沥青滴漏实验

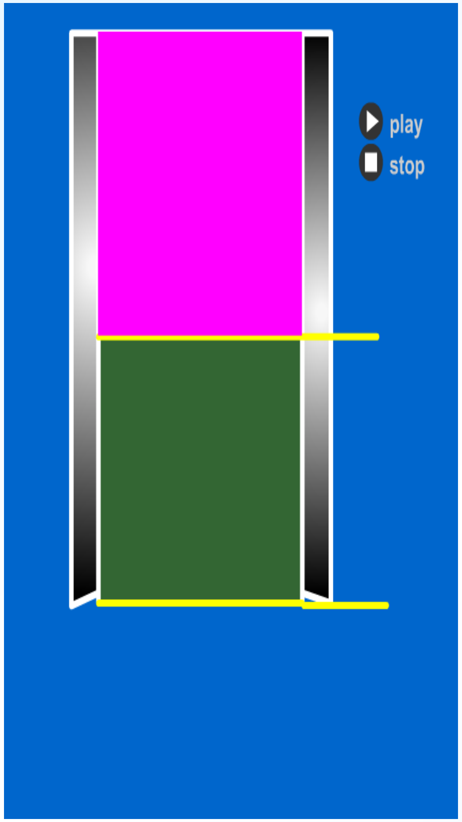
1927年，澳大利亚昆士兰州的帕内尔将沥青样本放入一个封了口的漏斗内，三年后，即1930年，他将漏斗的封口切开，让沥青开始缓慢流动。但是相机错过了其在2000年的一次的滴落，2013年7月11日，他们第一次拍到了第九滴沥青液滴的滴落。每一滴沥青需历经大约10年时间才能滴入漏斗下方的烧杯。

二、黏性流体的运动

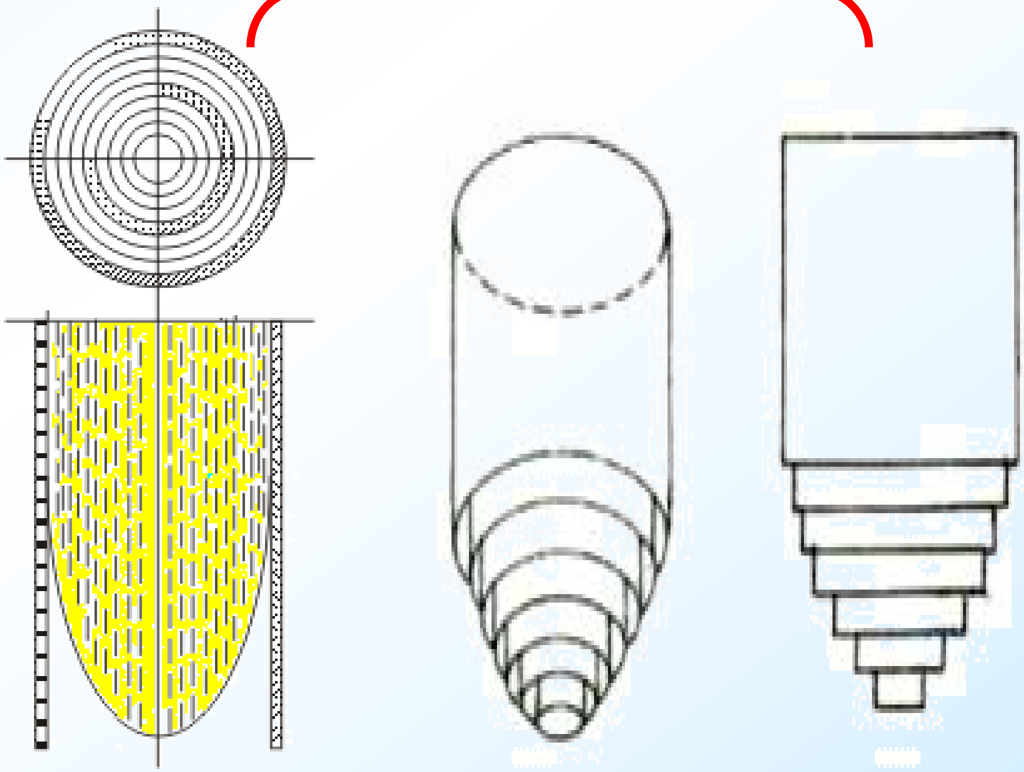
the motion of viscous fluid

1.牛顿黏滞定律

（1）流体的黏滞性

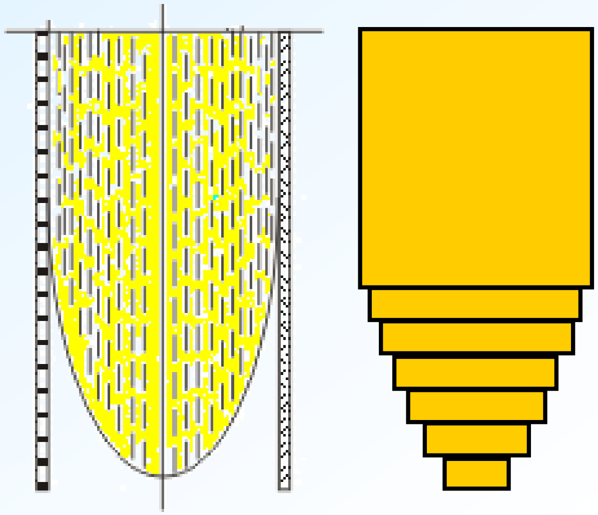


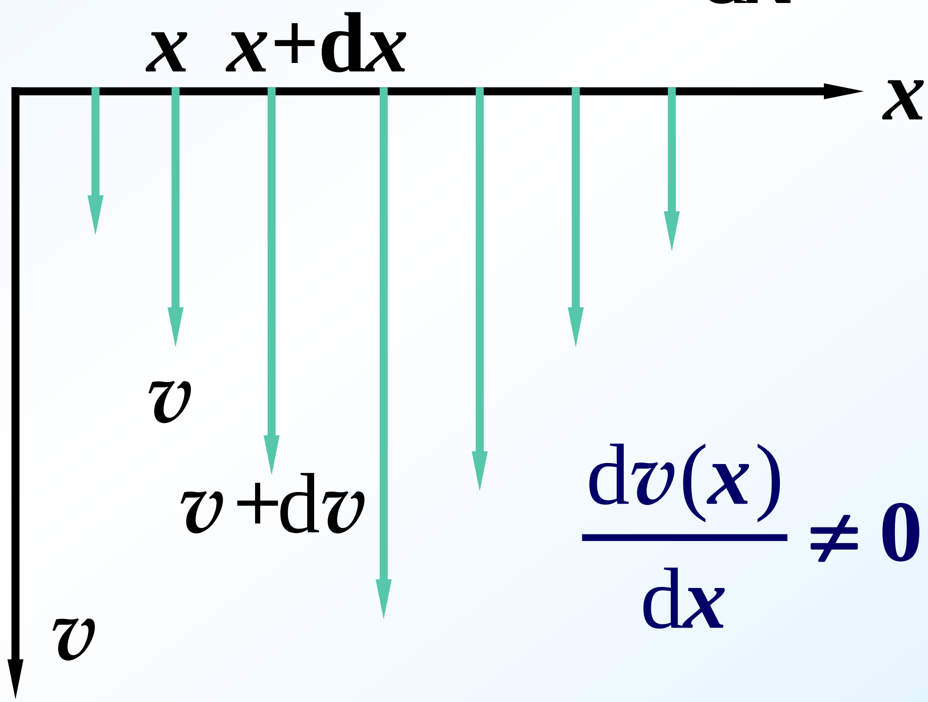
黏滞力（内摩擦力）



（2）速度梯度

黏性流体在流管中的分层流动 $\quad F_{摩} \propto \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$





$$\frac{\mathrm{d}v(x)}{\mathrm{d}x} \neq 0$$

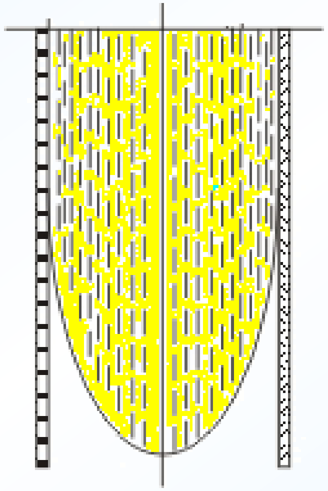
$\mathrm{d}v/\mathrm{d}x$ 表示垂直速度方向相距单位距离的液层间的速度差, 叫做该处的**速度梯度**。

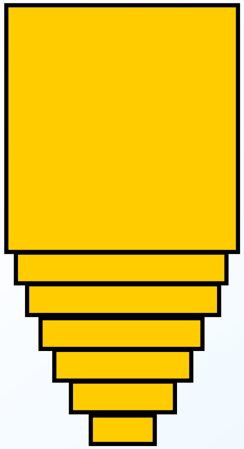
（3）粘性流体各层之间的摩擦力

$$F_{摩} \propto \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} S$$

$$\boxed{F = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} S}$$

——牛顿黏性定律





——符合此定律的流体称为牛顿流体

注

1° η 称作黏度系数或黏度， 单位: Pa ·s

2° η 与流体种类有关, 不同的物质有不同的黏度

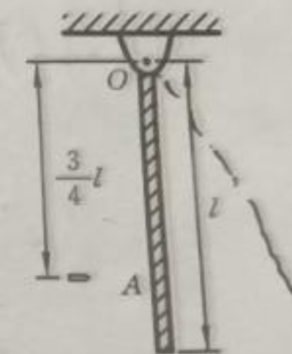
3° η 与温度有关

See: P85 表4-1

0.1.2,
~~0.48~~×3
0.4×0.6

3-T9 一条长 $l=0.4$ m 的均匀木棒，其质量 $M=1.0$ kg，可绕水平轴 O 在铅垂面内转动，开始时棒自然地铅直悬垂，有质量 $m=8$ g 的子弹以 $v=200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率从 A 点射入棒中，假定 A 点与 O 点的距离为 $\frac{3}{4}l$，如图所示。求：(1)棒开始转动时的角速度；(2)棒的最大偏转角。

0.008×200　1.6　1.2×0.4



解：

$\because m \ll M$

$m v\cdot\frac{3}{4}l = \cancel{m\omega\left(\frac{3}{4}l\right)^2} + \frac{1}{3}Ml^2\cdot\omega$

$\therefore \omega = \cancel{9\ s^{-1}}$ 8.9 rad/s

(2) $\cancel{\frac{1}{2}I\omega^2} =$

$\cancel{\frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}l\right)^2\omega^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}Ml^2\omega^2$

$= \cancel{mg\frac{3}{4}l\sin\theta} + Mg\cdot\frac{l}{2}\sin\theta$

$\therefore \cancel{\sin\theta} =$ cos $\theta = 94^\circ$

计算的时候注意单位

3-T6 一个平台以 1.0 r·s^{-1} 的角速度绕通过其中心且与台面垂直的光滑竖直轴转动。这时，有一人站在平台中心，其两臂伸平，且在每一手中拿着质量相等的重物。人、平台与重物的总转动惯量为 6.0 kg·m^2。设当他的两臂下垂时，转动惯量减小到 2.0 kg·m^2。问：(1)这时转台的角速度为多大？(2)转动动能增加多少？

(1) 由角动量守恒

$J_1\omega_1 = J_2\omega_2$

$\omega_2 = 3.0\ \cancel{rad/s}$ r/s

$= 6\pi\ rad/s$

(2) $\Delta E_K = \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 - \frac{1}{2}J_1\omega_1^2$

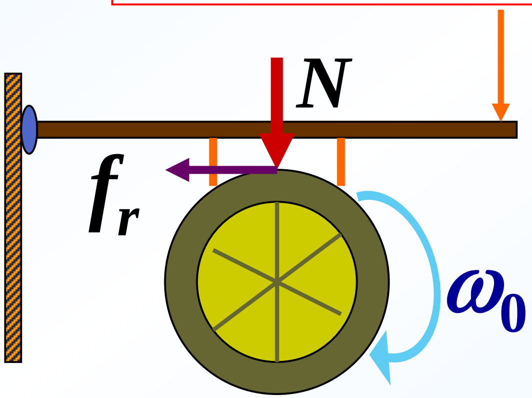
得 $\Delta E_K = \cancel{6.0}$ J

[$24\pi^2$]

应换算成rad来进行计算

例：一个飞轮m=69kg，半径R =0.25m，正在以每分1000转的转速转动。现在要制动飞轮，要求在5.0秒内使它均匀减速而最后停下来。闸瓦与轮子间的摩擦系数$\mu = 0.46$。求闸瓦对轮子的压力N为多大？

$$\boxed{\omega=\omega_0+\int_0^t \beta \mathrm{d}t}$$



解：飞轮制动时有角加速度 $\beta=\dfrac{\omega-\omega_0}{t}$

$$\boxed{M=J\beta}$$

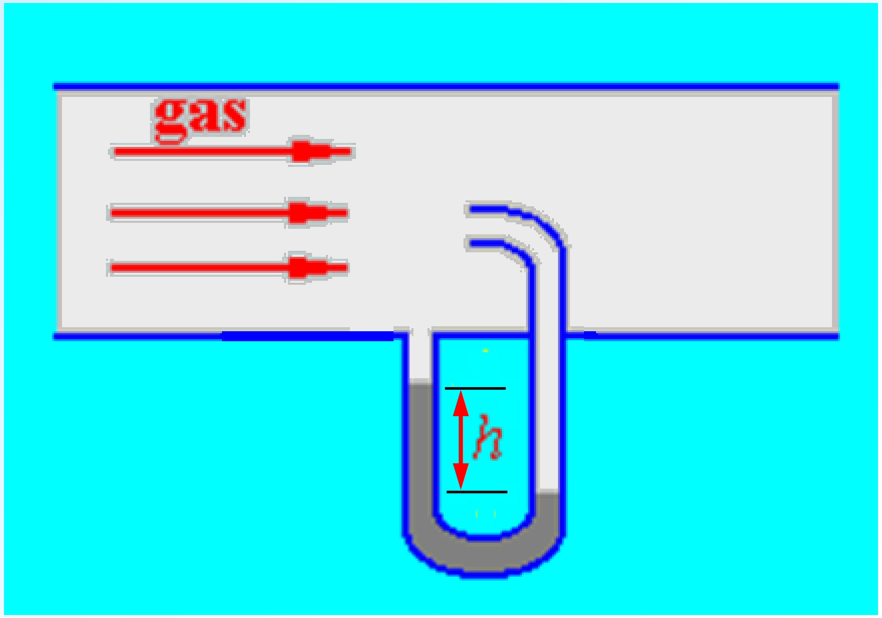
$$\boxed{\omega_0=1000\text{r/min}=104.7\text{rad/s}}$$

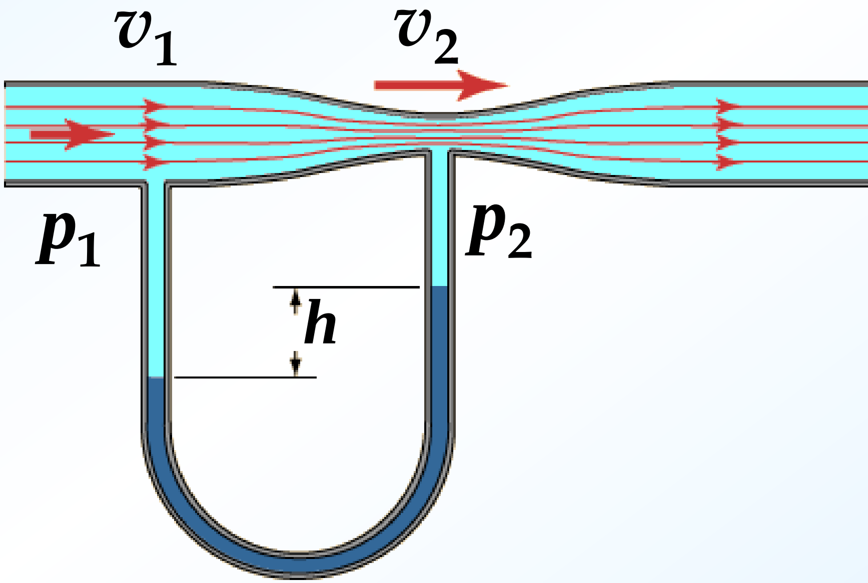
t=5s　ω=0　$\therefore \beta=-20.9\ \text{rad/s}^2$

外力矩是摩擦阻力矩，角加速度为负值。

$$\left.\begin{aligned} M &= J\beta = \frac{1}{2}mR^2\beta \\ M &= -f_r R = -\mu N R \end{aligned}\right\} \quad N=-\frac{mR\beta}{2\mu}=392(\text{N})$$

[学习通]下面的ρ和ρ′分别对应谁的密度？



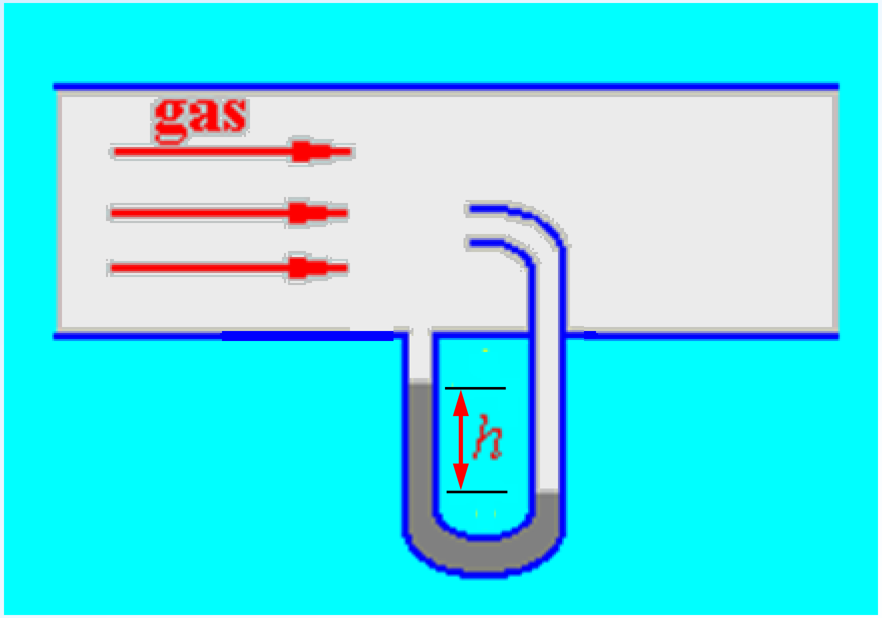


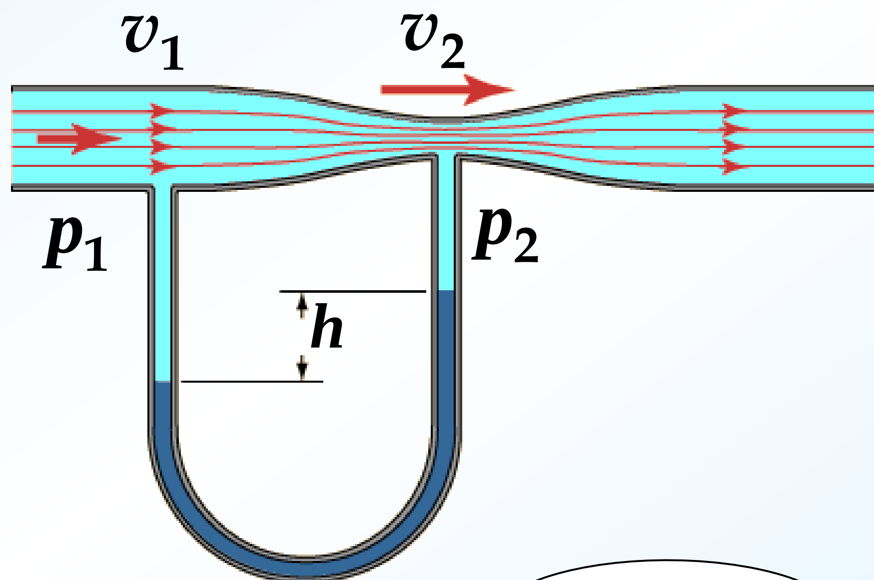
(1) $$v=\sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}$$

(2) $$Q=S_1S_2\sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho(S_1^2-S_2^2)}}$$

(1)
(a) 液体、气体
(b) 气体、液体

(2)
(a) 液体、气体
(b) 气体、液体





测量气体

液体密度

$$v=\sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}$$

气体密度

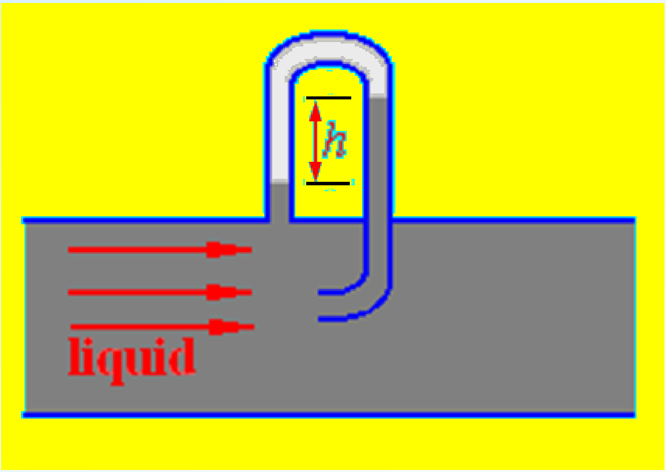
液体密度

$$Q=S_1S_2\sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho(S_1^2-S_2^2)}}$$

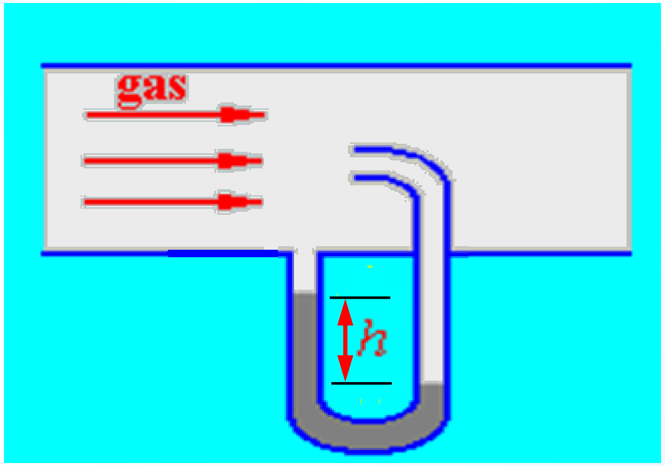
气体密度

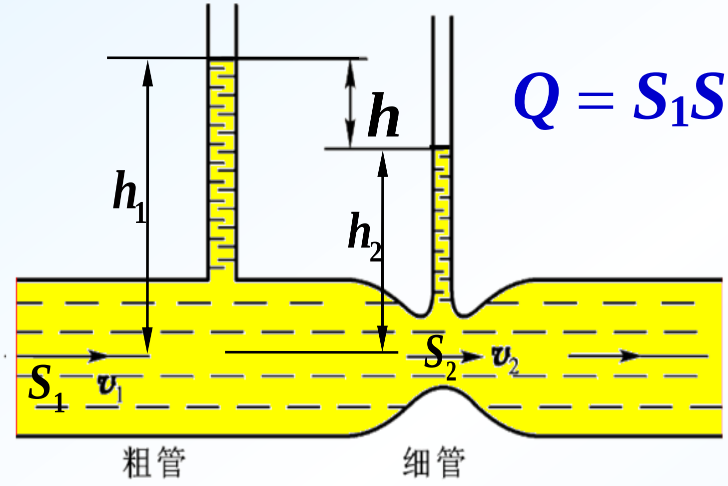
上节内容回顾

空吸效应　　射流速率　$v_b \approx \sqrt{2gh}$

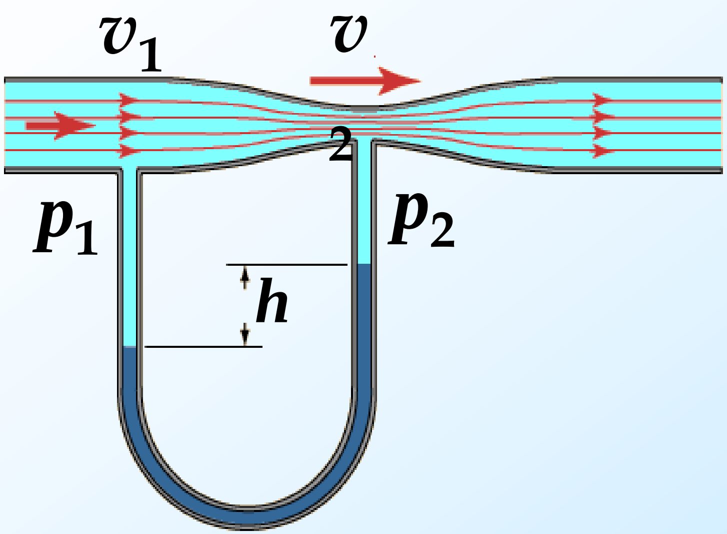


$$v = \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}$$





$$Q = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$



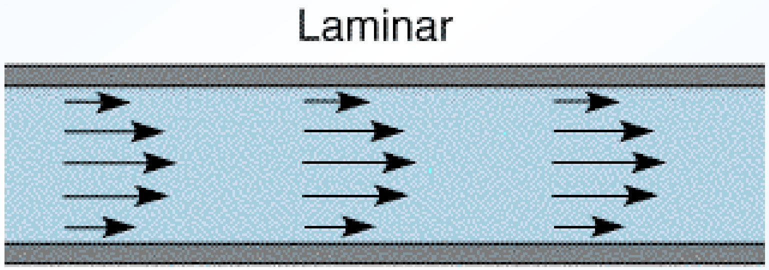
$$\boxed{F = \eta \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} S}$$

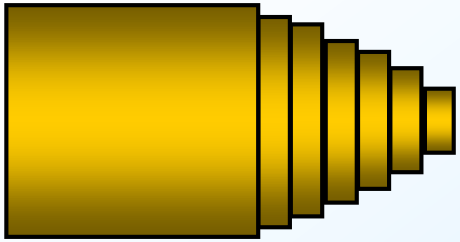
——牛顿黏性定律

2. 黏性流体运动的特征

（1）层流（Laminar flow）

黏性流体分层流动，在流管中各流体层之间只做相对滑动而不混合。





同一层：v 相同

不同层：v 不同

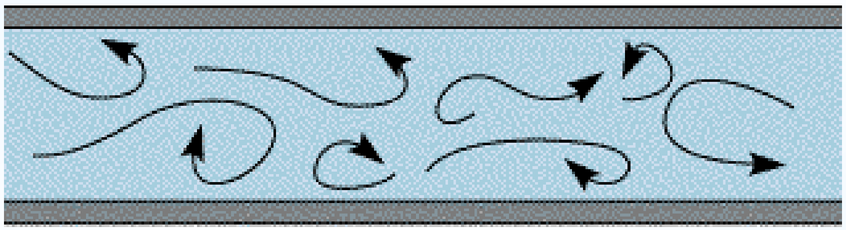
v大对v小有拉力

v小对v大有拖曳力

相互作用的黏性阻力

(2) 湍流 (turbulent flow)

各流体层相互混淆
而且可能出现旋涡



(3) 雷诺数 (Reynold number)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}$$

ρ — 流体密度
v — 流速
r — 圆管半径
η — 黏度

$$\mathrm{Re} < 1000 \Rightarrow \text{层流}$$

$$1000 < \mathrm{Re} < 1500 \Rightarrow \text{过渡流}$$

$$\mathrm{Re} > 1500 \Rightarrow \text{湍流}$$

注意新旧教材的区别


blog.sina.com.cn/nuaaliangjun

例. 已知在0 °C时水的黏滞系数 $\eta = 1.8\times10^{-3}$ Pa s，若保证水在半径r=2.0×10^{-2} m 的圆管中作稳定的层流，要求水流速度不超过多少？

解: 保证水在圆管中作稳定的层流，则

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta} < 1000$$

$$v < 1000\times\frac{\eta}{\rho r} = 1000\times\frac{1.8\times10^{-3}}{1000\times2.0\times10^{-2}}\text{(m/s)}$$

$$v < 0.09\ \text{m/s}$$

通常水在管道中的流动一般都是湍流

3.黏性流体的运动规律

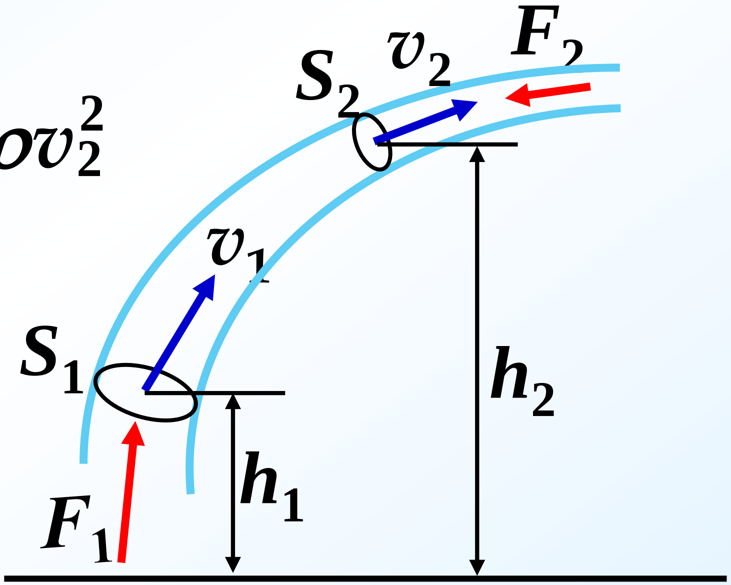
（1）黏性流体的伯努利方程

理想流体:

$$p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

黏性流体:

内摩擦力做对系统做功



由功能原理 $A_{外}+A_{内}=\Delta E$

$$(p_1-p_2)\mathrm{d}V-A_{摩}=\frac{1}{2}(\mathrm{d}m)(v_2^2-v_1^2)+(\mathrm{d}m)g(h_2-h_1)$$

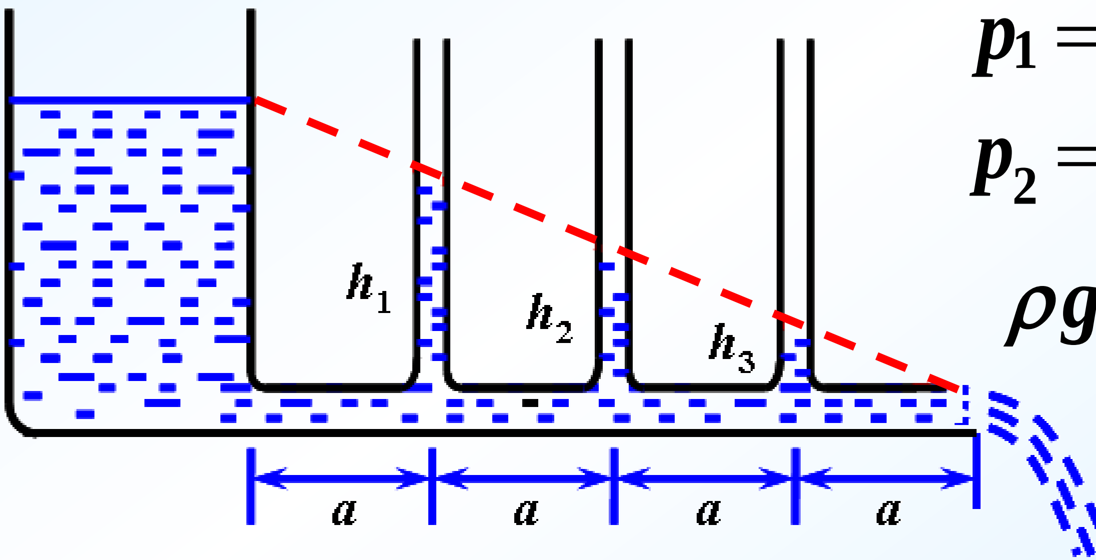
$$\boxed{p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+w}$$

——黏性流体的伯努利方程

$$p_1+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2+\rho g h_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+w$$

若不可压缩的黏性流体在水平均匀圆管中运动

$$v_1 = v_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = w$$



$$p_1 = p_0+\rho g h_1$$

$$p_2 = p_0+\rho g h_2$$

$$\rho g(h_1-h_2)=w$$

黏性流体在水平均匀圆管中沿着流体流动方向，其压强的降落与各支管到容器的距离成正比。

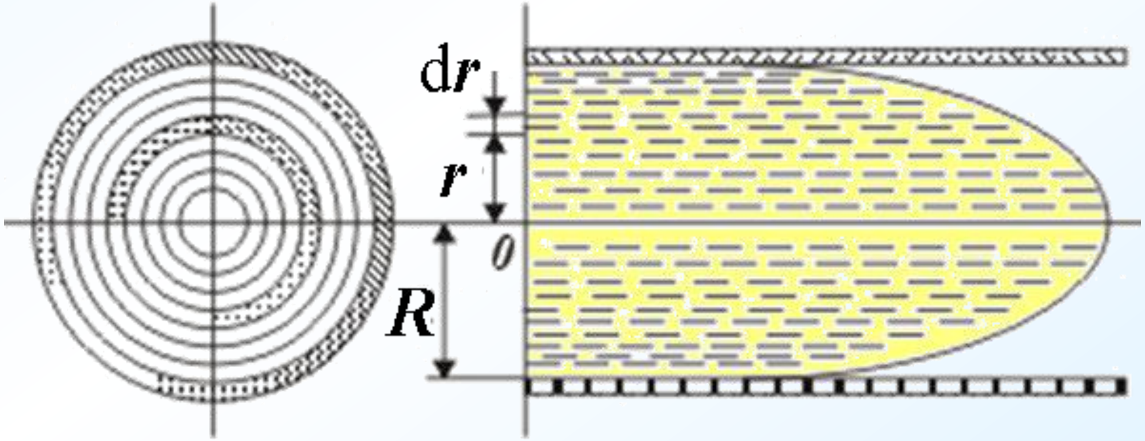
（2）泊肃叶定律(Poiseuille’s law)

① 定律 $Q=\dfrac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$

（粘性流体有压强差才能流动）

条件:

不可压缩的牛顿黏性流体在水平圆管中做稳定层流



Re<1000, 层流; $r\uparrow$, $v\downarrow$, 轴心, v_{max}; 管壁, $v_{min}\to 0$

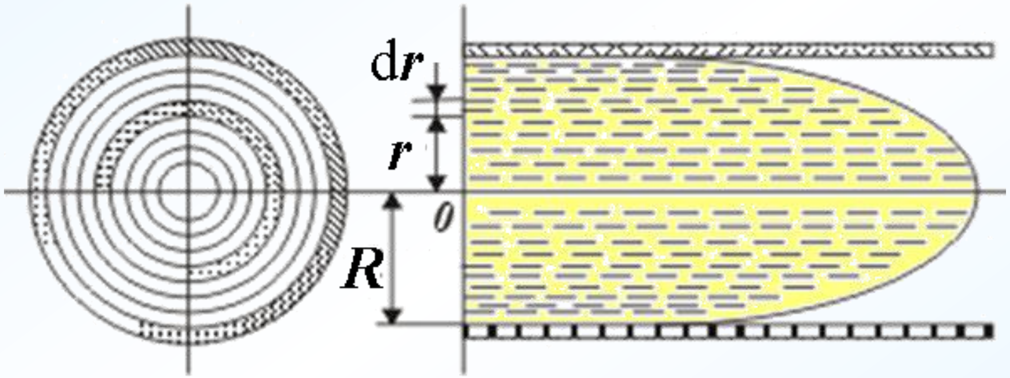
② 理论推导

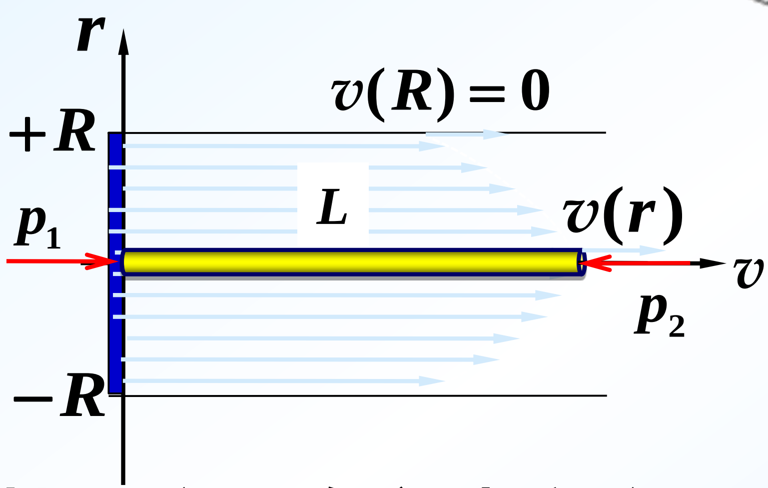
受力分析

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$$

内摩擦力

$$F'=-\eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}S$$





外力： $F=(p_1-p_2)\pi r^2$

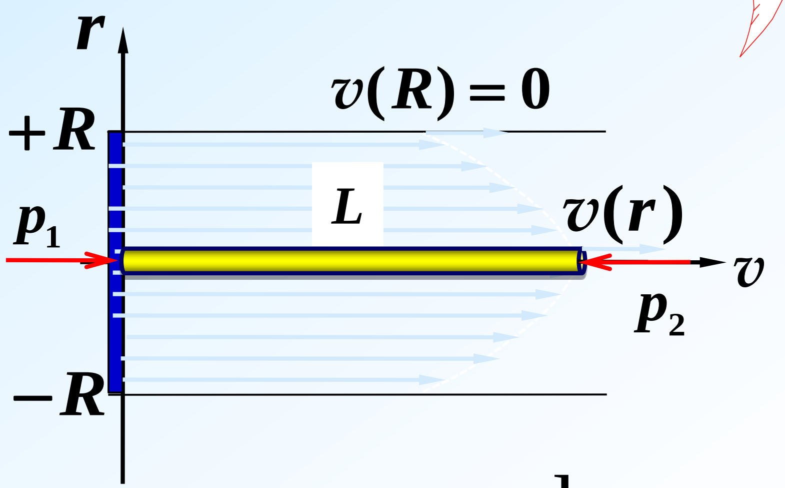
$$F'=-\eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}2\pi rL$$

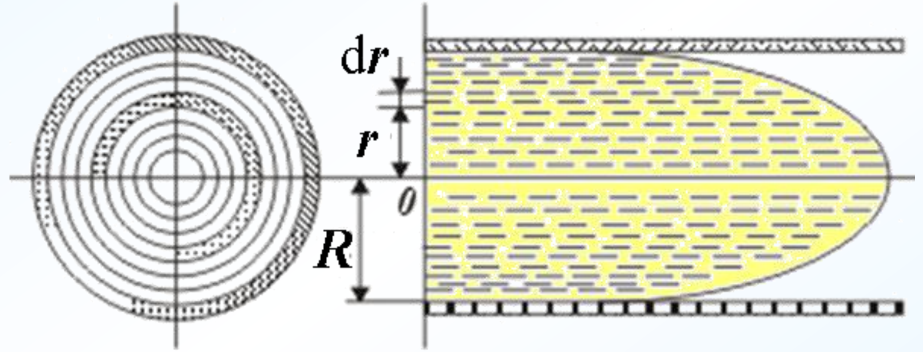
粘性流体稳定速度流动，合力为零 $F+F'=0$

$$(p_1-p_2)\pi r^2=-\eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}2\pi rL$$

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$$

② 理论推导





$$(p_1-p_2)\pi r^2=-\eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}2\pi rL$$

$$\int_r^R\frac{(p_1-p_2)}{2L\eta}r\mathrm{d}r=\int_{v(r)}^{0}-\mathrm{d}v$$

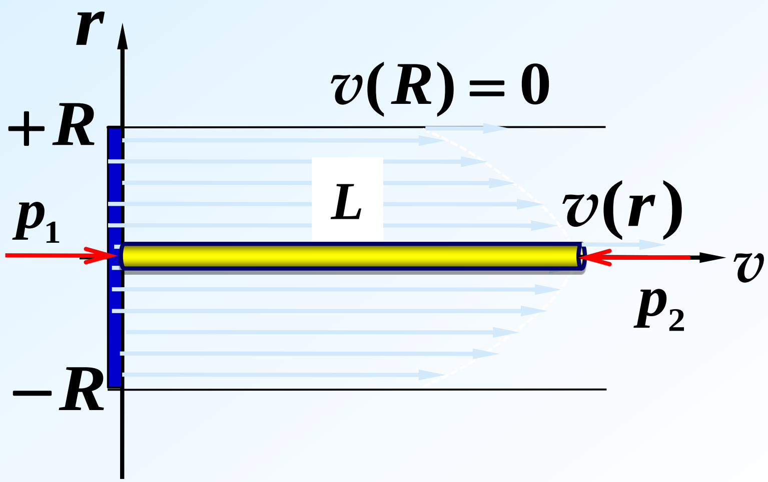
速度分布函数 $$v(r)=\frac{(p_1-p_2)}{4\eta L}(R^2-r^2)$$

任一圆环流层的流量 $$\mathrm{d}Q=\frac{(p_1-p_2)}{4\eta L}(R^2-r^2)\,2\pi r\mathrm{d}r$$

整个管中的流量 $$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$$

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}$$ 泊肃叶定律

（粘性流体有压强差才能流动）



速度分布

$$v(r)=\frac{(p_1-p_2)}{4\eta L}(R^2-r^2)$$

最大流速 $$v_{Max}=v(0)=\frac{(p_1-p_2)}{4\eta L}R^2$$

平均流速 $$<v>=\frac{Q}{S}=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L(\pi R^2)}$$

$$=\frac{(p_1-p_2)R^2}{8\eta L}$$

$$<v>=\frac{1}{2}v_{Max}$$

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta L}$$

例. 石油的密度 ρ ＝888 kg/m，在半径为r=1.5mm、长度为L＝0.50m的水平细管中流动，测得其流量Q＝5.66×10^{-6}m^3/s。细管两端的压强差为Δh＝0.455m石油柱高，求石油的粘滞系数？

解： 压强差 $p_1 - p_2 = \rho g(h_1 - h_2)$

根据泊肃叶公式

$$\eta = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8QL} = \frac{\pi r^4 \rho g \Delta h}{8QL} = 2.78\times10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}$$

$$= \frac{3.14\times(1.5\times10^{-3})^4\times888\times9.8\times0.455}{8\times5.66\times10^{-6}\times0.5}$$

（2）泊肃叶定律

$$Q=\boxed{\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}}$$

③ 流阻(Flow Resistance)

直流电路中的欧姆定律 $I=\dfrac{\Delta U}{R_{\text{电阻}}}$

流阻

$$Q=\frac{\pi R^4(p_1-p_2)}{8\eta L}=\frac{p_1-p_2}{R_f}\Rightarrow R_f=\frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

电流 I ⟹ Q 流量

电压ΔU ⟹ (p_1-p_2)压强差

电阻 R ⟹ R_f流阻

串联 $R_{f\text{串}}=R_{f1}+R_{f2}+\cdots$

并联 $\dfrac{1}{R_{f\text{并}}}=\dfrac{1}{R_{f1}}+\dfrac{1}{R_{f2}}+\cdots$

例. 主动脉半径R=1.30cm,血流量$Q=1.00\times10^{-4}\ m^3/s$；某支小动脉半径$r=R/2$，其中血流量$q=Q/5$；已知血液黏度 $\eta=3.00\times10^{-3}$ Pa s。 求主动脉和小动脉在L=0.10 m一段长度上的R_f和Δp 。

解 （1）主动脉的流阻和压强降落分别为

$$R_f=\frac{8\eta L}{\pi R^4}=2.68\times10^4(\mathrm{Pa\cdot s/m^3})$$

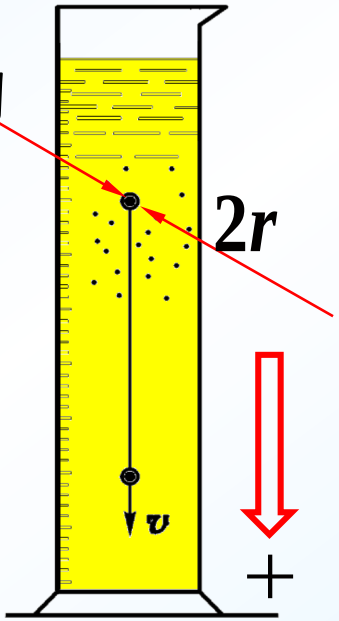
$$\Delta p=Q\cdot R_f=2.68\ (\mathrm{Pa})$$

（2）小动脉的流阻和压强降落分别为

$$R_f=\frac{8\eta L}{\pi r^4}=4.28\times10^5(\mathrm{Pa\cdot s/m^3})$$

$$\Delta p'=q\cdot R_f'=8.56\ (\mathrm{Pa})$$

（3）固体小球在静止的粘性流体中的运动

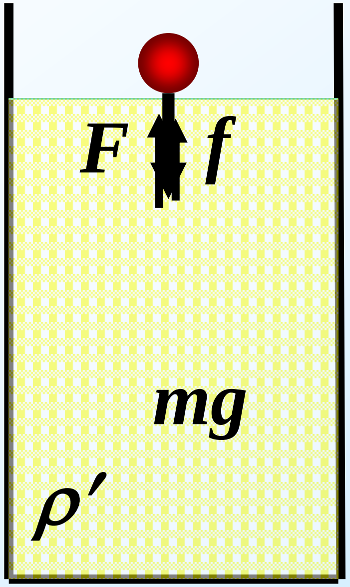


固体小球运动受粘性流体阻力

$$f = 6\pi\eta r v$$ ——**斯托克斯定律**

条件： 小球的r、v 较小，雷诺数$Re<1$

小球在黏性流体中运动速度？



受力： 重力mg，浮力F，黏性阻力f

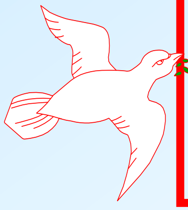
最终合力为零 $mg = F + f$

$$\frac{4\pi r^3}{3}\rho g = \frac{4\pi r^3 \rho'}{3} g + 6\pi\eta r v_T$$

最终沉降速度

（收尾速度）

$$v_T = \frac{2gr^2(\rho - \rho')}{9\eta}$$



$$\boxed{v_T=\frac{2gr^2(\rho-\rho')}{9\eta}}$$

应用

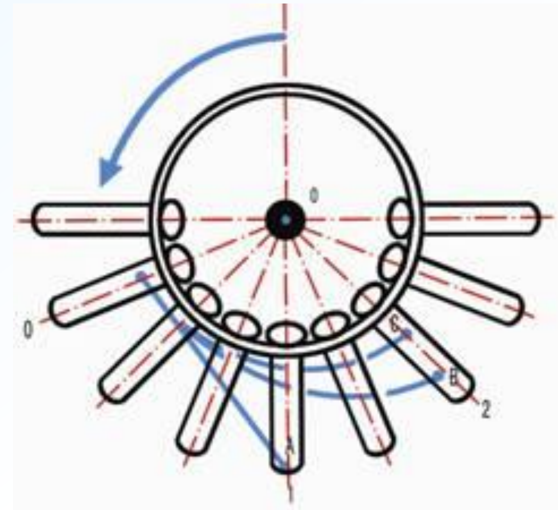
① 沉降法测量流体的黏度　$\eta=2gr^2(\rho-\rho')/9v$

② 测量小球的半径

③ 离心机的原理

…… …… …… ……

$$\boxed{v_T = \frac{2gr^2(\rho-\rho')}{9\eta}}$$



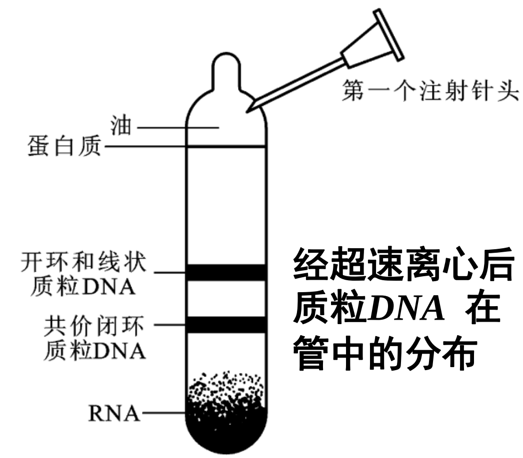
高速离心技术

——生物大分子的分离纯化与分子量鉴定

生物大分子在旋转坐标系上

$$\begin{cases} \vec{a}'_\tau = (2\vec{v}' \times \vec{\omega})\vec{e}_\tau & \text{科氏加速度} \\ \vec{a}'_n = -(r'\omega^2)\vec{e}_n & \text{离心加速度} \end{cases}$$

离心加速度取代 g



经超速离心后质粒DNA 在管中的分布

$$v = \frac{2}{9}\frac{r^2 g}{\eta}\left(\rho-\rho'\right) = \frac{2}{9}\frac{r^2\left(r'\omega^2\right)}{\eta}\left(\rho-\rho'\right) = \frac{r'\omega^2}{6\pi\eta r}\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)m_\mu$$

云雾和雨滴都是由小水滴构成

同样是小水滴，为什么雨滴降落到地面，而云雾却飘浮在空中？

云雾的形成

同样是小水滴，为什么雨滴降落到地面，而云雾却飘浮在空中？

$$v_T = \frac{2gr^2}{9\eta}(\rho - \rho_{流}) \approx 10^{-4} m/s$$

重力加速度 g = **9.8 m/s^2** 。

云雾中水滴大小 $r \approx$ 10^{-6} m。

水滴空气密度差 $\rho - \rho_{流} \approx$ **10^3 kg/m^3** 。

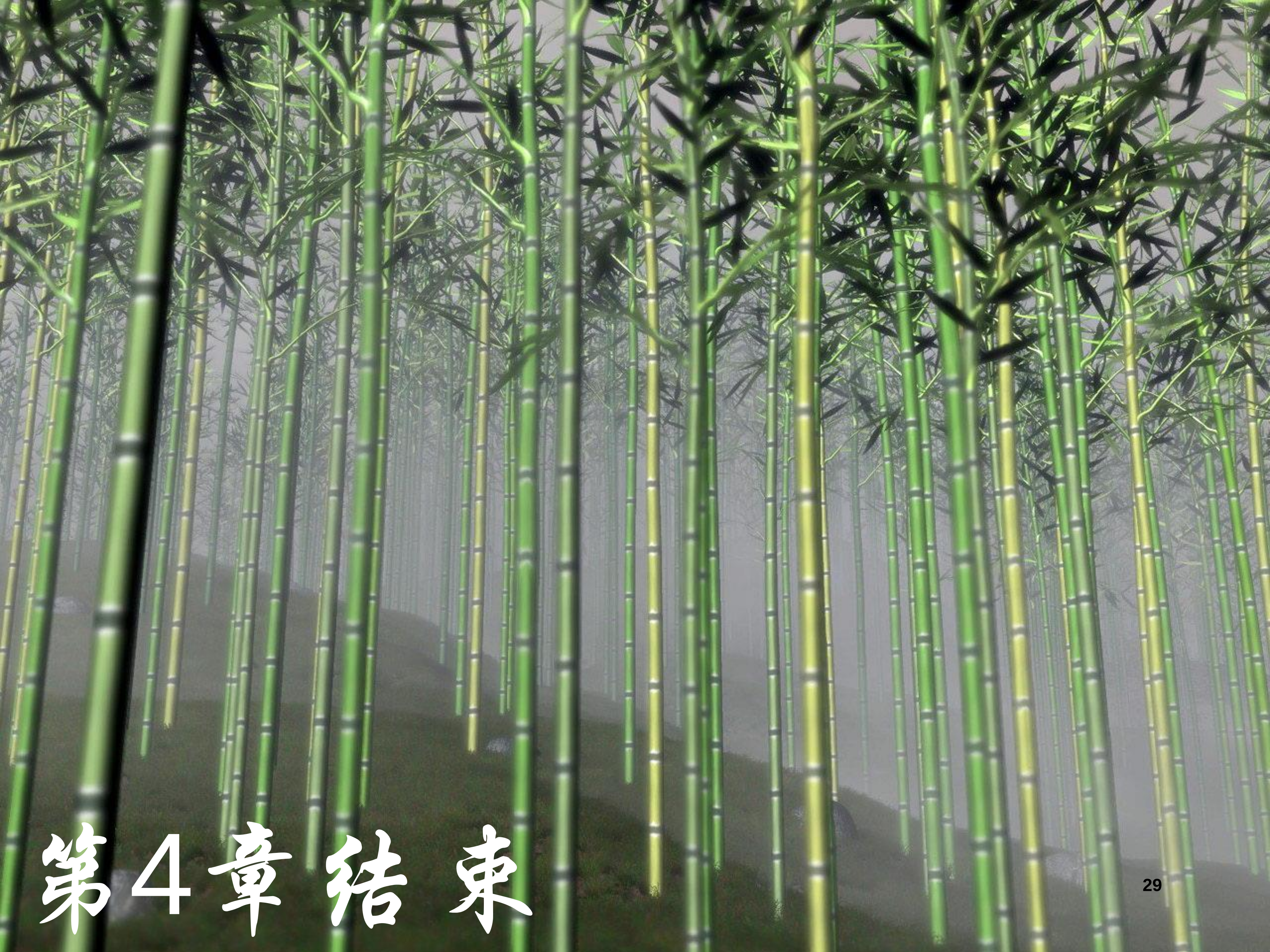
常温下空气黏度 η = **18.2×10^{-6} Pa s**。

云雾中小水滴的收尾速度极小，远小于空气扰动带来的速度涨落，因此云雾可以浮在空中。

一般情况下，雨滴的半径介于**0.2mm ~3mm**之间

$$v_T \approx 10\ m/s$$

若水滴较大，收尾速度也较大，将以雨的形式落到地面。


第4章结束