

# 华中科技大学 离散数学 2024秋 期末考试 2024.11.30

(by Francis)

- 已知 $p$ 和 $r$ 为真命题,  $q$ 和 $s$ 为假命题, 那么公式  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow s)$  的真值为?
- 一个单词  $UNUSUAL$ , 对它的每个字母重新排序, 求没有两个  $U$  连续分布的单词有多少种?
- $\Phi(243) = ?$
- 求  $\gcd(2002, 2339)$
- $8^{81} \bmod 15 = ?$
- 有六个字母  $A, B, C, D, E, F$  和4个数字  $1, 2, 3, 4$  组成一个6位密码, 那么至少有一种字母和一种数字的密码有多少种? (字母和数字可以重复)
- 已知有公式  $(w^2 + 2x + y - z)^7$ , 求  $w^4 x^2 z^3$  的系数
- 有三个变元  $P, Q, R$  组成一个公式, 写成主析取范式是  $(\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \wedge (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \wedge (\neg P \wedge Q \wedge R) \wedge (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \wedge (P \wedge Q \wedge \neg R) \wedge (P \wedge Q \wedge R)$ , 求这个公式对应的主合取范式
- 已知有公式  $\forall(x) \exists(y) p(x, y)$ , 他的个体域  $D = a, b$ , 把这个公式改写为对应的命题
- 有12个不同的玩具要分给4位小朋友, 求:  
(a) 每一位小朋友刚刚分有3个玩具的分法有多少种?  
(b) 每一位小朋友至少有一种玩具的分法有多少种?
- 有15个没有标记的球, 要分到4个有标记的箱子, 有多少种分法?
- 求130和450的  $\gcd$ , 并且用130和450的线性表达式表达  $\gcd$
- 有3个1g的砝码, 有4个2g砝码, 1个3g砝码, 2个4g砝码, 要求至少要用一个1g砝码, 求:  
(a) 可以测量哪几个重量?  
(b) 测量出9g质量的砝码有多少种? 测量16g的砝码有多少种?
- 一个字符串由0和1组成, 求字符数量为  $n$  的字符串里面, 包含字符串01的字符串数量的递推公式, 并给出初始条件. 并且回答当  $n$  等于7的时候, 有多少个?
- 求递推公式:  $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2} + 32$ , 其中  $a_0 = 3, a_1 = 17$
- 已知  $P(x)$ :  $x$  可以被2整除,  $Q(x)$ :  $x$  可以被4整除,  $x$  的全体域是  $\{2, 4, 6, 8\}$ , 问公式:  $(\forall(x) p(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall(x) p(x) \rightarrow \forall(x) Q(x))$  是可满足公式, 还是矛盾式, 还是永真式?
- 小明要在所有整数中至少要选多少个, 使得他选的这些数字里面包含5个整数, 使得这五个整数里面, 其中任意两个整数相加或者相减是10的倍数?
- 根据  $RSA$  加密法, 选取  $N = 143$ , 加密密钥  $e$  为11, 求  
(a) 解密密钥  $d$  和欧拉函数  $\Phi(N)$ ?  
(b) 加入有一个密文为5, 求解密对应的明文?
- 已知  $n$  和35互质, 求证  $n^{12} - 1$  可以整除35
- 假如谓词逻辑公式  $F(x)$ :  $x$  喜欢步行,  $G(x)$ :  $x$  喜欢自行车,  $H(x)$ :  $x$  喜欢骑汽车, 把下面的命题前提和命题结论符号化, 并且用符号前提证明命题结论:  
前提: 每个人喜欢步行的人不会喜欢自行车; 一个人要么喜欢自行车要么喜欢汽车; 存在某个人不喜欢汽车  
结论: 存在某个人不喜欢步行