

## 24 算法-hw3

2024 年 11 月 27 日

### 1 分治算法

1. 请用直接推理的方法求解递推关系式  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n \cdot \log_2 n$

2. 请使用主方法求解一下递推式。

$$(1) T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n$$

$$(2) T(n) = T(\frac{2n}{3}) + 1$$

$$(3) T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \log n$$

3. 在 Strassen 分治算法中，对于矩阵

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \rightarrow C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

我们有以下公式

$$P_1 = A_{11}(B_{12} - B_{22})$$

$$P_2 = (A_{11} + A_{12})B_{22}$$

$$P_3 = (A_{21} + A_{22})B_{11}$$

$$P_4 = A_{22}(B_{21} - B_{11})$$

$$P_5 = (A_{11} + A_{22})(B_{11} + B_{22})$$

$$P_6 = (A_{12} - A_{22})(B_{21} + B_{22})$$

$$P_7 = (A_{11} - A_{21})(B_{11} + B_{12})$$

最终结果的求解

$$C_{11} = P_5 + P_4 - P_2 + P_6$$

$$C_{12} = P_1 + P_2$$

$$C_{21} = P_3 + P_4$$

$$C_{22} = P_5 + P_1 - P_3 - P_7$$

请验算  $C_{11}$ 、 $C_{12}$ 、 $C_{21}$ 、 $C_{22}$  的正确性。

4. 给定一个整数数组，请找出一个具有最大和的连续子数组（子数组最少包含一个元素）。请设计分治算法，写出算法伪代码，并证明算法时间复杂度。