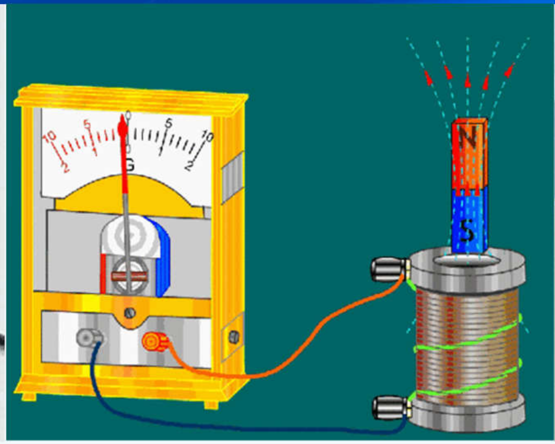
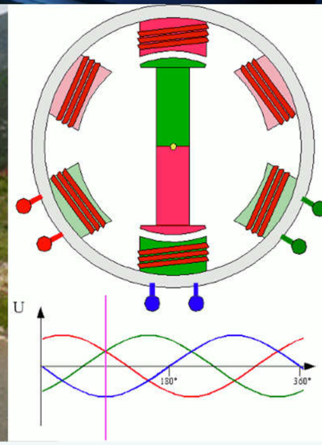
大学物理





第三篇 电磁学

第10章-3 电磁感应

尹 航

华中科技大学 物理学院

回 顾

电流未稳定(暂态)

↓

磁通量变化

↓

电磁感应

互感

- 定义式：$\Psi_{12}=M_{12}i_1$，$\Psi_{21}=M_{21}i_2$ ⟹ $M_{12}=M_{21}=M$
- 互感电动势 $\varepsilon_M=-M\dfrac{di}{dt}$：$\varepsilon_{12}=-M\dfrac{di_1}{dt}$，$\varepsilon_{21}=-M\dfrac{di_2}{dt}$

自感

- 自感系数 $L=\dfrac{\Psi}{i}$
- 自感电动势 $\varepsilon_L=-\boxed{L}\dfrac{di}{dt}$ → 电磁惯性

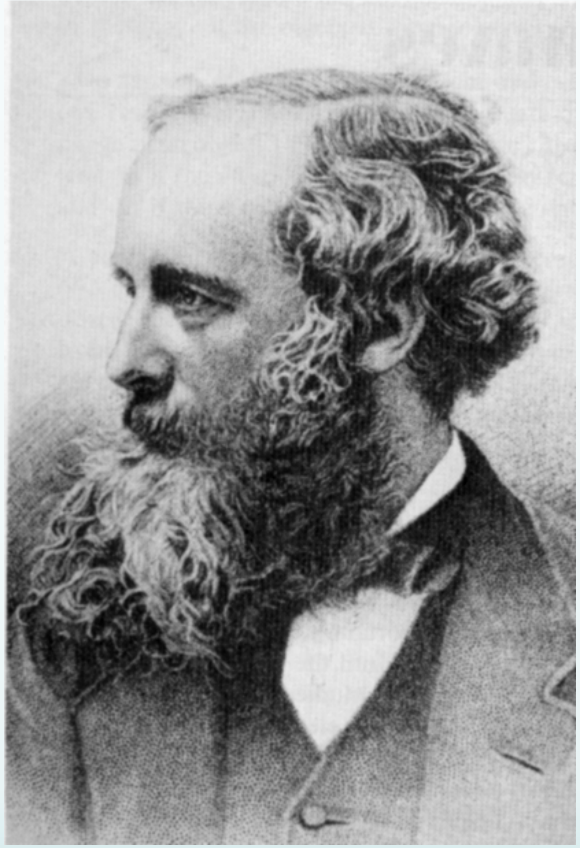
磁场的能量

- 克服感应电动势（自感或互感）做功
- 单线圈的磁能 $W_m=\dfrac{1}{2}LI^2$ 多线圈还需考虑互感
- 磁能密度：$w_m=\dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

本节内容

1 麦克斯韦方程组

麦克斯韦方程组



James Clerk Maxwell
(1831–1879)

库仑、安培和法拉第等

- 站在巨人肩上统一了电磁理论。

归纳出电磁场基本方程

- 提出了**有旋电场**和**位移电流**两个假设。
- 1865年麦克斯韦预言了电磁波的存在
- 计算出真空中电磁波的速度 **(光速)**

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

光就是一种电磁波!

- 1888年赫兹用实验证实电磁波的存在。

麦克斯韦方程组

□ 回顾：已建立的电磁学基本规律

- ✓ 电场的高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_0 = \int_V \rho_0 dV$ 有源场
- ✓ 静电场环路定理 $\oint_L \vec{E}_{静} d\vec{l} = 0$ 保守力场 无旋场
- ✓ 磁场的高斯定理 $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ 无源场
- ✓ 安培环路定理 $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_0$ 有旋场 ⟵ 非稳恒情况下出现矛盾！
- ✓ 电磁感应定理 ⟶ 普遍情况下的电场的环路定理

$$\oint_L \underbrace{\vec{E}}_{\vec{E}_{静}+\vec{E}_{感}} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} d\vec{S}$$

麦克斯韦方程组

□ 位移电流

关于安培环路定理 $\oint_L \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = \sum_i I_{i传导}$

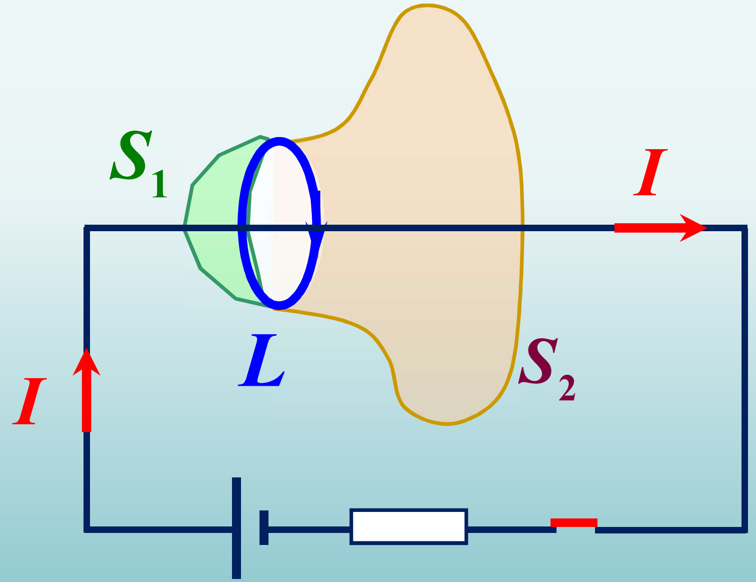
① 从稳恒电路中推出 ⟶ 避开磁化电流的计算

② 传导电流(电荷的定向移动) ⟶ 热效应、产生磁场

③ 传导电流与环路相套连

$$I = \int_{S_1} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{S_2} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

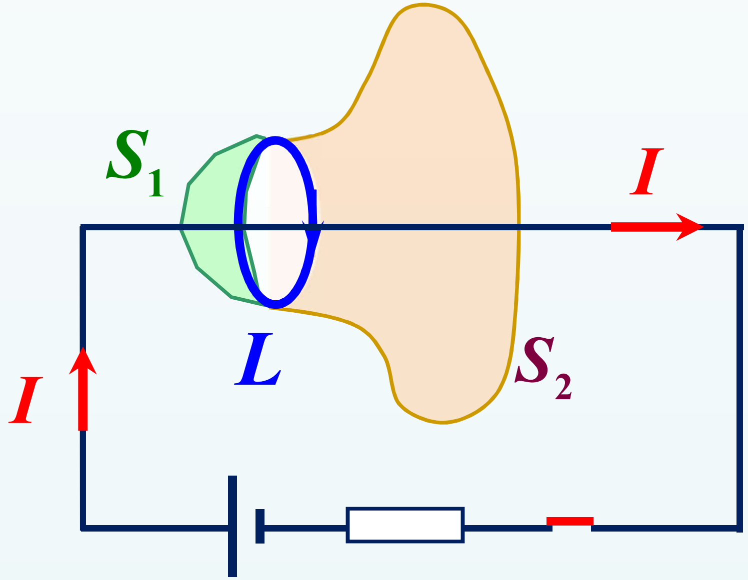
以围绕电流的回路L为边界的任意曲面上通过的传导电流均相等。



麦克斯韦方程组

□ 位移电流

③ 传导电流与环路相套连



$$I = \int_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

以围绕电流的回路L为边界的任意曲面上通过的传导电流均相等。

若S_1和S_2组合形成闭合曲面 ⟶ $\boxed{\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0}$ **电流连续性方程**

在稳恒电路中，流入闭合面的传导电流等于流出该面的传导电流。

电流通量为零

麦克斯韦方程组

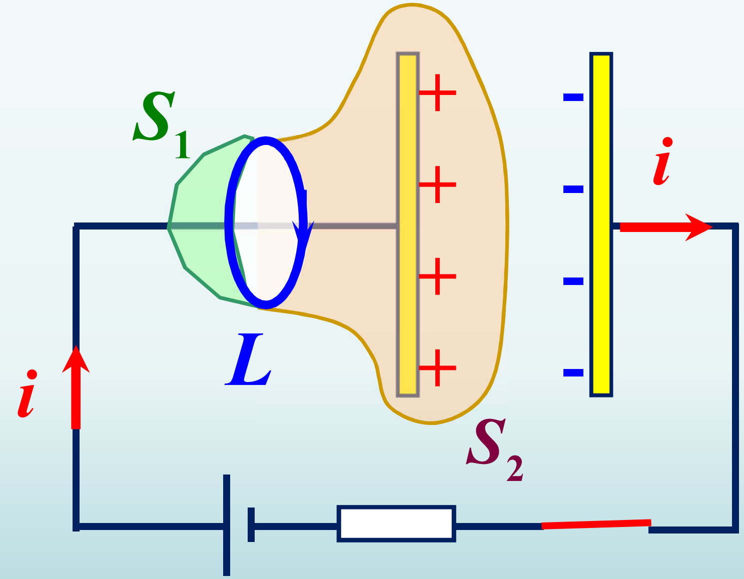
- **在非稳恒电路中，情形如何呢?**

电路中电流大小和方向并非稳恒不变

非稳恒电路： 电容器充电过程 LR电路暂态过程……

在某时刻，回路中传导电流强度为i

取回路L如图，计算H的环流



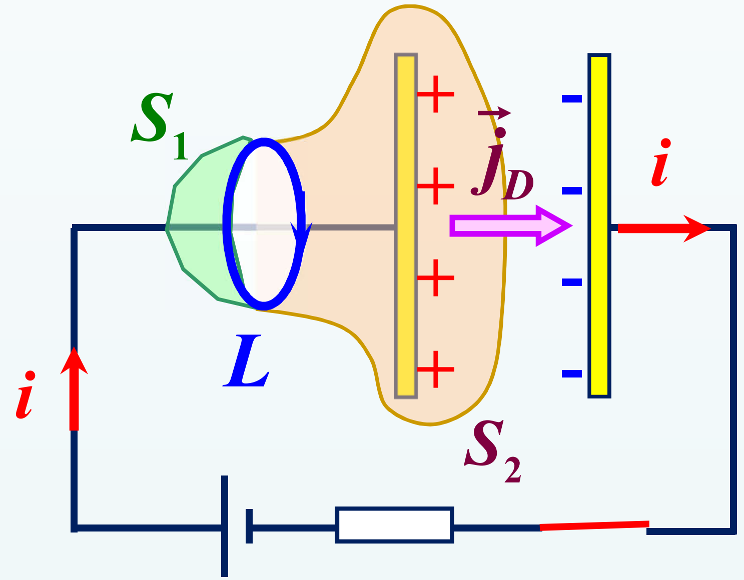
取S_1 $\sum_i I_{\text{内}} = \int_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{S} = i$

取S_2 $\sum_i I_{\text{内}} = \int_{S_2} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

矛盾！

麦克斯韦方程组

取回路L如图，计算H的环流



取S_1 $\sum_i I_{内} = \int_{S_1} \vec{j}\cdot d\vec{S} = i$

取S_2 $\sum_i I_{内} = \int_{S_2} \vec{j}\cdot d\vec{S} = 0$

矛盾！

衍生出的愿望

- 愿望1：由于场是客观存在的，其环流值必须唯一！
- 愿望2：定理应该具备普适性！

矛盾的根源：传导电流在电容器极板间中断。 → **位移电流**

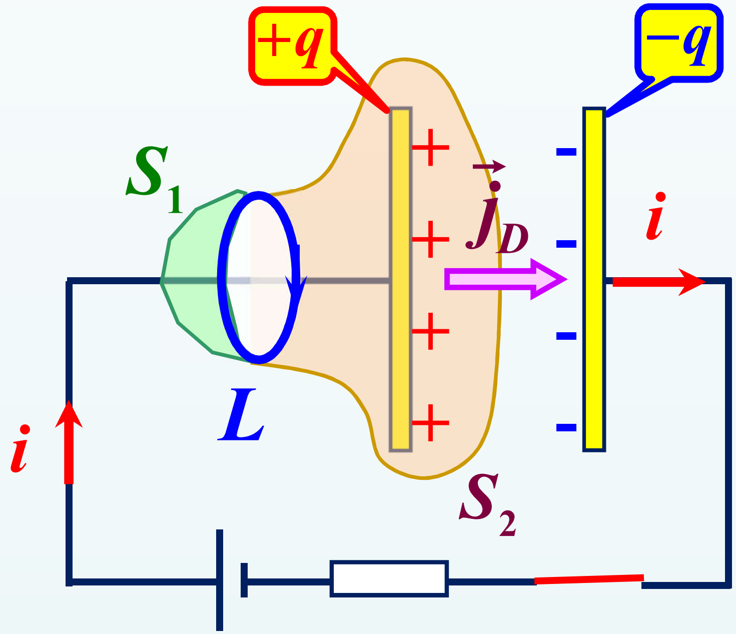
假设：电容器内存在一种类似电流的物理量$\boxed{j_D}$，可以产生磁场！

麦克斯韦方程组

对电容器充电电路：

流入闭合曲面$S=S_1+S_2$的传导电流为

$$i=-\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$



由电荷守恒定律：

$$i=\frac{dq}{dt}=-\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

应用高斯定理于闭合曲面：

$$q=\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} \longrightarrow \frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\boxed{\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=-\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}}$$

传导电流$\vec{j}$中断处，

由$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$接续。

连续

$$\oint_S\left(\boxed{\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}\right)\cdot d\vec{S}=0$$

麦克斯韦方程组

$\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ **的量纲?**

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \longrightarrow \vec{D}\text{的单位} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

根据库伦定律 $\mathrm{N} = \dfrac{\mathrm{m}\cdot\mathrm{C}^2}{\mathrm{F}\cdot\mathrm{m}^2}$

$$\vec{D}\text{的单位} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2} \longrightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\text{的单位} = \frac{\boxed{\mathrm{C/s}}}{\mathrm{m}^2}$$

A

面电流密度

麦克斯韦提出:

变化的电场可等效地视为一种“电流”——**位移电流**

电场空间中某点**电位移矢量随时间的变化率**定义为**位移电流密度**

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \vec{j}_D$$

麦克斯韦方程组

电场空间中某点电位移矢量随时间的变化率定义为位移电流密度

$$\boxed{\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

位移电流方向与$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$方向一致

穿过空间任意曲面的位移电流：

$$I_D = \int_S \vec{j}_D \mathrm{d}\vec{S} = \int_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_s \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

位移电流为穿过该曲面的**电位移通量**随时间的变化率。

位移电流和**传导电流**之和保证了电流的**连续性。**

即被电容器极板中断的传导电流由位移电流接续。

麦克斯韦方程组

- **位移电流的本质**

位移电流 $I_D = \int_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \varepsilon \int_s \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

其本质是随时间变化的电场。

真空中 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

若仅存在位移电流，则有：$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

- 变化的电场要激发有旋磁场！
- 产生电磁波的必要条件。
- 电磁波的存在得证后，位移电流的假说随之得证。

麦克斯韦方程组

- **位移电流与传导电流的对比**

相同点：都具有产生磁场的能力，所产生的磁场性质一样。

有旋场

不同点：

位移电流不伴有自由电荷的定向运动，所以不产生焦耳热。

位移电流可存在于介质、导体和真空中。

介质中：$\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \underbrace{\boxed{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}}_{\text{基本项}} + \boxed{\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$

导体中：低频情况

$I_{传导} >> I_D$

不满足焦耳定律

极化变化 ⟶ 极化电荷运动 ⟶ **热损耗**

麦克斯韦方程组

- **变化电场激发磁场的方向**

位移电流激发磁场

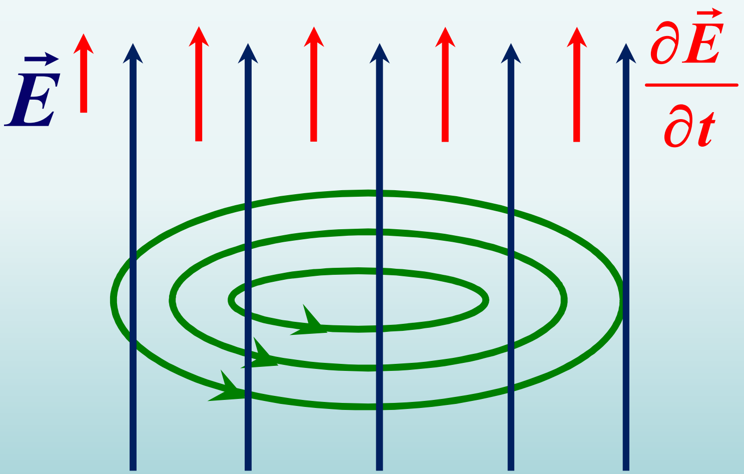
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

变化磁场感应涡旋电场

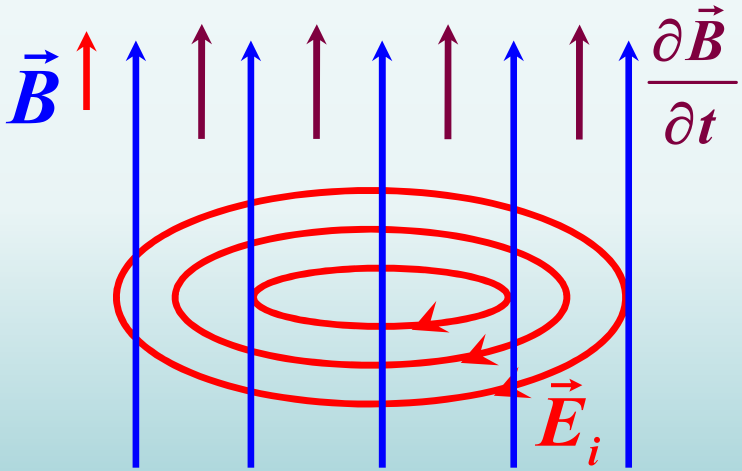
$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{i}}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

磁场方向与 $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ 成右手螺旋关系

方向由楞次定律判断



$\vec{E}$ 或 $\vec{D}$ 增加



麦克斯韦方程组

□ 全电流定理

位移电流和传导电流之和

电流概念的**推广**：能产生磁场的物理量。

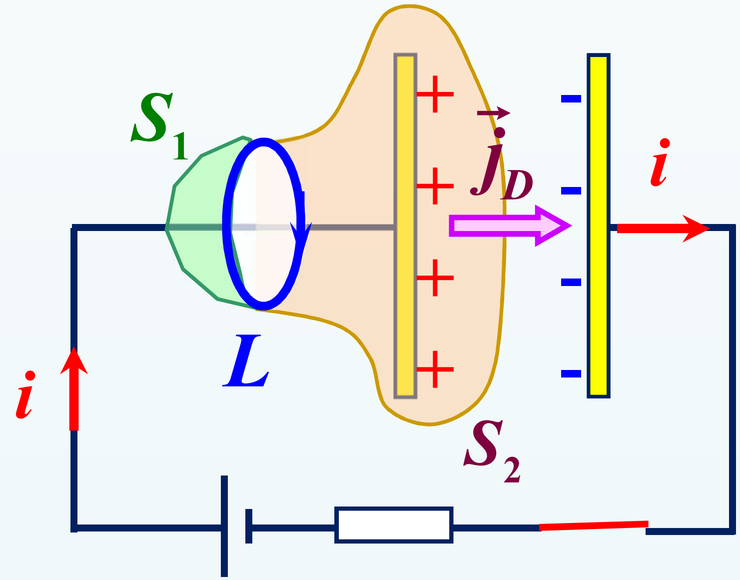
① 传导电流I：载流子定向运动 $I=\int_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

② 位移电流I_D：电位移通量的变化率 $I_D=\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

$$I_{全}=I+I_D \longrightarrow \oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\sum_i I_{全}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S\left(\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$ ——**全电流定理**

麦克斯韦方程组



取回路L如图，计算H的环流

取S_1 $\quad \sum_i I_{i内} = \int_{S_1} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = i$

取S_2 $\quad \sum_i I_{i内} = \int_{S_2} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$

矛盾！

用**全电流定理**就可以解决上述矛盾：

通过S_1面　只有传导电流　$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = i$

通过S_2面　只有位移电流　$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_D$

平行板电容器极板面积为S　$\Phi_D = DS = \sigma S = q$

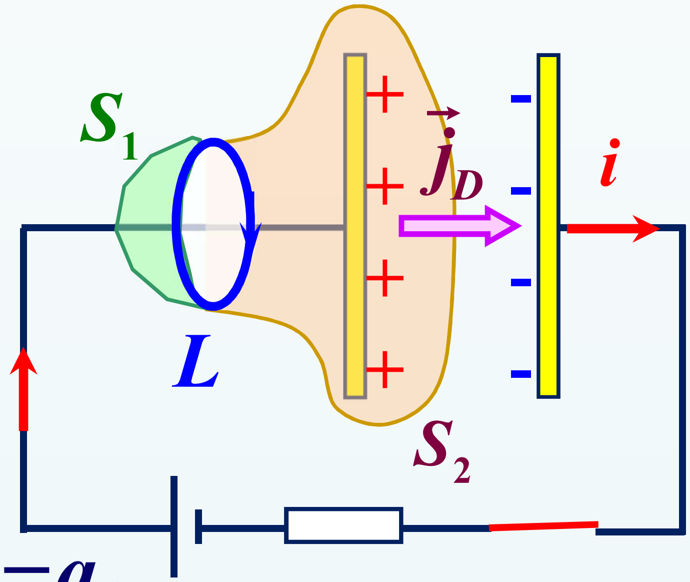
$$I_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

$$I_D = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = i$$

麦克斯韦方程组

通过S_1面　只有传导电流　$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = i$

通过S_2面　只有位移电流　$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_D$



平行板电容器极板面积为S　$\Phi_D = DS = \sigma S = q$

$$I_D = \frac{d\Phi_D}{dt}$$

$$I_D = \frac{dq}{dt} = i$$

全电流总是连续的。

H的环路积分与以积分回路L为边界的曲面形状无关。

安培环路定理的推广！