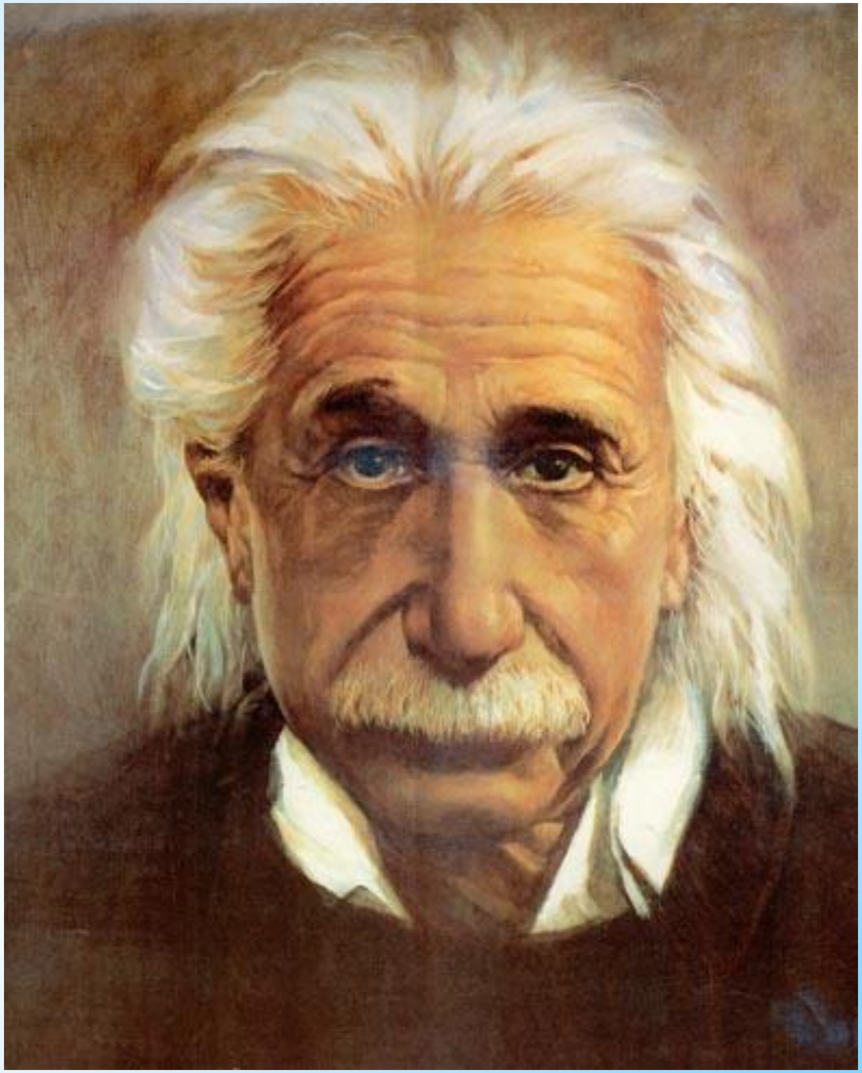
第五章

狭义相对论

special theory of relativity



经典物理学的两朵乌云

1900年，在英国皇家学会的新年庆祝会上,著名物理学家开尔文勋爵作了展望新世纪的发言:

“科学的大厦已经基本完成，后辈的物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了。”

--开尔文--

“但是，在物理学晴朗天空的远处，还有两朵令人不安的乌云，----”

1. 迈克尔逊-莫雷实验
2. 黑体辐射

相对论的创建是二十世纪物理学最伟大的成就之一。1905年爱因斯坦建立了基于惯性参考系的时间、空间、运动及其相互关系的物理新理论——狭义相对论。

1915年爱因斯坦又将狭义相对论原理向非惯性系进行推广，建立了广义相对论，进一步揭示了时间、空间、物质、运动和引力之间的统一性质。

本章重点介绍狭义相对论的基本原理

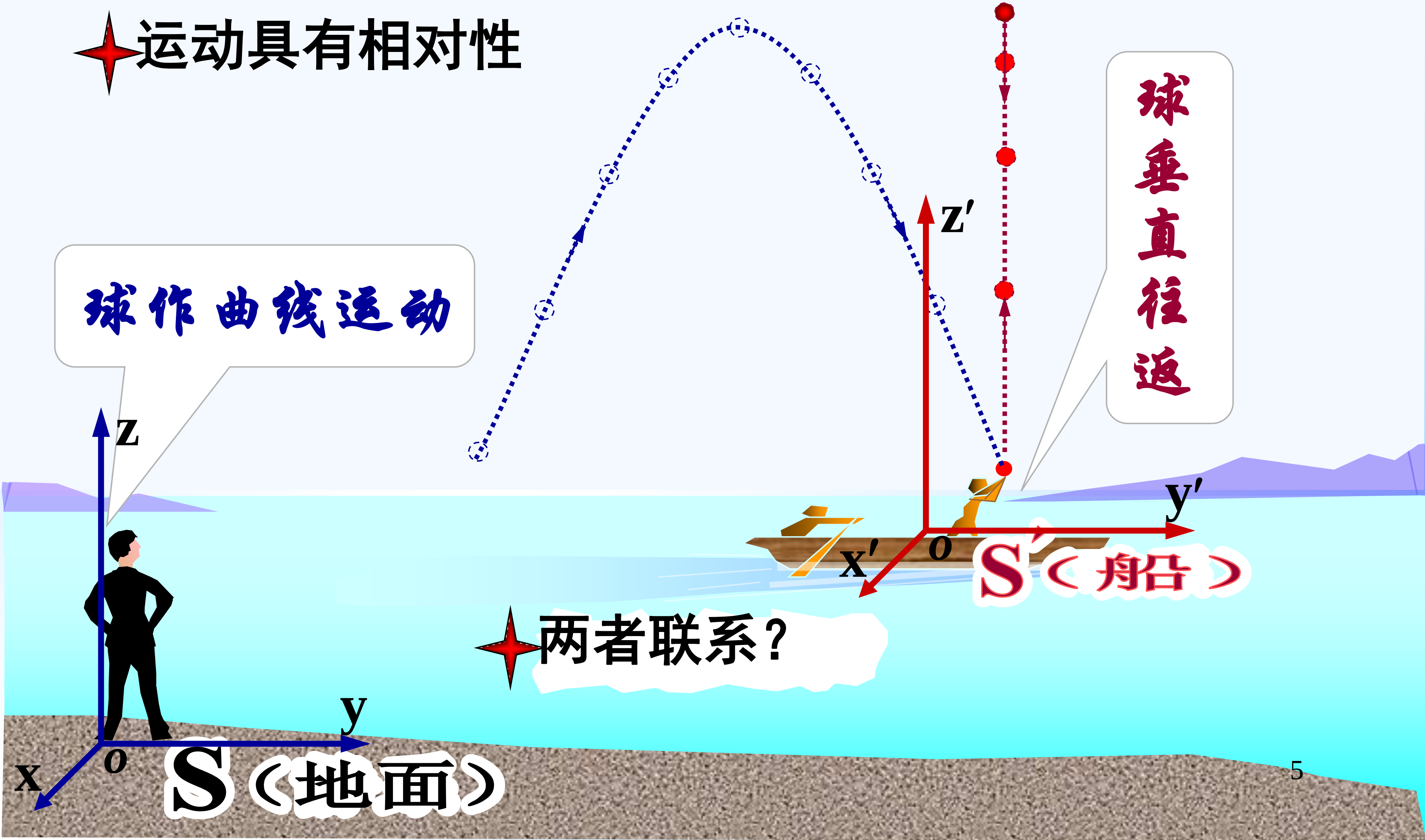
第5章 狭义相对论

Special theory of relativity

内容提要

- 爱因斯坦的基本假设
- 狭义相对论的时空观
- 洛仑兹变换
- 狭义相对论动力学简介

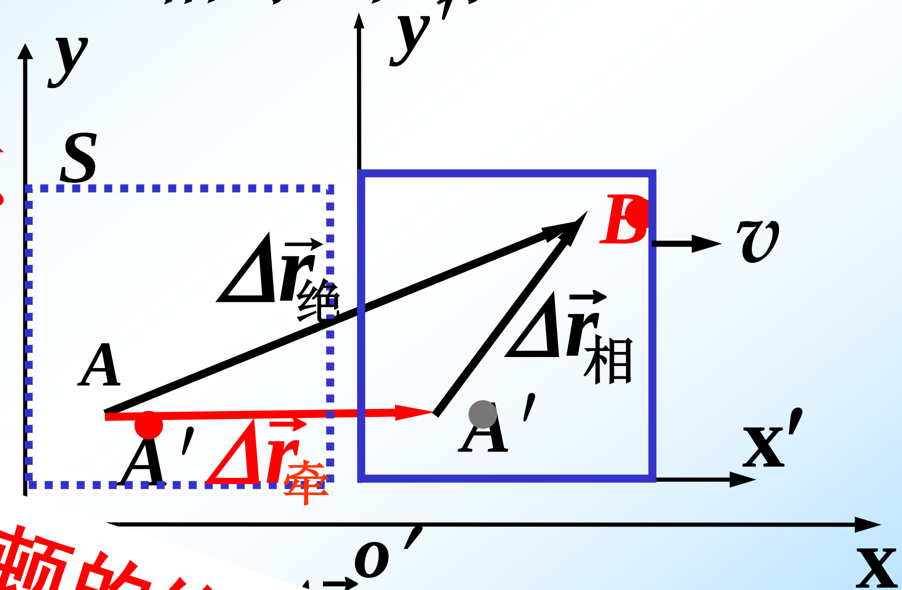
运动具有相对性



两者联系？

一、伽利略变换

S'相对S平动，$v << c$



位移

Δt时间小球从A点$\rightarrow$ **B点**

$$\Delta\vec{r}_{绝}=\Delta\vec{r}_{相}+\Delta\vec{r}_{牵}$$

长度测量的绝对性

速度

取极限 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}_{绝}}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}_{相}}{\Delta t}+\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}_{牵}}{\Delta t}$

牛顿的绝对时空观

即 $$\frac{d\vec{r}_{绝}}{dt}=\frac{d\vec{r}_{相}}{dt}+\frac{d\vec{r}_{牵}}{dt}$$

时间测量的绝对性

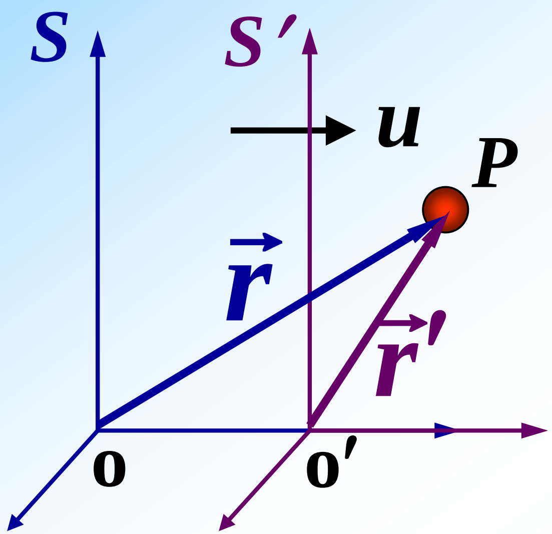
$$\boxed{\vec{v}_{绝}=\vec{v}_{相}+\vec{v}_{牵}}$$

伽利略速度变换

伽利略相对性原理

设S'系相对于惯性系S 系作匀速直线运动

两系测同一质点的运动满足伽利略变换：



坐标 $\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t \\ t' = t \end{cases}$

速度 $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

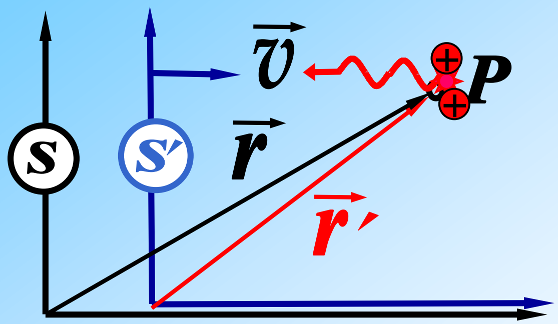
加速度 $\vec{a}' = \vec{a}$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}'$$

一切惯性系中，测量同一物体的加速度相同。

伽利略相对性原理：一切惯性系中力学规律相同

伽利略变换



$$\begin{cases} \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}t \\ t' = t \end{cases}$$

$$\vec{u}\,' = \frac{\mathrm{d}\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t} = \vec{u} - \vec{v}$$

$$\vec{a}\,' = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}\,'}{\mathrm{d}t^2} = \vec{a}$$

?

力学规律

如：牛顿定律

在S 惯性系观察

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

在S'惯性系观察

$$\vec{F}' = m\vec{a}\,' = m\vec{a}$$

在一切惯性系中，力学规律相同。

称为

伽利略相对性原理

?

电磁学规律

P处有两个点电荷

对S惯性系，电荷间的相互作用——静电力

对S'惯性系,是两个运动电荷,还有磁力作用。

规律不相同

若P 处有一光源，迎着 $\vec{v}$ 发射光波（电磁波）

S系看光速 $u = c$

S'系看光速

$$u' = c + v > c$$

无实验根据

?

自洽

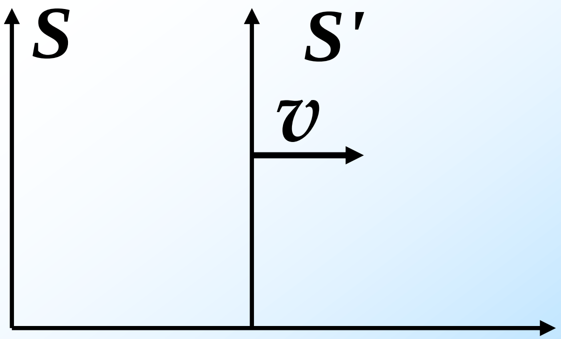
不自洽

二、狭义相对论的基本假设

两个参照系相对运动的速度$v \sim c$,且v =常数时

1. 牛顿时空观在高速运动领域不成立

真空中的光速



$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=2.99\times10^8\ \mathrm{m/s}$$

ε_0=8.85×10^{-12}C^2/Nm^2

μ_0=4π ×10^{-7}H/m

c 与参照系无关

相矛盾?

按伽利略的速度迭加

$$c' = c \pm v$$

2.爱因斯坦的两个基本假设

（1）相对性原理

对所有惯性系，物理规律都是相同的。

不存在任何一个特殊的惯性参照系。

（2）光速不变原理

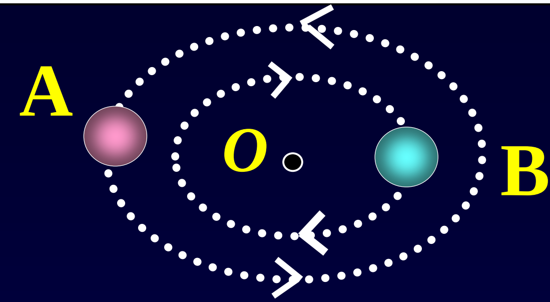
在任何惯性系中，光在真空中的速率都等于同一量值c 。

$$c = 2.9979\times 10^{8}\mathrm{m/s}$$

光速不变原理： → 光速与光源的运动速度无关

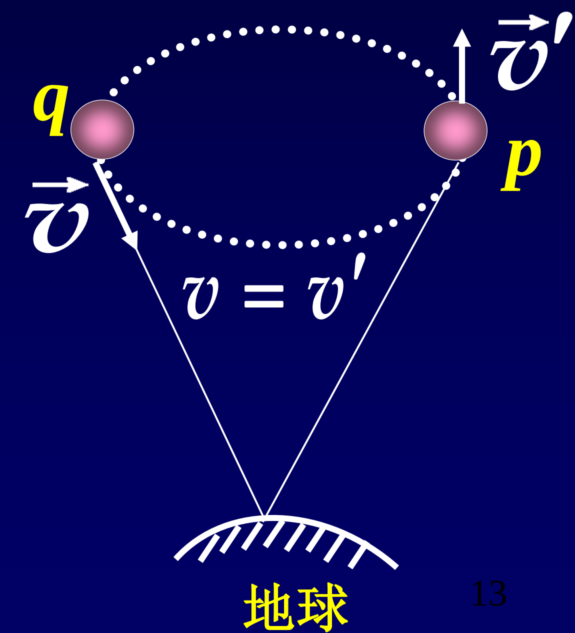
在任何惯性系中，光在真空中的速率相等。

两恒星A和B都绕质心近似做圆周运动。考察A星在p、q两点的运动。在q处，向地球而来，在p处，离地球而去。



双星系统

若光传播时带有光源的速度，则A在q发出的光速度$v_q=c+v$，在p发出的光速度$v_p= c-v$，$v_q>v_p$。因此，我们将有可能在p、q两处同时看到A星。事实上，这种现象从未发生过。

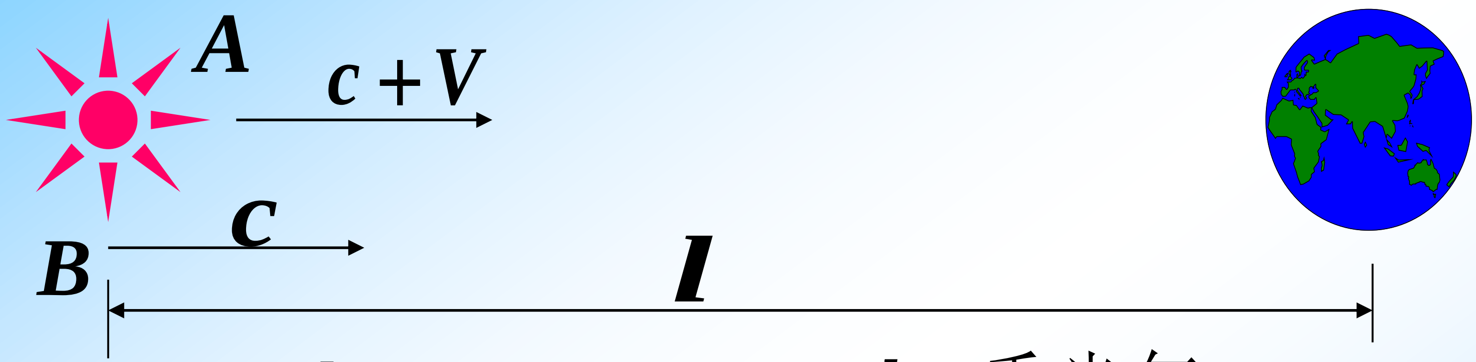


蟹状星云(中心为脉冲星)

超新星爆发和光速

九百多年前，有一次非常著名的超新星爆发事件，当时北宋王朝的天文学家做了详细的记载。据史书称：爆发出现在宋仁宗至和元年五月(即公元1054年)。在开始的二十三天中这颗超新星非常之亮，白天也能在天空上看得到它，随后逐渐变暗，直到嘉祐元年(公元1056年)三月，才不能为肉眼看见，前后历时二十二个月。这次爆发的残骸就形成了著名的金牛座中的星云，叫做蟹状星云。

夜空的金牛座上的“**蟹状星云**”，是900多年前一次超新星爆发中抛出来的气体壳层。



$$t_A = \frac{l}{c+V} \qquad t_B = \frac{l}{c}$$

l=5千光年

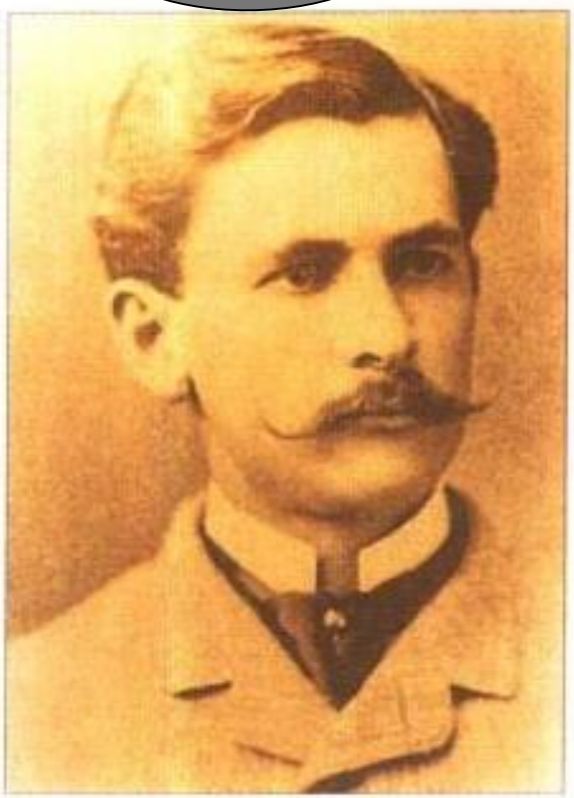
抛射速度V=1500km/s

那么，在25年内可持续看到超新星爆发时发出的强光。

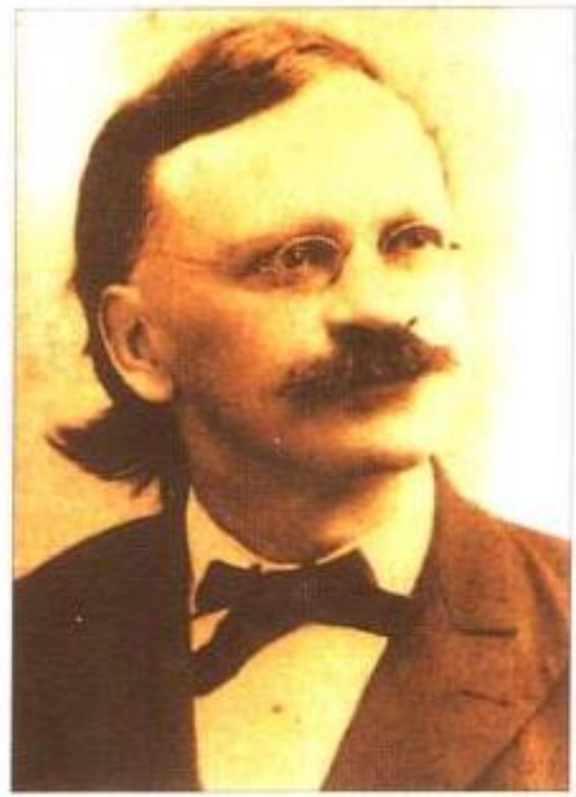
<u>史书记载</u>：强光从出现到隐没还不到两年。**(“岁余稍没”)**

这表明，光速与发光物体本身的速度无关，无论光源速度多么大，向我们发来的光的速度都是一样的。**光速并不遵从经典的速度合成律。**

迈克尔孙—莫雷实验



阿尔伯特·阿伯拉罕·麦克尔逊(1852—1931)



爱德华·莫雷(1838—1923)

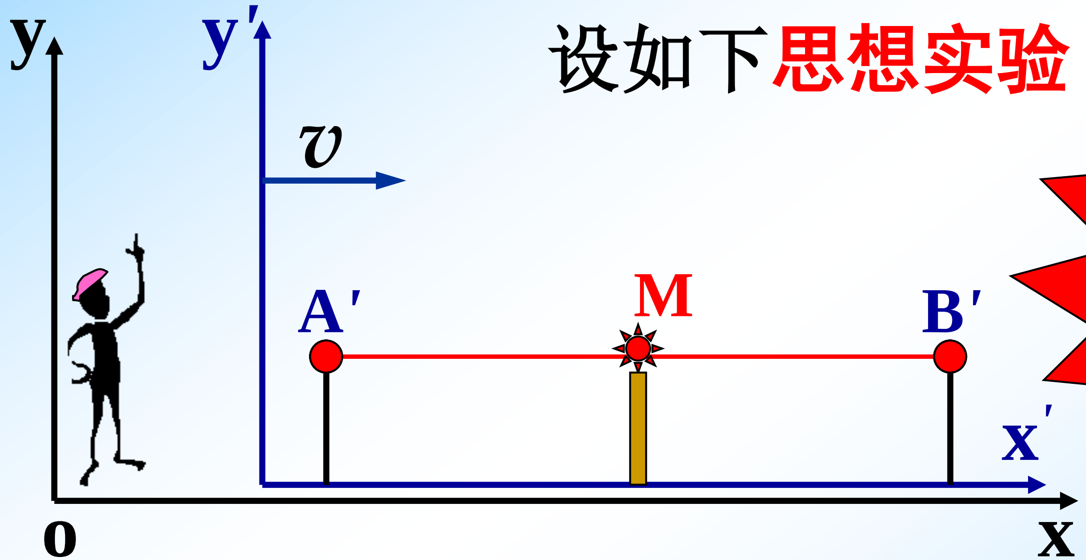
1964-1966年, 欧洲核子中心的实验直接验证了光速不变的原理:

以0.99975*c*的高速飞行的 π^0 介子, 在飞行中辐射光子,得到光子的实验室速度数值仍然是*c* .

三、狭义相对论的时空观

（1）同时性的相对性

设如下**思想实验**



在 S' 系中观察

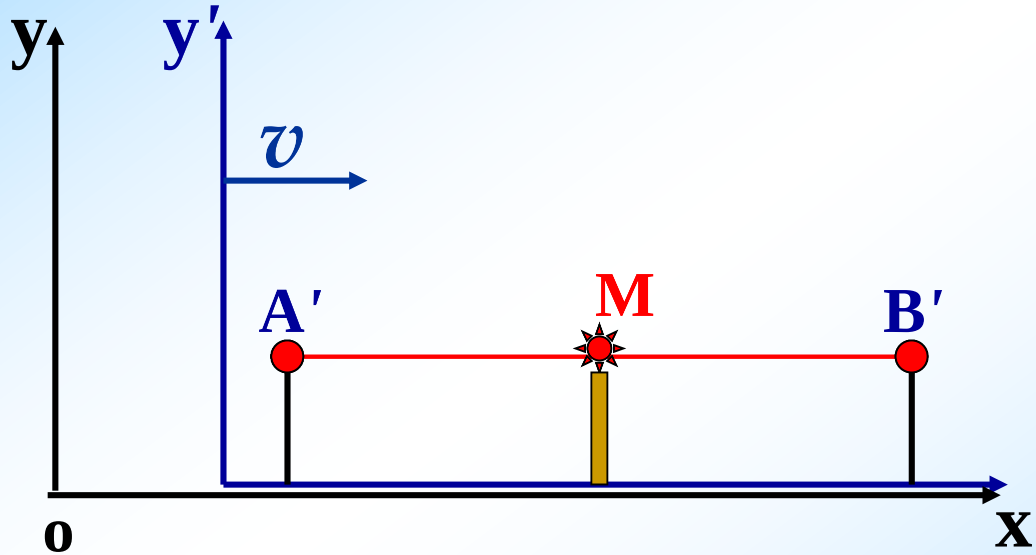
光到达A'和光到达B'这两事件**同时发生**！

在S系中观察

光到达A'和光到达B' 这两事件**不会同时**发生！

！

结论



（1）沿两惯性系相对运动方向发生的两个事件，在其中一个惯性系中表现同时，在另一惯性系中观察总是在前一惯性系运动的后方那一事件先发生。

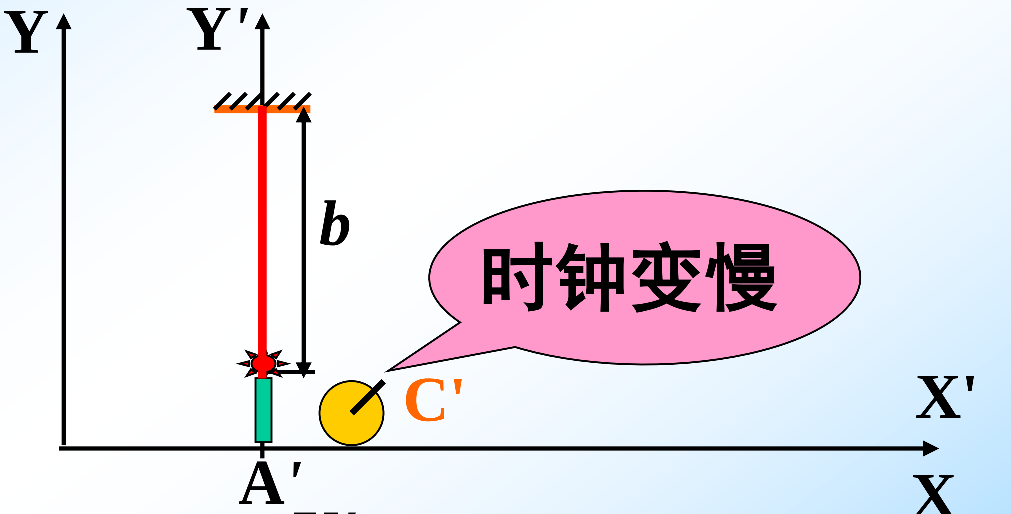
（2）对不同参照系，同样两事件之间的时间间隔是不同的。

即：时间量度是相对的,并且与相对运动速度有关。
S' 相对 S 系的速度越大，在 S 系测两事件的时间间隔就越长。

相对论效应之一：同时性的相对性

（2）时间膨胀（运动的时钟变慢）

设S' 系中，A′ 点有一闪光光源和一接收器，并在Y′ 轴放一反射镜



在S' 系看

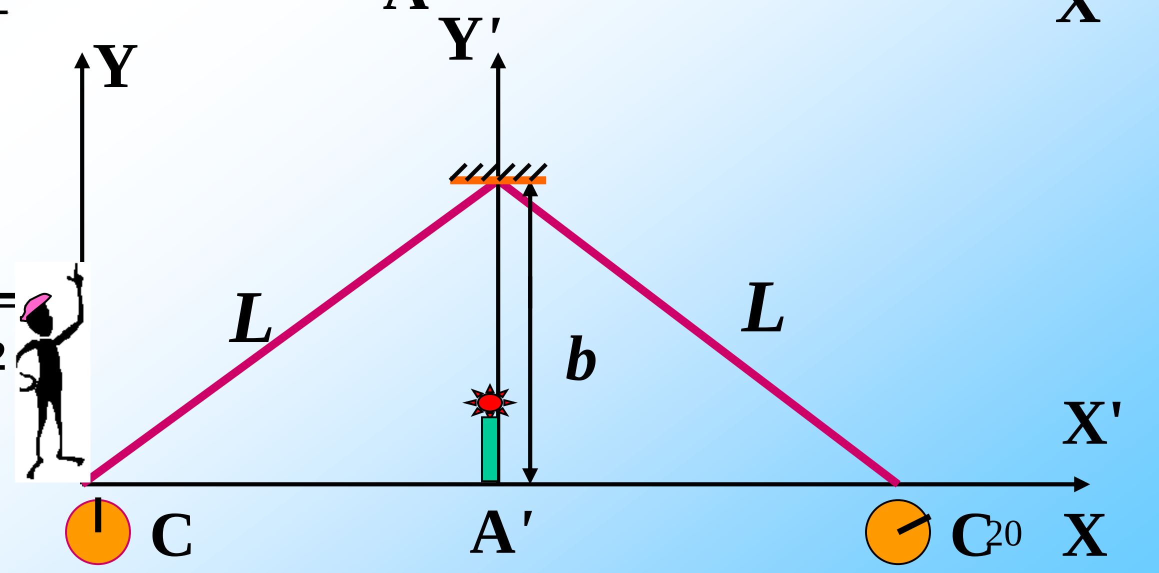
两事件时间间隔

$$\Delta t' = \frac{2b}{c}$$

在S系看

$$L = \sqrt{b^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$$

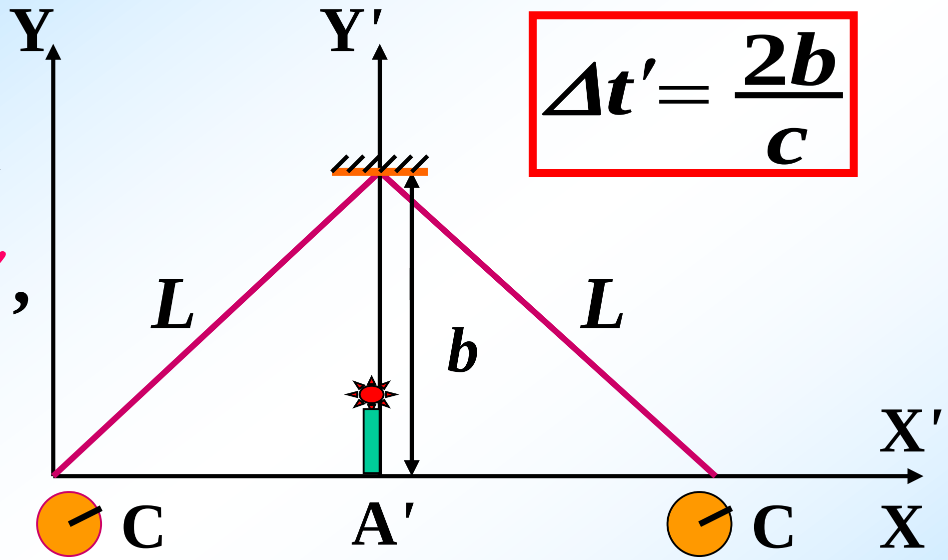
$$\Delta t = \frac{2L}{c} = \frac{\frac{2b}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



显然 $\Delta t > \Delta t'$

结论

- 在S′系**同一地点**发生的两个事件的时间间隔为$\Delta t'$，在S系测同样两事件的时间间隔总是要长一些



$$\Delta t' = \frac{2b}{c}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{2b}{c}}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

$$\Delta t > \Delta t'$$

原时最短！

定义： 在某一参照系同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔叫作**原时**。

显然：$\Delta t'$为原时

相对论效应之二：时间膨胀效应（时钟延缓）

（粘性流体公式小节）

上节内容回顾

$$\boxed{F=\eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}S}$$ ——牛顿黏性定律

层流

湍流

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho v r}{\eta}$$ 雷诺数

$$\boxed{p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+w}$$

——黏性流体的伯努利方程

$$\boxed{Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}}$$ 泊肃叶定律

（粘性流体有压强差才能流动）

$$f=6\pi\eta r v$$ ——斯托克斯定律

收尾速度

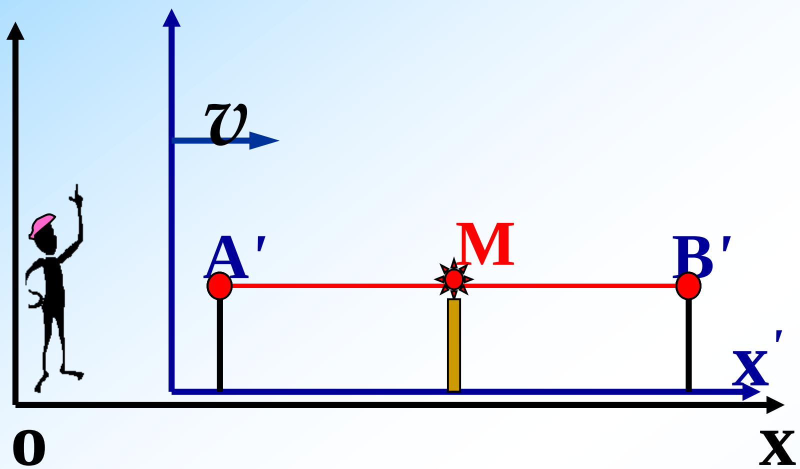
$$v_T=\frac{2gr^2(\rho-\rho')}{9\eta}$$

上节课内容回顾

事件

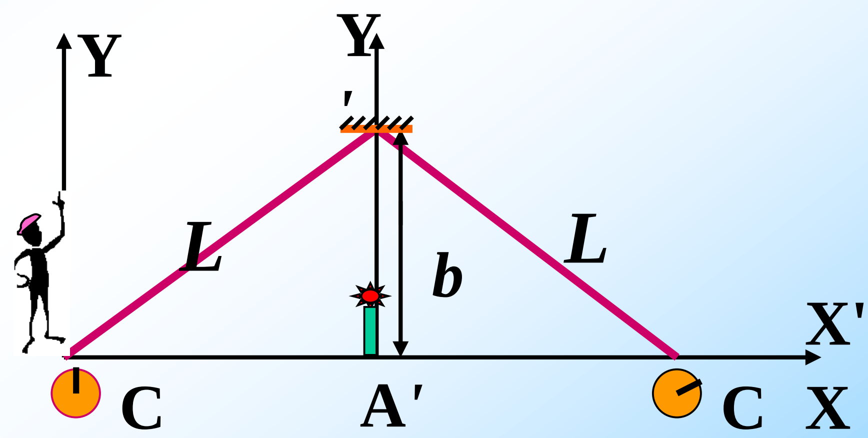
- 爱因斯坦相对性原理
- 光速不变原理

同时性的相对性



后方的事件先发生

时间膨胀效应（时钟变慢）



$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

原时：某一参照系同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔。

原时最短！

在某匀速直线行驶的45路公交上，锅姨坐在公交车的正中间，引爆了高压锅炸弹。地面上看二人谁先感受到爆炸？

A) 司机王师傅；　　B) 坐在车尾的乘客，被选中者卢迪

锅姨的高压锅爆炸之前会先播放一段卡农。关于从开始播放卡农，到高压锅爆炸之间的时间间隔，以下谁观测到的时长更短？

A) 车上热心乘客肖鹤云；　　B)地面上的暴躁小江

例. 带正电的π介子是一种不稳定的粒子,当它静止时, 平均寿命$\Delta t'$=2.5×10^{-8}s, 然后衰变为一个 μ介子和一个中微子。在实验室产生一束v =0.99c的π介子, 并测得它在衰变之前通过的平均距离为52m。这些测量结果说明什么？

解：若不考虑相对论效应 $\Delta t = \Delta t' = 2.5 \times 10^{-8}$s

它在实验室走过的距离为

$$l = v\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^{8} \times 2.5 \times 10^{-8} = \underline{7.4\,\mathrm{m}}$$

考虑时间膨胀效应

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{2.5 \times 10^{-8}}{\sqrt{1-0.99}} = 1.8 \times 10^{-7}\mathrm{s}$$

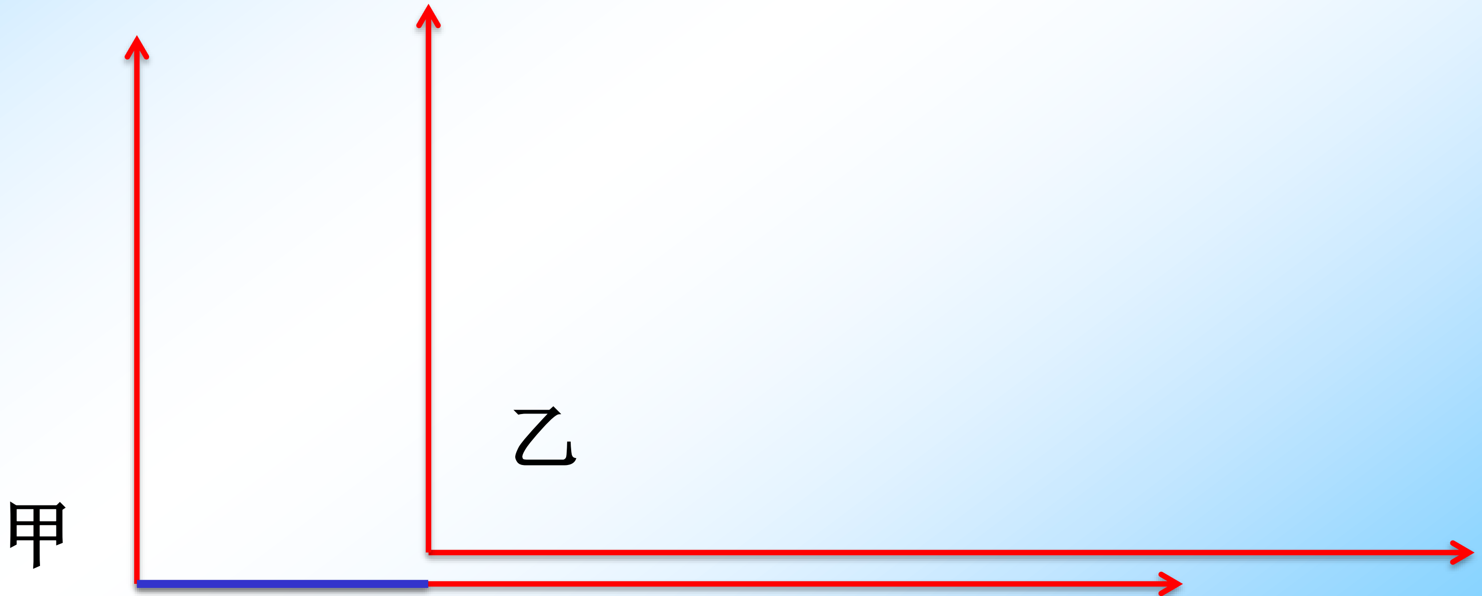
则 $l = v\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^{8} \times 1.8 \times 10^{-7} \underline{= 52.6\,\mathrm{m}}$

例. 两个惯性系中的观察者甲和乙以 $0.6c$ 的相对速度互相接近。如果甲测得两者的初始距离是20m。则乙测得两者经过多少时间后相遇。

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

解： 甲测得两者相遇经过的时间为

$$\Delta t_{甲} = \frac{20\,\text{m}}{0.6c} = \frac{20}{0.6\times 3\times 10^{8}}\,\text{s} = \frac{10}{0.9}\times 10^{-8}\,\text{s}$$



20 m --是乙在甲坐标系中的坐标

例. 两个惯性系中的观察者甲和乙以 0.6c的相对速度互相接近。如果甲测得两者的初始距离是20m。则乙测得两者经过多少时间后相遇。

$$\boxed{\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}}$$

解：甲测得两者相遇经过的时间为

$$\Delta t_{甲}=\frac{20\,\mathrm{m}}{0.6c}=\frac{20}{0.6\times3\times10^{8}}\mathrm{s}=\frac{10}{0.9}\times10^{-8}\,\mathrm{s}$$

在甲看来，从两者初始距离为20m（事件A）到相遇（事件B）发生在两个地点，故上述时间不是原时；

在乙看来，A、B两事件发生在同一地点(乙所在处)，故乙测得的两个事件的时间间隔是原时。

$$\Delta t_{甲}=\frac{\Delta t_{乙}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \rightarrow \Delta t_{乙}=\Delta t_{甲}\sqrt{1-(v/c)^2}=\Delta t_{甲}\times0.8$$

$$\boxed{v=0.6c}$$

$$\therefore \Delta t_{乙}=\frac{10}{0.9}\times10^{-8}\times0.8\ \mathrm{s}\approx8.89\times10^{-8}\,\mathrm{s}$$

例. 一宇宙飞船以 $v = 9\times10^3$ m/s 的速率相对地面匀速飞行，飞船上的钟走了5s，地面上的钟测量经过了多少时间？

解： 原时 $\Delta t' = 5\text{s}$

则 $$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{5}{\sqrt{1-(\frac{9\times10^3}{3\times10^8})^2}}$$

$$= 5.000000002\ \text{s}$$

$$\therefore\ \Delta t \approx \Delta t'$$

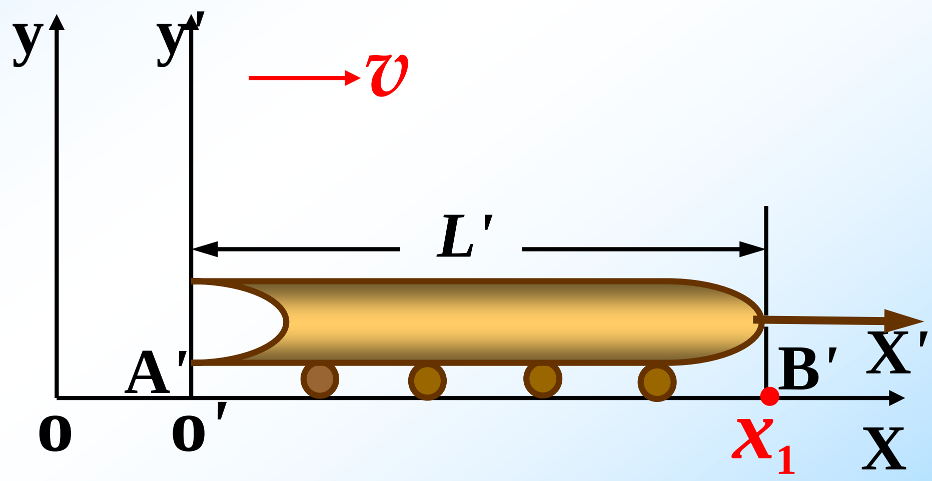
所以，当 $v << c$ 时: $\underline{\Delta t = \Delta t'}$ 与参照系无关。

（3）运动的尺变短

例如：在地面测正在以速度v 行驶的车的长度

垂直运动方向不受影响

$y=y'$　　$z=z'$



在S'系测车的长度为

L'

在S 系测量

t 时刻, B′ 经过x_1点

$t+\Delta t$ 时刻, A′ 经过x_1点，B′ 经过 $x_2=x_1+v\Delta t$ 点

车的长度：　$L=x_2-x_1=v\Delta t$

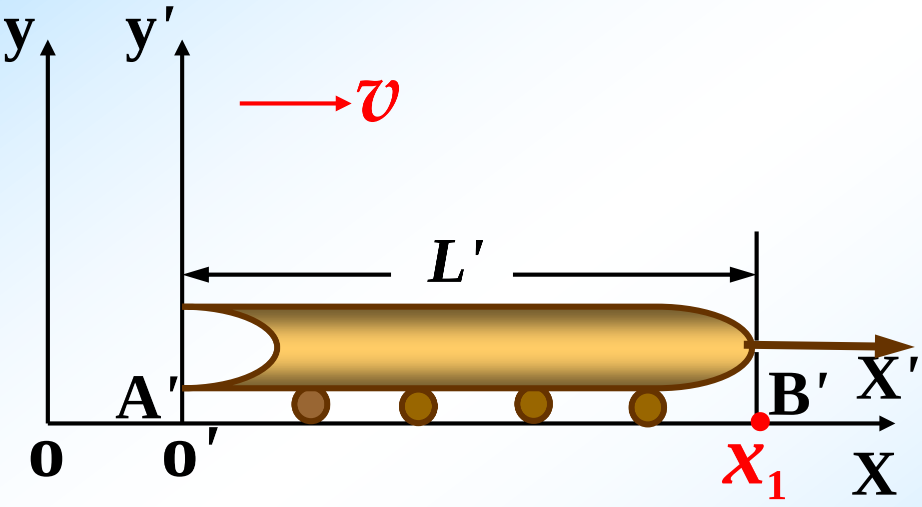
? 原时

在S'系看

x_1点走过的距离为L'，

有 $L' = \Delta t' v$

而 $\Delta t' = \dfrac{\Delta t}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$



S 系测车的长度 $L = v\Delta t = v\Delta t'\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = L'\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} < L'$

结论

相对某一参照系静止的车……度为L'，在另一参照系看要短一些，即$L < L'$

原长最长

定义：物体相对参照系静止时，测得物体的……度为原长。

相对论效应之三：运动的尺度缩短

例. π介子寿命为2.5×10^{-8}s， 以 $v = 0.99c$的速度相对实验室直线运动，求在实验室看π介子运动的距离？

$$\boxed{L = L_{原长}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

解: π介子（S' 系）看

实验室以速度v离它而去, 远离的距离为

$$L' = v\Delta t' = 2.5\times10^{-8}\times0.99c = 7.4\ m$$

实验室（S系）看

$$L' = L\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$$

$$L = 52.5\ m$$

例. 两个惯性系中的观察者甲和乙以 $0.6c$的相对速度互相接近。如果甲测得两者的初始距离是20m。则乙测得两者经过多少时间后相遇。

另解: 甲参考系测得的初始距离为原长

在乙参考系看来，初始距离为

$$L_{乙} = L_{甲}\sqrt{1-(v/c)^2} = L_{甲} \times 0.8 = 16\,\text{m}$$

$$\boxed{v = 0.6c}$$

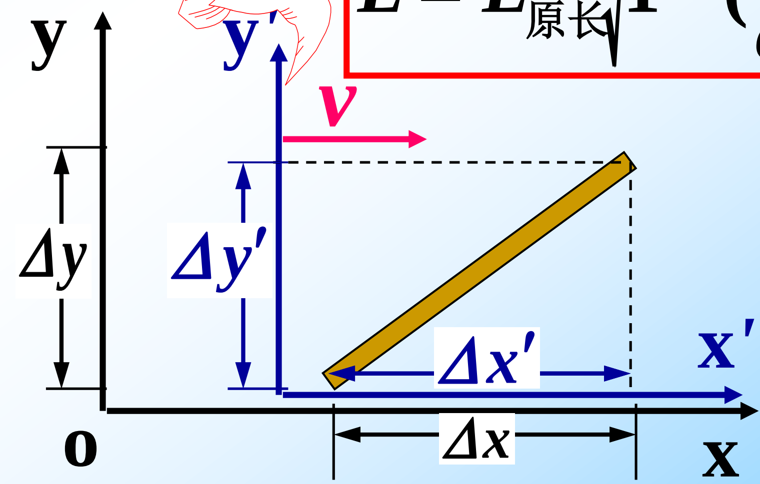
$$\therefore \Delta t_{乙} = \frac{16}{0.6c} \approx 8.89\times 10^{-8}\,\text{s}$$

例. S系与S' 系是坐标轴相互平行的两个惯性系，S'系相对S系沿x轴正向匀速运动，一根刚性尺静止在 S'系中与x′ 轴成30º角，今在S系中观察得该尺与x轴成45º角，则S' 系相对S 系的速度是多少？

$$\boxed{L = L_{原长}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

解： 在S'系 $tg30^o = \dfrac{\Delta y'}{\Delta x'}$

在S 系 $tg45^o = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$



$$\begin{cases} \Delta y = \Delta y' \\ \Delta x \overset{?}{=} \Delta x'\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \end{cases}$$

$$tg30^o = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{\Delta y}{\Delta x}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = tg45^o\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$$

解得：$v = \sqrt{\dfrac{2}{3}}c = 0.82c$

$$\boxed{L = L_{\text{原长}}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

例. $5m$ 长的宇宙飞船，以 $v = 9\times10^3$ m/s 相对地面飞行,在地面上测其长度为：

$$L = L'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = 5\times\sqrt{1-\left(\frac{9\times10^3}{3\times10^8}\right)^2}$$

$$= 4.999999998\ m \approx 5\text{m}$$

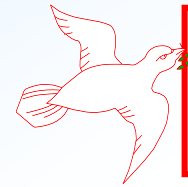
可见：$L \cong L'$ 即当 $v << c$ 又回到牛顿时空观

欲使飞船收缩到原长的一半，飞船的速度 $v = ?$

$$L = L'\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{2}L'$$

即 $\dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2$ 得 $v = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c = 2.6\times10^8\ (\text{ms}^{-1})$

例. 宇航员到离地球为5光年的星球去旅行，希望路程缩短为3光年，他乘的火箭相对于地球的速率应是多少?



$$\boxed{L = L_{原长}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

解： “5光年”为 **原长**

“3光年”不是原长

$$\therefore \quad 3 = 5\times\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \qquad v = \frac{4}{5}c$$

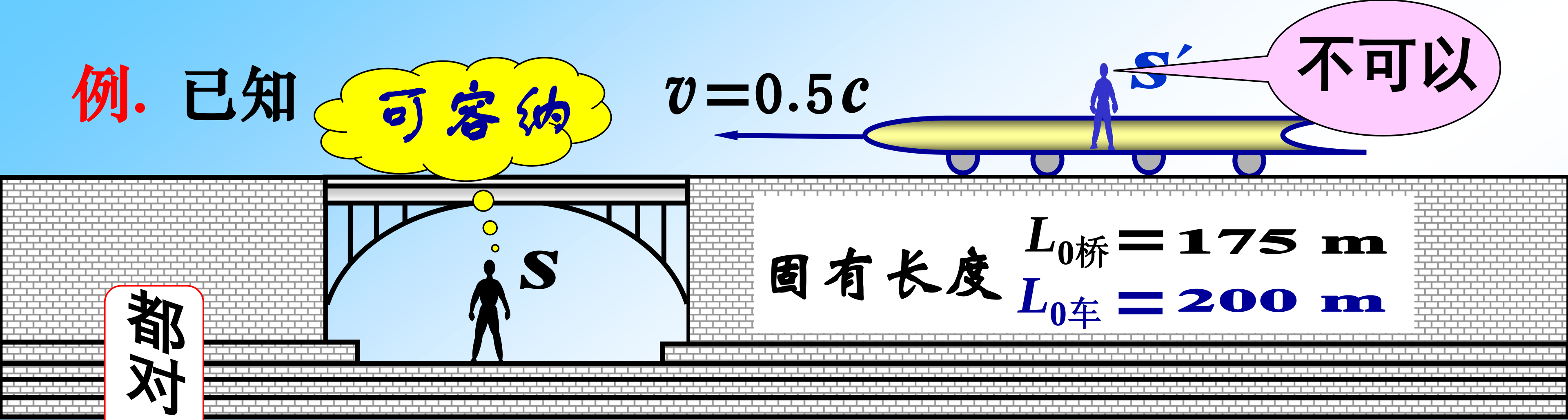
另解： 考虑宇航员自地球出发和到达远处星球这两个事件的时间间隔，则

“3年”为原时（在飞船系看两事件同地发生）

在地球系看两事件是异地发生的 $\boxed{\Delta t = 5 \quad \Delta t' = 3}$

$$\Delta t = \Delta t' \Big/ \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \qquad \therefore \quad 5 = 3 \Big/ \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \qquad v = \frac{4}{5}c$$

例. 已知



车过桥时 S 和 S' 是否认为桥长可容纳全车长？

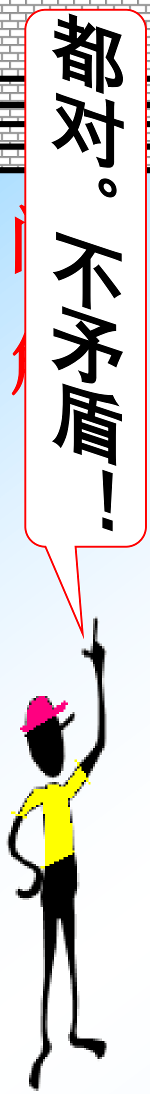
S 看　**桥静车动，桥长是原长**

而车长 $L_{车}=L_{0车}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}=173.2\ (\mathrm{m})<175\ \mathrm{m}$

S' 看　**车静桥动，车长是原长**

而桥长是相对论长度

$$L_{桥}=L_{0桥}\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}=151.6\ (\mathrm{m})<200\ \mathrm{m}$$



爱因斯坦时空观小结

1. 牛顿时空观在高速运动领域不成立

2.爱因斯坦相对性原理

3.光速不变原理

4. 由光速不变原理得出的有关结论

原时最短

光速不变原理所得结论

同时性的相对性 $\Delta t' = 0,\ \Delta t \neq 0$

运动的时钟变慢 $\Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$

运动的尺子缩短 $L = L'\sqrt{1-(v/c)^2}$

显然这些结论与牛顿时空及伽利略变换相矛盾

原长最长