

24 算法-hw1

November 2024

1 算法渐进分析

1.1 对指数复杂度的三种情形，分别举一个例子，其穷举算法的复杂度对应为 $O(2^n)$, $O(n!)$, $O(n^n)$ 。

1.2 选用你认为最合理的方法证明 $f(n) \neq O(n)$ 和 $f(n) \neq \Omega(n^3)$ ，其中 $f(n) = 2n^2 + 6n + 5$ 。

2 匹配问题

2.1 稳定匹配是否一定存在？若一定存在，请说明理由，若不一定存在，请举出一个反例进行说明。

2.2 有 m 家医院和 n 个刚毕业的医学生，现在要把他们分配到医院里去工作。已知每个人都有自己对医院的喜好程度排序，医院对学生也有。每家医院可以招收若干学生（每家医院的名额是确定的），但名额总数严格小于学生总数，试问是否存在一个稳定匹配算法？这里的稳定匹配指的是，以下两种情况不会发生：(1) 学生 s 被分配到医院 h ，学生 s' 没有工作，但 h 青睐 s' 过于 s 。(2) 学生 s 、 s' 分别被分配到医院 h 、 h' ，但 h 青睐 s' 过于 s ，并且 s' 青睐 h 过于 h' 。

请先用自然语言描述稳定匹配算法，给出伪代码，并验证算法正确性。