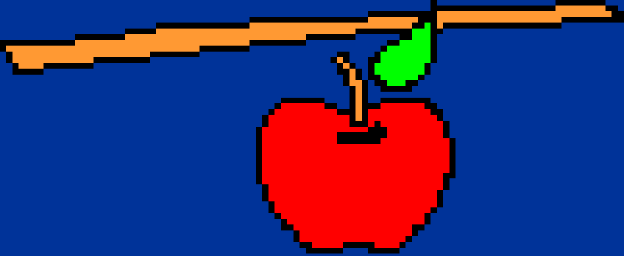


Mechanics

Mechanics

第一篇 力学

力学：研究物体的机械运动的规律。

指物体位置的变动

比如：日出日落，潮涨潮消，“鹰击长空，鱼翔浅底” 等等，都属于机械运动。

机械运动是物质运动最简单、最基本的初级形态。几乎在物质的一切运动形式中都包含有这种运动形式，因而力学是学习物理学和其他学科的基础，也是近代工程技术的理论基础。

力学
- 运动学：只讨论如何描述机械运动。
- 动力学：讨论运动发生变化的原因，即物体间的相互作用对机械运动的影响。

第一章 质点运动学

Chapter 1 Kinematices

内容提要

一、参考系 质点

二、位置矢量 位移

三、速度 加速度

四、相对运动

一、参考系 质点

1. 空间、时间与运动

空间和时间？

- 是物体和事件具有相对位置和方向的无限的三维范围
- 是事物的次序性的体现

在牛顿力学范围：

空间和时间是脱离物质与运动而独立存在

⇓

绝对时空观

只是实际时空性质的一种近似

2. 质点 ——理想模型

物理抽象

忽略物体的大小和形状，而将其抽象为一个有质量而无大小和形状的几何点，这样的物体称为质点。

物体 $\xrightarrow[\text{可忽略}]{\text{大小、形状的影响}}$ 质点

物体 $\xrightarrow[\text{不可忽略}]{\text{大小、形状的影响}}$ ~~质点？~~

$\xrightarrow[\text{体元足够小}]{\text{由许多小体元组成}}$ 质点系

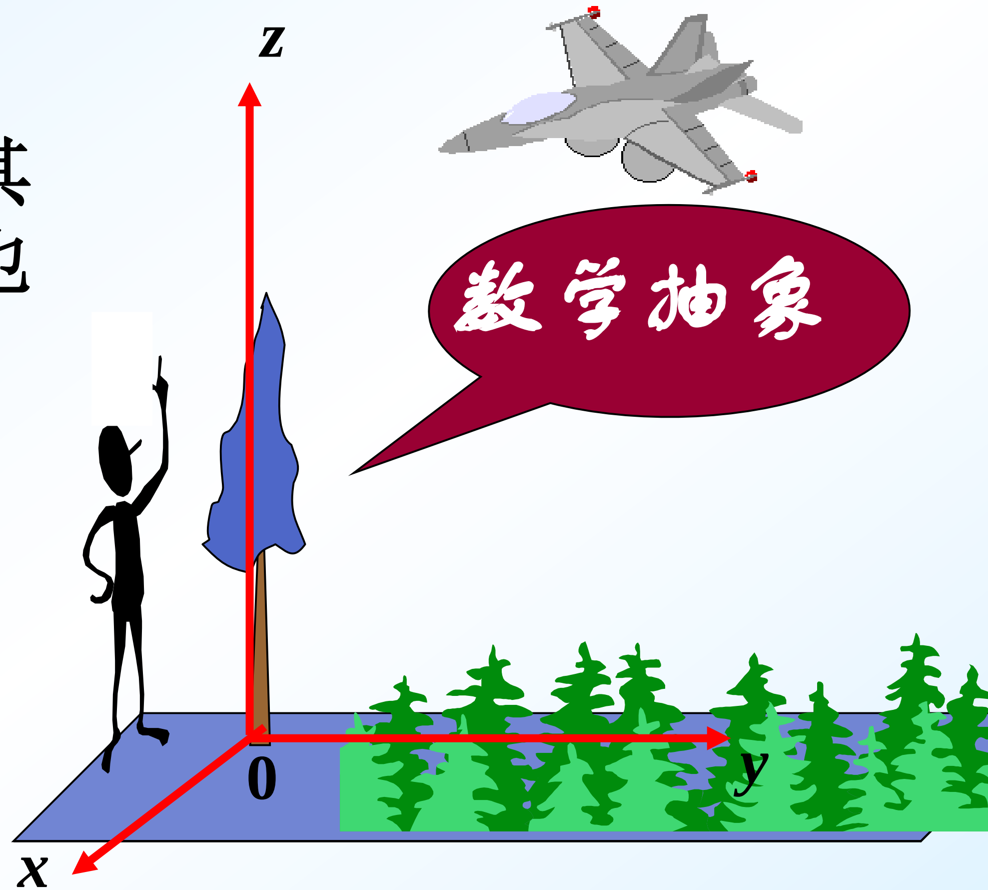
均可视为质点

3. 参考系、坐标系

参考系：选作参考的其他物体称为参考系。也称参照系。

坐标系：

固定在参照空间的一组坐标轴

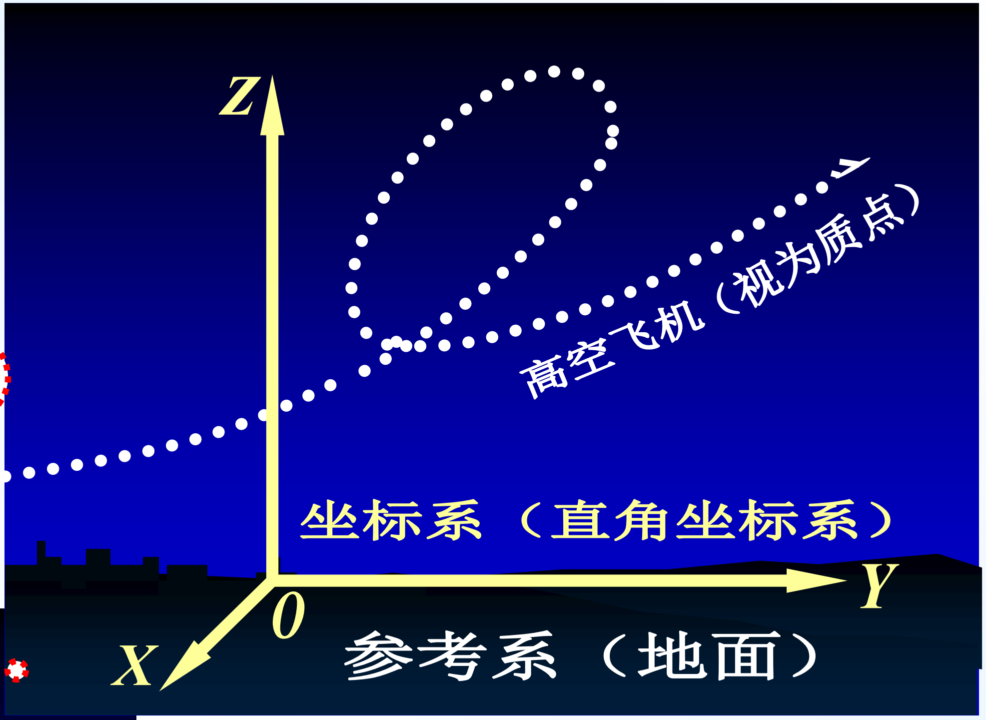


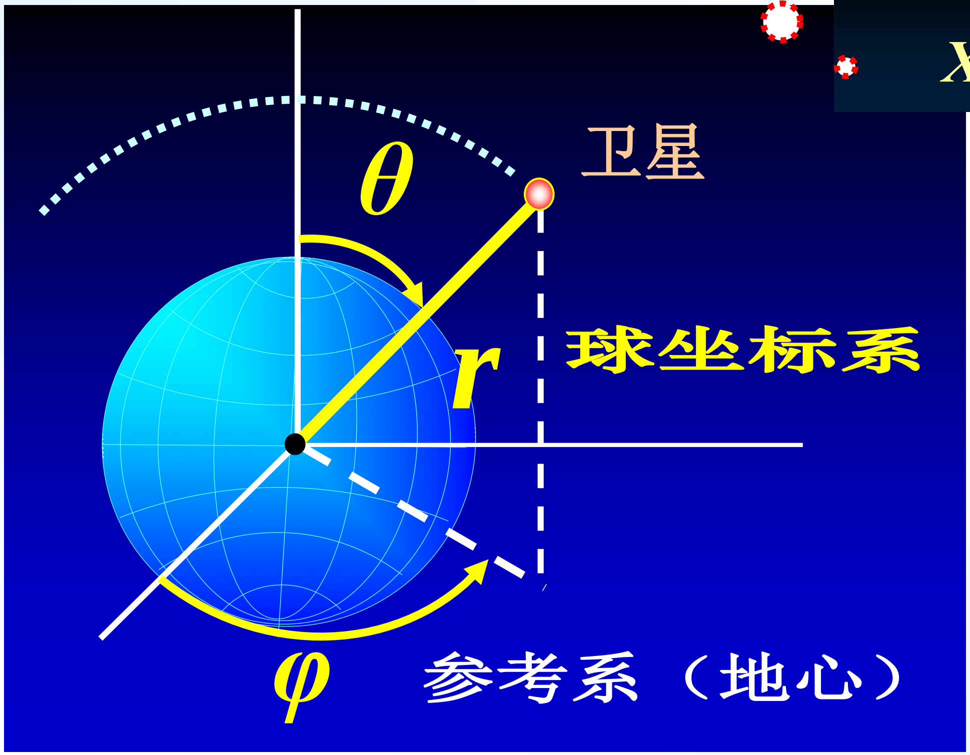
物体相对参考系的运动

简化为 **质点相对坐标系的运动**

坐标系

物体的运动状态与
所选坐标系有关吗？





质点运动学：

描述质点的位置随时间的变化。

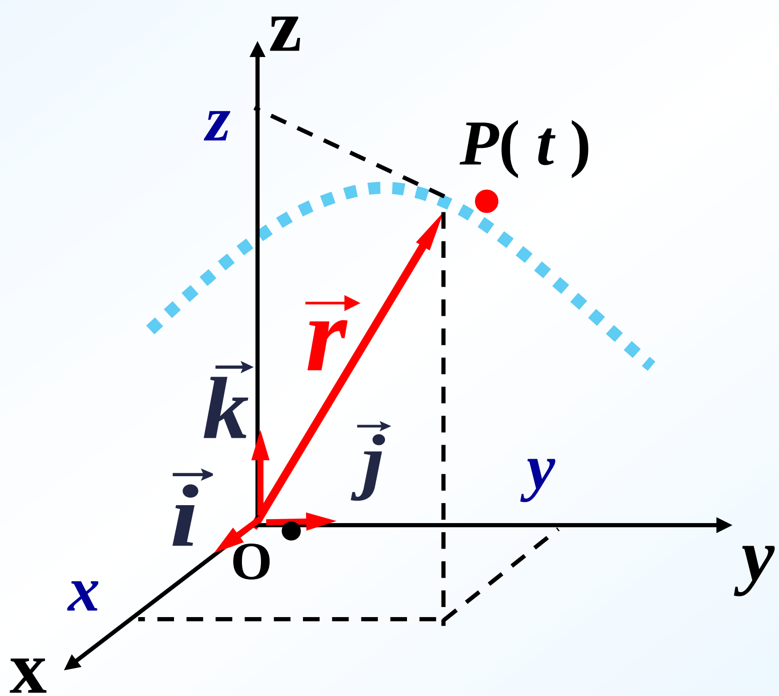
二、位置矢量 位移

1.位置矢量（或矢径）

$$\overrightarrow{OP} = \vec{r} = r\vec{e}_r$$

在直角坐标系中

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



$\vec{r}$ 大小 $|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

方向 $\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$ $\cos\beta = \dfrac{y}{r}$ $\cos\gamma = \dfrac{z}{r}$

在国际单位制：米　　符号：m

(SI制)

注意:

矢量 $\vec{r}$ 的写法

要求:

用手书

手书: $\vec{r} = r\vec{e}_r$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

印刷: $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

在书本中惯用印刷形式.

在本讲稿中, 用手书形式.

2. 位移

质点在一段时间内位置的改变～位移

t 时刻：

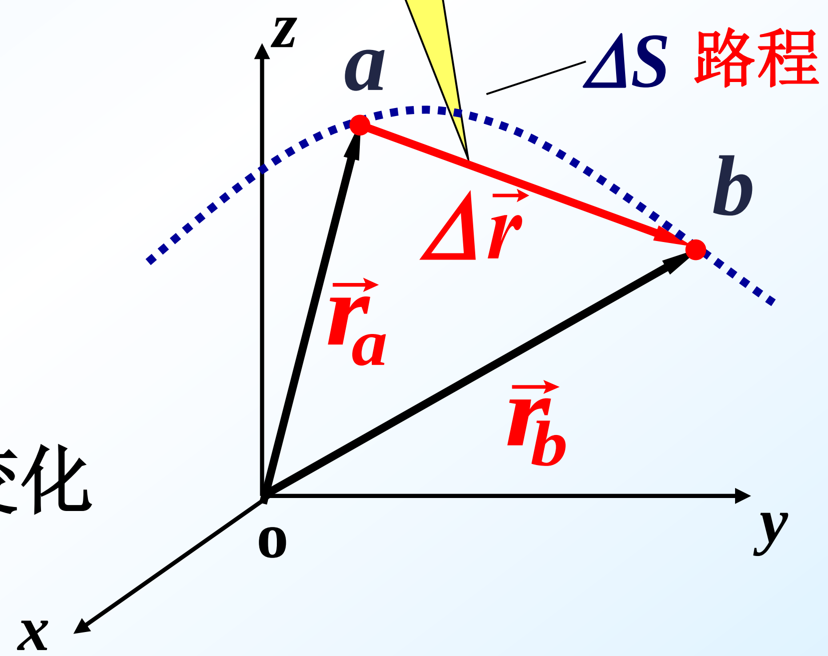
质点在 a 点位矢 $\vec{r}_a$

$t+\Delta t$ 时刻：

质点在 b 点位矢 $\vec{r}_b$

经Δt 时间质点的位置变化

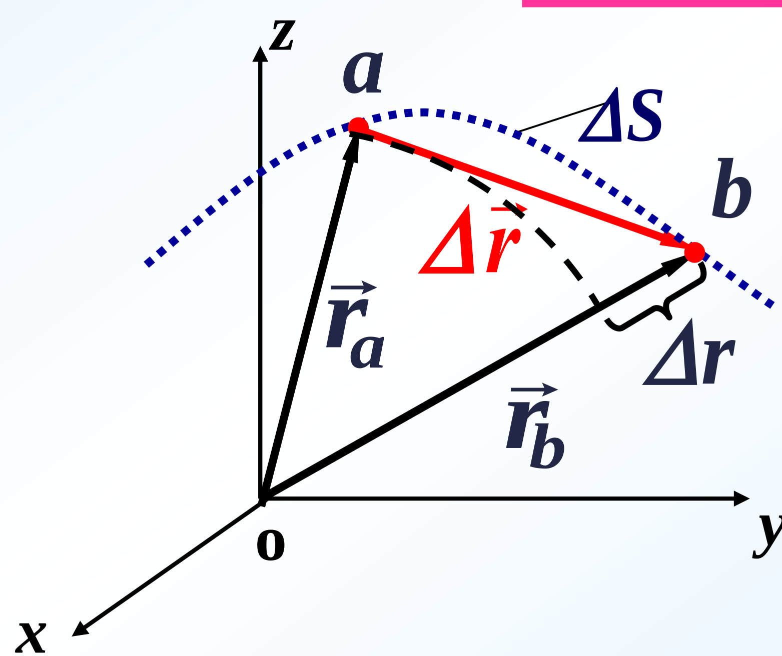
位移：$\Delta\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$



讨论

位移: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$

$\boxed{|\vec{r}| = r}$



1 位移 $\Delta\vec{r} \to$ 矢量

$\Delta\vec{r}$ 方向 $\vec{r}_b - \vec{r}_a$

大小 $|\Delta\vec{r}| \overset{?}{=} \Delta r$

通常 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$

$|d\vec{r}| \cancel{\neq} dr$

2 位移 $|\Delta\vec{r}| \overset{?}{=} \Delta S$ 通常 $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta S$ 但 $\begin{cases} \Delta t \to 0 \\ |d\vec{r}| = dS \end{cases}$

3 位移可用坐标表示： $\Delta\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a = (x_b\vec{i} + y_b\vec{j} + z_b\vec{k}) - (x_a\vec{i} + y_a\vec{j} + z_a\vec{k})$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

二、速度　加速度

1. 速度

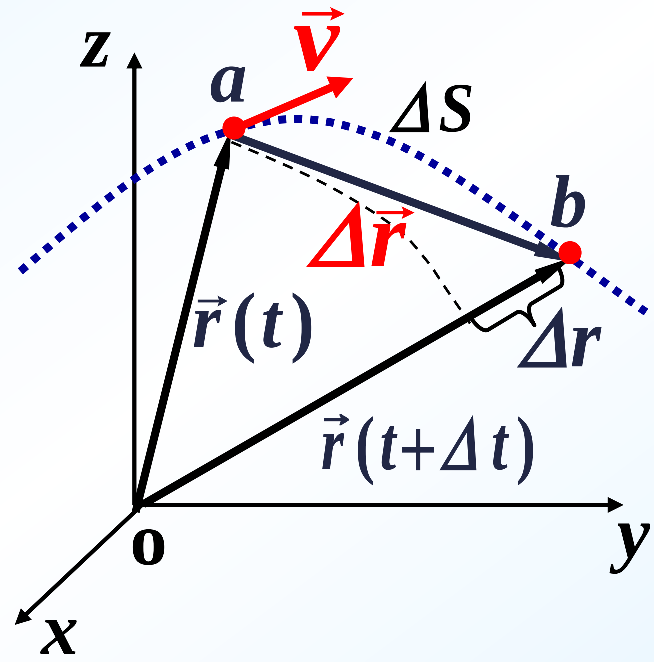
平均速度:　$\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

注意：$|\bar{\vec{v}}| = \dfrac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \neq \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

速度（瞬时速度）:

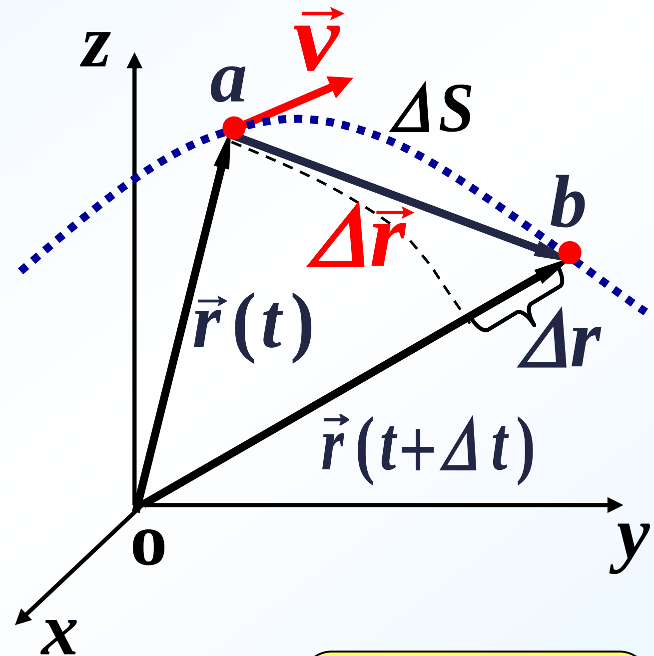
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$



方向：沿质点在*a*点处的切线, 并指向运动的前方。

在直角坐标系中:



$$\boxed{\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$$

$$\left\{\begin{array}{l} |\vec{v}| = v = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \\ \text{方向: } \cos\alpha = \frac{v_x}{v} \quad \cos\beta = \frac{v_y}{v} \quad \cos\gamma = \frac{v_z}{v} \end{array}\right.$$

速率

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

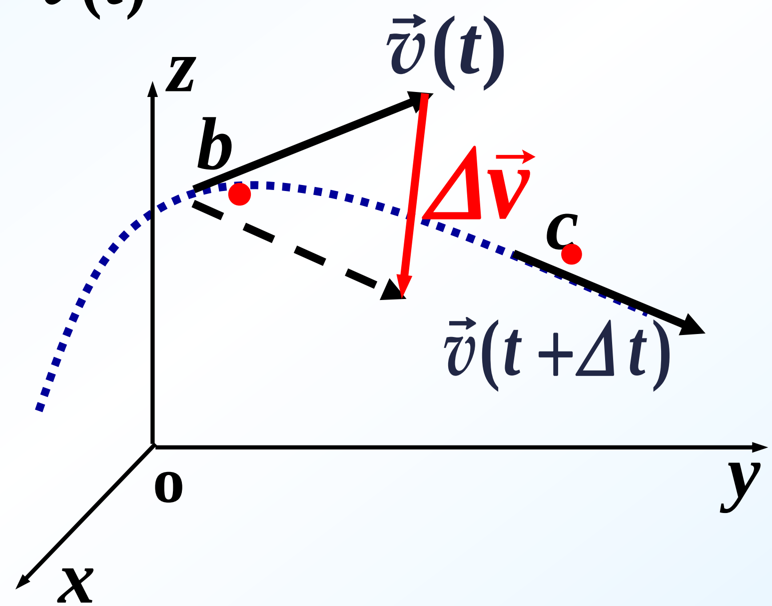
2. 加速度（平均加速度，瞬时加速度）

速度增量 $\Delta\vec{v}=\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)$

平均加速度 $\langle\vec{a}\rangle=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

加速度——瞬时加速度

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



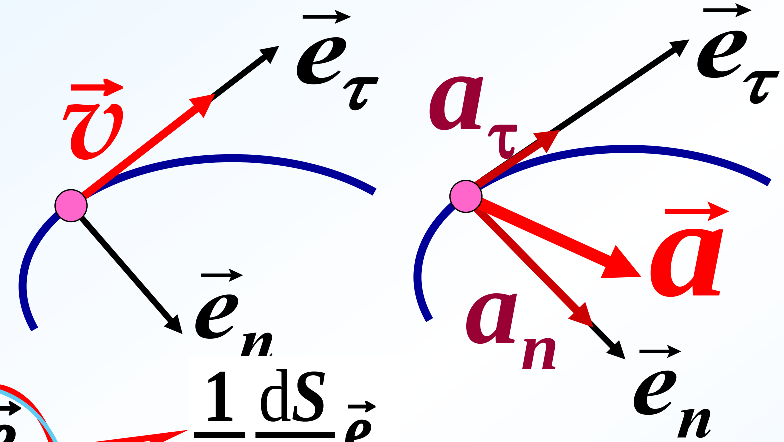
（1）直角坐标系

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

$$=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\vec{a}\begin{cases}\text{大小} & |\vec{a}|=a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\\ \text{方向} & \cos\alpha=\frac{a_x}{a}\quad\cos\beta=\frac{a_y}{a}\quad\cos\gamma=\frac{a_z}{a}\end{cases}$$

（2）自然坐标系



速度 $\vec v = v\vec e_\tau$

加速度 $\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = a_\tau \vec e_\tau + a_n \vec e_n$

$$\vec a = \frac{d(v\vec e_\tau)}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec e_\tau + v\frac{d\vec e_\tau}{dt}$$

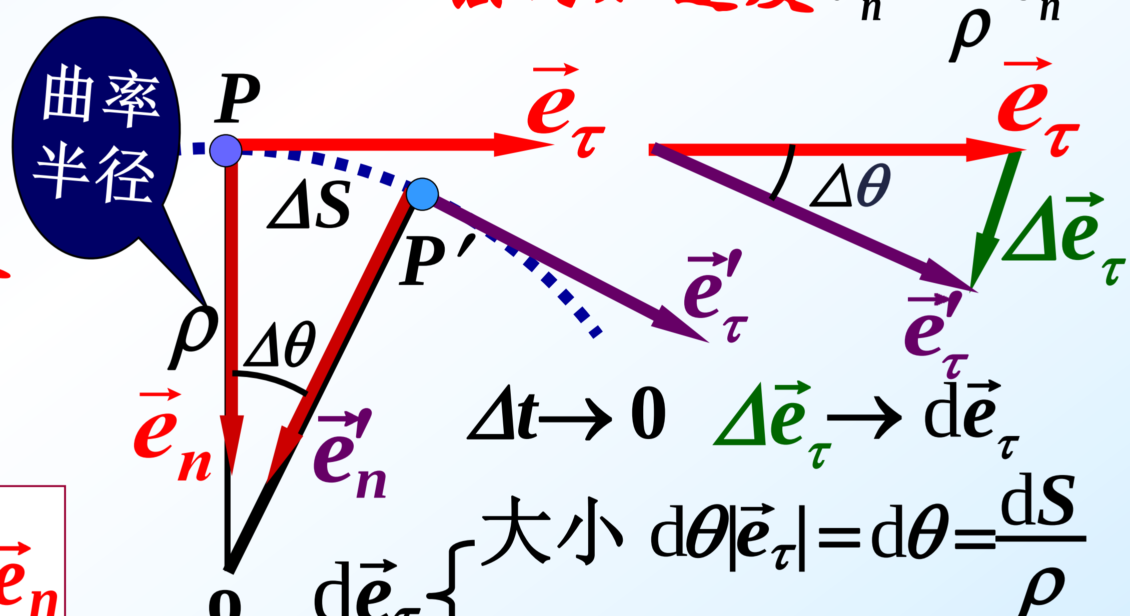
$\frac{1}{\rho}\frac{dS}{dt}\vec e_n$

法向加速度 $\vec a_n = \frac{v^2}{\rho}\vec e_n$

沿切线方向速率的变化率

——切向加速度

大小 $a_\tau = \frac{dv}{dt}$



$\Delta t \to 0$ $\Delta\vec e_\tau \to d\vec e_\tau$

$$d\vec e_\tau \begin{cases} \text{大小 } d\theta|\vec e_\tau| = d\theta = \frac{dS}{\rho} \\ \text{方向 } d\vec e_\tau \perp \vec e_\tau \to \vec e_n \end{cases}$$

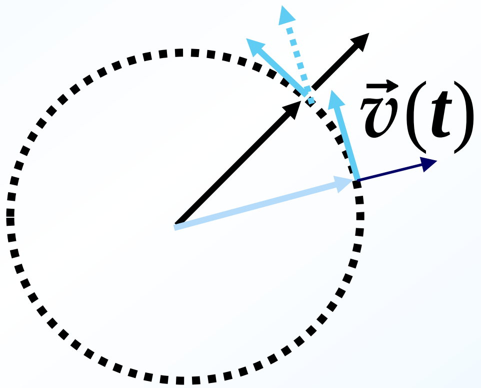
$$\boxed{\therefore \vec a = \frac{dv}{dt}\vec e_\tau + \frac{v^2}{\rho}\vec e_n}$$

P11

$$\boxed{\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n}$$ ——一般曲线运动

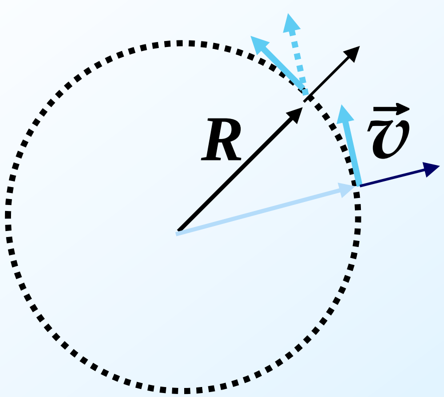
圆周运动

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau+\frac{v(t)^2}{R}\vec{e}_n$$



匀速圆周运动

$$\vec{a}=a_n\vec{e}_n=-\frac{v^2}{R^2}\vec{R}$$

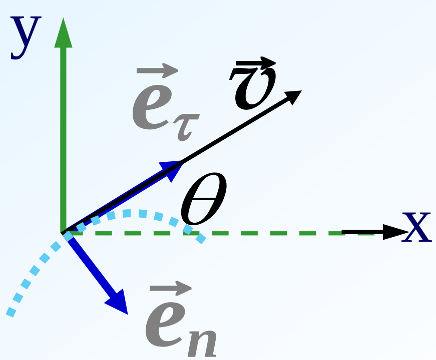


✓ 切向加速度改变运动的快慢；

✓ 法向加速度改变运动的方向。

例. 一质点以初速度 v_0 在与水平成仰角 θ_0 处抛出，忽略空气阻力，求质点运动轨迹在 t 时刻的曲率半径。

解： 设 t 时刻 v 与水平线成 θ 角



$$v_x = v\cos\theta = v_0\cos\theta_0$$

$$v_y = v\sin\theta = v_0\sin\theta_0 - gt$$

$$v^2 = v_0^2 + g^2t^2 - 2gtv_0\sin\theta_0$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{\rho}}$$

$$\rho = \frac{v_0^2 + g^2t^2 - 2gtv_0\sin\theta_0}{g\cos\theta}$$

$$a_n = g\cos\theta$$

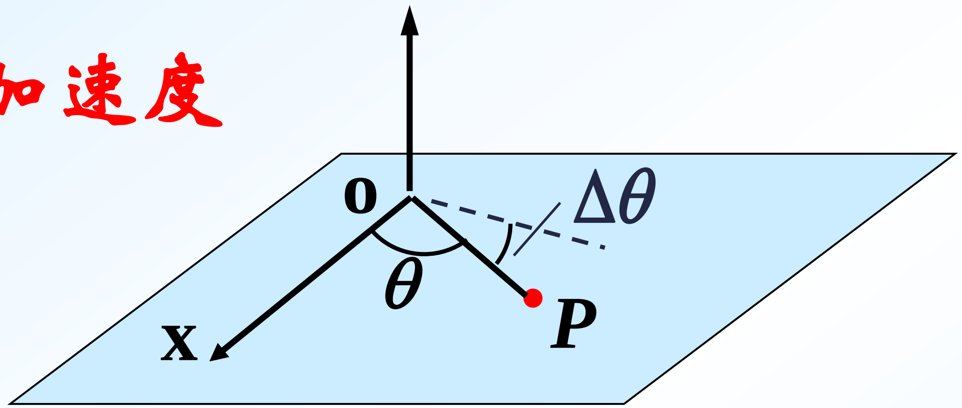
$$a_\tau = -g\sin\theta$$

其中 $\cos\theta = \dfrac{v_0\cos\theta_0}{v}$

（3）角速度与角加速度

角坐标 $\vec{\theta}$

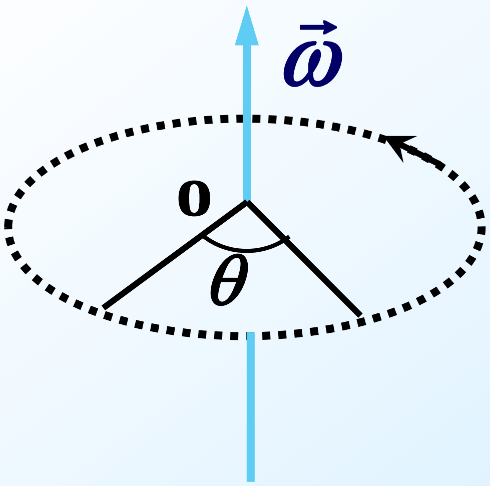
角位移 $\Delta\vec{\theta}$



角速度

$$\vec{\omega}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\theta}}{\mathrm{d}t}$$

角速度矢量方向



角加速度

$$\vec{\beta}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{\theta}}{\mathrm{d}t^2}$$

下面关于描述质点运动物理量之间关系正确的有哪些？

$$|d\vec{r}| = dr \qquad \text{(A)}$$

$$|\vec{v}| = \frac{dS}{dt} \qquad \text{(B)}$$

$$|\vec{v}| = \frac{dr}{dt} \qquad \text{(C)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \text{(D)}$$

上次课要点：

质点
参照系
坐标系

● 描述质点运动的有关物理量

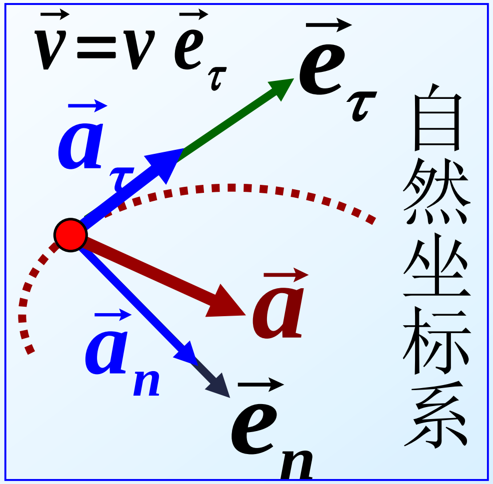
1. 位置矢量（或位矢）

$$\underline{\vec{r}=r\vec{e}_r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

2. 位移 $\underline{\Delta\vec{r}=\vec{r}_b-\vec{r}_a} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$

3. 速度 $\underline{\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$

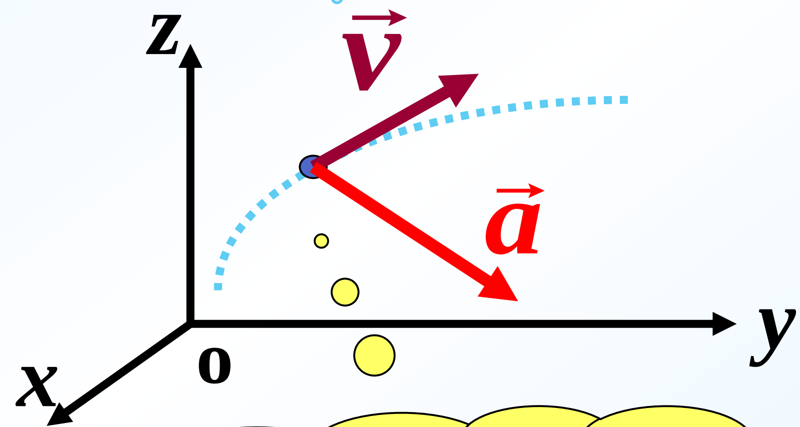
4. 加速度 $\underline{\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}} = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$



$$\boxed{\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n} = a_\tau\vec{e}_\tau + a_n\vec{e}_n = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

速度总沿切线方向

注意！！



(1) $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \qquad a \neq \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

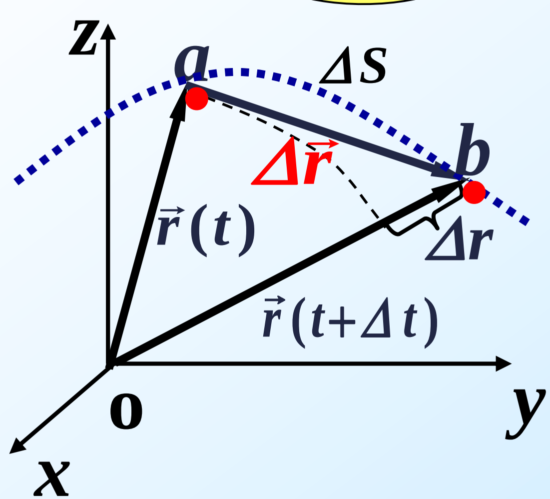
(2) $\vec{a}$ 的方向永远指向曲线凹的一方

加速度不一定沿切线方向

(3) $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$

$|\mathrm{d}\vec{r}| \cancel{=} \mathrm{d}r \qquad |\mathrm{d}\vec{r}| = \mathrm{d}S$

$|\vec{v}| = v = \dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \neq \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$



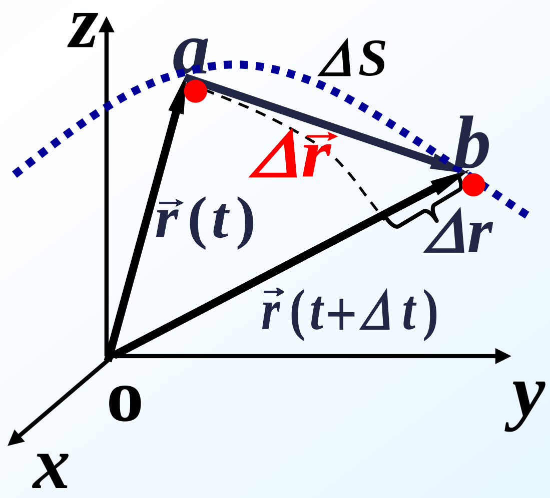
下面关于描述质点运动物理量之间关系正确的有哪些？ (B)

$$|d\vec{r}| = dr \qquad \text{(A)}$$

$$|\vec{v}| = \frac{dS}{dt} \qquad \text{(B)}$$

$$|\vec{v}| = \frac{dr}{dt} \qquad \text{(C)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad \text{(D)}$$



质点的运动方程与轨迹方程

运动的独立性

1. 方程

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{——运动方程}$$

其投影式

参数方程 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

运动方程还可表示成

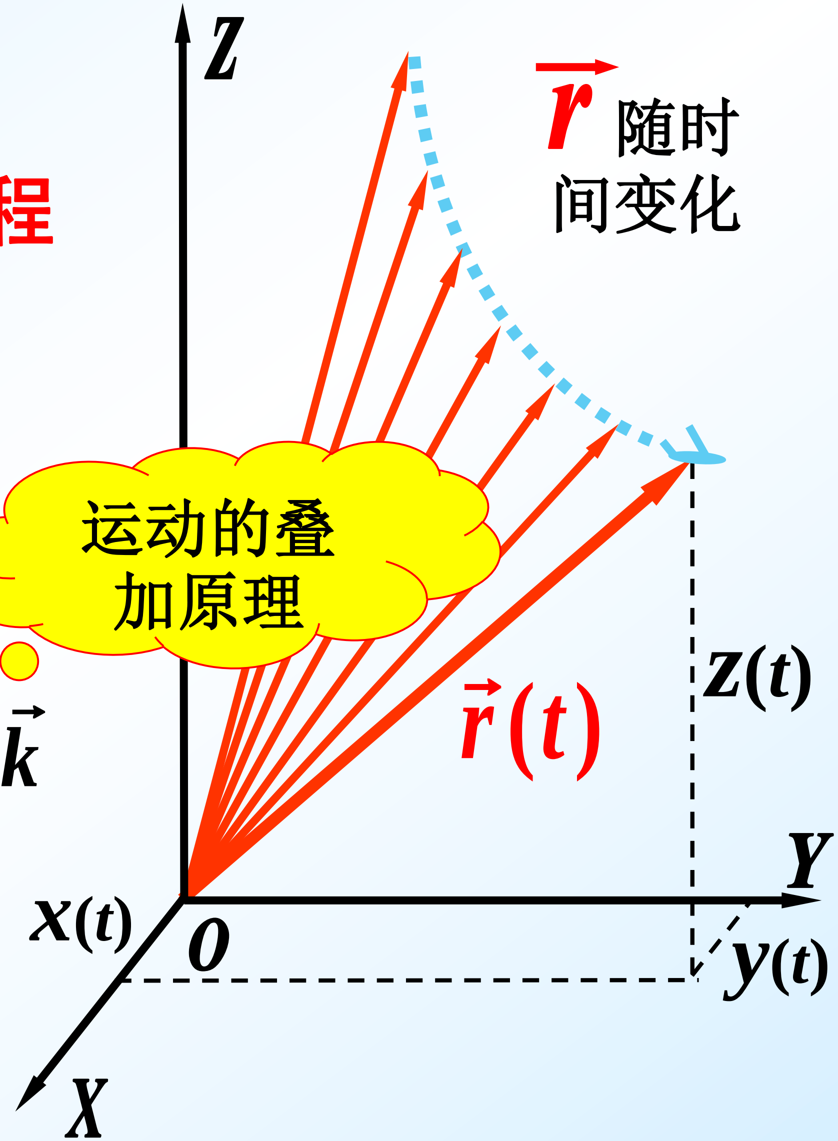
$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

运动的叠加原理

从参数方程中消去 t
所得的空间曲线方程

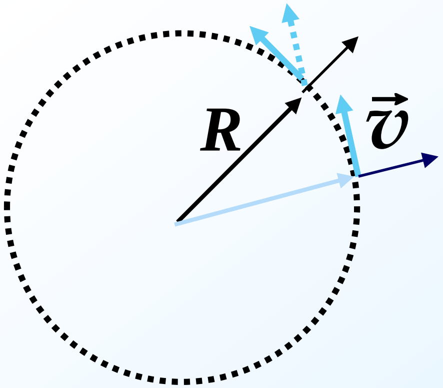
$$f(x, y, z) = 0$$

——轨迹方程



运动方程 $\vec{r} = \cos(\omega t)\vec{i} + \sin(\omega t)\vec{j}$

参数方程 $\begin{cases} x = \cos(\omega t) \\ y = \sin(\omega t) \end{cases}$



轨迹方程 $x^2 + y^2 = 1$

2. 运动学解题的两类基本问题

已知 → 求

第一类

已知：运动方程 $\vec{r}=\vec{r}(t)$

方法：求导

$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{a}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

求：任一时刻的 速　度 $\vec{v}(t)$ 加速度 $\vec{a}(t)$

第二类

已知：$\vec{v}=\vec{v}(t)$ 或 $\vec{a}=\vec{a}(t)$

方法：积分

$\vec{r}-\vec{r}_0=\int_0^t \vec{v}\,dt$

$\vec{v}-\vec{v}_0=\int_0^t \vec{a}\,dt$

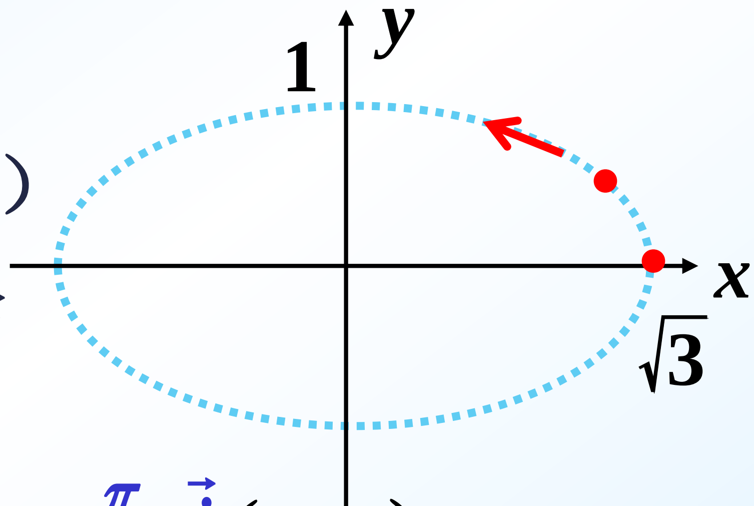
已知初始条件 $\vec{r}_0,\vec{v}_0$

求：运动方程 $\vec{r}=\vec{r}(t)$ 速度方程 $\vec{v}=\vec{v}(t)$

例. 一质点的参数方程为 $x=\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}t$，$y=\sin\frac{\pi}{4}t$(SI制)

求 (1)质点的运动方程、速度、加速度、运动方向？

解：(1) 运动方程



$$\vec{r}=\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}+\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{j}\ (\mathrm{m})$$

速度 $$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

$$=-\frac{\sqrt{3}\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}+\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{j}\ (\mathrm{m/s})$$

加速度 $$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

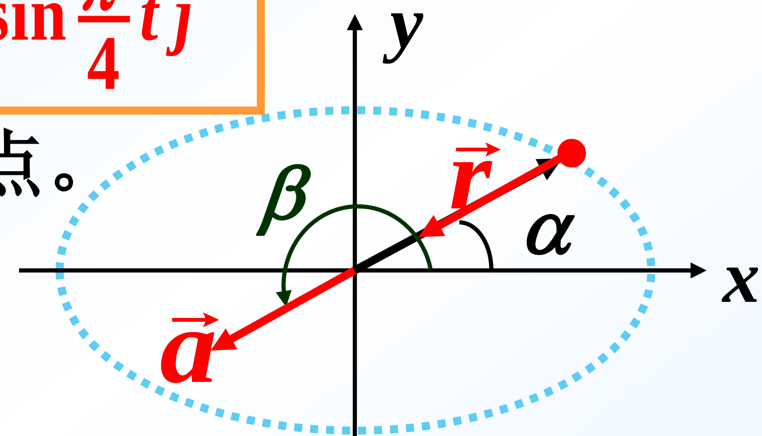
$$=-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{16}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}-\frac{\pi^2}{16}\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{j}\ (\mathrm{m/s^2})$$

质点运动方向： **逆时针**

$$\vec{r}=\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}+\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{j}$$

$$\vec{a}=-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{16}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}-\frac{\pi^2}{16}\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{j}$$

(2) 证明质点的加速度指向原点。



证明：$\vec{r}$ 与 x 轴的夹角 α

$$tg\alpha=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{3}}{3}tg\frac{\pi}{4}t$$

$\vec{a}$ 与 x 轴的夹角 β

$$tg\beta=\frac{a_y}{a_x}=\frac{\sqrt{3}}{3}tg\frac{\pi}{4}t$$

$\because a_x$ 与 x、a_y 与 y 符号相反

$\therefore \beta=\pi+\alpha$

即：加速度指向原点

或

$$\vec{a}=-\frac{\pi^2}{16}(\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}t\,\vec{i}+\sin\frac{\pi}{4}t\,\vec{j})=-\frac{\pi^2}{16}\vec{r}\quad\therefore \vec{a}\uparrow\downarrow\vec{r}$$

例. 用气枪瞄准挂在高处的靶，当子弹以 $\vec{v}_{oP}$ 离开枪口时，靶由解扣机械释放而自由下落，不论子弹的初速率多大，总会击中下落的靶。求击中的时刻 t

解： 子弹与靶的加速度 $\vec{a}=\vec{g}$

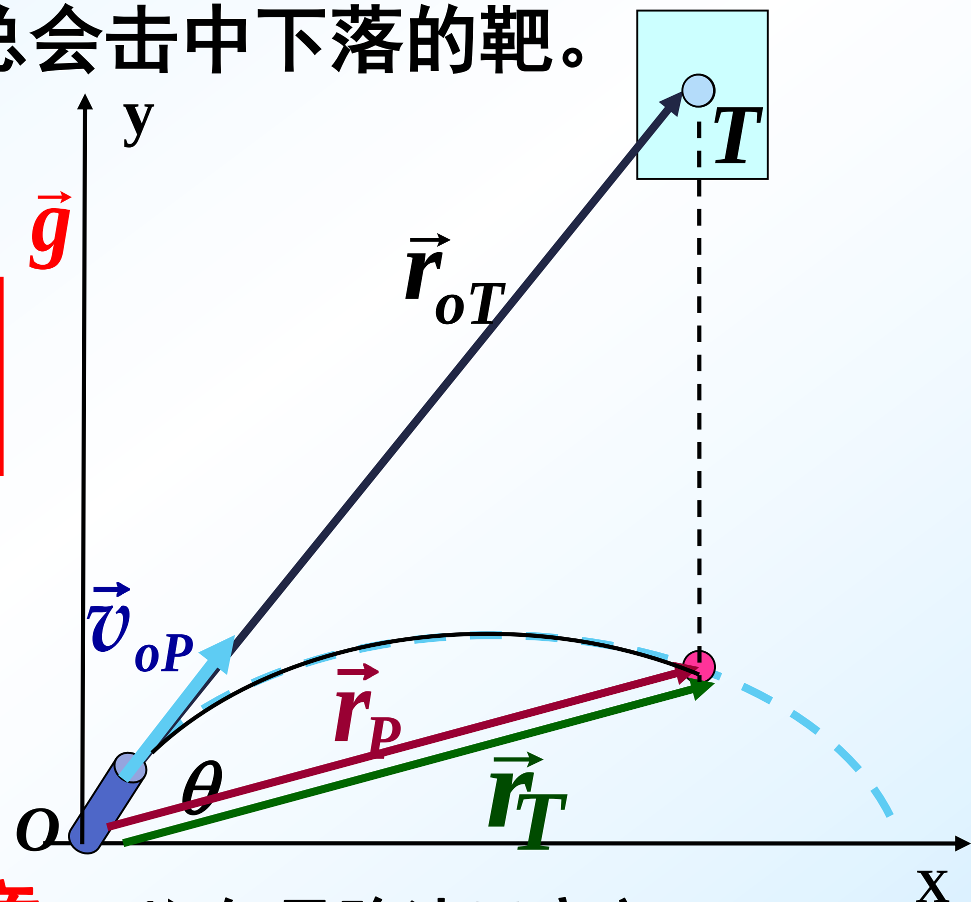
$$\boxed{\vec{r}=\vec{r}_o+\vec{v}_o t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

$$\begin{cases} \text{对子弹} & \vec{r}_P=+\vec{v}_{op}t+\dfrac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \text{对靶} & \vec{r}_T=\vec{r}_{oT}+\dfrac{1}{2}\vec{g}t^2 \end{cases}$$

若击中,则 $\vec{r}_P=\vec{r}_T$

$$|\vec{v}_{oP}t|=|\vec{r}_{oT}|$$

$$\therefore\ t=\frac{r_{oT}}{v_{oP}}$$



注意： 1) 矢量除法无意义

2) 此命题成立的条件是靶的x坐标

$$x\le v_{oP}^2\sin 2\theta/g$$

例: 一质点作直线运动。某时刻的瞬时速度大小 v = 2m/s，瞬时加速度大小 a = －2m/s². 则一秒钟后物体的速度大小为 [**D**]。

(A) 0， (B) 2m/s， (C) –2m/s， (D) 不能确定。

解:

$$\vec{a}(t)=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \longrightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}}\mathrm{d}\vec{v}=\int_{t_0}^{t}\vec{a}\,\mathrm{d}t$$

$$\longrightarrow \vec{v}=\vec{v}_0+\int_{t_0}^{t}\vec{a}\,\mathrm{d}t$$

$\vec{a}$恒定，才有 $\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$

特别

（1）在计算中的几种情况:

$$a = f(t) \rightarrow f(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \Rightarrow f(t)\mathrm{d}t = \mathrm{d}v$$ 两边积分

$$a = f(v) \rightarrow f(v) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}v}{f(v)}$$

$$a = f(x) \rightarrow f(x) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \underline{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}}$$

$$f(x)\mathrm{d}x = v\mathrm{d}v$$

（2）一维的情况： 如质点沿x轴运动

$$x = x(t) \quad v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

用“±”号，来表示位移Δx、$\vec{v}$、$\vec{a}$的方向

例. 一质点沿 x 轴作加速运动: $t=0$时, $x=x_0, v=v_0$

（1） $a=-kv$,求任意时刻的速度$v(t)$和位置$x(t)$;

（2） $a=kx$, 求任意位置的速度 $v(x)$。

解:（1）$a=\dfrac{dv}{dt}=-kv \longrightarrow dt=\dfrac{dv}{-kv}$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-\int_0^t k\,dt \longrightarrow v=v_0e^{-kt}$$

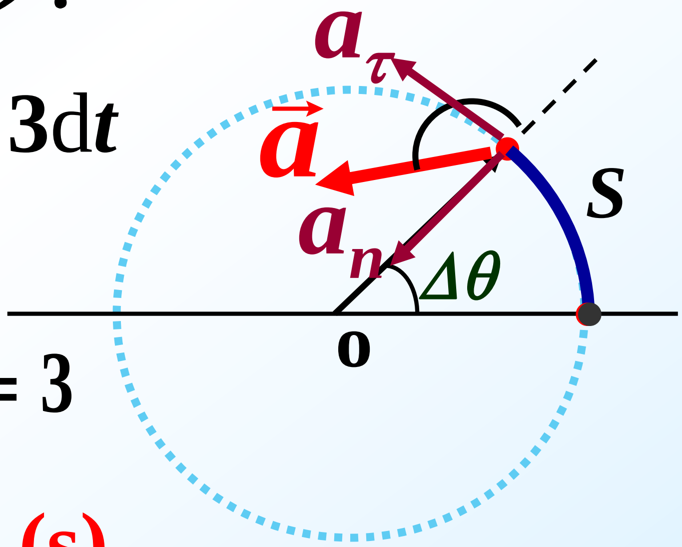
$$v=\frac{dx}{dt}=v_0e^{-kt}$$

$$\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t v_0e^{-kt}dt \longrightarrow x=x_0+\frac{v_0}{k}(1-e^{-kt})$$

（2）$a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}=v\dfrac{dv}{dx}=kx$

$$\int_{x_0}^{x}kx\,dx=\int_{v_0}^{v}v\,dv \longrightarrow v=\sqrt{v_0^2+k(x^2-x_0^2)}$$

例. 一质点从静止出发作圆周运动, 圆的半径R=3m，切向加速度 a_τ= 3 m/s^2。问：(1) 速率v 与时间t 的关系；(2)经过多长时间加速度与由圆心至质点的矢径方向成135º角？(3)在上述时间内,质点经过的路程和角位移各是多少？



解: (1) $a_\tau = \dfrac{dv}{dt} = 3$ $\qquad \displaystyle\int_0^v dv = \int_0^t 3dt$

$$v = 3t \ (\text{m/s})$$

(2) $\dfrac{a_\tau}{a_n} = tg45^\circ = 1 \qquad a_n = a_\tau = 3$

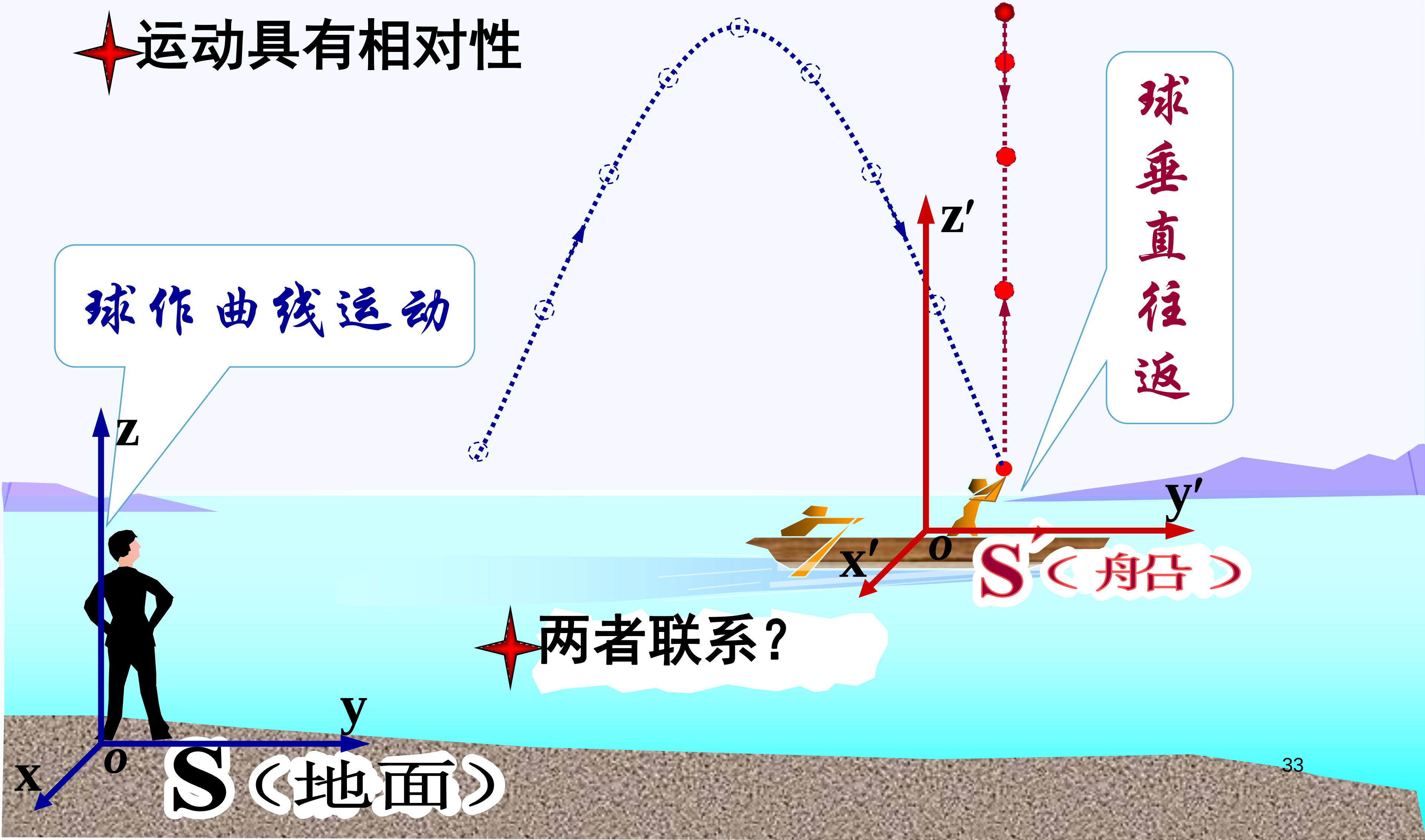
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(3t)^2}{R} \qquad t = 1 \ (\text{s})$$

(3) $v = \dfrac{dS}{dt} \qquad \displaystyle\int_0^S dS = \int_0^1 v\,dt \qquad S = \int_0^1 3t\,dt = 1.5 \ (\text{m})$

$$S = R\cdot\Delta\theta \qquad \Delta\theta = 0.5 \ (\text{rad})$$

四、相对运动

- 运动具有相对性



- 两者联系？

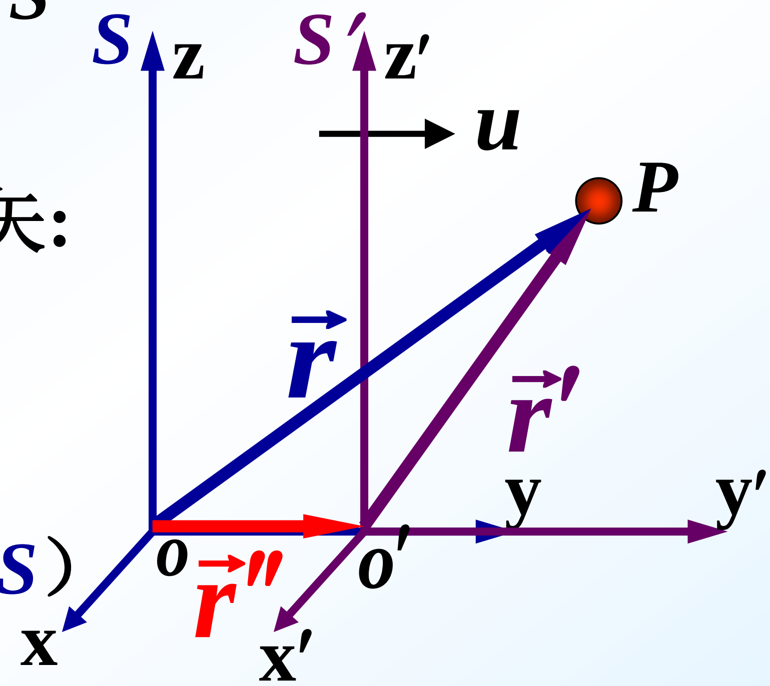
1.位矢

设两个相对平动参照系S、S'

S'相对 S平动，速度为$\vec{u}$

S、S'系分别测得P点的位矢：

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}''$$



一般约定：

相对地面不动参考系（**静系S**）所测的量 ——— **绝对量**

相对地面运动参考系（**动系S'**）所测的量 ——— **相对量**

动系相对静系的量 ——— **牵连量**

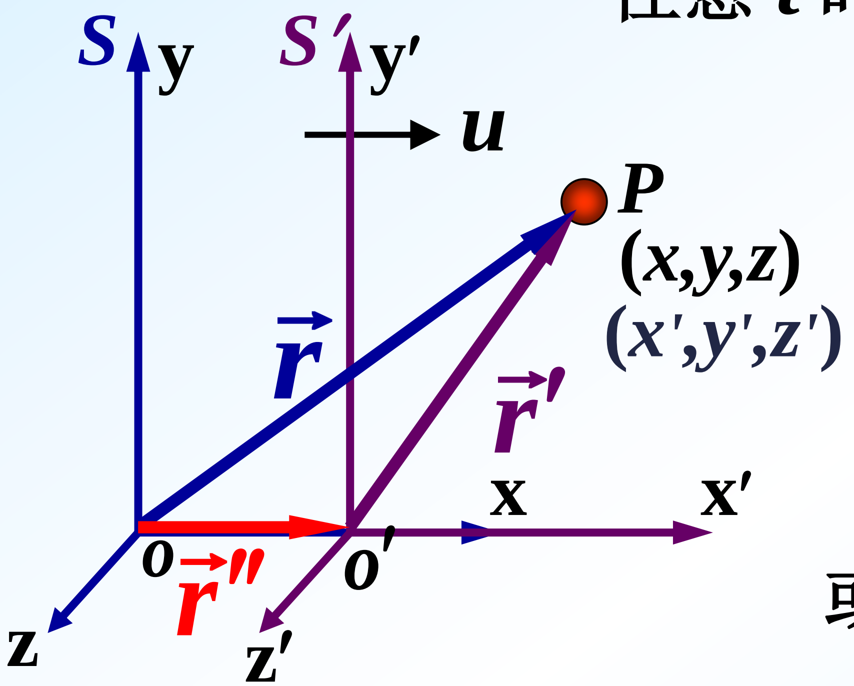
$$\vec{r}_{绝} = \vec{r}_{相} + \vec{r}_{牵}$$

设S' 系沿S 系的 x 轴以速度u 运动，

并且 $t_0 = t_0' = 0$ 时，S 与S' 重合

任意 t 时刻 $\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}\,''$

$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{u}t$



$$\left\{\begin{aligned} x &= x' + ut \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}\right.$$

或 $\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{u}t$

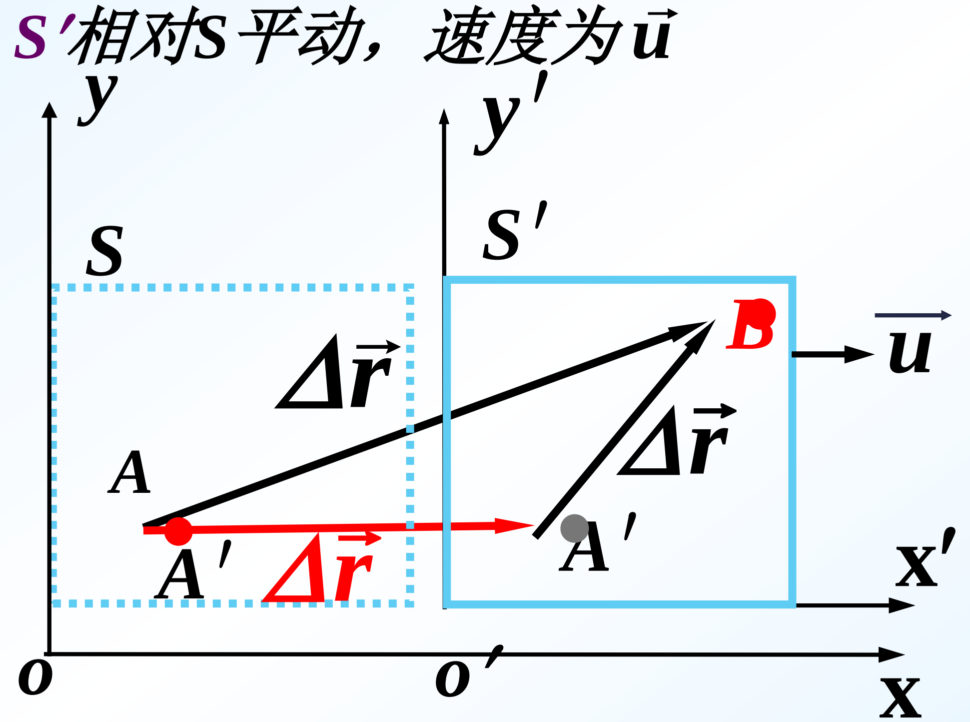
$$\left\{\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}\right.$$

伽利略坐标变换

2.位移

经过Δt时间小球

从A点→ B点



谁是相对量、绝对量、牵连量？

2.位移

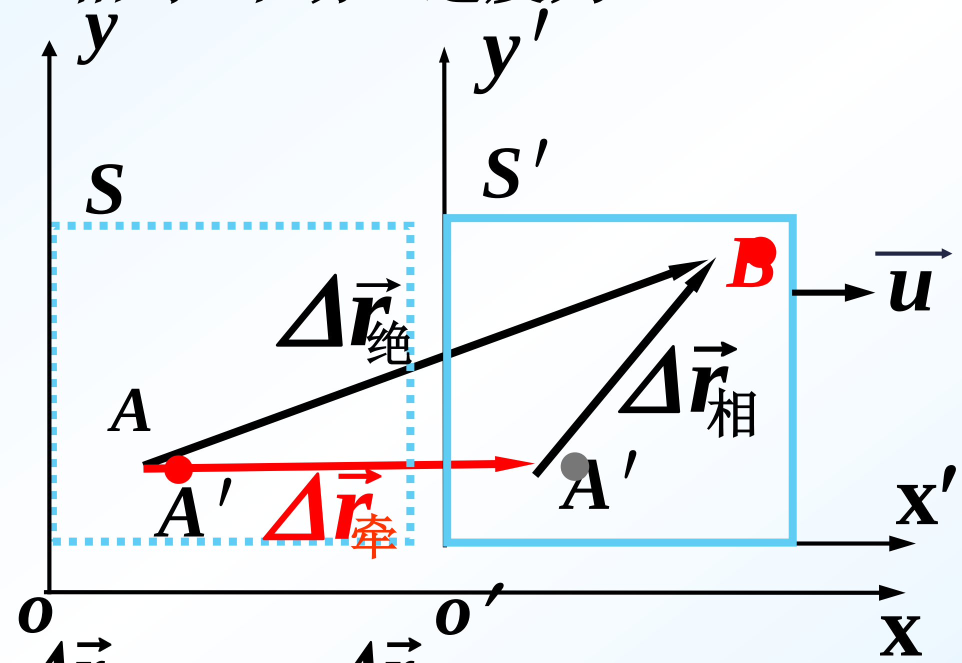
经过Δt时间小球

从A点→ B点

$$\Delta\vec{r}_{绝}=\Delta\vec{r}_{相}+\Delta\vec{r}_{牵}$$

长度测量的绝对性

S'相对S平动，速度为$\vec{u}$



3.速度

将上式两边除Δt

取极限 $$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}_{绝}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}_{相}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}_{牵}}{\Delta t}$$

时间测量的绝对性

即 $$\frac{d\vec{r}_{绝}}{dt}=\frac{d\vec{r}_{相}}{dt}+\frac{d\vec{r}_{牵}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}_{绝}=\vec{v}_{相}+\vec{v}_{牵}}$$ ⇒ 伽利略速度变换

3.加速度

同理将速度关系 $\vec{v}_{绝} = \vec{v}_{相} + \vec{v}_{牵}$ 对时间求导

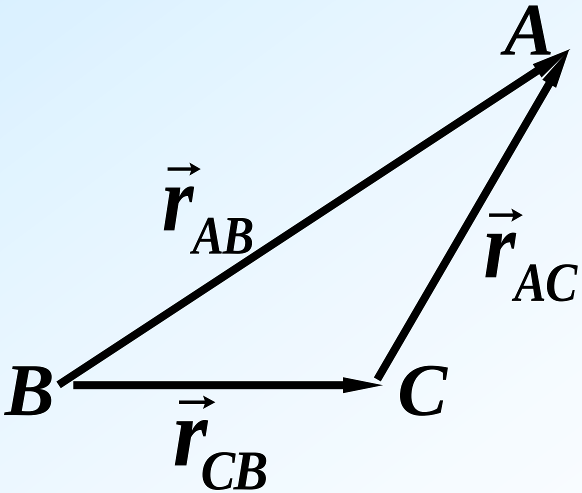
$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{绝}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_{相}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{v}_{牵}}{\mathrm{d}t}$$

加速度变换

$$\vec{a}_{绝} = \vec{a}_{相} + \vec{a}_{牵}$$

一物体相对两个匀速直线运动参照系的加速度相等，即 $\vec{a}_{绝} = \vec{a}_{相}$

$\vec{r}_{AB}$ ： A相对B的位矢



$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CB}$$
$$\Delta\vec{r}_{AB} = \Delta\vec{r}_{AC} + \Delta\vec{r}_{CB}$$
$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB}$$
$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AC} + \vec{a}_{CB}$$

推广：

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CD} + \vec{r}_{DB}$$
$$\Delta\vec{r}_{AB} = \Delta\vec{r}_{AC} + \Delta\vec{r}_{CD} + \Delta\vec{r}_{DB}$$
$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CD} + \vec{v}_{DB}$$
$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AC} + \vec{a}_{CD} + \vec{a}_{DB}$$
$$\cdots$$

例:一无风的下雨天, 一列火车以v_1=20.0ms^{-1}的速度匀速前进。车内的旅客看见窗外的雨滴和铅垂线方向成75°角下落。

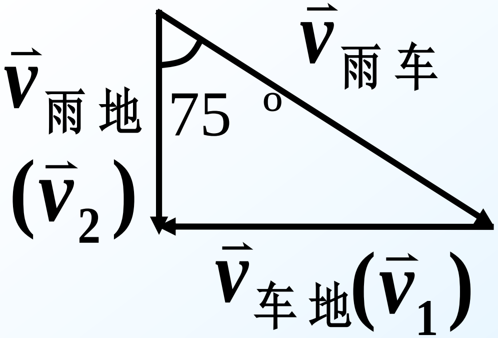
求: 雨滴下落的速度v_2. (设雨滴匀速落向地面)

解: $\vec{v}_1$是$\vec{v}_{车地}$

$\vec{v}_2$是$\vec{v}_{雨地}$

$\vec{v}_{雨地}=\vec{v}_{雨车}+\vec{v}_{车地}$

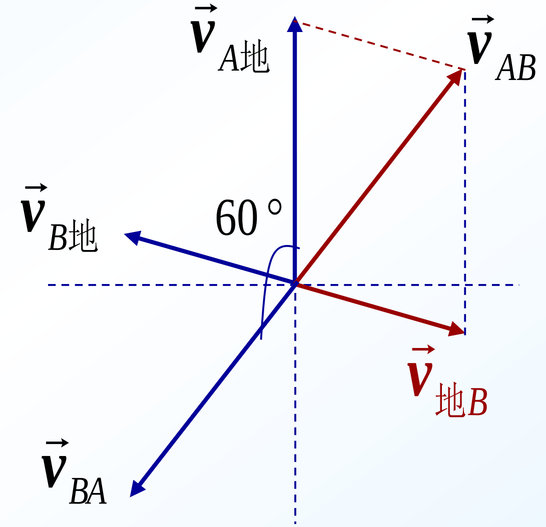
$\vec{v}_2=\vec{v}_{雨车}+\vec{v}_1$



$$\therefore v_2=v_1\cdot ctg75^{\circ}=5.36\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\boxed{\vec{v}_{AB}=\vec{v}_{AC}+\vec{v}_{CB}}$$

例： 一架飞机A以相对于地面300km/h的速度向北飞行，另一架飞机B以相对于地面200km/h的速度向北偏西60度的方向飞行。求A相对B和B相对于A的速度。



解： $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{A地} + \vec{v}_{地B}$

$$= \vec{v}_{A地} - \vec{v}_{B地}$$

$$v_{AB} = \sqrt{v_{地B}^2 + v_{A地}^2 - 2v_{地B}v_{A地}\cos 60^\circ}$$

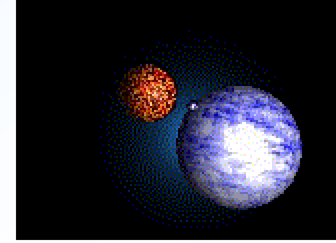
$$= \sqrt{200^2 + 300^2 - 2\times 200\times 300\cos 60^\circ}$$

$$= 100\sqrt{7}\,\mathrm{km/h} \approx 264.6\,\mathrm{km/h}$$

方向：北偏东41度。

$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB}$$

$v_{BA} \approx 264.6\,\mathrm{km/h}$ 方向：南偏西41度。

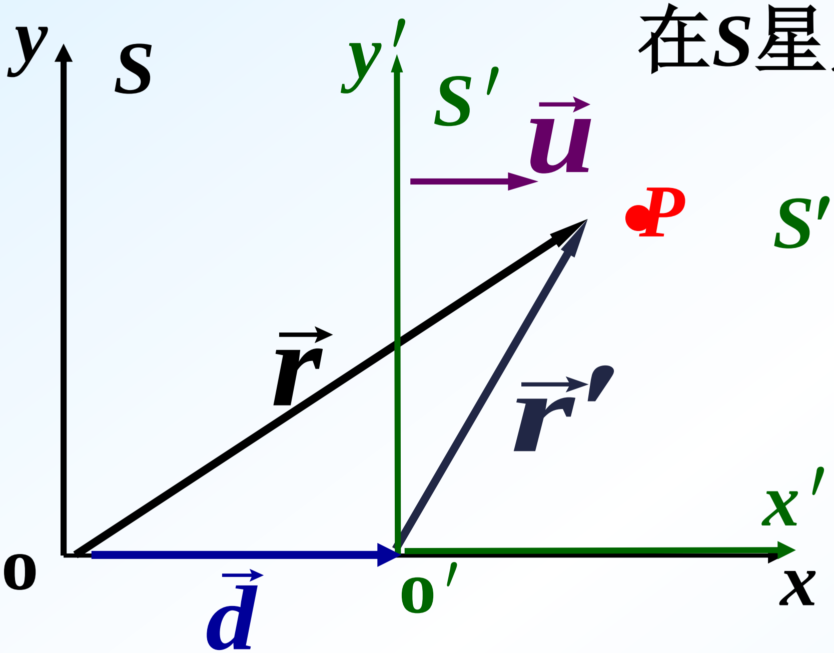


例：银河系是宇宙的中心吗？

美国天文学家哈勃提出星系的退行速度为

$\vec{u} = H\vec{r}$ ——哈勃定律

哈勃常数：$H \approx 50$ 千米/秒·百万秒差距



在S星系上观测P星的退行速度

$$\vec{v} = H\vec{r}$$

S'星系相对S系的退行速度

$$\vec{u} = H\vec{d}$$

伽里略速度变换

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$$

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u} = H(\vec{r} - \vec{d})$$

在星系S'上观测P星的退行速度 $\vec{v}\,' = H\vec{r}\,'$

结论 银河系不是宇宙的中心！