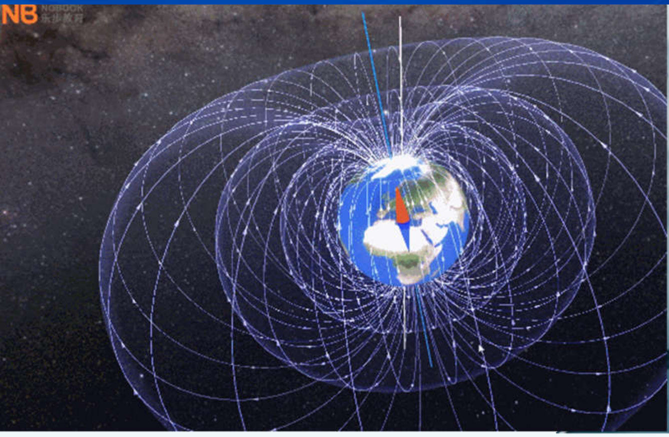
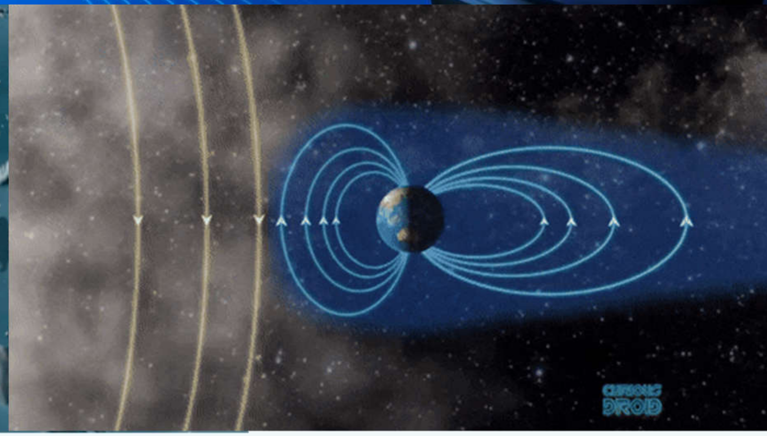
大 学 物 理





第三篇 电磁学

第9章-3 稳恒磁场

尹 航

华中科技大学 物理学院

纵观全局

电磁感应

电

电荷有正负

电场强度

高斯定理

环路定理

磁

磁极有南北

磁场强度

高斯定理

安培环路定理

回顾

磁 → **磁 场**

- 磁场 —形象描述→ 磁感应线
  - 具有其他场线的共性特点（类比：电场线、流线等）
  - 独有特点
    - 磁感应线是闭合曲线 **（无源场、有旋场）**
    - 与电流套连
    - 遵循右手螺旋定则
- 磁场 → 磁相互作用的桥梁
- 磁场 —定量→ **磁感应强度**
  - 大小 $B=\dfrac{F_{\max}}{qv}$
  - 方向 $\vec{F}_{\max}\times\vec{v}$

既是回顾也是引子

磁感应强度 计算方法

- 毕奥-萨伐尔定律
  $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$
  - 磁场分布
    - 无限长直载流导线 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\vec{k}$
    - 载流圆环(磁偶极子) $B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$
    - 无限长螺线管内 $B = \mu_0 nI$
    - 半无限长螺线管端 $B = \frac{1}{2}\mu_0 nI$
- **安培环路定理** $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \boxed{\sum I_i}$ → 净穿过闭合曲线包围区域的电流

本节内容

1 磁场对运动电荷的作用

（微观）

2 磁场对载流导线的作用

（宏观）

磁场对运动电荷的作用

□ 带电粒子的受力

设带电为q的粒子处在电场和磁场同时存在的空间，

静止带电粒子 $\vec{v}=0$ ⟶ 只有静电力 $\vec{F}_e = q\vec{E}$

运动带电粒子 $\vec{v}\neq 0$ ⟶ $\vec{F} = q\vec{E} + \boxed{q\vec{v}\times\vec{B}}$ ⟶ 洛伦兹力

洛伦兹力是**侧向力** $\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B} \perp \vec{v}$ **洛伦兹力不做功**

四个诺贝尔物理学奖

回旋加速器（1939年） 电子显微镜（1986年）

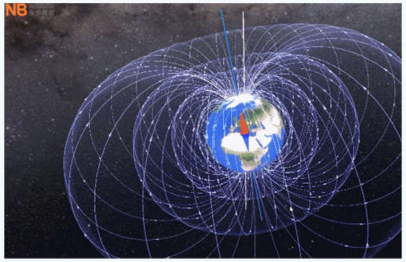
量子霍尔效应（1985年） 分数量子霍尔效应（1998年）

磁场对运动电荷的作用

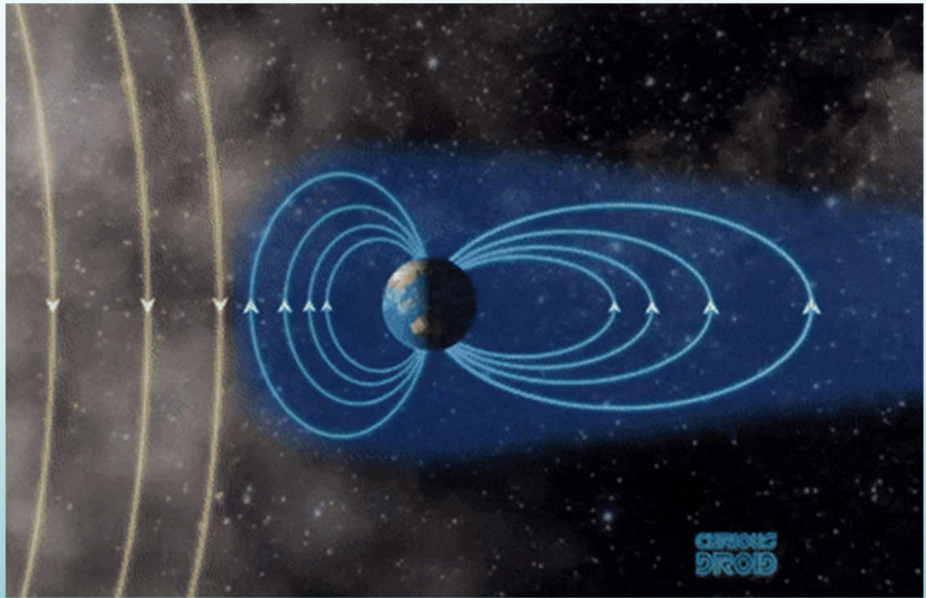
- **分三种情况讨论带电粒子在磁场中的运动**　　$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B}$

① 若 $\vec{v} \,//\, \vec{B}$　磁场对带电粒子作用力为零

粒子以原速度做匀速直线运动



地磁两极　磁感线垂直地面　带电粒子可射入高空大气层



磁场对运动电荷的作用

② 以 $\vec{v} \perp \vec{B}$ 进入磁场 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}}} \perp \vec{v}$ $\qquad \vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B}$

→ 向心力 **圆周运动**

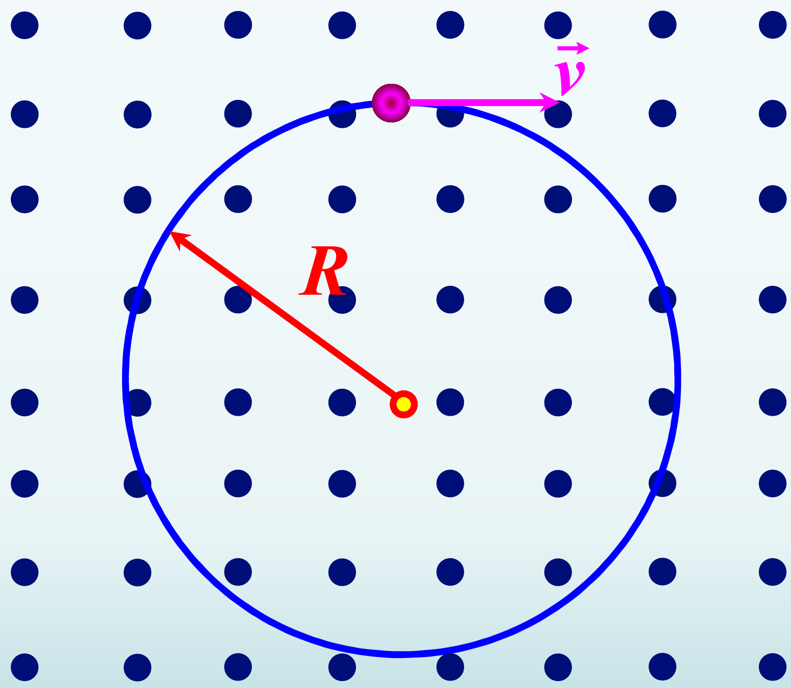
运动方程：$qvB = \dfrac{mv^2}{R}$

$$R = \boxed{\frac{m}{q}}\frac{v}{B}$$

→ 质荷比（荷质比）

运动周期

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \boxed{\frac{m}{q}}\frac{2\pi}{B}$$



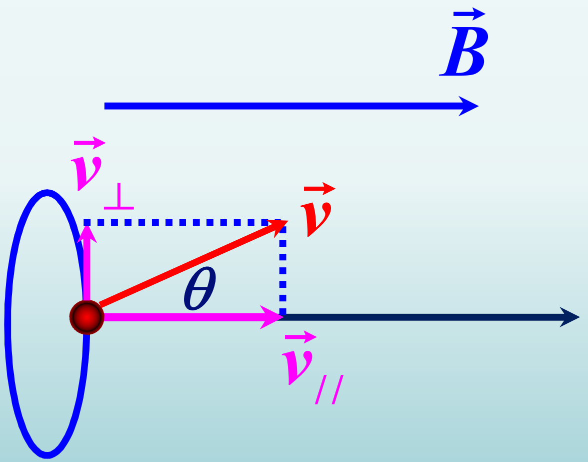
磁聚焦和**回旋加速器**的基本理论依据。

磁场对运动电荷的作用

③ 普遍情形　$(\vec{v},\vec{B})=\theta$（任意角）

$\vec{v}$ 可分解 $\begin{cases} v_{//}=v\cos\theta & \text{沿磁场方向匀速直线运动。} \\ v_{\perp}=v\sin\theta & \text{垂直磁场平面内作匀速圆周运动。} \end{cases}$

运动合成 ⟶ **螺旋线**



$$R=\frac{mv_{\perp}}{qB}\qquad T=\frac{2\pi m}{qB}$$

螺 距： $d=v_{//}T=\dfrac{2\pi m\,v}{qB}\cos\theta$

磁聚焦　　**磁约束**

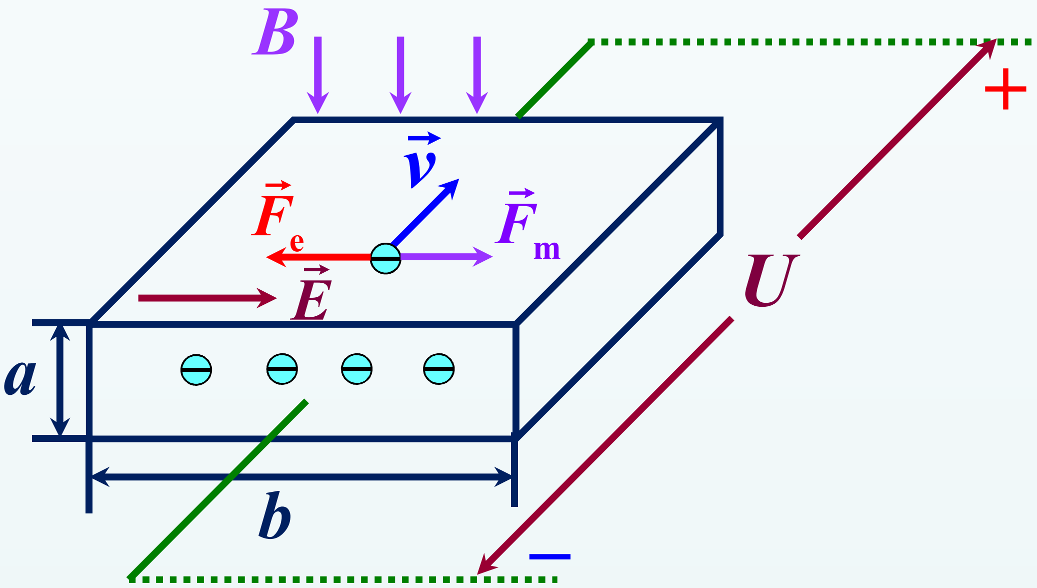
磁场对运动电荷的作用

□ 霍尔效应

通电金属条中

电子以平均速度v漂移

$$I = qnvab \qquad v = \frac{I}{qnab}$$



加载磁场，磁场方向垂直于电流方向

洛伦兹力 $\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$ 方向向右 → 侧面正负电荷积累 → 形成横向电场 → 静电力 —力平衡— 洛伦兹力

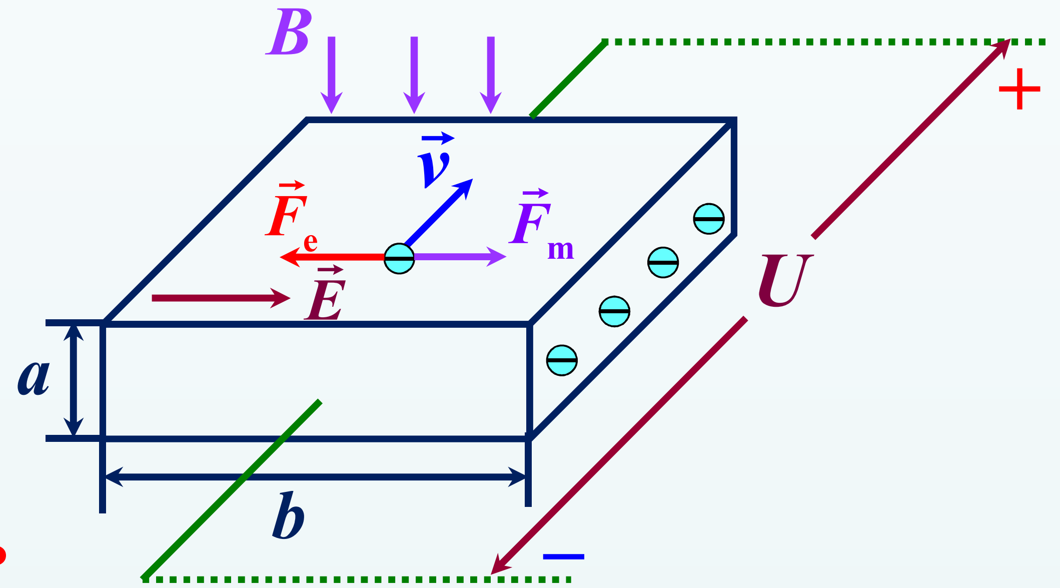
$$\left|q\vec{E}_H\right| = \left|q\vec{v}\times\vec{B}\right| \longrightarrow E_H = vB$$ 霍尔电场

磁场对运动电荷的作用

□ 霍尔效应

- **描 述:**

  处在磁场中的导体，其载流子因受磁场力作用而积累,并建立横向电场的现象称为**霍尔效应。**



$E_H = vB$ **霍尔电场** ⟶ **霍尔电压** V_H

$$V_H = \int \vec{E}_H \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^b vB\mathrm{d}l = vBb$$

$$v = \frac{I}{qnab}$$

$$V_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{a} = \boxed{R_H}\frac{IB}{a}$$

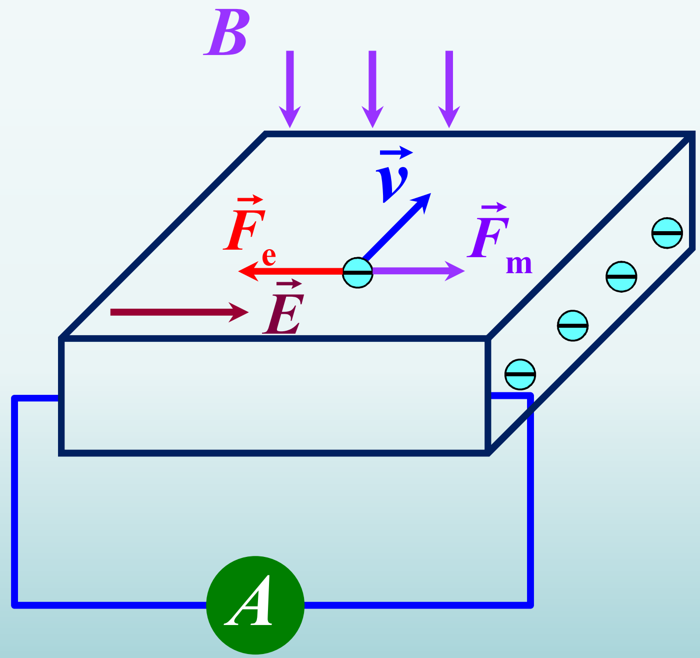
R_H → 霍尔系数

磁场对运动电荷的作用

$$V_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{a} = R_H\frac{IB}{a} \qquad R_H = \frac{1}{nq}$$

说 明:

- 霍尔系数R_H：与导体材料有关，此处R_H=1/(nq)只对单价金属成立。
- 接通左右表面，则闭合回路有电流
- 霍尔效应的应用
  a) 测试半导体的类型
  b) 测磁场：测磁场常用高斯计
  c) 可计算载流子浓度



磁场对运动电荷的作用

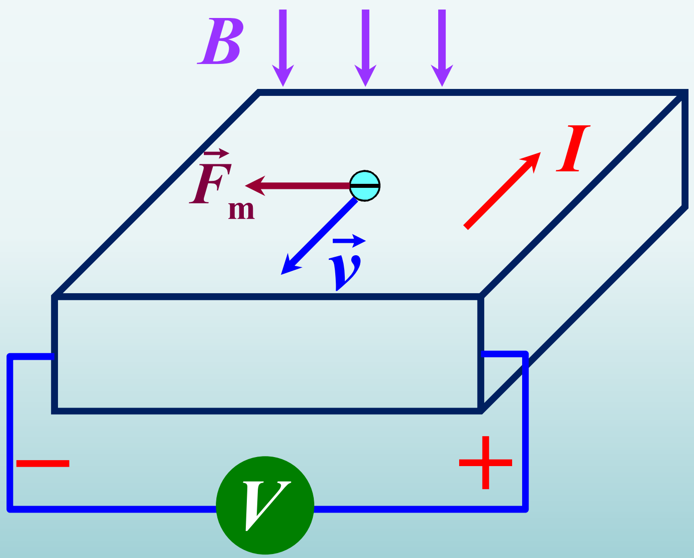
利用霍尔效应判断半导体类型

N 型　电子导电

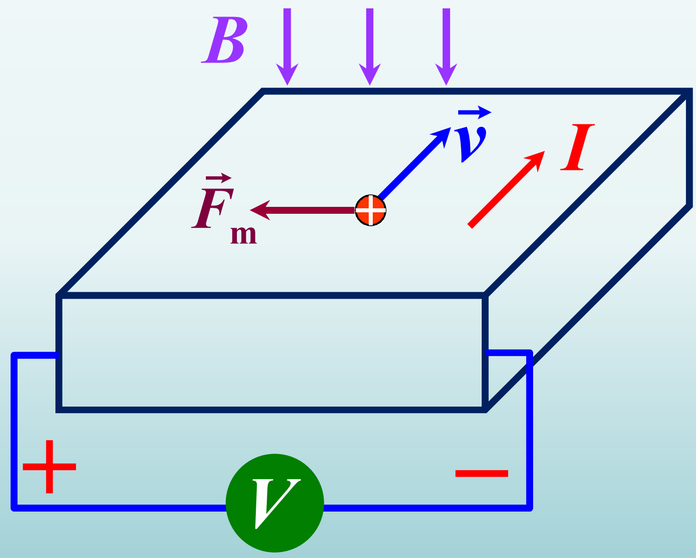
P 型　空穴导电

霍尔电压V_H的极性判断

N 型半导体



P 型半导体



磁场对载流导体的作用

□ 载流导体在磁场中所受的力

- **安培力**

载流导体在外磁场受到的磁力。 安培力与洛伦兹力有什么关系?

安培力是洛伦兹力的宏观表现。

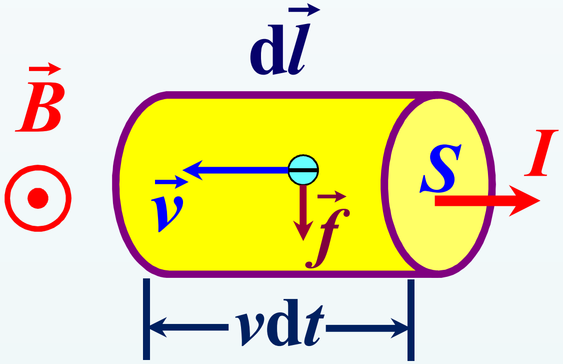
载流导体所受安培力 = 各电流元所受的磁场力之矢量和

- **安培定律** $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

如何由洛伦兹力推导得到安培力?

磁场对载流导体的作用

如何由洛伦兹力推导得到安培力?



取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 横截面为S $\boxed{\mathrm{d}\vec{l} = -\vec{v}\mathrm{d}t}$

此电流元处的磁感应强度 $\vec{B}$

其内每个定向运动的电子受洛伦兹力作用

$$\vec{f} = e\vec{v} \times \vec{B}$$

令该电流元中自由电子的数密度为n,

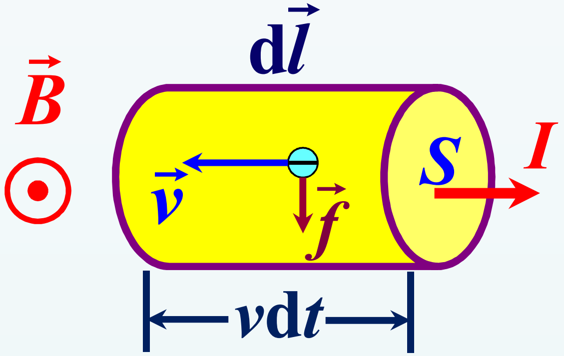
则其自由电子总数为 $\mathrm{d}N = n\mathrm{d}lS$

电流元受力: $\mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}N \cdot \vec{f} = n\mathrm{d}lS \cdot e\vec{v} \times \vec{B}$

微观载流子运动 $\xrightarrow[\text{定义}]{\text{电流}}$ 宏观电流强度

磁场对载流导体的作用

如何由洛伦兹力推导得到安培力?



电流元受力: $\mathrm{d}\vec{F}=\mathrm{d}N\cdot\vec{f}=\underline{n}\,\mathrm{d}l\underline{S\cdot e\vec{v}}\times\vec{B}$

根据电流定义:

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-ne\cdot S\boxed{\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}}=\boxed{-neSv}$$

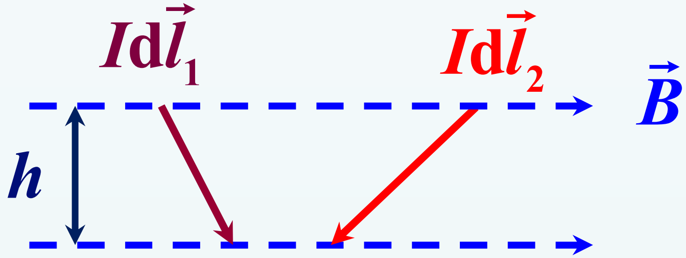
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F}=I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$$ (安培定律)

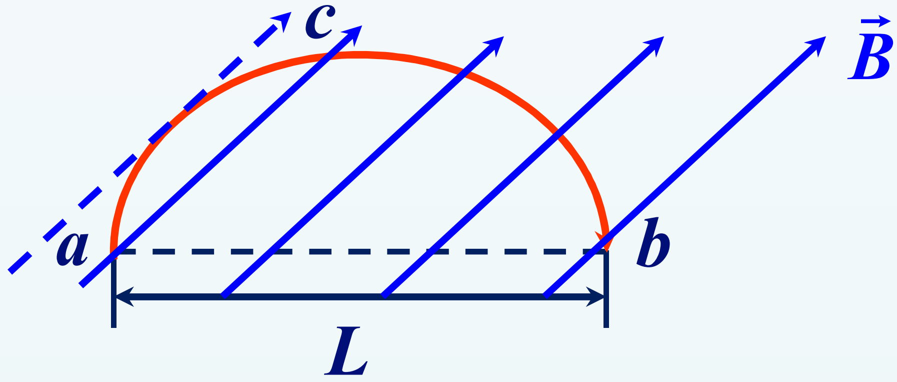
任意载流导体在磁场中所受的合力为: $\vec{F}=\int_0^l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

例题

例: 均匀磁场B中有一弯曲导线ab，通有I电流，求导线所受的磁力。

解：作一组与B同向的平行线



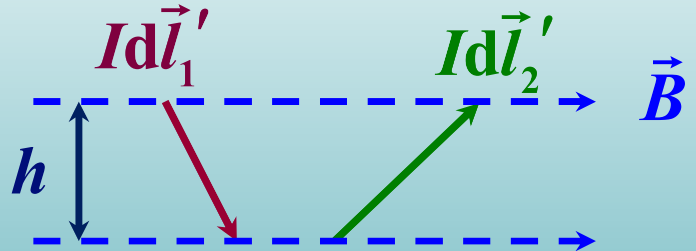


$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}\vec{F}_1 &= I\mathrm{d}\vec{l}_1\times\vec{B}\\ \mathrm{d}\vec{F}_2 &= I\mathrm{d}\vec{l}_2\times\vec{B}\end{aligned}\right\}$$ 同向，垂直于纸面向外

$\left|\mathrm{d}\vec{F}_1\right| = \left|\mathrm{d}\vec{F}_2\right| = IBh$ 大小相同

两电流元受力相同。故cb段受力与ab直线段相同。

$$\boxed{\vec{F}_{cb} = I\cdot\overrightarrow{ab}\times\vec{B}}$$



$$\mathrm{d}\vec{F}_1' = -\mathrm{d}\vec{F}_2'$$

$$\boxed{\vec{F}_{ac} = 0}$$

+

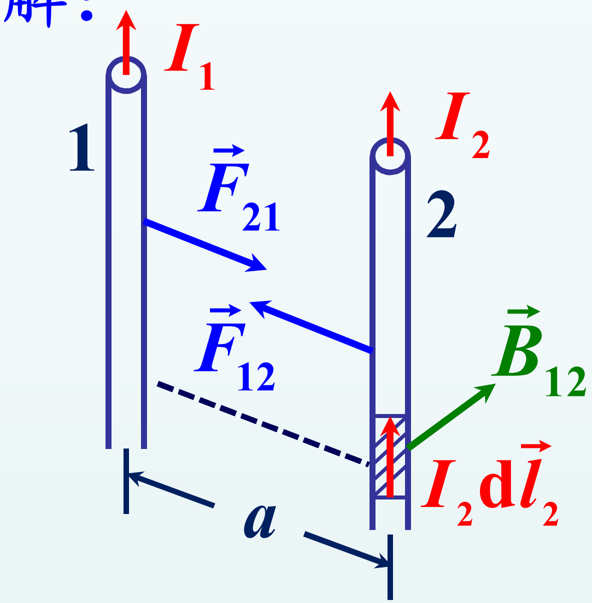
所受的磁力

$$\boxed{\vec{F} = I\cdot\overrightarrow{ab}\times\vec{B}}$$

例题

例：求两平行无限长直导线通有相同电流时的相互作用力。

解：



1）求F_{12}　　2号载流导线受力

在I_2上取电流元$I_2\mathrm{d}l_2$

$$\vec{F}_{12}=\int I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\boxed{\vec{B}_{12}}$$

$B_{12}=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$（大小）

$\vec{B}_{12}\perp I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$（方向）

$$\therefore F_{12}=\int I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\mathrm{d}l_2=I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\int\mathrm{d}l_2$$

F_{12}指向I_1

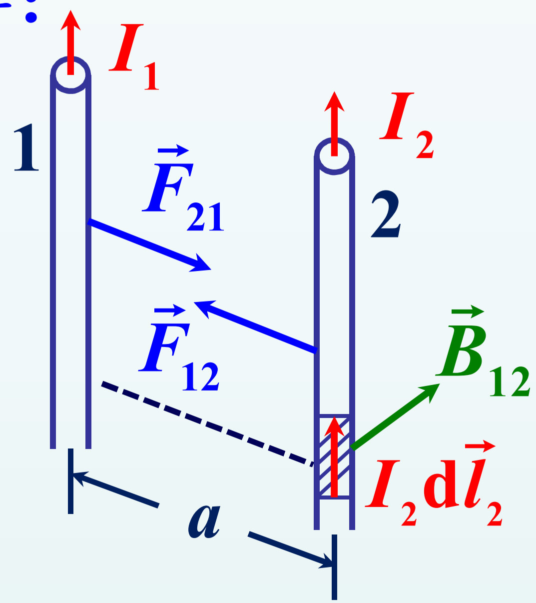
同理，
$$F_{21}=\int I_1\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\mathrm{d}l_1=I_1\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\int\mathrm{d}l_1$$

F_{21}指向I_2

例题

例：求两平行无限长直导线通有相同电流时的相互作用力。

解：



$$\begin{cases} F_{12} = \boxed{I_2 \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi a}} \int dl_2 & F_{12}\text{指向}I_1 \\ F_{21} = \boxed{I_1 \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi a}} \int dl_1 & F_{21}\text{指向}I_2 \end{cases}$$

结论

两力大小相等，方向相反 $\begin{cases} \text{电流同向} \rightarrow \text{吸引力} \\ \text{电流反向} \rightarrow \text{排斥力} \end{cases}$

$\downarrow$ 本质

作用力与反作用力

单位长度的受力 $f_{12} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$ $f_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

例题

知识延伸

单位长度的受力 $f_{12}=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$　　$f_{21}=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

若令a=1m，$I_1=I_2=I$　则有 $F=\dfrac{\mu_0}{2\pi}I^2 \longrightarrow I=\sqrt{2\pi F/\mu_0}$

定量：　当$F=2\times10^{-7}$N时，I=1 A

安培的定义：

真空中，两条无限长平行导线，各通有相等的稳恒电流，当导线相距一米，每米长度上受力为2×10^{-7}N时，各导线上的电流强度为1安培。

例题

知识延伸

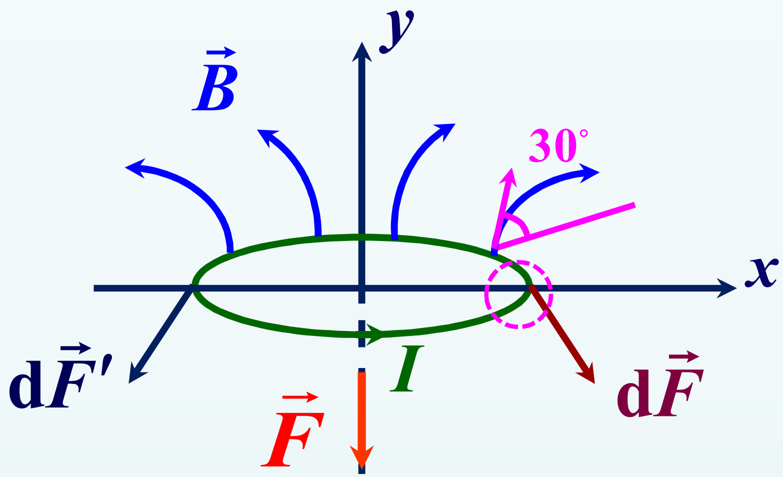
两力大小相等，方向相反
- 电流同向→吸引力
- 电流反向→排斥力

箍缩效应

两导线间存在有吸引力，一载流导线可看成由许多纵向细丝组成，细丝间也同样存在相互吸引力，则这些力使导体收缩。

例题

例: 在对称发散的磁场中，放有一个R=4cm的电流环， I=15.8A，其所在处B=0.1T，求受合力。



解：建立如图所示的坐标系，

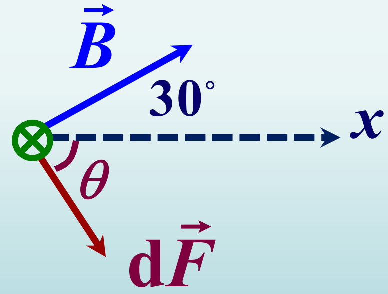
由对称可知，$\int \mathrm{d}F_x = 0$

$$F = \int \mathrm{d}F_y = \int \mathrm{d}F \cdot \sin\theta$$

$$= \left|\int I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}\right| \sin\theta \quad (\because I\mathrm{d}\vec{l} \perp \vec{B})$$

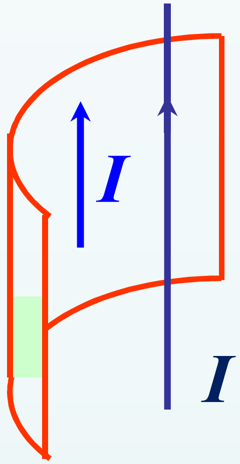
$$= I \cdot 2\pi RB \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 0.34\ \mathrm{N}$$



例题

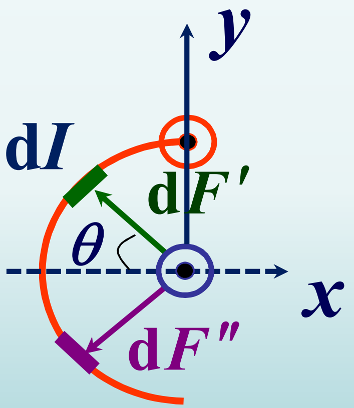
例：求半圆柱面电流对其轴线上长直载流导线单位长度的作用力，半圆柱半径为R。



解： 长直平行电流单位长度相互作用力 $\boxed{f_{12}=\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}}$

$$\mathrm{d}F'=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathrm{d}I=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot\frac{I}{\pi R}R\mathrm{d}\theta$$

由对称性：$\int \mathrm{d}F_y=0$



$$\mathrm{d}F''=\mathrm{d}F'$$

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cos\theta=\frac{\mu_0 I^2}{2(\pi R)^2}\cos\theta R\mathrm{d}\theta$$

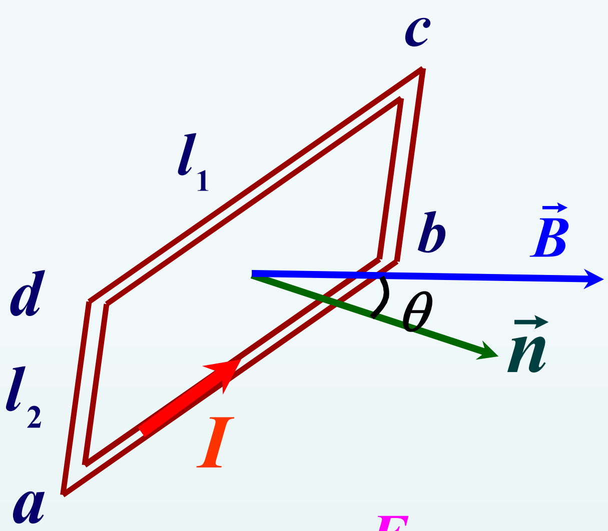
$$F=\int \mathrm{d}F_x=\frac{\mu_0 I^2 R}{(\pi R)^2}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}$$

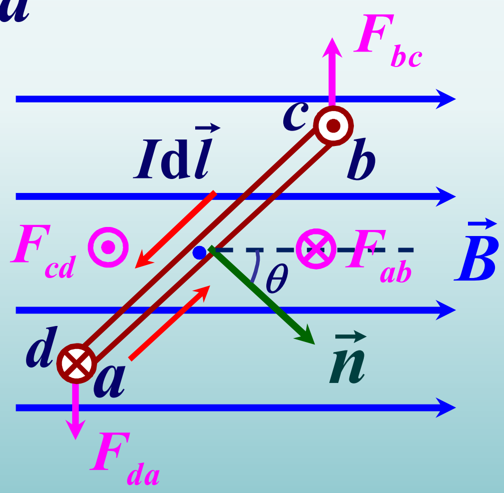
沿x轴负方向

磁场对载流线圈的作用

□ 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

- **在均匀场中的矩形线圈**





由安培定律，可得各边受力：

$$F_{da} = \int_d^a I\mathrm{d}l \cdot B = IBl_2$$ 向外

$$F_{bc} = \int_b^c I\mathrm{d}l \cdot B = IBl_2$$ 向里

$$F_{ab} = \int_a^b IB\sin(\pi/2-\theta)\mathrm{d}l = IB\cos\theta l_1$$ 向下

$$F_{cd} = \int_c^d IB\sin(\pi/2+\theta)\mathrm{d}l = IB\cos\theta l_1$$ 向上

$F_{合} = 0$　$\vec{F}_{da}$　$\vec{F}_{bc}$ 不共线

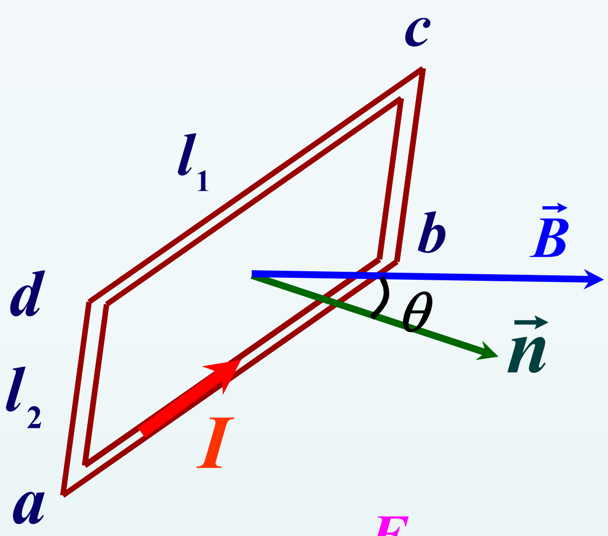
线圈受力矩作用　力矩多大？转轴在哪?

磁场对运动电荷的作用

□ 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

$$F_{da} = \int_d^a I\mathrm{d}l \cdot B = IBl_2 \quad \text{向外}$$

$$F_{bc} = \int_b^c I\mathrm{d}l \cdot B = IBl_2 \quad \text{向里}$$



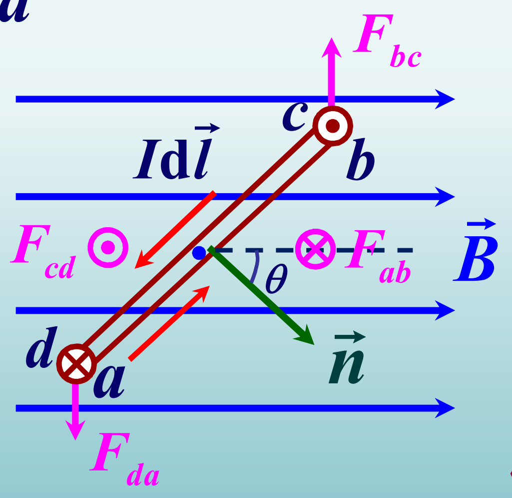
线圈受力矩作用　力矩多大？转轴在哪?

$$M = F_{da}\frac{l_1}{2}\sin\theta + F_{bc}\frac{l_1}{2}\sin\theta$$

$$= IB\underbrace{l_1 l_2}_{S}\sin\theta \qquad \text{磁极矩}\ \vec{P}_m = IS\vec{e}_n$$

$$= P_m B\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}} \longrightarrow \text{可推广到任意线圈}$$

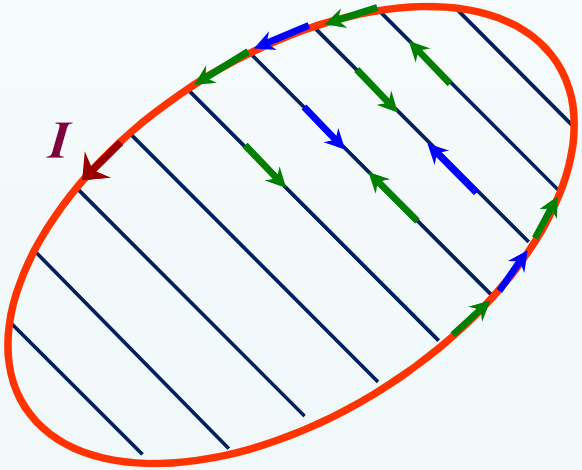


作用效果：使线圈平面法向量与$\vec{B}$方向一致

磁场对运动电荷的作用

- **在均匀场中任意形状的线圈平面**

任意形状的闭合平面线圈面积为S



通有电流I

将线圈看作许多无限小矩形线圈的集合

每一小线圈所受力矩为：$\mathrm{d}\vec{M} = \mathrm{d}\vec{P}_{\mathrm{m}} \times \vec{B} = I\mathrm{d}S\vec{e}_{\mathrm{n}} \times \vec{B}$

线圈受的总力矩为：$\vec{M} = \int \mathrm{d}\vec{M} = \int I\mathrm{d}S\vec{e}_{\mathrm{n}} \times \vec{B} = I(\int \mathrm{d}S)\vec{e}_{\mathrm{n}} \times \vec{B}$

$$= IS\vec{e}_{\mathrm{n}} \times \vec{B} = \vec{P}_{\mathrm{m}} \times \vec{B}$$

对线圈一般有：$\sum \vec{F} = 0 \quad \sum \vec{M} \neq 0$

$= IS\vec{e}_n$

$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$

磁场对运动电荷的作用

- **在均匀场中任意形状的线圈平面**

$$\vec{M}=\int \mathrm{d}\vec{M}=\vec{P}_{\mathrm{m}}\times\vec{B}$$

解 读:

✓ 无论线圈什么形状, 均匀磁场对它的作用只取决于$\vec{P}_{\mathrm{m}}$

✓ 磁极矩相同的线圈在同一磁场中受磁场的作用完全相同

对线圈一般有: $\sum\vec{F}=0\quad\sum\vec{M}\neq 0$

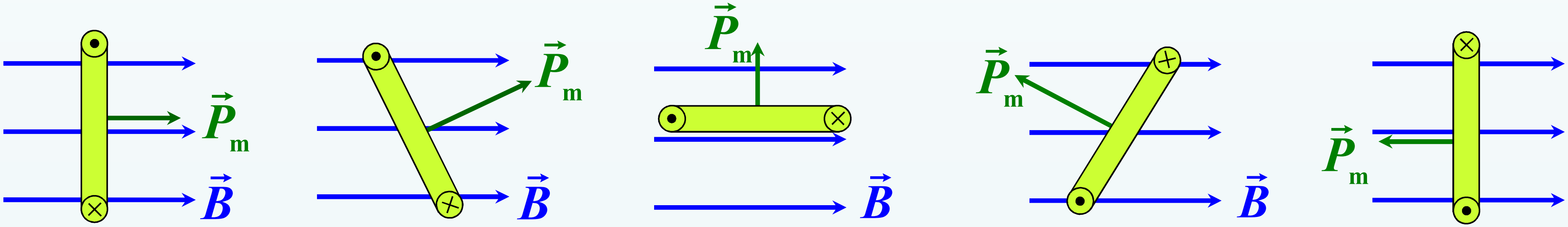
解 读:

✓ 均匀磁场中的载流线圈，只会转不会跑

磁场对运动电荷的作用

- **平面线圈在磁场中所受力矩的几种情况**

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_{\mathrm{m}} \times \vec{B}}$$

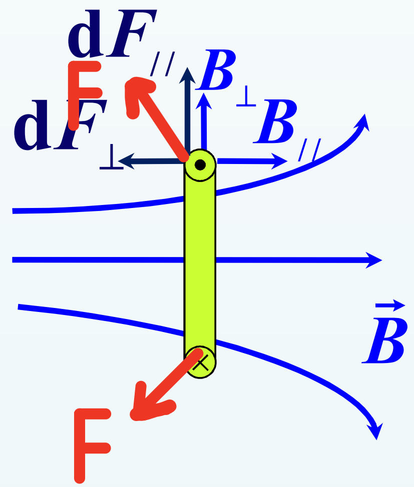


$\theta = 0$	$\theta < 90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta > 90^\circ$	$\theta = \pi$
$M = 0$	$M \neq 0$	$M = M_{\max}$	$M \neq 0$	$M = 0$
$\vec{P}_{\mathrm{m}} // \vec{B}$				$\vec{P}_{\mathrm{m}} // -\vec{B}$
稳定平衡				**非稳定平衡**

类比
- 磁力矩总是使线圈或磁偶极子的磁极矩转向磁场方向
- 电场对电偶极子的力矩总是使电偶极矩转向电场方向

磁场对载流线圈的作用

- **在非均匀场中的线圈受力和力矩**



情况较复杂。

一般地：$F_{合}\neq 0$，$M\neq 0$。

线圈除了转动，还会平动，一般向磁场较强的方向平动。

对非刚性线圈可能还有形变。

作业：7T11~T14

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周四交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。