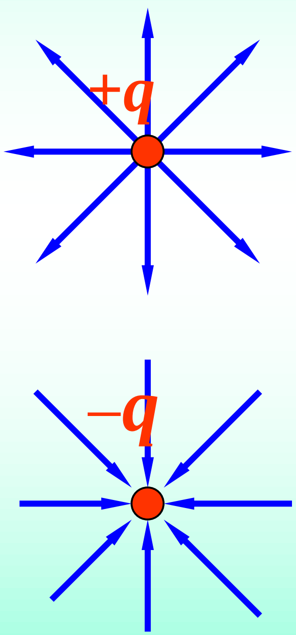
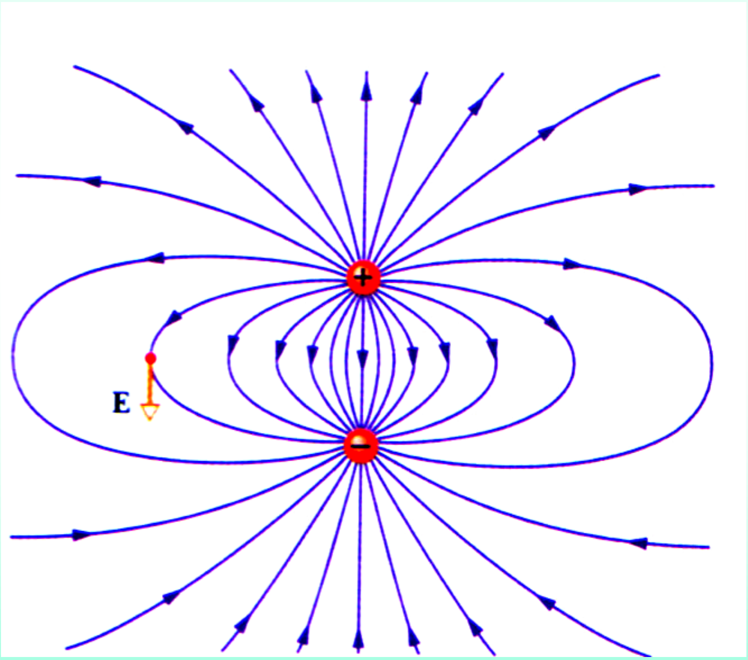
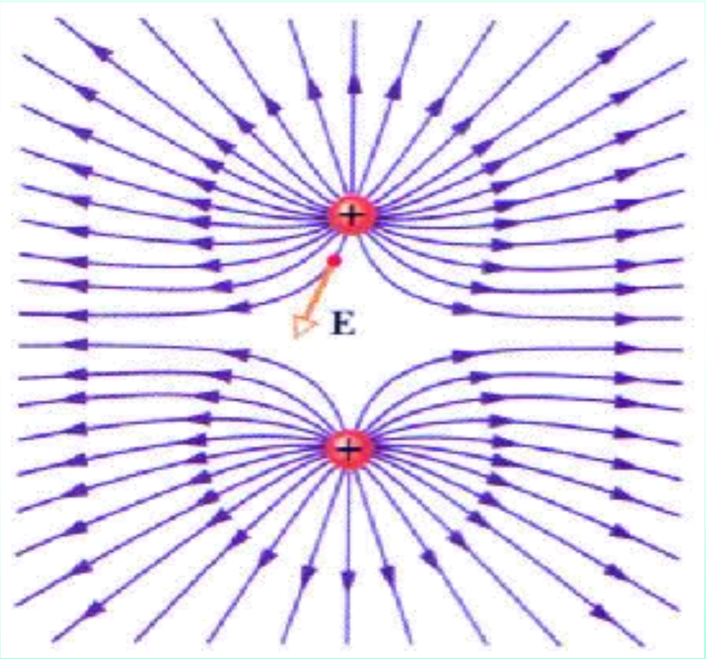
四、静电场的高斯定理

1. *电场线（E线）*——静电场的形象描述

一般带电体的电场线是一系列曲线







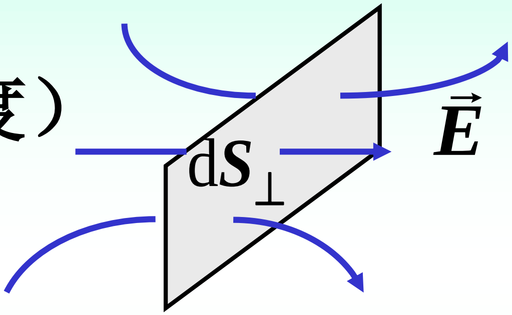
电场线上每点切线的方向表示该点场强的方向

规定

电场中任意一点处，通过该处垂直于的$\vec{E}$ 单位面积上电场线根数

$= E$

即 $E = \dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_{\perp}}$（也称电场线密度）



电场线的特征：

（1）静电场中，起于正电荷止于负电荷，有头有尾，不会在无电荷处中断。

（2）在没有电荷的空间里，任何两条电场线不会相交。？

（3）静电场中，电场线不会形成闭合曲线。

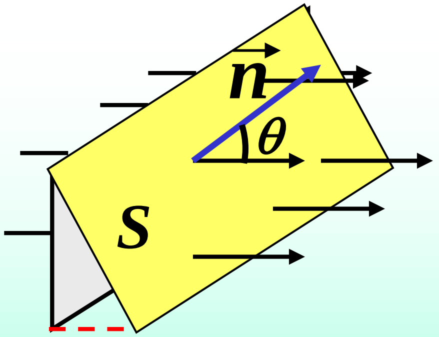
2. 电通量 Φ_E

定义：通过电场中任一给定面的电场线总根数，就是该面的电通量 Φ_E。

（1）$\vec{E}$ 为均匀场

1° 设场中有一平面S， $S \perp \vec{E}$ 或其面法线 $\vec{n} \parallel \vec{E}$：

该面的电通量 $\Phi_E = S\,E$



2° 若 $\vec{n}$与$\vec{E}$成θ 角

$$\Phi_E = SE\cos\theta = \vec{S}\cdot\vec{E}$$

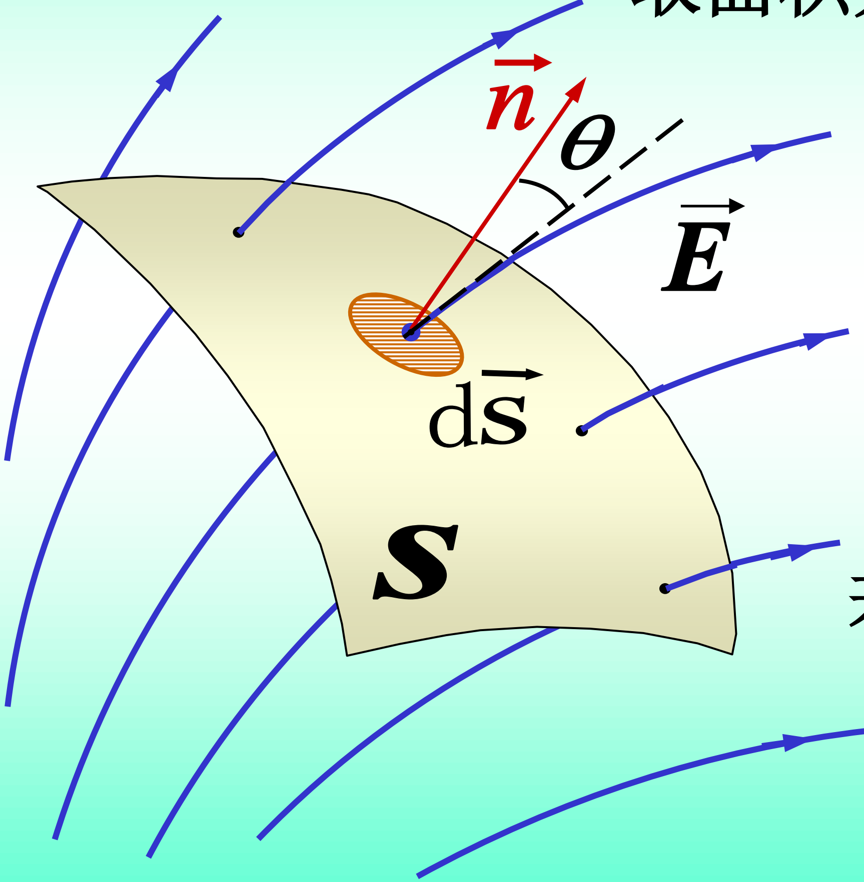
$$\begin{cases} \theta < 90^{\circ} & \Phi_E > 0 \\ \theta > 90^{\circ} & \Phi_E < 0 \end{cases}$$

（2）$\vec{E}$ 为非均匀场

$$\boxed{\Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E}\cdot\vec{S}}$$

曲面S上，各点 E 大小方向均不同（均匀场, 平面）

取面积元dS，其上的电通量



$$\mathrm{d}\Phi_E = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

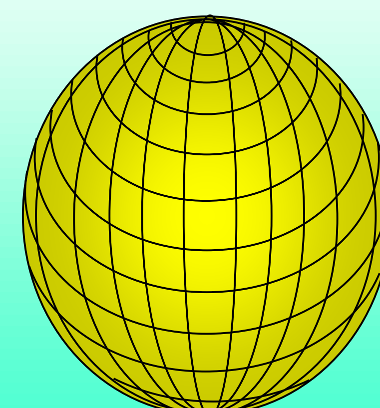
S 面上的总通量

可正可负

$$\boxed{\Phi_E = \int \mathrm{d}\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

若S为闭合曲面

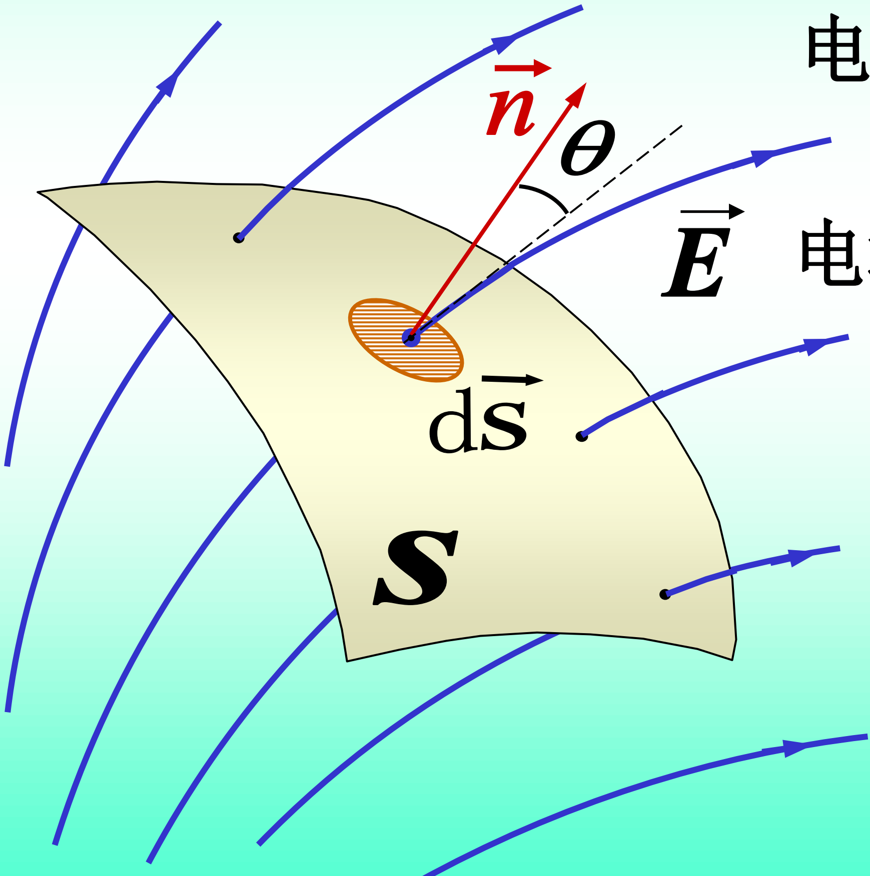
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



曲面S的电通量 $\Phi_E=\int \mathrm{d}\Phi_E=\int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

S为闭合曲面 $\Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

规定：闭合曲面的法线自内向外为正方向

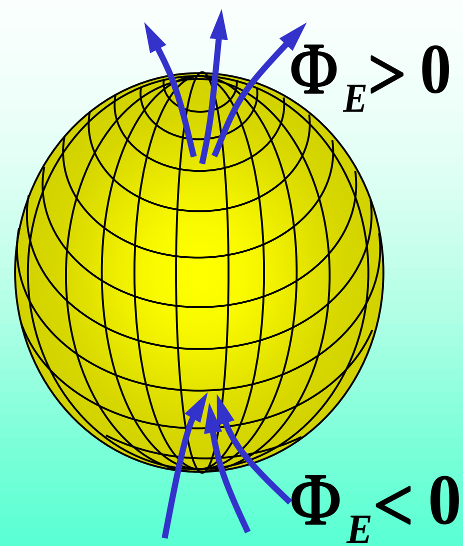


电场线从曲面内向外穿出

$\Phi_E>0$

电场线从曲面外向内穿进

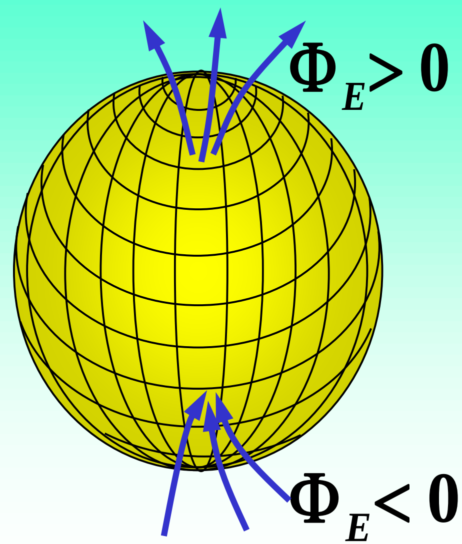
$\Phi_E<0$

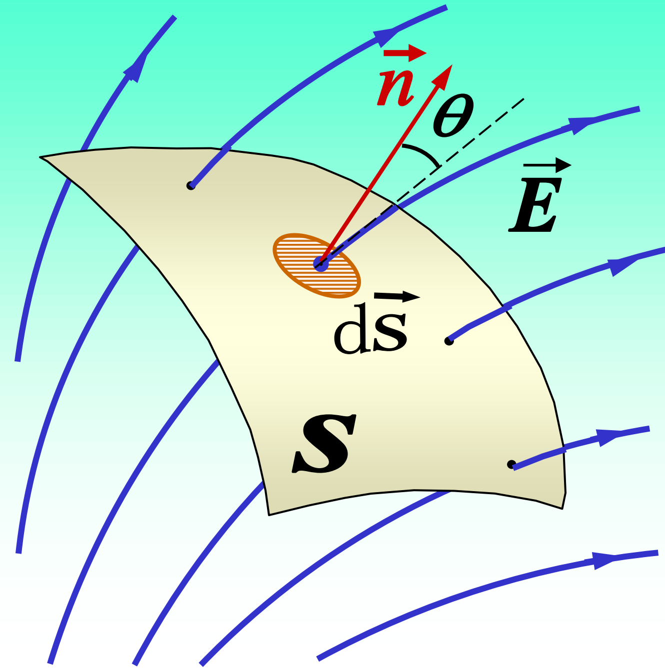


Φ_E的单位：

$\mathrm{N\cdot m^2/C}$

注：





1° $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

表示净穿出(入)闭合面的电场线的总根数

$\Phi_E > 0$ 有**净**电场线从曲面内向外**穿出**

$\Phi_E < 0$ 有**净**电场线从曲面外向内**穿入**

2° 引入电场线，只是为了形象理解电场E，实际上 E 是连续分布于空间。

四、静电场的高斯定理

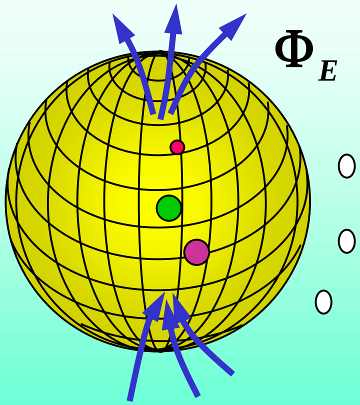
3. *真空中静电场的高斯定理*

（1）高斯定理

通过任意闭合曲面S的电通量	$\propto$	S 面包围的电荷的代数和

即 $$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_i$$

——静电场的基本规律之一



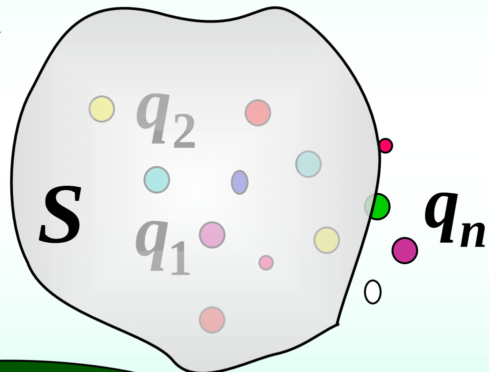
证明：略（见书P205—207）

注意

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_i$$

1 °Φ_E只决定于S面包围的电荷，S面外的电荷对Φ_E无贡献。

2 °封闭面S 上的场强 $\vec{E}$ 是由S内的电荷产生，而与S外的电荷无关吗？



$\vec{E}$是由全部电荷共同产生的合场强

q_i 移动，Φ_E是否有变化？ $\vec{E}$ 呢?

3 °若S内的电荷是连续分布

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, \mathrm{d}V$$

曲面S内带电体的体积

注意 若S内的电荷是连续分布

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dV$$ ——积分形式

数学的矢量分析中，有

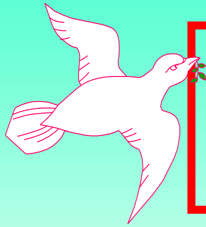
$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{A} \, dV$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} \, dV$$

$$\int_V \nabla \cdot \vec{E} \, dV = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dV$$

散度 $$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ ——微分形式

4 电场强度的散度等于该点的自由电荷密度除以ε_0



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S\text{内}} q_i$$

高斯定理的意义：

——电磁场的基本方程之一

反映电场的基本性质

$\left\{\begin{array}{l} \text{若} \sum q_i > 0 \quad \Phi_E > 0 \text{ 有净电场线从闭合面内}\textbf{发出} \\ \text{若} \sum q_i < 0 \quad \Phi_E < 0 \text{ 有净电场线到闭合面内}\textbf{终止} \end{array}\right.$

——**静电场是有源场**

给出电场与场源电荷关系： $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

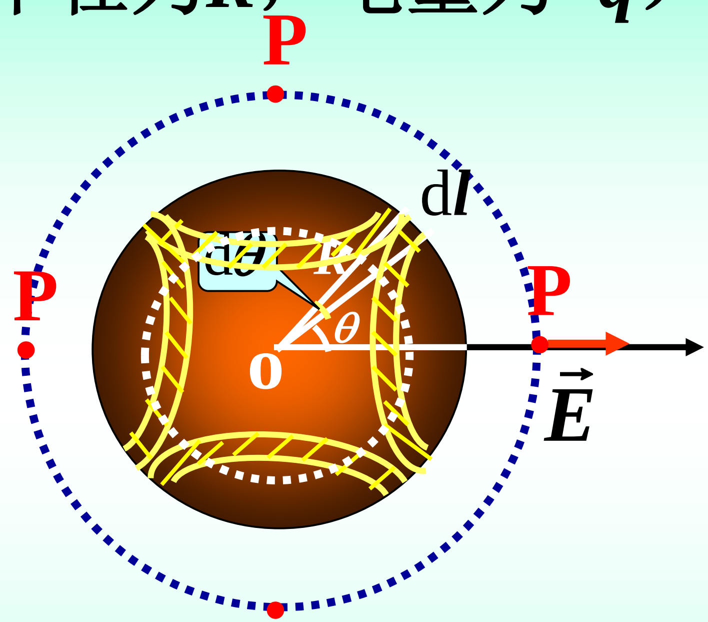
$\left\{\begin{array}{l} \text{正电荷是发出电场线的源} \\ \text{负电荷是接收电场线的源} \end{array}\right.$

（2）用高斯定理求$\vec{E}$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

例11. 求均匀带电球面的E（设半径为R，电量为$+q$）

解： 取r为半径的同心**球面S**



当 $r \geq R$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$$

又 $$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

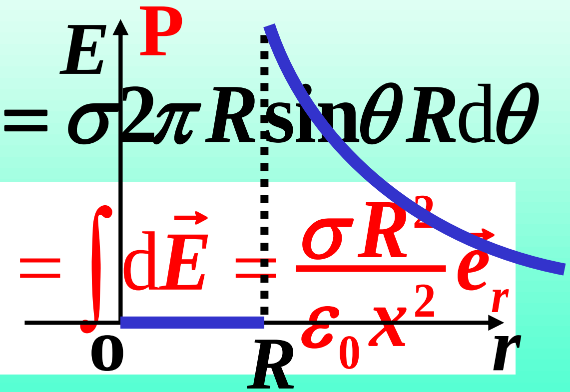
若 $r \leq R$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$$

而 $$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = 0 \quad \therefore \; E = 0$$

$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi R \sin\theta R \mathrm{d}\theta$$

$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}\vec{e}_r$$

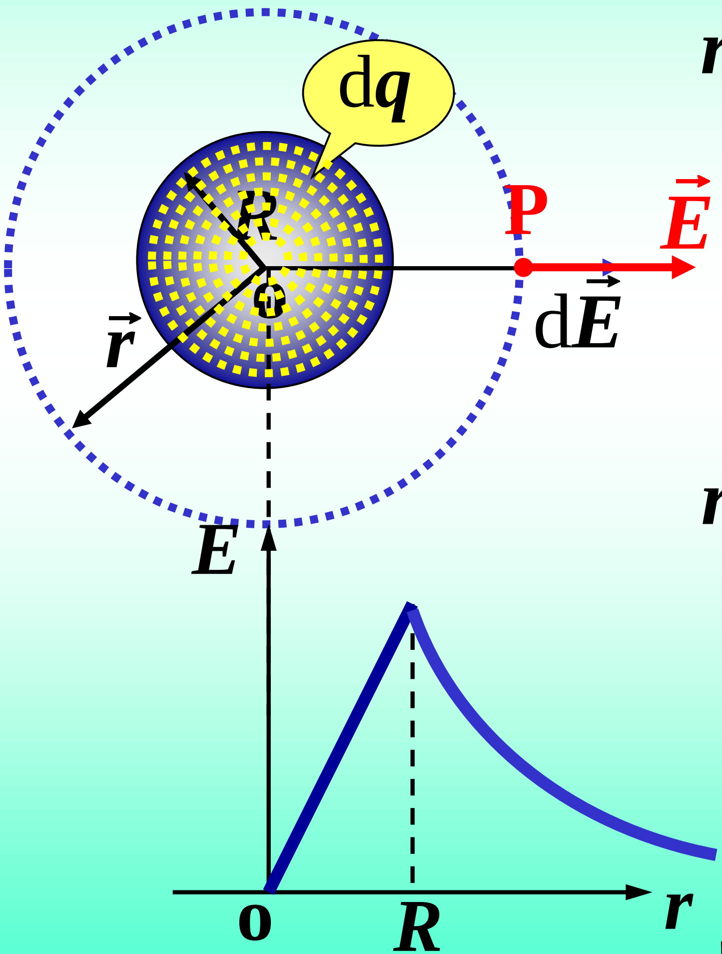


例12. 求均匀带电球的电场分布

设半径为R，电量为$+q$。

$$\Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV$$

解： 取以r为半径的同心高斯球面S



$r \ge R$ $\quad \Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2$

$$\Phi_E=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$\therefore E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 方向为 $\vec{r}$

$r \le R$ $\quad \Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2$

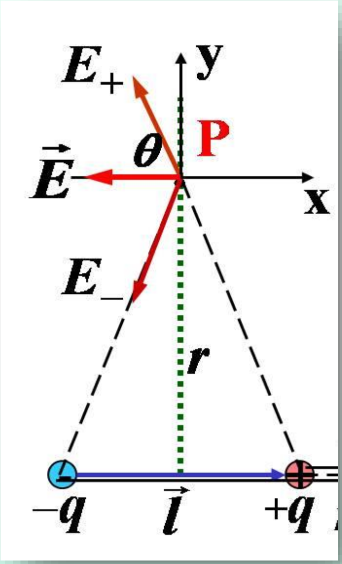
$$\Phi_E=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3$$

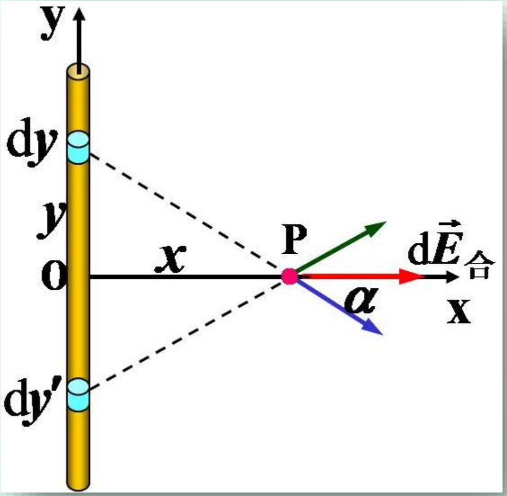
$\therefore E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r$ 方向为 $\vec{r}$

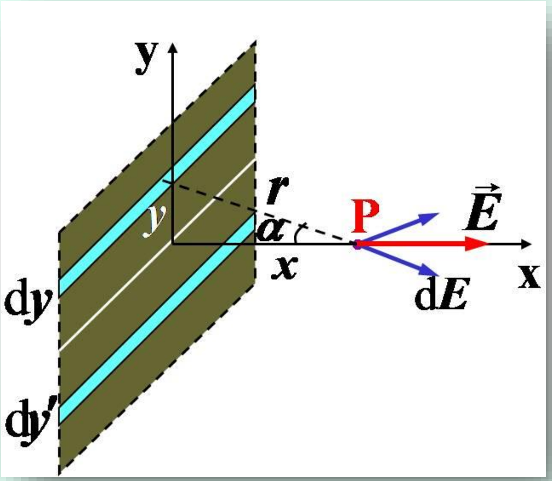
点电荷的电场在 $r\to 0$ 时, $E\cancel{\to}\infty$

上节课的相关内容

- 电偶极子
- 无限长导线
- 无限大带电面







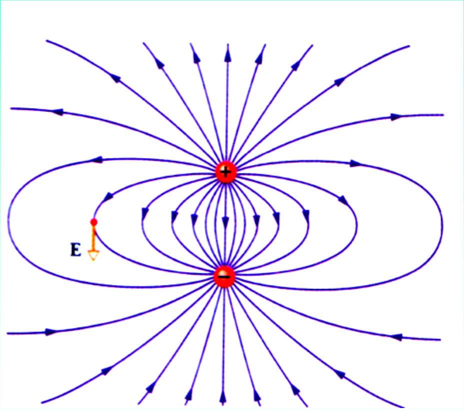
$$E = -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + \frac{l^2}{4})^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

上节课的相关内容

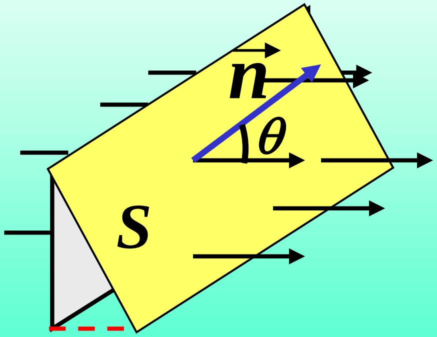
电场中任意一点处，通过该处垂直于的$\vec{E}$ 单位面积上电场线根数 $= E$

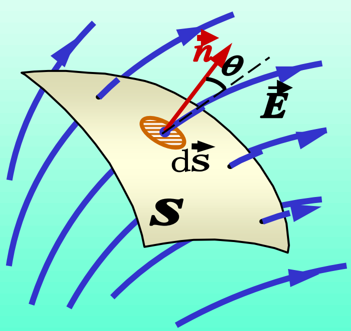


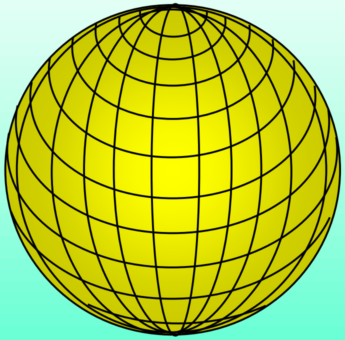
即 $E = \dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_{\perp}}$（也称电场线密度）

电通量 Φ_E

定义：通过电场中任一给定面的电场线总根数，就是该面的电通量 Φ_E。







$$\Phi_E = \vec{S} \cdot \vec{E}$$

$$\Phi_E = \int \mathrm{d}\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

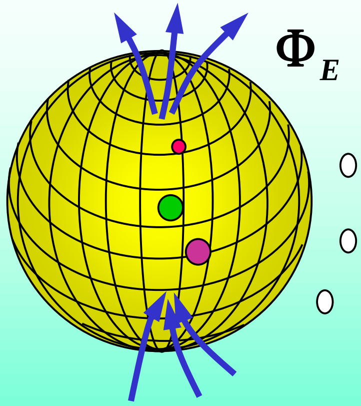
上节课的相关内容

真空中静电场的高斯定理

通过任意闭合曲面S的电通量 $\propto$ S面包围的电荷的代数和

即 $$\boxed{\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i}$$

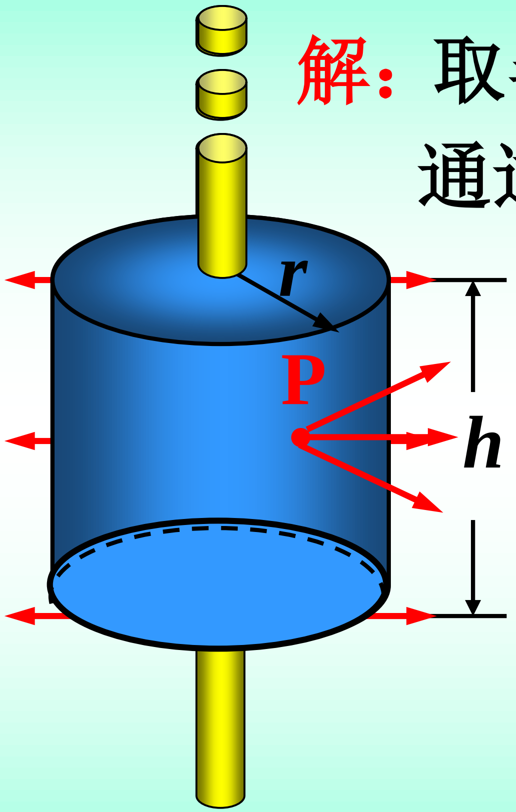
——静电场的基本规律之一



证明：略（见书P128－130）

例13. 用高斯定理求均匀带电的无限长圆柱棒的电场分布，已知线电荷密度λ。

$$\boxed{\Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV}$$



解： 取半径为r, 高为h的同轴高斯圆柱面通过该面的电通量：

$$\Phi_E=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

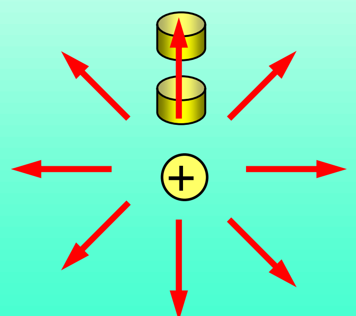
$$=\int_{侧面}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\overbrace{\overset{0}{\int_{上底}\vec{E}\cdot d\vec{S}}+\overset{0}{\int_{下底}\vec{E}\cdot d\vec{S}}}^{\vec{n}\perp\vec{E}}$$

$$=E\int_{侧面}dS=E\cdot 2\pi r\cdot h$$

$$\Phi_E=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\cdot dV=\frac{1}{\varepsilon_0}\lambda h$$

$$\therefore \vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

对有限长的棒成立吗？



$r\to 0$，$E\to\infty$？

讨论：

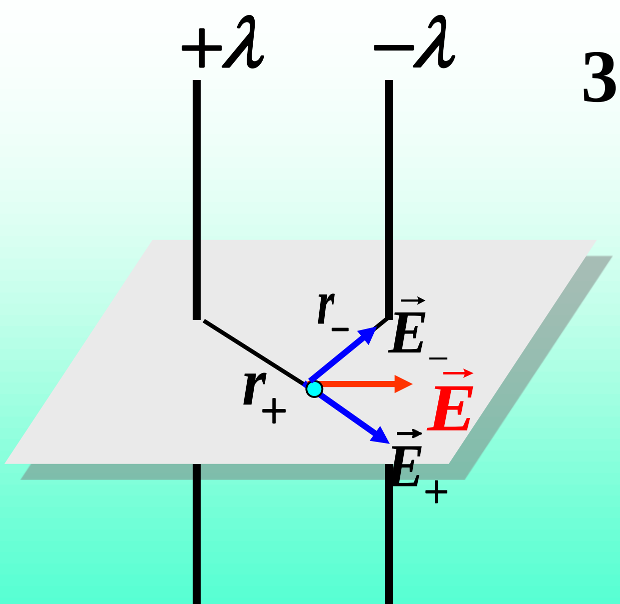
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

体密度

1° $r\to 0,\ E\to\infty$?

$r<R$
- 无限长均匀带电圆柱体 $E=\dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}r$
- 无限长均匀带电圆柱面 $E=0$

2° 两平行输电线的电场分布？



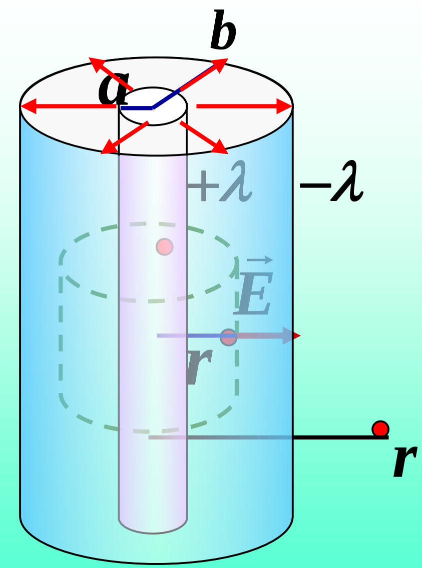
3° 同轴电缆的电场？

$r<a$ $E=0$

$a<r<b$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$r>b$ $E=0$



用高斯定理解题步骤：

$$\boxed{\Phi_E=\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V\rho\,\mathrm{d}V}$$

（1）分析电场是否具有对称性

（2）取合适的高斯面（**封闭面**）

要取在E相等的曲面上

（3）E相等的面不构成闭合面时

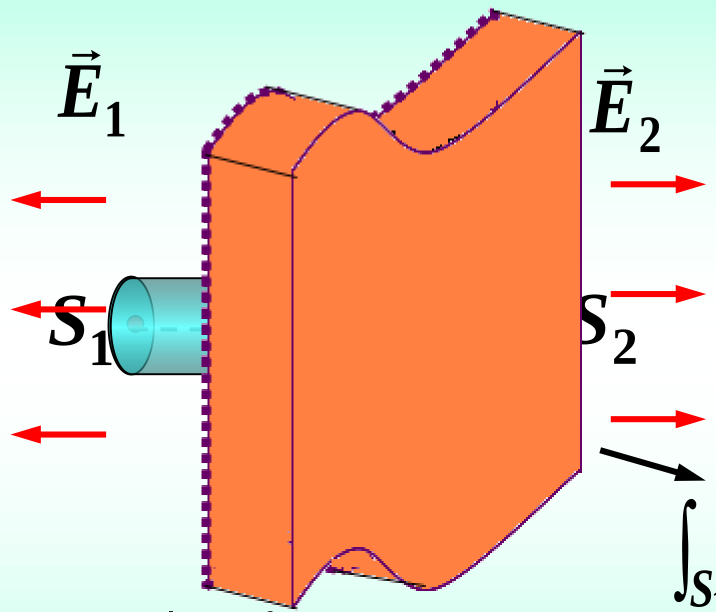
另选法线 $\vec{n}\perp\vec{E}$ 的面构成闭合面

（4）分别求出 $\Phi_E=\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 和 $\Phi_E=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum\limits_{S内}q_i$

从而求得E

例14.无限大薄平板均匀带电，面电荷密度+σ，求场强分布?

解：由电荷分布可知场相对平面对称, 并且



$$\begin{cases} \vec{E}\perp\text{平板} \\ \text{与板等距离平面上}E\text{相等} \end{cases}$$

过场点作高斯柱面

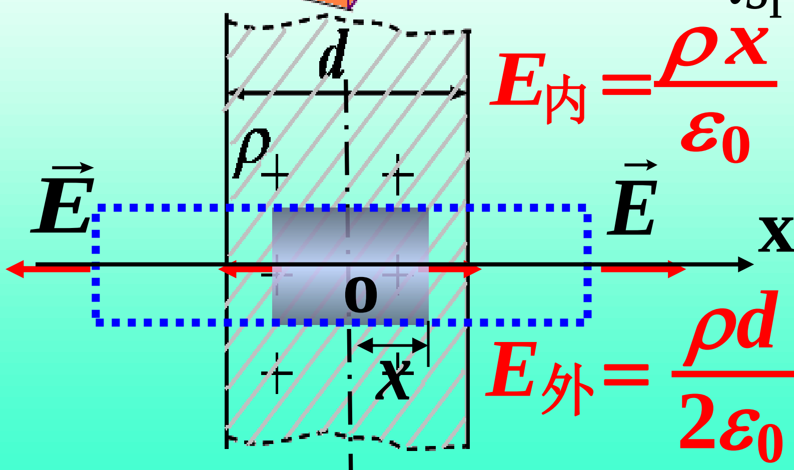
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

$$\int_{S_1}\vec{E}_1\cdot d\vec{S} + \int_{S_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{S} + \int_{S_3}\vec{E}_3\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

$$E_1\cancel{S_1} + E_2\cancel{S_2} + 0 = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\cancel{S_0}$$

$$E_1 = E_2 = E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

方向：垂直于平板向外



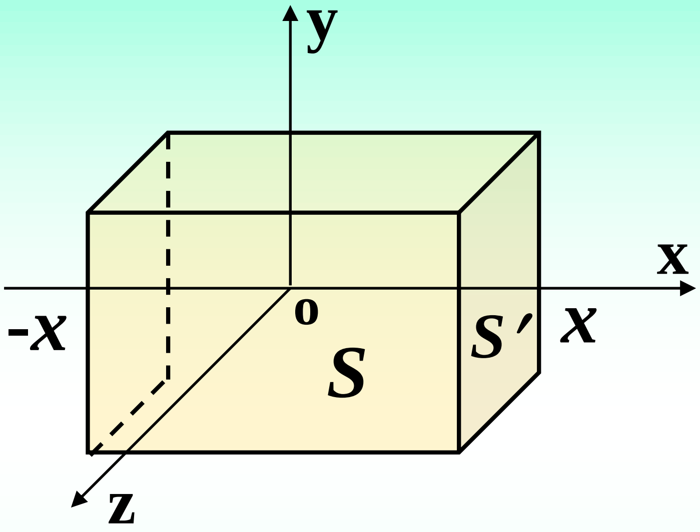
$$E_内 = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$$

$$E_外 = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$

例15. 设电荷体密度沿x轴方向按 $\rho = \rho_0 \cos x$ 分布在整个空间，求空间的电场强度分布。

解： 电荷分布相对yoz平面对称

场强 E 只有x方向分量



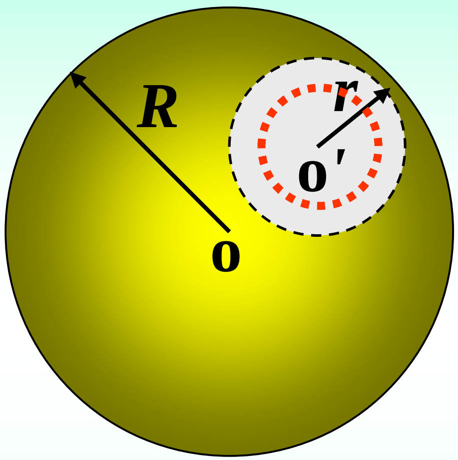
作高斯面 S，则

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, \mathrm{d}V$$

$$2E_x S' = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{-x}^{x} \rho_0 \cos x\, S' \mathrm{d}x$$

$$E = E_x = \frac{\rho_0 \sin x}{\varepsilon_0} \quad \begin{cases} \sin x > 0，\text{沿 X 轴正向} \\ \sin x < 0，\text{沿 X 轴负向} \end{cases}$$

例16. 半径为R， 电荷密度为ρ的均匀带电球内有一半径为r的空腔，证明空腔内为均匀电场。



证明：

取以r'为半径, o'为心的高斯球面

根据高斯定理

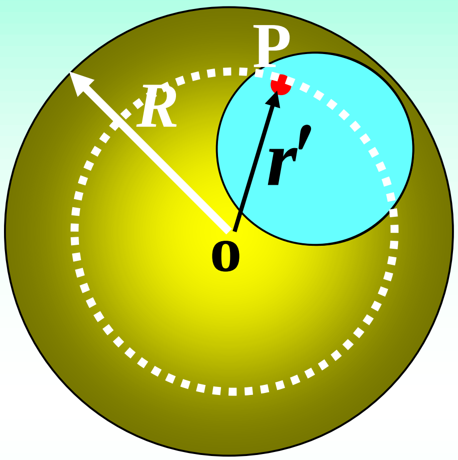
$$\cancel{\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E\cdot 4\pi r^2}$$

$$\cancel{\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V dq = 0}$$

$$\cancel{\therefore E = 0 \quad E\text{为均匀电场}}$$

证明： 填补法 设想空腔内充有 $+\rho$ 和 $-\rho$ 的电荷

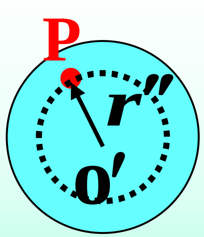
所有 $+\rho$ 构成一完整的带电球



过空腔内任一点P, 作以 r' 为半径，o为心的高斯球面

用高斯定理可得： $\vec{E}' = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}'$

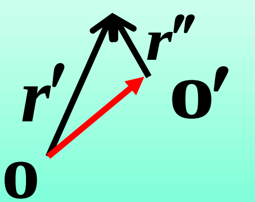
过空腔内任一点P, 作以 r'' 为半径，o'为心的高斯球面



同理所有 $-\rho$ 在P点产生的电场

$$\vec{E}'' = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}''$$

P点的合场强



$\vec{r}' - \vec{r}'' = \overrightarrow{oo'}$

$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}'' = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}' - \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}'' = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}' - \vec{r}'')$$

$\therefore \vec{E} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{oo'}$ 即腔内为均匀电场

■ 均匀带电内腔球的电场

$\epsilon = 8.85\times10^{-12}$; $x0 = 0$; $y0 = 0$; $r0 = 10$; $x1 = 3$; $y1 = 4$; $r1 = 5$; $\rho = 1$;

$e00 = \rho/(3\epsilon)\times\{x, y\}$;

$e01 = \rho/(3\epsilon)\times r0^3\times\{x, y\}/\left(x^2+y^2\right)^{3/2}$;

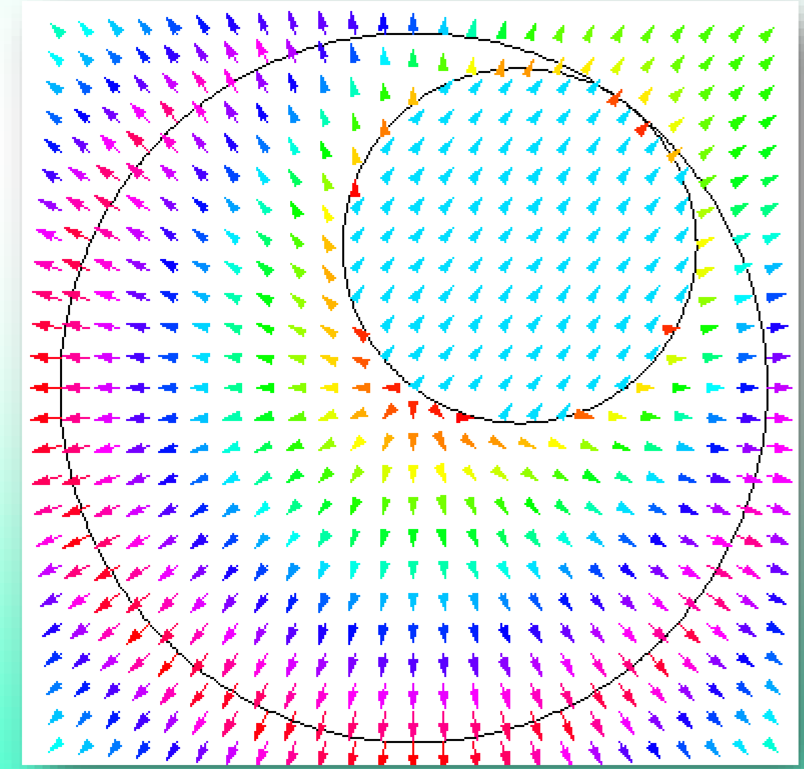
$e10 = -\rho/(3\epsilon)\times\{x - x1, y - y1\}$;

$e11 = -\rho/(3\epsilon)\times r1^3\times\{x, y\}/\left((x - x1)^2 + (y - y1)^2\right)^{3/2}$;

$e0 = \mathrm{If}\left[\left(x^2+y^2\right)\le r0^2, e00, e01\right]$;

$e1 = \mathrm{If}\left[\left((x - x1)^2 + (y - y1)^2\right)\le r1^2, e10, e11\right]$;

$e = e0 + e1$;



讨论

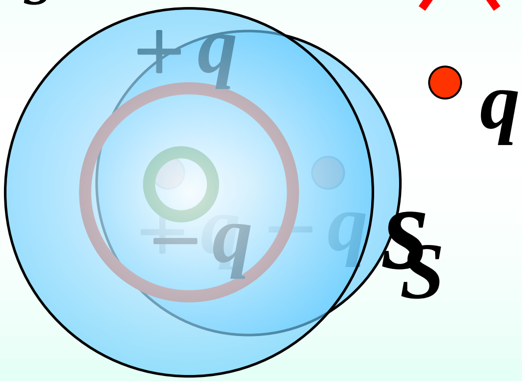
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

下列说法是否正确：

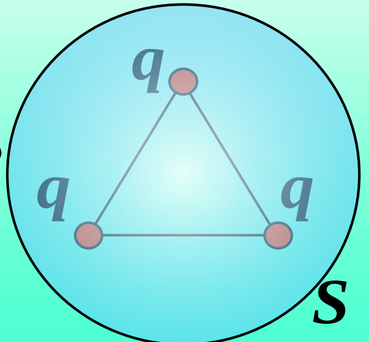
1° 应用高斯定理的条件是电场必须具有对称性

2° 静电场中任一闭合曲面S, 若有 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$，则$S$面上的$E$处处为零。（如图）

3° 若闭合曲面 S 上各点的场强为零时，则S面内必定未包围电荷。（如图）



4° 三个相等的点电荷置于等边三角形心三个顶点上, 以三角形的中心为球作一球面S如图, 能否用高斯定理求S面上的场强。



不行！ 但有 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{3q}{\varepsilon_0}$ 成立

小结电场强度计算方法：

- 定义+电力叠加原理 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$
- 点电荷电场强度 + 叠加原理 $\vec{E}=\int\dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

解题基本思路：
- 点电荷电场＋叠加原理
- 分析电场强度方向
- 矢量积分简化为普通积分

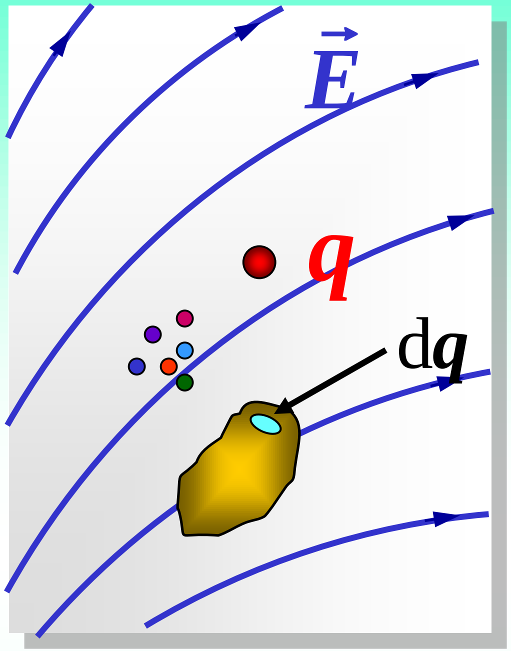
- 高斯定理（电荷分布对称） $\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内}q_i$

解题基本思路：
- 分析电场是否具有对称性
- 取合适的高斯面（封闭面）
- 分别求方程的左边和右边从而求得E


Carl Friedrich
Gauſs
geb 30 April 1777
gest 23 Febr. 1855

五、静电场力作功

1. 静电场对带电体的作用力



（1）一个点电荷q 处在外电场 $\vec{E}$ 中

q受到电场力 $\vec{F}=q\vec{E}$

（$\vec{E}$为q所在点的场强）

（2）点电荷系处在外电场$\vec{E}$中

每个点电荷受力

$$\vec{F}_1=q_1\vec{E}_1 \quad \vec{F}_2=q_2\vec{E}_2\cdots \quad \cdots\vec{F}_k=q_k\vec{E}_k$$

所受的合力 $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_k=\sum_i q_i\vec{E}_i$

（3）连续分布的带电体在外电场中受力

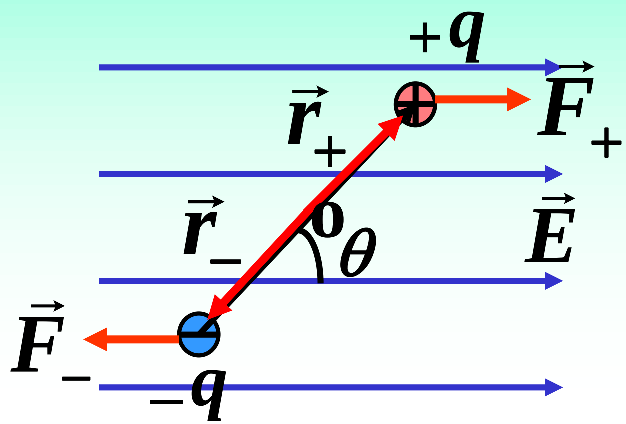
$\mathrm{d}q$ 受力 $\mathrm{d}\vec{F}=\mathrm{d}q\cdot\vec{E}$

带电体受合力 $\vec{F}=\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}q$

例17. 求一均匀电场中电偶极子的受力情况。

已知：电场为E，偶极子的电荷为q

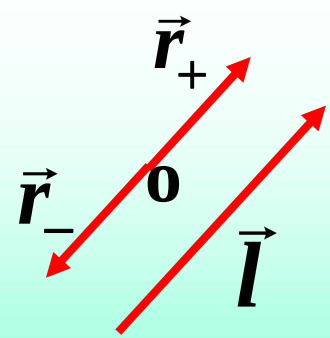
解： 受力



$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_+ &= q\vec{E}\\ \vec{F}_- &= -q\vec{E}\end{aligned}\right\}\vec{F}_{合} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0$$

相对o点的力矩

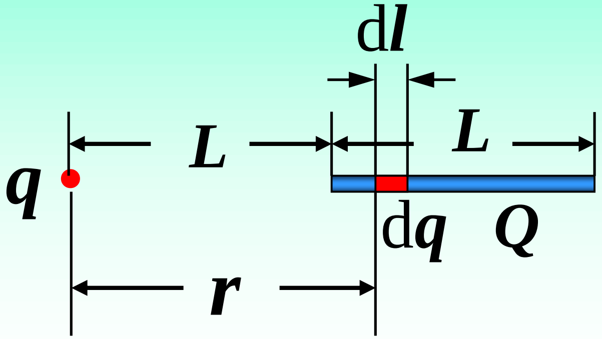
$$\begin{aligned}\vec{M} &= \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_-\\ &= q\vec{r}_+ \times \vec{E} - q\vec{r}_- \times \vec{E}\\ &= q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \times \vec{E}\\ &= q\vec{l} \times \vec{E}\end{aligned}$$



即 $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\left\{\begin{array}{l} |\vec{M}| = pE\sin\theta \\ \text{方向是使电偶极子转向电场方向}\end{array}\right.$

例18. 已知一点电荷q与均匀带电Q的细棒相距L。
求:点电荷与细棒相互作用力。

解：电荷对细棒的作用



$$\mathrm{d}l = \mathrm{d}r$$

在细棒上取电荷元dq

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$$

其所在处的电场

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

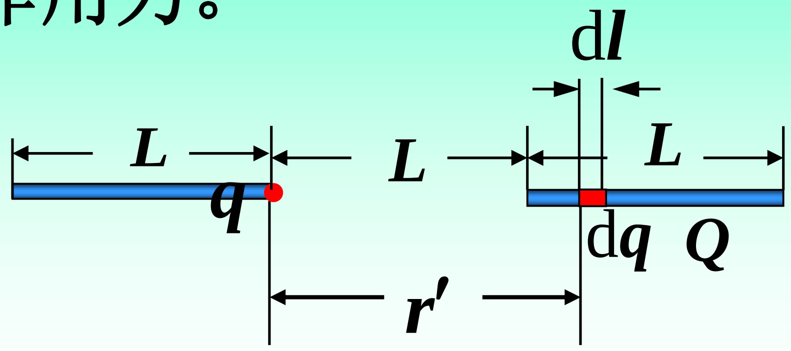
dq 受力 $\mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}q \cdot \vec{E}$

细棒受力 $\vec{F} = \int \vec{E} \cdot \mathrm{d}q = \int \frac{q\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

$$\therefore F = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_L^{2L}\frac{\lambda \mathrm{d}r}{r^2} = \frac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 L^2}$$ 方向水平向右

例18. 已知一点电荷q,与均匀带电Q的细棒相距L。
求:点电荷与细棒相互作用力。

解：细棒对电荷的作用



$$\mathrm{d}l=\mathrm{d}r'$$

点电荷q处的电场

$$\vec{E}'=-\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\vec{e}_{r'}$$

$$=-\int_L^{2L}\frac{\lambda\,\mathrm{d}r'}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\vec{e}_{r'}=-\frac{\lambda}{8\pi\varepsilon_0 L}\vec{e}_{r'}$$

点电荷q受力：

$$\vec{F}'=q\vec{E}'=-\frac{\lambda q}{8\pi\varepsilon_0 L}\vec{e}_{r'}$$

作用力等于反作用力

$$=-\frac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 L^2}\vec{e}_{r'}$$

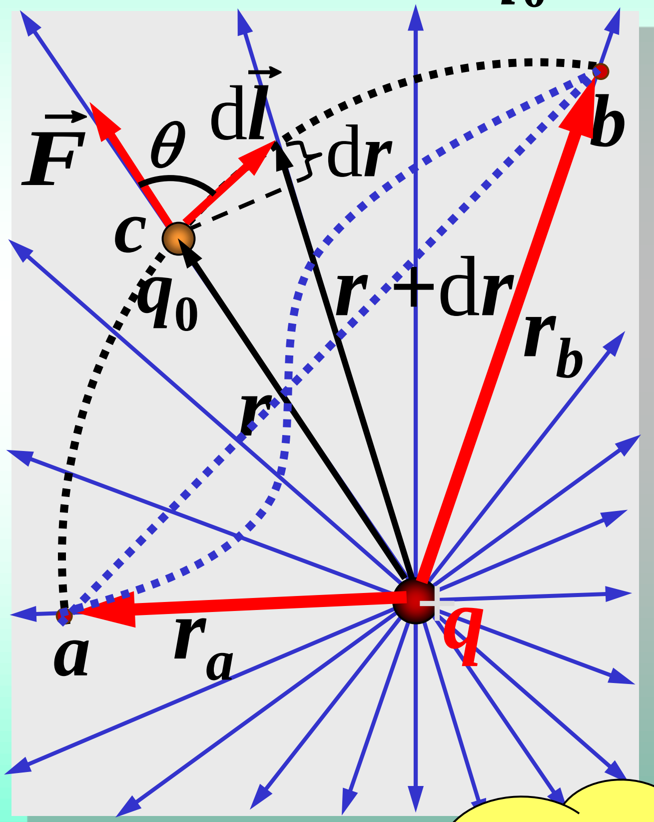
$$\boxed{\vec{F}'=-\vec{F}}$$

2. 静电场力的功

q的场强：$\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

（1）单个点电荷产生的电场中

将电荷q_0从a点移动到b点，电场力作功 A=？



在任意点c，q_0的位移$\mathrm{d}\vec{l}$，

受电场力 $\vec{F} = q_0\vec{E}$

电场力作功为

$$\text{đ}A = \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = F\mathrm{d}l\cos\theta = F\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}l\cos\theta = \mathrm{d}r$$

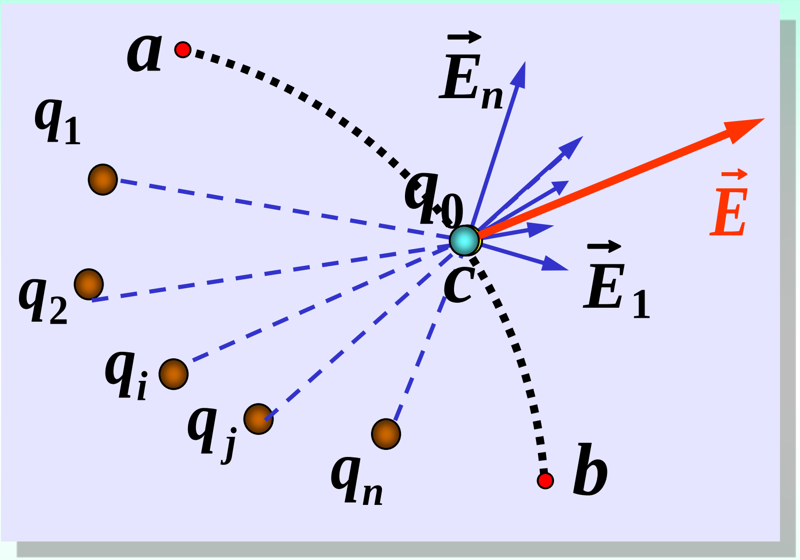
$$A = \int F\mathrm{d}r = \int q_0 E\mathrm{d}r$$

$$= \int_a^b \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

电场力作功与路经无关

（2）在点电荷系的电场中 **(或连续带电体的电场)**

将电荷q_0从a点移动到b点，在任意点c受电场力



$$\vec{F}=q_0\vec{E}$$

该处的场强为

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots\vec{E}_n$$

电场力作功

$$A=\int\vec{F}\cdot d\vec{l}=\int q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=q_0\int(\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n)\cdot d\vec{l}$$

$$A=q_0\int\vec{E}_1\cdot d\vec{l}+q_0\int\vec{E}_2\cdot d\vec{l}+\cdots+q_0\int\vec{E}_n\cdot d\vec{l}=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

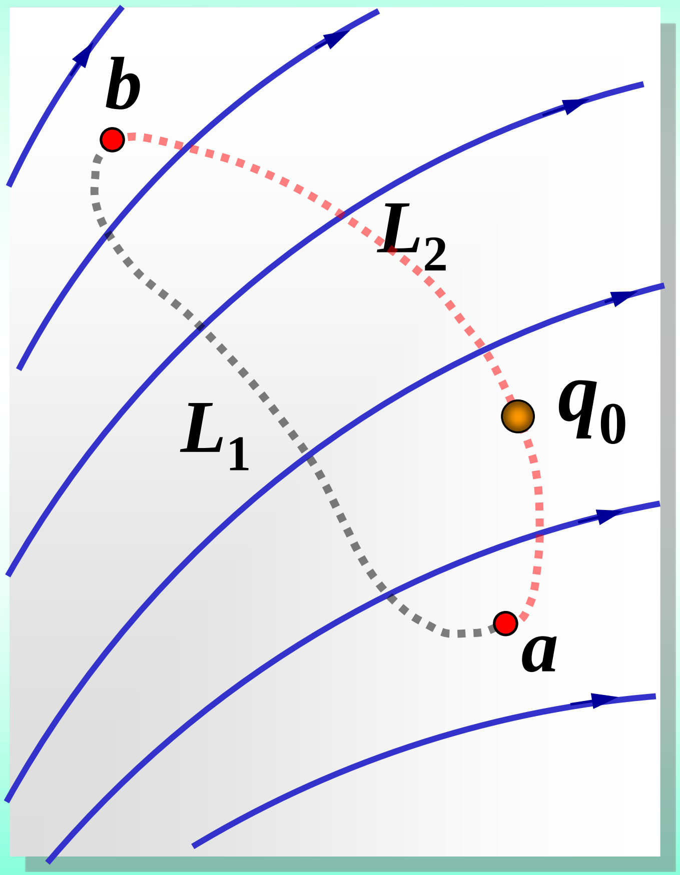
每一项都与路经无关

结论

电场力是保守力，静电场是保守力场！

3.*环路定理*

在任意电场中，将q_0从$a \underset{经L_2}{\overset{经L_1}{\rightleftarrows}} b$ 电场力作功：



$$A = \oint_L q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_{a\,(L_1)}^{b} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{b\,(L_2)}^{a} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_{a\,(L_1)}^{b} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} - \int_{a\,(L_2)}^{b} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

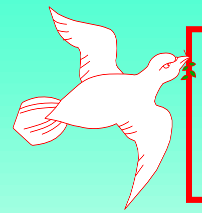
$$\because \int_{a\,(L_1)}^{b} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{a\,(L_2)}^{b} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\therefore A = \oint_L q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$$ **静电场的环路定理**

即：静电场中场强沿任意闭合路径的环流恒等于零

注



$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0}$$

1 若一矢量场的任意环路积分始终为零，则称该矢量场为无旋场。

静电场两个基本性质：

高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$ **有源场**

环路定理 $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$ **无旋场**

2 静电场是**保守场** ——静电力是**保守力**

可以引入“**电势**”、“**电势能**”的概念