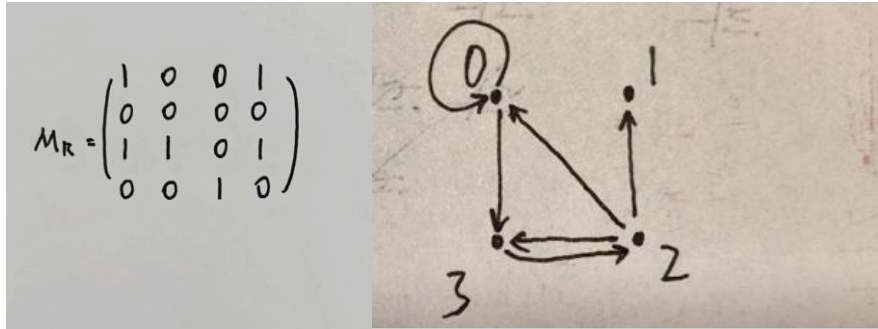


离散数学一（第二次作业）

1. 列出集合  $A=\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$  上的包含关系。（10 分）

$R = \{ \langle \emptyset, \emptyset \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset\} \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \{\emptyset\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle \}$

2. 设  $A=\{0,1,2,3\}$ ,  $R$  是  $A$  上关系, 且  $R=\{\langle 0,0 \rangle, \langle 0,3 \rangle, \langle 2,0 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$ , 给出  $R$  的关系矩阵和关系图。（10 分）



3. 设  $A=\{a,b,c,d\}$ ,  $R_1$  和  $R_2$  为  $A$  上关系, 其中  $R_1=\{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle b,d \rangle\}$ ,

$R_2=\{\langle a,d \rangle, \langle b,c \rangle, \langle b,d \rangle, \langle c,b \rangle\}$ , 求  $R_1 \circ R_2, R_2 \circ R_1, R_1^2, R_2^3$ , 其中  $\circ$  表示关系的复合运算。（20 分）

$$R_1 \circ R_2 = \{\langle a,c \rangle, \langle a,d \rangle\}$$

$$R_2 \circ R_1 = \{\langle c,d \rangle\}$$

$$R_1^2 = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle a,d \rangle\}$$

$$R_2^3 = \{\langle b,c \rangle, \langle b,d \rangle, \langle c,b \rangle\}$$

4. 设集合  $A=\{1,2,3,\dots,10\}$ ,  $A$  上关系  $R=\{\langle x,y \rangle \mid x,y \in A \text{ 且 } x+y=10\}$ , 说明  $R$  具有哪些性质并说明理由。（15 分）

对称性

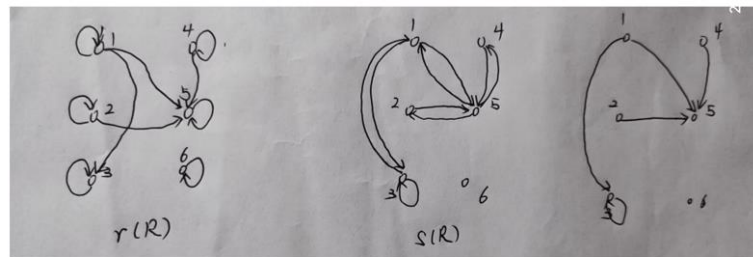
5. 设集合  $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $R$  为  $A$  上的关系, 且  $R=\{\langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,5 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,5 \rangle\}$ , 请: (1) 分别给出关系  $R$  的自反、对称和传递闭包, 需给出具体求解过程; (2) 给出以上三个闭包的关系图。（30 分）

$$(1) r(R) = R \cup I_A = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,5 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 4,5 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 6,6 \rangle\}$$

$$s(R) = R \cup R^{-1} = \{\langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 5,1 \rangle, \langle 2,5 \rangle, \langle 5,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,5 \rangle, \langle 5,4 \rangle\}$$

本身有传递性。

(2)



6. 设集合  $A=\{1,2,3,4\}$ ,  $R$  是  $A$  上等价关系, 且  $R$  在  $A$  上所构成的等价类是  $\{1\}, \{2,3,4\}$ , 请: (1)

求  $R$ ; (2) 求  $R \circ R^{-1}$ ; (3) 求  $R$  的传递闭包。(15 分)

$$(1) R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$$

$$(2) R^{-1} = R$$

$$R \circ R^{-1} = R$$

(3) 传递闭包也同为  $R$