Esercizi 9 — 8 pt

1 — 2 pt

Si considerino le coppie di dati $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^{n}$ con $n = 149$ generate dai seguenti comandi Matlab® :

```
>> x = linspace( 0, 1, 150 );
>> rng( 1 );
>> y = 3 * x.^2 + 0.3 * sin( 100 * pi * x ) + 0.3 * randn( 1, 150 );
%
```

Si determini l'espressione del polinomio $\widetilde{f}_2(x)$ di grado 2 approssimante nel senso dei minimi quadrati le coppie di dati $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^{n}$. Si valuti e si riporti $\widetilde{f}_2(1.5)$.

6.3676

2 — 1 pt

Si consideri l'integrale $I(f) = \int_{-1}^{1} \cos(\pi x)\, dx$. Si riporti il valore dell'integrale $I_s(f)$ approssimato tramite la formula di Simpson semplice.

2/3

3 — 1 pt

Si consideri la formula del punto medio composita per l'approssimazione dell'integrale $\int_{-1}^{1} \left[e^{-x} - \beta\, x + \gamma \right] dx$, dove β, $\gamma \in \mathbb{R}$ sono due parametri. Senza applicare esplicitamente la formula di quadratura, si stimi il numero M di sottointervalli equispaziati di $[-1, 1]$ tali per cui l'errore di quadratura è inferiore alla tolleranza $tol = 10^{-2}$.

10

4 — 1 pt

Si consideri la formula di quadratura composita di Gauss–Legendre di ordine $n = 1$ per l'approssimazione di $I(f) = \int_{-2}^{2} \left(e^{x} + e^{\sin(2\pi x)} \right) dx$. Si riporti il valore dell'integrale così approssimato $I_{GL,1}^{c}(f)$ usando $M = 8$ sottointervalli equispaziati per la formula composita.

12.0373

5 — 2 pt

Si consideri l'integrale $I(f) = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. La sua approssimazione tramite la formula di quadratura di Clenshaw–Curtis semplice consiste della seguente approssimazione $I_{CC,n/2}(f) = a_0 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n/2} \frac{a_{2k}}{1-(2k)^2}$, per n pari, dipendente dai coefficienti $a_k = \dfrac{2}{\pi} \displaystyle\int_0^{\pi} f(\cos(\theta))\,\cos(k\,\theta)\,d\theta$ per $k = 0, 1, 2, \ldots, n$. Posto $f(x) = (1 + x)$, si riporti il valore approssimato con la formula per $n = 2$, ovvero $I_{CC,1}(f)$.

2

6 — 1 pt

Si consideri la funzione $f(x) = \gamma\,x^2 - 5\,x + 9$ dipendente dal parametro $\gamma \in \mathbb{R}$. Si riporti l'espressione dell'errore ottenuto approssimando $f'(\overline{x})$ in un generico punto $\overline{x}$ tramite la formula delle differenze finite centrate $\delta_c f(\overline{x})$.

0