

## 《离散数学二》第六次作业

1. 设有命题 P: 这本教材很有趣; 命题 Q: 这些习题很难; 命题 R: 这门课让人喜欢。请将下列句子符号化 (用 否定、合取、析取、蕴涵、等价五个命题联结词) :

- (1) 这本教材很无趣, 习题也不难, 而且这门课程也不让人喜欢。
- (2) 这本教材很有趣意味着这些习题很难, 反之亦然。
- (3) 或者这个教材很有趣, 或者这些习题很难, 并且两者恰具其一。
- (4) 除非这本教材很有趣并且习题很难, 否则这门课程让人不喜欢。
- (5) 无论这本教材是否有趣以及习题是否很难, 这门课都让人喜欢。
- (6) 只有这本教材很有趣, 这门课才让人喜欢。
- (7) 只要这本教材很有趣, 这门课就让人喜欢。
- (8) 这门课让人喜欢当且仅当这本教材很有趣且习题很难。 (40分)

**参考答案:**

- (1)  $\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$
- (2)  $P \rightarrow Q \wedge Q \rightarrow P$  或者  $P \leftrightarrow Q$
- (3)  $(P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$
- (4)  $\neg(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$  或者  $R \rightarrow P \wedge Q$
- (5)  $(P \wedge Q) \rightarrow R \wedge (P \wedge \neg Q) \rightarrow R \wedge (\neg P \wedge Q) \rightarrow R \wedge (\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow R$  或者就是  $R$  (还有其它答案, 不唯一)

$$(6) R \rightarrow P$$

$$(7) P \rightarrow R$$

$$(8) R \leftrightarrow (P \wedge Q)$$

2. 设命题P、Q的真值为0，命题R、S的真值为1，分别求下列命题的真值：

$$(1) (P \leftrightarrow Q) \wedge (\neg R \vee S)$$

$$(2) \neg(P \vee (Q \rightarrow (R \wedge \neg P))) \rightarrow (R \vee \neg S) \quad (20分)$$

参考答案：(1) 1; (2) 1.

3.构造下述命题的真值表：

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R) \quad (20分)$$

参考答案：三个命题变量，真值表为8行，为永真式。

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

4.用基本等价关系证明下列等式：

$$(1) (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) = (P \vee Q) \rightarrow R$$

$$(2) P \rightarrow (Q \rightarrow P) = \neg P \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$(3) P \rightarrow (Q \rightarrow R) = Q \rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$(4) \neg(P \leftrightarrow Q) = (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$$

(5)  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) = (P \wedge Q) \rightarrow R$  (20分)

参考答案:

(1)  $(\bar{P} \vee R) \wedge (\bar{Q} \vee R) = R \vee (\bar{P} \wedge \bar{Q}) = (P \vee Q) \rightarrow R$

(2)  $\bar{P} \vee \bar{Q} \vee P$  (左边); 右边为  $P \vee \bar{P} \vee \bar{Q}$ , 相等

(3) 左边为  $\bar{P} \vee \bar{Q} \vee R$ , 右边为:  $\bar{Q} \vee \bar{P} \vee R$ , 相等

(4) 左边为  $\overline{(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)} = (P \wedge \bar{Q}) \vee (Q \wedge \bar{P})$   
 $= (P \vee (Q \wedge \bar{P})) \wedge (\bar{Q} \vee (Q \wedge \bar{P}))$   
 $= (P \vee Q) \wedge (P \vee \bar{P}) \wedge (\bar{Q} \vee Q) \wedge (\bar{Q} \vee \bar{P})$   
 $= (P \vee Q) \wedge (\bar{P} \vee \bar{Q}) = \text{右式}$

(5) 左式为  $\bar{P} \vee \bar{Q} \vee R = \overline{P \wedge Q} \vee R = (P \wedge Q) \rightarrow R = \text{右式}$