

图像处理实验报告

郭一隆 (2013011189)

August 25, 2015

Contents

1 基础知识	3
2 图像压缩编码	5

List of Figures

1.1	在大礼堂中心绘制红圆	4
1.2	国际象棋蒙版	5
2.1	左右置零-小块图像测试结果	13
2.2	左右置零-整体图像测试结果	14
2.3	转置 DCT 系数	15
2.4	DCT 系数逆时针旋转 90 度	16
2.5	DCT 系数旋转 180 度	17
2.6	差分编码系统幅频特性	18
2.7	Zig-Zag 扫描示意图	19

List of Tables

1.1	图像处理工具箱函数概览 (部分)	3
2.1	WinRar 压缩文本文件	6
2.2	JpegCoeff.mat 中所含数据	6
2.3	亮度直流分量预测误差的 Category 及其 Huffman 编码	7
2.4	亮度 AC 分量的 Run/Size 及其 Huffman 编码 (部分)	8

List of Source Codes

1.1	draw_circle.m	4
1.2	chess_mask.m	5
2.1	mse.m	10
2.2	mydct2.m	11
2.3	imdct.m	12
2.4	imidct.m	12
2.5	zigzag1.m	20
2.6	zigzag2.m	21

1 基础知识

在 MATLAB 中，像素值用 `uint8` 类型表示，参与浮点数运算前需要转成 `double` 型。Section 1 中“测试图像”指的是 `hall.mat` 中的彩色图像。

1. MATLAB 提供了图像处理工具箱，在命令窗口输入 `help images` 可查看该工具箱内的所有函数。请阅读并大致了解这些函数的基本功能。

Table 1.1: 图像处理工具箱函数概览 (部分)

函数名	功能
<code>imshow</code>	在 <code>figure</code> 中显示图像
<code>rgb2gray</code>	将彩色图像转换为灰度值图像
<code>imwrite</code>	将图像矩阵写入文件

2. 利用 MATLAB 提供的 Image file I/O 函数分别完成以下处理：

- (a) 以测试图像的中心为圆心，图像的长和宽中较小值的一半为半径画一个红颜色的圆；

思路：利用 `meshgrid` 函数生成行列索引矩阵 `I`, `J`，将圆内部的像素点标为逻辑 `1`，再利用逻辑索引将测试图像圆内的部分替换为红颜色像素点。

```

1  %% Load images
2  load('resource/hall.mat');
3  imwrite(hall_color,'images/hall_color.png');
4  hall_color = double(hall_color);
5
6  %% Draw red circle
7  [height,width,~] = size(hall_color);
8  center = [(1+height)/2,(1+width)/2];
9  radius = min(height,width)/2;
10 [J,I] = meshgrid(1:width,1:height);
11 % <height-by-width matrix> I: I(x,y) equals x
12 % <height-by-width matrix> J: J(x,y) equals y
13 area = ((I-center(1)).^2 + (J-center(2)).^2 <= radius^2);
14 % area equals 1 @ point inside circle
15
16 cell = mat2cell(hall_color,ones(1,height),ones(1,width),3);
17 cell(area) = {reshape([255,0,0],1,1,3)};
18 hall_color_red_circle = cell2mat(cell);
19
20 %% Write image
21 hall_color_red_circle = uint8(hall_color_red_circle);
22 imwrite(hall_color_red_circle,'images/hall_color_red_circle.png');

```

Listing 1.1: draw_circle.m



(a) 处理前



(b) 处理后

Figure 1.1: 在大礼堂中心绘制红圆

(b) 将测试图像涂成国际象棋状的“黑白格”的样子，其中“黑”即黑色，“白”则意味着保留原图。

思路：chess_mask 函数提供棋盘行列数接口，计算出每块的大小，同样利用 meshgrid 函数确定出 black_mask 的位置，将图像对应位置赋为黑色。

```

1 function masked_image = chess_mask(image,Nrow,Ncol)
2
3 image = double(image);
4
5 [height,width,~] = size(image);
6 grid_size = [ceil(height/Nrow),ceil(width/Ncol)];
7 [J,I] = meshgrid(1:width,1:height);
8 black_mask = (xor(mod(ceil(I/grid_size(1)),2),...
9                 mod(ceil(J/grid_size(2)),2))==0);
10
11 cell = mat2cell(image,ones(1,height),ones(1,width),3);
12 cell(black_mask) = {reshape([0,0,0],1,1,3)};
13 masked_image = cell2mat(cell);
14
15 masked_image = uint8(masked_image);
16
17 end

```

Listing 1.2: chess_mask.m

按如下代码生成 64 格和 32 格棋盘蒙版

```

1 >> imwrite(chess_mask(hall_color,8,8),'images/hall_color_masked_8_8.png')
2 >> imwrite(chess_mask(hall_color,4,8),'images/hall_color_masked_4_8.png')

```



(a) 8×8 蒙版



(b) 4×8 蒙版

Figure 1.2: 国际象棋蒙版

用看图软件浏览上述生成图片，预览效果如图1.1和图1.2，达到预期效果。

2 图像压缩编码

熵编码压缩比：

根据经验，对于文本文件，重复性越高，则压缩比越高，测试如下表

Table 2.1: WinRar 压缩文本文件

文件名	文本内容 (matlab 写入文件)	压缩前大小	压缩后大小	压缩比
high.txt	repmat('1',1,10000)	10000bytes	101bytes	99.01
normal.txt	int2str(2^1000)	302bytes	106bytes	2.85
low.txt	'ghjkl;'	6bytes	77bytes	0.08

本章练习题所用数据均可由“JpegCoeff.mat”导入，其内容如表2.2所示。本章练习题中“测试图像”指的是hall.mat中的灰度图像。

Table 2.2: JpegCoeff.mat 中所含数据

变量名	含义	说明
QTAB	DCT 系数的量化步长矩阵，式 (2.1)	
DCTAB	DC 系数预测误差的 Category 码本，表2.3	每行对应一个 Category，第一列对应 Huffman 编码的长度 L，随后 L 列对应该码字，再后全零为填充物
ACTAB	AC 系数的 (Run/Size) 的码本，完整的表2.4	每行对应一个 (Run/Size)，第一列表示 Run，第二列表示 Size，第三列表示该 (Run/Size) 对应的 Huffman 编码的长度 L，随后 L 列对应该码字，再后全零为填充物

$$Q = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Table 2.3: 亮度直流分量预测误差的 Category 及其 Huffman 编码

预测误差	Category	Huffman 编码
0	0	00
-1, 1	1	010
-3, -2, 2, 3	2	011
-7, ..., -4, 4, ..., 7	3	100
-15, ..., -8, 8, ..., 15	4	101
-31, ..., -16, 16, ..., 31	5	110
-63, ..., -32, 32, ..., 63	6	1110
-127, ..., -64, 64, ..., 127	7	11110
-255, ..., -128, 128, ..., 255	8	111110
-511, ..., -256, 256, ..., 511	9	1111110
-1023, ..., -512, 512, ..., 1023	10	11111110
-2047, ..., -1024, 1024, ..., 2047	11	111111110

Table 2.4: 亮度 AC 分量的 Run/Size 及其 Huffman 编码 (部分)

Run/Size	码长	码字	Run/Size	码长	码字
0/0(EOB)	4	1010			
0/1	2	00	4/1	6	111011
0/2	2	01	4/2	10	1111111000
0/3	3	100	4/3	16	1111111110010111
0/4	4	1011	4/4	16	1111111110011000
0/5	5	11010	4/5	16	1111111110011001
0/6	6	111000	4/6	16	1111111110011010
0/7	7	1111000	4/7	16	1111111110011011
0/8	10	1111110110	4/8	16	1111111110011100
0/9	16	1111111110000010	4/9	16	1111111110011101
0/A	16	1111111110000011	4/A	16	1111111110011110
1/1	4	1100	8/1	8	11111010
1/2	6	111001	8/2	15	111111111000000
1/3	7	1111001	8/3	16	1111111110110111
1/4	9	111110110	8/4	16	1111111110111000
1/5	11	11111110110	8/5	16	1111111110111001
1/6	16	1111111110000100	8/6	16	1111111110111010
1/7	16	1111111110000101	8/7	16	1111111110111011
1/8	16	1111111110000110	8/8	16	1111111110111100
1/9	16	1111111110000111	8/9	16	1111111110111101
1/A	16	1111111110001000	8/A	16	1111111110111110
			F/0(ZRL)	11	11111111001
2/1	5	11011	F/1	16	111111111110101
2/2	8	11111000	F/2	16	111111111110110
2/3	10	1111110111	F/3	16	111111111110111
2/4	16	1111111110001001	F/4	16	111111111111000
2/5	16	1111111110001010	F/5	16	111111111111001
2/6	16	1111111110001011	F/6	16	111111111111010
2/7	16	1111111110001100	F/7	16	111111111111011
2/8	16	1111111110001101	F/8	16	111111111111100
2/9	16	1111111110001110	F/9	16	111111111111101
2/A	16	1111111110001111	F/A	16	111111111111110

1. 图像的预处理是将每个像素灰度值减去 128, 这个步骤是否可以在变换域进行?

变换域与时域 (或空域) 的对应关系为

$$\mathbf{C} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{x,y} \mathbf{D}^{(2)}(x,y) \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{D}^{(2)}(x,y)$ 表示二维 DCT 的第 (x,y) 个基矩阵, 其第 (i,j) 个分量为

$$\mathbf{D}_{i,j}^{(2)}(x,y) = \alpha_i \alpha_j \cos \frac{i(2x+1)\pi}{2N} \cos \frac{j(2y+1)\pi}{2N} \quad (2.3)$$

对原图像进行预处理:

$$\bar{P}_{x,y} = P_{x,y} - 128$$

则有

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \bar{P}_{x,y} \mathbf{D}^{(2)}(x,y) \\ &= \mathbf{C} - 128 \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \mathbf{D}^{(2)}(x,y) \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \mathbf{D}_{i,j}^{(2)}(x,y) &= \alpha_i \alpha_j \sum_{x=0}^{N-1} \cos \frac{i(2x+1)\pi}{2N} \sum_{y=0}^{N-1} \cos \frac{j(2y+1)\pi}{2N} \\ &= \begin{cases} \alpha_i \alpha_j N^2 = N, & i = j = 0 \\ 0, & elsewhere \end{cases} \end{aligned}$$

若要在变换域进行预处理, 则对应关系为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}}_{i,j} &= \mathbf{C}_{i,j} - 128N, i = j = 0 \\ \bar{\mathbf{C}}_{i,j} &= \mathbf{C}_{i,j}, elsewhere \end{aligned}$$

因此, 这个步骤可以在变换域进行, 只需把变换域直流分量减去 $128N$ 即可, 取 hall_gray 左上角 8×8 验证如下:

```
1 >> A = hall_gray(1:8,1:8);
2 >> Y1 = dct2(A-128); % preprocess on Space Domain
3 >> Y2 = dct2(A);
4 >> Y2(1,1) = Y2(1,1) - 128*8; % preprocess on Transform Domain
```

```

5 >> mse(Y1,Y2)
6
7 ans =
8
9 5.5804e-27

```

其中 `mse` 为自定义函数，用于计算两个矩阵的均方误差：

```

1 function [result] = mse(A,B)
2 % Mean Square Error
3
4 result = sum(sum((A-B).^2))/size(A,1)/size(A,2);
5
6 end

```

Listing 2.1: `mse.m`

由运行代码??中得到的 `mse` 结果可知，在变换域减去一定直流分量与预处理原图像是等价的。

2. 根据下式2.4自行编程实现二维 DCT：

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}\mathbf{P}\mathbf{D}^T \quad (2.4)$$

其中

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \cdots & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos \frac{\pi}{2N} & \cos \frac{3\pi}{2N} & \cdots & \cos \frac{(2N-1)\pi}{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos \frac{(N-1)\pi}{2N} & \cos \frac{(N-1)3\pi}{2N} & \cdots & \cos \frac{(N-1)(2N-1)\pi}{2N} \end{bmatrix}$$

```

1 function C = mydct2(P)
2 % 2-dimension DCT
3
4 P = double(P);
5 N = size(P,1); % Assuming that P is a square matrix
6
7 [J,I] = meshgrid(1:2:2*N-1, 0:N-1);
8
9 D = sqrt(2/N) * cos(I.*J*pi/2/N);
10 D(1,:) = ones(1,N)/sqrt(N);
11
12 C = D*P*D.';
13
14 end

```

Listing 2.2: mydct2.m

仍取左上角 8×8 色块进行测试：

```

1 >> A = hall_gray(1:8,1:8);
2 >> mse(mydct2(A),dct2(A))
3
4 ans =
5
6 2.6817e-26

```

说明 mydct2 与 dct2 计算结果相同。

3. 如果将 DCT 系数矩阵中右侧四列（或左侧四列）的系数全部置零，逆变换后的图像会发生什么变化？

DCT 矩阵的右侧主要是横向高频分量系数，即影响横向纹理的清晰度，右侧四列置零会使得横向纹理变模糊；左侧四列包含了左上角的全部低频分量，以及左下角的纵向高频分量，左侧四列置零会使得整个图像变黑，无法辨认，仅残留少量横向纹理。

为了便于图像处理，自定义函数 imdct 以及 imidct，实现分块 (8×8) 应用 DCT 或 IDCT 并进行整合的功能，imdct 接受函数句柄作为参数，方便后续的各种处理方式。

```

1  function C = imdct(A,varargin)
2  % 2-dimension DCT for image A
3
4  A = double(A);
5  [height,width] = size(A);
6
7  % make height,width of A multiples of 8
8  A(height+1:8*ceil(height/8),:) = repmat(A(height,:),8*ceil(height/8)-height,1);
9  A(:,width+1:8*ceil(width/8)) = repmat(A(:,width),1,8*ceil(width/8)-width);
10
11  if nargin == 2
12      procfun = varargin{1};
13  else
14      procfun = @(x)(x); % doing nothing
15  end
16
17  for i = 1:ceil(height/8)
18      for j = 1:ceil(width/8)
19          C((i-1)*8+1:i*8,(j-1)*8+1:j*8) = procfun(dct2(A((i-1)*8+1:i*8,(j-1)*8+1:j*8)));
20      end
21  end
22
23  end

```

Listing 2.3: imdct.m

```

1  function I = imidct(C)
2  % 2-dimension IDCT for coefficient C
3
4  for i = 1:size(C,1)/8
5      for j = 1:size(C,2)/8
6          I((i-1)*8+1:i*8,(j-1)*8+1:j*8) = idct2(C((i-1)*8+1:i*8,(j-1)*8+1:j*8));
7      end
8  end
9
10  I = uint8(I);
11
12  end

```

Listing 2.4: imidct.m

选取一小块 8×8 图像验证：

```

1  >> rightzero = @(A)([A(:,1:4),zeros(8,4)]);    % Handle of process function
2  >> A = hall_gray(97:104,153:160);
3  >> I = imidct(imdct(A,rightzero));
4  >> imwrite(A,'images\test_block.png');
5  >> imwrite(I,'images\test_block_rightzero.png');
6  >>
7  >> leftzero = @(A)([zeros(8,4),A(:,5:8)]);
8  >> I = imidct(imdct(A,leftzero));
9  >> imwrite(I,'images\test_block_leftzero.png');

```



(a) 测试 block



(b) 右四列置零



(c) 左四列置零

Figure 2.1: 左右置零-小块图像测试结果

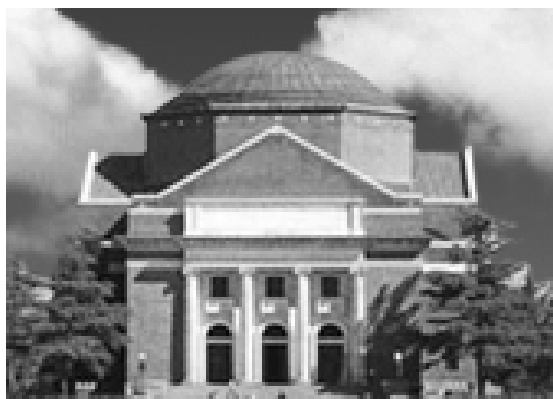
再测试整体效果：

```

1  >> imwrite(hall_gray,'images\hall_gray.png');
2  >> I = imidct(imdct(hall_gray,rightzero));
3  >> imwrite(I,'images\hall_gray_rightzero.png');
4  >> I = imidct(imdct(hall_gray,leftzero));
5  >> imwrite(I,'images\hall_gray_leftzero.png');

```

图像处理结果如图2.2，可见右四列置零后横向纹理变弱（树的部分较明显），左四列置零后仅剩余少量横向高频分量（轮廓），符合预期。



(a) hall_gray



(b) 右四列置零



(c) 左四列置零

Figure 2.2: 左右置零-整体图像测试结果

4. 若对 DCT 系数分别做转置、旋转 90 度和旋转 180 度操作，逆变换后恢复的图像有何变化？

- 转置使得行列频率信息交换，则逆变换后**图像被转置**

$$C^T = (DPD^T)^T = DP^T D^T$$

```
1 >> A = hall_gray(97:104,153:160);
2 >> transpose = @(A)(A. ');
3 >> I = imidct(imdct(A,transpose));
4 >> imwrite(I,'images\test_block_transpose.png');
```



(a) test_block



(b) 转置

Figure 2.3: 转置 DCT 系数

- 旋转 90 度使得直流分量系数变为纵向高频分量系数，则逆变换后**整体图像变暗，纵向高频分量强烈**

```
1 >> I = imidct(imdct(A,@rot90));
2 >> imwrite(I,'images\test_block_rot90.png');
3 >>
4 >> I = imidct(imdct(hall_gray,@rot90));
5 >> imwrite(I,'images\hall_gray_rot90.png');
```

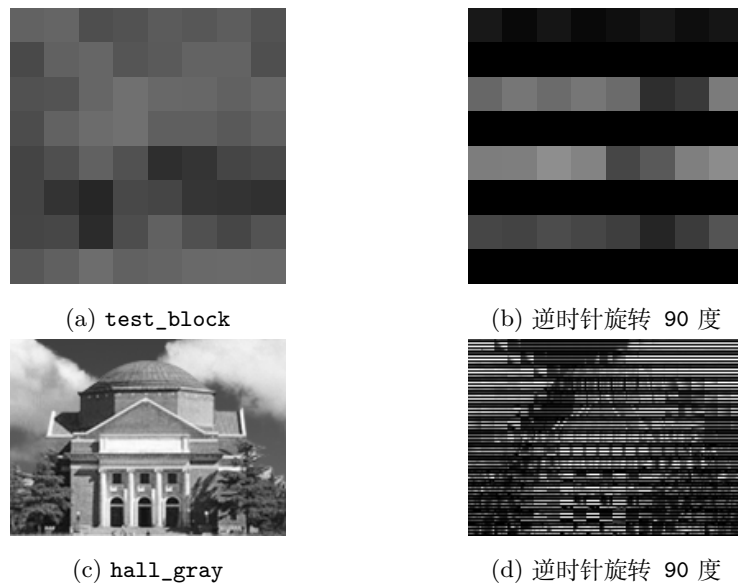


Figure 2.4: DCT 系数逆时针旋转 90 度

纵向高频分量过强导致了明显的黑白分层，原有图像轮廓还能分辨，细节很难辨认。

- **旋转 180 度**使得直流分量系数变为横纵高频分量系数，则逆变换后**整体图像变暗，横纵高频分量均变强**

```

1 >> rot180 = @(A)(rot90(A,2));
2 >> I = imidct(imdct(A,rot180));
3 >> imwrite(I,'images\test_block_rot180.png');
4 >>
5 >> I = imidct(imdct(hall_gray,rot180));
6 >> imwrite(I,'images\hall_gray_rot180.png');

```

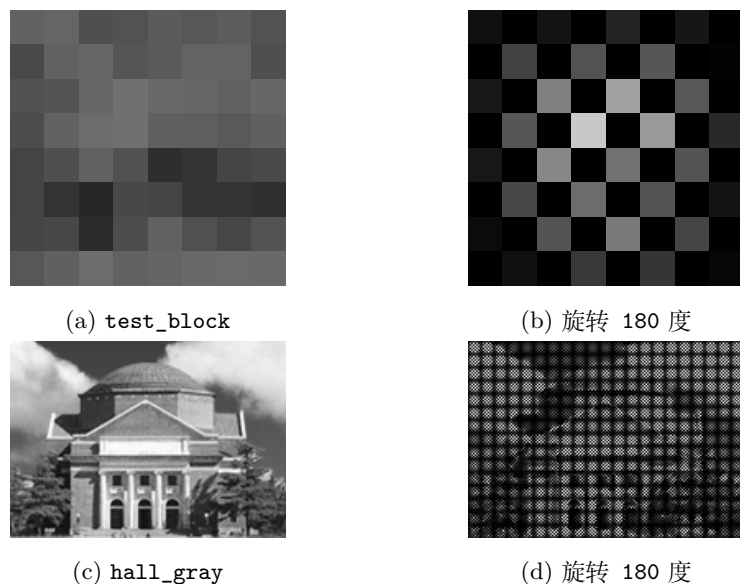



Figure 2.5: DCT 系数旋转 180 度

强烈的横纵高频分量导致了明显的黑白分块，原有图像轮廓能凭借先验知识分辨，细节很难辨认。

5. 如果认为差分编码是一个系统，请绘出这个系统的频率响应，说明其滤波器类型。DC 系数先进行差分编码再进行熵编码，说明 DC 系数的哪种分量更多？

差分编码系统：

$$\hat{c}_D(n) = \begin{cases} \tilde{c}_D(n) & n = 1 \\ \tilde{c}_D(n-1) - \tilde{c}_D(n) & elsewhere \end{cases}$$

不妨认为 $\tilde{c}_D(n)$ 是因果信号，则差分编码系统传递函数为

$$H(z) = z^{-1} - 1$$

是**高通滤波器**，幅频特性如图2.6

这说明 DC 系数中的**低频分量更多**，通过差分编码滤去大量低频分量再进行熵编码，码长缩短。直观地说，DC 系数中相邻系数一般相差不大，差分后压缩性能更佳。

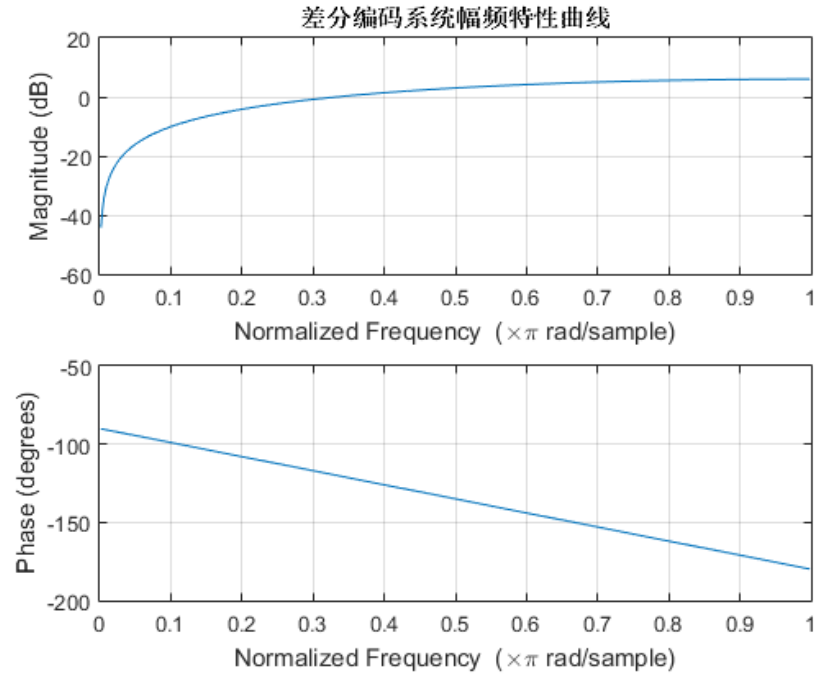


Figure 2.6: 差分编码系统幅频特性

6. DC 预测误差的取值和 Category 值有何关系？如何利用预测误差计算出其 Category？

观察表2.3容易得出：(预测误差记为 Error)

$$Error \in \{2^{Category-1} \leq |n| < 2^{Category} \mid n \in \mathbb{Z}\}$$

$$Category = \lfloor \log_2 |Error| \rfloor + 1$$

7. 实现 Zig-Zag 扫描

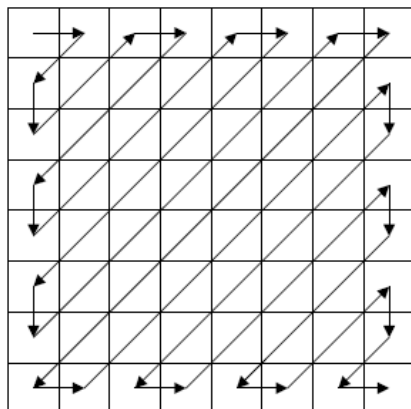


Figure 2.7: Zig-Zag 扫描示意图

(a) 循环实现

```

1  function v = zigzag1(A)
2  % A is square
3
4  % define direction
5  E = 1;
6  SW = 2;
7  S = 3;
8  NE = 4;
9
10 v = [];
11 N = size(A,1);
12 i = 1; j = 1;
13 direction = NE;
14 while i <= N && j <= N
15     v = [v,A(i,j)];
16
17     if i+j < N+1
18         if direction == NE && i == 1 % move East
19             direction = E;
20             j = j + 1;
21         elseif direction == SW && j == 1 % move South
22             direction = S;
23             i = i + 1;
24         elseif direction == E || direction == SW % move SW
25             direction = SW;
26             i = i + 1;
27             j = j - 1;

```

```

28     else
29         direction = NE;
30         i = i - 1;
31         j = j + 1;
32     end
33 elseif i+j == N+1
34     if direction == SW && i == N
35         direction = E;
36         j = j + 1;
37     elseif direction == NE && j == N
38         direction = S;
39         i = i + 1;
40     elseif direction == E || direction == SW
41         direction = SW;
42         i = i + 1;
43         j = j - 1;
44     else
45         direction = NE;
46         i = i - 1;
47         j = j + 1;
48     end
49 else
50     if direction == SW && i == N % move East
51         direction = E;
52         j = j + 1;
53     elseif direction == NE && j == N % move South
54         direction = S;
55         i = i + 1;
56     elseif direction == S || direction == SW % move SW
57         direction = SW;
58         i = i + 1;
59         j = j - 1;
60     else
61         direction = NE;
62         i = i - 1;
63         j = j + 1;
64     end
65 end
66 end
67
68 end

```

Listing 2.5: zigzag1.m

(b) 查表实现：扫描固定 8×8 大小的矩阵可直接用查表法实现

```

1  function v = zigzag2(A)
2  % A is 8-by-8 square
3
4  index = [1,2,9,17,10,3,4,11,...
5  18,25,33,26,19,12,5,6,...
6  13,20,27,34,41,49,42,35,...
7  28,21,14,7,8,15,22,29,...
8  36,43,50,57,58,51,44,37,...
9  30,23,16,24,31,38,45,52,...
10 59,60,53,46,39,32,40,47,...
11 54,61,62,55,48,56,63,64];
12
13 A = reshape(A.',1,64);
14
15 v = A(index);
16
17 end

```

Listing 2.6: zigzag2.m