电路理论基础

——电路理论（基础篇）

华中科技大学·电气学院

ccsfm@hust.edu.cn

第12章 三相正弦稳态电路

12.1 概述

12.2 三相电路

12.3 对称三相电路的计算

12.4 对称三相电路的功率

12.5 不对称三相电路

12.6 三相电路有功功率的测量

12.7 拓展与应用

● 重点

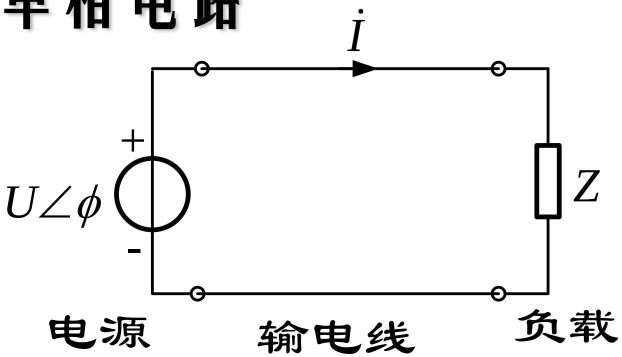
1. 熟练掌握三相电路

2. 熟练掌握对称三相电路计算

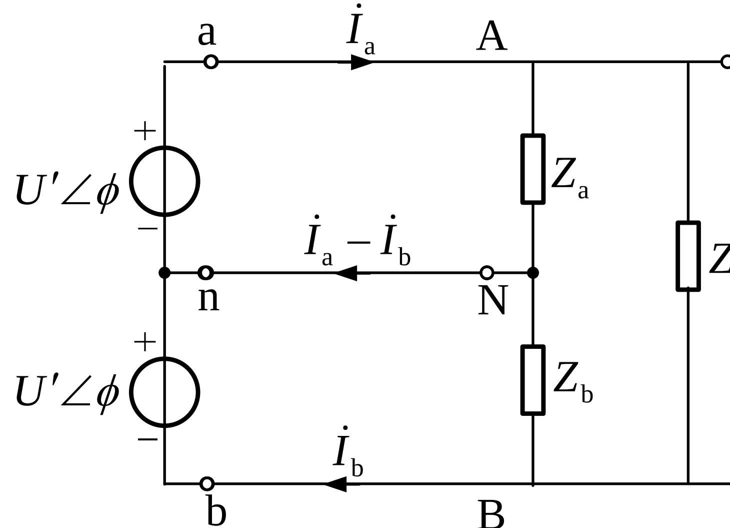
3. 熟练掌握对称三相电路的功率

12.1 概述

1. 单相电路



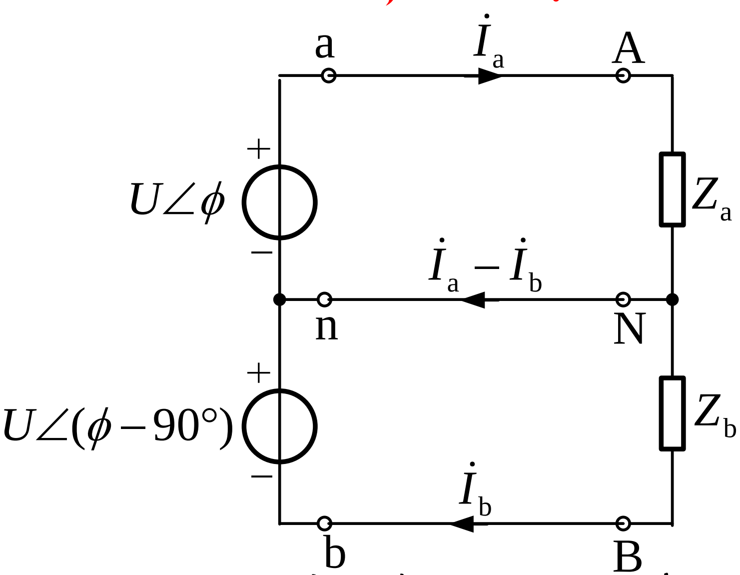
美国民用电：
小负荷120V
大负荷240V



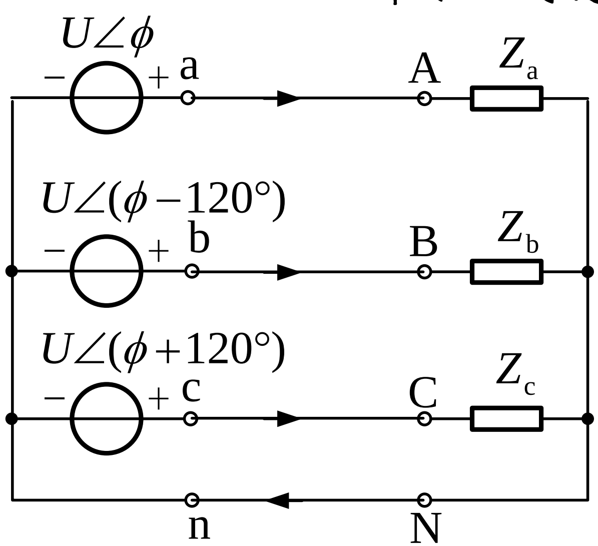
单相3线制供电方式

2. 多相电路

电源不同相，频率、幅值相同



2相3线制供电方式



3相4线制供电方式

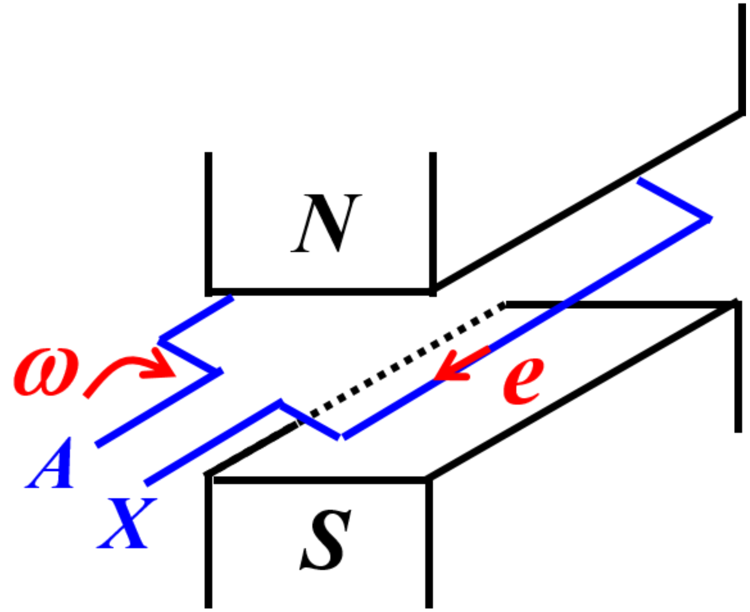
- 从三相电源可获得单相、两相电源
- 对称三相瞬时功率恒定

三相电动势的产生

在两磁极中间，放一个线圈。

让线圈以 ω 的速度旋转。

根据右手定则可知，线圈中产生感应电动势。



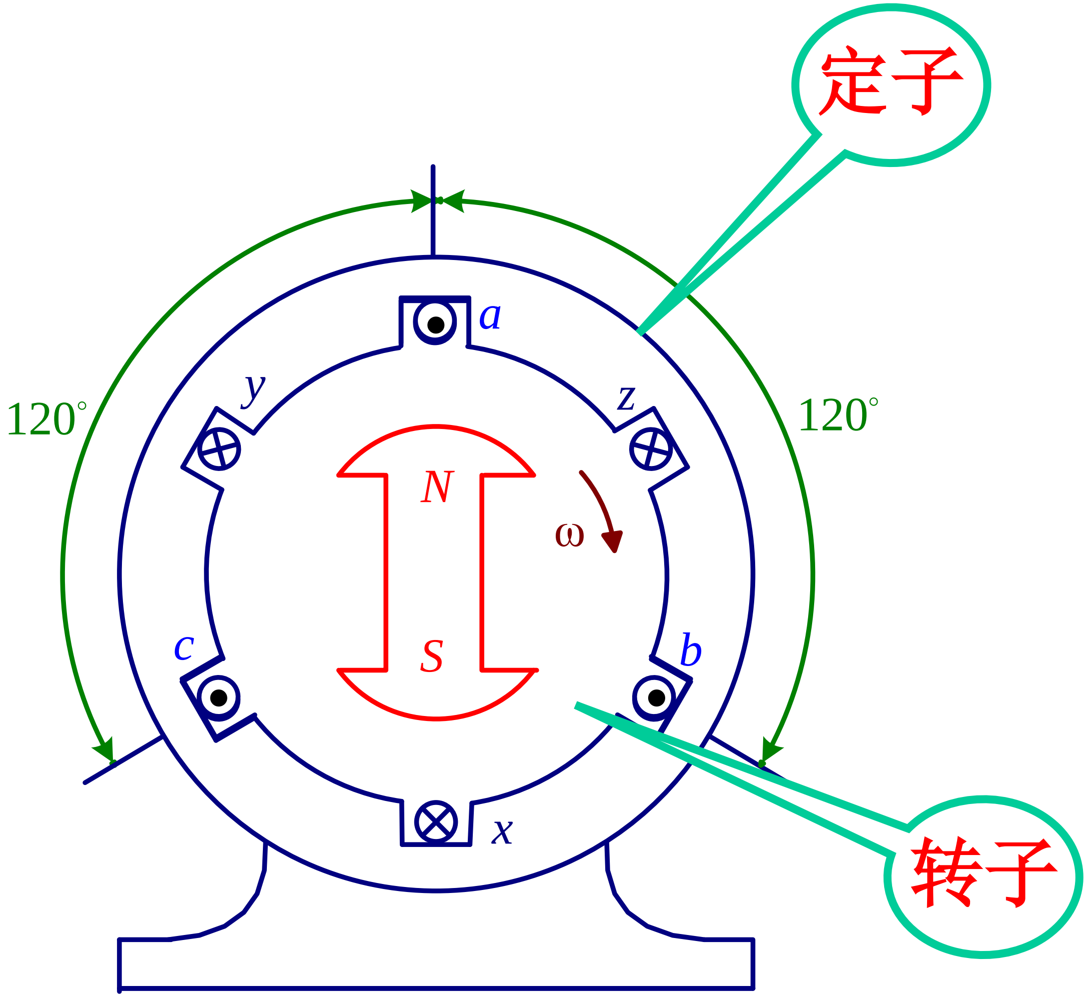
合理设计磁极形状，使磁通按正弦规律分布，线圈两端便可得到单相交流电动势。

$$\boxed{e_{AX} = \sqrt{2}U \cos \omega t}$$

定子中放三个线圈：

a	→	*x*
b	→	*y*
c	→	*z*
首端		末端

三线圈空间位置各差120°



转子装有磁极并以 ω 的速度旋转。三个线圈中便产生三个单相电动势。

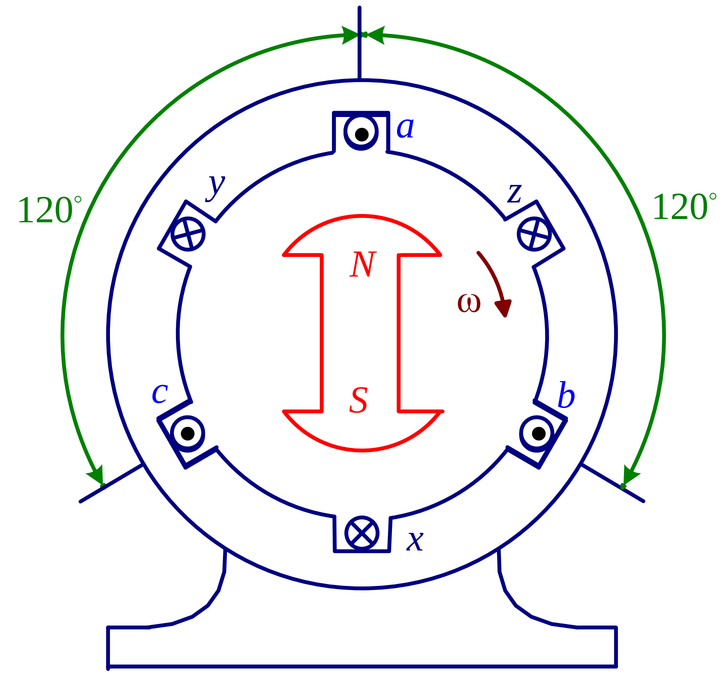
◆ 对称三相电压

$$u_a = u_{ax} = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta)$$

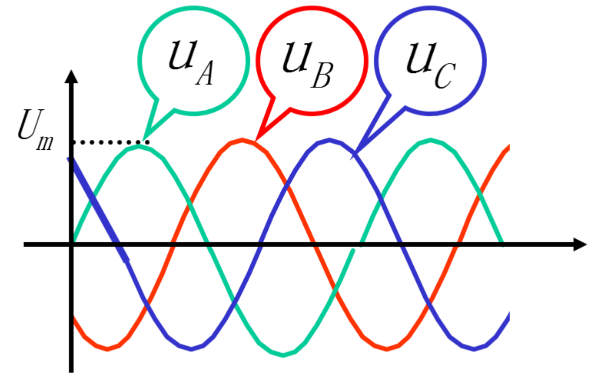
$$u_b = u_{by} = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta-120°)$$

$$u_c = u_{cz} = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta-240°)$$

$$\boxed{u_a+u_b+u_c=0}$$



正序	负序
$\dot{U}_a = U\angle\theta$	$\dot{U}_a = U\angle\theta$
$\dot{U}_b = U\angle(\theta-120°)$	$\dot{U}_b = U\angle(\theta+120°)$
$\dot{U}_c = U\angle(\theta+120°)$	$\dot{U}_c = U\angle(\theta-120°)$

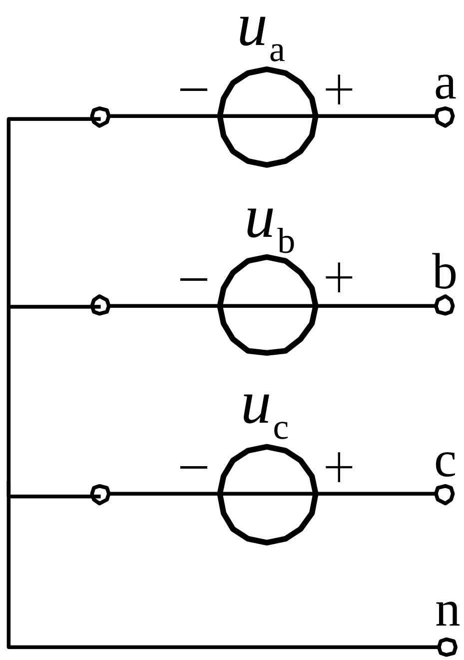


$$\boxed{\dot{U}_a+\dot{U}_b+\dot{U}_c=0}$$

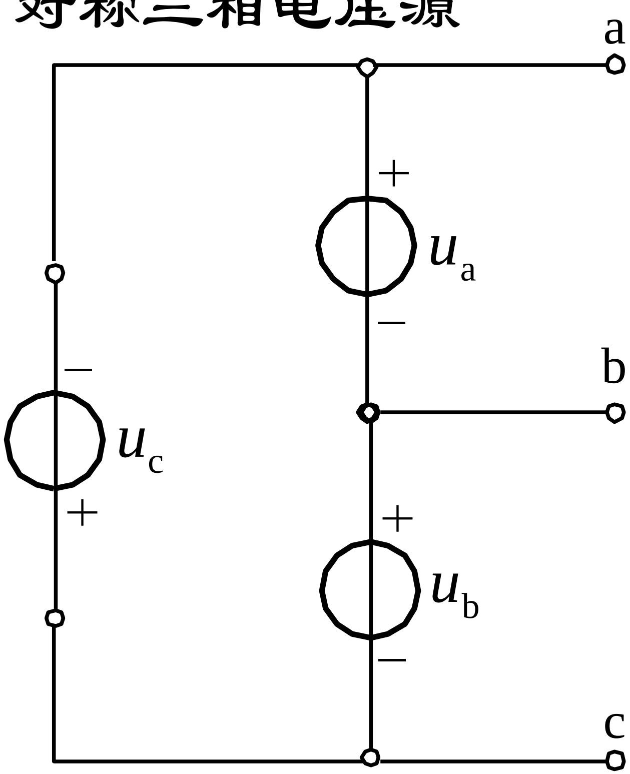
◆ 对称三相电源

$$u_a = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta)$$
$$u_b = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta-120°)$$
$$u_c = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta-240°)$$

星形（Y connection）
对称三相电压源

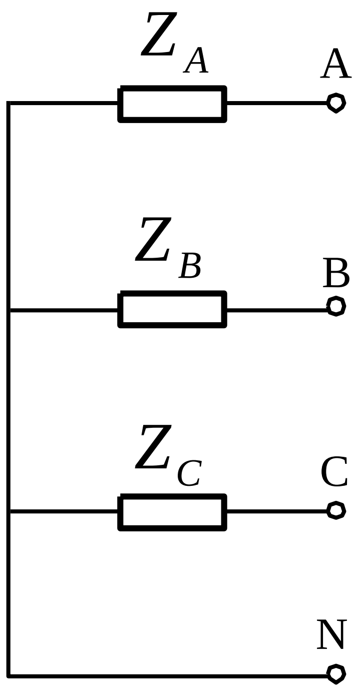


三角形（Δ connection）
对称三相电压源

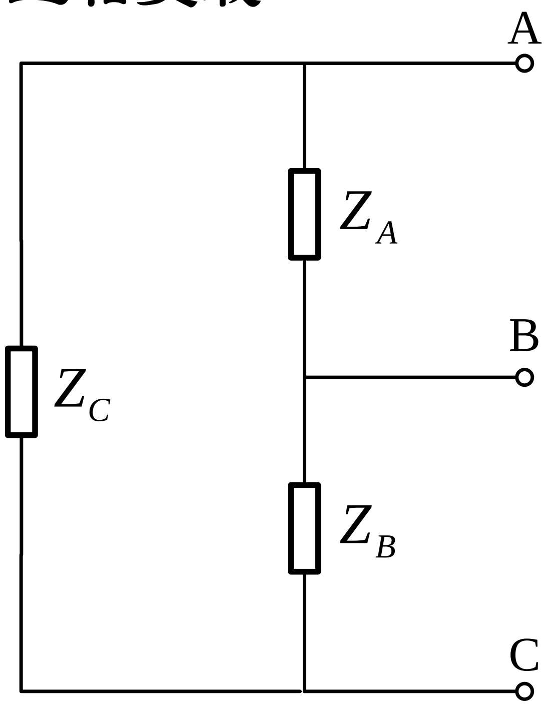


◆ 三相负载

星形（Y connection）三相负载



三角形（Δ connection ）三相负载



对称负载： $Z_A = Z_B = Z_C$

◆ 三相电路的连接方式

➢ 连接方式

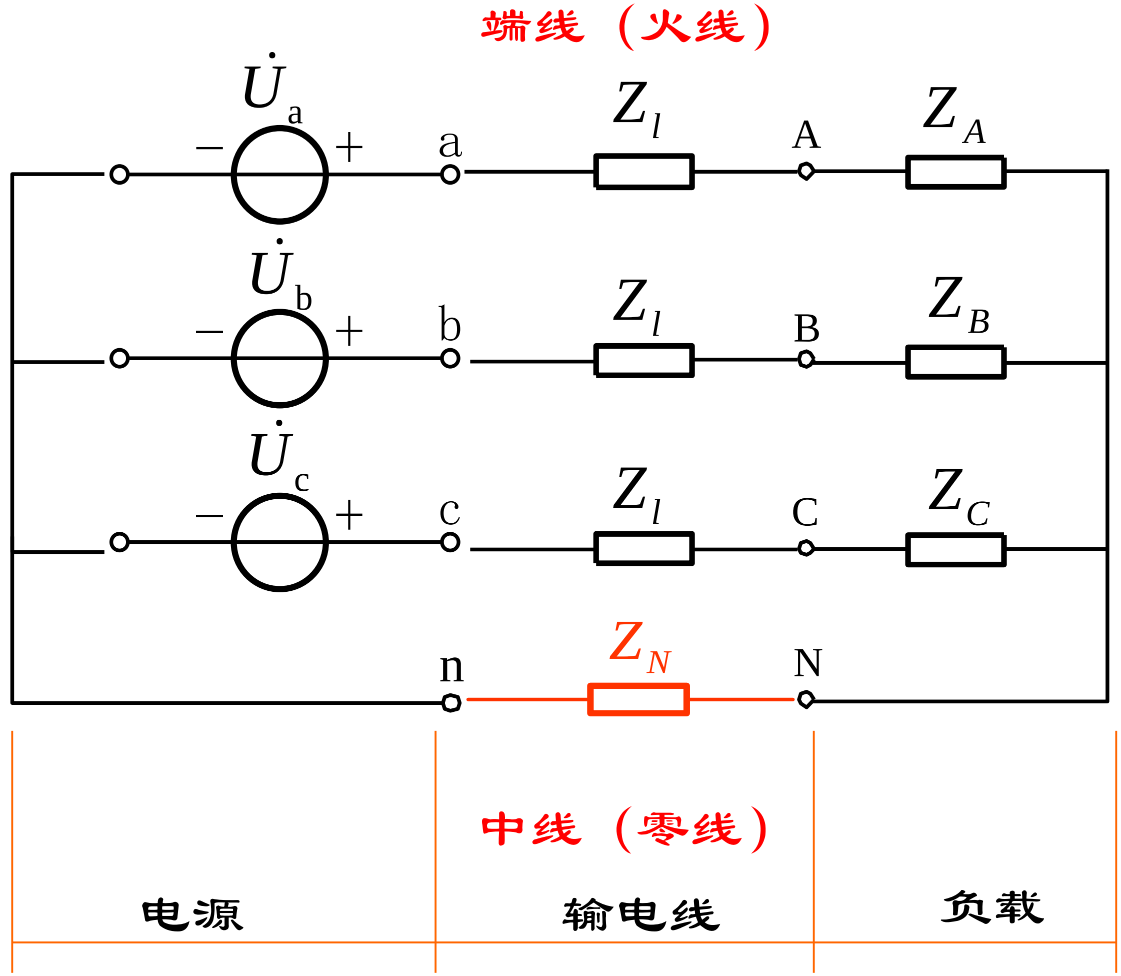
$Y_N - Y_n$

$Y-Y$

$Y-\Delta$

$\Delta-Y$

$\Delta-\Delta$



•对称三相电路：参数对称——电量对称

•不对称三相电路

第12章 三相正弦稳态电路

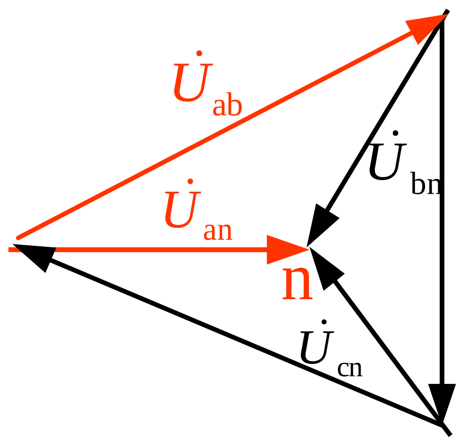
◆ 线电量与相电量

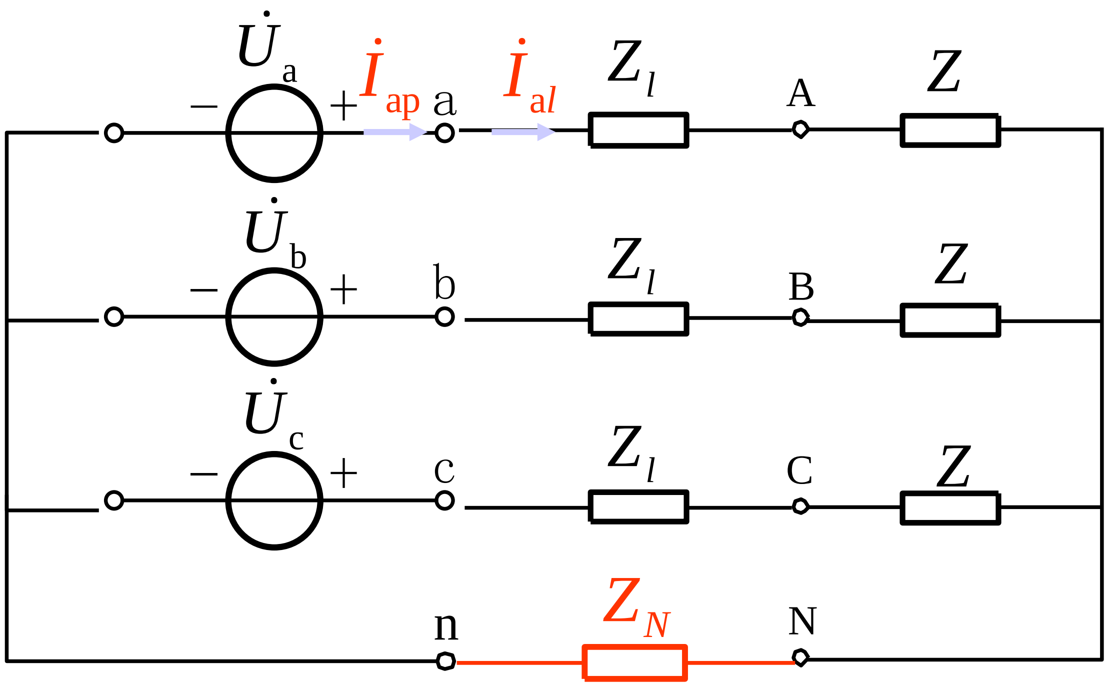
$\dot{U}_{an}$ $\dot{U}_{bn}$ $\dot{U}_{cn}$

$\dot{U}_{ab}$

$\dot{U}_{AN}$

$\dot{U}_{AB}$





Y形联接: $\boxed{\dot{U}_{ab}=\sqrt{3}\dot{U}_{an}\angle 30°}$

$\boxed{\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30°}$ $\boxed{\dot{I}_{ap}=\dot{I}_{al}}$

◆星形联接的线电量和相电量

线电压与相电压的通用关系表达式：

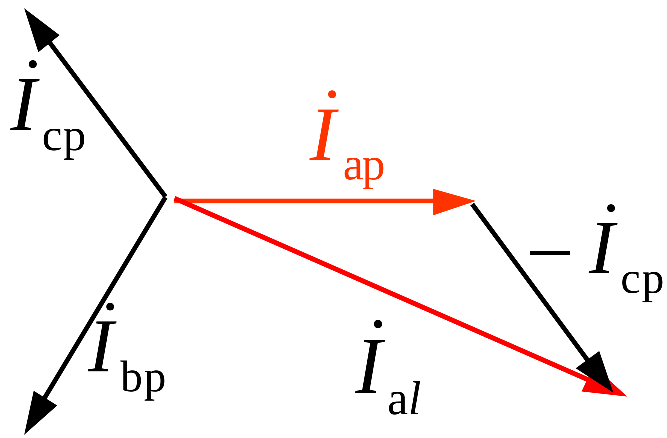
$$\boxed{\dot{U}_l = \sqrt{3}\dot{U}_p \angle 30^\circ}$$

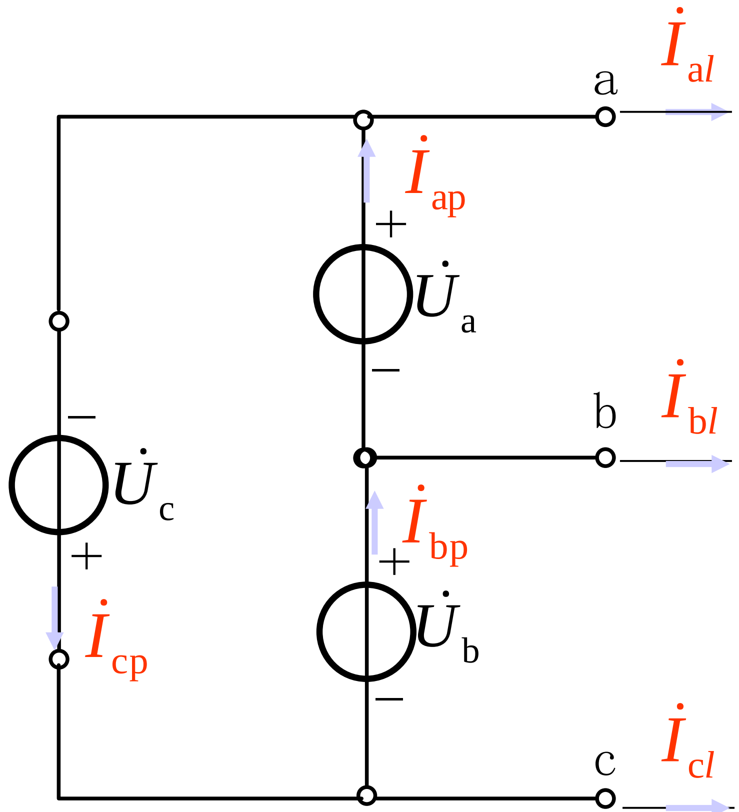
$\dot{U}_p$ ---为相电压

$\dot{U}_l$ ---为线电压

线电流和相电流是同一个电流。

◆ 线电量与相电量





Δ 形联接: $\boxed{\dot{I}_{al} = \sqrt{3}\dot{I}_{ap}\angle -30°}$

$\boxed{\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a}$

◆ 三角形联接的线电量和相电量

线电流与相电流的通用关系式：

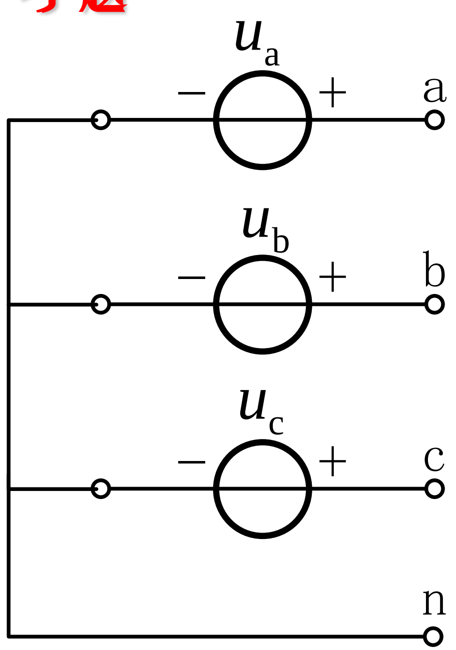
$$\boxed{\dot{I}_l = \sqrt{3}\dot{I}_p \angle -30^{\circ}}$$

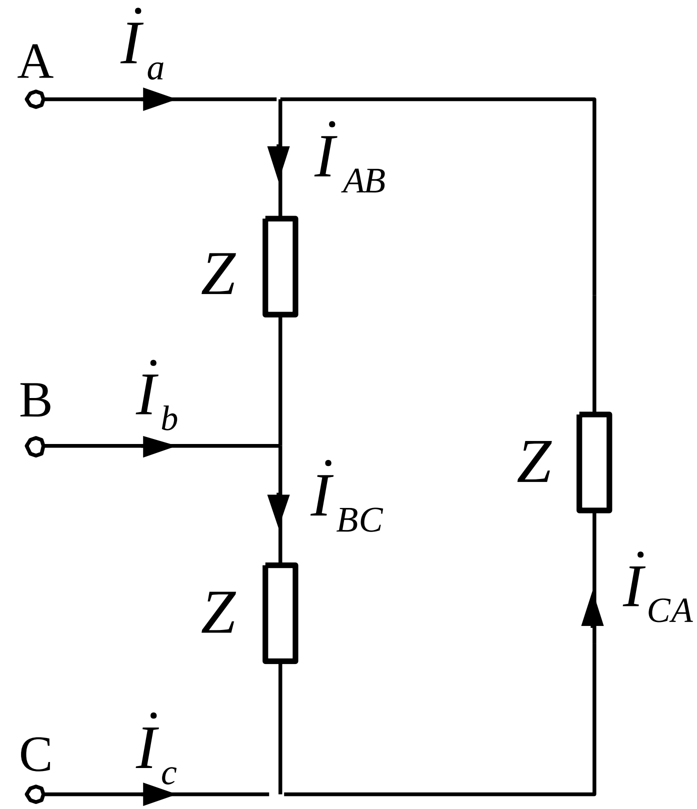
$\dot{I}_p$ ---为相电流

$\dot{I}_l$ ---为线电流

线电压和相电压是同一个电压。

□ 习题





$$u_a = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t + 30°)V$$

$$u_{bc} = ?$$

$$u_{ab} = 220\sqrt{3}\sqrt{2}\sin(100\pi t + 60°)V$$

$$u_{bc} = 220\sqrt{3}\sqrt{2}\sin(100\pi t - 60°)V$$

$$\dot{I}_{BC} = 10\angle 0° A \qquad \dot{I}_a = ?$$

$$\dot{I}_b = 10\sqrt{3}\angle -30° A$$

$$\dot{I}_a = 10\sqrt{3}\angle 90° A$$

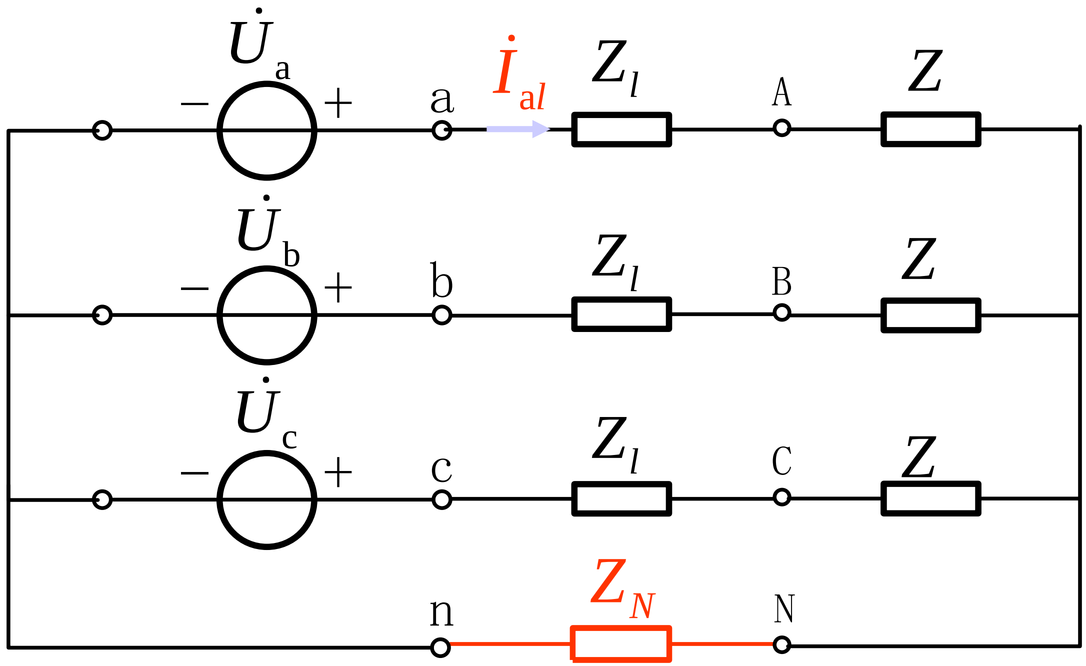
◆Y-Y连接对称三相电路的计算（分相计算法）

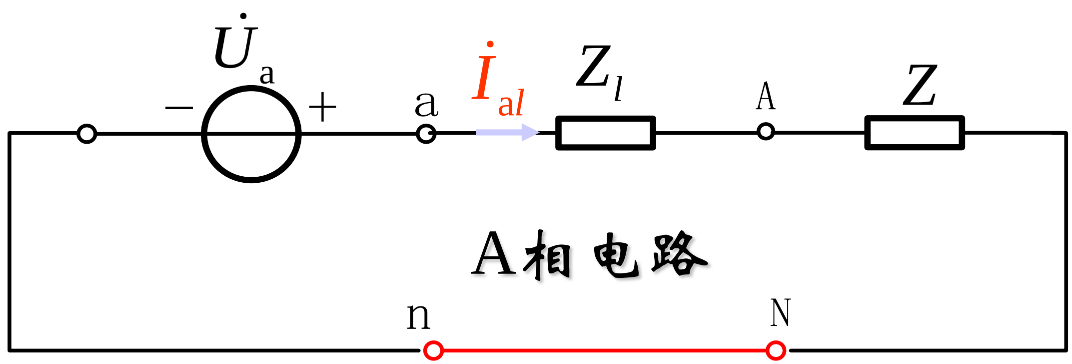
$$\left(\frac{3}{Z+Z_l}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{\mathrm{Nn}}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{a}}+\dot{U}_{\mathrm{b}}+\dot{U}_{\mathrm{c}}}{Z+Z_l}$$

$$\boxed{\dot{U}_{\mathrm{Nn}}=0}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{a}l}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{a}}}{Z+Z_l}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{b}l}=\dot{I}_{\mathrm{a}l}\angle-120°$$

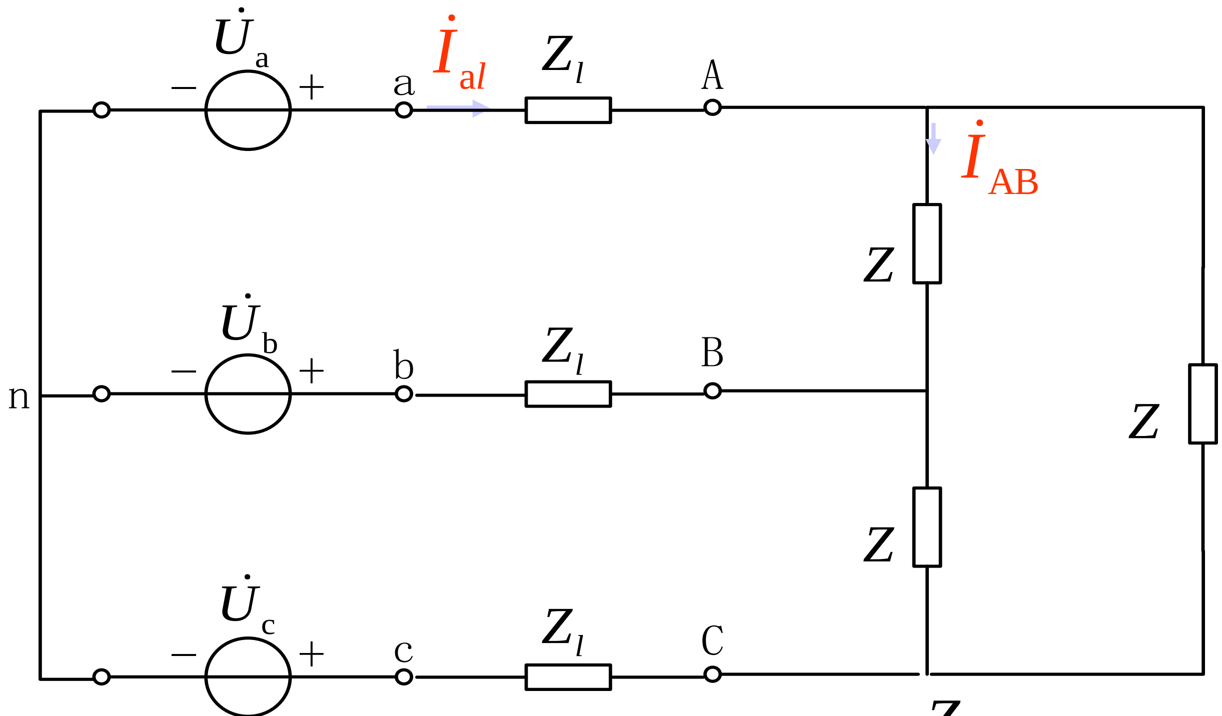


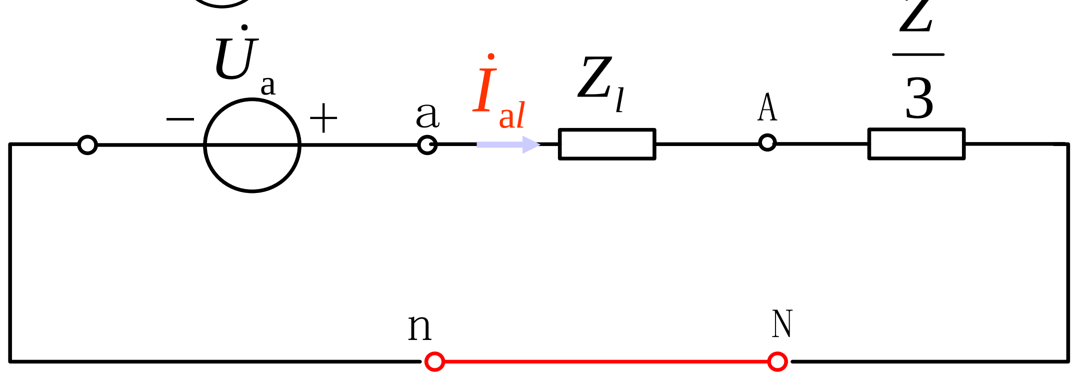


◆Y–Δ连接对称三相电路的计算

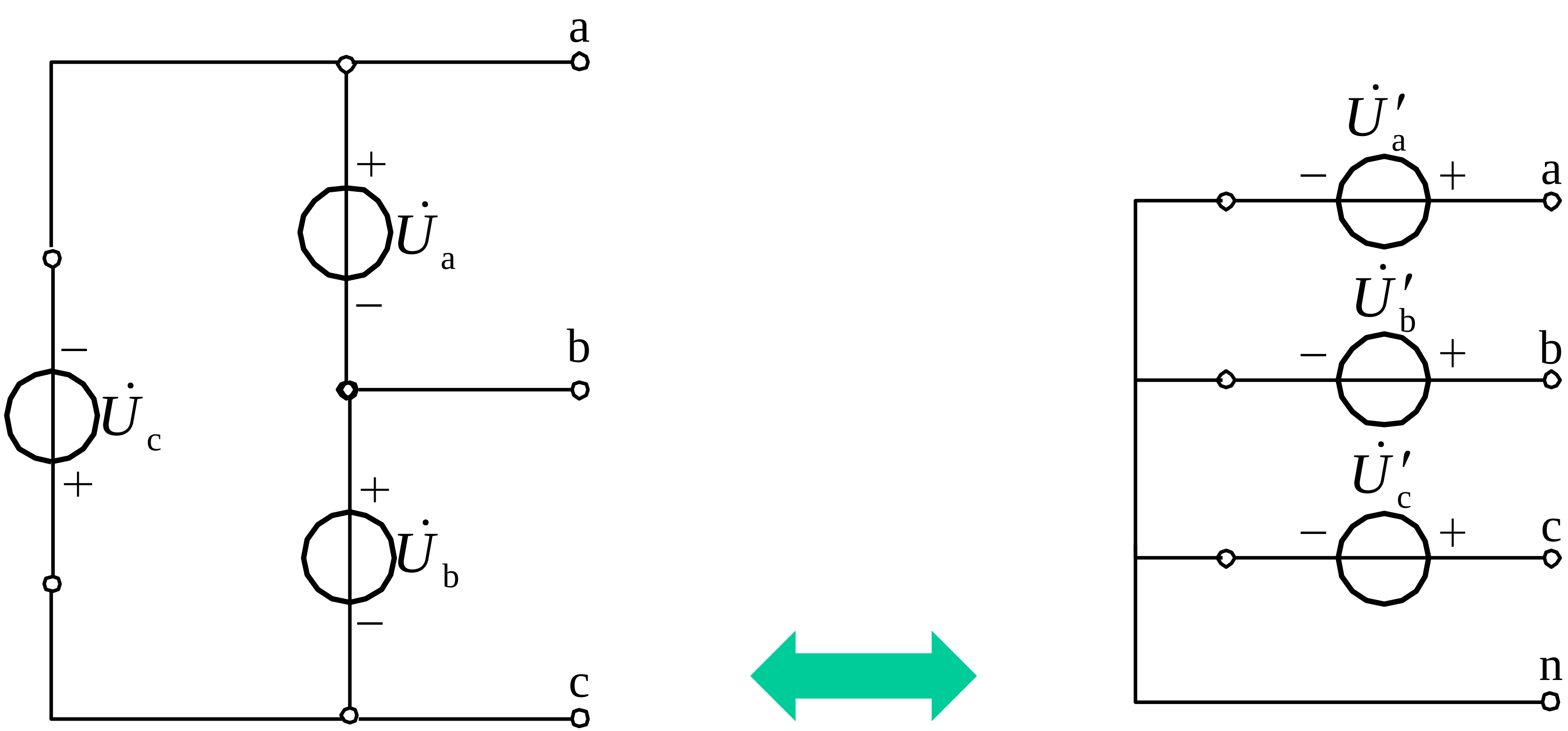
$$\dot{I}_{al} = \frac{\dot{U}_a}{\frac{Z}{3} + Z_l}$$

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_{al}\angle 30°}{\sqrt{3}}$$





◆ Δ-Y连接对称三相电路的计算



$$\dot{U}'_a = \frac{\dot{U}_a \angle -30^\circ}{\sqrt{3}}$$

12.3 对称三相电路的计算

1. 对称三相电路中的三角形电源和三角形负载均可以等效变换为星形。

2. 当对称三相电路中的三角形电源、三角形负载均等效为星形后，电源中性点、所有负载中性点都是等位点，短接这些中性点，分出一相（通常为A相）来计算。

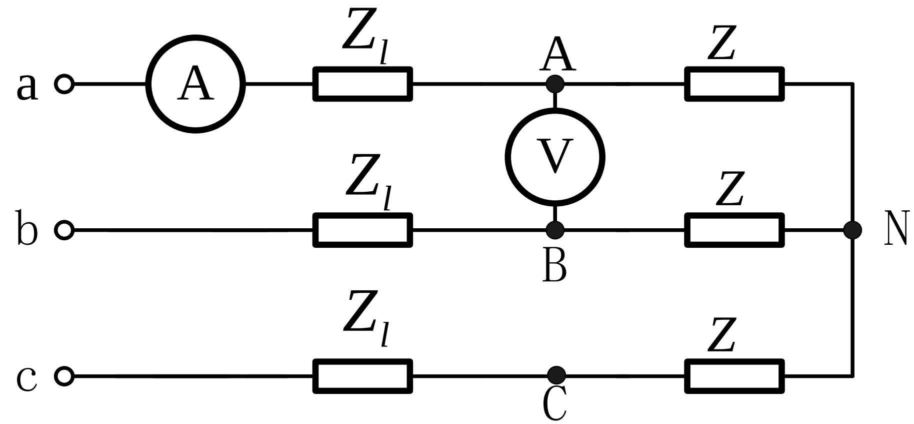
3. 从分相电路能够计算负载线电流、负载等效成星形后的相电压。

4. 需要应用线电量和相电量的关系获得其他电压和电流。

例：对称三相电路如图所示，已知电压表的读数为380V，求输入电压Uab和电流表的读数。

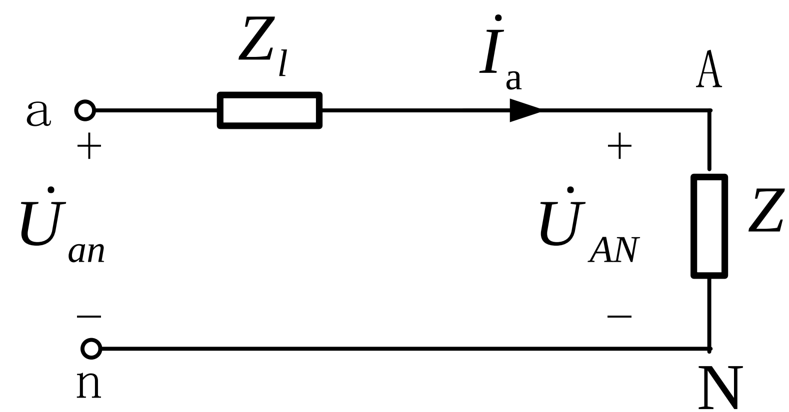
$$Z=(15+j15\sqrt{3})\Omega$$

$$Z_l=(1+j2)\Omega$$



解：

$$\dot{U}_{AN}=\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ$$

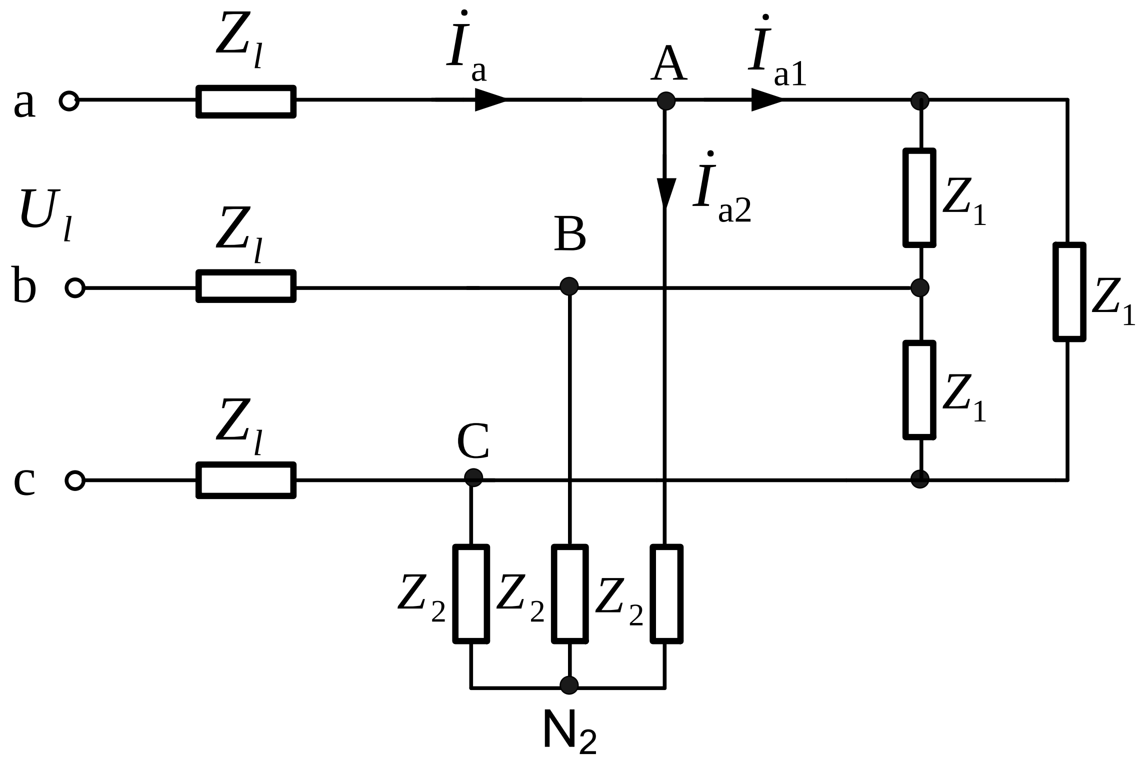


$$\dot{I}_a=\frac{\dot{U}_{AN}}{Z}$$

$$\dot{U}_{an}=\dot{I}_a(Z_l+Z)$$

$$\dot{U}_{ab}=\sqrt{3}\dot{U}_{an}\angle 30^\circ$$

例：对称三相电路如图所示，已知输入线电压为Ul，计算图中各电流。



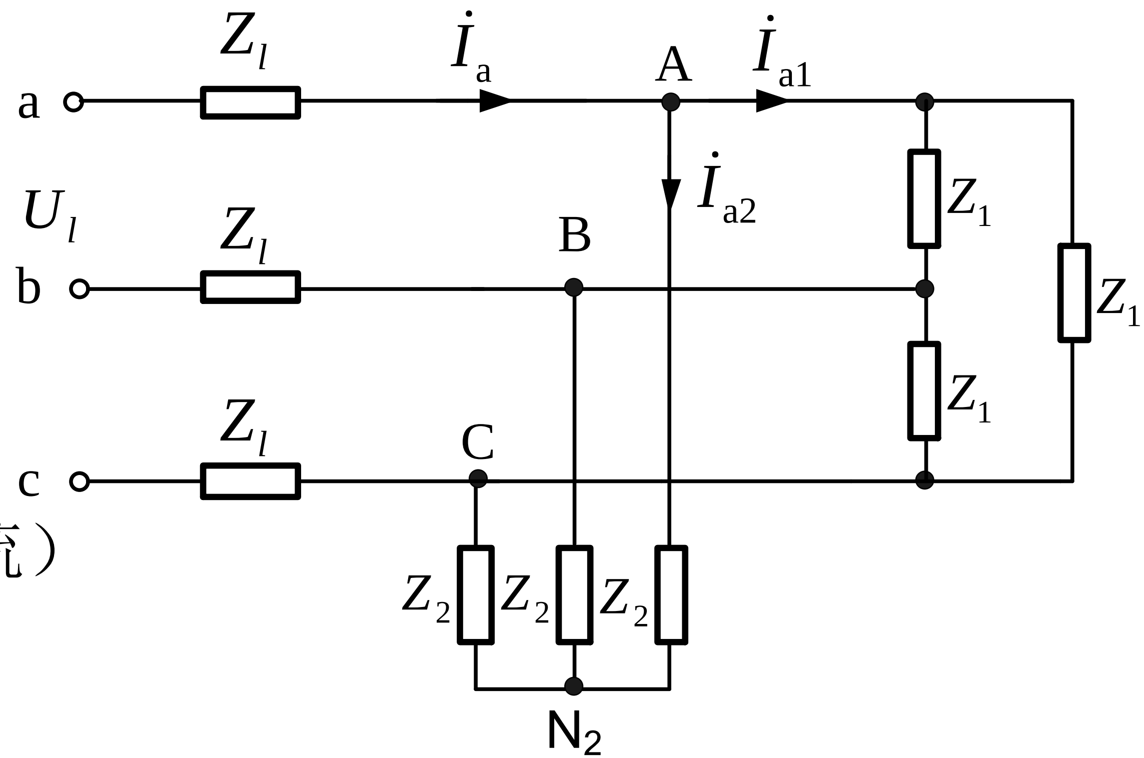
解： $\dot{U}_{an} = \dfrac{U_l}{\sqrt{3}} \angle 0°$

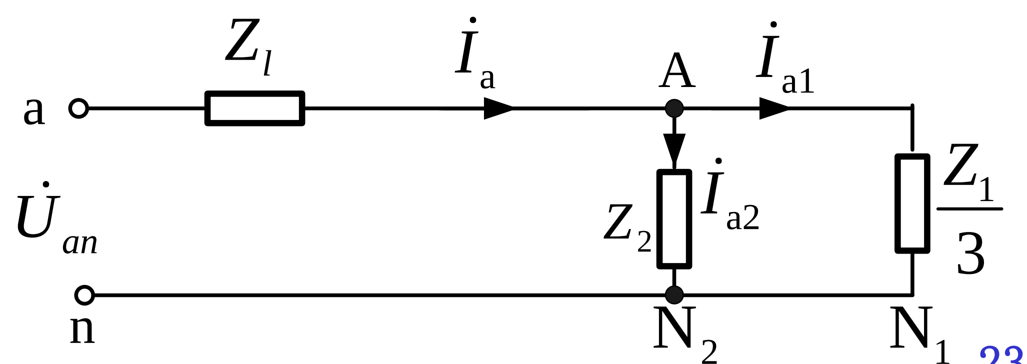
$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{an}}{Z_l + (Z_2 // \frac{Z_1}{3})}$$

$$\dot{I}_{a1} = \frac{Z_2}{Z_2 + \frac{Z_1}{3}} \dot{I}_a \quad \text{（线电流）}$$

$$\dot{I}_{a1p} = \frac{\dot{I}_{a1}}{\sqrt{3}} \angle 30° \quad \text{（相电流）}$$

$$\dot{I}_{a2} = \frac{\frac{Z_1}{3}}{Z_2 + \frac{Z_1}{3}} \dot{I}_a \ \text{(相电流)}$$





第12章 三相正弦稳态电路

12.4 对称三相电路的功率

瞬时功率 $p(t)=u_{\mathrm{AN}}i_{\mathrm{A}}+u_{\mathrm{BN}}i_{\mathrm{B}}+u_{\mathrm{CN}}i_{\mathrm{C}}$

对称电路：
$$\begin{aligned}p(t)=&2U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\cos(\omega t)\cos(\omega t-\phi)\\&+2U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\cos(\omega t-120^\circ)\cos(\omega t-\phi-120^\circ)\\&+2U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\cos(\omega t+120^\circ)\cos(\omega t-\phi+120^\circ)\end{aligned}$$

$$p(t)=3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\cos\phi=\text{constant}$$

$$\boxed{P=3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\cos\phi}\qquad\boxed{P=\sqrt{3}U_lI_l\cos\phi}$$

$$\boxed{Q=3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\sin\phi}\qquad\boxed{Q=\sqrt{3}U_lI_l\sin\phi}$$

$$\boxed{S=3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}}\qquad\boxed{S=\sqrt{3}U_lI_l}$$

$$\boxed{\bar{S}=3U_pI_p(\cos\phi+\mathrm{j}\sin\phi)}$$

例：有一对称三相负载，每相阻抗$Z=80+j60\Omega$，电源线电压$U_l=380V$。求当三相负载分别连接成星形和三角形时电路的有功功率、无功功率和视在功率。

解（1）负载为星形连接时

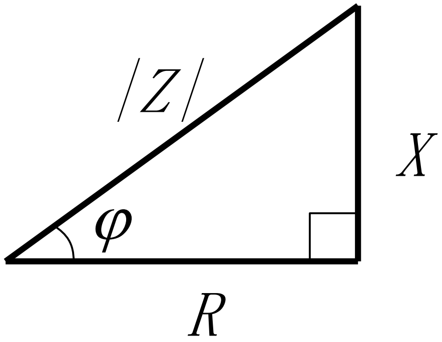
$$U_P=\frac{U_l}{\sqrt{3}}=\frac{380}{\sqrt{3}}=220V$$

$$I_P=I_l=\frac{U_P}{|Z|}=\frac{220}{\sqrt{80^2+60^2}}=2.2A$$

由阻抗三角形可得

Z=80+j60 Ω

$$\cos\varphi = \frac{80}{\sqrt{80^2+60^2}} = 0.8 \quad , \quad \sin\varphi = 0.6$$



阻抗三角形

所以

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3}\times 380\times 2.2\times 0.8 = 1.16kW$$

$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi = \sqrt{3}\times 380\times 2.2\times 0.6 = 0.87kVar$$

$$S = \sqrt{3}U_l I_l = \sqrt{3}\times 380\times 2.2 = 1.45kVA$$

（2）负载为三角形连接时

$$U_P = U_l = 380V$$

$$I_l = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3}\frac{380}{\sqrt{80^2+60^2}} = 6.6A$$

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 6.6 \times 0.8 = 3.48kW$$

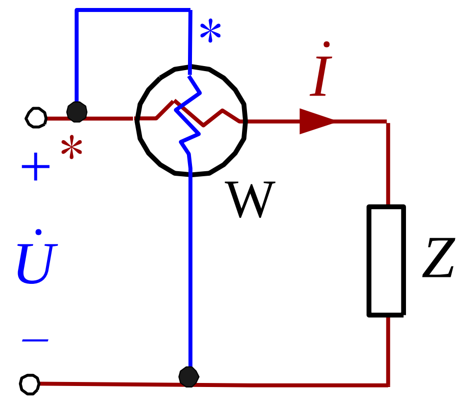
$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 6.6 \times 0.6 = 2.61kVar$$

$$S = \sqrt{3} U_l I_l = \sqrt{3} \times 380 \times 6.6 = 4.35kVA$$

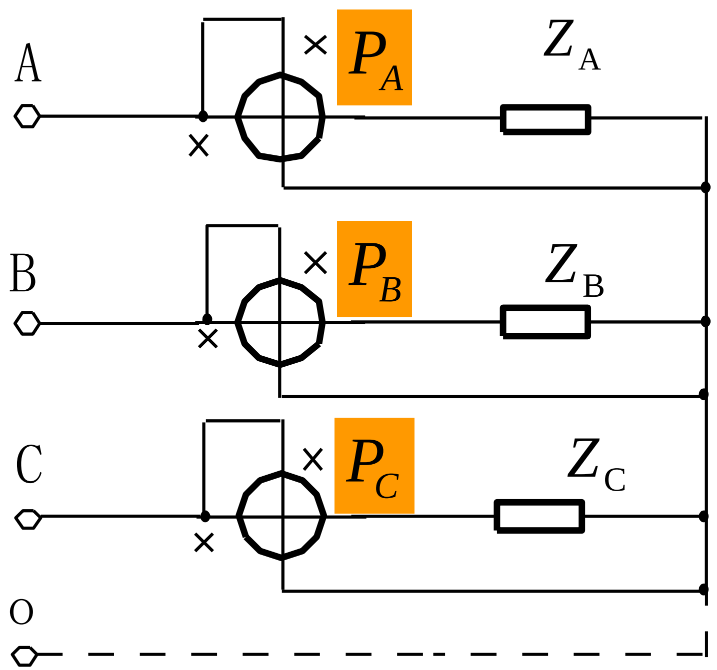
12.4 对称三相电路的功率

◆ 测量

单相瓦特表 $P = UI\cos(\dot{U},\dot{I}) = \mathrm{Re}[\dot{U}\cdot\dot{I}^*]$



三瓦特表法 $P = P_A + P_B + P_C$



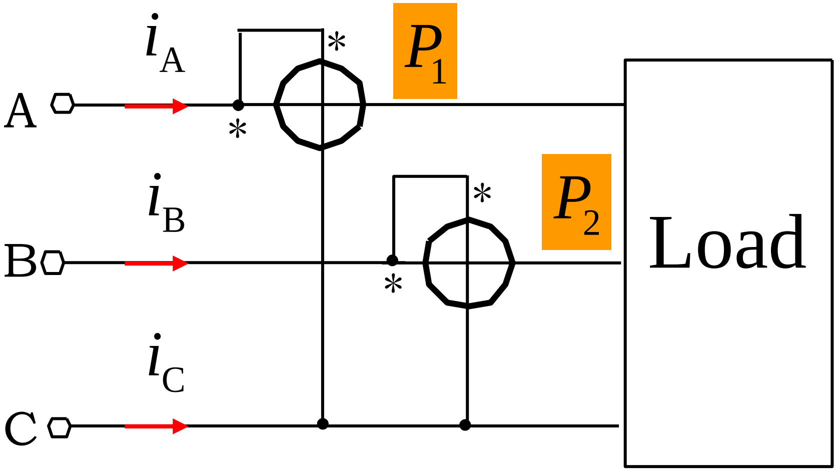
◆ 测量

二瓦特表法 $\boxed{P = P_1 + P_2}$

$$p(t) = u_{\mathrm{AN}} i_{\mathrm{A}} + u_{\mathrm{BN}} i_{\mathrm{B}} + u_{\mathrm{CN}} i_{\mathrm{C}}$$

$$= u_{\mathrm{AN}} i_{\mathrm{A}} + u_{\mathrm{BN}} i_{\mathrm{B}} + u_{\mathrm{CN}} (-i_{\mathrm{A}} - i_{\mathrm{B}})$$

$$= u_{\mathrm{AC}} i_{\mathrm{A}} + u_{\mathrm{BC}} i_{\mathrm{B}}$$



◆ 测量

对称电路中，两个功率表读数规律：

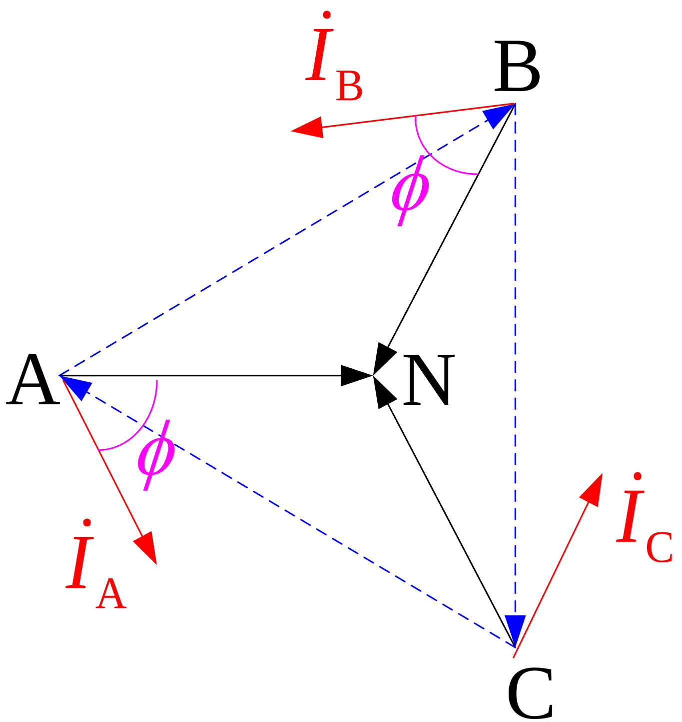
$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\phi - 30°) = U_l I_l \cos(\phi - 30°)$$

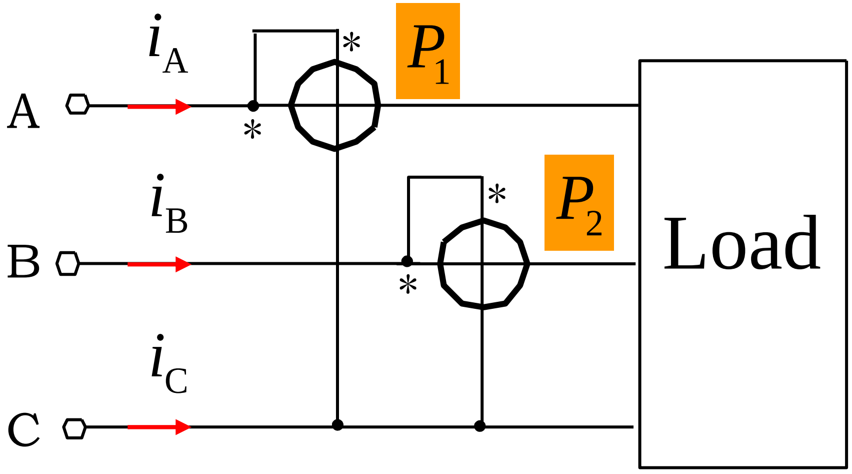
$$P_2 = U_l I_l \cos(\phi + 30°)$$

$|\phi| = 0 \longrightarrow P_1 = P_2$

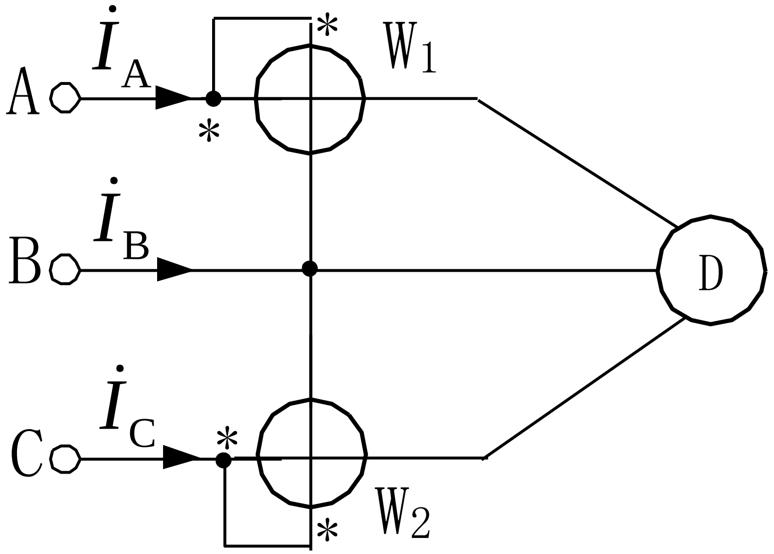
$|\phi| = 60° \longrightarrow P_1 = 0$ 或 $P_2 = 0$

$60° < |\phi| (< 90°) \longrightarrow P_1 < 0$ 或 $P_2 < 0$





如图，输入电源为对称三相电源，电源线电压为380V，三相对称负载的有功功率为7.5kW，功率因数为0.8，求线电流IA和所有瓦特表的读数。



$$P = \sqrt{3} U_{AB} I_A \cos\phi$$

$$7500 = \sqrt{3} \times 380 \times I_A \times 0.8$$

$$P_{W1} = \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB} \times \dot{I}_A^{\ *}]$$

$$P_{W1} = \mathrm{Re}[(380\angle(\arccos 0.8 + 30°)) \times (I_A\angle 0°)^*]$$

$$P_{W2} = 7500 - P_{W1}$$

谢 谢!