



电子科技大学

University of Electronic Science and Technology of China

纳米光子学

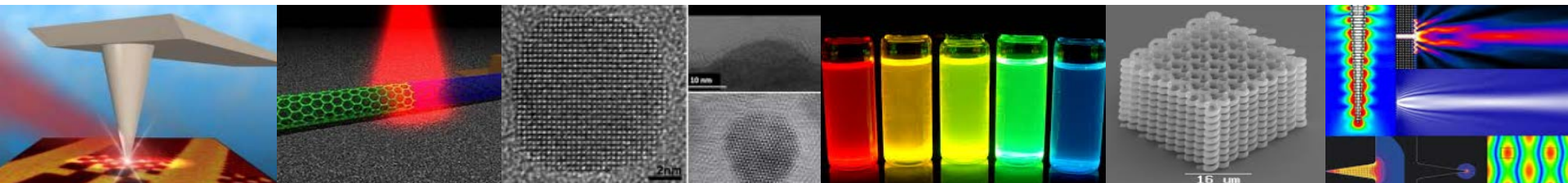
Nanophotonics

第2讲：电子与光子异同

2022年 秋季学期

兰长勇

光电科学与工程学院



课程知识点

1. 研究内容

纳米光子学基础

- 电子与光子异同（第二章）
- 光与物质相互作用（第五章）

2. 研究方法

计算方法：电磁场数值模拟

特性描述：近场光学

制备方法：纳米加工

量子材料：电子的限域引起光学效应

电子限域效应（第三章）

纳米晶（量子点）（第四章）

表面等离子体光学：金属光学

（第六、七、八、九、十章）

光子晶体：周期性介质光学

超材料：人工设计电磁材料

亚波长共振：在远场影响光传播和偏振的周期性光学结构

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：内涵、波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

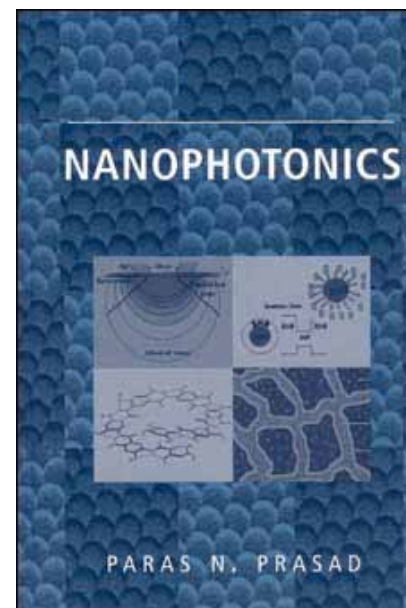
1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制



本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：内涵、波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

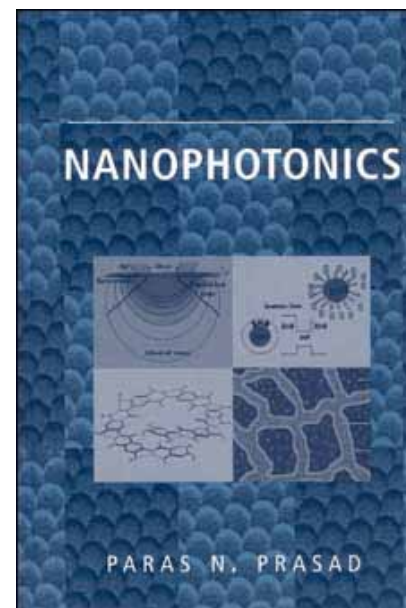
1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制



1.1 光子与电子的异同

The **electron** is a subatomic particle, symbol e^- or β^- , with a negative elementary electric charge.

A **photon** is an elementary particle, the quantum of light and all other forms of electromagnetic radiation.

——Wikipedia

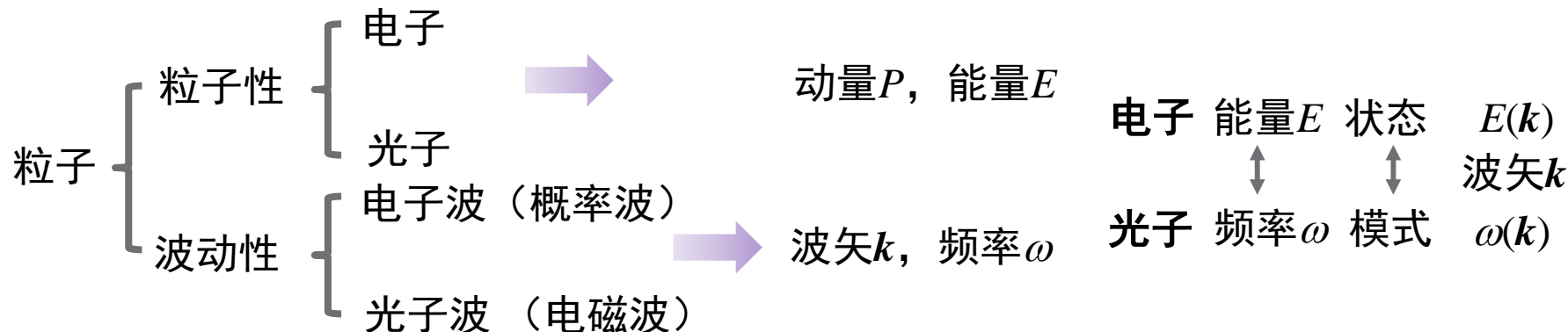
- ▶ 经典物理学，电子是质量最小的带电粒子；

光是传播能量的电磁波



电磁波的量子化——光子

- ▶ 量子力学中，光子和电子具有很多相似特性



光子和电子都是基本粒子，都表现出粒子性和波动性

1.1 光子与电子的异同

表 2.1 光子和电子相似的性质

光子 (电磁波)

电子 (物质波)

波长

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{c}{\nu}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}$$

(波的)特征值方程

$$\left\{ \nabla \times \frac{1}{\epsilon(r)} \nabla \times \right\} \mathbf{B}(r) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{B}(r)$$

$$\hat{H}\psi(r) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(r) = E\psi$$

自由空间传播

平面波

$$\mathbf{E} = \left(\frac{1}{2} \right) \mathbf{E}^0 (e^{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]} + e^{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]})$$

\mathbf{k} = 波矢, 一个实数

平面波

$$\Psi = c(e^{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]} + e^{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]})$$

\mathbf{k} = 波矢, 一个实数

1.1 光子与电子的异同

光子	电子
媒介中的相互作用势	
电介质常数(折射率)	库仑作用
通过经典禁区的传播	
光子隧穿效应 (倏逝波) 波矢 k 为虚数并且振幅在禁区呈指数下降	电子隧穿效应中振幅(概率)在禁区呈指数下降
定域化	
由于在电介质常量中的大幅改变而引发强烈的散射(例如:在光子晶体中)	由于在库仑作用中的较大变化而引发强烈的散射(例如:在电子半导体晶体中)
合作效应	
非线性光学相互作用	多体交互作用 超导库珀对 双激子结构

波长：定量比较

光子和电子相似的性质

光子

电子

波长

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{c}{\nu}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}$$

1. 光子和电子均被看做一种波
2. 相同能量，光子和电子处于不同波长范围，
电子动量大于光子，所以电子波长小于光子波长。

光子

Maxwell's equations $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ joules}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ joule-sec}}{\sqrt{2 \cdot 9 \times 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ joules}}} = 12 \text{ \AA}$$

$$\text{For a 1 eV photon, } \lambda = 12,400 \text{ \AA}$$

电子 momentum = $mv = p$

$$\text{For a 1 eV electron, } \lambda = 12 \text{ \AA}$$

$$\text{kinetic energy} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{At 1 eV energy (only), } \frac{\lambda_{\text{photon}}}{\lambda_{\text{electron}}} = 1000$$

3. 光子会在较大的尺度范围内产生“尺度”或“限制”效应

特征方程:相似性

表 2.1 光子和电子相似的性质

光子	电子
----	----

(波的)特征值方程

$$\left\{ \nabla \times \frac{1}{\epsilon(r)} \nabla \times \right\} \mathbf{B}(r) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{B}(r)$$

$$\hat{H}\psi(r) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(r) = E\psi$$



$$\text{特征值方程 } \hat{O}F = CF$$



对光子, $(\omega/c)^2$ 是特征方程中的特征值 C , 它给出了光子在介电常数为 $\epsilon(r)$ 和折射率为 $n(r)$ 的介质中光子的一组容许频率 ω (即一组能级)

当用波函数 ψ 对电子进行概率描述时, 由薛定谔方程的解可得出容许的电子能态, 即能量特征值 E 。 $|\psi(r)|^2$ 是这个函数的绝对值的平方, 表征电子在位置 r 出现的概率。

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

1.2 自由空间传播

光子

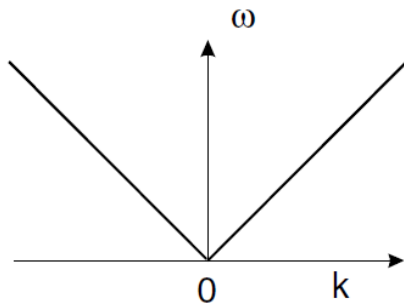
平面波

$$\mathbf{E} = \left(\frac{1}{2}\right) \mathbf{E}^0 (e^{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]} + e^{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]})$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{c}{\lambda}$$

$$k = |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$E = h\nu = \hbar\omega$$



电子

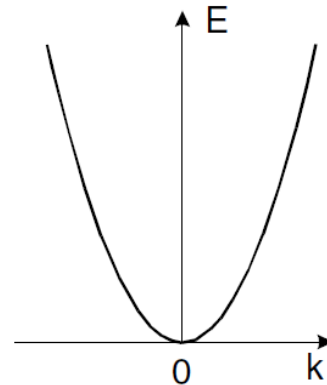
平面波

$$\Psi = c(e^{i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]} + e^{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t]})$$

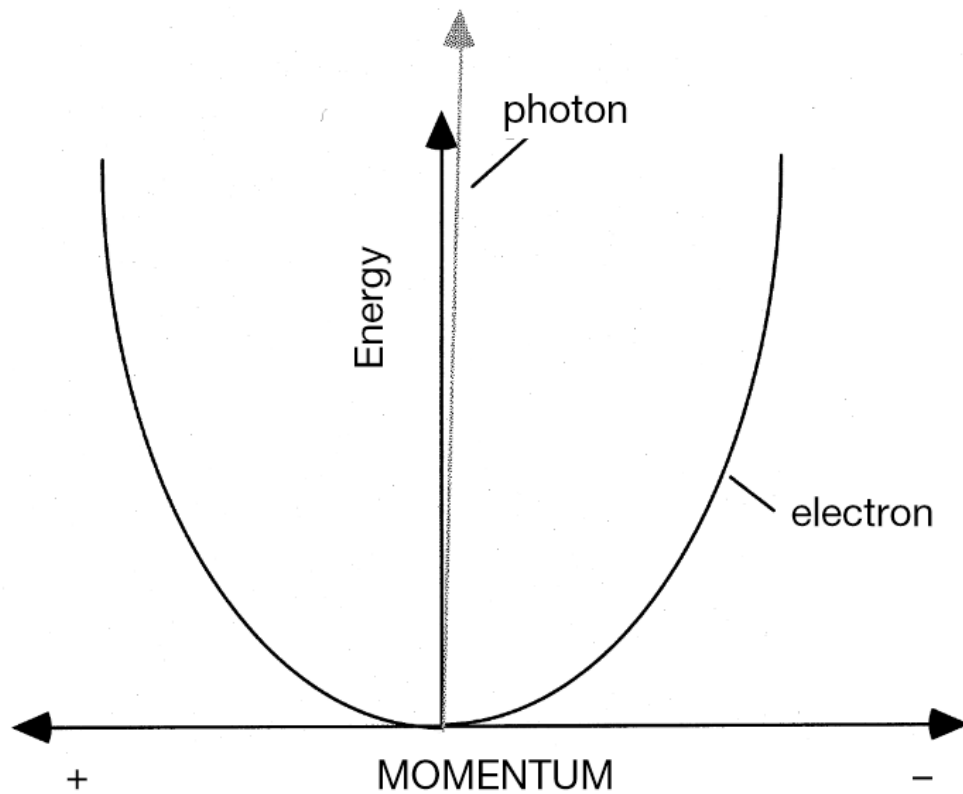
$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \quad E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

色散关系



在自由空间传播中波矢决定的能量分布关系



相同能量下，电子比光子具有更大的动量

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：内涵、波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

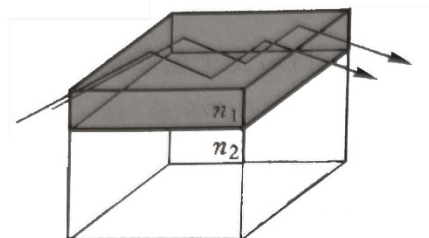
2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

1.2 受限空间光子与电子传播

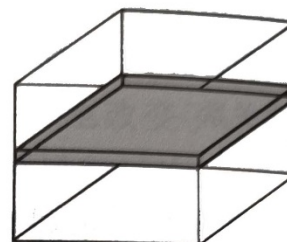
一维限制

光子的限制



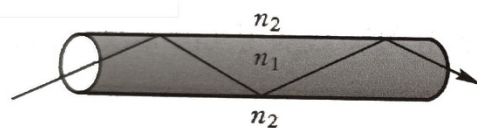
光的平面波导

电子的限制

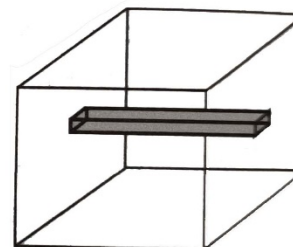


量子阱

二维限制

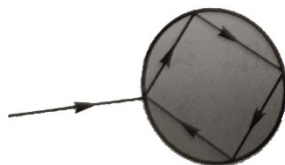


光纤



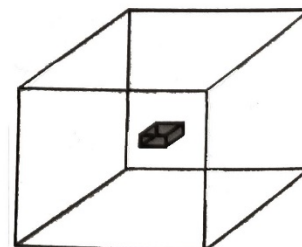
量子线

三维限制



光学微球腔

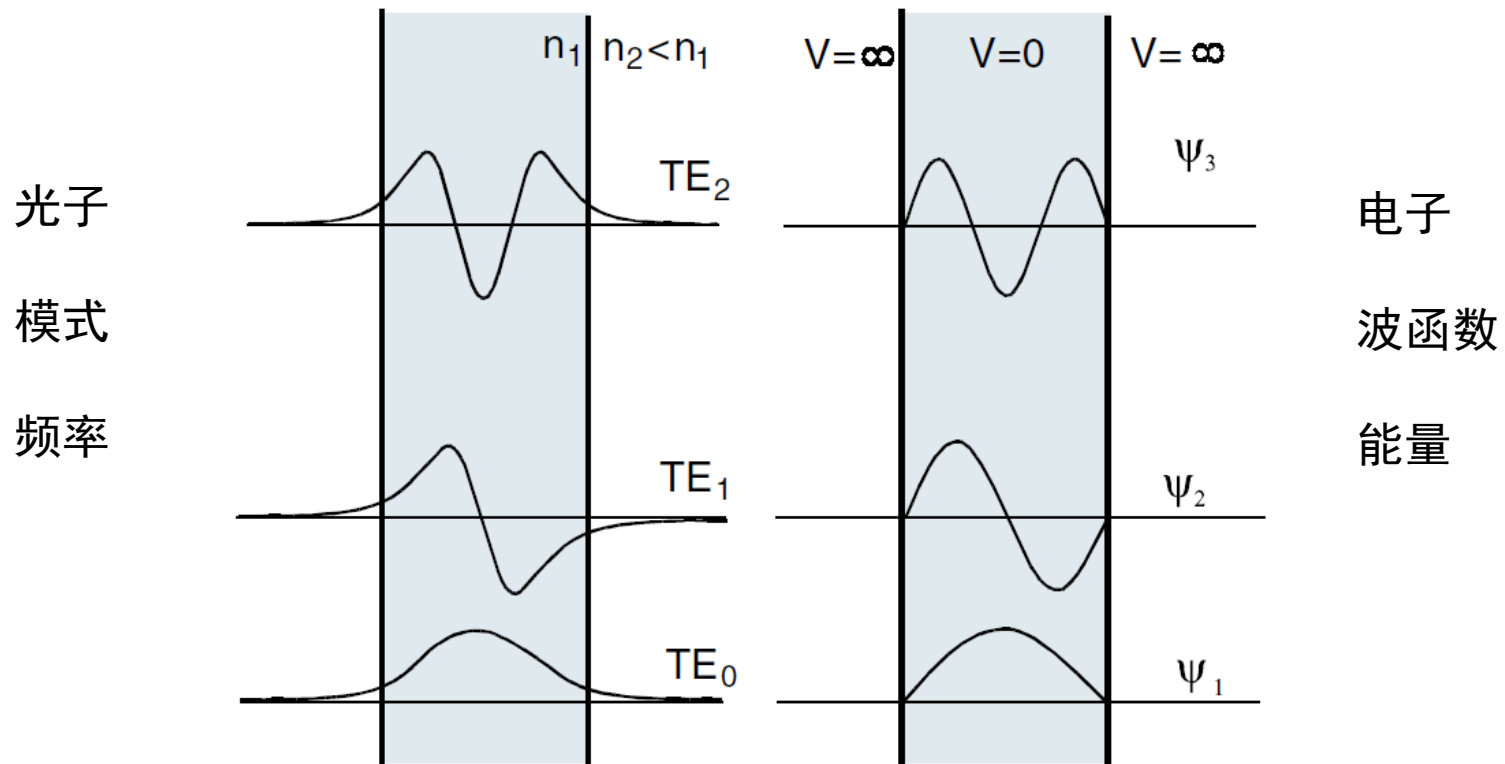
模式限制



量子点

→ 第三、四讲
波函数限制

光子、电子一维限制



对光子进行一维限制的平面波导；一维势阱中电子量子能级

$$\omega(k) \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8ml^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：内涵、波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

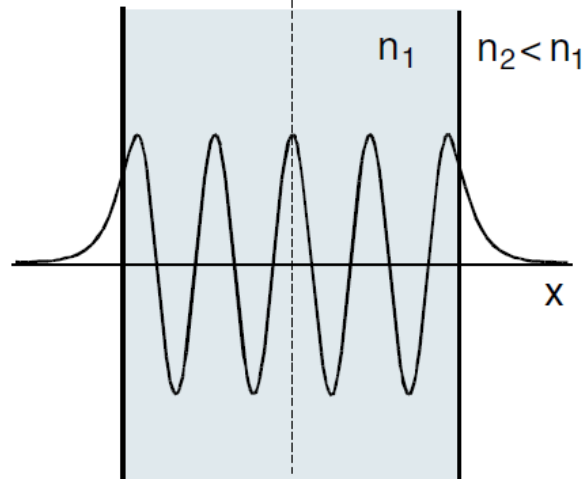
1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

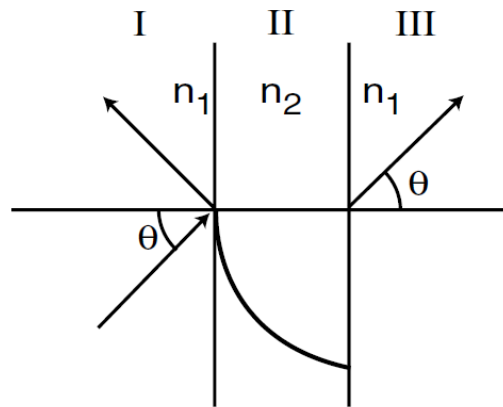
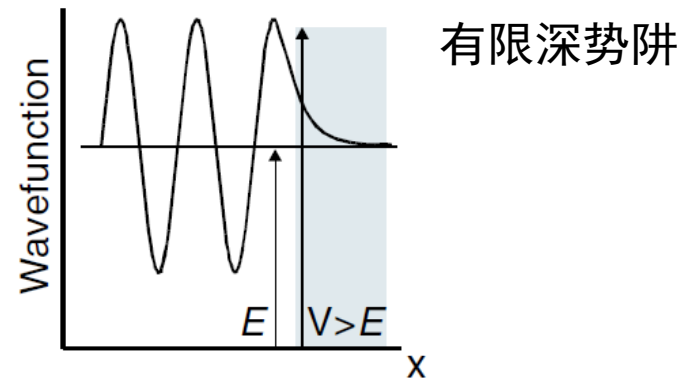
3. 电子相互作用的纳米级限制

1.3 在经典禁区中的传播：隧穿

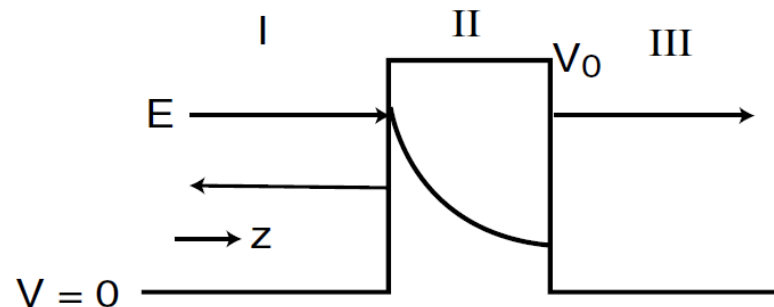
光子泄漏



电子泄漏



光子隧穿壁垒



电子隧穿壁垒

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

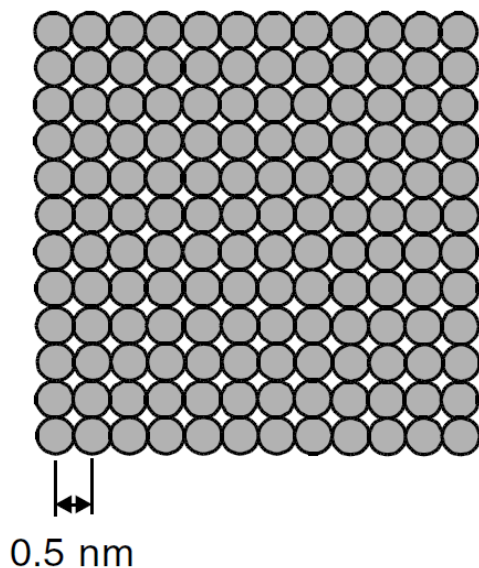
1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

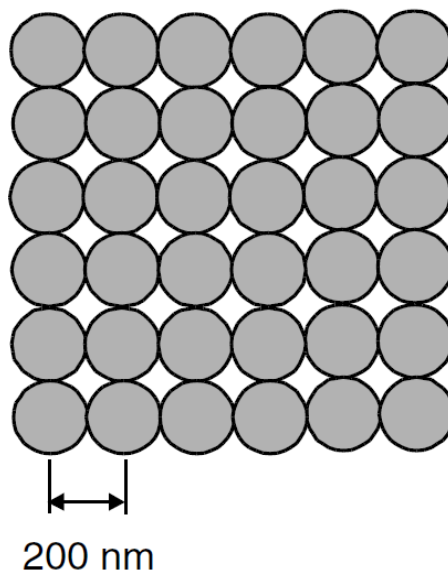
2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

1.4 在周期势场下的定域化：带隙



电子晶体



光子晶体

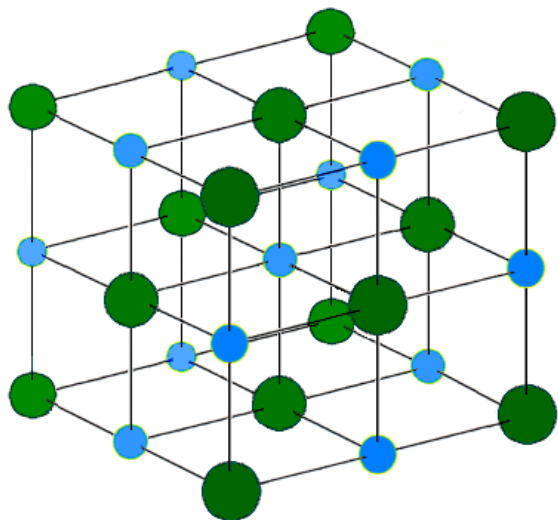
布拉格散射公式：

$$m\lambda = 2nd \sin \theta$$

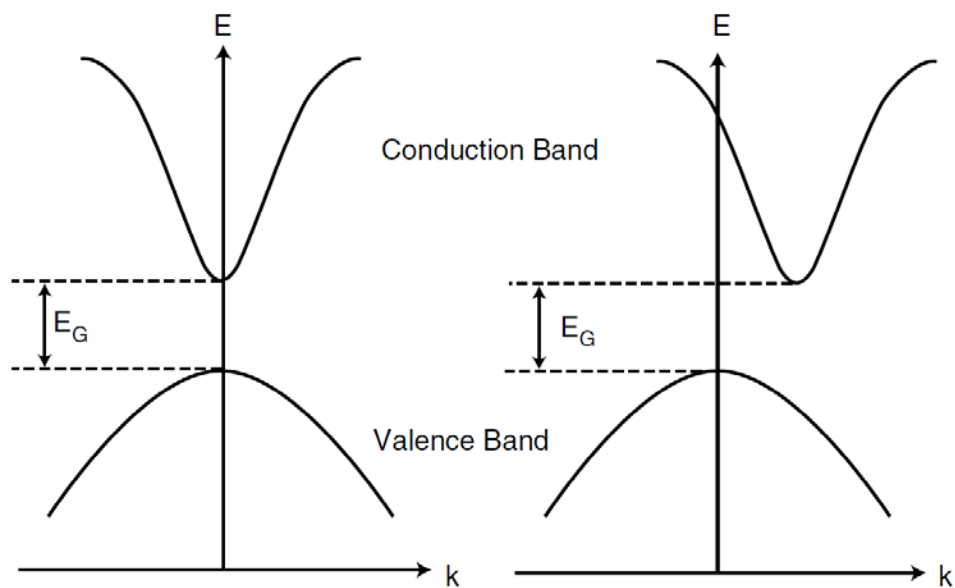
其中 d 为晶格间距， λ 为波的波长， m 为衍射级次， n 为折射率， θ 为射线的入射角。

电子晶体

晶体结构

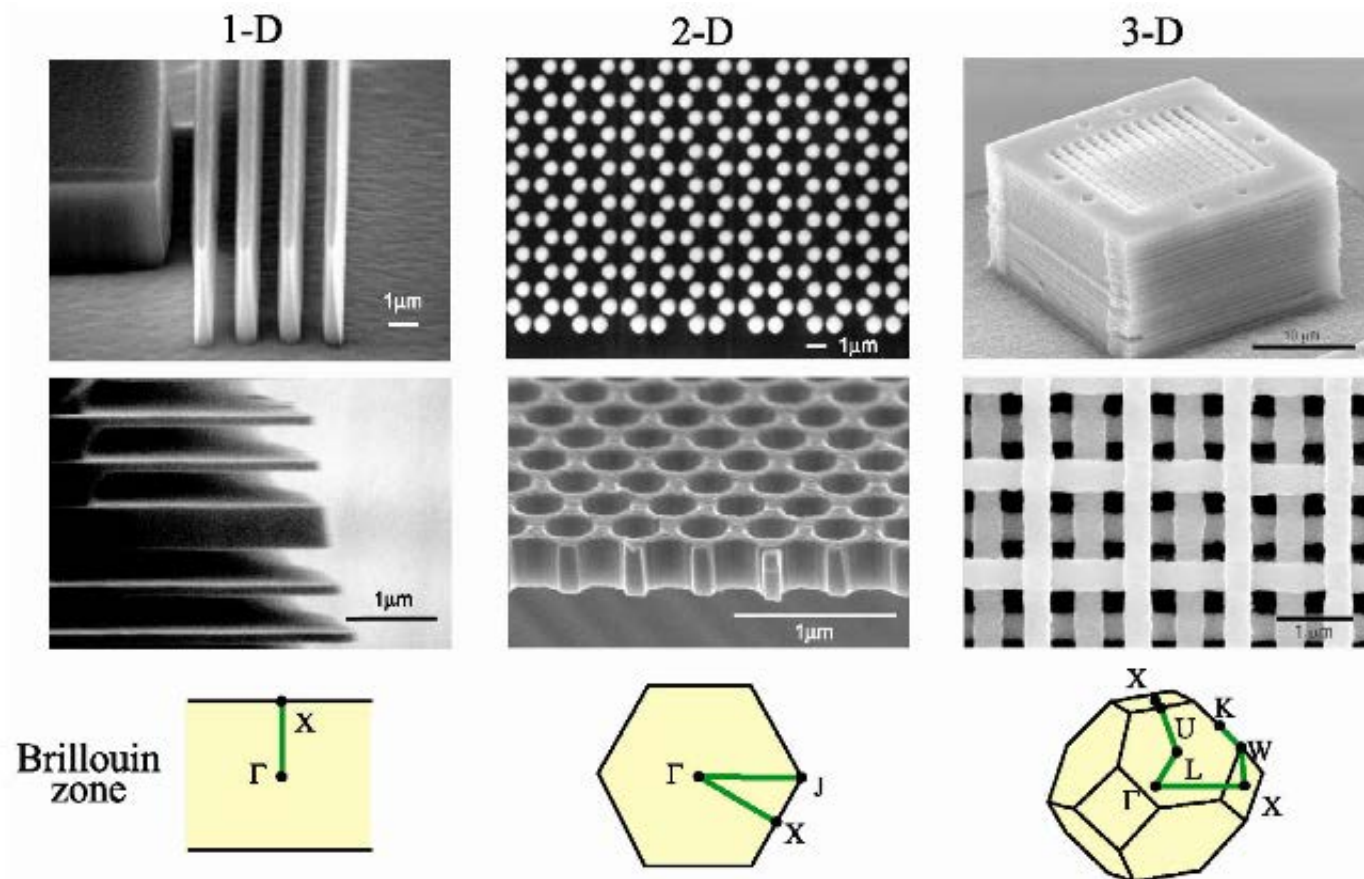


能带带隙



电子在导带中的动量，等于电子在价带中的动量与发射光子的动量之和。
由于光子的波长大于电子，所以光子具有很小的动量($k \sim 0$)，因此在导带和价带之间发生光致电子跃迁需要使 $\Delta k = 0$

光子晶体



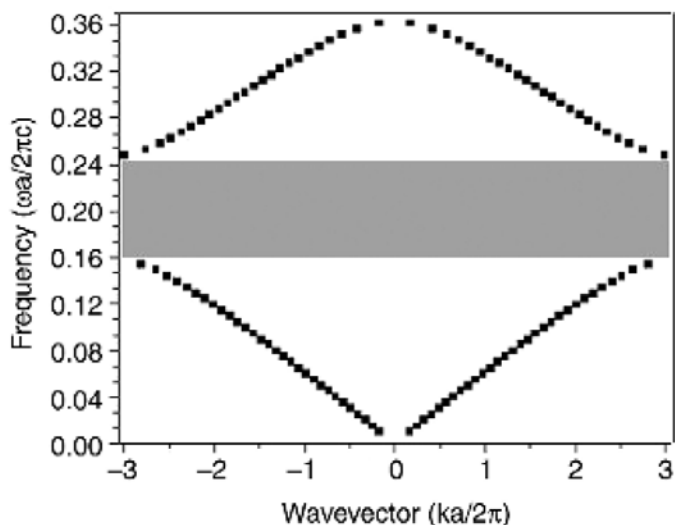
周期性变化的介电常数，相对折射率 (n_1/n_2) 表现为一种周期势场

光子带隙

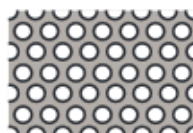
光子晶体



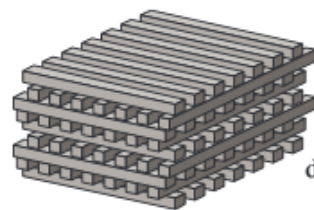
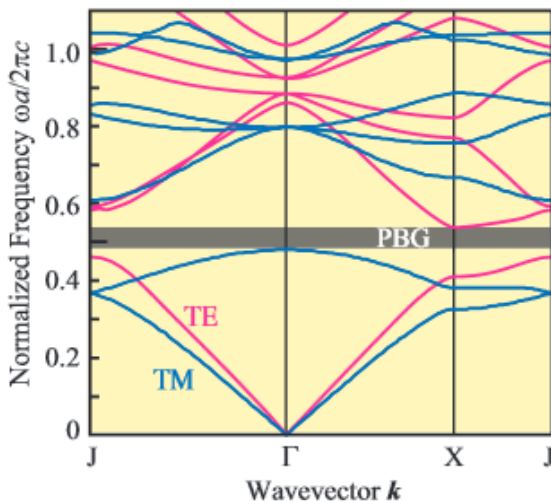
光子带隙



具有最低能量带隙的一维光学晶体的色散曲线



Close-packed
triangular lattice
2-D crystal



"Woodpile"
fcc lattice
diamond structure
3-D crystal

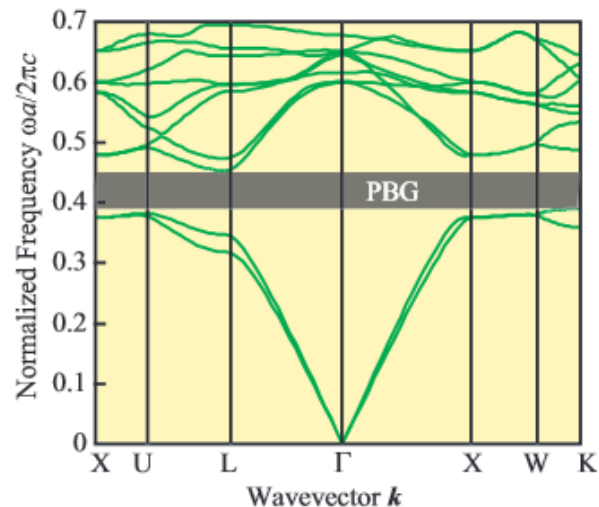


Fig. 2 Photonic bands of 2-D and 3-D photonic crystals.

禁止频区：这一波段内光子不能在光学晶体中传播

1. 入射光子频段正好位于带隙区域时，它将被晶体表面反射而不会进入晶体
2. 带隙内的发射光子也无法逸出晶体

本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

1.5 光子间和电子间的相互作用

光子间互作用：

电磁波在介质中的传播情况通过介质的介电常数和折射率来反映

对于线性介质： $\varepsilon = n^2 = 1 + \chi^{(1)} \longrightarrow$ 极化率 $\mu = 1$

介电常数 \longleftarrow 极化系数 $\mathbf{P} = \chi^{(1)} \mathbf{E}$

$\chi^{(1)}$ 与 \mathbf{P} 和 \mathbf{E} 两个矢量有关，实际上是一个二维张量

对于非线性介质： $\mathbf{P} = \chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} \dots$

- 二次谐波振荡 (Second harmonic generation) $\chi^{(2)}$
- 参量混频 (Parametric mixing) $\chi^{(2)}$
- 三次谐波振荡 (Third harmonic generation, THG) $\chi^{(3)}$
- 双光子吸收 (Two-photon absorption) $\chi^{(3)}$
- KDP、BBO非线性晶体光学参量啁啾脉冲放大技术 $\chi^{(2)}$

电子可以直接发生相互作用，而光子仅可通过传播介质进行相互作用

1.5 光子间和电子间的相互作用

光学非线性介质的应用（与折射率相关）：

克尔效应（Kerr effect），也称“二次电光效应”，是物质因响应外电场的作用而改变其折射率的一种效应。 $\Delta n = \lambda K E^2$ K : 克尔系数

泡克耳斯效应（Pockels effect）是指光介质在恒定或交变电场下产生光的双折射效应，这是一种线性电-光效应，其折射率的改变和所加电场的大小成正比

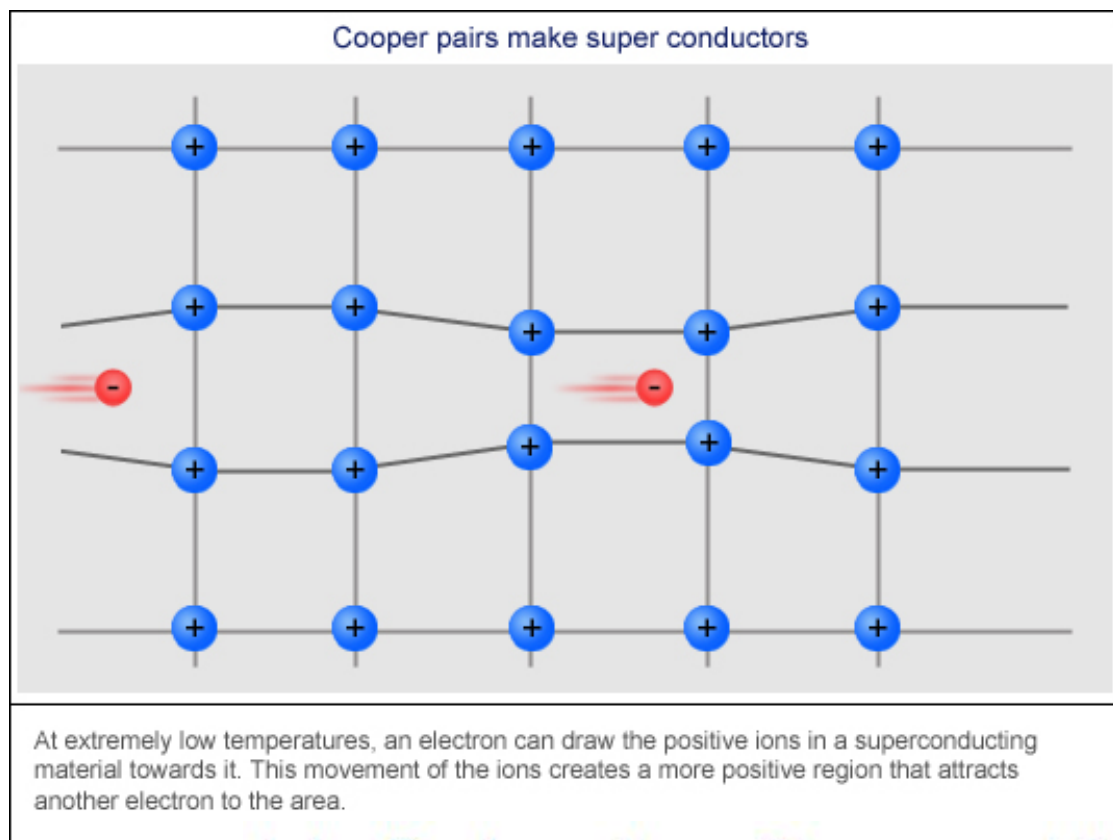
克尔效应与泡克耳斯效应不同，前者感应出的折射率改变与外电场平方成正比，后者则与外电场成线性关系；前者可以在液体或非晶物质出现，后者只出现于没有对称中心的晶体物质。

应用： 电光调制器 Electro-Opto Modulator（EO）

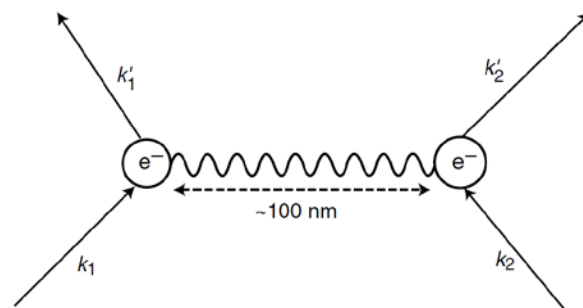
1.5 光子间和电子间的相互作用

电子间相互作用——库珀对(Cooper Pair)

超导中电子相互结合在一起时产生库珀对



电子通过与声子相互作用形成库珀对



1972 Nobel Prize.

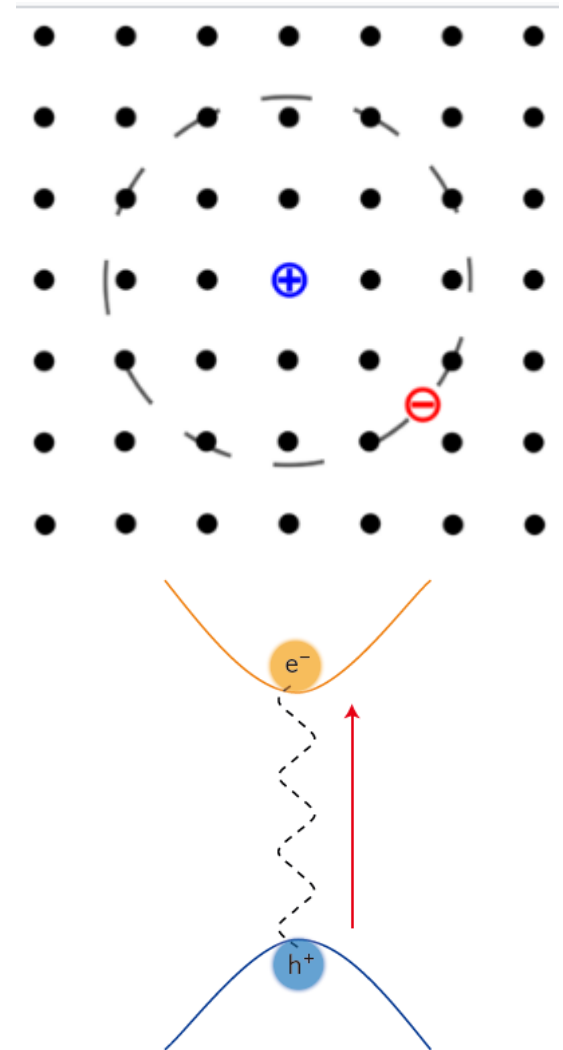
John Bardeen, Leon Cooper, and John Schrieffer

1.5 光子间和电子间的相互作用

电子间相互作用——激子(exciton)

电子-空穴对 (exciton): 电子空穴对

- 激子的定义：通过静电相互作用形成的电子-空穴束缚态。
- 一种准粒子，存在于半导体、绝缘体和一些液体。
- 在凝聚态物理中被认为是一种元激发，可以传输能量但不传输净电荷。



1.5 光子间和电子间的相互作用

电子间相互作用——激子(exciton)

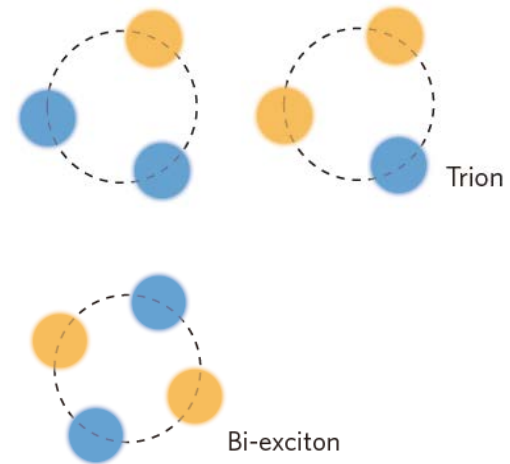
自由激子 free-exciton

束缚激子 bound-exciton

双激子 (biexciton): 两个激子结合

弗伦克尔激子 (Frenkel exciton): 电子-空穴位于一个晶格内

万尼尔激子 (Wannier exciton): 电子-空穴位于不同晶格内



准粒子 quasi-particle——相互作用的量子化

1.5 光子间和电子间的相互作用

电子间相互作用——激子结合能

$$E_n(k) = E_g - \frac{R_y}{n^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad m = m_e^* + m_h^*$$

其中, R_y 称作激子的里德伯能量 (激子束缚能), 定义如下:

$$R_y = \frac{e^2}{2\varepsilon a_B}$$

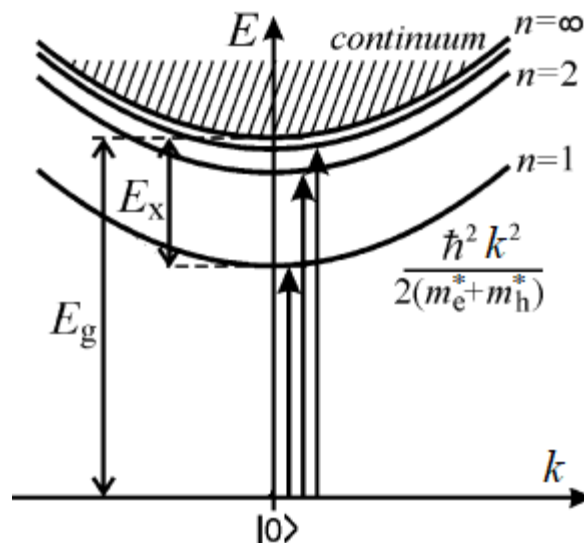
式中 ε 是晶体的介电常数, a_B 称作激子玻尔半径, 定义如下:

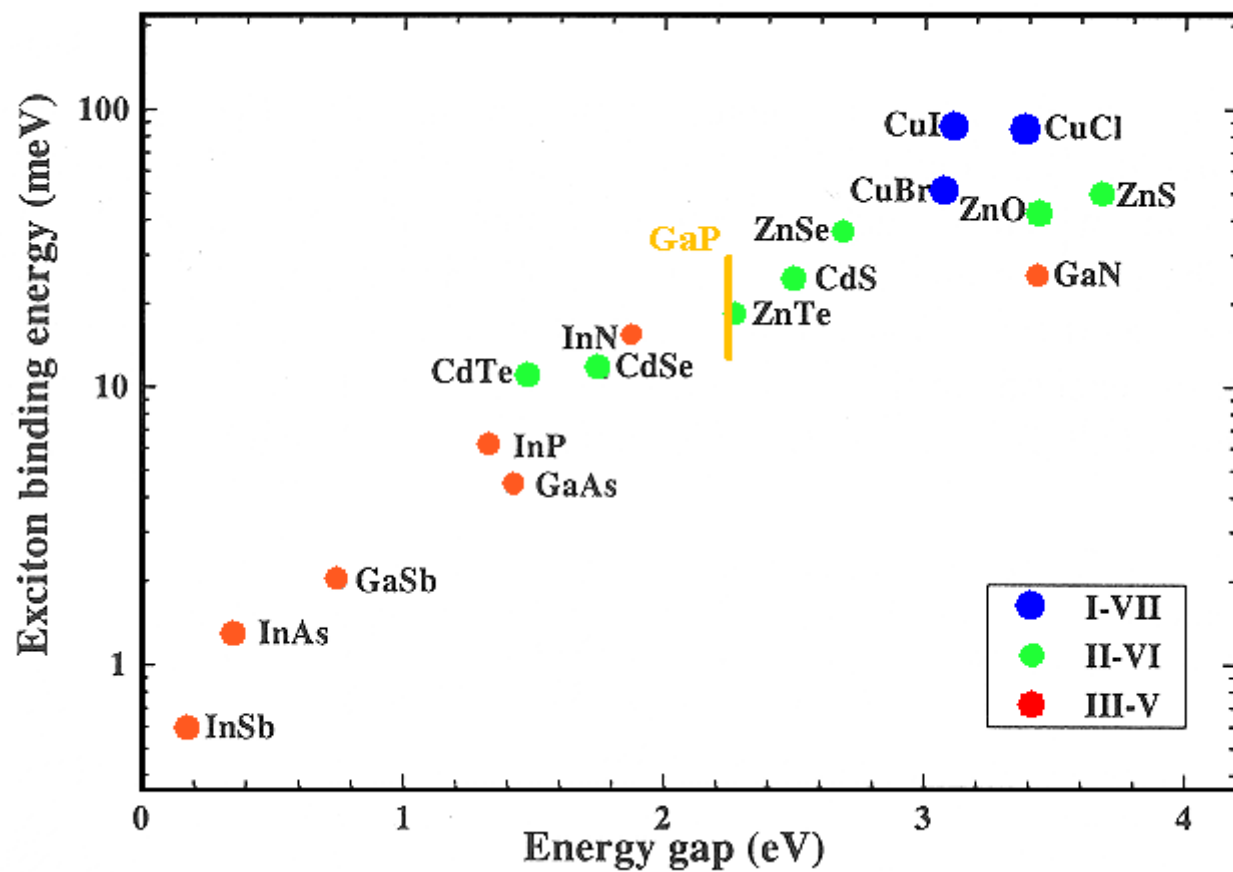
$$a_B = \frac{\varepsilon \hbar^2}{\mu e^2}$$

式中 μ 为电子-空穴对的约化质量, 定义如下

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*}$$

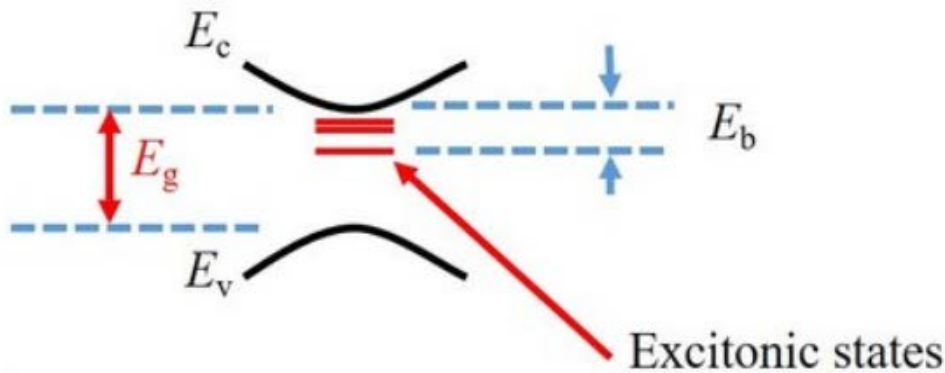
激子结合能与室温热能 $k_B T = 25 \text{ meV}$



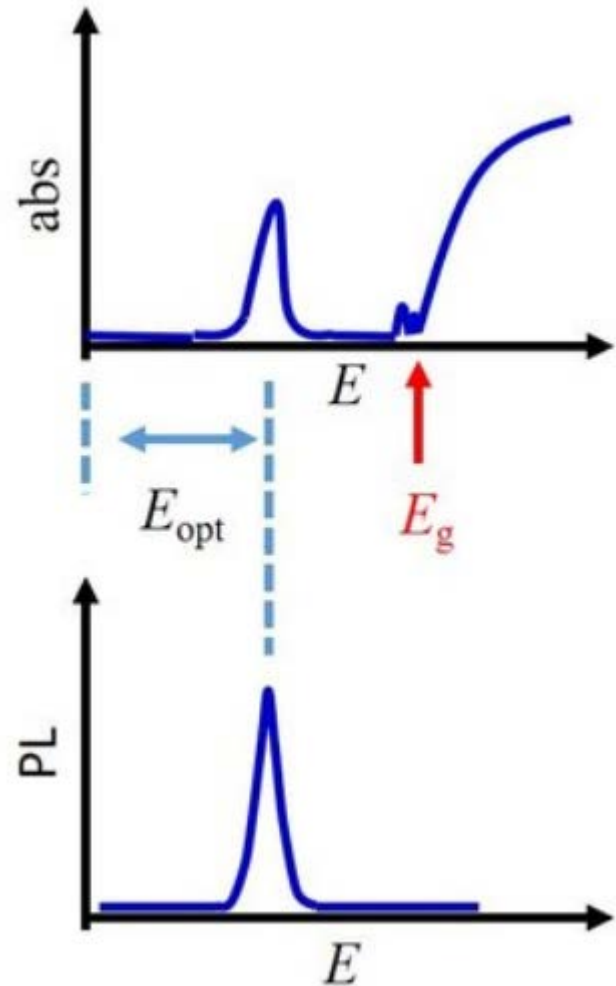


常见半导体材料激子结合能

第三、四讲



- PL谱对应的光学带隙宽度不是真实的电子能带宽度
- 对于激子束缚能小的材料影响不大
- 对于激子束缚能很大的材料，不可忽视，如单层 WS_2 激子束缚能高达0.7 eV，层状钙钛矿材料的激子束缚能在0.3-0.7 eV。



本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

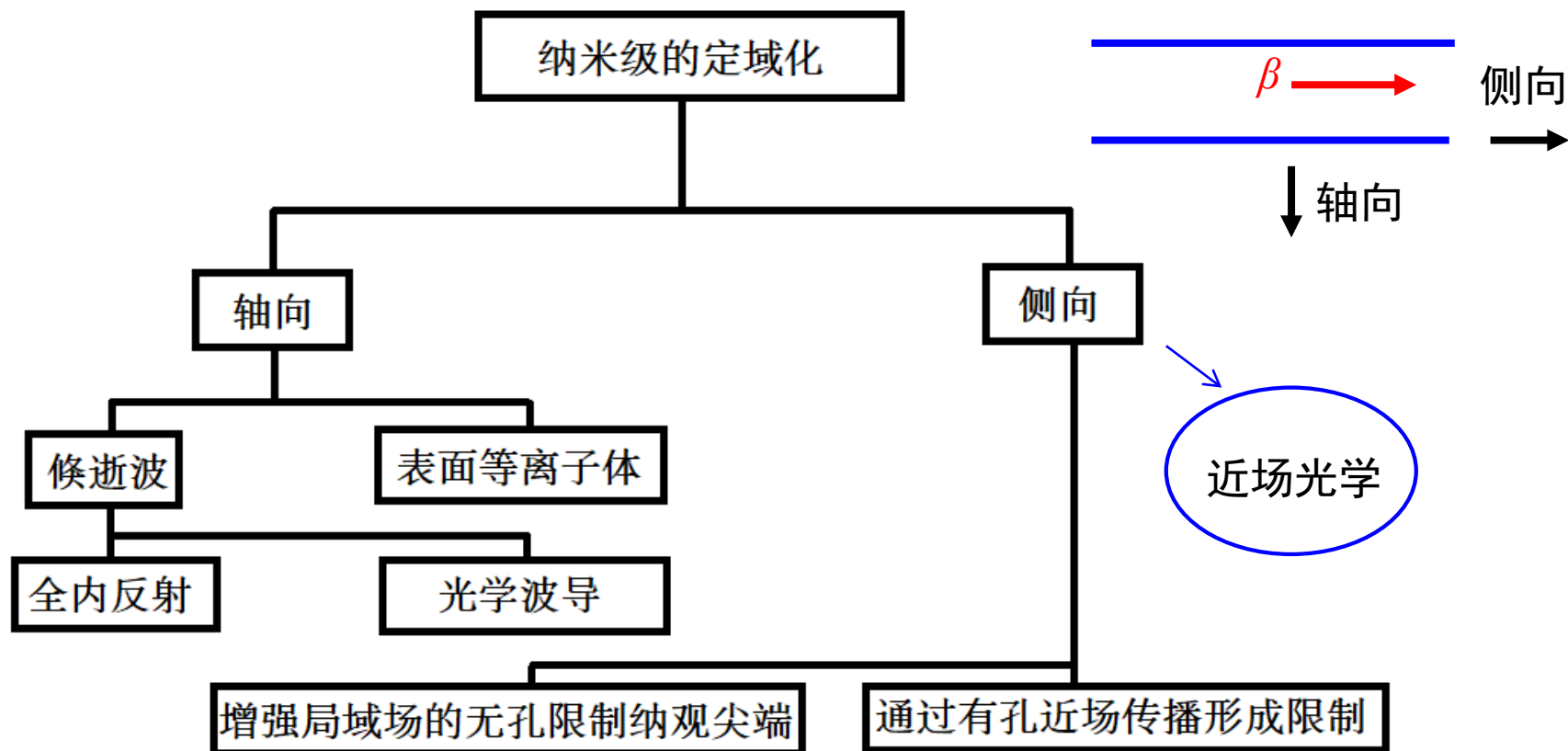
1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

2. 纳米级光学相互作用

电磁场中进行纳米级的定域化方法



本讲内容

1. 光子与电子

1.1 电子与光子异同：波长、特征值方程

1.2 自由空间传播：能量、动量

1.3 受限空间中的光子与电子：波函数(能级)—模式(频率)

1.4 在经典禁区中的传播：隧穿

1.5 在周期势场下的定域化：带隙

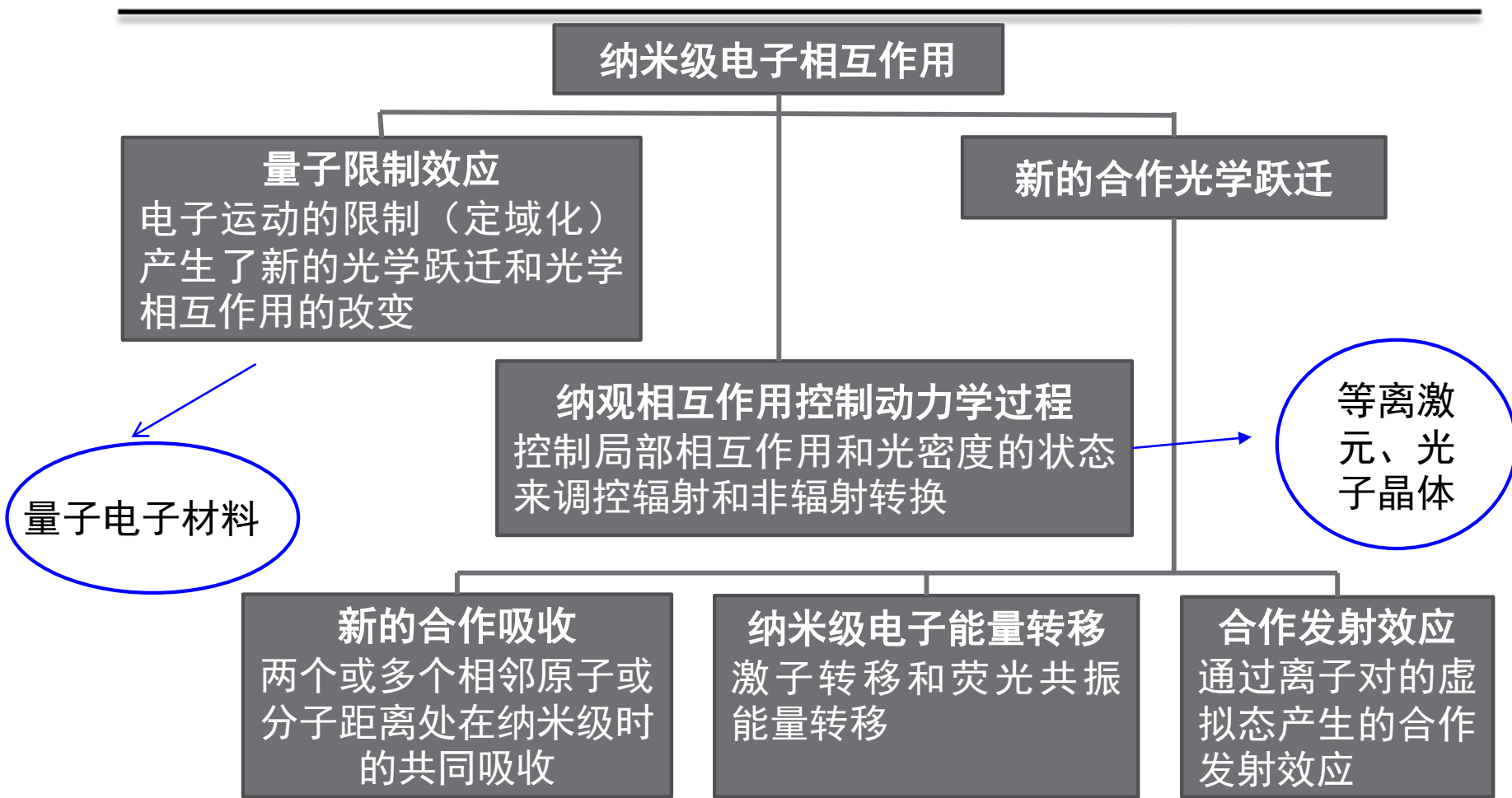
1.6 光子间和电子间的相互作用

2. 纳米级光学相互作用：横向与纵向

3. 电子相互作用的纳米级限制

3. 电子相互作用的纳米级限制

多种纳米级电子相互作用对物质光学性质产生重要影响



小结

- ▶ 光子是传递电磁相互作用的基本粒子，电子是质量最小的带电粒子。都表现出波粒二象性。波方程。
- ▶ 与在电子流的静电相互作用引入电阻类似，在描述介质对光子传播的阻碍作用中引入介电常数和折射率。
- ▶ 与电子晶体类似，光子晶体形成一个周期性介电域（折射率的周期调制效应），产生光子带隙。
- ▶ 对于电子互作用，超导中电子-电子之间相互作用，半导体中激子和双激子。
- ▶ 对于光子，互作用效应是在高场强度（光场）下产生的非线性光学效应。