

## Esercizi 07 — 8 pt

### 1 — 1 pt

Si consideri la funzione  $f(x) = 2^{-x} - 1$  e il metodo di bisezione per l'approssimazione dello zero  $\alpha = 0$ . Scelto l'intervallo di partenza  $[-1, 4]$  per il metodo di bisezione, si riportino i valori delle iterate  $x^{(0)}$  e  $x^{(1)}$  così approssimate.

$$x^{(0)} = 1.5 \quad x^{(1)} = 0.25$$

### 2 — 1 pt

Si consideri il metodo di Newton modificato per l'approssimazione dello zero  $\alpha = 3$  della funzione  $f(x) = \left(1 - e^{(x-3)}\right) \left(\frac{x^2}{9} - 1\right)$ . Qual è l'ordine di convergenza  $p$  atteso per il metodo per  $x^{(0)}$  “sufficientemente” vicino ad  $\alpha$ ?

$$p = 2$$

### 3 — 2 pt

Si consideri il sistema di equazioni non lineari

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \left( e^{(x_1^2 + x_2^2 - 1)/4} - 1, x_1 + e^{x_2} - 2 \right)^T,$$

dove  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ . Posta l'iterata iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = (2/3, 1/3)^T$ , si riporti l'iterata  $\mathbf{x}^{(2)}$  ottenuta applicando il metodo di Newton al sistema precedente.

$$\mathbf{x}^{(2)} = (1.0437, -0.0410)^T$$

### 4 — 2 pt

Si consideri la funzione di iterazione  $\phi(x) = \left(\gamma + \frac{1}{2}\right)x + 2\gamma - 1 + (x+2)^\mu$  dipendente da due parametri  $\gamma, \mu \in \mathbb{R}$  e dotata del punto fisso  $\alpha = -2$ . Per quali valori di  $\gamma \geq -1$  e  $\mu$ , il metodo delle iterazioni di punto fisso converge ad  $\alpha$  con ordine pari almeno a  $p = 3$  per  $x^{(0)}$  “sufficientemente” vicino ad  $\alpha$ ?

$$\gamma = -\frac{1}{2} \text{ e } \mu \geq 3$$

### 5 — 2 pt

Si consideri la funzione  $\phi(x) = \theta x(1 - 2x)$  dipendente da un parametro  $\theta \in \mathbb{R}$  e dotata di un punto fisso  $\alpha_1 = 0$  e un secondo punto fisso  $\alpha_2 \in \mathbb{R}$ . Per quali valori di  $\theta > 0$  il punto fisso  $\alpha_2$  è positivo ( $\alpha_2 > 0$ ) e il metodo delle iterazioni di punto fisso converge ad  $\alpha_2$  per ogni scelta di  $x^{(0)}$  “sufficientemente” vicino ad  $\alpha_2$ ?

$$1 < \theta < 3$$