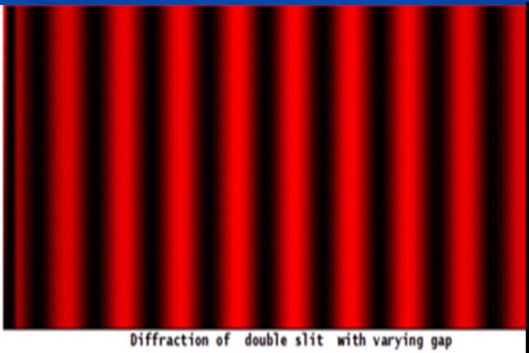
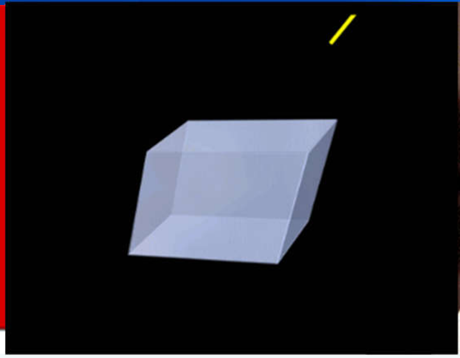
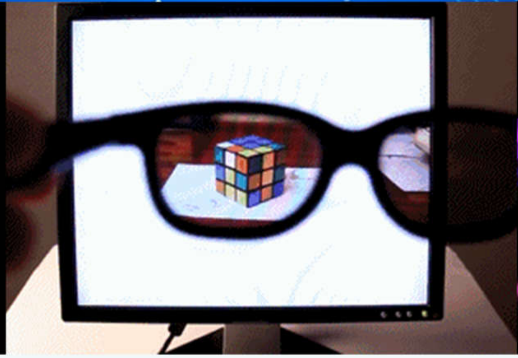
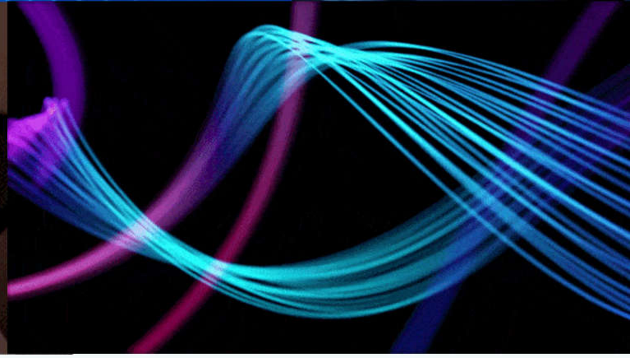
大学物理









第五篇　光学

第13章 波动光学-4

尹 航

华中科技大学 物理学院

回 顾

分振幅干涉

(薄膜干涉)

- 等倾干涉 $\xrightarrow[\text{薄膜}]{\text{均匀}}$
  - 光程差：$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} \boxed{+\frac{\lambda}{2}}$ 半波损失
  - 干涉图样：同心圆

  - 特点：内疏外密，中心级次最高
- 等厚干涉 $\xrightarrow[\text{薄膜}]{\text{不均匀}}$
  - 光程差：$2nd + \frac{\lambda}{2}$
  - 干涉图样
    - 劈尖：等距条纹直线
    - 平凸镜：牛顿环

引 子

一起做个小实验

闭上一只眼睛

抬起你的食指放在眼前

在你的视野中用手指戳向直线

你看到了什么？

直线在手指边缘变弯曲

光的衍射

本节内容

1 光波的单缝衍射

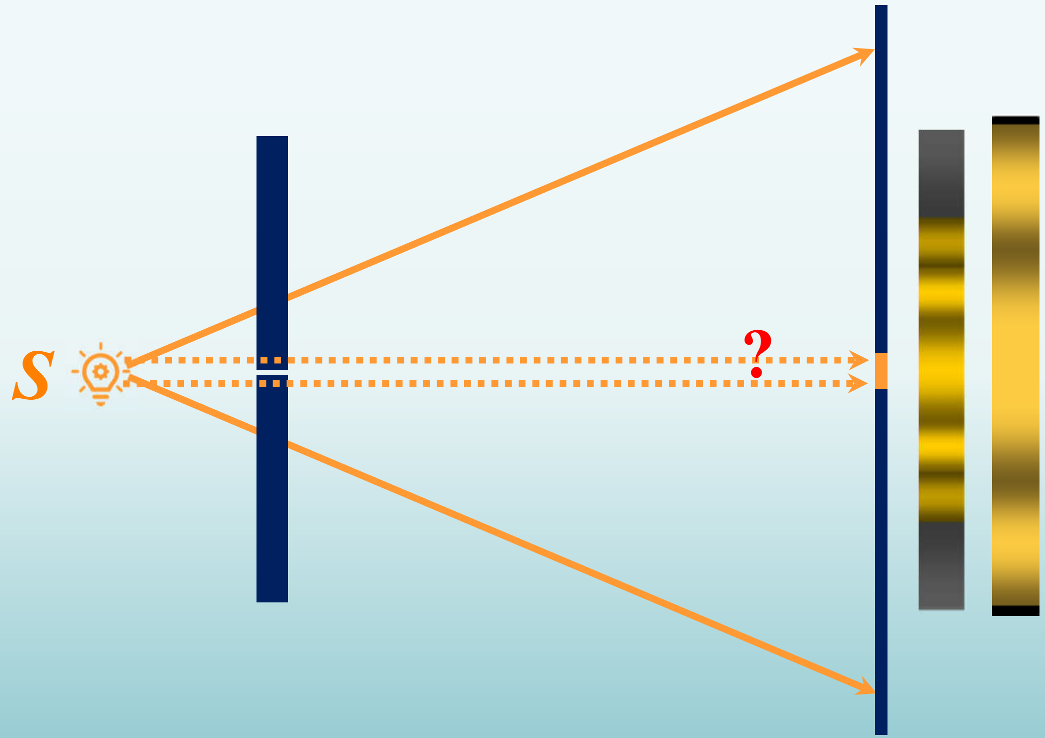
光波的单缝衍射

☐ 光的衍射现象

波的衍射：波在传播过程中遇到障碍物，能够绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。

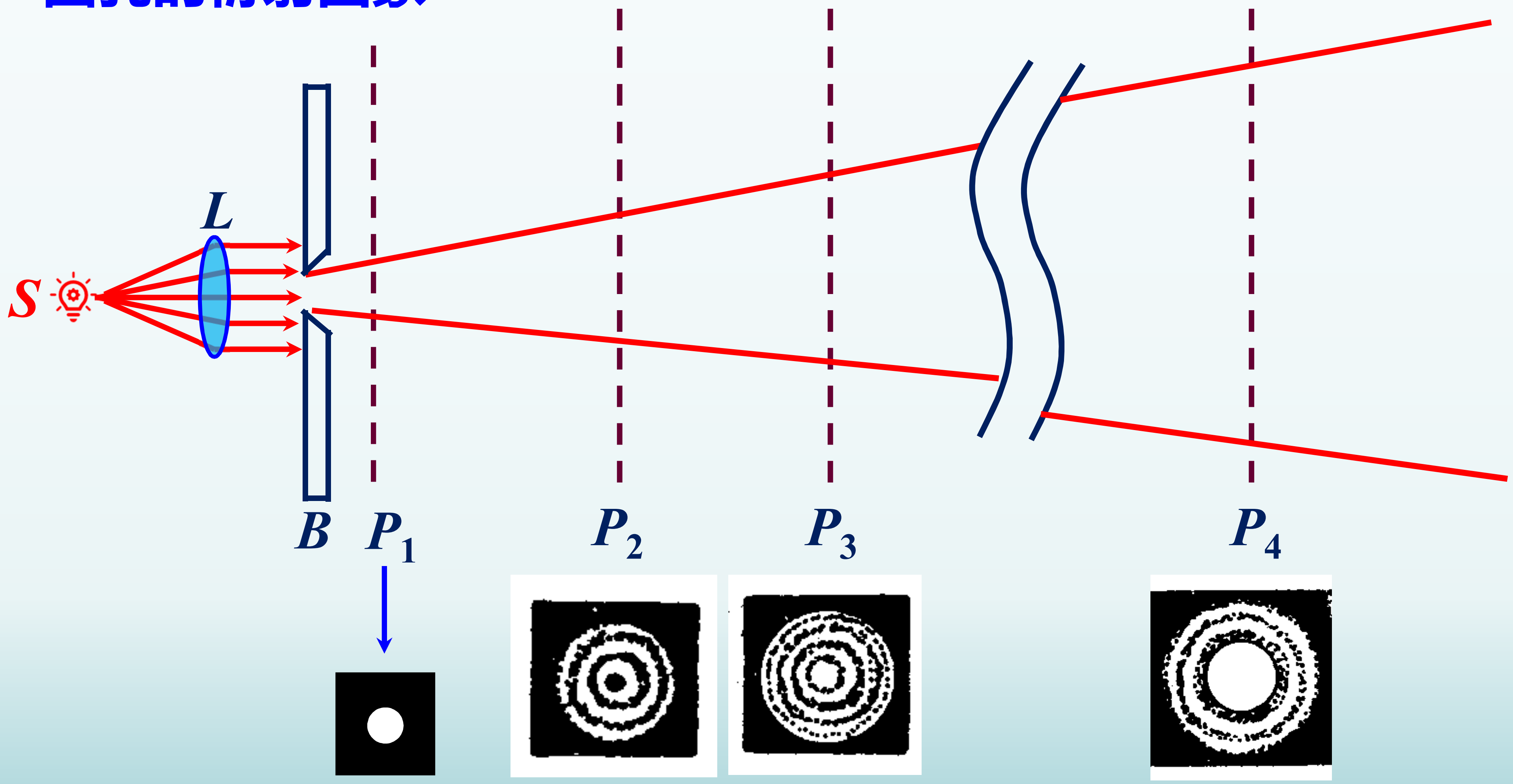
- **光的衍射（演示实验）**

光在传播过程中遇到**尺寸与光波长相当**的障碍物时，光会传到障碍物的阴影区并形成明暗变化的光强分布的现象。



光波的衍射

- 圆孔的衍射图象



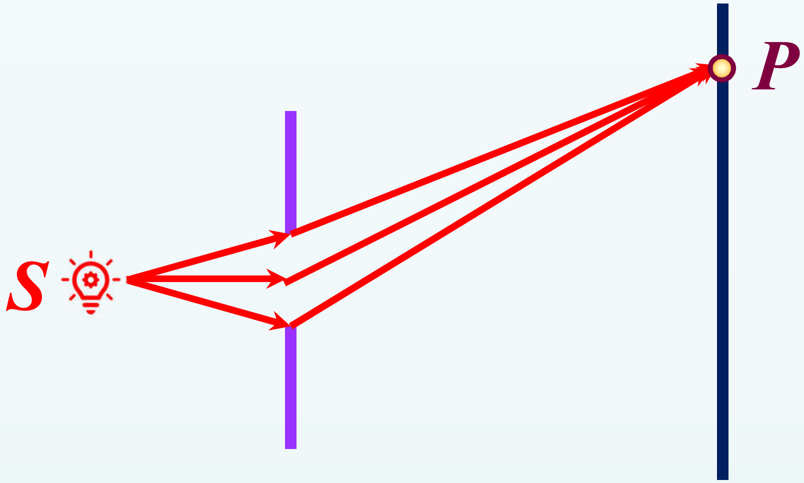
孔的投影

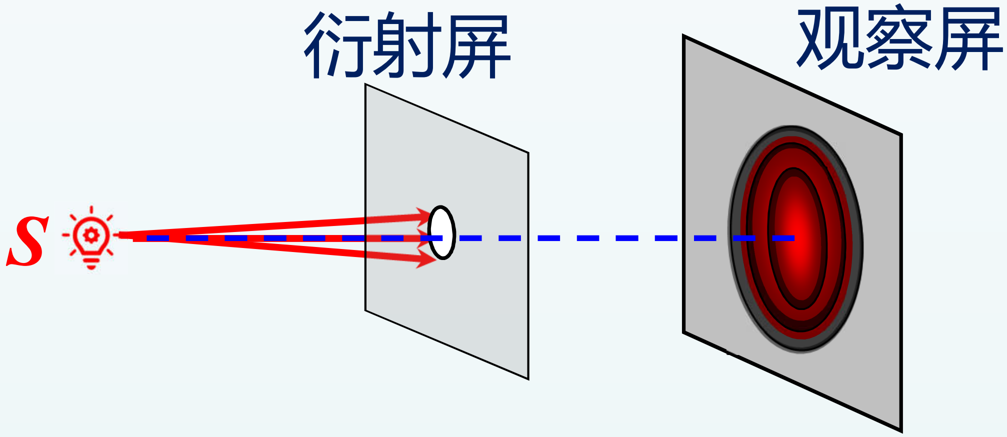
菲涅耳衍射

夫琅禾费衍射

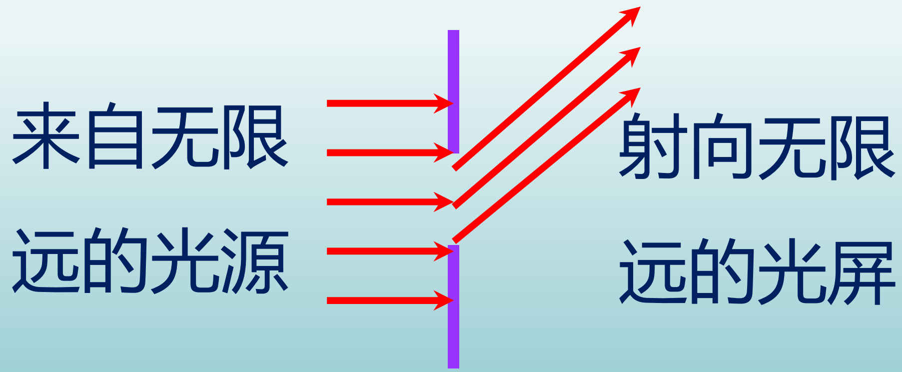
光波的衍射

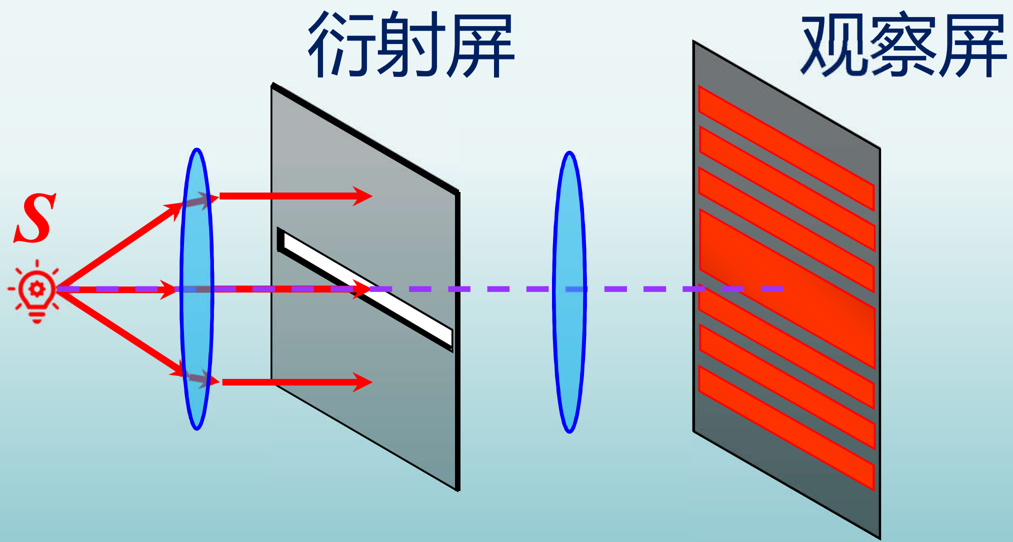
菲涅耳衍射　近场衍射





夫琅禾费衍射　远场衍射



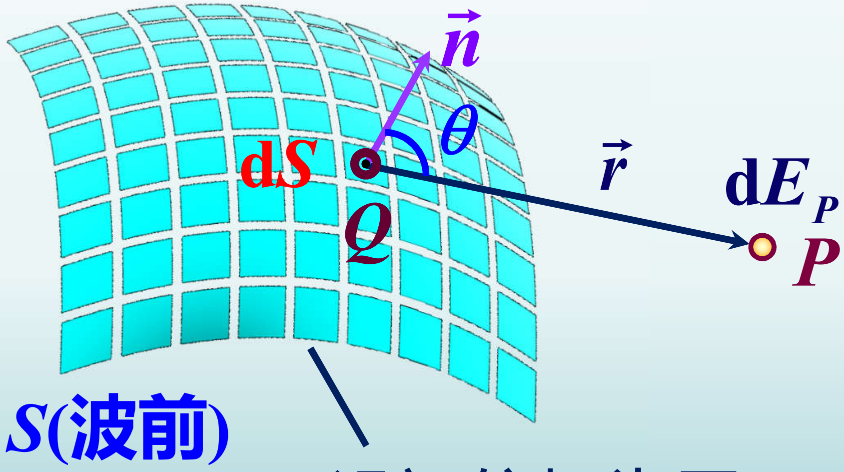


光波的衍射

□ 惠更斯——菲涅耳原理 （处理衍射问题的理论基础）

惠更斯：波阵面的任何一点都是子波的波源；

波阵面上各面元所发出的球面子波在观察点P的相干叠加决定了P点的合振动及光强。



波前的振动方程 $E = E_0\cos\omega t$

$$dE_P \propto \frac{A(Q)f(\theta)}{r}dS\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})$$

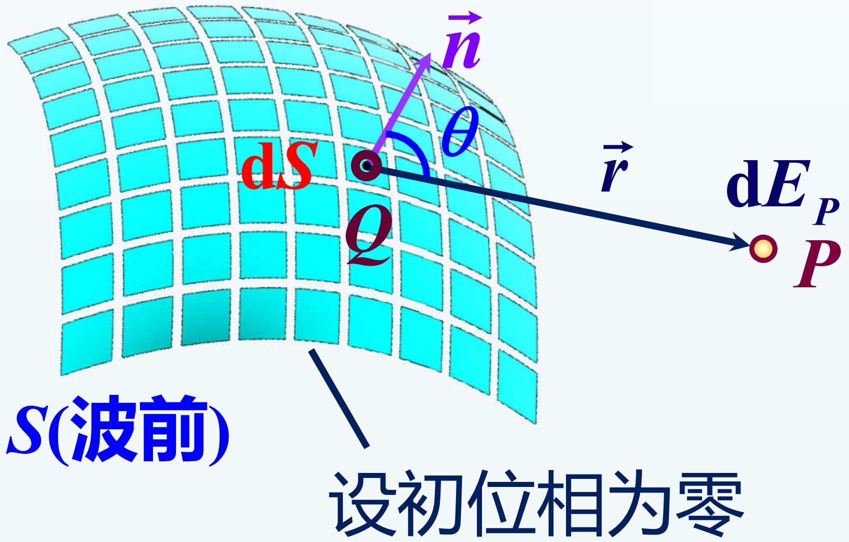
$A(Q)$：取决于Q点的强度

$f(\theta)$：方向因子

C：比例系数

$$dE_P = C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}dS\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})$$

光波的衍射



取决于Q点的强度

$$dE_P = C\frac{\boxed{A(Q)}\,\boxed{f(\theta)}}{r}dS\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})$$

方向因子

$$f(\theta)\begin{cases}\theta=0\longrightarrow f=f_{\max}\\ \theta\uparrow\longrightarrow f(\theta)\downarrow\\ \theta\geq\pi/2\longrightarrow f=0\end{cases}$$

不存在退行波

P点的强度为各球面子波在该点的叠加

$$\boxed{E_P = C\iint_s \frac{A(Q)f(\theta)}{r}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})dS} = E_{0P}\cos(\omega t+\varphi_P)$$

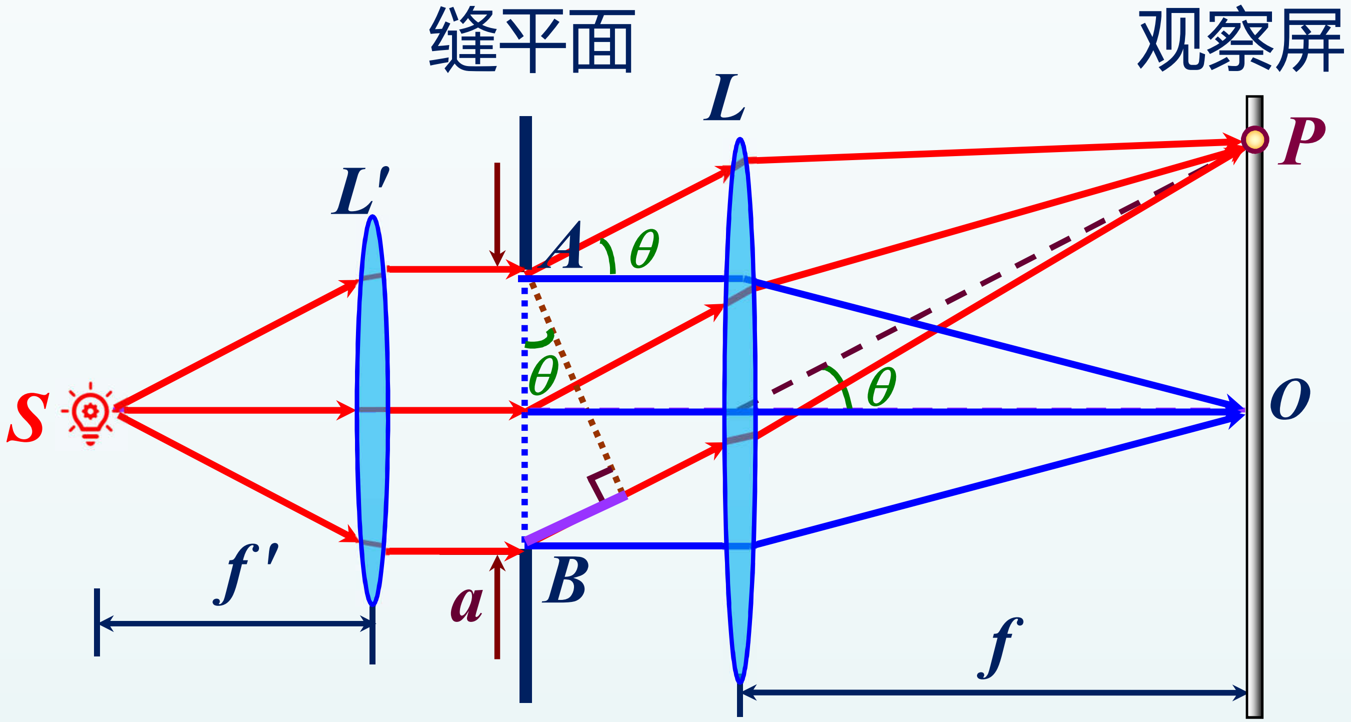
菲涅耳衍射积分公式

P处波的强度 $I_P\propto E_{0P}^2$

□ 单缝夫琅和费衍射

- **装置结构**

θ：衍射角$\begin{cases}\text{向上为正}\\ \text{向下为负}\end{cases}$



- **衍射机制**

屏上任一点的光振动为单缝所在处波面各子波源的相干光相干叠加的结果。

单缝上下沿的光线到***P*点**的**光程差**：$\delta = a\sin\theta$

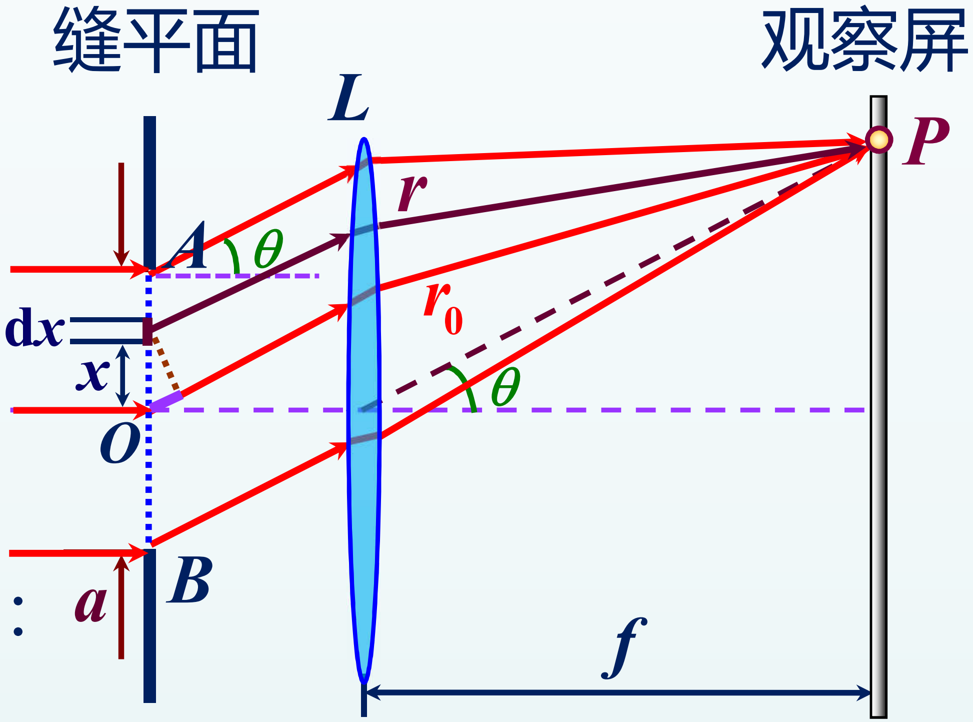
- **衍射光强计算**　积分法、半波带法、振幅矢量法

□ 衍射光强计算——积分法

子光源在P点的强度

$$dE_P = C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}dS\cdot\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

$$C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}\approx C'$$



dx宽的窄条波面在P产生的振动为：

$$dE_{Px} = C'\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda})dx$$

x处与中心O处两子波源到P点的光程差为：$\delta = r - r_0 = -x\sin\theta$

单缝区域波面各子波源引起P点的合振动为：

$$E_P = \int dE_{Px} = \int_{-a/2}^{a/2} C'\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_0 - x\sin\theta}{\lambda})dx$$

光波的衍射

单缝区域波面各子波源引起P点的合振动为：

$$E_P=\int \mathrm{d}E_{Px}=\int_{-a/2}^{a/2} C'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda}\right)\mathrm{d}x$$

$$=C'\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\int_{-a/2}^{a/2}\mathrm{d}\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda}\right)\right]$$

$$=C'\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cdot 2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$$=\underbrace{\boxed{C'a}}_{E_0}\frac{\sin\left(\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)}{\underbrace{\boxed{\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}}_{\alpha}}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right)$$

电矢量振幅 E_0

光波的衍射

单缝区域波面各子波源引起P点的合振动为：

$$E_P = E_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right) \qquad E_0 = C'a \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

- **单缝衍射光强公式**

P_θ点的光强 $$I = \boxed{I_0}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$I_0 \propto a^2$$

- **单缝衍射光强分布的特点**

① 条纹形状

θ**角**相同处光强相同　　与狭缝平行的相互平行条纹

光波的衍射

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2$$

其中 $\alpha = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$

- **单缝衍射光强分布的特点**

① 条纹形状

θ**角**相同处光强相同　　与狭缝平行的相互平行条纹

② 中央主极大

$\theta = 0 \longrightarrow I = I_0 = I_{max}$　屏上正对狭缝中心的O**点**。

中央明纹、主极大、零级衍射斑

③ 极小（暗纹）　暗纹条件：$\alpha = \pm k\pi$，$k = \underline{1,2,3\cdots} \longrightarrow I = 0$

$\boxed{a \sin\theta = \pm k\lambda}$　$k = 1, 2, 3 \cdots$

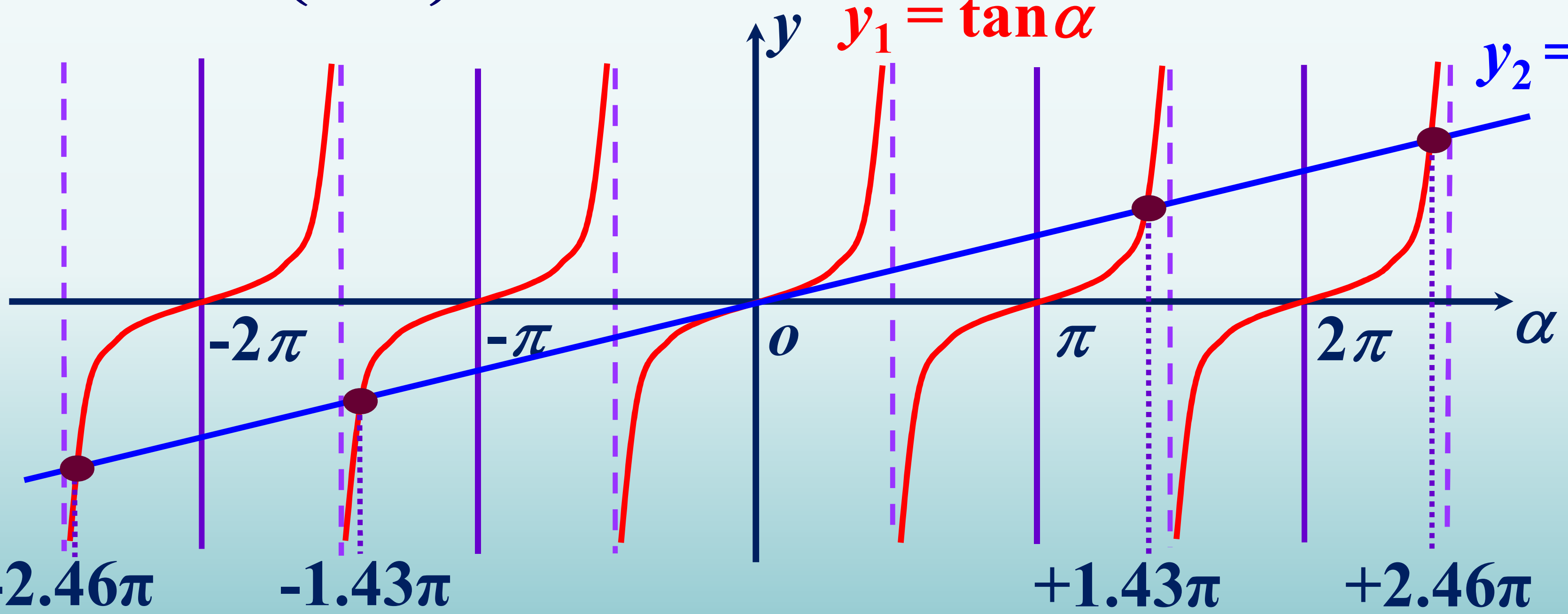
光波的衍射

$$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

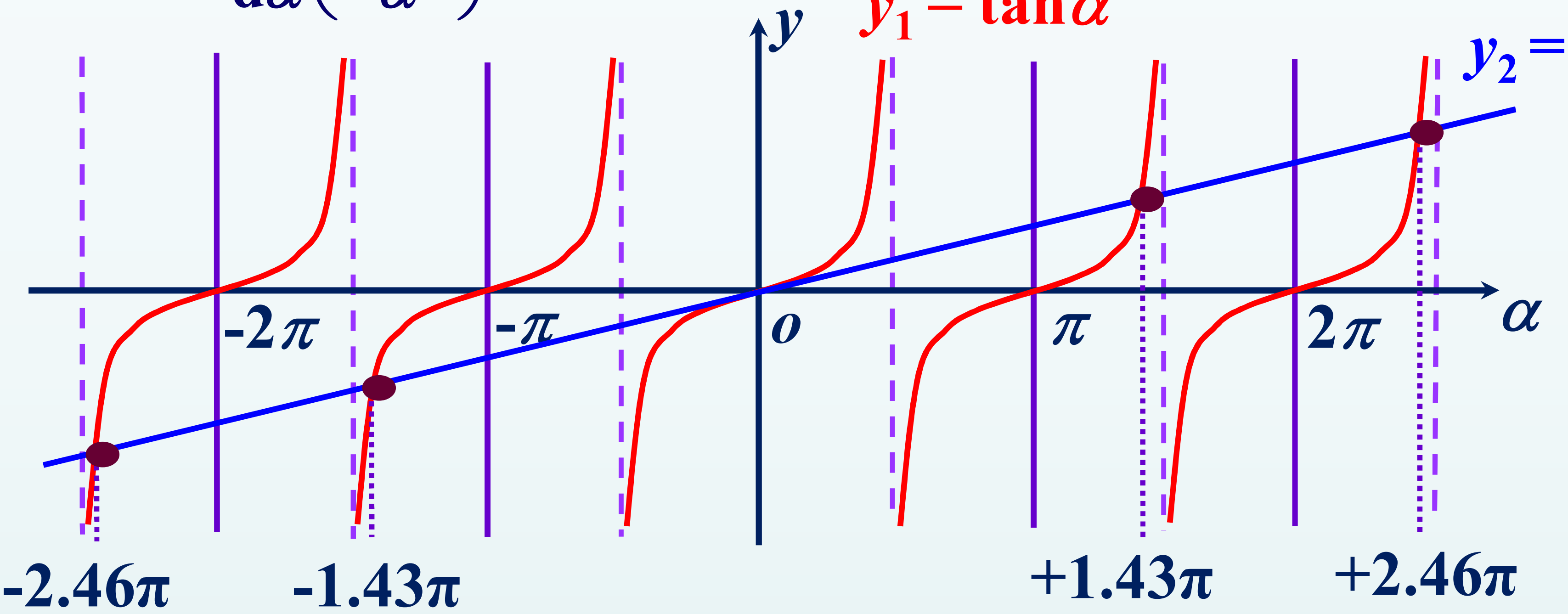
其中 $\alpha = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

- **单缝衍射光强分布的特点**

④ **次极大** $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0 \longrightarrow \tan\alpha = \alpha$



④ 次级大 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2=0 \longrightarrow \tan\alpha=\alpha$



$$\alpha=\pm1.43\pi,\pm2.46\pi,\pm3.47\pi,\quad\cdots$$

$$a\sin\theta=\pm1.43\lambda,\ \pm2.46\lambda,\ \pm3.47\lambda,\cdots$$

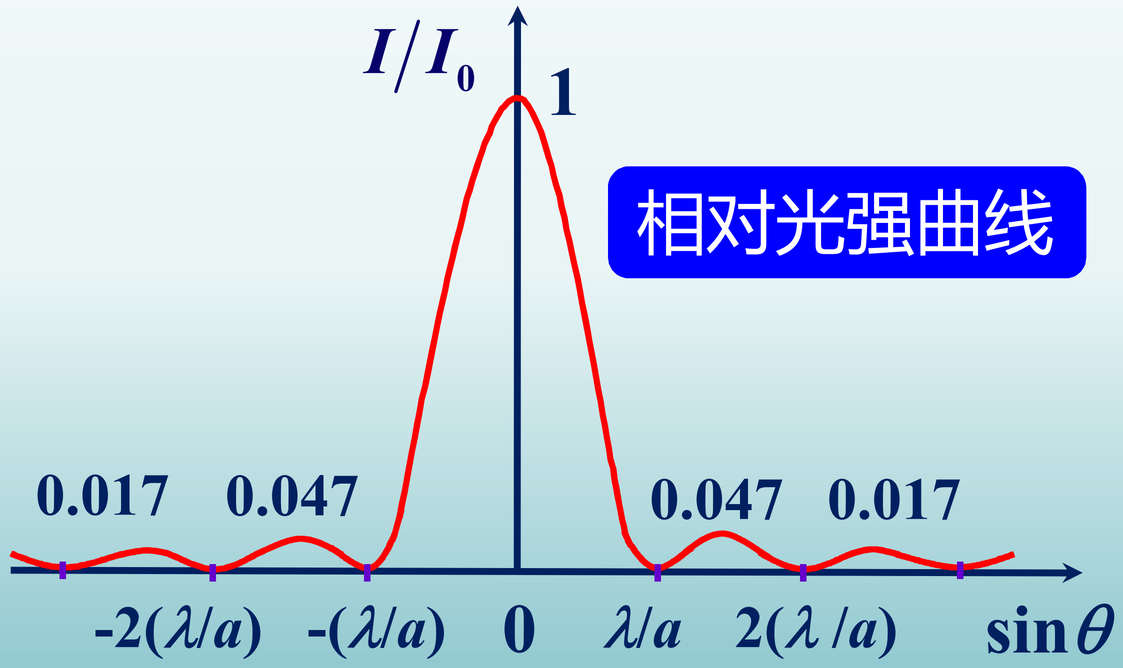
$$\boxed{a\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}}\qquad k=1,2,3\cdots \quad \text{—— 衍射次极大}$$

⑤ 光强分布曲线

衍射光强公式：$I = I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

中央主极大: $I_{max} = I_0$

次极大：中央往外依次为 $0.0472I_0$，$0.0165I_0$，$0.0083I_0$，…



相对光强曲线

$I_{次极大} << I_{主极大}$

单缝衍射光强集中在中央零级明条纹处。

⑥ **明条纹宽度** ⟷ 相邻暗纹的角间距。

暗纹条件：$a\sin\theta=\pm k\lambda$

中央明纹宽度：

$k=\pm1$的两暗点之间范围

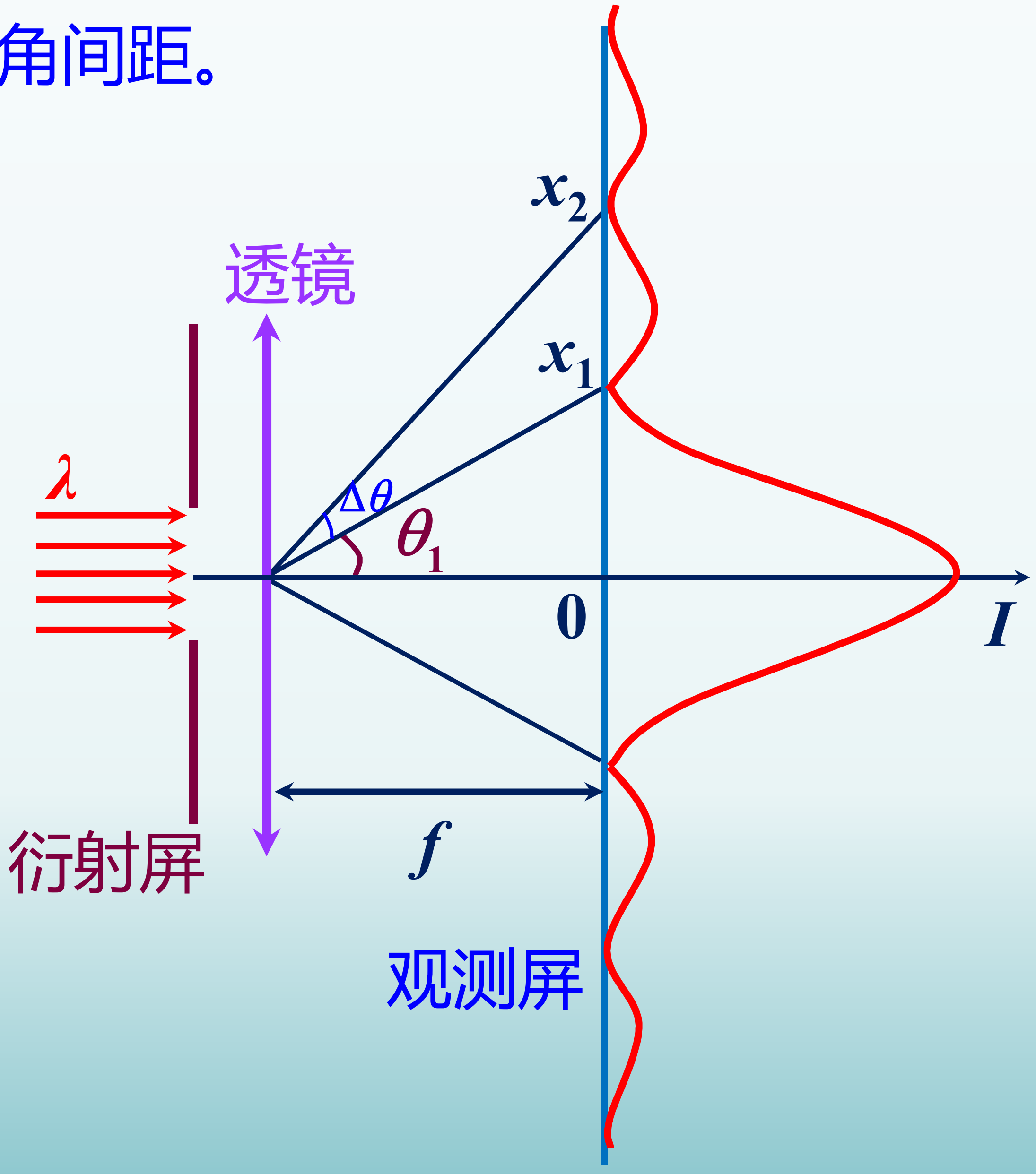
半角宽度

$$-\frac{\lambda}{a}<\sin\theta<\boxed{\frac{\lambda}{a}}\qquad \sin\theta_1=\frac{\lambda}{a}$$

第1级明纹宽度：

$k=1$、2的两暗点之间范围

$$\frac{\lambda}{a}<\sin\theta<\frac{2\lambda}{a}$$



光波的衍射

⑥ **明条纹宽度** ⟷ 相邻暗纹的角间距。

通常：$\sin\theta_1 \approx \theta_1$

中央明纹的角宽度

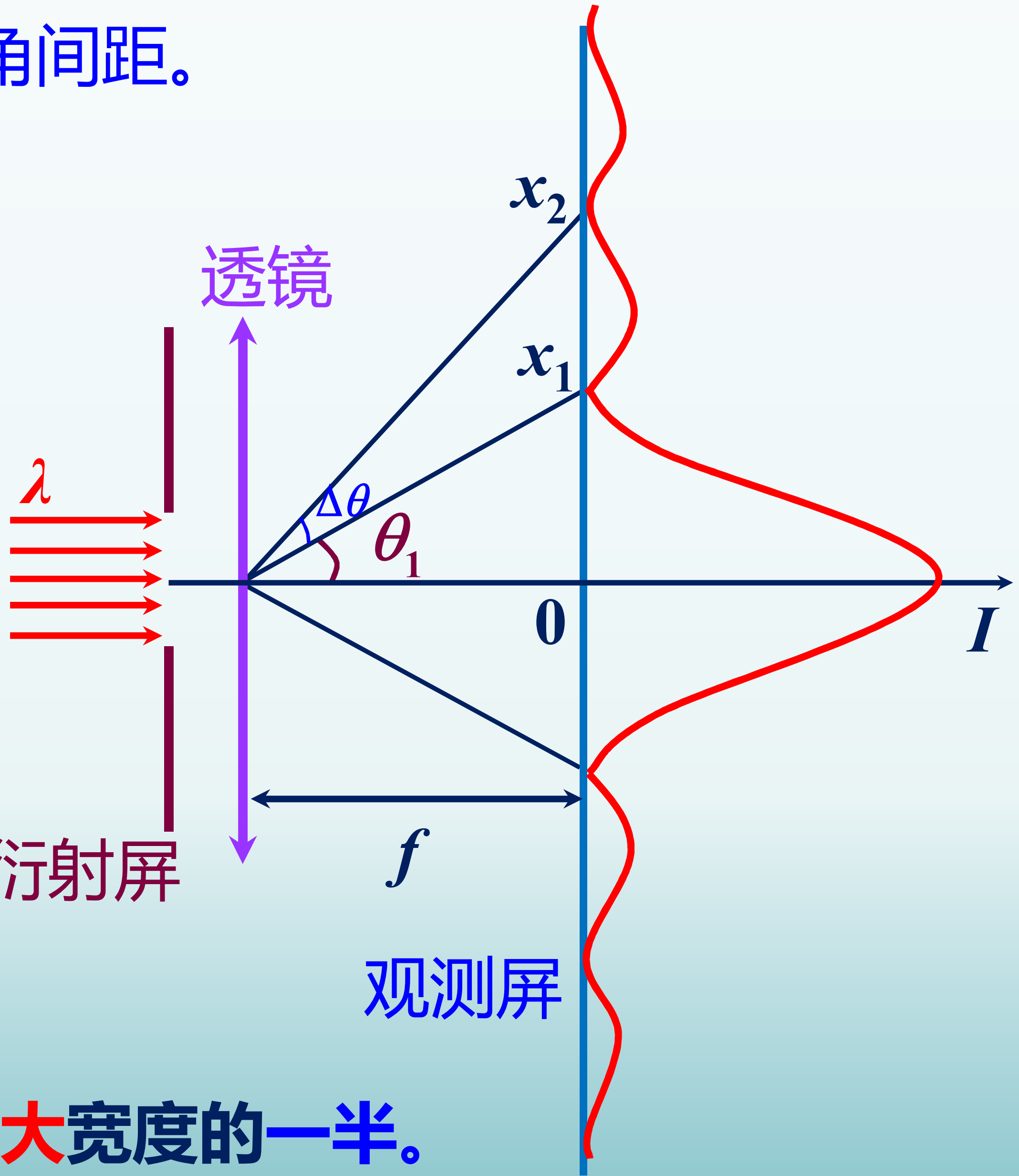
$$\Delta\theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\frac{\lambda}{a}$$

线宽度

$$\Delta x_0 = 2f\cdot\tan\theta_1 \approx 2f\theta_1 = 2f\frac{\lambda}{a}$$

$\Delta x_0 \propto \lambda/a$

其它明纹：$\Delta x \approx \dfrac{f\lambda}{a} = \dfrac{1}{2}\Delta x_0$



次极大条纹的宽度是中央主极大宽度的一半。

光波的衍射

$\Delta x_0 \propto \lambda / a$

缝宽变化对条纹的影响

中央明纹线宽度与缝宽的关系 $\Delta x_0 \propto \dfrac{1}{a}$

$a\downarrow \longrightarrow \Delta x_0\uparrow$ 缝宽越小，条纹展得越开，衍射作用愈**显著。**

$a\uparrow \longrightarrow \Delta x_0\downarrow$ 缝宽越大，条纹向中央明纹靠拢，衍射**不显著。**

若$a>>\lambda$时$\longrightarrow \dfrac{\lambda}{a} \to 0 \longrightarrow \Delta x \to 0$

只显出单一的明条纹 ——单缝的几何光学像

几何光学是波动光学在$\lambda / a \to 0$时的极限情形

光波的衍射

波长对条纹宽度的影响：

$\Delta x_0 \propto \lambda / a$

中央明纹线宽度与波长的关系 $\Delta x_0 \propto \lambda$

$\lambda\uparrow \longrightarrow \Delta x_0\uparrow$ 波长越长，条纹宽度越宽，衍射效应越**明显**。

白光入射：不同波长的光的明纹不完全重叠

中央：主极大明纹（白色）

最靠近中央的为**紫色**，最远离中央的为**红色**。

⑦ 干涉和衍射的联系与区别

联系：光的相干叠加

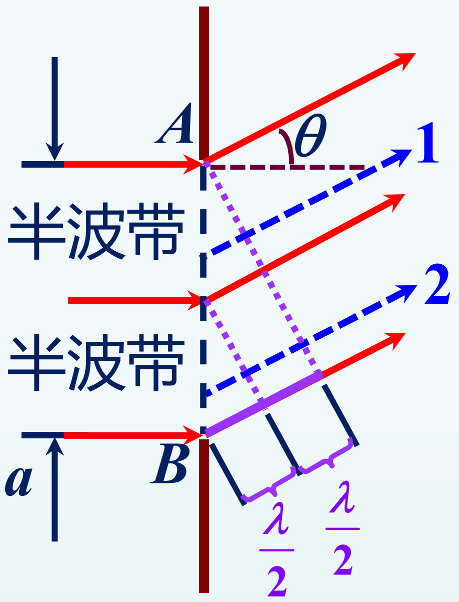
薄膜干涉 纯干涉

双缝干涉 衍射+干涉

区别 $\begin{cases} \text{干涉：有限光束的叠加} \\ \text{衍射：无穷多子波的叠加} \end{cases}$

光波的衍射

□ 半波带法



光程差：$\delta = a\sin\theta$

令：$\delta = \pm k'\dfrac{\lambda}{2}$　　$k' = 1, 2, 3\cdots$

若k'=2　则狭缝被分为两个**半波带**

在上半波带中的任意**光线1**，总能在下半波带中找到与之对应的**光线1′**，二者光程差满足λ/2。

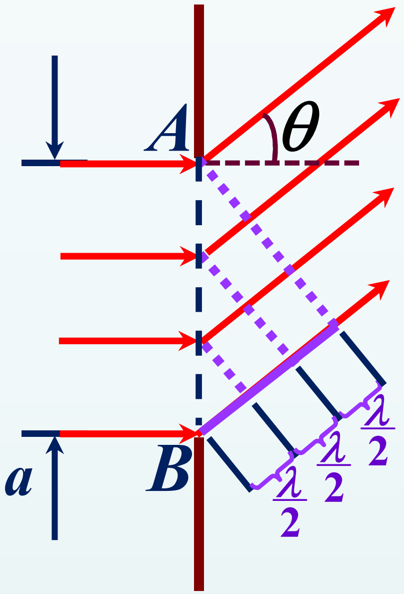
两个“半波带”上发射的光程差为λ/2的相应的两束光在P处**干涉相消**形成**暗纹**，所以P处是暗纹。

同理：k'=偶数 ⟶ P形成暗纹⟶暗纹条件：$\boxed{a\sin\theta = \pm k\lambda}$

$k = 1, 2, 3\cdots$

光波的衍射

□ 半波带法



光程差：$\delta = a\sin\theta$

令：$\delta = \pm k'\dfrac{\lambda}{2}$ $\quad k' = 1,2,3\cdots$

若k'=3 则狭缝被分为三个**半波带**

其中有两个半波带的光在P点处干涉相消、剩下一个半波带在P处贡献光强

所以P处是**亮纹**

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

推广：

- 若光程差可划分**偶数**个半波带，则彼此**捉对相消** ⟶ **暗纹**
- 若光程差可划分**奇数**个半波带，彼此**捉对相消后剩下一个亮纹**

光波的衍射

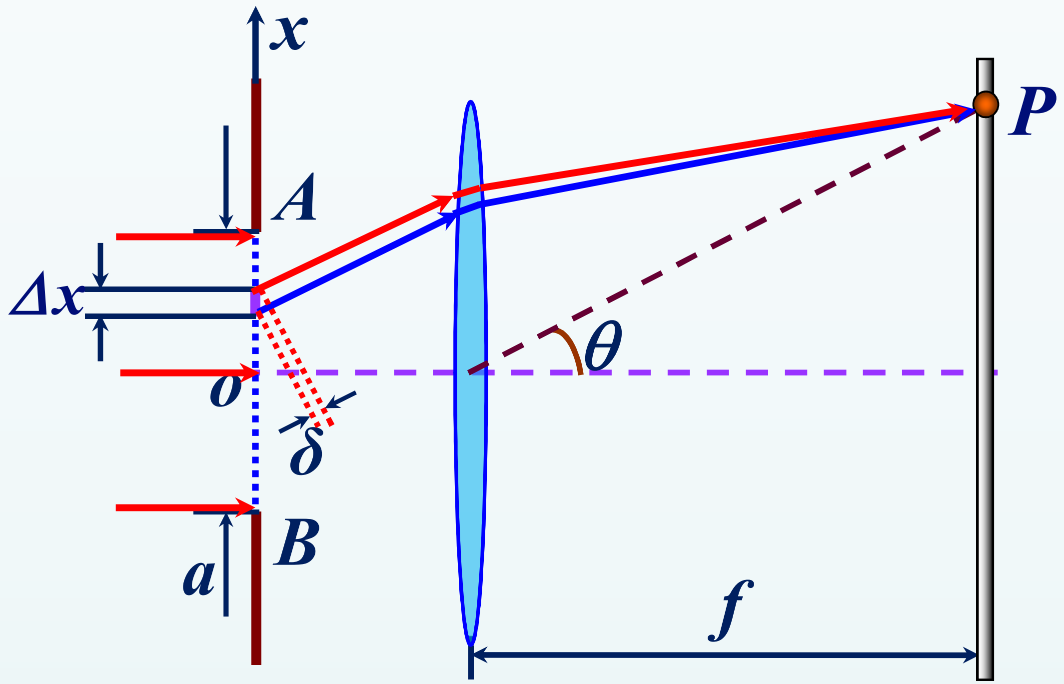
例. 用半波带法说明，在单缝衍射图样中，离中心明条纹越远的明条纹亮度越小。

答：除中央明纹外，其它明纹的衍射方向对应着奇数个半波带，级数越大，单缝处的波面可分成的半波带数目越多，其中偶数个半波带的作用两两相消后，剩下的光振动未抵消的一个半波带的面积越小，由它决定的该明条纹的亮度就越小。

例. 波长为λ的单色光垂直入射在缝宽$a=4\lambda$的单缝上，对应于衍射角$\theta=30^0$，单缝处的波面可划分为____4____个半波带。

光波的衍射

□ 振幅矢量法求光强公式



将单缝处波面分成N个窄条：

$$\Delta x = a/N \quad (N\text{很大})$$

每个窄条发的子波在P点

振幅近似相等，设为ΔE_0

相邻窄条：$\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x\sin\theta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\dfrac{a\sin\theta}{N}$

P处的合振幅E_P就是各窄条子波的振幅**矢量和**的模。

光波的衍射

- **同方向N个同频率简谐振动的合成**

设它们的振幅相等，初相位依次差一个恒量：

$$x_1 = a\cos\omega t$$

$$x_2 = a\cos(\omega t + \beta)$$

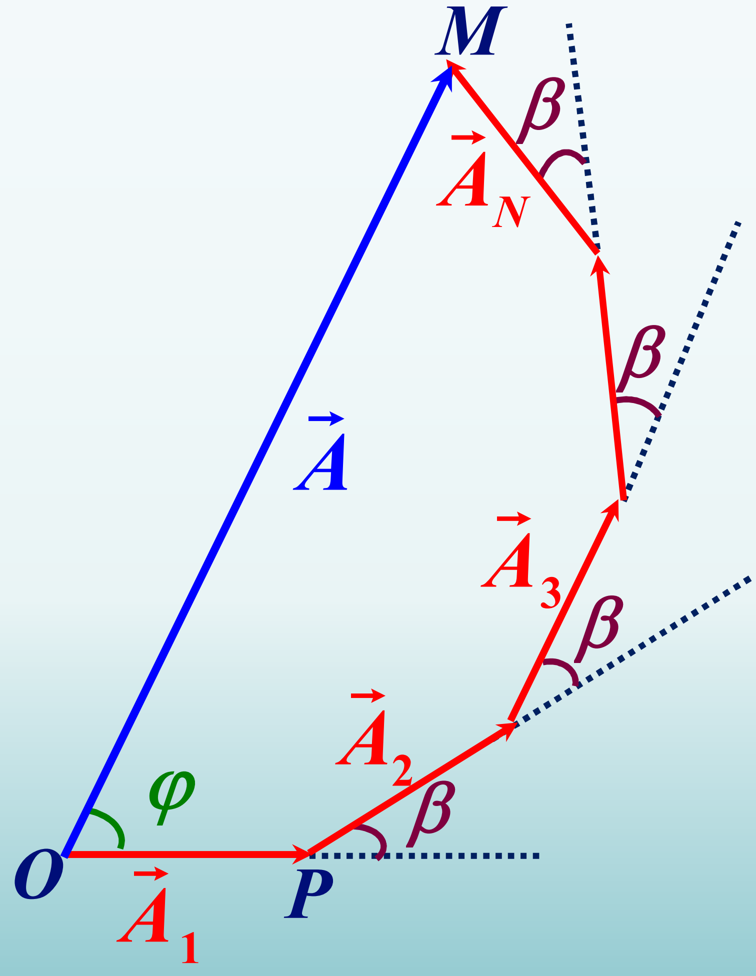
$$x_3 = a\cos(\omega t + 2\beta)$$

$$\vdots$$

$$x_N = a\cos\left[\omega t + (N-1)\beta\right]$$

合振动为简谐振动

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$



光波的衍射

在ΔOCM中：$A = 2R\sin(\frac{N\beta}{2})$

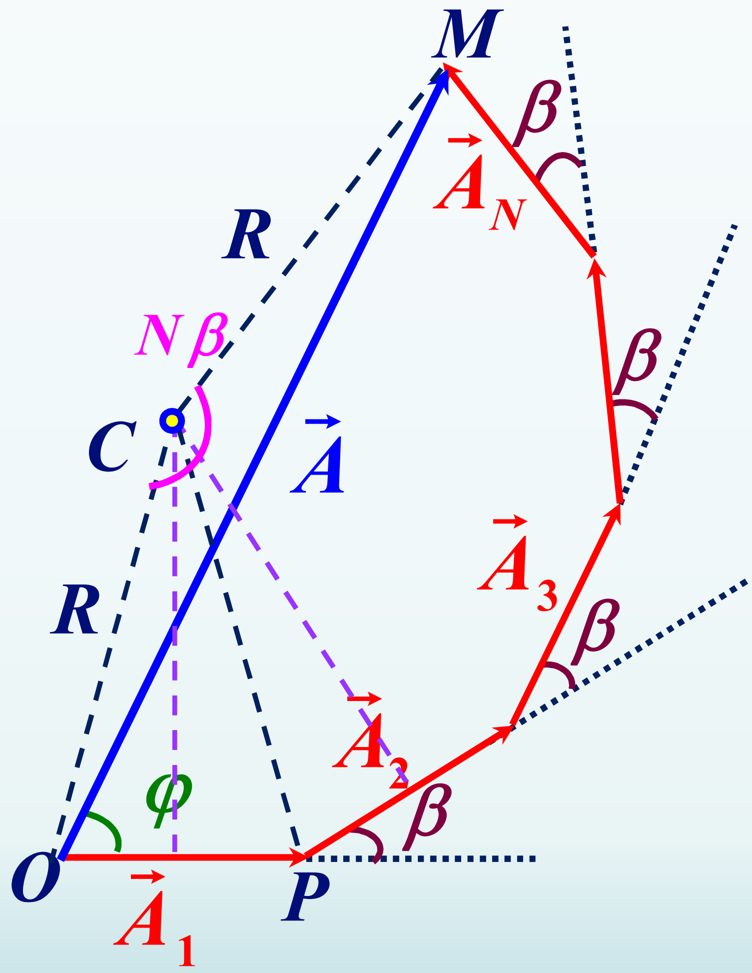
在ΔOCP中： $A_1 = 2R\sin(\frac{\beta}{2})$

$$A = A_1 \frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)}$$

$$\varphi = \angle COP - \angle COM = \frac{N-1}{2}\beta$$

合振动的表达式

$$x = A_1 \frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)} \cos(\omega t + \frac{N-1}{2}\beta)$$



光波的衍射

$$x = A_1 \frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)} \cos(\omega t + \frac{N-1}{2}\beta)$$

讨 论:

① 光波频率极高，振动非常快，感受到的是光强。

② P点合振幅E_P是各子波振幅矢量和的模。各窄条子波的振幅 $A_1=\Delta E_0$，

相邻窄条位相差为 $\beta = \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a\sin\theta}{N} = \frac{2\alpha}{N}$

$$E_P = \Delta E_0 \frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)} = \Delta E_0 \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha/N)} \approx N\Delta E_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

② P点合振幅E_P是各子波振幅矢量和的模。各窄条子波的振幅 $A_1=\Delta E_0$，

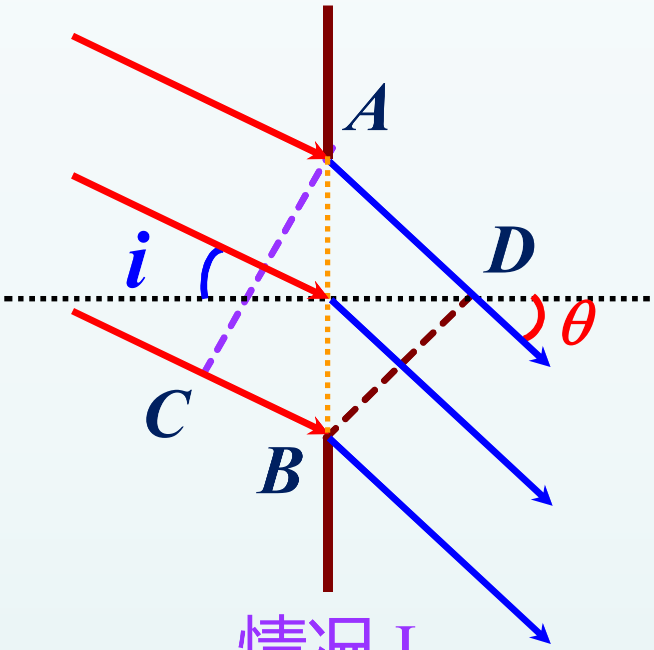
相邻窄条位相差为 $\beta=\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\dfrac{a\sin\theta}{N}=\dfrac{2\alpha}{N}$

$$E_P=\Delta E_0\frac{\sin(N\beta/2)}{\sin(\beta/2)}=\Delta E_0\frac{\sin\alpha}{\sin\left(\alpha/N\right)}\approx N\Delta E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

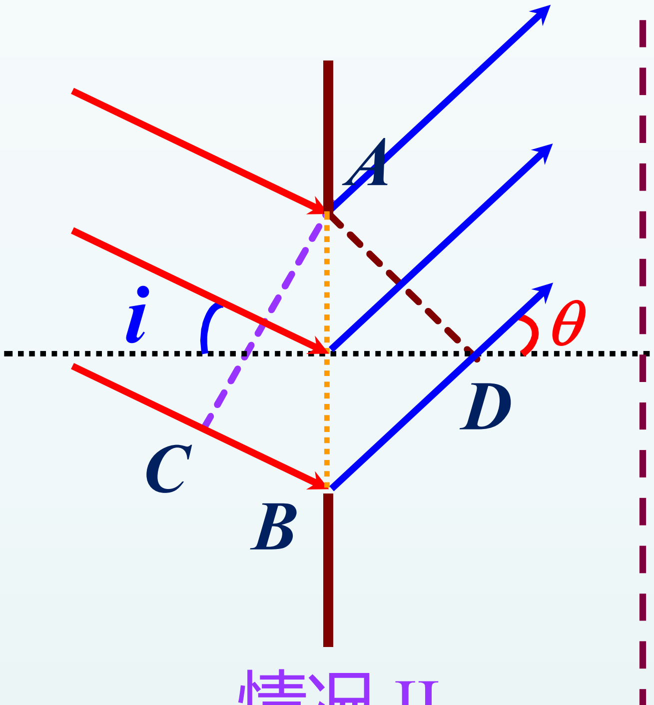
$I\propto E_P^2$， $I_0\propto N^2\Delta E_0^2$ $\longrightarrow$ **光强公式** $I=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

光波的衍射

- **平行光斜入射问题**



情况 I



情况 II

单缝上下沿光线光程差

情况 I： $\delta = AD - BC = a(\sin\theta - \sin i)$

情况 II： $\delta = BC + BD = a(\sin\theta + \sin i)$

$$\delta = a(\sin\theta \pm \sin i)$$

i与θ在法线同侧取+

i与θ在法线异侧取-

衍射明暗条件

$$\delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases}$$

中央明纹：$\sin\theta = \sin i$

向下方平移　间距不变