
在人脸数据库上应用 PCA

郭一隆

April 11, 2018

1 问题描述

- 给定了 face 文件夹，其中有 train 和 test 两个文件夹。利用 train 中的人脸数据训练主成分分量，并完成以下联系。
- 训练集 (19x19 500 张图片)



- 测试集 (19x19 2 张图片)



- 问题
 - (a) 从 train 文件夹里随意取出一张图片向量 \mathbf{x} ，将 \mathbf{x} 投影到前 K 个主成分中，然后利用这些投影分量来重建人脸 \mathbf{x}' ，并计算重建误差 $\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|^2$ 。从 $K=1$ 开始，不断的增加 K 。给出重建误差随 K 的增长的收敛曲线。重建误差能否为 0?
 - (b) 从 test 文件夹里读取文件名为 “face.jpg” 的文件，按照 (a) 的方式来做。与 (a) 相比，对于相同的误差阈值，是否需要更大的 K ? 重建误差能否为 0?

- (c) 从 test 文件夹里读取文件名为 “nonface.jpg” 的文件，按照 (a) 的方式来做。与 (b) 相比，对于相同的误差阈值，是否需要更大的 K ？重建误差能否为 0？

2 问题分析

只需按照标准的 PCA 方法对训练数据进行分析即可，考察保留的特征向量数量 K 与重建误差的关系。

1. 数据读取与预处理：把每个图像降维展开
2. 计算协方差矩阵：

$$\mathbf{C} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (\mathbf{x}_k - \mu)(\mathbf{x}_k - \mu)^T$$

3. 特征值分解：

$$\mathbf{C}\mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i$$

4. 选取 K ，保留最大的 K 个特征值对应的特征向量，得到重建投影矩阵：

$$\mathbf{W} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_K]$$

5. 对给定输入图像 \mathbf{x} ，利用 K 个主成分重构：

$$\mathbf{x}_r = \mu + \mathbf{W}\mathbf{W}^T(\mathbf{x} - \mu)$$

6. 计算重建误差：

$$e_r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r\|^2$$

3 结果及分析

- (a) 从 train 文件夹里随意取出一张图片向量 \mathbf{x} ，将 \mathbf{x} 投影到前 K 个主成分中，然后利用这些投影分量来重建人脸 \mathbf{x}' ，并计算重建误差 $\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|^2$ 。从 $K=1$ 开始，不断的增加 K 。给出重建误差随 K 的增长的收敛曲线。重建误差能否为 0？

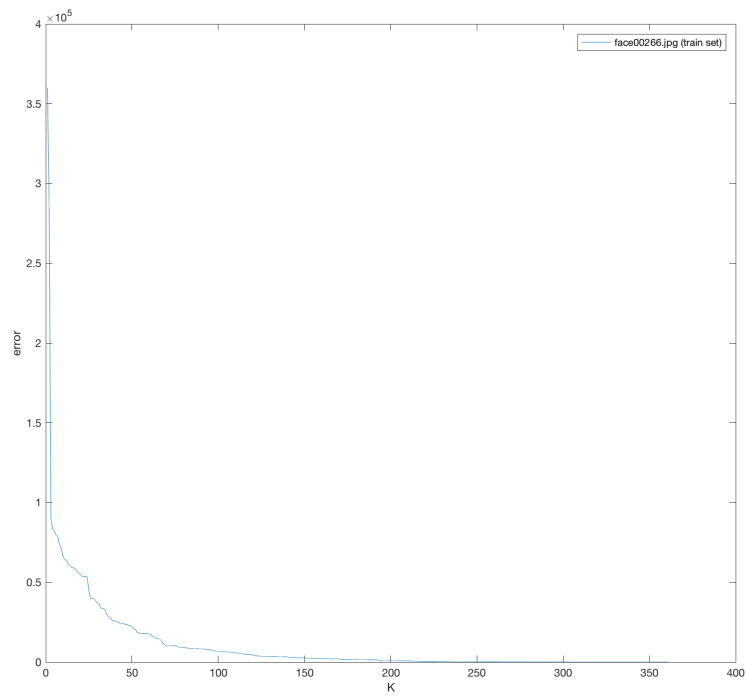


Figure 2: (a) 重建误差随 K 变化曲线

收敛曲线如图2所示。理论上取 $K=361$ 可以使重建误差为 0，实际计算中由于精度的问题，当 $K=361$ 时，最终重建误差量级为 10^{-25} 左右，可以认为是 0。

- (b) 从 `test` 文件夹里读取文件名为 “`face.jpg`” 的文件，按照 (a) 的方式来做。与 (a) 相比，对于相同的误差阈值，是否需要更大的 K ？重建误差能否为 0？

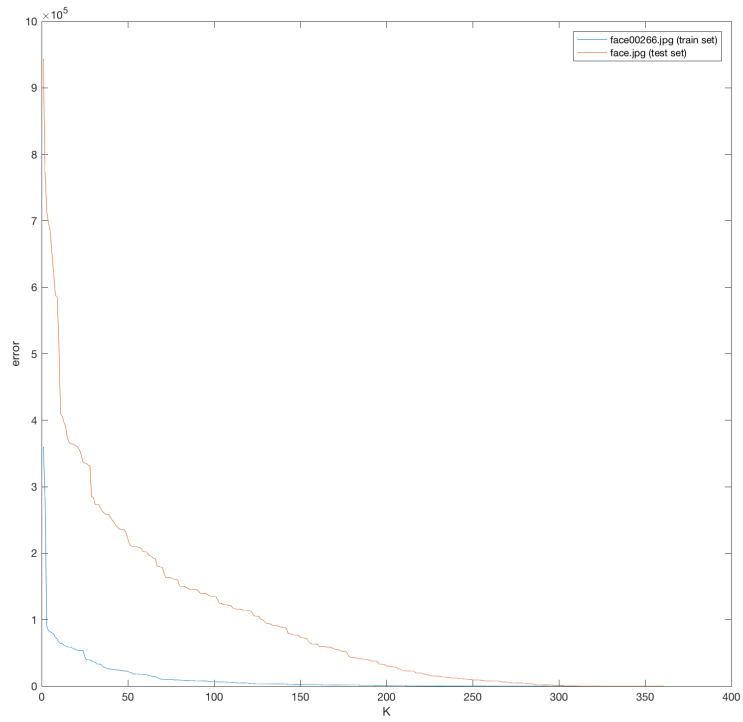


Figure 3: (a)(b) 重建误差随 K 变化曲线对比

收敛曲线对比如图3所示。与 (a) 相比，对于相同的误差阈值，由图可知，需要更大的 K 。当 $K=361$ 时，最终重建误差量级为 10^{-24} 左右，可以认为是 0。

- (c) 从 `test` 文件夹里读取文件名为 “`nonface.jpg`” 的文件，按照 (a) 的方式来做。与 (b) 相比，对于相同的误差阈值，是否需要更大的 K ？重建误差能否为 0？

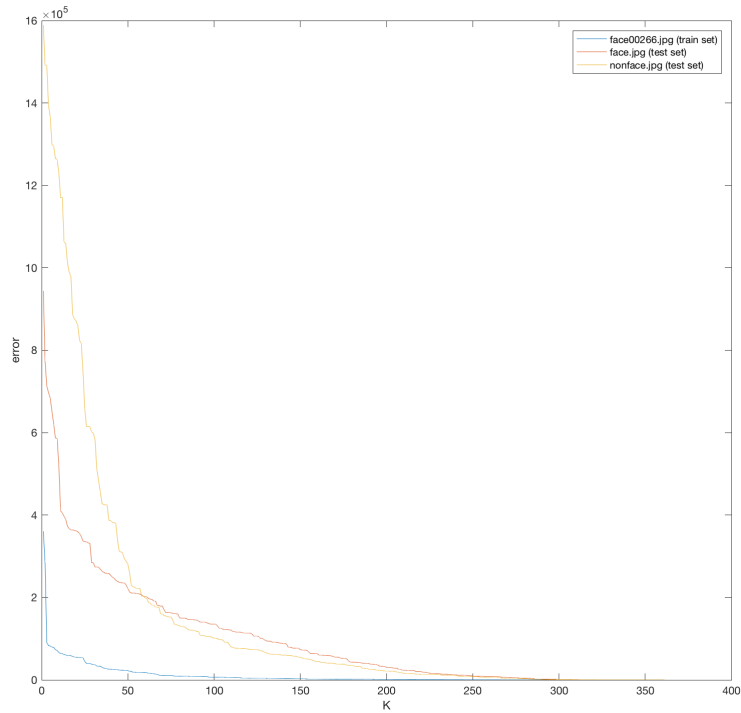


Figure 4: (a)(b)(c) 重建误差随 K 变化曲线对比

收敛曲线对比如图4所示。与 (b) 相比，对于相同的误差阈值，由图可知，**并非总是**需要更大的 K ：当 K 超过某一数值后，对于相同的误差阈值，重建 nonface 所需的 K 值反而更小。

当 $K=361$ 时，最终重建误差量级为 10^{-24} 左右，可以认为是 0。

- **总结：**

如果用主成分分析方法来分析**特征脸**，那么选定一个合适的 K 非常重要。用人脸数据作为训练集，那么（按特征值权重排序）排在前面的特征向量可以较好地反映实际人脸的特征，保留这部分特征向量就可以达到较好的效果。如果 K 值过大，那么可能同时保留了许多直观上“非人脸”的特征，因此对 nonface 的测试集也有了较好的响应效果，这是不符合我们期待的。