电路理论

—电路理论（基础篇）

华中科技大学·电气学院
ccsfm@hust.edu.cn

第2章 电阻电路等效变换

2.1 概述

2.2 串联与并联

2.3 星形电路与三角形电路

2.4 电源变换

2.5 拓展与应用

● 重点:

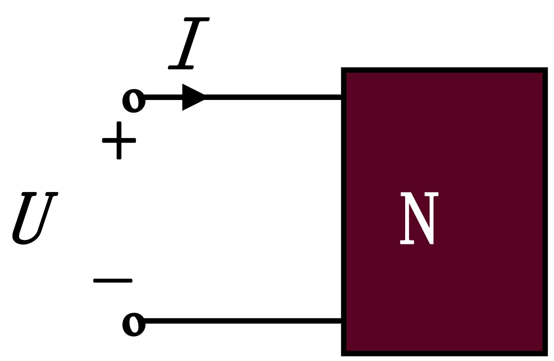
1. 线性电阻的串联、并联和混联

2. 电桥平衡与Y—Δ变换

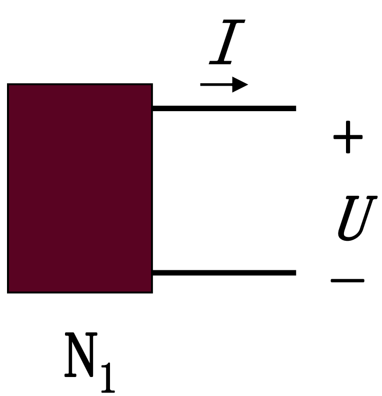
3. 电压源和电流源的等效变换

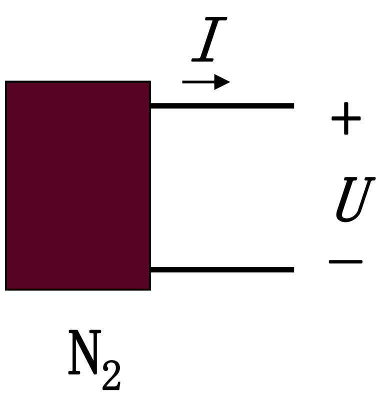
◆ 一端口网络的概念：

如果一个电路只有两个引出端钮与外部电路相连，则称为一端口网络（二端电路）。电路内部没有独立源的一端口网络，称为无源一端口网络。反之，称为有源一端口网络。

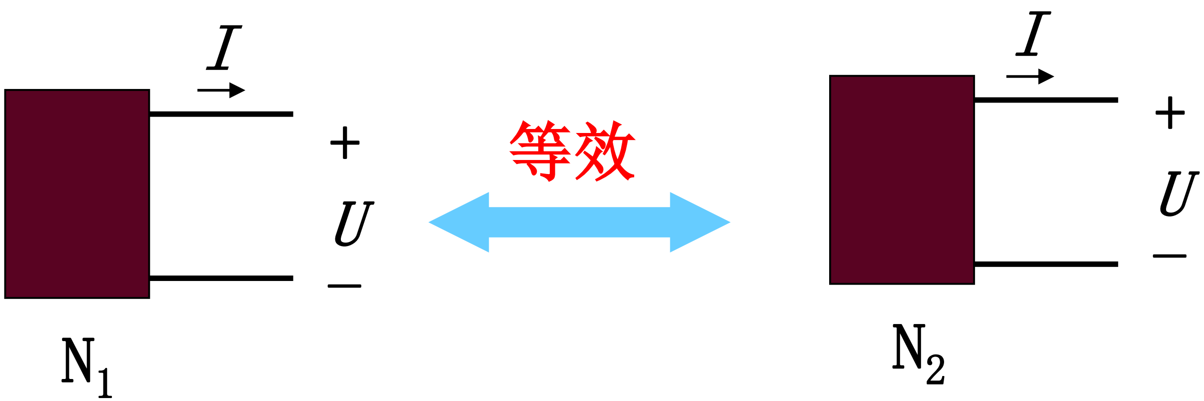


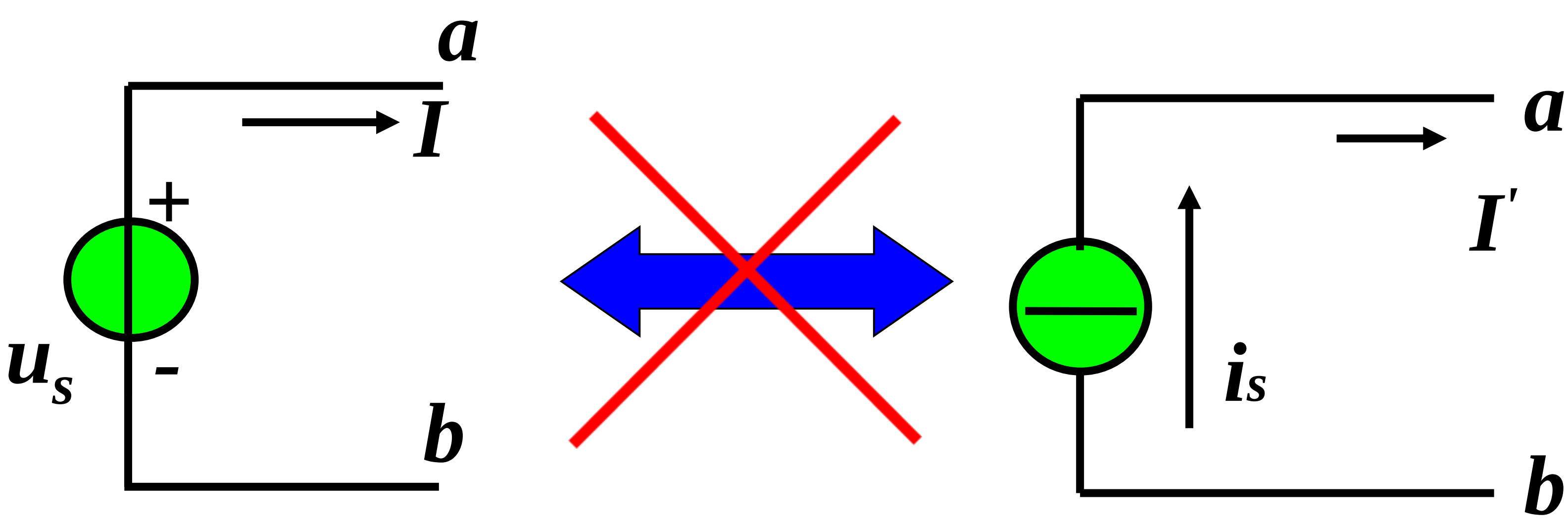
如图所示，N_1 和N_2 为两个一端口网络，尽管它们的内部结构可能不同，但只要它们端口处的电压-电流关系完全相同，从而它们对联接到端口上的任一外部电路的作用效果相同，则N_1 和N_2 就是两个互为等效的一端口网络。这里所谓“完全等效”的含义是这一相同不应受外部电路的限制，即相同并不只是对某一特定的外部电路而言。





两个一端口网络，端口具有相同的电压、电流关系, 则称它们是等效的一端口网络。





明确

①电路等效变换的条件：

→ 两电路具有相同的端口伏安特性

②电路等效变换的目的：

→ 将一个较为复杂的电路化为最简单电路，从而方便电路的分析，简化计算

③电路等效变换的意义：

→ 不仅是一种行之有效的分析、计算手段，而且也是一种重要的思想方法

第2章 电阻电路等效变换

2.1 概述

2.2 串联与并联

2.3 星形电路与三角形电路

2.4 电源变换

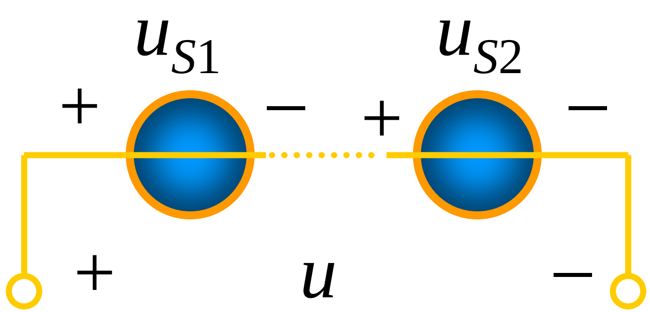
2.5 拓展与应用

1. 独立电压源的串联与并联

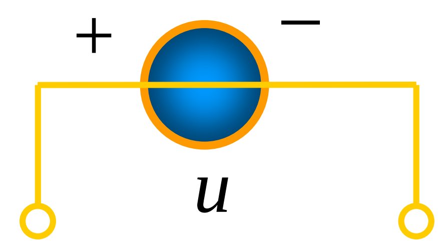
注意参考方向

①串联

$$u = u_{s1} + u_{s2} = \sum u_{Sk}$$



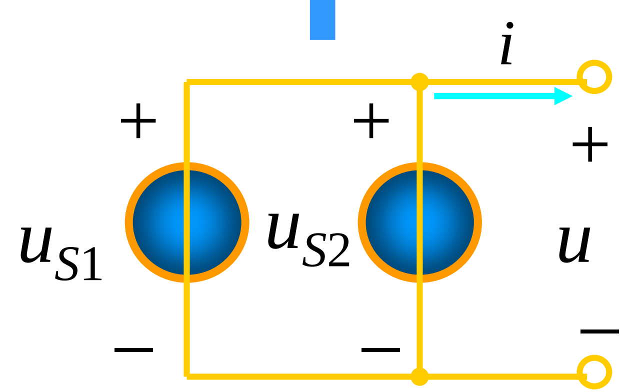
等效电路



等效电路

②并联

$$u = u_{s1} = u_{s2}$$

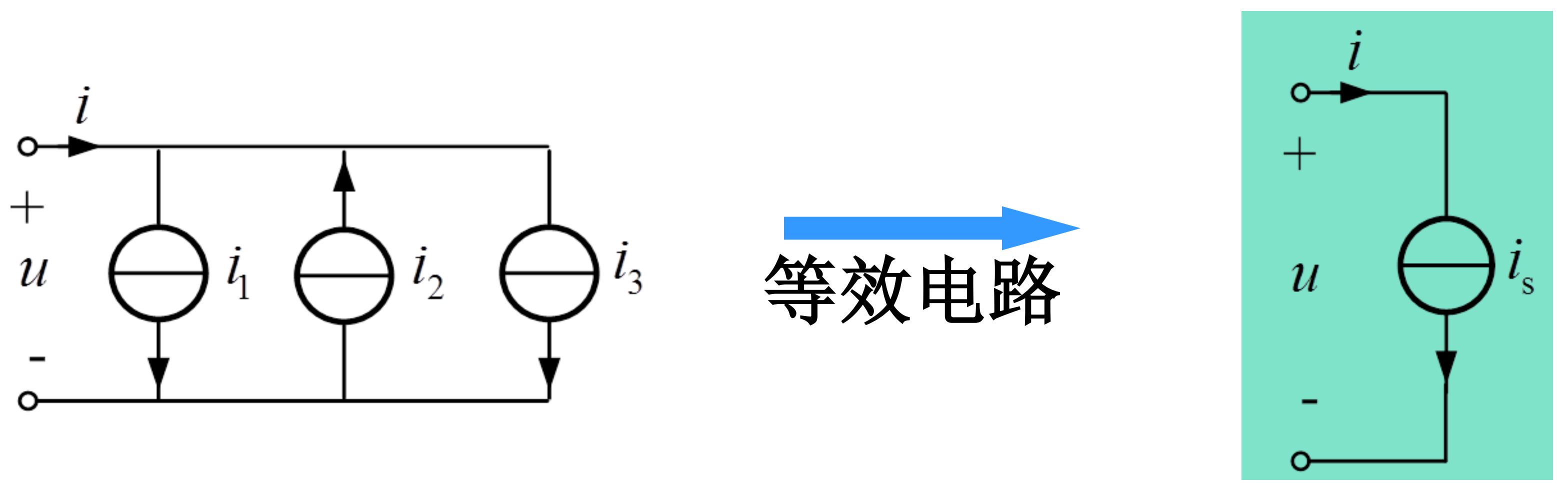


注意 相同电压源才能并联，电源中的电流不确定。

2.2.1 独立电源串联与并联

2. 独立电流源的串联与并联

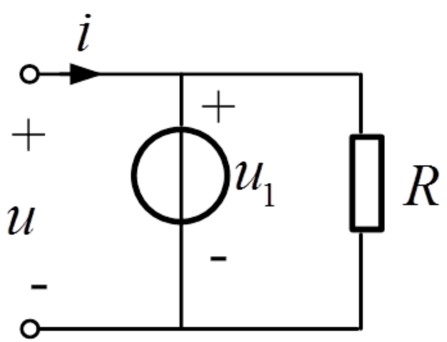
并联：可等效成一个理想电流源 i_S（注意参考方向），即 $i_S=\sum i_{Sk}$。

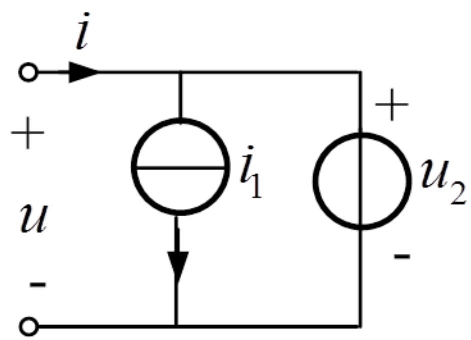


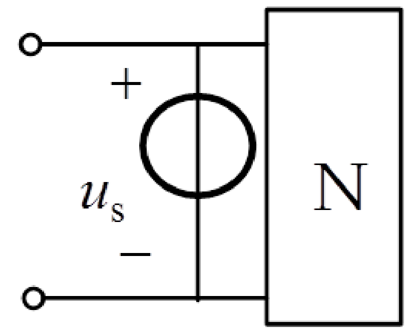
串联：电流相同的理想电流源才能串联，并且每个电流源的端电压不能确定。

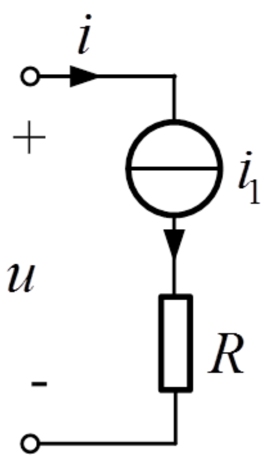
2.2.1 独立电源串联与并联

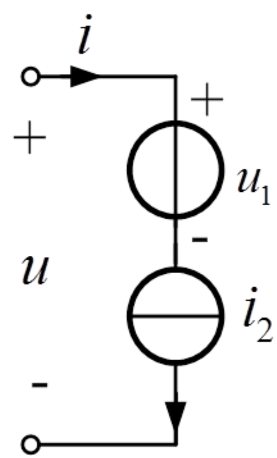
◆ 独立电源的串联与并联

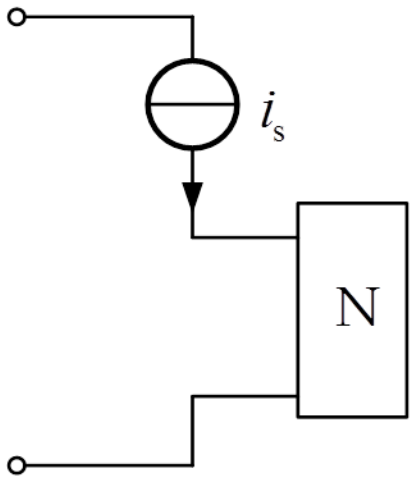




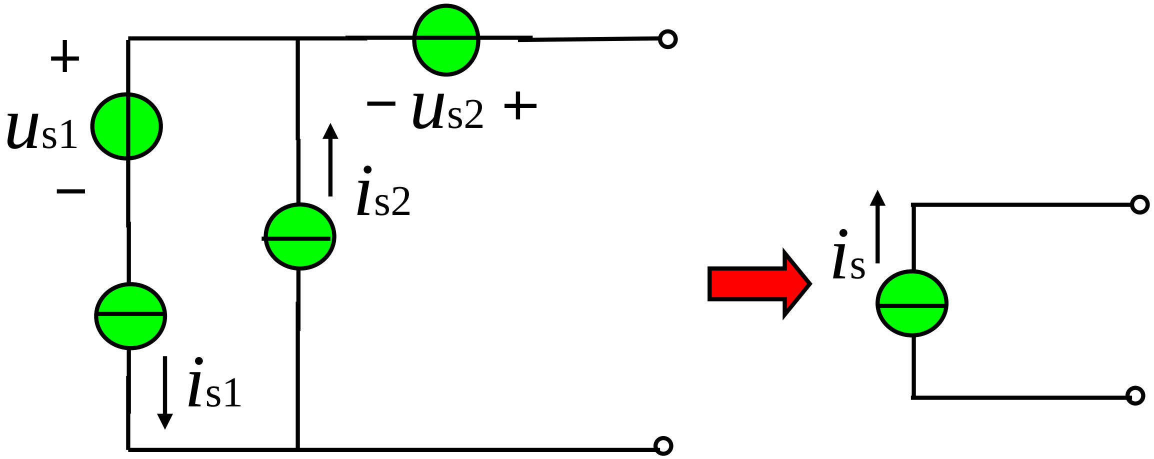






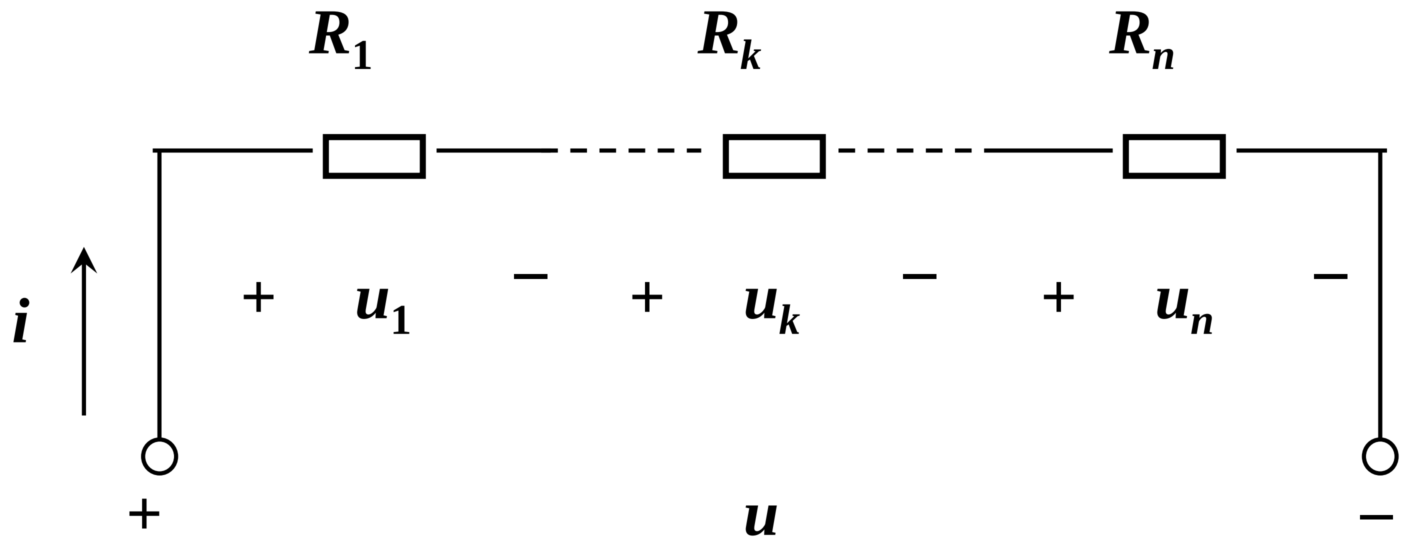


例：



$i_s=i_{s2}-i_{s1}$

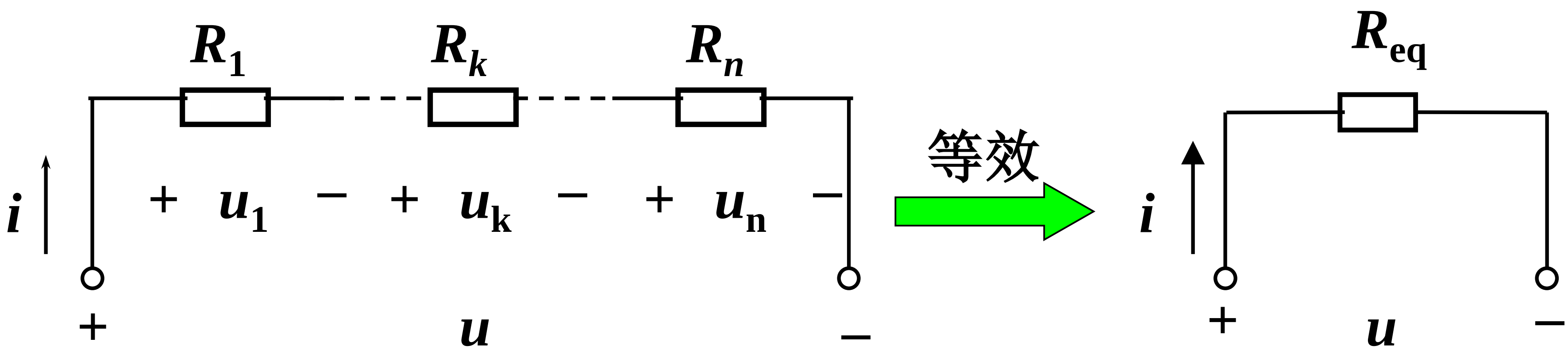
◆ 电路特点



(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流（KCL）；

(b) 总电压等于各串联电阻的电压之和（KVL）。

◆ 等效电阻



KVL $\quad u = u_1 + u_2 + \ldots + u_k + \ldots + u_n$

由欧姆定律 $\quad u_k = R_k i \quad (k=1, 2, \ldots, n)$

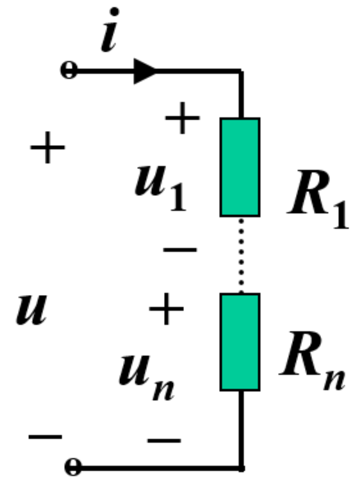
$$u = (R_1 + R_2 + \ldots + R_k + \ldots + R_n)\, i = R_{eq} i$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_k + \ldots + R_n$$

结论：串联电路的总电阻（等效电阻）等于各分电阻之和。

◆ 串联电阻上电压的分配

由 $\dfrac{u_k}{u}=\dfrac{R_k i}{R_{\text{eq}} i}=\dfrac{R_k}{R_{\text{eq}}}=\dfrac{R_k}{\sum R_j}$

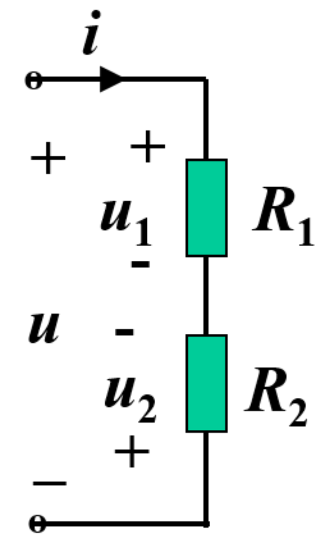


即 电压与电阻成正比 故有 $u_k=\dfrac{R_k}{\sum R_j}u$

例：两个电阻分压，如右下图

$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

$$u_2=-\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$ (注意方向 !)

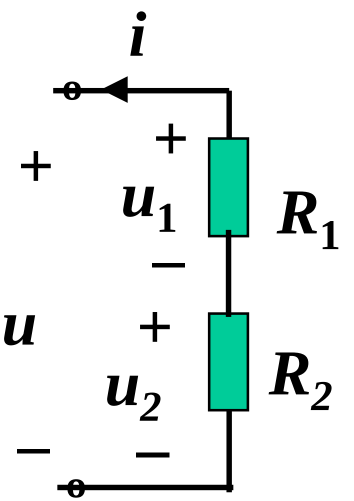


2.2.2 线性电阻串联

例 电路如右图所示，已知u = 12V, R_1= 2Ω，R_2= 4Ω。

（1）求u_1和u_2

（2）在u和R_1不变的情况下，预使u_1 = 3V，求R_2的值。



$$R_2 = -\frac{u_2}{i}$$

$$u_2 = u - u_1 = 12V - 3V = 9V$$

$$i = \frac{-u_1}{R_1} = -\frac{3}{2}A = -1.5A$$

$$R_2 = \frac{-u_2}{i} = -\frac{9}{-1.5}\Omega = 6\Omega$$

2.2.2 线性电阻串联

◆ 功率关系

$$p_1=R_1 i^2,\quad p_2=R_2 i^2,\quad \ldots,\quad p_n=R_n i^2$$

$$p_1 : p_2 : \ldots : p_n = R_1 : R_2 : \ldots : R_n$$

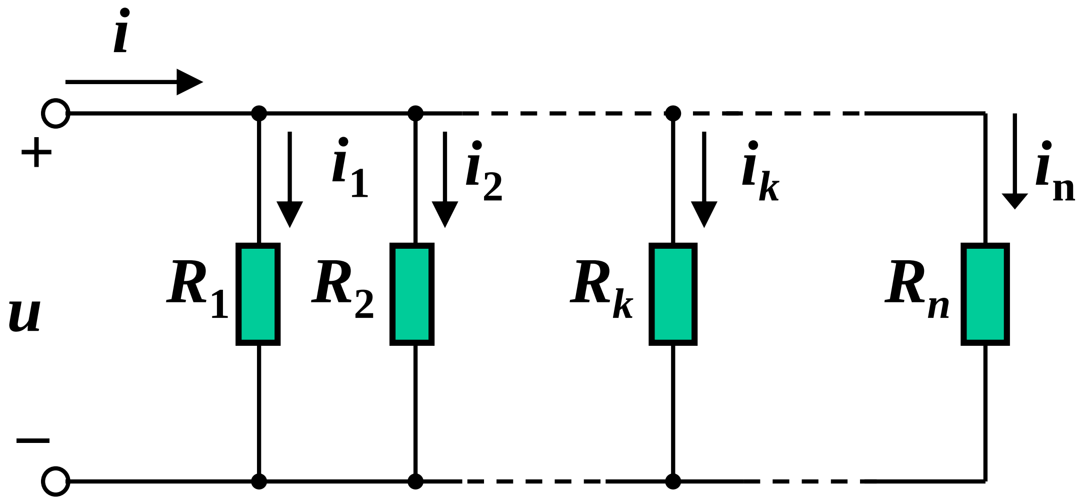
总功率

$$p = R_{eq} i^2 = (R_1 + R_2 + \ldots + R_n)\, i^2$$
$$= R_1 i^2 + R_2 i^2 + \ldots + R_n i^2$$
$$= p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

表明 ①电阻串联时，各电阻消耗的功率与电阻大小成正比；

②等效电阻消耗的功率等于各串联电阻消耗功率的总和。

◆ 电路特点

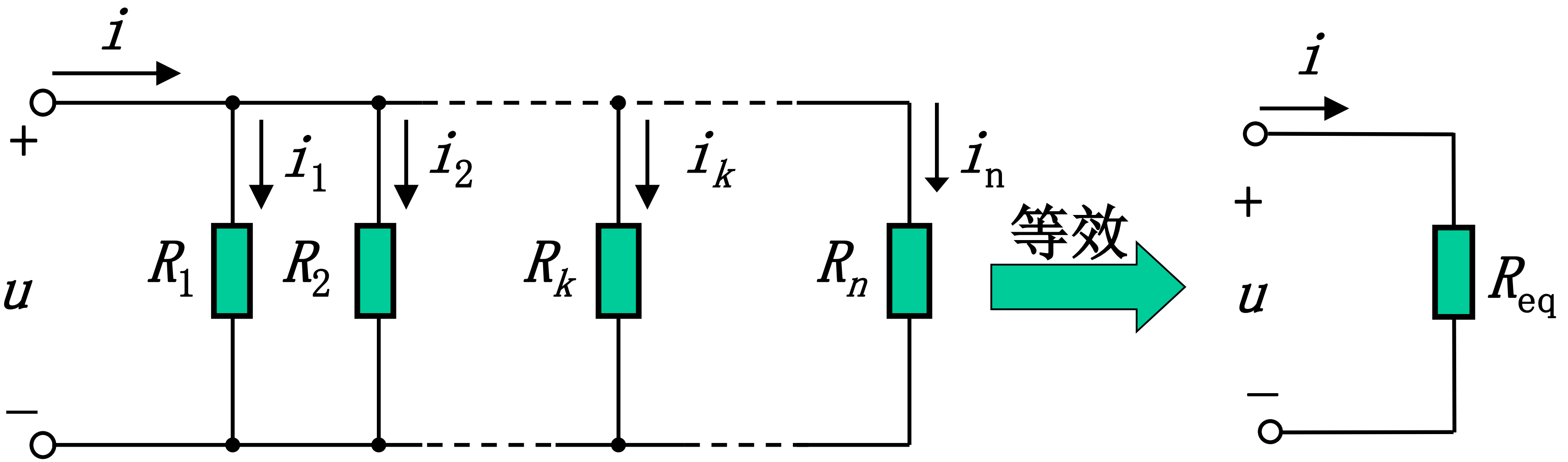


(a) 各电阻两端分别接在一起，两端为同一电压 **(KVL)**;

(b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 **(KCL)**。

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_n$$

◆ 等效电阻（等效电导）



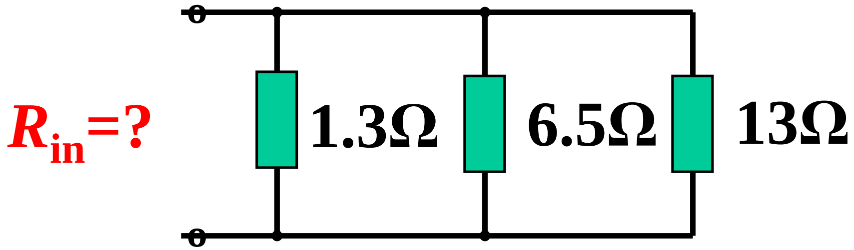
由 KCL: $i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + i_n = u / R_{eq}$

故有 $u/R_{eq} = i = u/R_1 + u/R_2 + \ldots + u/R_n = u(1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n)$

即 $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_n$

令 $G = 1 / R$，有 $G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots + G_k + \ldots + G_n = \sum G_k = \sum 1/R_k$

例



$$R_{in}=1.3\,//\,6.5\,//\,13$$

由 $G=1/1.3+1/6.5+1/13=1$

故 $R=1/G=1$

◆ 并联电阻的电流分配

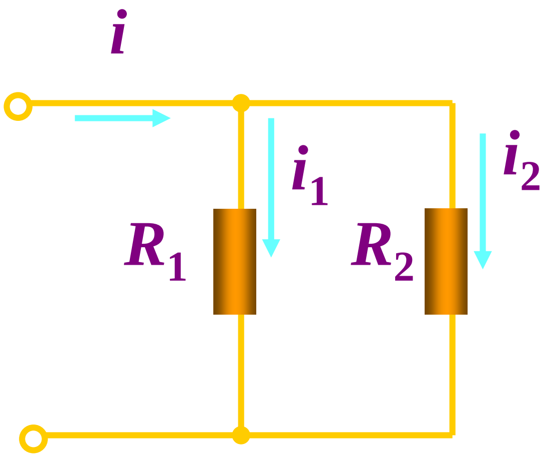
由 $\dfrac{i_k}{i}=\dfrac{u/R_k}{u/R_{\mathrm{eq}}}=\dfrac{G_k}{G_{\mathrm{eq}}}$ 知 $i_k=\dfrac{G_k}{\sum G_k}i$

即 电流分配与电导成正比

例 两电阻的分流：

$$i_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_2 i}{R_1+R_2}$$

$$i_2=\frac{1/R_2}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_1 i}{R_1+R_2}$$



2.2.2 线性电阻并联

◆ 功率关系 $p_1=G_1u^2$， $p_2=G_2u^2$， … ， $p_n=G_nu^2$

$$p_1:p_2:\ \dots\ :p_n=G_1:G_2:\ \dots\ :G_n$$

总功率 $p=(G_1+G_2+\dots+G_n)\,u^2$

$$=p_1+p_2+\dots+p_n$$

表明 ①电阻并联时，各电阻消耗的功率与电阻大小成反比；

②等效电阻消耗的功率等于各并联电阻消耗功率的总和

◆ 电阻元件的混联

电路中既有串联亦有并联的连接方式称为混联。

◆ 求混联电路输入电阻的方法要点

1）弄清所求等效电阻所对应的端口。

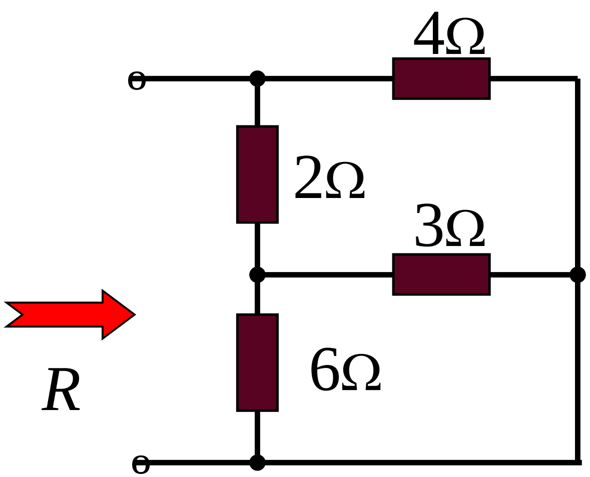
2）根据“通过同一电流为串联，承受同一电压为并联”的原则判断各元件间的联接关系。

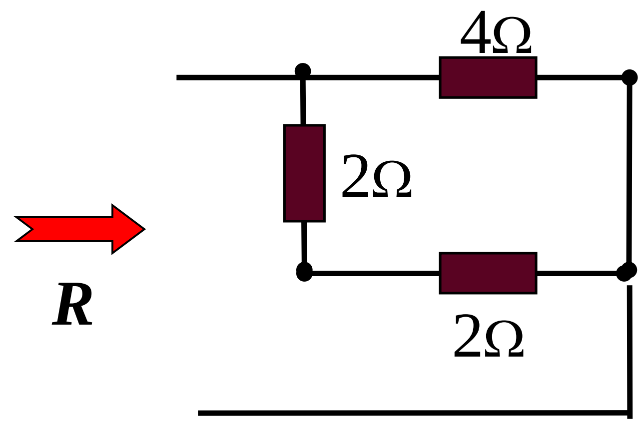
3）必要时，可将电路改画为习惯形式，以便于看清各元件间的联接关系。

要求：弄清楚电阻元件的串联与并联。

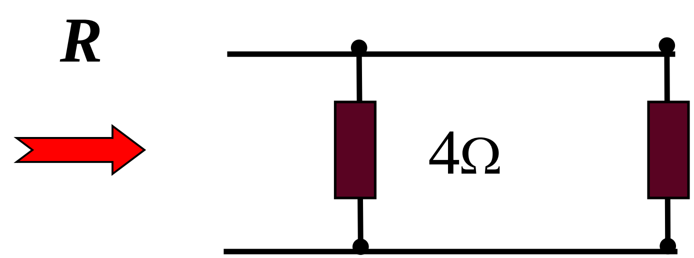
计算举例：

例

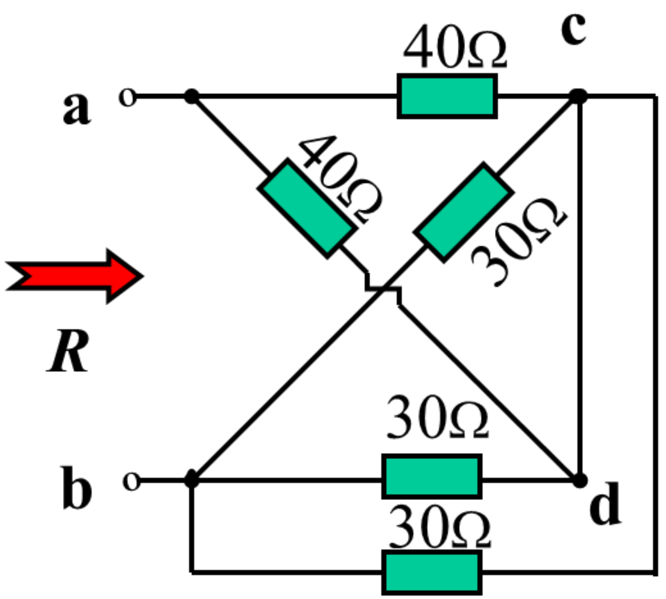


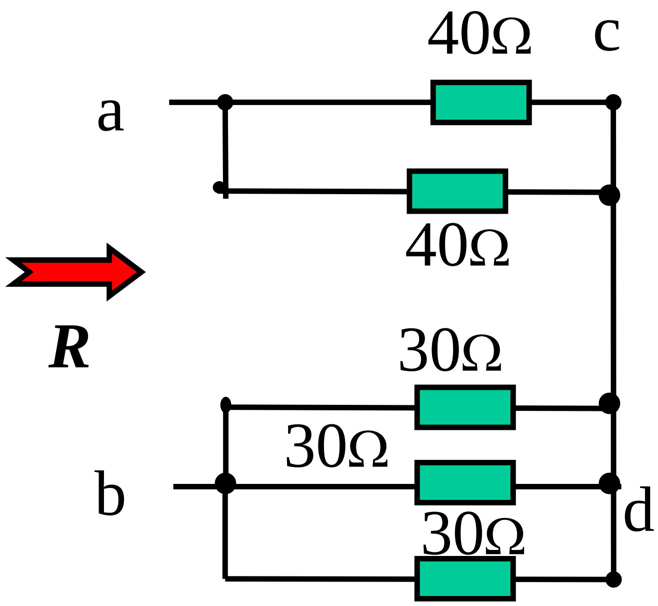


$$R = 2\,\Omega$$



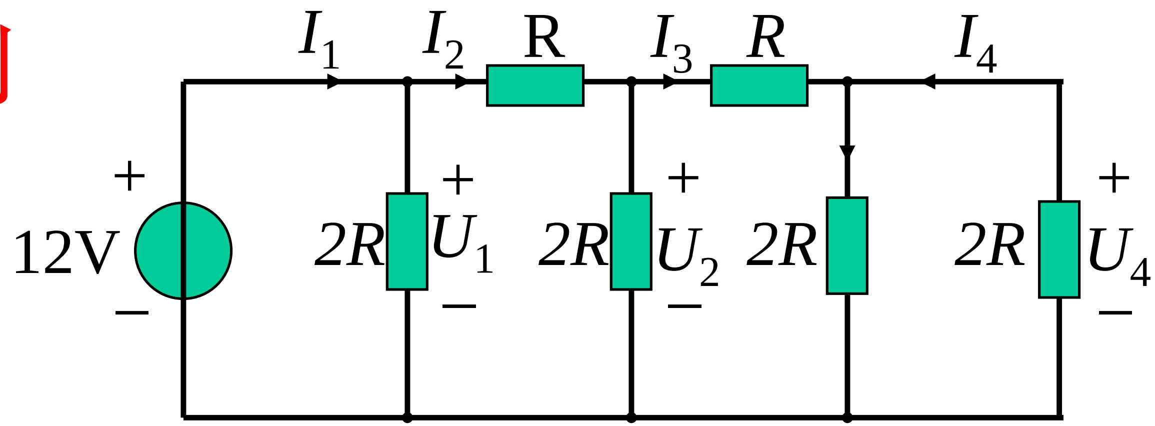
例





$$R = 30\Omega$$

例



求：I_1, I_4, U_4

解： ① 用分流方法做

$$I_4 = -\frac{1}{2}I_3 = -\frac{1}{4}I_2 = -\frac{1}{8}I_1 = -\frac{1}{8}\frac{12}{R} = -\frac{3}{2R}$$

$$U_4 = -I_4 \times 2R = 3\ \text{V}$$

$$I_1 = \frac{12}{R}$$

② 用分压方法做

$$U_4 = \frac{U_2}{2} = \frac{1}{4}U_1 = 3\ \text{V}$$

$$I_4 = -\frac{3}{2R}$$

从以上例题可得求解串、并联电路的一般步骤：

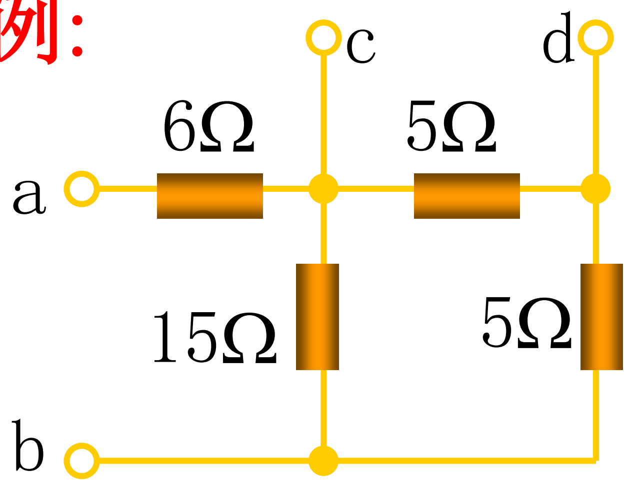
①求出等效电阻或等效电导；

②应用欧姆定律求出总电压或总电流；

③应用欧姆定律或分压、分流公式求各电阻上的电流和电压

以上的关键在于识别各电阻的串联、并联关系！

例：



求：R_{ab}，R_{cd}

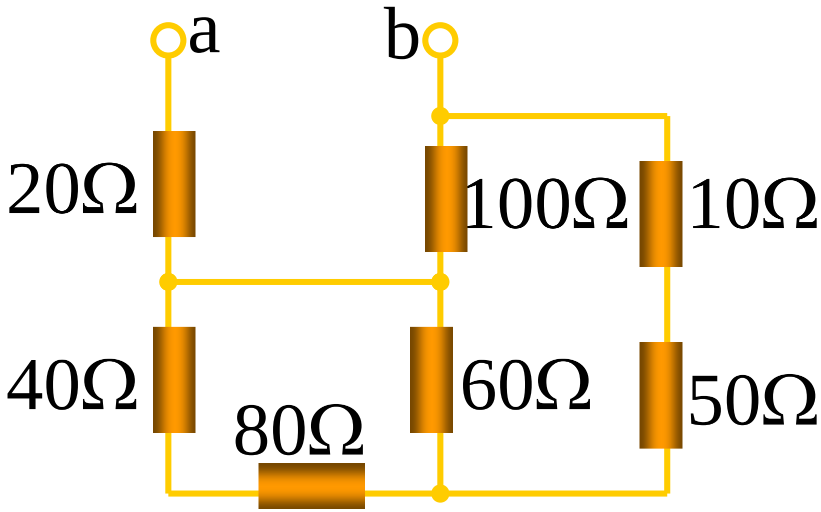
$$R_{ab}=(5+5)//15+6=12\Omega$$

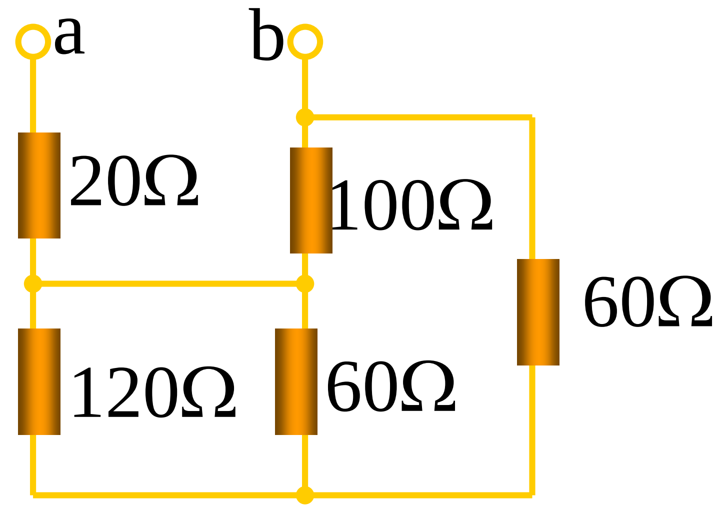
$$R_{cd}=(15+5)//5=4\Omega$$

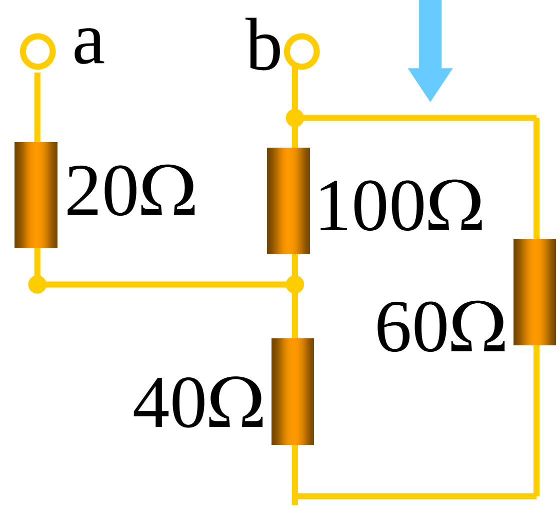
注意 等效电阻针对端口而言

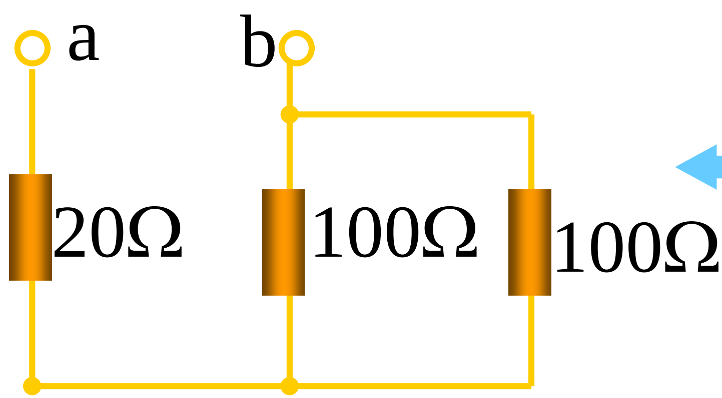
例　求: R_{ab}

$$\boxed{R_{ab}=70\Omega}$$









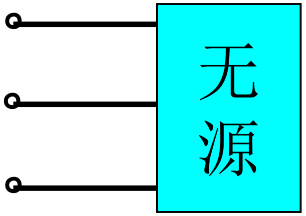
2.1 概述

2.2 串联与并联

2.3 星形电路与三角形电路

2.4 电源变换

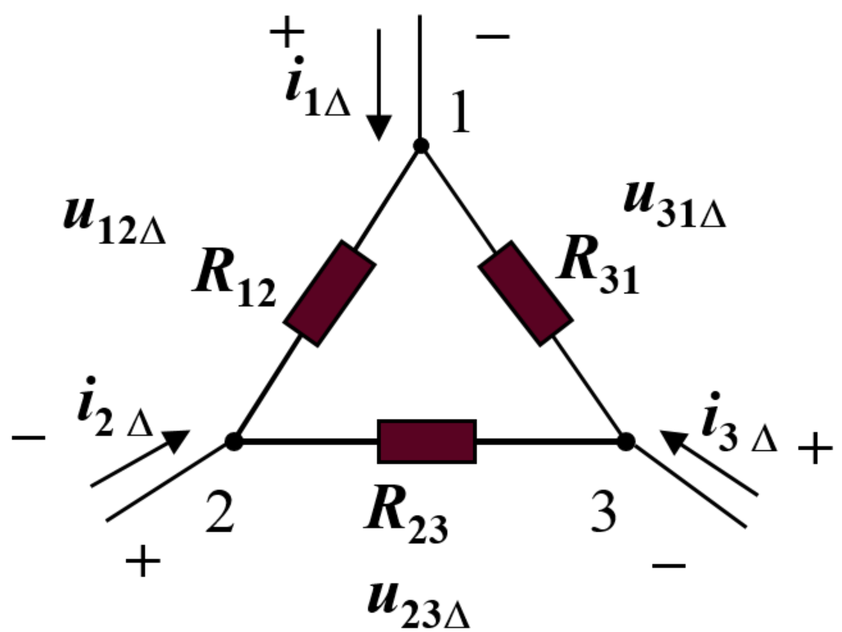
2.5 拓展与应用



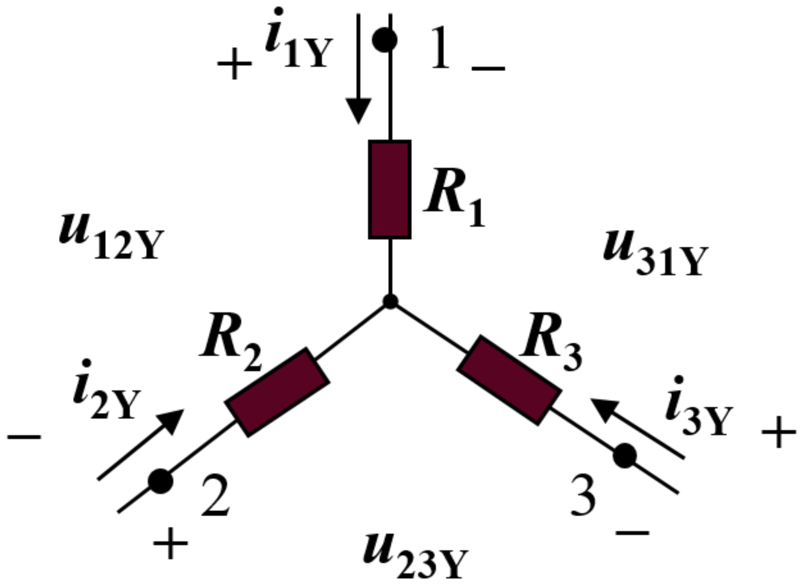
三端无源网络:引出三个端钮的网络,

并且内部没有独立源。

三端无源网络的两个例子:

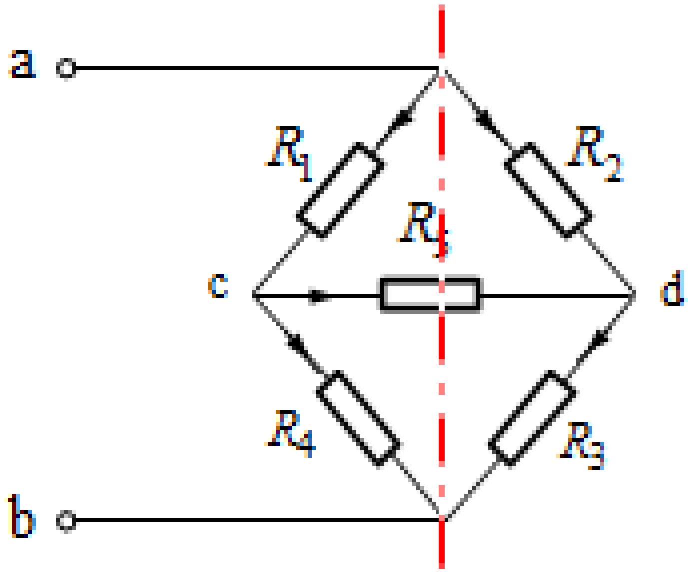


三角形电路(Δ接)



星形电路(Y接)

1.对称面通过端口



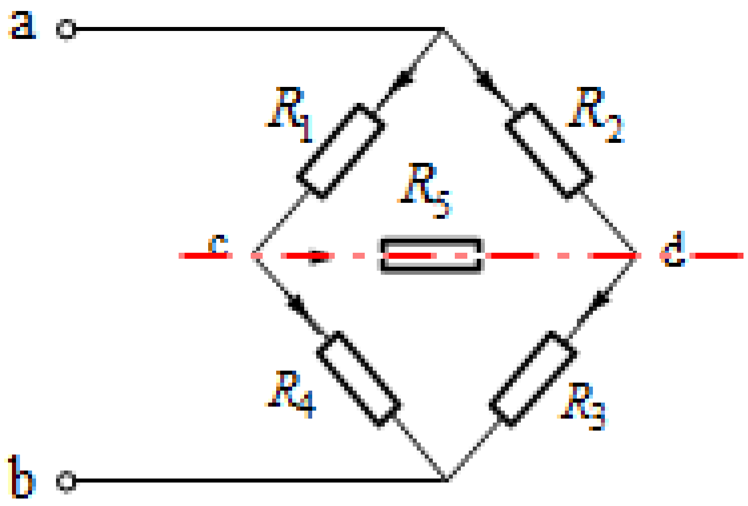
R_1 ~R_4为4个桥臂，

R_5为桥，求 R_{ab}

$R_1 = R_2$ $R_3 = R_4$

◆ 当电路存在通过端口的对称面时，垂直通过对称面的支路的电流为零，可以断开该支路，对称结点是等位点对，可以短接这些等位点对。

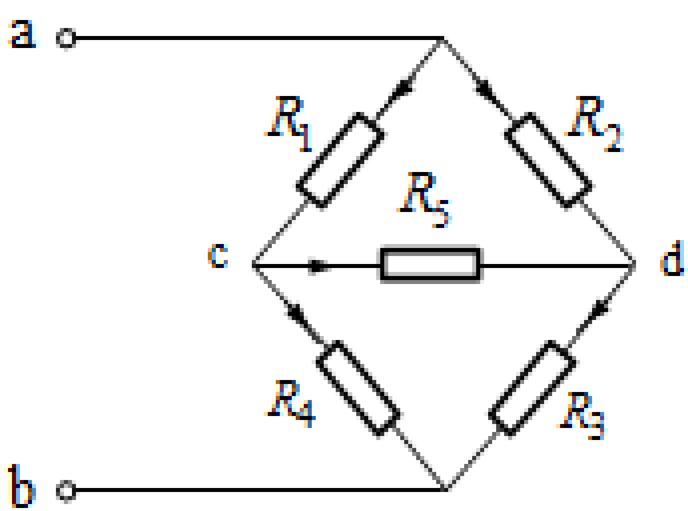
2.对称面垂直于端口



$R_1 = R_4 \quad R_2 = R_3$

- 当电路存在垂直于端口的对称面时，对称面上的各结点是等位点，可以短接这些结点。

◆ 电桥平衡



$$\left.\begin{aligned} \text{KVL:}\ & R_1 i_1 + R_5 i_5 = R_2 i_2 \\ & R_3 i_3 + R_5 i_5 = R_4 i_4 \\ \text{KCL:}\ & i_1 = i_4 + i_5 \\ & i_3 = i_2 + i_5 \end{aligned}\right\}$$

◆ **桥电阻 R_5 电既可以断开也可以短接。**

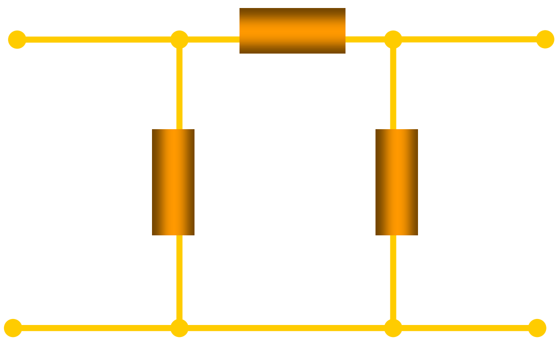
$$\boldsymbol{R_1R_3 = R_2R_4}$$

$$[R_3(R_1+R_5)+R_2(R_3+R_5)]i_5 = (R_2R_4 - R_1R_3)i_4$$

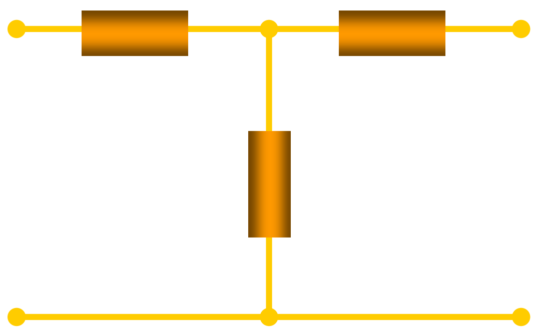
$$R_2R_4 = R_1R_3 \Rightarrow i_5 = 0$$

2.3.3 星形电路与三角形电路互换

Δ ，Y 网络的变形：



π 型电路 (Δ 型)

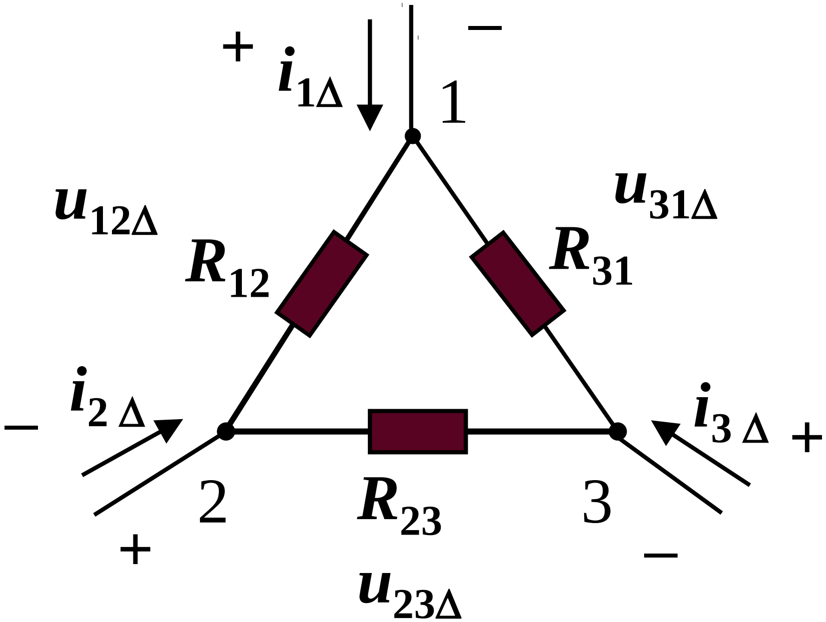


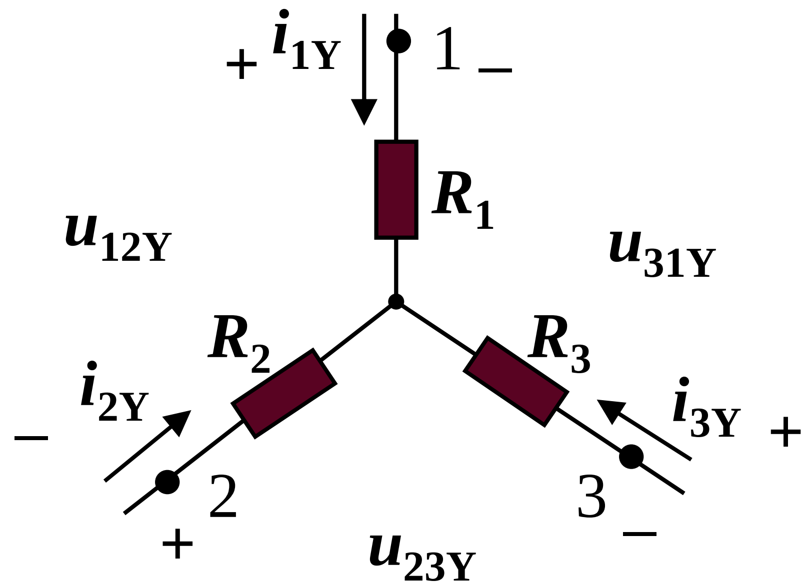
T 型电路 (Y、星型)

注意 这两个电路当它们的电阻满足一定的关系时，能够相互等效 。

2.3.3 星形电路与三角形电路互换

Δ—Y 变换的等效条件

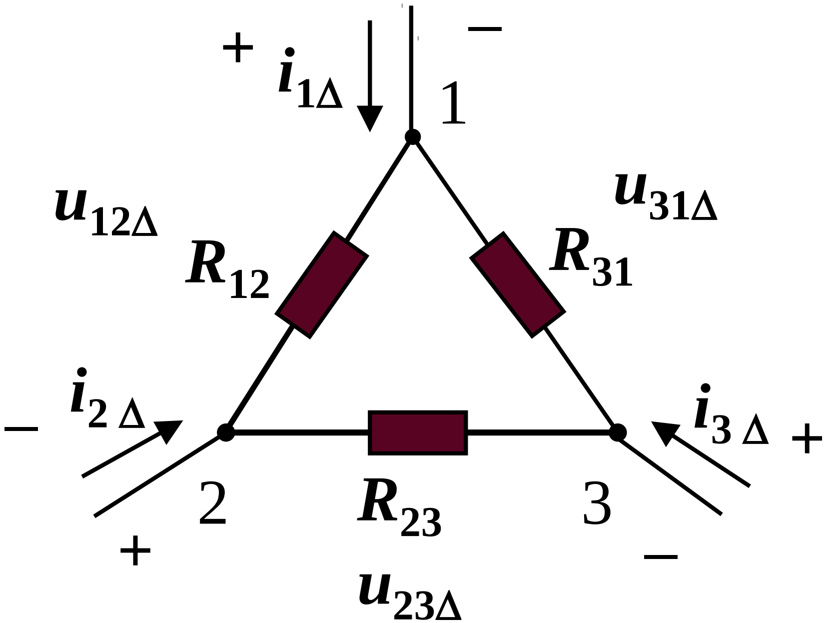


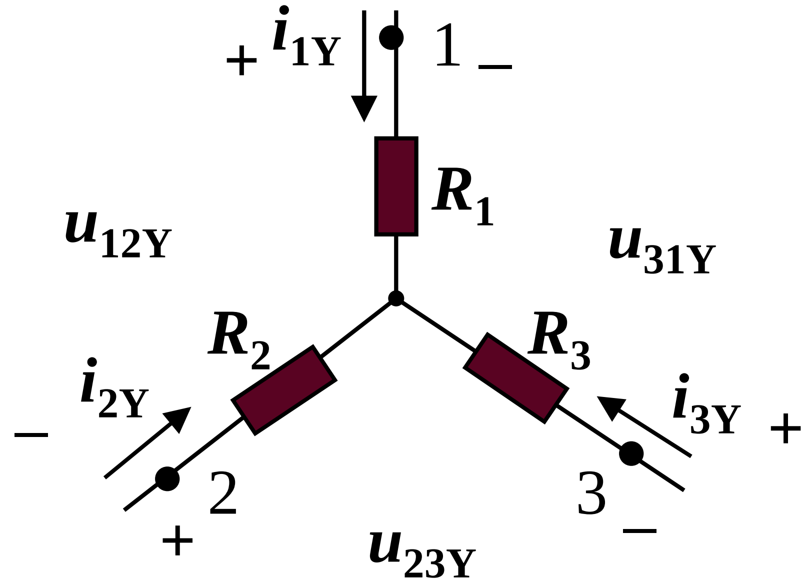


等效条件: $i_{1\Delta}=i_{1Y}$， $i_{2\Delta}=i_{2Y}$， $i_{3\Delta}=i_{3Y}$，

$u_{12\Delta}=u_{12Y}$， $u_{23\Delta}=u_{23Y}$， $u_{31\Delta}=u_{31Y}$

2.3.3 星形电路与三角形电路互换





Δ接: 用电压表示电流

$$\left.\begin{aligned} i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\ i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\ i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Y接: 用电流表示电压

$$\left.\begin{aligned} u_{12Y} &= R_1 i_{1Y} - R_2 i_{2Y} \\ u_{23Y} &= R_2 i_{2Y} - R_3 i_{3Y} \\ u_{31Y} &= R_3 i_{3Y} - R_1 i_{1Y} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

2.3.3 星形电路与三角形电路互换

由式**(2)**解得：

$$\left.\begin{aligned} i_{1Y} &= \frac{u_{12Y}R_3 - u_{31Y}R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\ i_{2Y} &= \frac{u_{23Y}R_1 - u_{12Y}R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\ i_{3Y} &= \frac{u_{31Y}R_2 - u_{23Y}R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \end{aligned}\right\} \textbf{(3)}$$

$$\left.\begin{aligned} i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\ i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\ i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23} \end{aligned}\right\} \textbf{(1)}$$

根据等效条件，比较式(3)与式(1)，得由Y接→Δ接的变换结果：

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}$$

或

$$\left.\begin{aligned} G_{12} &= \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{23} &= \frac{G_2G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{31} &= \frac{G_3G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \end{aligned}\right\}$$

2.3.3 星形电路与三角形电路互换

类似可得到由Δ接→ Y接的变换结果：

$$\left.\begin{aligned} G_1 &= G_{12} + G_{31} + \frac{G_{12}G_{31}}{G_{23}} \\ G_2 &= G_{23} + G_{12} + \frac{G_{23}G_{12}}{G_{31}} \\ G_3 &= G_{31} + G_{23} + \frac{G_{31}G_{23}}{G_{12}} \end{aligned}\right\} \text{或} \quad \left.\begin{aligned} \boldsymbol{R}_1 &= \frac{\boldsymbol{R}_{12}\boldsymbol{R}_{31}}{\boldsymbol{R}_{12} + \boldsymbol{R}_{23} + \boldsymbol{R}_{31}} \\ \boldsymbol{R}_2 &= \frac{\boldsymbol{R}_{23}\boldsymbol{R}_{12}}{\boldsymbol{R}_{12} + \boldsymbol{R}_{23} + \boldsymbol{R}_{31}} \\ \boldsymbol{R}_3 &= \frac{\boldsymbol{R}_{31}\boldsymbol{R}_{23}}{\boldsymbol{R}_{12} + \boldsymbol{R}_{23} + \boldsymbol{R}_{31}} \end{aligned}\right\}$$

上述结果可从原始方程出发导出，也可由Y接 → Δ接的变换结果直接得到。

2.3.3 星形电路与三角形电路互换

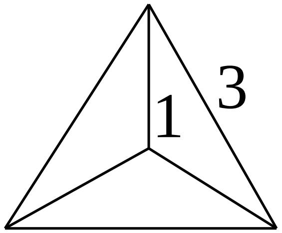
简记方法：

$$R_Y=\frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$ 或 $$G_\Delta=\frac{\text{Y相邻电导乘积}}{\sum G_Y}$$

特例：若三个电阻相等(对称)，则有

$$R_\Delta=3R_Y$$

(外大内小)



2.3.3 星形电路与三角形电路互换

注意

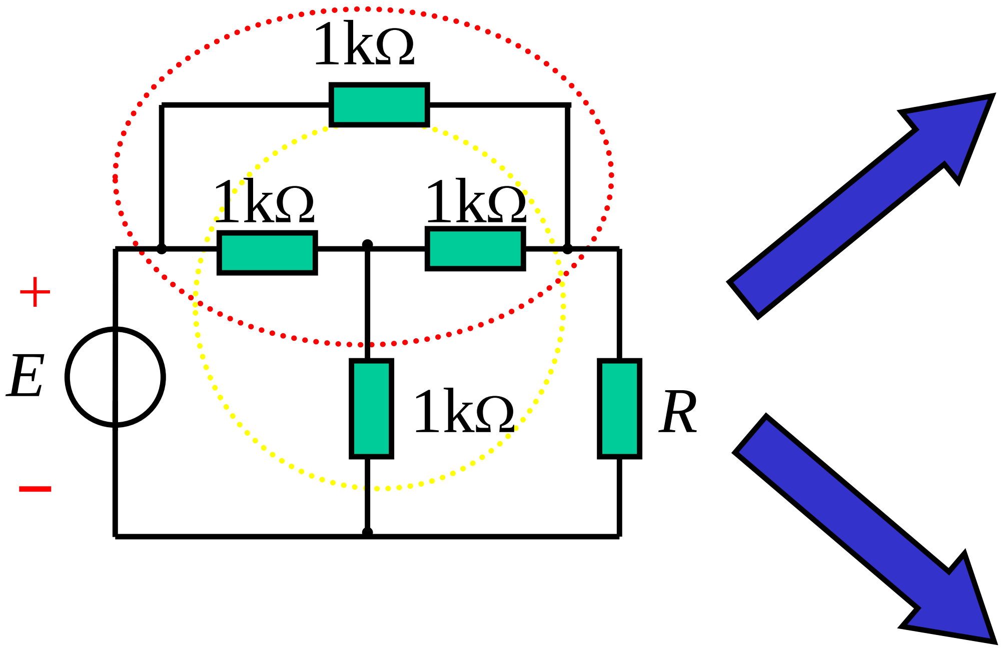
①等效对外部(端钮以外)有效，对内不成立。

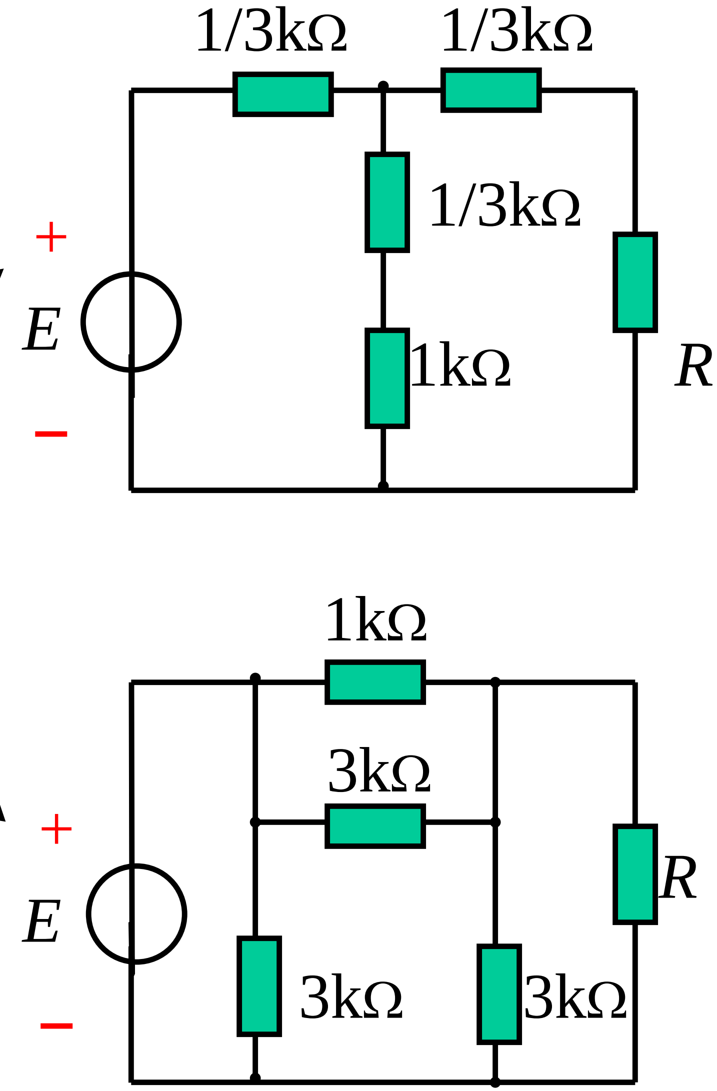
②等效电路与外部电路无关。

③用于简化电路

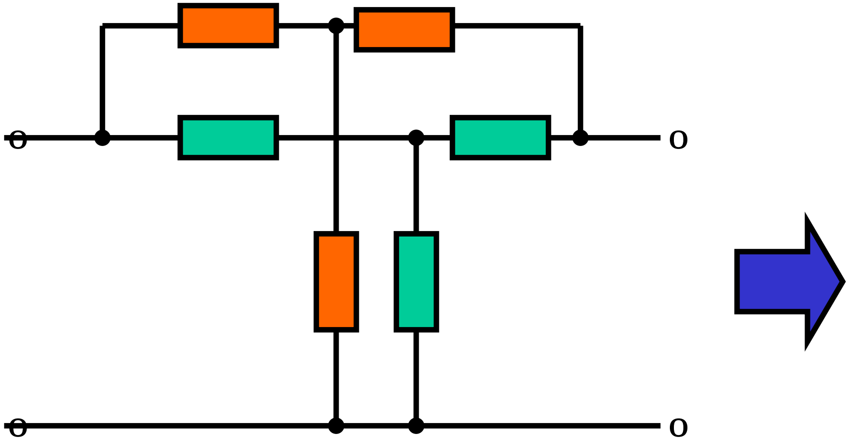
应用：简化电路

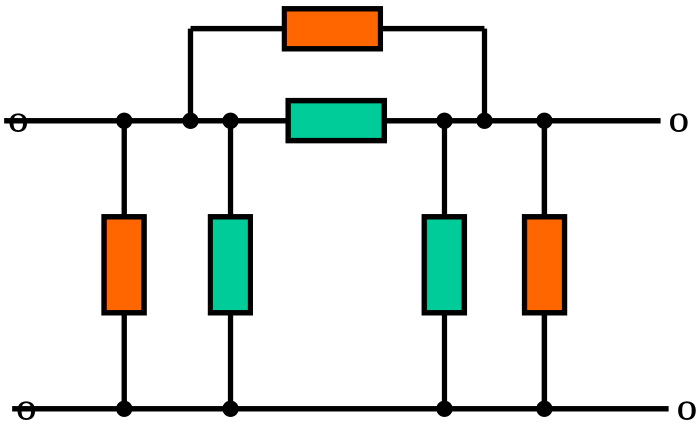
例: 桥 T 电路

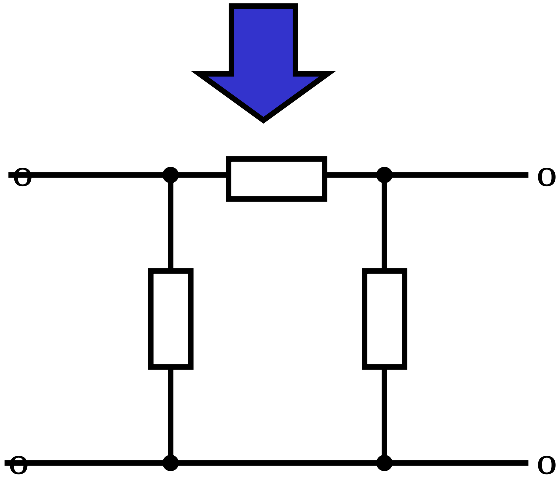




例: 双 T 网络

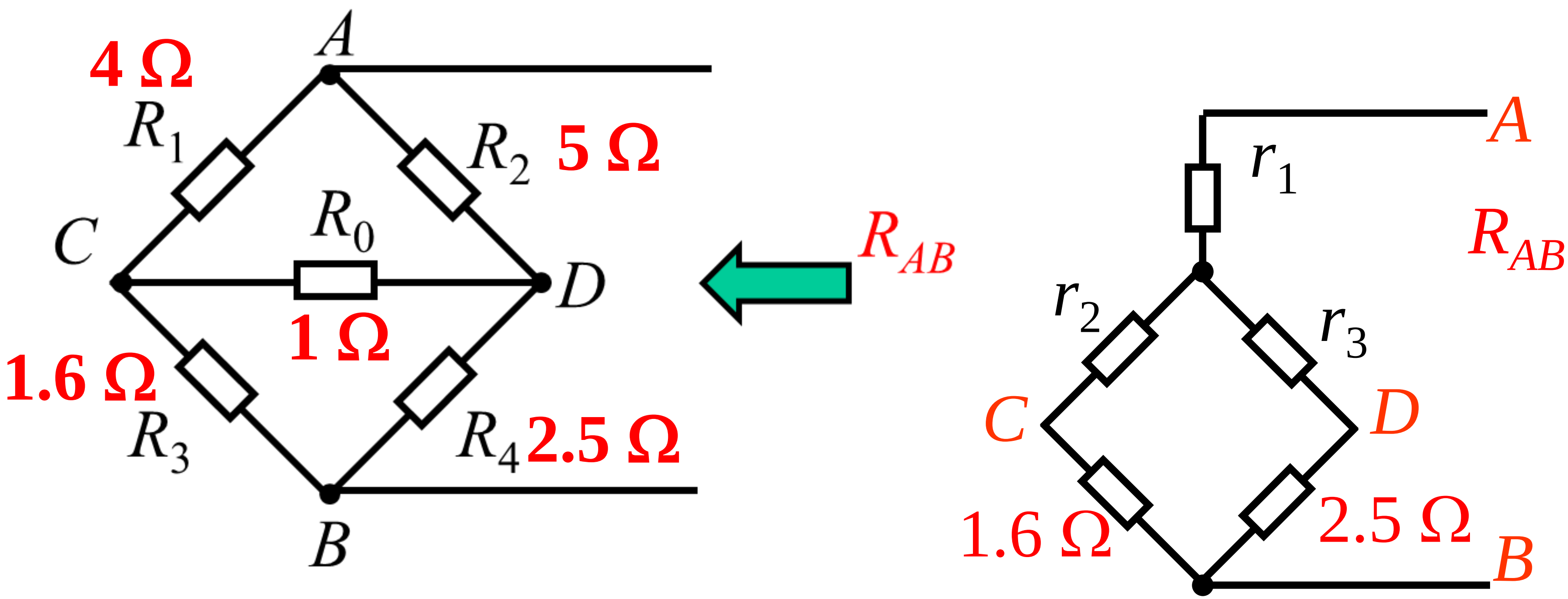






2.3.3 星形电路与三角形电路互换

例：Y–Δ 等效变换



可求出r1＝2，r2＝0.4，r3＝0.5

R_{AB} =2+(0.4+1.6)//(0.5+2.5)=2+2//3=3.2 Ω

第2章 电阻电路等效变换

2.1 概述

2.2 串联与并联

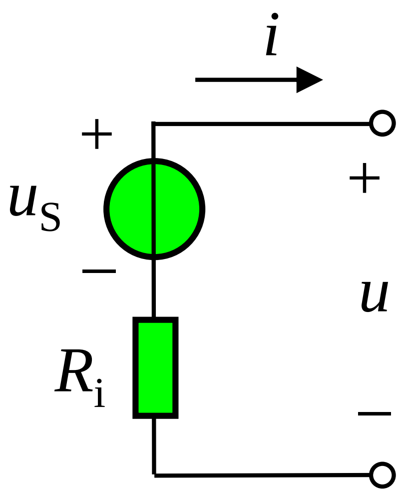
2.3 星形电路与三角形电路

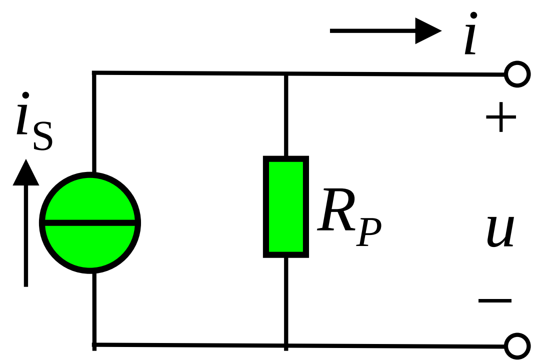
2.4 电源变换

2.5 拓展与应用

2.4.1 独立电源变换

本小节将说明实际电压源、实际电流源两种模型可以进行等效变换，所谓的**等效**是指**端口的电压、电流在转换过程中保持不变。**





$$u = u_S - R_i\, i$$

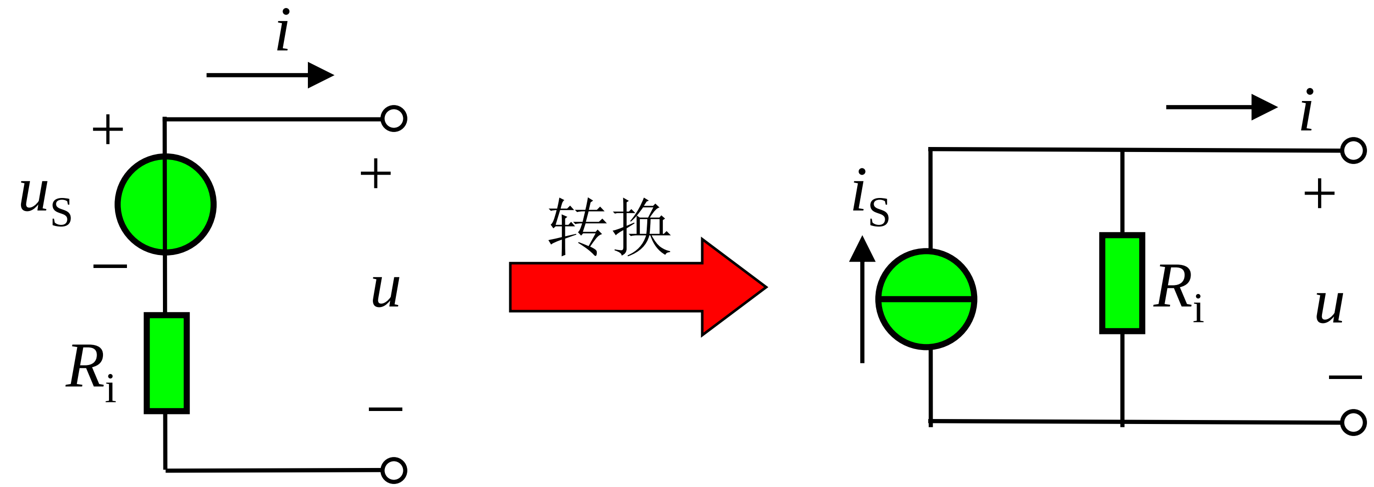
$$i = i_S - u/R_P$$

$$i = u_S/R_i - u/R_i$$

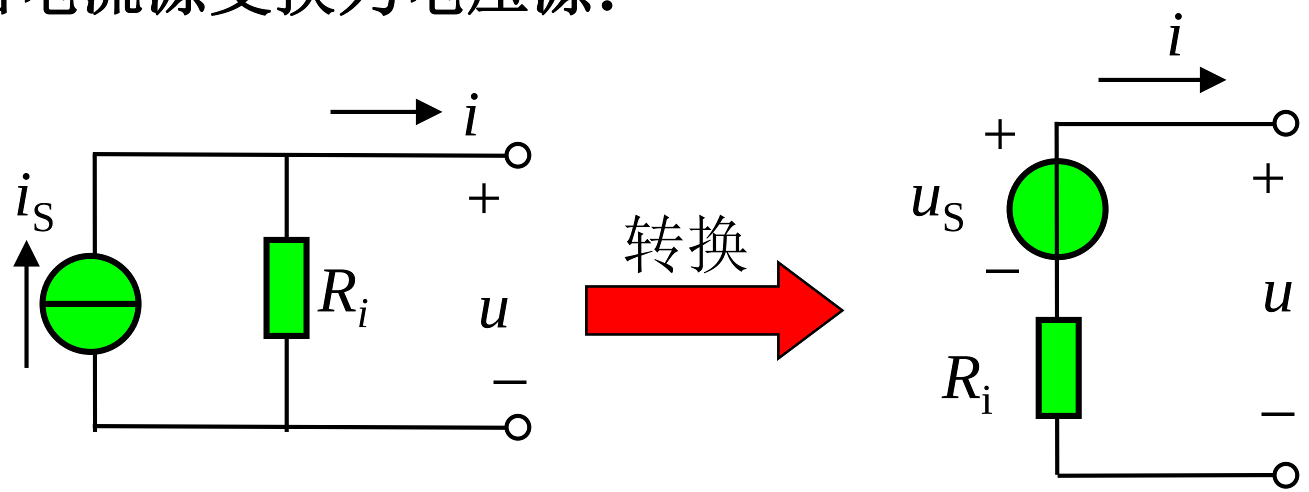
通过比较，得等效的条件： $i_S = u_S/R_i$ ，$R_P = R_i$

2.4.1 独立电源变换

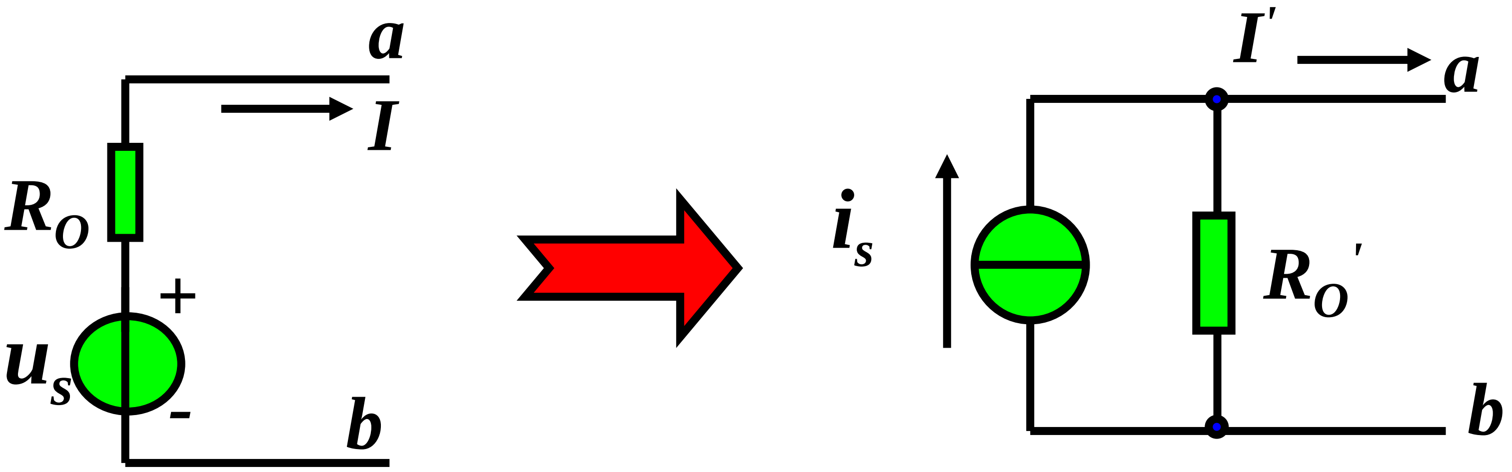
由电压源变换为电流源：

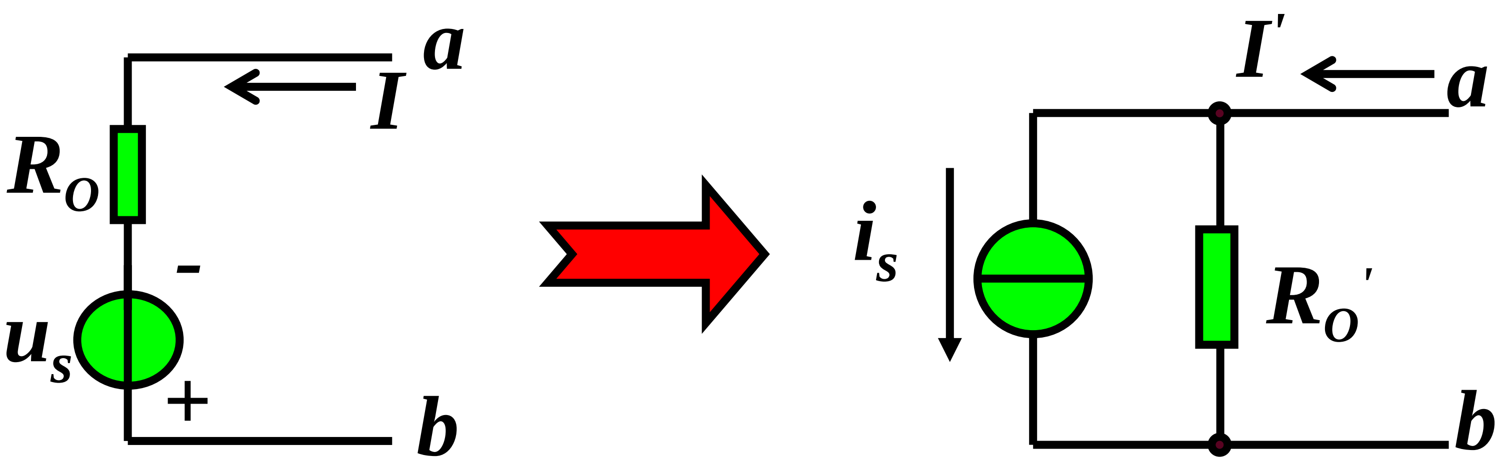


由电流源变换为电压源：



注意：(1) 注意转换前后 u_s 与 i_s 的方向（非关联参考方向）。





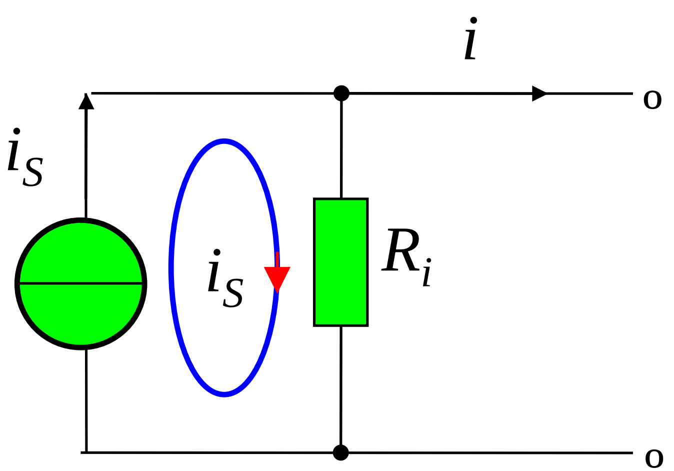
(2) 所谓的**等效**是对**外部电路**等效，对**内部电路**是不等效的。

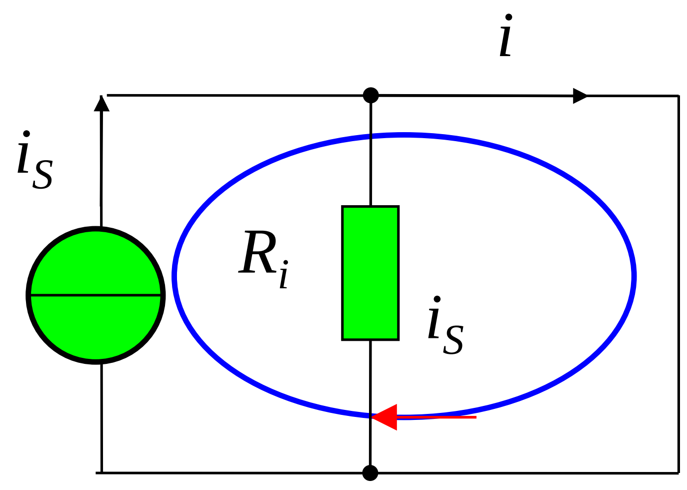
- 开路的电压源中无电流流过 R_i；

开路的电流源可以有电流流过并联电导G_i。

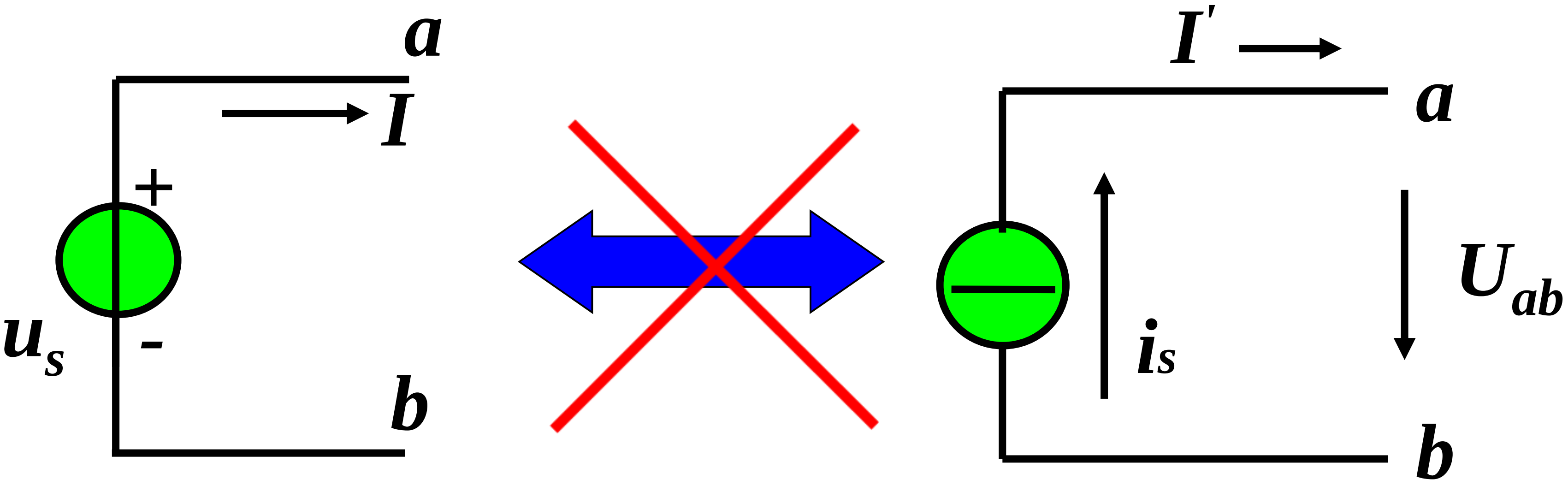
- 电压源短路时，电阻中R_i有电流；

电流源短路时，并联电导G_i中无电流。





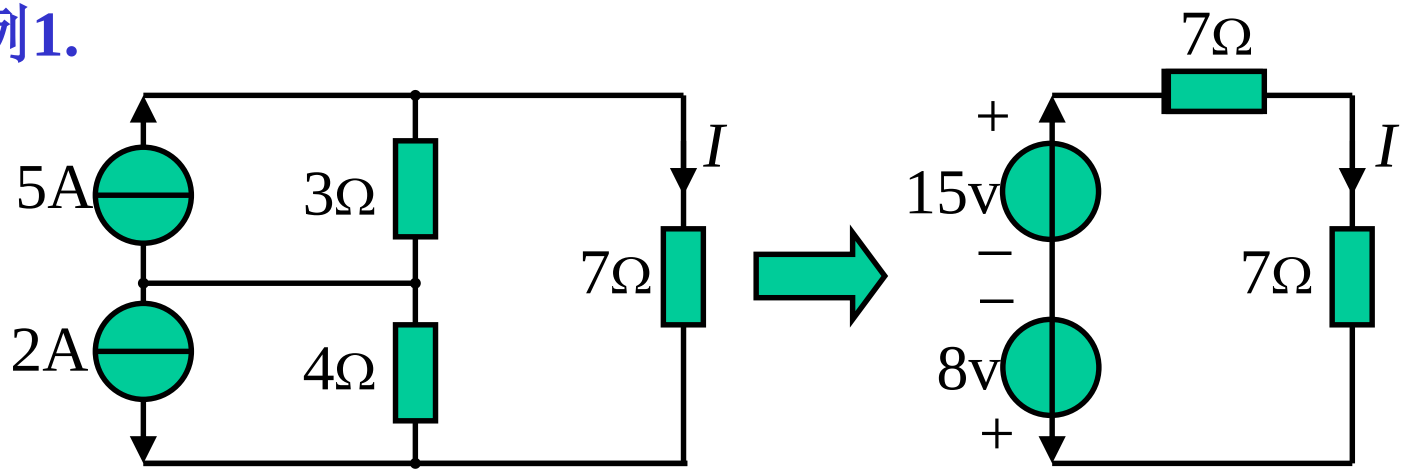
(3) 独立电压源与独立电流源不能相互转换。



$$I_S = \frac{E}{R_o} = \frac{E}{0} = \infty$$ （不存在）

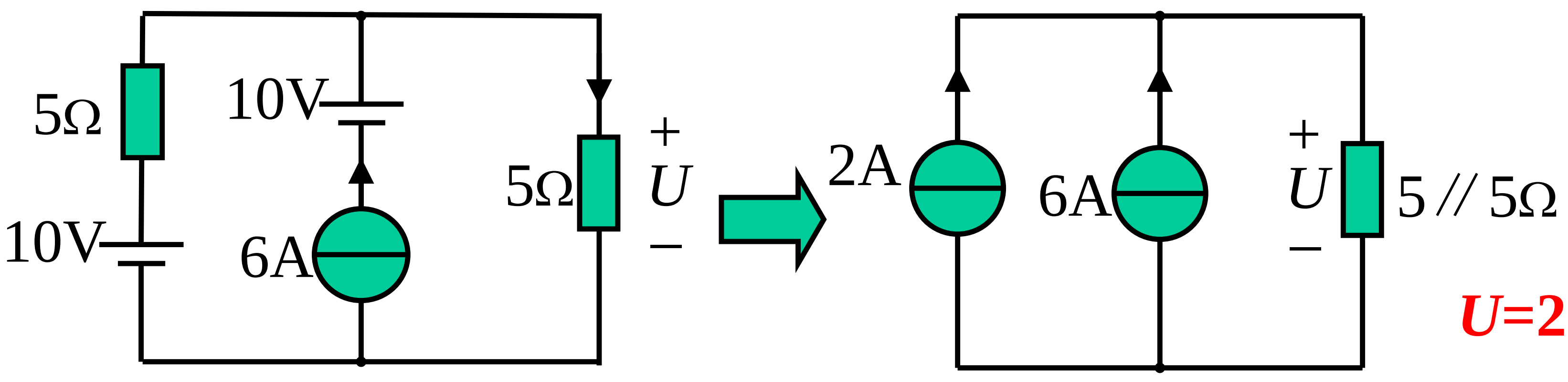
应用： **利用电源转换可以简化电路计算。**

例1.



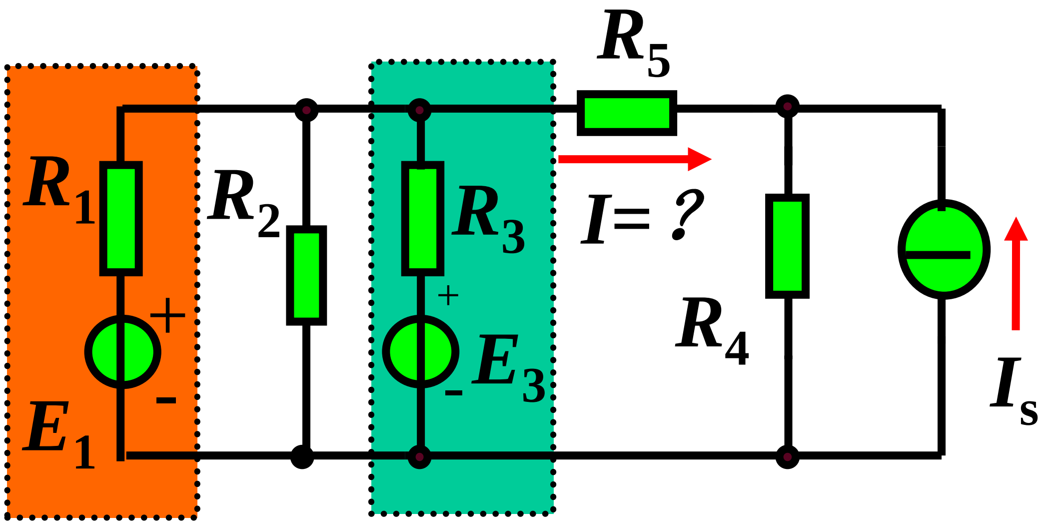
I=0.5A

例2.



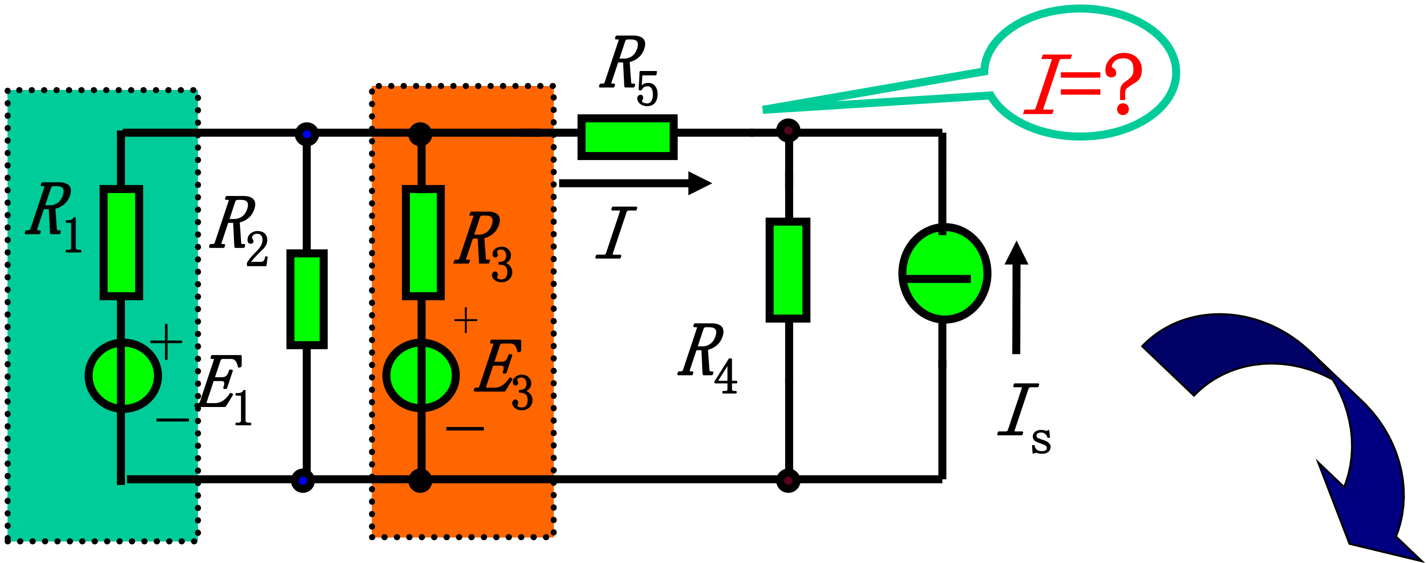
***U*=20V**

计算 *I*



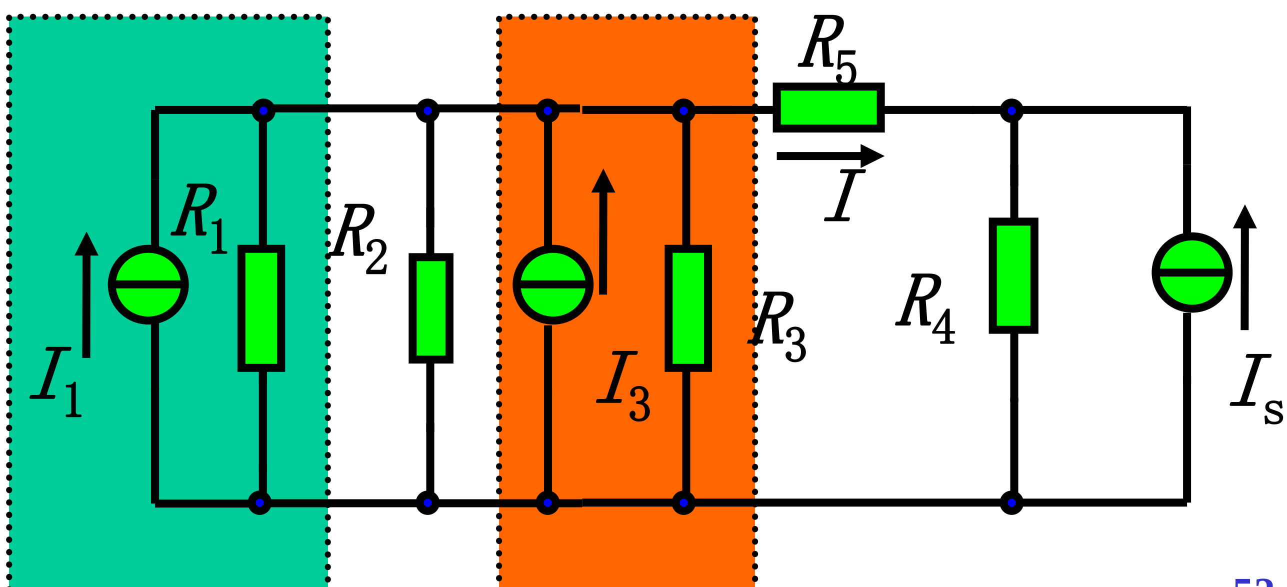
已知：E_1=12V， E_3=16V， R_1=2Ω， R_2=4Ω，

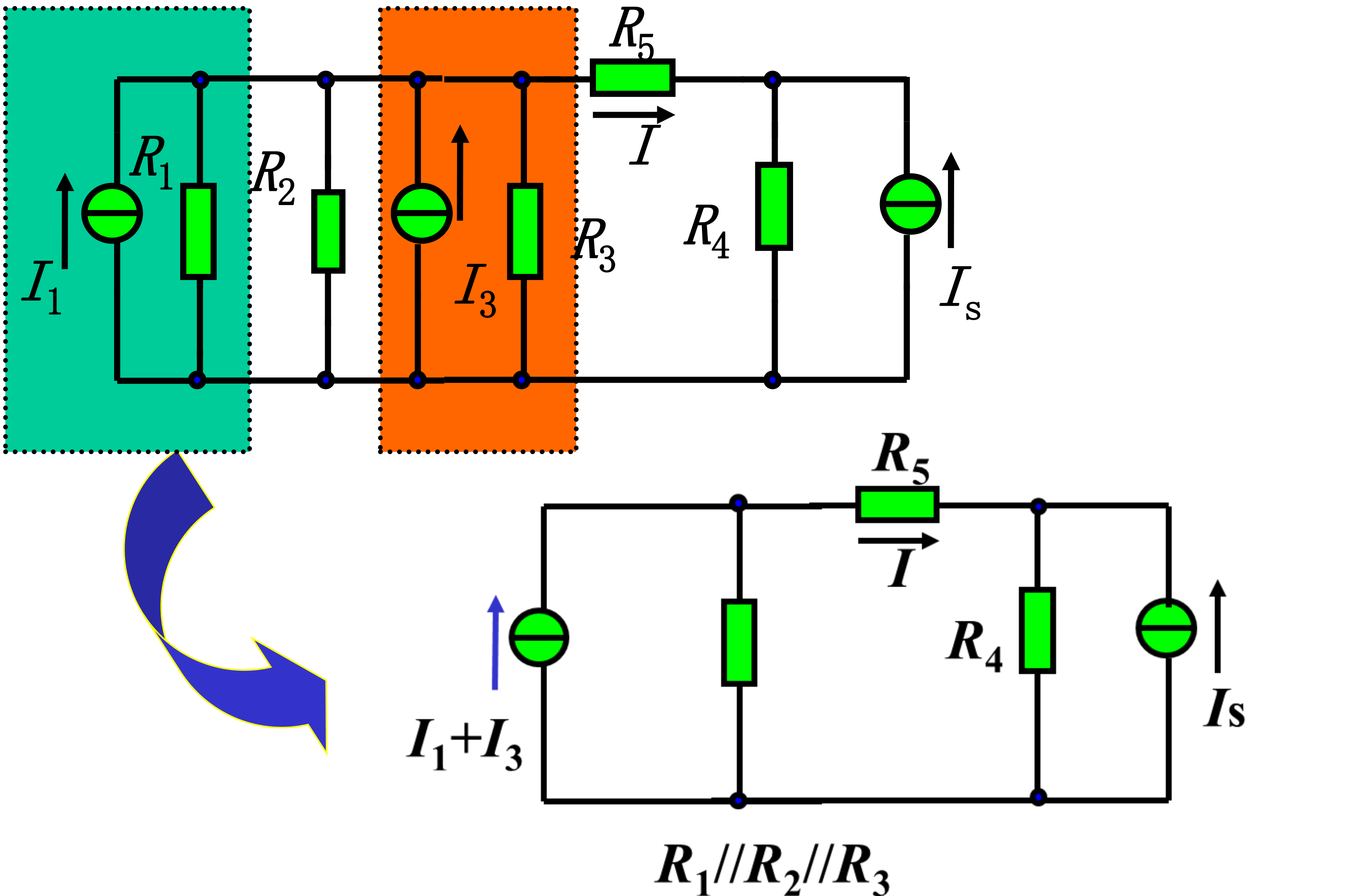
R_3=4Ω， R_4=4Ω， R_5=5Ω， I_S=3A



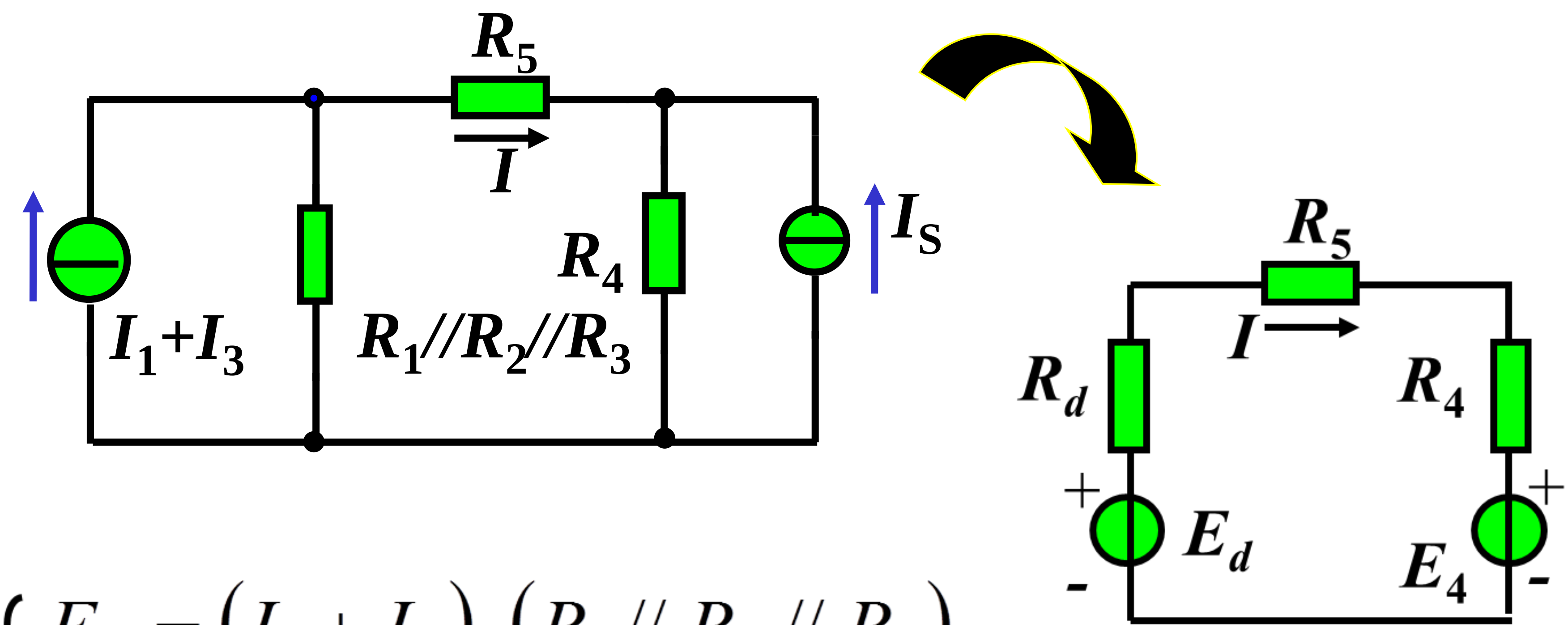
$$I_1 = \frac{E_1}{R_1}$$

$$I_3 = \frac{E_3}{R_3}$$





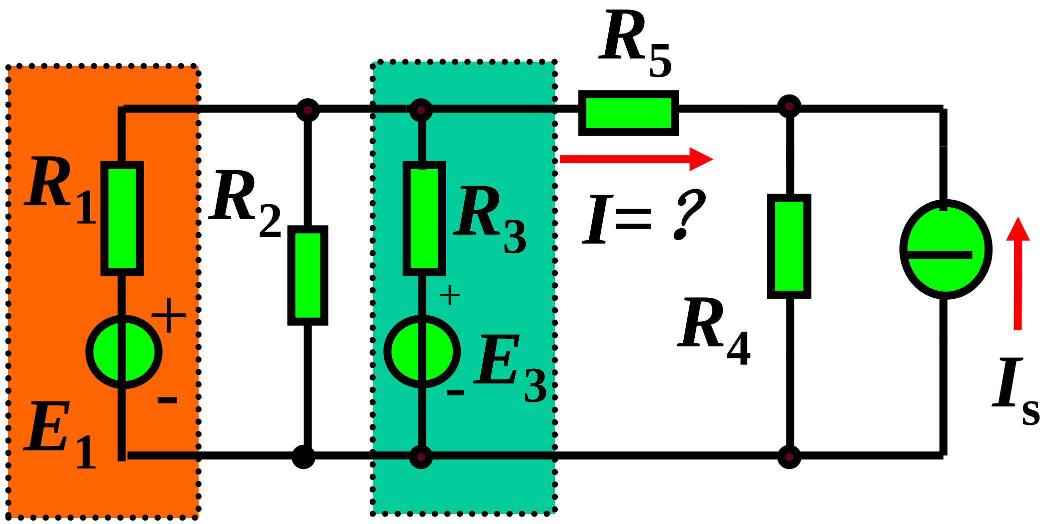
R_5
I
R_1
R_2
I_1
I_3
R_3
R_4
I_s
R_5
I
R_4
I_1+I_3
I_s
$R_1//R_2//R_3$



$$\begin{cases} E_d = (I_1 + I_3)\cdot(R_1 // R_2 // R_3) \\ R_d = R_1 // R_2 // R_3 \\ E_4 = I_S \cdot R_4 \end{cases}$$

$$I = \frac{E_d - E_4}{R_d + R_5 + R_4}$$

代入数值计算

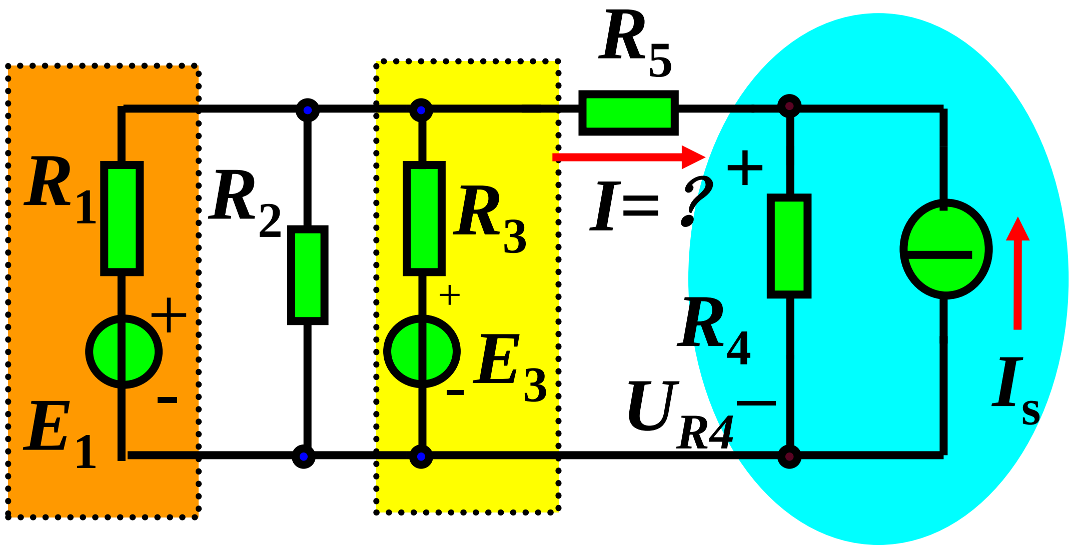


已知：E_1=12V， E_3=16V， R_1=2Ω， R_2=4Ω，

R_3=4Ω， R_4=4Ω， R_5=5Ω， I_S=3A

解得：I= – 0.2A

(负号表示实际方向与假设方向相反)



计算电流源的功率

$R_4=4\Omega$

$I_S=3A$

$I=-0.2A$

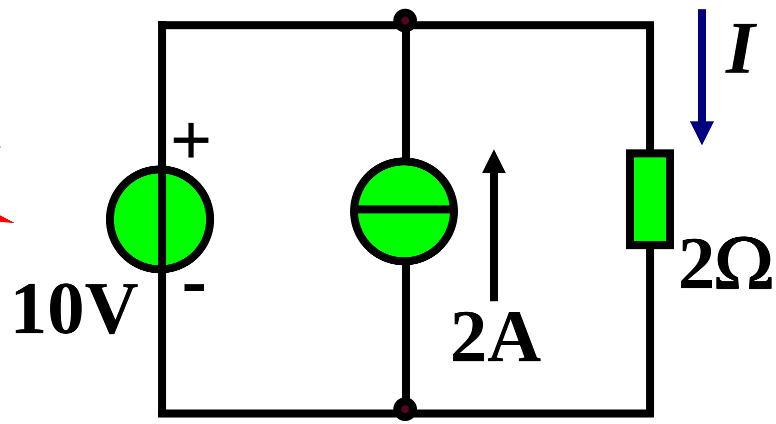
$I_4=I_S+I=3+(-0.2)=2.8A$

$U_{R4}=I_4R_4=2.8\times4=11.2V$

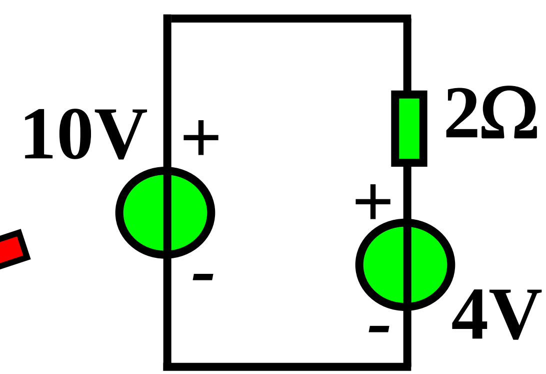
$P=-I_S U_{R4}=-3\times11.2=-33.6W$

负号表示输出功率

讨论题



$I = ?$



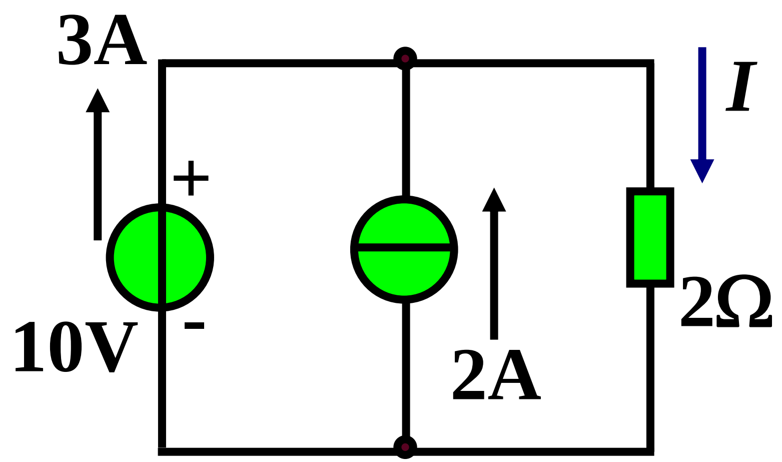
哪个答案对

$$I = \frac{10}{2} = 5\,\mathrm{A}$$

$$I = \frac{10}{2} + 2 = 7\,\mathrm{A}$$

$$I = \frac{10-4}{2} = 3\,\mathrm{A}$$

讨论题



$I = 5A$

求功率？

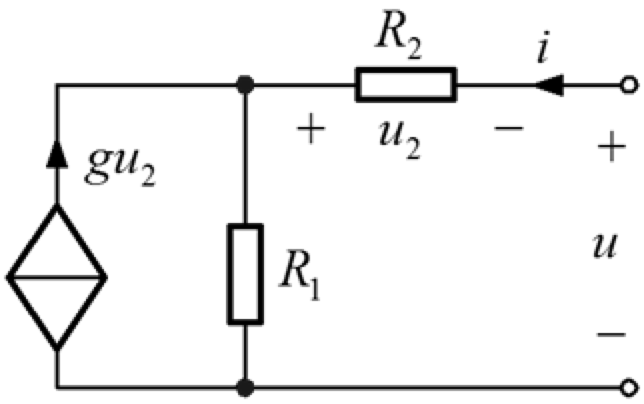
$电压源P_1 = -10*3 = -30W$

$电流源P_2 = -10*2 = -20W$

$电阻P_3 = 5^2*2 = 50W$

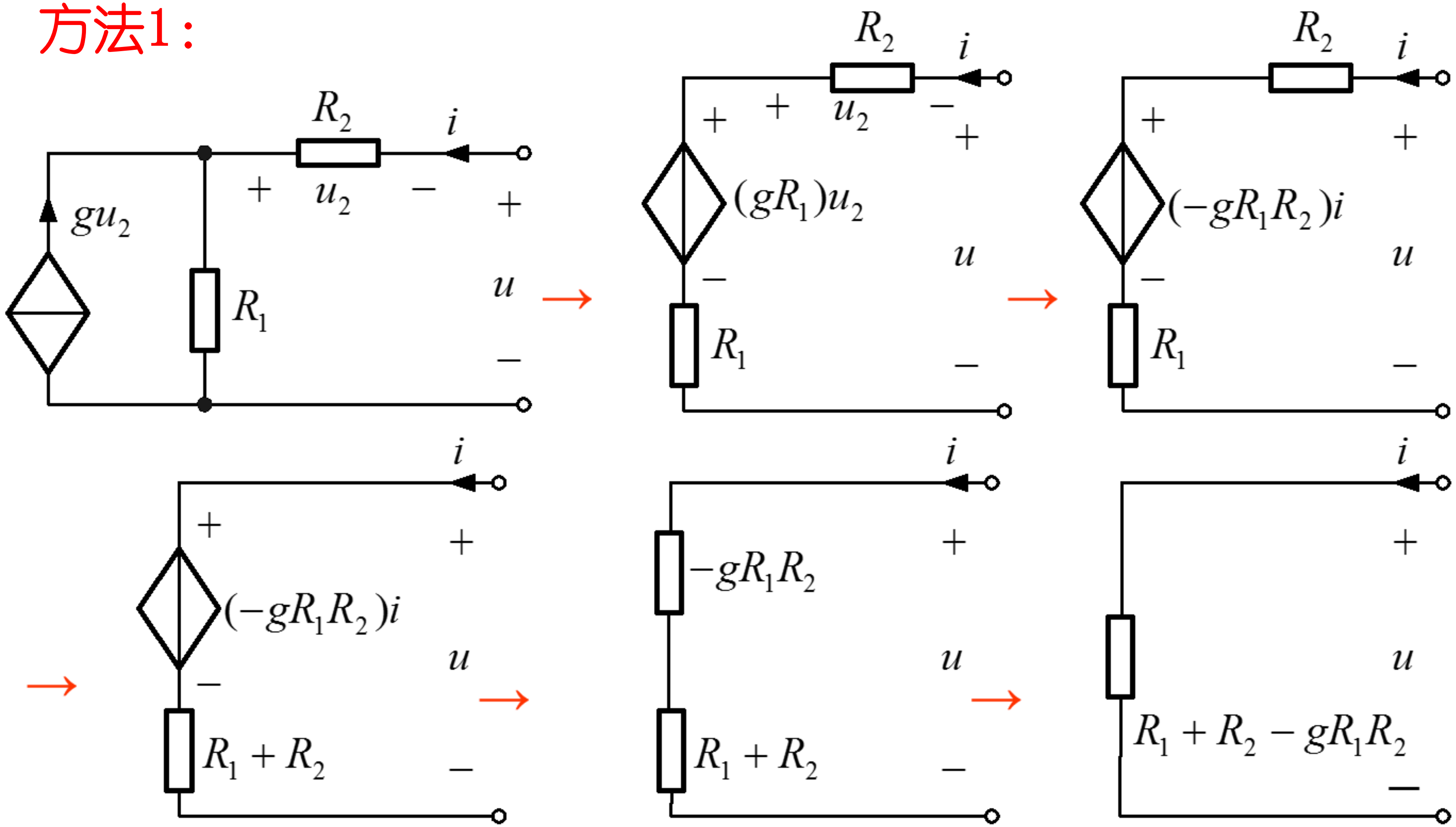
$总功率 = P_1 + P_2 + P_3 = 0W$

例 求端口的入端电阻



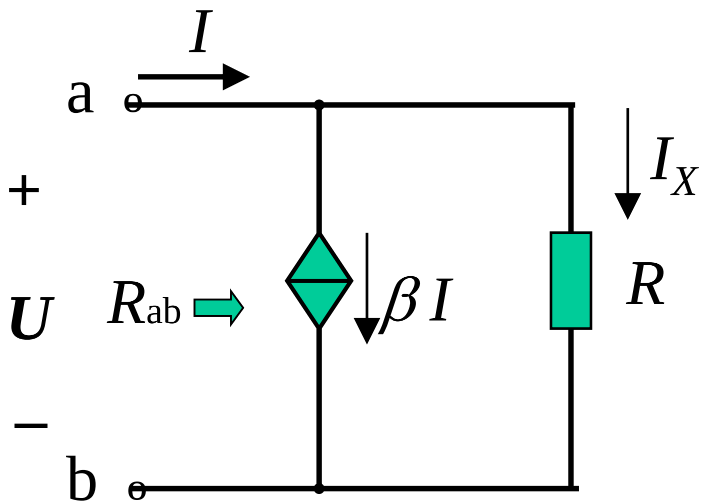
2.4.2 受控电源变换

方法1：

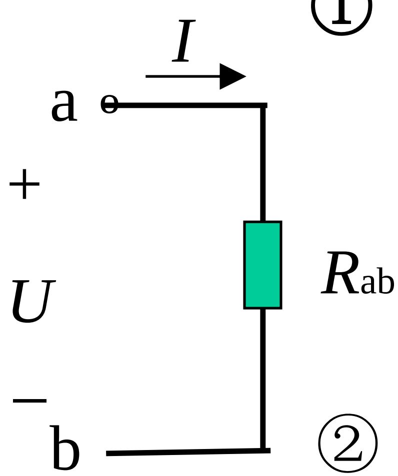


方法2： $u-i$ 关系：$u = R_2 i + R_1(gu_2 + i) = (R_1 + R_2 - gR_1R_2)i$

例 求 a , b 两端的入端电阻 R_{ab} ($\beta \neq 1$)



①



②

解： 求R_{ab}

根据等效的概念，该图可以等效成图②

可知：$R_{ab}=U/I$

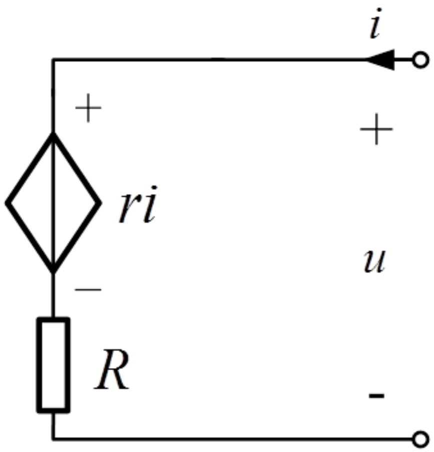
设流过R的电流为 I_X

根据KCL：$I_X = I-\beta I$

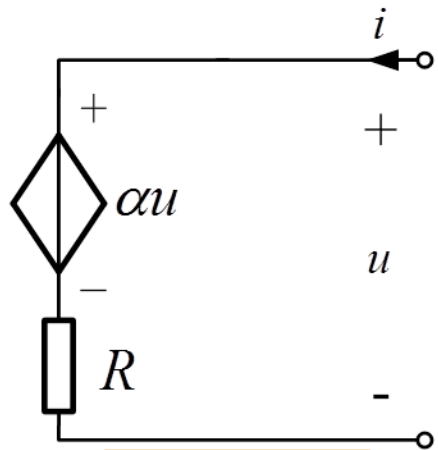
$$U = I_X \cdot R$$

$$R_{ab}=U/I=(1-\beta)R$$

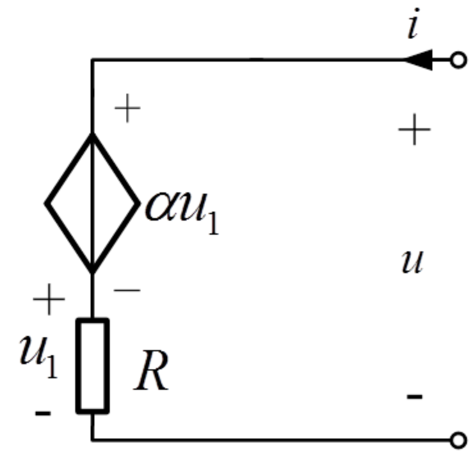
2.4.2 受控电源变换



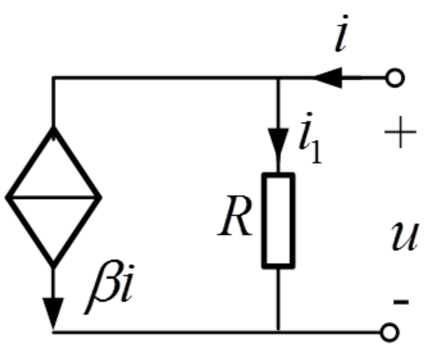
$$R_{eq} = R + r$$



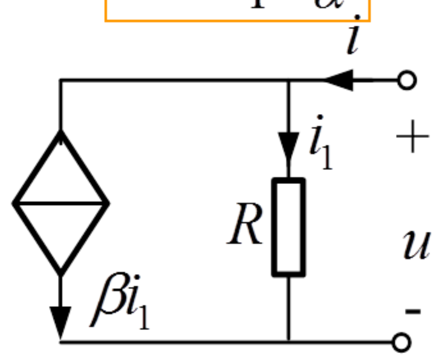
$$R_{eq} = \frac{R}{1-\alpha}$$



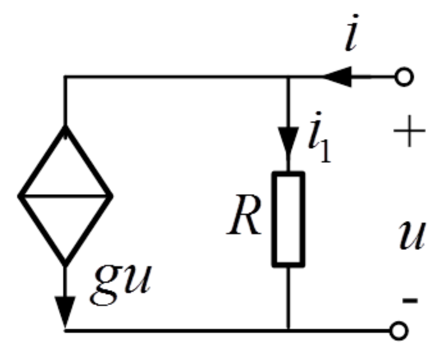
$$R_{eq} = (1+\alpha)R$$



$$R_{eq} = (1-\beta)R$$



$$R_{eq} = \frac{R}{1+\beta}$$



$$R_{eq} = \frac{R}{1+gR}$$

● 重点：

1. 线性电阻的串联、并联和混联

2. 电桥平衡与Y—Δ变换

3. 电压源和电流源的等效变换

谢 谢!