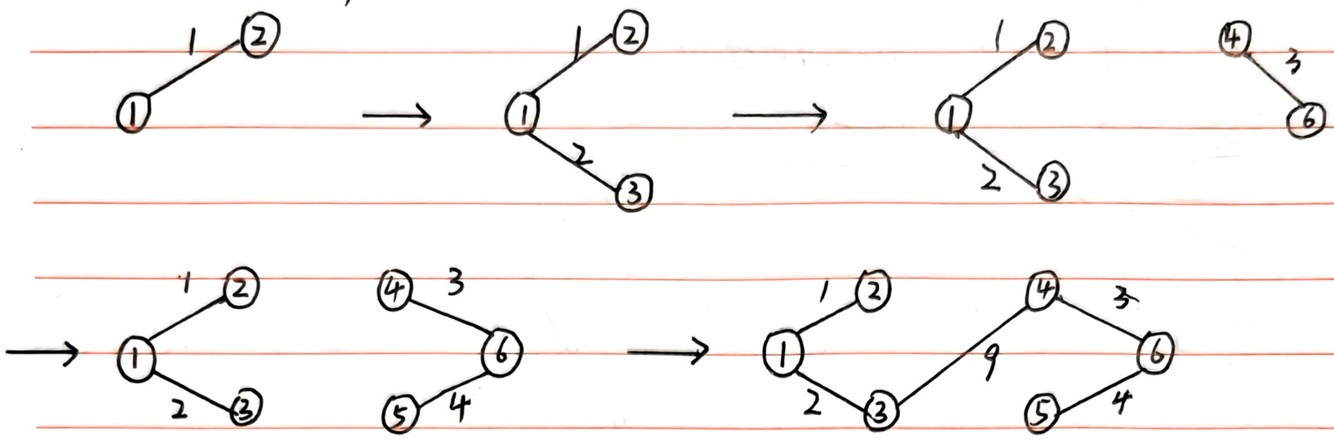
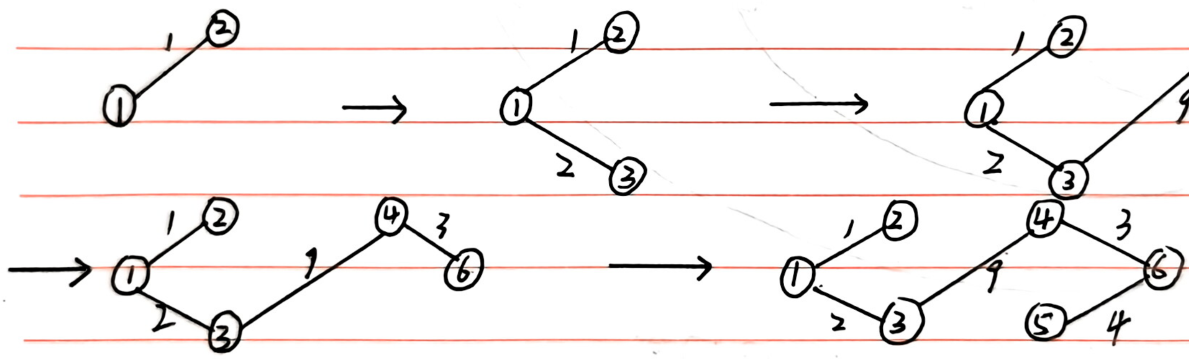
1.1. 从顶点1出发

① kruskal 算法



② Prim 算法



1.2. ① 由于每一步都保持连通性，直至剩余 $n-1$ 条边停止，所以得到的一定是一个生成树

② 再证明该生成树是最小的：

假设得到的生成树不是最小的，那么在该生成树中存在边 e，以及其对应的最小生成树中的边 e'，使得 $value(e) > value(e')$，而这与题设"每边保持连通性删去边图最大的边"矛盾，假设不成立。

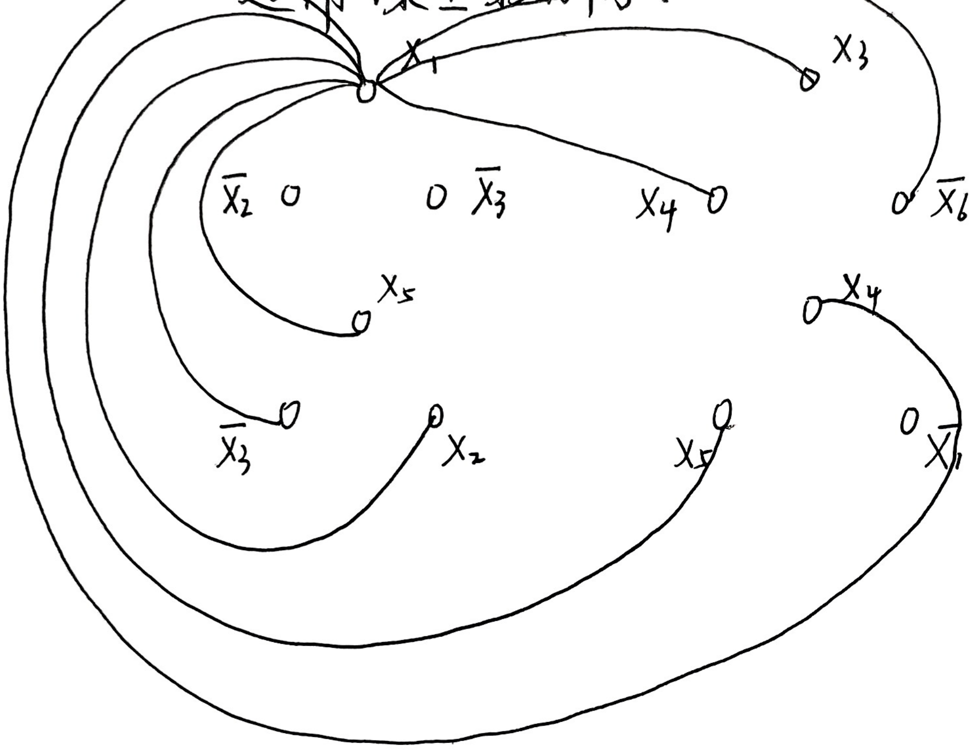
即得到的是最小生成树.

2.1. 证明3-SAT可在多项式时间规约到团问题.

①假设某个3-SAT公式中有m个子句,对于每个子句,我们为其构造3个节点,那么共得到3m个节点,可分为m组,每组对应一个子句。

②边的构造:每组之内不构造边,组与组之间不会发生冲突的节点之间构造一条边(即不能同时为真),具体来说,就是在x与$\overline{x}$之间不构造边。

延用课上的例子:



(边太多了,只以一个顶点为例)

③下面证明:3-SAT $\leq_p$ 团问题

1) 假设SAT可满足,那么每个三角形至少一个顶点赋值为1,这些顶点的集合S构成一个大小为m的团,因为任意两个顶点不冲突,即在图G中有边相连。

2) 假设图G中存在大小为m的团,那么一定是每组有一个节点在该团中,因为组内节点之间没有边相连,将这m个节点赋值为1,即得到3-SAT的一个解,因为这m个节点互不冲突且在m个不同子句中。

華中科技大學
HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
Wuhan 430074, Hubei, P.R.China 中国·武汉 Tel: (027)

7.2. ① 4-SAT $\in NP$

② 对于任意 3-SAT 问题, 可做如下转换:

$x_1 \vee x_2 \vee x_3$

$= x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee (y \wedge \neg y)$

$= (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee y) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg y)$

因此 3-SAT $\le_p$ 4-SAT

而 3-SAT $\in NPC$

即 4-SAT $\in NPC$