八. 静电场中的电介质

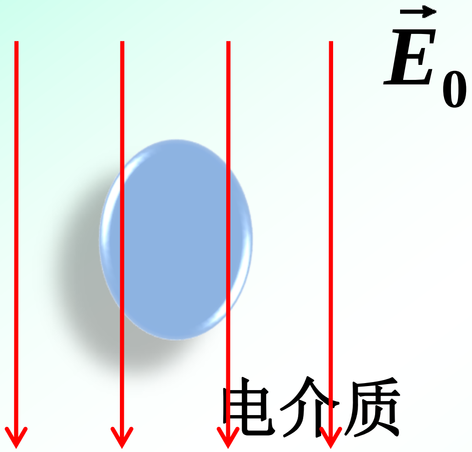
静电场中的电介质

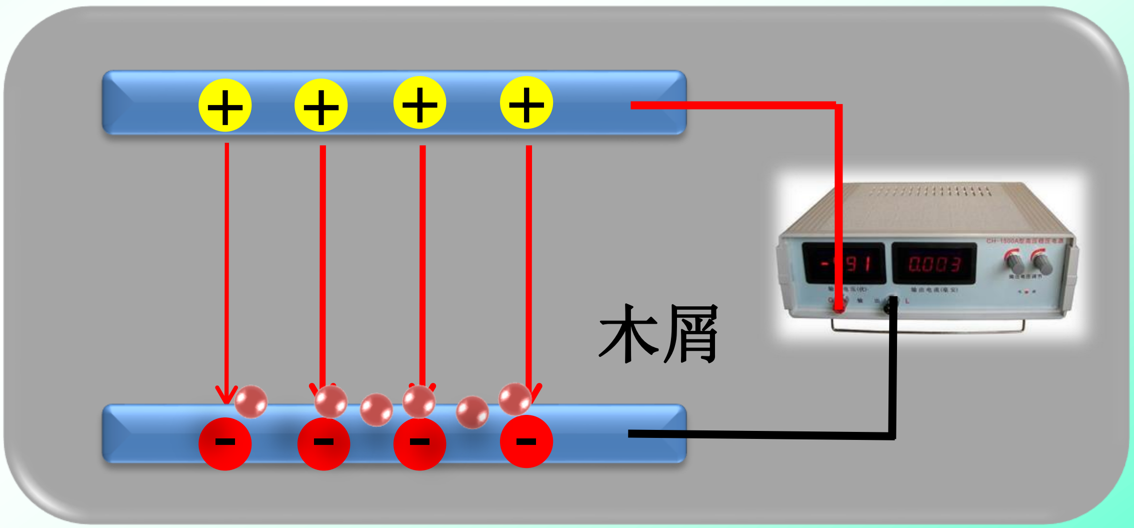
➢ **电介质：**

即绝缘体，内部电子和原子核结合的相当紧密，内部无自由电荷，故不能导电。

如：绒毛、木屑、云母等等。

静电植绒

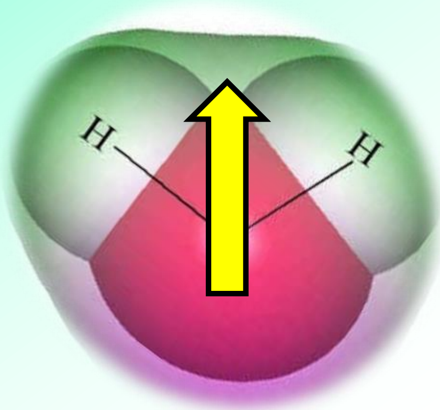




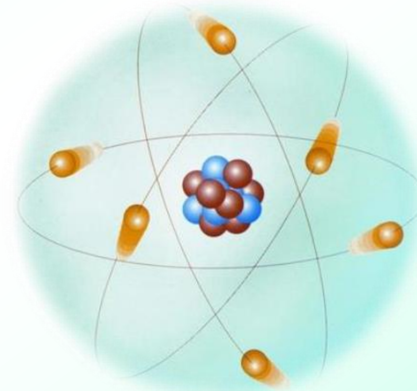
电介质在电场中为什么会受到电场力的作用？

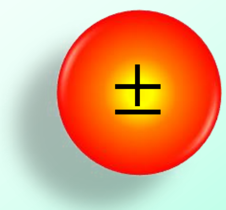
1. 电介质的极化

➢电介质的两种微观结构



$\vec{p} \neq 0$





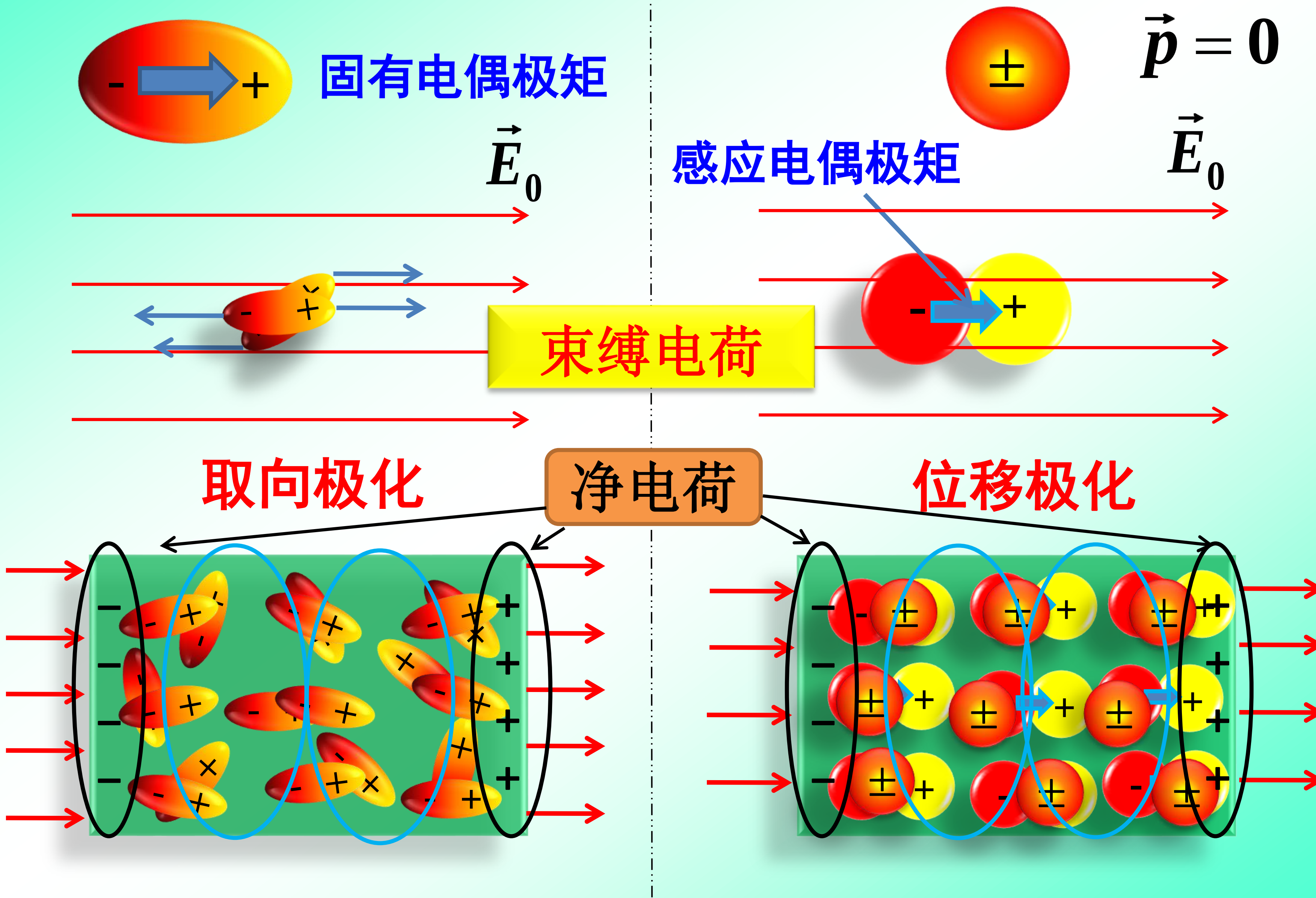
$\vec{p} = 0$

有极分子:
正负电荷重心不重合
如 H_2O, CO等。

无极分子:
正负电荷重心重合
如 H_2, O_2等。

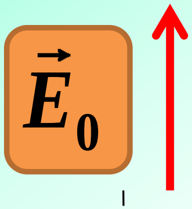
> 有极分子

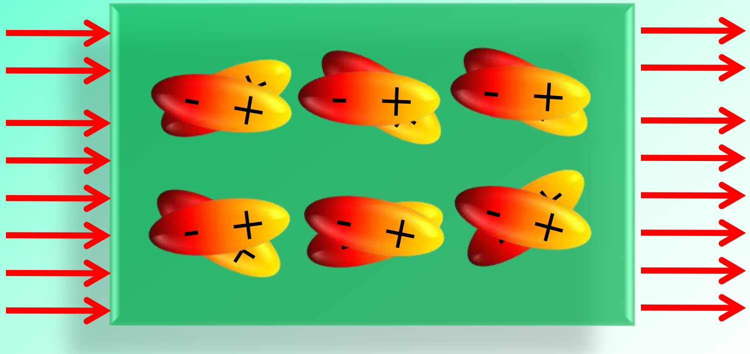
> 无极分子

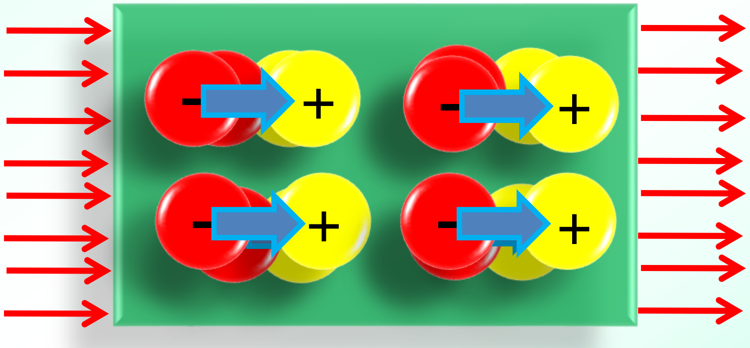


➢取向极化

➢位移极化







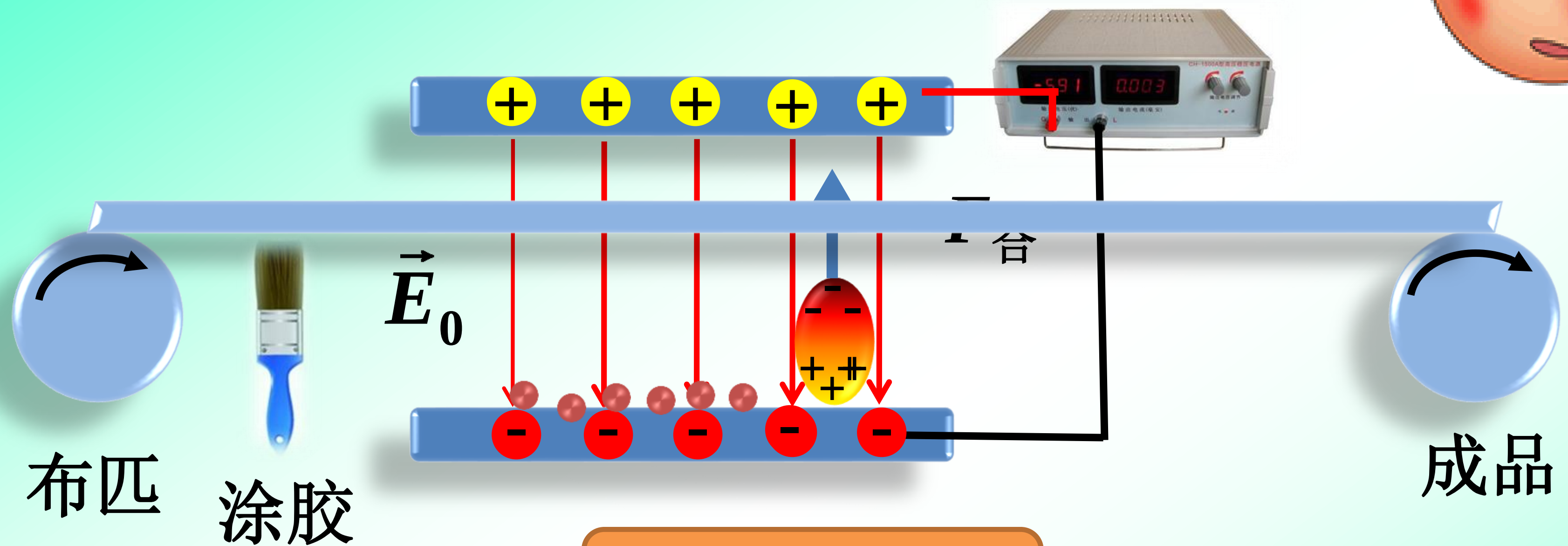
➢ 两种不同的电介质极化

	微观机制	宏观效果
有极分子	取向极化	面束缚电荷
无极分子	位移极化	面束缚电荷

$\vec{E}_0$

极化效应增强，束缚电荷增多

电介质在电场中为什么会受到电场力的作用？



静电植绒机

2. 电极化强度与极化电荷

➢ 电极化强度矢量： $\vec{P}$

$$\boxed{\vec{P}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}}$$

其中，$\vec{p}_i$表示介质中体积元内某个分子的电矩

$\vec{P}$ 越大，极化程度越高，极化电荷密度也越大。

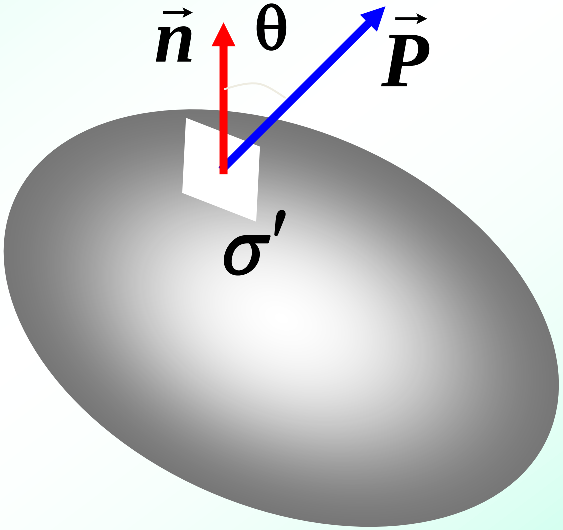
➢ 电极化强度矢量和电场强度的关系：

各向同性介质，电场不太强的时候，有：

$$\boxed{\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}}$$

χ_e 为电介质的极化率

•电极化强度与束缚电荷的关系



束缚电荷面密度：

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n = P\cos\theta$$

束缚面电荷密度 σ' 与该处电极化强度 $\vec{P}$ 在表面法线上的分量值相等。

- 当θ为锐角时，电介质表面上出现一层正极化电荷
- 当θ为钝角时，表面上出现一层负极化电荷

以非极性电介质为例推导结果也适用于极性电介质，具体推导见P231

3. 电介质中静电场的基本规律

➢有电介质存在时静电场的环路定理

自由电荷q_0、束缚电荷q'分别对应场强：$\vec{E}_0, \vec{E}'$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \oint_L \vec{E}' \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

束缚电荷和静止的自由电荷一样遵从库仑定律，所以其激发电场也为保守场

$$\Longrightarrow \quad \oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n = P\cos\theta$$

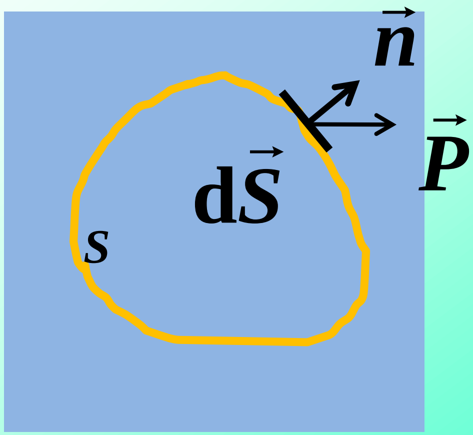
➢有电介质情况下的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_i + \sum q_i'\right)$$

电介质里束缚电荷不能把体内的电场完全抵消，而束缚电荷分布未知，束缚电荷和电场分布相互牵扯，计算起来较麻烦。引入新物理量：

$$dq' = \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

$$q'_{穿出} = \oint_S dq' = \oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$



据电荷守恒定律：

$$\sum_{S内} q_i' = -\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_i + \sum q_i'\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_i - \oint_S \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{S}\right)$$

$$\Rightarrow \oint_S (\underline{\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}})\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i$$

引入电位移矢量：$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i}$$

电位移矢量 $\vec{D}$ 的高斯定理

优越性：

电位移通量只和高斯面内的**自由电荷**有关，与束缚电荷无关，可直接由自由电荷分布计算。

讨论

➢对各向同性电介质 $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$

电位移矢量： $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$

$$\Rightarrow \vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

$$=\varepsilon_0\vec{E}(1+\chi_e)=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_0 & \text{:称作真空介电系数，有量纲} \\ \varepsilon_r=1+\chi_e & \text{:称作相对介电系数，无量纲} \\ \varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0 & \text{:称作介质介电系数，和 } \varepsilon_0 \text{ 量纲一样} \end{cases}$$

➢均匀各向同性介质时电场计算步骤：

利用： $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i$ 得到 $\vec{D}$

⇩

利用： $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$ 得到 $\vec{E}$

⇩

$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$ 或 $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 得到 $\vec{P}$

⇩

$\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n}$

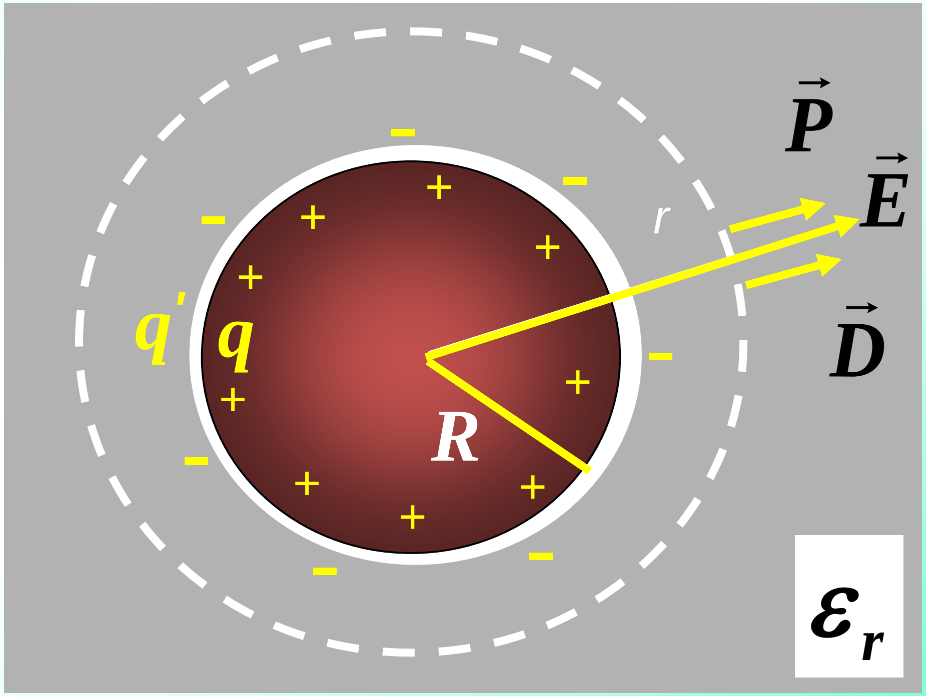
例. 一带正电的金属球浸在油中。求球外的电场分布和贴近金属球表面的油面上的束缚电荷。

解：根据 $\vec{D}$ 高斯定理

$$\vec{D}\cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$



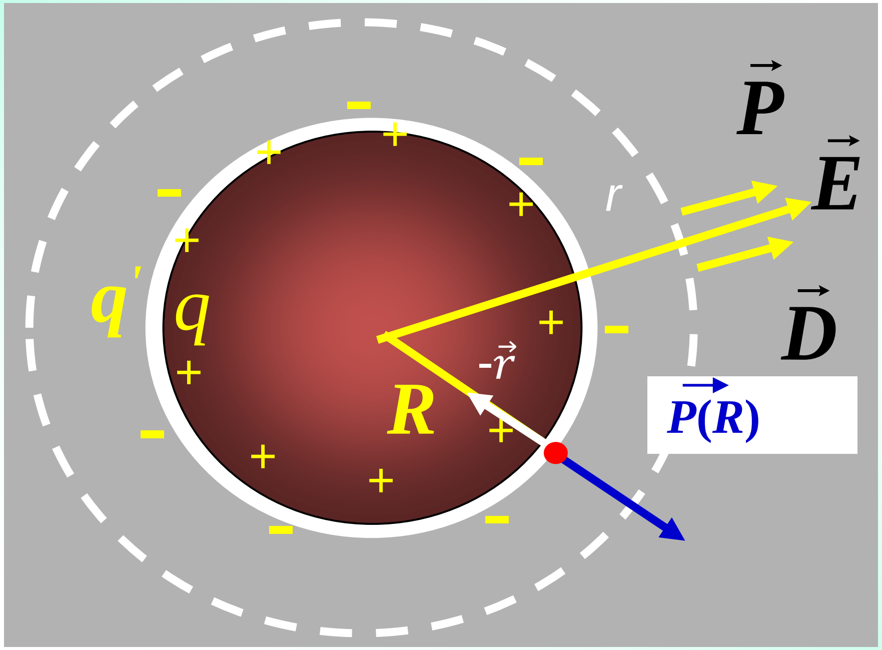
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} < \vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

为什么？

$$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$$

$$=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$$

$$=(1-\frac{1}{\varepsilon_r})\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$



球表面的油面上的束缚电荷：

$$\sigma'=\vec{P}(R)\cdot(-\vec{e}_r)=-(1-\frac{1}{\varepsilon_r})\frac{q}{4\pi R^2}$$

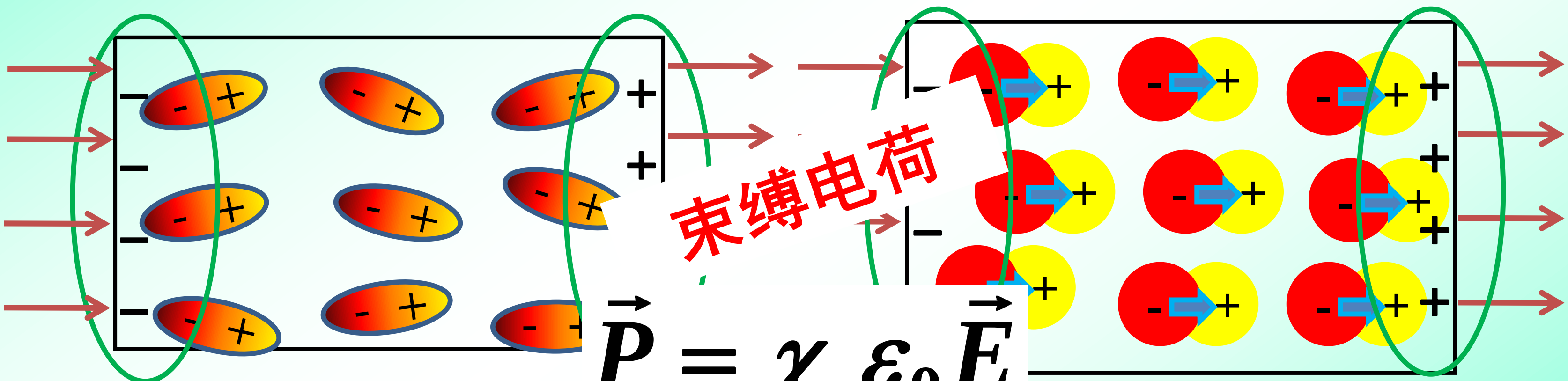
$$q'=4\pi R^2\cdot\sigma'=-(1-\frac{1}{\varepsilon_r})q$$

q' 总与 q 反号，数值小于 q。

总结

电介质显电性了
可以导电吗？

- 绝缘体在电场中也会受到电场力的作用
- 电介质放入电场其表面上会出现电荷——电极化



$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

当E↑↑，分子中正负电荷被拉开 → 自由电荷

绝缘体 → 导体 ⟶ **电介质击穿**

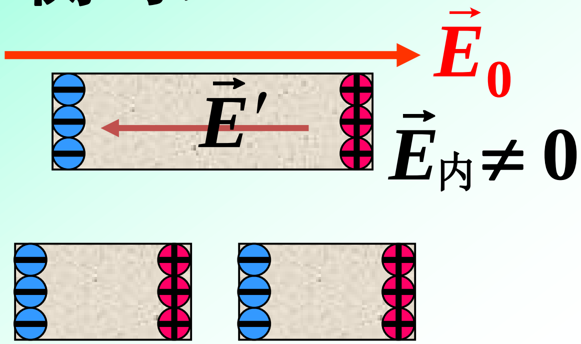
电介质承受未击穿的最大电场强度 ➡ **击穿场强**

例：尖端放电，空气电极击穿 E =3 kV/mm

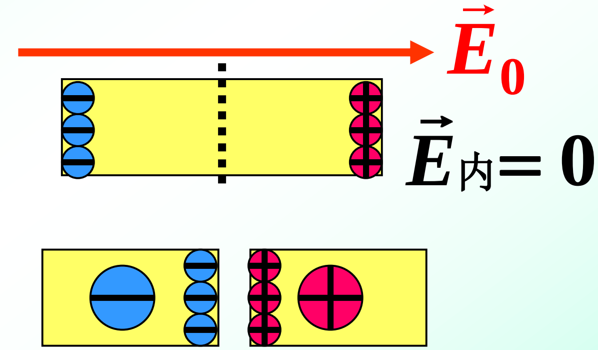
➤电介质的极化与导体的静电感应有本质的区别

（静电平衡时）

电介质

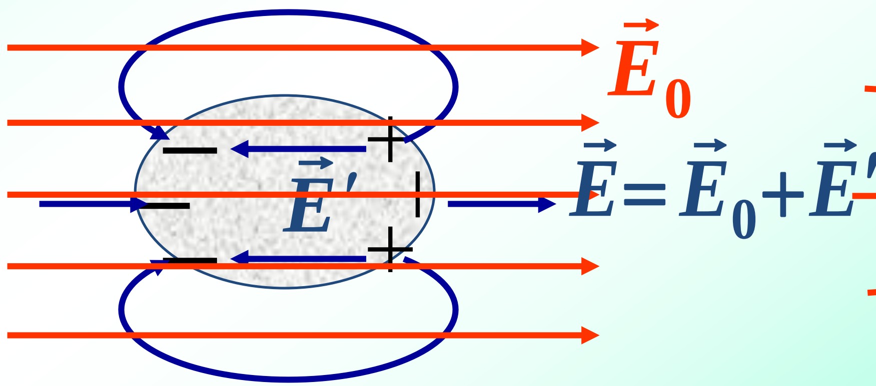


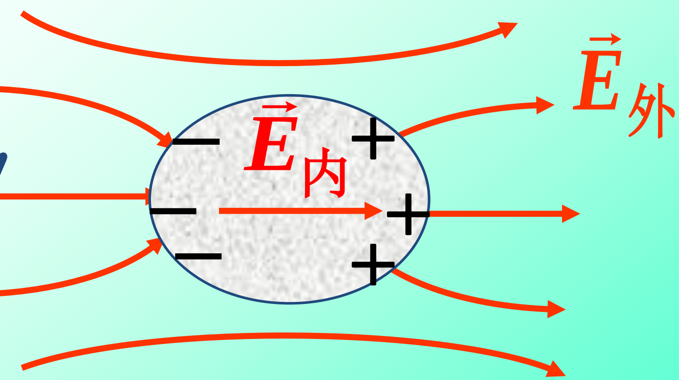
导体



撤去外电场后

束缚电荷产生场 $\vec{E}'$ 影响原来的场



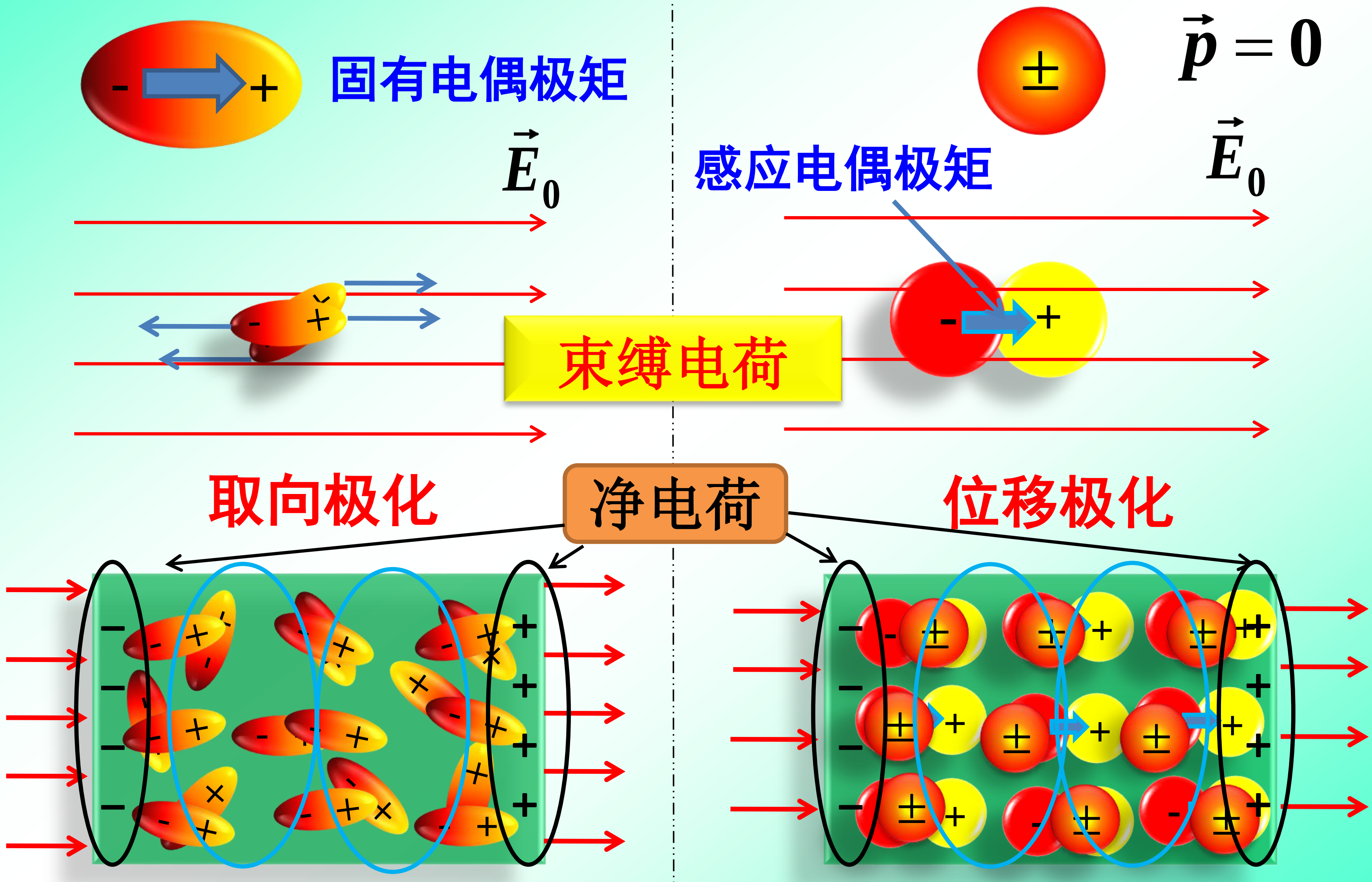


内部：削弱场 $\vec{E}_{内} < \vec{E}_0$

外部：改变场

上节课的相关内容

- 有极分子
- 无极分子



上节课的相关内容

- 电极化强度矢量：

$$\boxed{\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}}$$

$\vec{P}$ 越大，极化程度越高，极化电荷密度也越大。

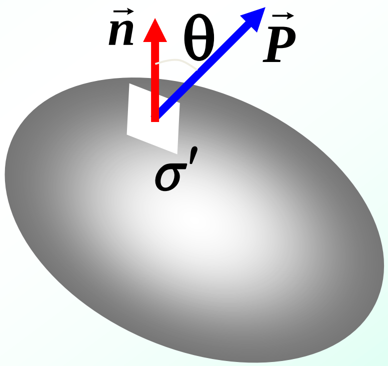
$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}}$$

χ_e 为电介质的极化率

各向同性介质，电场不太强的时候

上节课的相关内容

静电场中的电介质



- 电介质的极化

$\boxed{\text{面束缚电荷}}$

$$\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n = P\cos\theta$$

- 电介质的环路定理和高斯定理

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{S内} q_i}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

上节课的相关内容

➢对各向同性电介质 $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$

电位移矢量： $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$= \varepsilon_0 \vec{E}(1+\chi_e) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_0 & \text{:称作真空介电系数，有量纲} \\ \varepsilon_r = 1+\chi_e & \text{:称作相对介电系数，无量纲} \\ \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 & \text{:称作介质介电系数，和 } \varepsilon_0 \text{ 量纲一样} \end{cases}$$

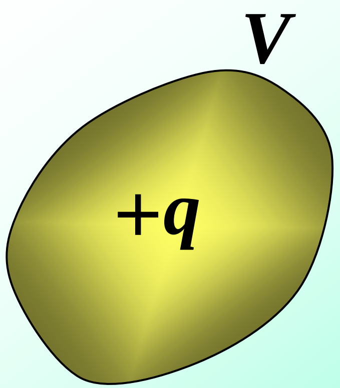
4. 电容和电容器

Capacitance and capacitors

（1）孤立导体的电容

导体每升高单位电势，所需要的电量：

$$C = \frac{q}{V}$$ ——孤立导体的**电容**

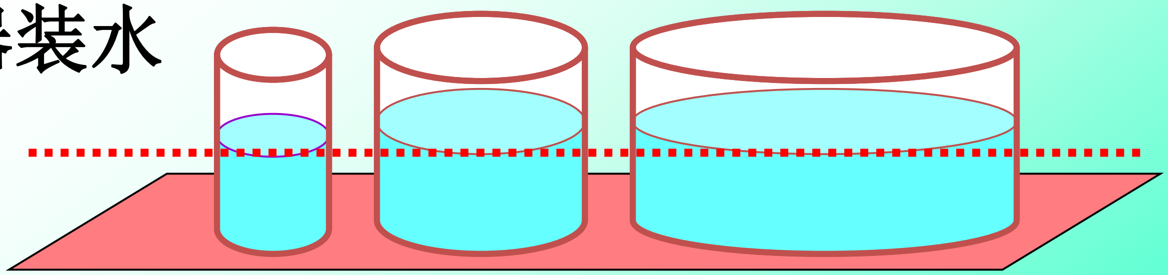


单位：F(法拉)

常用单位 $\begin{cases} 1\mu F = 10^{-6}\,F \\ 1pF = 10^{-12}\,F \end{cases}$

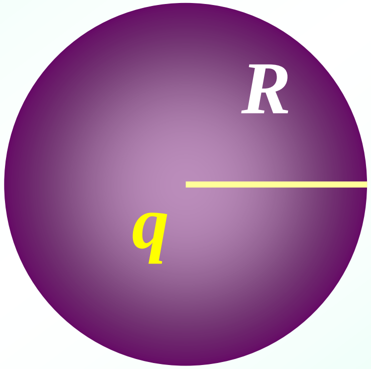
一般导体不同，C 就不同。

如同容器装水



例如：孤立导体球的电容

设导体球带电 q



其电势为 $V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

则 $\boxed{C}=\dfrac{q}{V}=\dfrac{q}{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}}=\boxed{4\pi\varepsilon_0 R}$

与其是否带电无关！

设地球是一圆球体，其电容为：

$$C=\frac{1}{9\times10^9}\times6.4\times10^6\approx710\ \mu\mathrm{F}$$

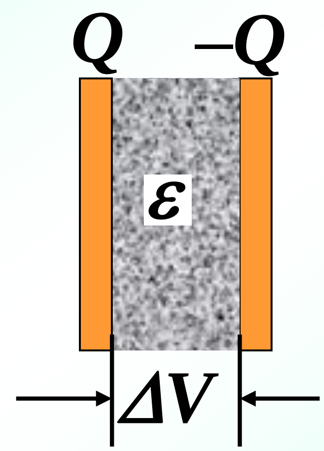
容量很大！

（2）电容器的电容

电容器所带的电量与电势差成正比：

$$Q = C\Delta V$$

比例系数“*C*”称为电容器的电容



注意

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$ ——升高单位电势差所需的电量

1 º“*C*”是反映电容器储存电荷本领大小的物理量

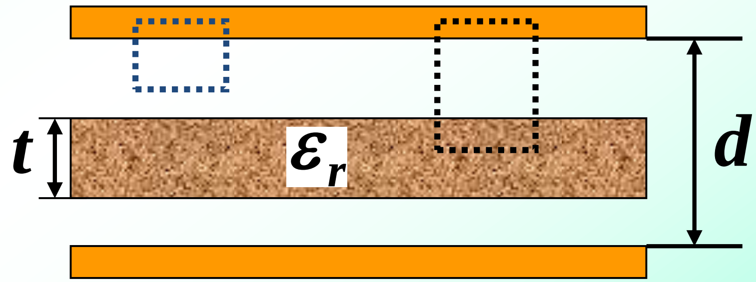
2 º“*C*” 与电容器本身的结构和ε_r有关而与Q无关

3 º电容器是常用的电学和电子学元件

- 交流电路中：控制电流、电压
- 发射机中：产生振荡电流
- 接收机中：调频
- 整流电路中：滤波
- 电子线路中：时间的延迟

（3）电容的计算

例24. 一平行板电容器，两极板间距为d、面积为S，其中置一厚度为t的平板均匀电介质，其相对介电常数为ε_r，求该电容器的电容C。



解： 设极板上面电密度为

σ、$-\sigma$

由高斯定理可得

空气隙中 $D=\sigma$ 则 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

介质中 $D=\sigma$ 则 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$

$$\boxed{C=\frac{Q}{\Delta V}}$$

两极板间的电势差为

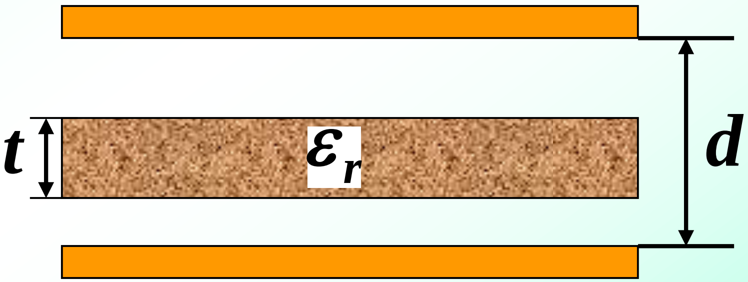
$$\Delta V=V_+-V_-=\int_+^-\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\left(\int_0^{t_1}+\int_{t_1}^{t_1+t}+\int_{t_1+t}^{d}\right)E\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\left[\varepsilon_r d-(\varepsilon_r-1)t\right]$$

例24. 一平行板电容器, 两极板间距为b、面积为S，其中置一厚度为t 的平板均匀电介质，其相对介电常数为ε_r, 求该电容器的电容C。

解： 两极板间电势差

$$\Delta V=\frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}[\varepsilon_r d-(\varepsilon_r-1)t]$$



$$\therefore C=\frac{q}{\Delta V}$$

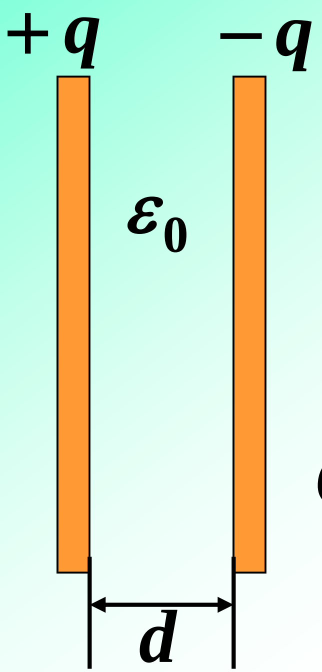
$$=\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{\varepsilon_r d-(\varepsilon_r-1)t}=\frac{\varepsilon_0 S}{d-\dfrac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}t}>\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

讨论

电容C
- 与介质板的位置无关
- 介质板的厚度t↑、C↑
- $t=d$ 时 $C=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}$

常见的几种电容器的电容（P236）

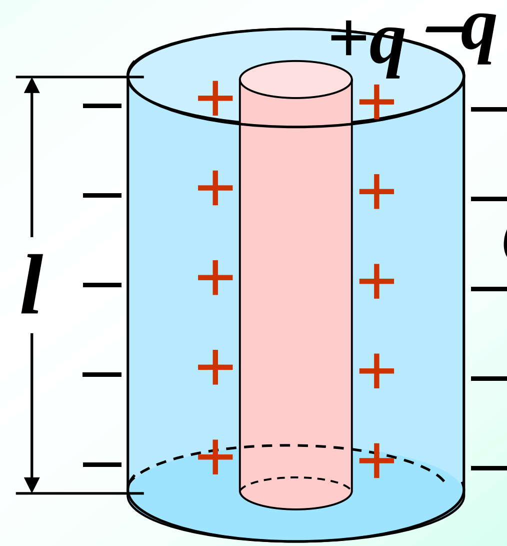
1° 平行板电容器



$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$C\uparrow \propto \varepsilon_0\uparrow$、$S\uparrow$ $\dfrac{1}{d\downarrow}$

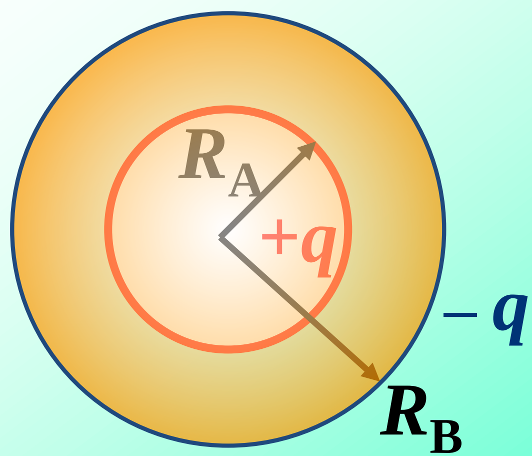
2° 圆柱形电容器



$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$

3° 球形电容器的电容

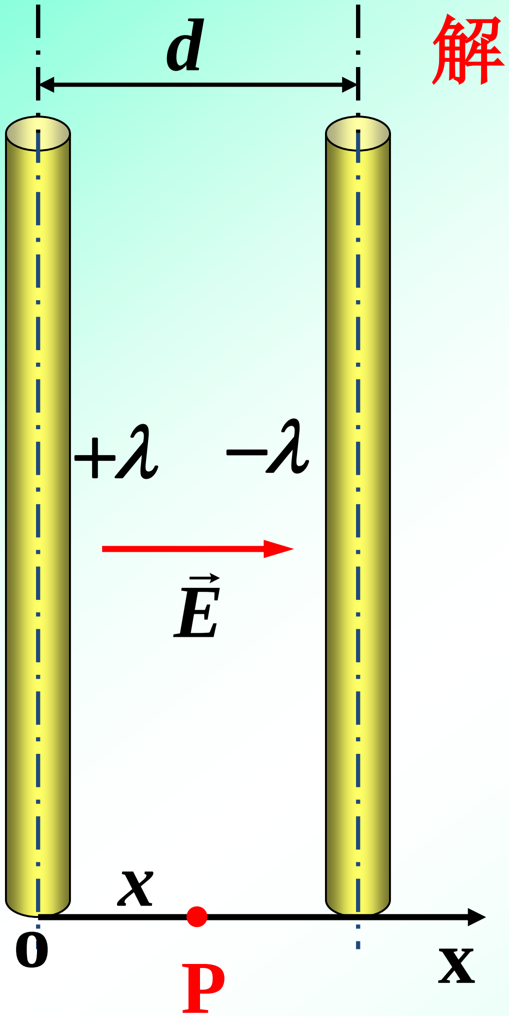
$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_B-R_A}$$



例25. 半径都是a 的两根平行长直导线相距为d

求 单位长度的电容。(其中$d >> a$)

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$



解：设导线单位长度带电$+\lambda, -\lambda$

两线间任意P点的场强：

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$$

两线间的电势差

$$\Delta V = \int_a^{d-a} E\,\mathrm{d}x = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d-a}{a} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \ln\frac{d}{a}$$

单位长度的电容

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda \cdot 1}{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{d}{a})} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln(\frac{d}{a})}$$

归纳 求电容的步骤：

1 º假定两导体带等量异号电荷+Q、−Q

2 º求出板间场强 E (高斯定理)

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_\mathrm{i}$$

3 º求出两导体间电势差ΔV（定义法）

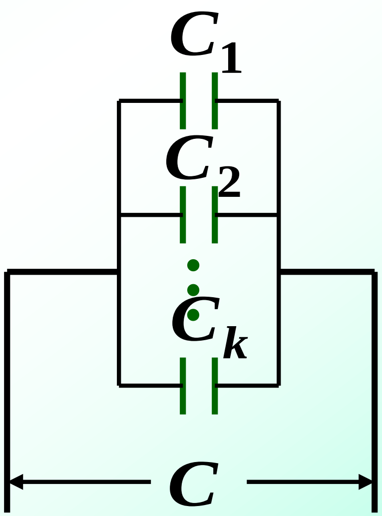
$$\Delta V_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

4 º根据 $C = Q/\Delta V$ 求出电容

（5）电容器的串、并联

一个电容器的电容量或耐压能力不够时

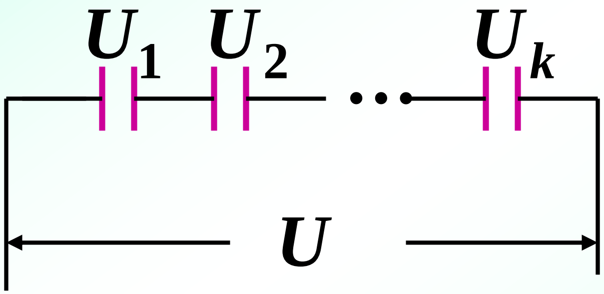
可采用多个电容连接：



如增大电容，可将多个电容并联

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + \cdots + C_k}$$

若增强耐压，可将多个电容串联



耐压强度

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_K$$

但是电容减小

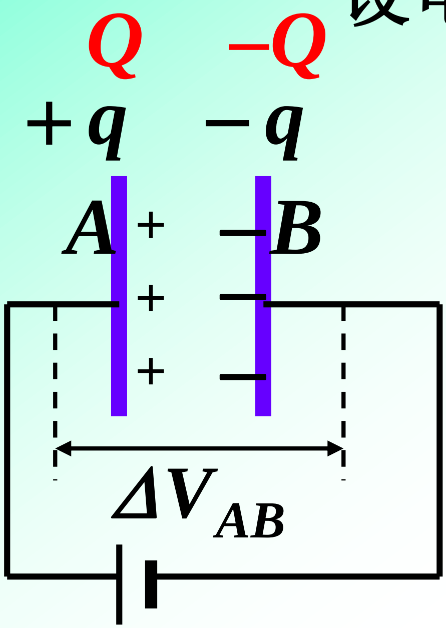
$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_k}}$$

（6）电容器的储能

充电过程:是电源力不断将dq从极板$B \rightarrow$极板A

设电容器的电容为C，t时刻两极板

$\begin{cases} \text{带电} +q\text{、}-q \\ V_{AB}=V_A-V_B \end{cases}$



将dq由$B \rightarrow A$电源力克服电场力

作功 $\mathrm{d}A=-\mathrm{d}q(V_B-V_A)=\mathrm{d}q\cdot\dfrac{q}{C}$

在极板带电总量为Q的全过程中

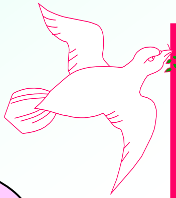
电源力所作的总功为 $A=\int \mathrm{d}A=\int_0^Q \dfrac{q}{C}\mathrm{d}q=\dfrac{Q^2}{2C}$

电容器储能=电源力所作的功 $W=A=\dfrac{Q^2}{2C}$

电容器储能：$W_e = \frac{Q^2}{2C} \begin{cases} = \frac{1}{2} Q\Delta V \\ = \frac{1}{2} C\Delta V^2 \end{cases}$

$\frac{\varepsilon S}{d}$

Ed



$C = \frac{Q}{\Delta V}$

C也标志电容器储能的本领

对平行板电容器：

$$W_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon S}{\cancel{d}} \cdot E^2 \cdot d^{\cancel{2}} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 V_{体}$$

电场是能量的携带者

静电场的能量：

（1）电场的能量密度

$$w_e = \frac{W_e}{V_{体}} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} DE$$

对任意电场成立

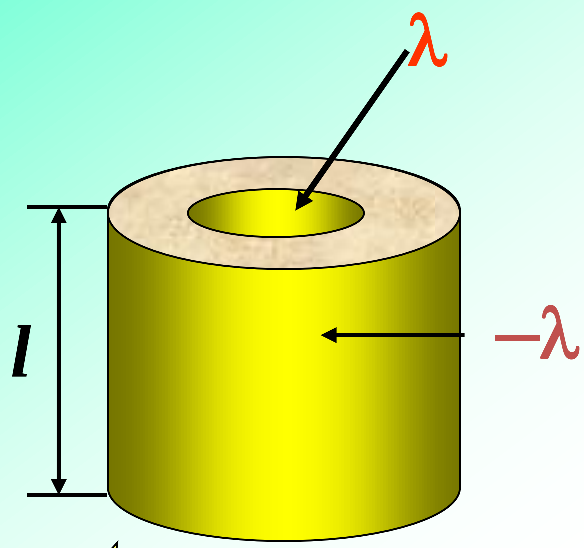
（2）电场的能量

dV内电场能为wdV，整个电场的能量为

$$W_e = \int_V w \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

例26. 求一圆柱形电容器的储能 $W=?$

解：设电容器极板半径分别为R_1、R_2



带电线密度分别为λ、$-\lambda$，

则两极板间的电场为：

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

$$\therefore W_e=\int\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{d}V=\int\frac{1}{2}\varepsilon E^2 2\pi rl\,\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\lambda^2 l}{4\pi\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

注意

1°也可用 $W_e=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ 或$W_e=\frac{1}{2}Q\Delta V$ $W_e=\frac{1}{2}C\Delta V^2$

2°增加了一个求C 的方法 $C=\frac{Q^2}{2W_e}=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

例27. 平行板电容器极板面积为S, 间距为d, 接在电源上保持电压为U，将极板的距离拉开一倍，

求：（1）电场能的改变 $\Delta W_e=?$

（2）电场对电源作功 $A=?$

（3）外力对极板作功 $A_{外}=?$

$$W_e=\begin{cases}\dfrac{Q^2}{2C}\\ \dfrac{1}{2}Q\Delta V\\ \dfrac{1}{2}C\Delta V^2\end{cases}$$

解：（1）极板拉开前

$$C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d}\qquad W_1=\frac{1}{2}C_1U^2$$

极板拉开后

$$C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}\qquad W_2=\frac{1}{2}C_2U^2$$

电场能改变 $\Delta W=W_2-W_1=-\dfrac{\varepsilon_0 S}{4d}U^2$

$\Delta W<0$ 电场能减少了

$$\boxed{(1)\ \Delta W = W_2 - W_1 = -\frac{\varepsilon_0 S}{4d}U^2}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}}$$

（2） 电场对电源作功$A=?$

电场对电源作功 =电源力克服电场力作功

$$A_{电源} = \int \Delta V \mathrm{d}q = \int_{Q_1}^{Q_2} U\mathrm{d}q = (Q_2 - Q_1)U$$

$$A_{电场} = -A_{电源} = -(Q_2 - Q_1)U \xrightarrow{Q=CU} = (C_1 - C_2)U^2$$

$$A_{电场} = \frac{\varepsilon S}{2d}U^2 > 0$$ 但 $A_{电场} \neq -\Delta W$

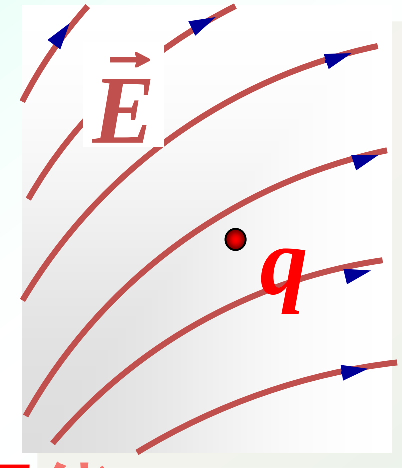
（3） 外力对极板作功$A_{外}=?$

$$A_{外} + A_{电源} = \Delta W$$ ——给电源充电

$$A_{外} = \Delta W + A_{电场} = -\frac{\varepsilon S}{4d}U^2 + \frac{\varepsilon S}{2d}U^2 = \frac{\varepsilon S}{4d}U^2$$

十、带电体的静电能

1. 电荷在外电场中的静电能

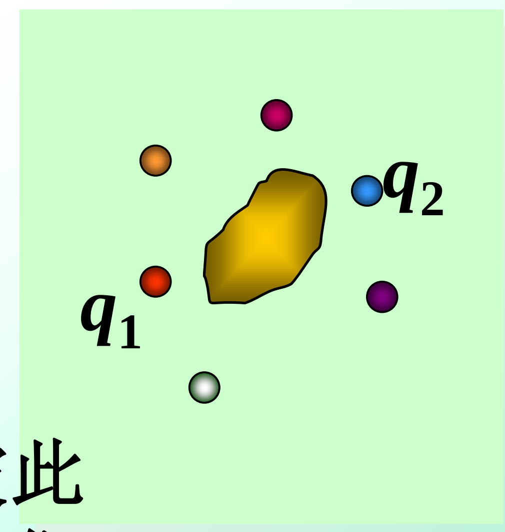


q在电场中的静电势能

$$W = qV$$

——电荷与场源电荷的相互作用能

2. 电荷系统的静电能



电荷系统内各电荷间的相互作用能的总和

——系统的静电能

定义： 将各电荷从现有的位置到彼此分散到无限远的过程中，它们之间的静电力所做的功，就是该系统的静电能。

（各电荷无限远时系统静电能为零）

系统的总静电能

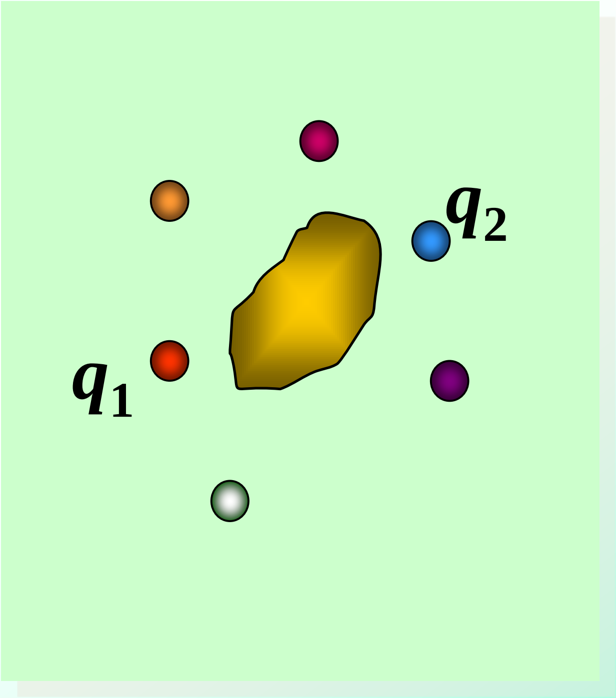
自能：

单一带电体自身电荷元相互作用的静电能

互能：

不同带电体上电荷的相互作用的静电能

$$\boxed{W_{总}=W_{互}+W_{自}}$$

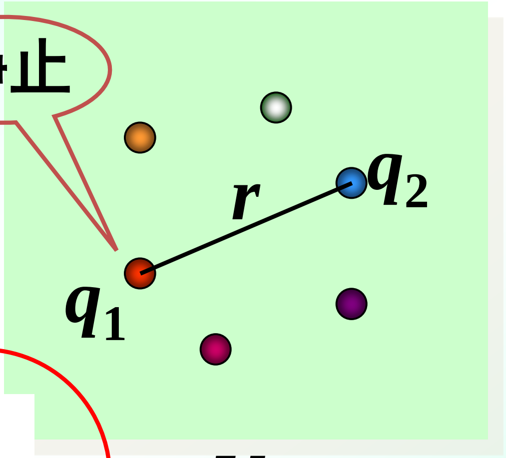


（1）点电荷系的互能

设两点电荷q_1、q_2相距 r

q_1的电场力对q_2做功

静止



$$W = A_{12} = q_2\int_r^{\infty}\vec{E}_1\cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= q_2\int_r^{\infty}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} = q_2 V_2$$

同理： 先q_2静止，移动q_1，q_2的电场力对q_1做功

$$W = A_{21} = q_1\int_r^{\infty}\vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{r} = q_1\int_r^{\infty}\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = q_1 V_1$$

静电能与系统形成过程无关：

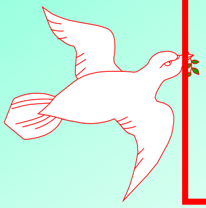
$$W = \frac{1}{2}q_1V_1 + \frac{1}{2}q_2V_2$$

n个点电荷系统的静电能：

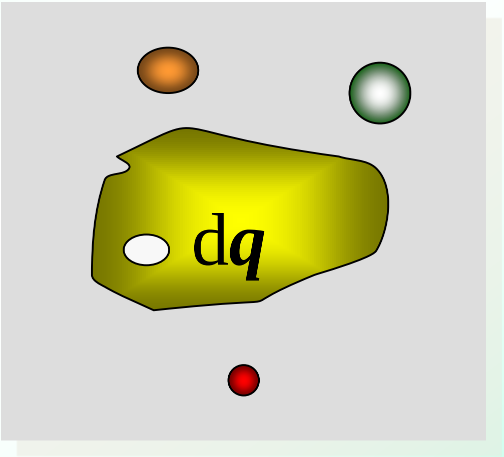
$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i}$$

其它电荷在q_i处产生的电势

（2）电荷连续分布的带电体的静电能



$$\boxed{W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iV_i}$$



连续带电体的静电能

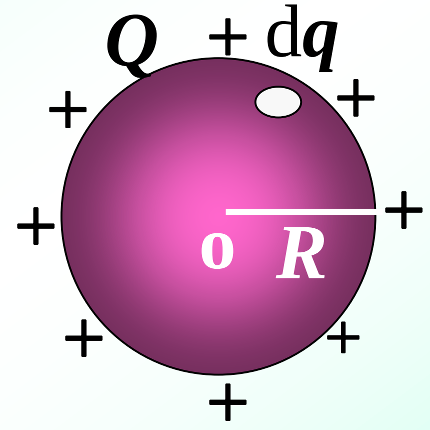
$$\boxed{W=\frac{1}{2}\int_q V\mathrm{d}q}$$

注

1° 式中dq为无穷小，V 可以用包括dq的所有电荷在dq处电势的总和。

2°若系统只有一个带电体，上式给出的就是这个带电体的自能。

例28 求一带电导体球面的静电能，已知球面半径为R，总电量为Q。



解: 方法一，根据静电能的公式

$$W=\frac{1}{2}\int_q V\mathrm{d}q$$

$$=\frac{1}{2}\int_Q \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

方法二，该导体球的电容为 $C=\dfrac{q}{V}=\dfrac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}=4\pi\varepsilon_0 R$

$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

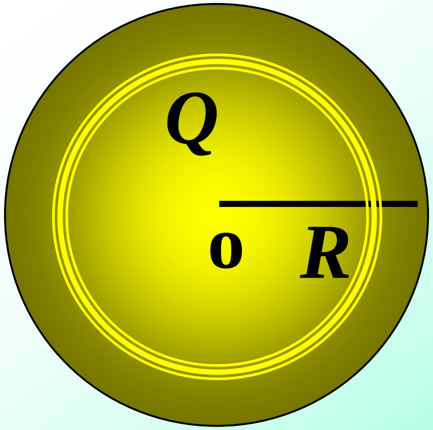
静电能＝电场能

方法三，能量储存在电场中

$$W=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{d}V=\frac{1}{2}\varepsilon_0\int_R^\infty\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

例29.已知一球半径为R，均匀带电总电量为Q，求该球体的静电能。

解: 方法一，根据静电能的公式 $W=\dfrac{1}{2}\int_Q V\mathrm{d}q$



$$V=\int_r^R \vec{E}_{内}\mathrm{d}\vec{r}+\int_R^\infty \vec{E}_{外}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

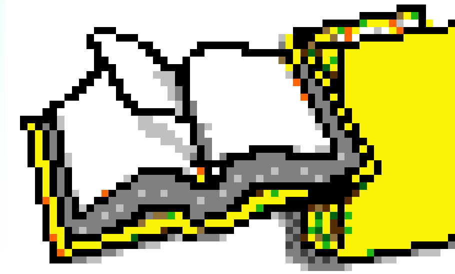
$$=\int_r^R \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\vec{e}_r\cdot\mathrm{d}\vec{r}+\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2-r^2)$$

$$W=\frac{1}{2}\int_Q V\mathrm{d}q=\frac{1}{2}\int_0^R \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2-r^2)\rho 4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$$

方法二　能量储存在电场中　（注意积分空间的不同！）

$$W=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\mathrm{d}V=\int_0^R \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{内}^2\mathrm{d}V+\int_R^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{外}^2\mathrm{d}V=\frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$$



第6章　小结

一、真空中的静电场

1. 基本概念

（1）电场强度 $\vec{E}$

定义 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$　　基本电场 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

（2）电势 V

定义 $V_P=\int_P^{V=0}\vec{E}\cdot d\vec{l}$　　$V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2. 基本规律

3. 基本性质

（1）高斯定理　$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$　　有源场

（2）环路定理　$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$　　无旋性、保守场

4. 基本方法

求 $\vec{E}$

- 点电荷电场叠加 $\vec{E} = \int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$
- 高斯定理求对称场 $\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$
- 电势梯度法 $\vec{E} = -\left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$

求 V

- 电势定义法 $V_P = \int_P^{V=0} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$
- 电势叠加法 $V_P = \sum_i V_i = \sum_i \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} = \int \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

几种典型电荷的E 分布：

均匀带电球；　带电细圆环轴线上；

无限长带电直线；　无限大带电平面…

二、静电场中的导体和电介质

基本概念、基本规律、基本方法

（1）导体静电平衡的条件

（2）静电平衡时导体上电荷的分布

（3）电介质种类，它们在外电场中如何极化

（4）有介质时引入的物理量？它们之间的关系？

（5）有介质时高斯定理及环路定理

（6）电容器

（7）静电场的能量

（8）解题依据及一般步骤 **(导体、电介质、电容、能量)**