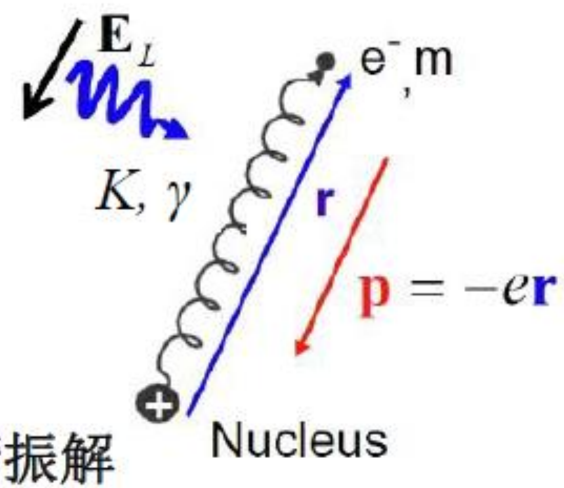




Lorentz 模型

绝缘体-Lorentz 模型

- 电场力 -$e\mathbf{E}$
- 阻尼力$m\gamma v$ (γ: 阻尼频率)
- 回复力$K\mathbf{r}$ (K: 回复力常数)



运动方程:

$$m\ddot{\boldsymbol{r}} + m\gamma\dot{\boldsymbol{r}} + K\boldsymbol{r} = -e\boldsymbol{E}$$

对时间谐振激励$E(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$, 有时间谐振解

$r(t) = r_0 \exp(-i\omega t)$, 代入上式解为:

$$\boldsymbol{r} = \frac{e/m}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \boldsymbol{E}$$

$$\omega_0 = \sqrt{K/m}$$

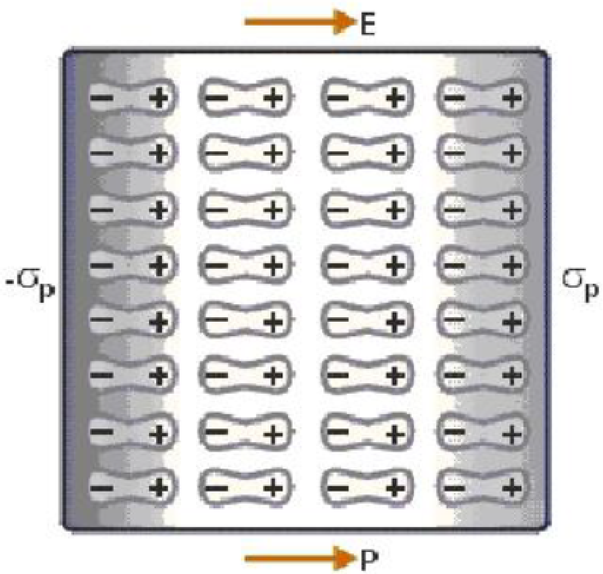
(束缚电子的固有频率)

电偶极矩是:

$$\boldsymbol{p} = -e\boldsymbol{r} = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \boldsymbol{E}$$

绝缘体-Lorentz 模型

现在我们能将微观电偶极矩 **p**与宏观极化矢量 **P**联系在一起:



N – 电子密度

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\mathbf{E}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}$$

χ, 电极化率

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}$$

$$\boldsymbol{P} = \chi\varepsilon_0\boldsymbol{E}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}}$$ (等离子体频率)

这是什么意思?
将在后面讨论

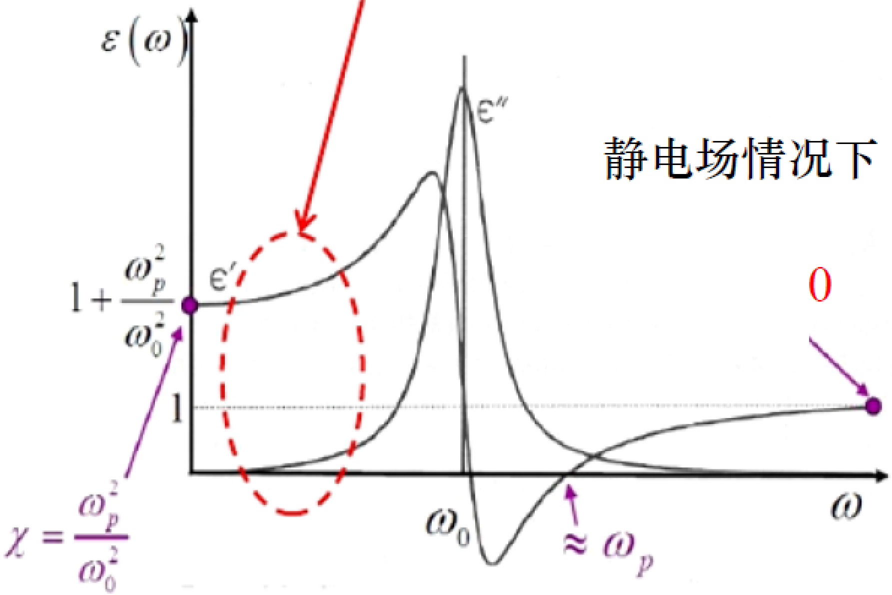
$$\varepsilon_{\mathrm{r}} = 1 + \frac{\omega_{\mathrm{p}}^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}$$

如果$\gamma \neq 0$，ε_r为复数：$\varepsilon_r = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r'' = 1 + \dfrac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\,\omega\gamma}$

$$\varepsilon_r' = 1 + \frac{\omega_p^2\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\varepsilon_r'' = \square\frac{\omega_p^2\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

光频 $\omega_0 >> \omega >> \gamma$



几个典型位置点：

静电场情况下

- 当 $\omega \to 0$: $\varepsilon' \to 1 + \dfrac{\omega_p^2}{\omega_0^2}, \varepsilon'' \to 0$
- 当 $\omega = \omega_0$: $\varepsilon' = 0, \varepsilon'' \to$ 最大值
- 当 $\omega \approx \omega_{\mathrm{p}}$: $\varepsilon' = 0$
- 当 $\omega \to \infty$: $\varepsilon' \to 1, \varepsilon'' \to 0$

注意：通常$\omega_p >> \omega_0 >> \gamma$, γ~100THz

折射率$n(\omega)$ – 表征电磁波传输

复折射率的实数部分n'为介质的折射率，虚数部分n''为介质吸收有关的量

对非磁性媒质：

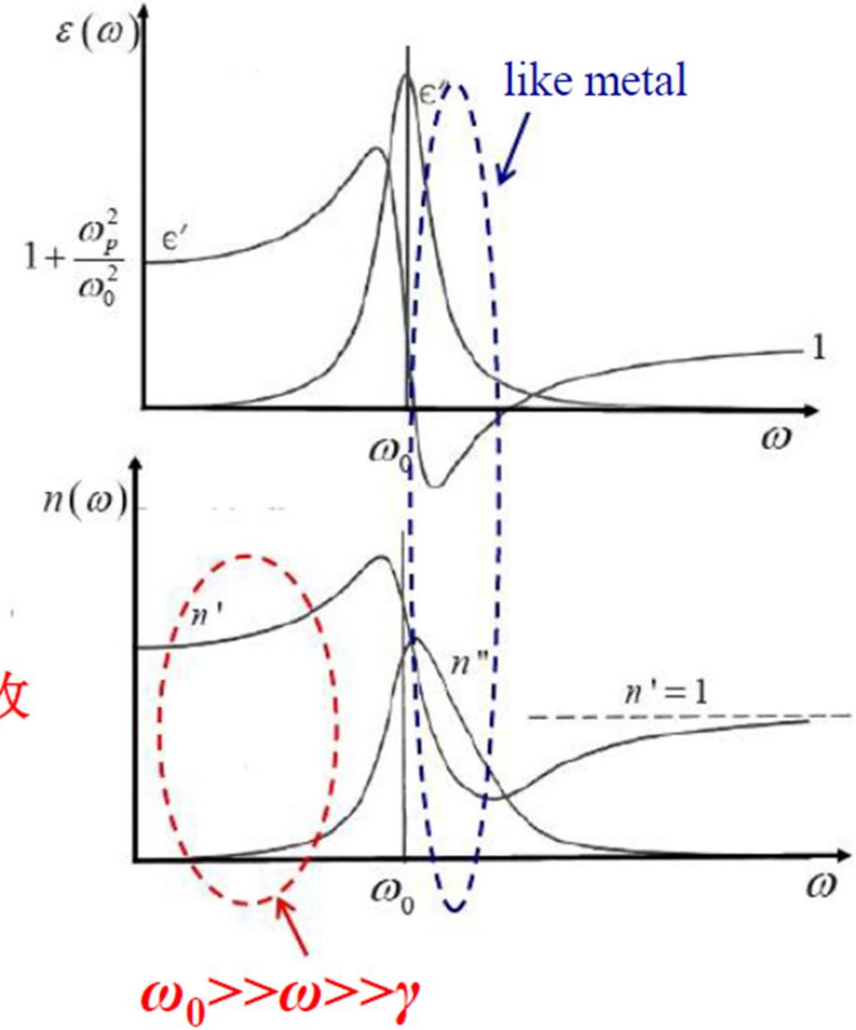
$$n = n' + in'' = \sqrt{\varepsilon_r}$$

$$n' = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} + \varepsilon_r'}{2}} \qquad n'' = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon_r'^2 + \varepsilon_r''^2} - \varepsilon_r'}{2}}$$

- 当 $\omega \ll \omega_0$:
  高n'→低 $v_p = c/n'$, $n'' \approx 0$→无损
  ↑ 被称为绝缘体!

- 当 $\omega \sim \omega_0$:
  迅速变化n'→严重色散, n''高 →强吸收
  ↑ 像金属

- 当$\omega \gg \omega_0$:
  $n' \approx 1 \rightarrow v_p \approx c$, $n'' = 0$→无损
  ↑ 像真空或空气



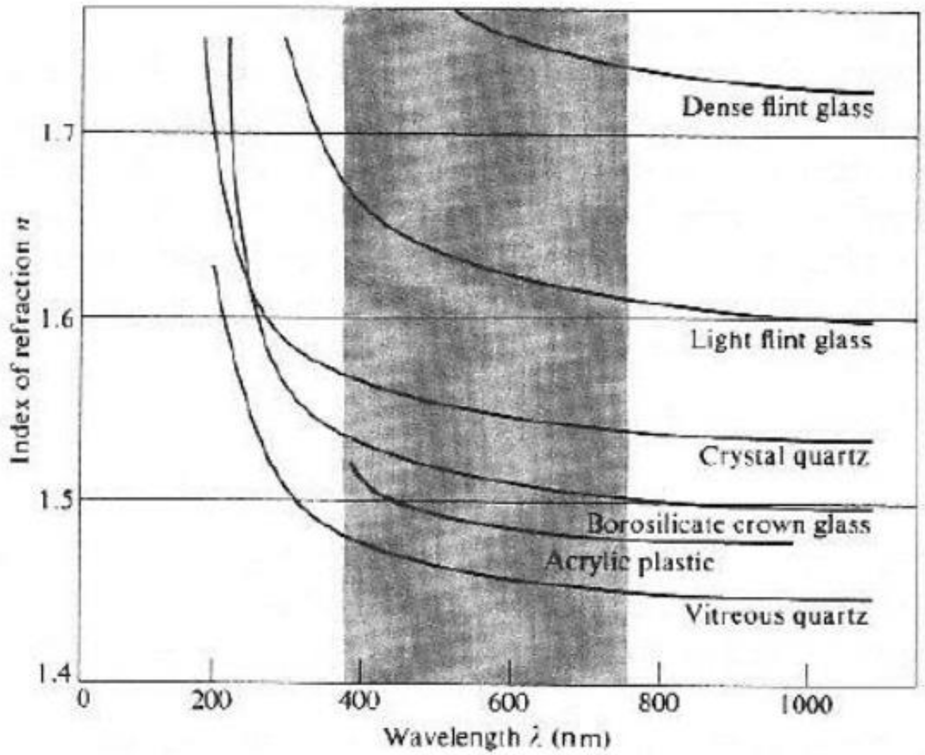


Figure 3.40 The wavelength dependence of the index of refraction for various materials.

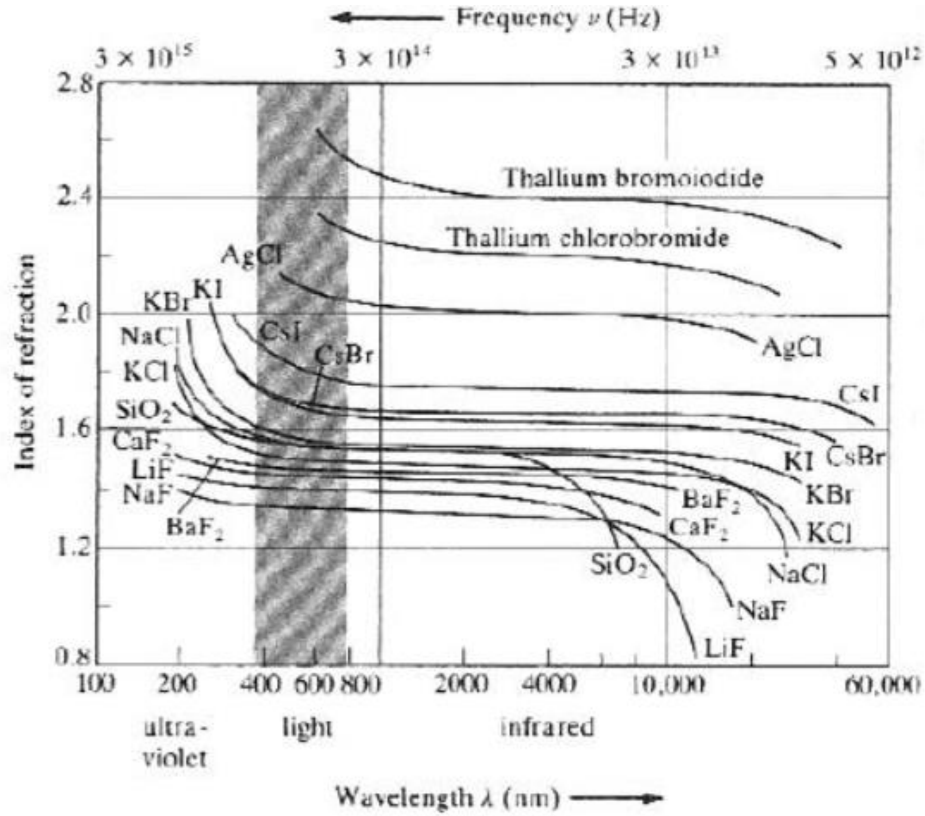


Figure 3.42 Index of refraction versus wavelength and frequency for several important optical crystals. (Adapted from data published by The Harshaw Chemical Co.)

小结:

- 此讲聚焦: 明白光与物质的相互作用
- 电磁理论:

  回顾麦克斯韦方程组，边界条件，本构关系，波动方程，时空谐波场等概念
- 材料色散:

  色散 (频率相关效应), 理解 k-ω 图,相速和群速的物理意义
- 材料的微观和宏观理论:

  绝缘体的电磁响应: Lorentz 模型 (束缚电子)