

24 算法-hw5

2024 年 12 月 18 日

1 网络流

1. 有 F 种食物和 D 种饮料，每种食物或饮料只能供一头牛享用，且每头牛最终只享用一种食物和一种饮料。现在有 N 头牛，每头牛都有自己喜欢的食物种类列表和饮料种类列表，问最多能使几头牛同时享用到自己喜欢的食物和饮料。

(1) 请将该问题进行建模。

(2) 请使用 (1) 中的建模对下述实例进行求解。有 4 头牛，3 种食物和 3 种饮料。每头牛喜欢吃的食物和喜欢喝的饮料如表 1 所示。(请写出求解过程)

牛编号	喜欢的食物	喜欢的饮料
1	1, 2	1, 3
2	2, 3	1, 2
3	1, 3	1, 2
4	1, 3	3

表 1: 题目一

2. 有 N 颗糖果和 M 个小孩，老师现在要把这 N 颗糖分给这 M 个小孩。每个小孩 i 对每颗糖 j 都有一个偏爱度 A_{ij} ，如果他喜欢这颗糖 $A_{ij} = 2$ ，否则 $A_{ij} = 1$ 。同时每个小孩都有一个心情值 B_i 。小孩 i 觉得高兴当且仅当 $\sum C_{ij} \times A_{ij} \geq B_i$, $j = 1, 2, \dots, N$ ，若他分得了糖 j , $C_{ij} = 1$ 否则 $C_{ij} = 0$ 。问能否合理分配这 N 颗糖，使得每个小孩都觉得高兴。

(1) 请对该问题进行建模。

(2) 请使用 (1) 中的建模, 求解下述实例。有 10 颗糖果和 5 个小孩, 五个小孩对应的心情值 B_i 为分别为 $\{3\ 2\ 3\ 2\ 2\}$ 。这 5 个小孩对于 10 颗糖的偏爱度如表 2 所示。请问能不能分配这 10 颗糖果, 使得每个小孩都高兴。

糖果编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
小孩 A	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1
小孩 B	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1
小孩 C	2	2	2	1	2	1	2	2	1	1
小孩 D	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1
小孩 E	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1

表 2: 题目二

3. 有 A、B、C、D 四只棒球队一起参加棒球比赛, 目前的得分如表 3 所示, 剩余比赛的场次如表 4 所示, 每场比赛的胜者将积 1 分, 请问 B 队伍是否有可能取得胜利。请使用网络流对问题进行建模, 并说明判断依据。

队伍名	得分
A	10
B	7
C	11
D	9

表 3: 得分情况

对决队伍	剩余场次
A-B	2
A-C	3
A-D	1
B-D	3
C-D	1

表 4: 剩余比赛安排

4. 请给出图 1 对应的残差图。边上的值为流量/容量

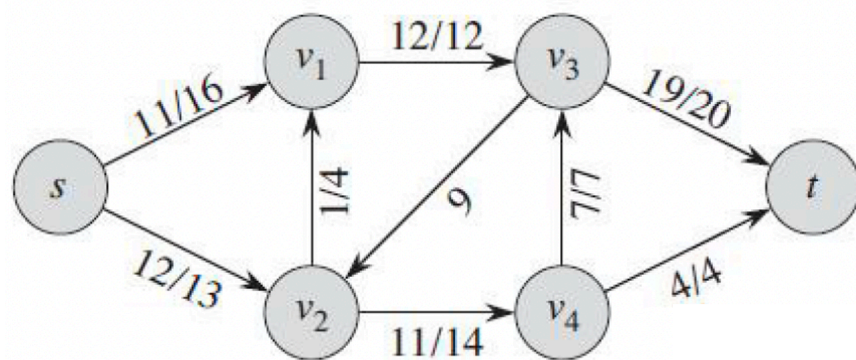


图 1: 题目四