ans.md 2024-12-11

这道题的数据范围非常大,需要对区间内的数字和进行高效计算。暴力枚举(L)到(R)范围的每个数字显然不现实,我们需要利用**数位 DP**来快速求解。

解题思路

1. 问题转化

- 区间([L, R])的数字和等于(S(R)-S(L-1)),其中(S(x))表示从1到(x)的数字和。
- 。 通过数位 DP, 我们可以快速计算 (S(x))。

2. 数位 DP 基本思想

- 。 设 (dp[pos][sum][tight]) 表示在当前数位为 (pos),前面数字和为 (sum),且是否受上界约束的情况下的合法方案。
- 。 (pos): 当前正在处理的数位;
- 。(sum): 当前已经累加的数字和;
- 。 (tight): 是否受当前范围的上界限制。
- 转移:
 - 如果 (tight)为 1,则本位的取值范围是 ([0,\text{当前位的值}]);
 - 如果 (tight)为 0,则本位的取值范围是 ([0,9])。

3. **具体实现**

- 首先定义函数 digitSum(x), 利用数位 DP 计算从 1 到 (x) 的数字和。
- 对每个查询 ([L, R]), 计算结果为: [\text{result} = (S(R) S(L-1)) \mod (10^9 + 7)]

代码实现

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <vector>
#include <cstring>
using namespace std;

const int MOD = 1e9 + 7;

int dp[20][200][2]; // dp[pos][sum][tight]

// 数位 DP, 计算 1 到 num 的数字和
int digitSumDP(const string &num, int pos, int sum, bool tight) {
   if (pos == num.size()) return sum; // 数位结束, 返回累加的和

   if (dp[pos][sum][tight] != -1) return dp[pos][sum][tight];

   int limit = tight ? num[pos] - '0' : 9;
   int res = 0;

   for (int digit = 0; digit <= limit; digit++) {
      res = (res + digitSumDP(num, pos + 1, sum + digit, tight && (digit == limit))) % MOD;
```

ans.md 2024-12-11

```
return dp[pos][sum][tight] = res;
}
// 包装函数, 将数字转化为字符串并计算数字和
int digitSum(long long x) {
   string num = to_string(x);
   memset(dp, -1, sizeof(dp));
   return digitSumDP(num, 0, 0, 1);
}
int main() {
   int T;
   cin >> T;
   while (T--) {
        long long L, R;
       cin >> L >> R;
       // 计算区间和
       int sumR = digitSum(R);
       int sumL = digitSum(L - 1);
       int result = (sumR - sumL + MOD) % MOD;
       cout << result << endl;</pre>
    }
   return 0;
}
```

代码说明

1. digitSumDP 函数

- 。 递归计算从 1 到 num 的数字和;
- 。 使用 tight 来表示当前是否受上界约束;
- o sum 累加当前的数字和。

2. 预处理

○ 每次调用 digitSum 时, 清空 DP 表 (memset(dp, -1, sizeof(dp)))。

3. **主逻辑**

- 对于每组区间([L, R]), 分别调用 digitSum(R) 和 digitSum(L-1);
- 。 通过两者差值计算最终结果。

样例测试

ans.md 2024-12-11

输入:



输出:

411 498

复杂度分析

1. 时间复杂度

- 每次调用 digitSum(x) 的复杂度为(O(\text{digits})),即(O(\log_{10} x));
- 。 对于(T)个区间,总复杂度为(O(T\cdot\log_{10}R))。

2. 空间复杂度

。 使用了一个 (dp) 表,其大小为 (20 \times 200 \times 2),即 (O(8000)),常数级别。

这种方法在(R)达到(10⁴[18])的范围内依然能够高效运行。