



整体结构

第一章 量子力学的诞生

第二章 波函数和薛定谔方程

第三章 量子力学中的力学量

第四章 态和力学量的表象

第五章 求解定态薛定谔方程实例

第六章 微扰理论

第七章 自旋与全同粒子

第八章 统计物理

第一章 量子力学的诞生

✓ 经典物理学的困难

✓ Planck-Einstein光量子论

➤ 原子结构的Bohr理论

➤ de Broglie波粒二象性



作业格式规范

- Times New Roman + 宋体 + 小四号 + 1.5倍行间距
- 物理标量用斜体，矢量加粗；
- 单词缩写不用斜体（符号、人名、单位等）。
- 数学常数不用斜体。

$$\begin{cases} E = h\nu = \hbar\omega \\ \mathbf{p} = \frac{E}{c} \mathbf{n} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{n} = \hbar \mathbf{k} \end{cases}$$

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu$$

区分物理常数与数学常数的方法：看是否需要赋值

➤ $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$



从所得结果说明， ψ_1 表示向外传播的球面波， ψ_2 表示向内(即向原点)传播的球面波。

解：几率流密度 $J = \frac{1}{2m}(\psi^* \hat{p} \psi - \psi \hat{p} \psi^*)$

$$\begin{aligned} (1) J &= -\frac{i\hbar}{2m} \left(\frac{1}{r} e^{-ikr} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{1}{r} e^{ikr} \right) - \frac{1}{r} e^{ikr} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{1}{r} e^{-ikr} \right) \right) \\ &= -\frac{i\hbar}{2m} \left(\frac{1+ikr}{r^3} - \frac{1-ikr}{r^3} \right) \\ &= \frac{\hbar k}{mr^2} \end{aligned}$$

由此得， r 越大， J 越小，当 $r \rightarrow 0$ 时 $J \rightarrow \infty$ ，故 ψ 表示向外传播的球面波。

本题的结论大致正确，但出现了两个很有趣的问题：

(1) 几率流密度公式中出现了梯度算符，你将其写为动量算符也可以，问题是，推导中的第一步出现了 $1/r^2$ ，以及偏微分括号中的 r^2 ，这像极了 Laplace 算符（梯度的平方）在球坐标系中的表达式，但仔细看又不是，因为最终结果是正确的；只能解释为秋姐思维飘逸不可捉摸；请查看一下梯度算符在球坐标系中的表达式，是没有 r^2 的。

(2) 几率流密度是矢量场，梯度算符的出现也佐证了这一点，你将 J 标粗说明注意到了这个问题，但是随后的推导中，矢量特征就消失了（被忘掉了？），因此我说结论大致正确，严格来说应该在结果最后加上一个 r 方向的单位矢量 \mathbf{e}_r 。

这道期末题，“运用微扰法求精确到二级近似的能量本征值”，所以是零级加一级加二级，你是不是忘了加上一级？如果确实忘了，考试时因为这种问题丢分，那就气死我也！

二期未题：

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2d & 0 \\ 2d & 2+d & 3d \\ 0 & 3d & 3+d \end{bmatrix} \xrightarrow{d \ll 1} H = H_0 + H' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2d & 0 \\ 2d & d & 3d \\ 0 & 3d & d \end{bmatrix}$$

$$\therefore E_1^{(0)} = 1, E_2^{(0)} = 2, E_3^{(0)} = 3$$

$$\psi_1^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \psi_2^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \psi_3^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E_n^{(1)} = H'_{nn} = \langle \psi_n^{(0)}, H' \psi_n^{(0)} \rangle \Rightarrow \begin{cases} E_1^{(1)} = 0 \\ E_2^{(1)} = d \\ E_3^{(1)} = d \end{cases}$$

量纲分析 (Dimensional analysis)

$$\begin{cases} E = h\nu & E \text{ 的单位为 J, 量纲为能量;} \\ & \nu \text{ 的单位为 Hz, 量纲为频率;} \\ p = \frac{h}{\lambda} & \lambda \text{ 的单位为 m, 量纲为长度;} \\ & k_B \text{ 的单位 J/K, 量纲为熵;} \\ & h \text{ 的单位为 J}\cdot\text{s, 量纲为?} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_0$$

辐射能量密度
(Energy density):

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu$$

Spectral radiance: the power emitted per unit area, per unit solid angle, per unit frequency.

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

物理图景

数学公式

语言逻辑

量纲分析挽回的期末考试分值至少在10分以上!



孙师兄词汇

- ✓ Dawn
- ✓ *Annus Mirabilis*
- ✓ Fundamental
- ✓ Reluctant
- ✓ Heuristic

➤ Qualitative / Quantitative

➤ Photonic / Optical

➤ **Dimension**

1. Length (L)
2. Mass (M)
3. Time (T)
4. Electric current (I)
5. Absolute temperature (Θ)
6. Amount of substance (N)
7. Luminous intensity (J)

$$\dim Q = L^a M^b T^c I^d \Theta^e N^f J^g$$

[1,0,-1,0,0,0,0]	[1,1,-1,0,0,0,0]	[2,1,-2,0,0,0,0]	[2,1,-1,0,0,0,0]
Velocity	Momentum	Energy	?



A true story

一位物理老师，带着一个呆头呆脑的学生，来到一位以公平著称的教授面前，满面怒容：“麻烦您评评理，物理考试有道题，满分20，我给他0分。他还不太满意，说不给满分不行！”

教授奇怪，一看题，“如何用气压计测量校园里一个楼顶的高度”，刚讲过气压计原理，题出的不错。

那呆子的答案：用一根绳子把楼顶那个气压计吊起来，一直放到地面，然后再吊上去；量一下绳子滑动的长度，就是楼顶的高度。

物理老师：“虽然没规定解法，但俺这是物理题，要用所学的物理知识答题。”

教授：“有道理。不然折腾半天上完大学，还是个建筑工。给你个机会吧。五分钟，找个物理方法。”

傻子沉默了4分多钟。

教授：“不行就算了吧，零分就零分吧。”

傻子：“我有很多办法。正在想用哪个最好。”

教授：“给你时间，慢慢道来。”



A true story

呆子：“把那个气压计从楼顶扔下去，准确测量它落到地面的时间 t ，楼房的高度就是 $1/2gt^2$ 。”

教授心想，呆是呆了点，还真是物理。

老师：“好吧，虽然不是我要的答案，给他15分吧。”

呆子：“为什么不给20分？”

教授：“说说你还有什么其它答案？”

呆子：“可以把气压计立在阳光下，测量它的高度 G 和它阴影的长度 Y ，然后测量楼房阴影的长度 X ，楼房的高度是 GX/Y 。”

教授往上翻翻眼皮，不耐烦地提醒道：“这招用得着气压计吗？竹竿不更好吗？”

呆子：“还有个更巧的方法，把气压计绑在绳子的一端做成单摆，摆长为 l ，测量它的摆动周期 T ，可以算出摆动地点的重力加速度 $g = (2\pi/T)^2l$ 。在地面测一次加速度，在楼顶再测一次。用地面和楼顶两个加速度的差值，加上万有引力公式，可以算出楼顶的高度。”



A true story

教授实在受不了了。

呆子：

楼的高，

教授在

呆子：

教授又

呆子：

教授：

呆子：



梯往上

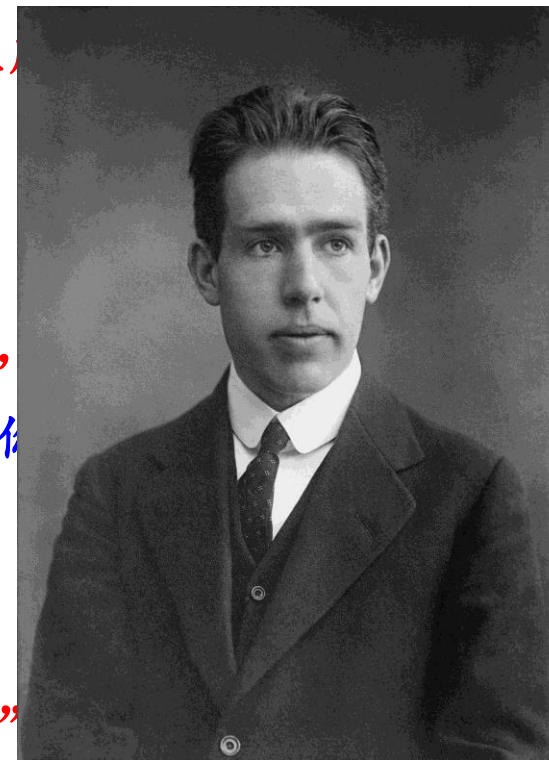
上去，可以量出

害阿姨，

。”

关系，你

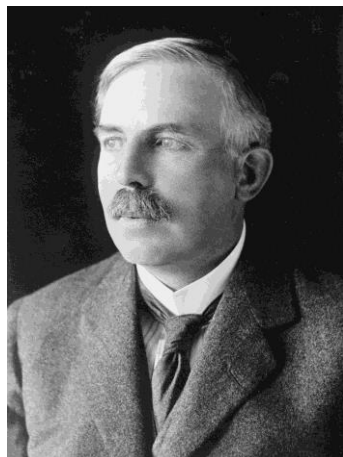
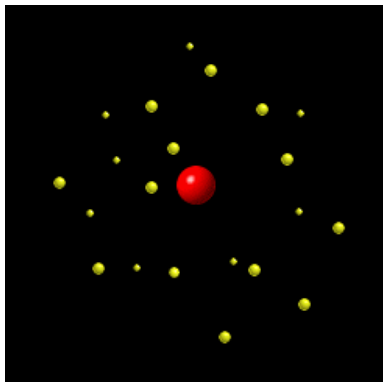
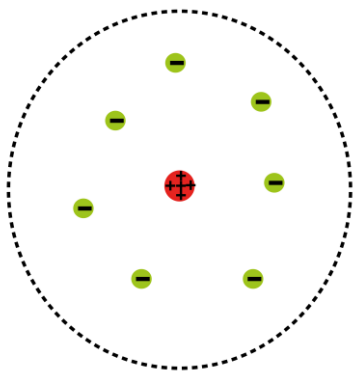
不起。”



—— 据王秋平老师回忆



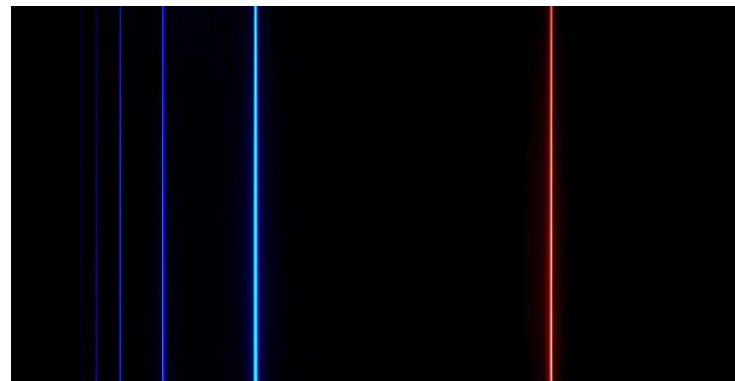
后生可畏



LXXIX. *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom.* By Professor E. RUTHERFORD, F.R.S., University of Manchester*.

§ 1. IT is well known that the α and β particles suffer deflexions from their rectilinear paths by encounters with atoms of matter. This scattering is far more marked for the β than for the α particle on account of the much smaller momentum and energy of the former particle. There seems to be no doubt that such swiftly moving particles pass through the atoms in their path, and that the deflexions observed are due to the strong electric field traversed within the atomic system. It has generally been supposed that the scattering of a pencil of α or β rays in passing through a thin plate of matter is the result of a multitude of small scatterings by the atoms of matter traversed. The observations, however, of Geiger and Marsden† on the scattering of α rays indicate that some of the α particles must suffer a deflexion of more than a right angle at a single encounter. They found, for example, that a small fraction of the incident α particles, about 1 in 20,000, were turned through an average angle of 90° in passing through a layer of gold-foil about $\cdot 00004$ cm. thick, which was equivalent in stopping-power of the α particle to 1·6 millimetres of air. Geiger‡ showed later that the most probable

Balmer series of Hydrogen



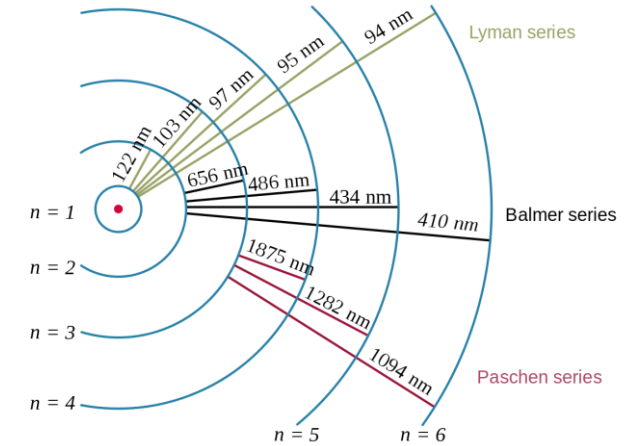
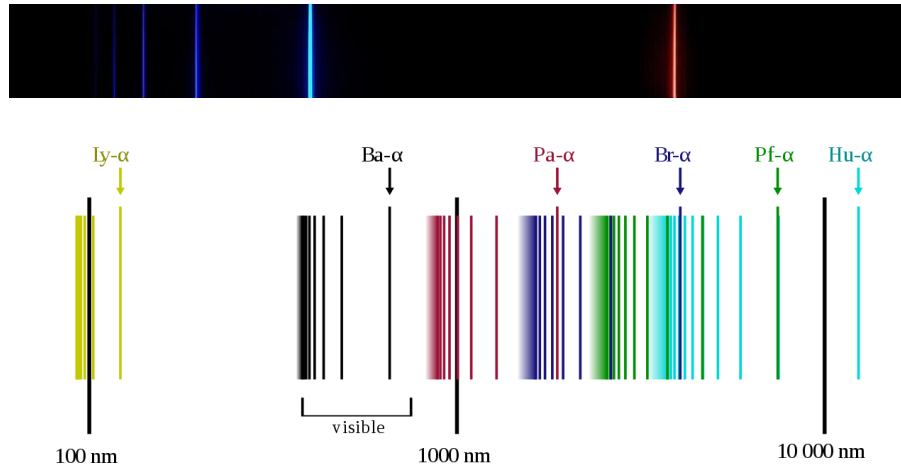
Johann Balmer
1825 ~ 1898

物理学天翻地覆
就在今日！

- “转还是不转？” “转！”
- 电荷做圆周运动，至少有个向心加速度，意味着速度随时间变化；移动的电荷形成环形电流，而电流与速度成正比，电流也随时间变化，对时间的一阶导数不为零...
- 应该发出频率连续分布的电磁辐射
- 难道是一口一口地吐电磁波！？

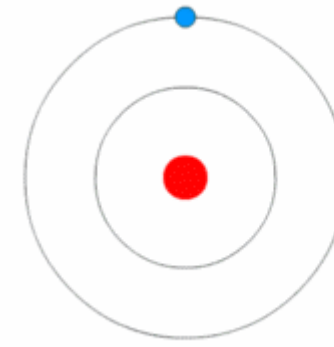


雄姿英发



$$\nu = R_H c \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$$\begin{cases} n = 1, 2, 3, \dots \\ m = 2, 3, 4, \dots \end{cases}, \quad n < m$$



$$h\nu = R_H h c \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \Rightarrow R_H = \frac{k_e^2 m_e e^4}{4\pi \hbar^3 c} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

以彼之道



“我问你，你这住在高层的电子它非跳楼不可吗？”

“不是啊，也可以呆在那个轨道上保持能量不变啊。”

“那它在那里做什么运动？”

“绕原子核转呗。”

“几个月前你说我的原子中电子绕核转就会发射电磁波而陨落，那怎么你的电子旋转就不发射电磁波就不往下掉呢？凭什么你的电子就搞特殊化？”

“我也纳闷儿，正琢磨呢。”

“我再问你，你的电子要跳楼之前，知不知道在哪里停下来？”

“应该不知道吧，掉到哪里算哪里……”

“会不会有人在某层接住它？”

“应该没有人吧……”

还施彼身



“那它跳楼过程中何时发光呢？”

“落到下面某层的时候。”

“哦，摔得半死才吐光子，好个硬汉，那你这个硬汉遵守能量守恒吗？”

“应该吧。”

“那好，电子往下掉的过程中能量连续下降，但到达底层摔得半死才吐光子，那么到达底层前，它的能量高度不停地下降却不准吐光子，就像内急不断加剧却不准上厕所，不憋得慌吗？”

“确实憋得慌……”

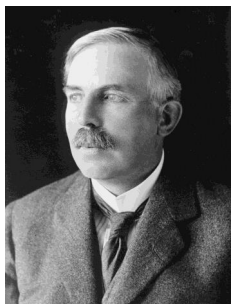
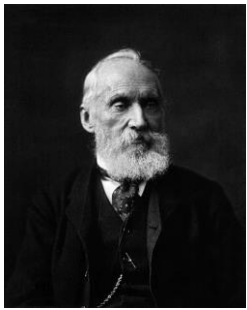
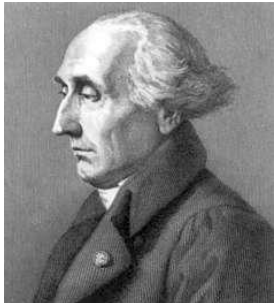
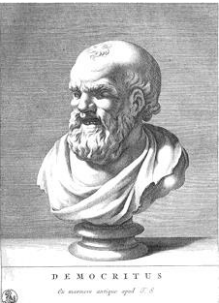
“憋得慌事小，违反能量守恒事大。”

“能量也许不守恒吧……”

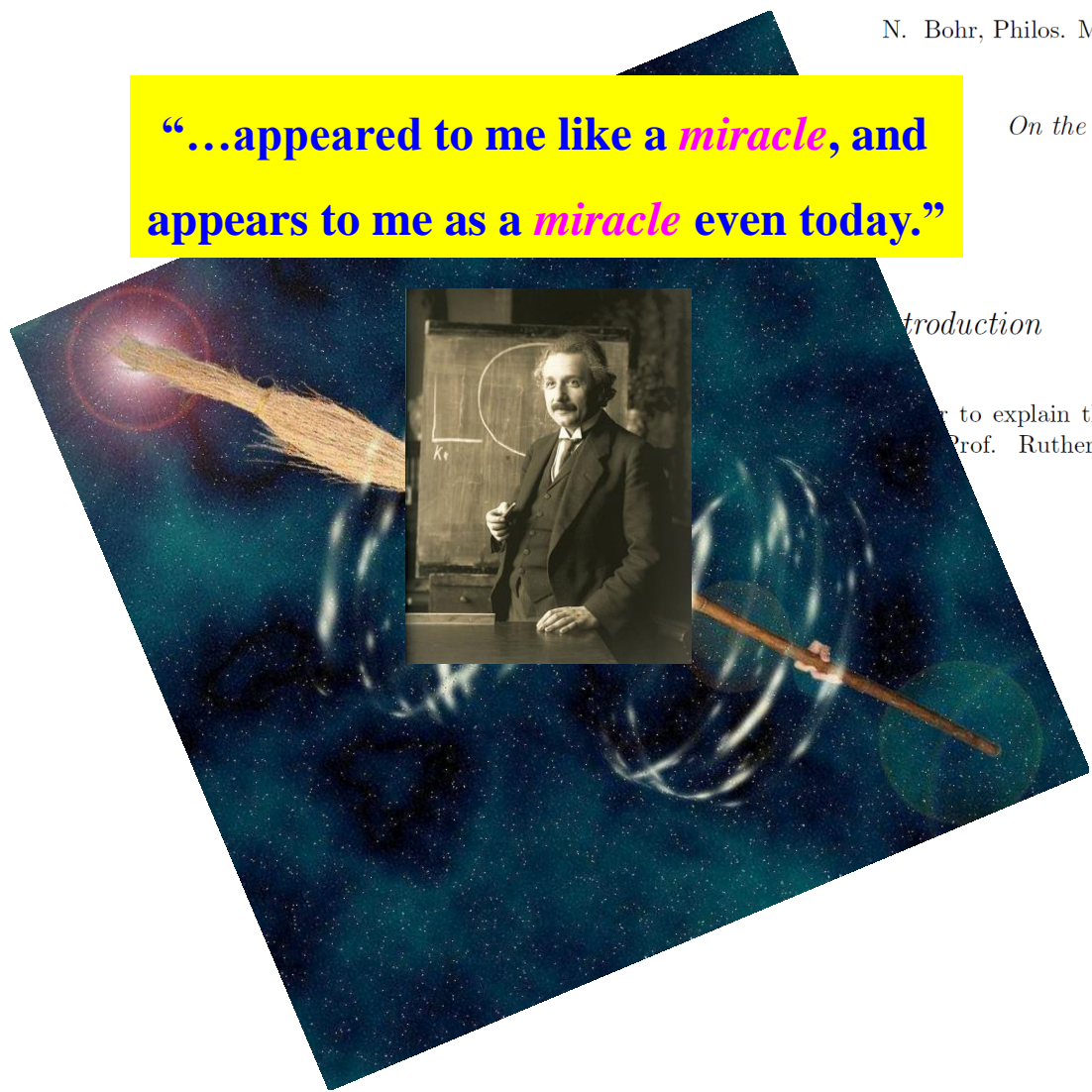
问者卒。

Bohr曾认为在微观过程中动量及能量是统计地守恒；Compton效应证明了在微观的单个碰撞事件中，动量及能量守恒定律仍然成立！

哲学宣言



“...appeared to me like a *miracle*, and appears to me as a *miracle* even today.”



N. Bohr, Philos. Mag. **26**, 1

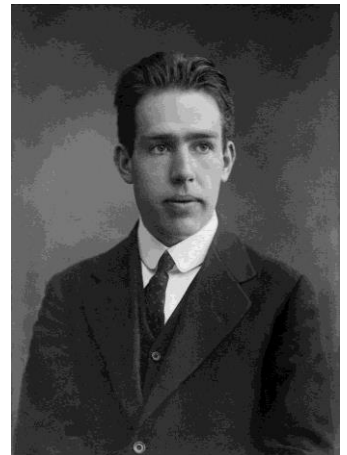
1913

On the Constitution of Atoms and Molecules

N. Bohr,
Dr. phil. Copenhagen
(Received July 1913)

Introduction

to explain the results of experiments on scattering of α rays by Prof. Rutherford¹ has given a theory of the structure of atoms.



Niels Bohr
1885 ~ 1962
1922 Nobel Prize

本叙事受王秋平老师《一代天骄玻尔兹曼与统计物理》生花妙笔的启发。



原子的量子论

N. Bohr, Philos. Mag. **26**, 1

1913

On the Constitution of Atoms and Molecules

N. Bohr,
Dr. phil. Copenhagen
(Received July 1913)

Introduction

In order to explain the results of experiments on scattering of α rays by matter Prof. Rutherford¹ has given a theory of the structure of atoms.

“伟大的三部曲”

(The Great Trilogy)



Niels Bohr
1885 ~ 1962
1922 Nobel Prize

- 原子能够，而且只能够，稳定地存在于与离散的能量相对应的一系列状态中，这些状态称为定态，因此，原子能量的任何改变，包括吸收和发射电磁辐射，都只能在两个定态之间以跃迁的方式进行。
- 原子在两个定态之间跃迁时，吸收或发射的辐射的频率是唯一的：

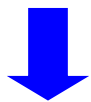
$$h\nu = R_H hc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = E_n - E_m$$

“...appeared to me like a miracle, and appears to me as a miracle even today. This is highest form of musicality in the sphere of thought.”

原子的量子论

Bohr的对应原理 (Correspondence principle) :

在大量子数极限情况下, 量子体系的行为应该趋向经典力学体系。



Bohr的角动量量子化条件:

$$|\mathbf{L}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = n\hbar, \quad n \in N$$

下午9:23 3月9日周二

71%



备注 2021年3月9日
2021年3月9日 下午9:10

对于普朗克常数角动量量子化

分析

一、从P-E公式延伸.

1) 波矢: $p = \hbar k$ [长度/L]⁻¹

$$\text{动量} = \text{角动量} / \text{长度}$$

$$\text{即 } \text{动量} \times \text{长度} = \text{角动量}$$

2) 能量 $E = p v$ (粒子) 能量 = 动量 × 速度

$$E = \hbar \omega$$
 (波) 能量 = 角动量 × 角速度

3) 德布罗意波 / 自由粒子的平面波

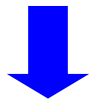
$$\psi = A \cdot e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}$$

其中指数部分必须是量子化的, 因为它是虚数, 量子化无影响

在量子化时必须与 $\vec{p} \cdot \vec{r}$ 或 E 相同 即可得

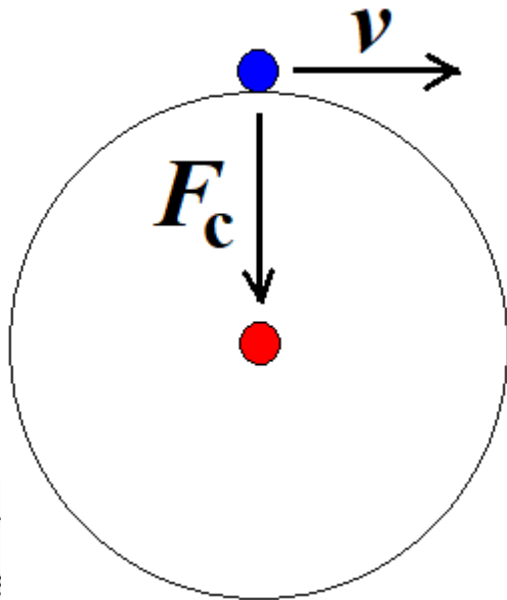
原子的量子论

Bohr的对应原理 (Correspondence principle) :
在大量子数极限情况下, 量子体系的行为应该趋向经典力学体系。



Bohr的角动量量子化条件:

$$|\mathbf{L}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = n\hbar, \quad n \in N$$



Assume $m_n \gg m_e$

$$k_e \frac{e^2}{r^2} = F_C = \frac{m_e v^2}{r} \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

We have

$$\left\{ \begin{aligned} r_n &= \frac{n^2 \hbar^2}{k_e m_e e^2} \\ E_n &= -\frac{k_e^2 m_e e^4}{2n^2 \hbar^2} \\ R_\infty &= \frac{k_e^2 m_e e^4}{4\pi \hbar^3 c} \end{aligned} \right.$$

§ 1.4 微粒的波粒二象性

$$\nu = \frac{|E_n - E_m|}{h} \quad (1.3)$$

为了确定电子运动的可能轨道, 玻尔提出量子化条件: 在量子理论中, 角动量必须是 h 的整数倍.



$$R_\infty = 10973731.568160(21) \text{ m}^{-1} \text{ (2019)}$$

原子的量子论

Bohr原子论的局限性：

- 氢原子成功，氦原子就不行了；
- 可分析谱线波长，无法分析强度；
- 可处理周期运动，不能处理非束缚态问题；
- 能量不连续和量子化条件带有人为性质。

Bohr原子论/思想/为人的光辉之处：

- 敢于摆脱经典之束缚，坚定量子化，勇敢而执着；
- 能量量子化、量子跃迁、频率条件等；
- CP是经典与量子的桥梁（附属国）；
- 伟大的合作探讨精神和组织领导才能。

