

Esercizi 06 — 9 pt

1 — 1 pt

Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} (5+4\gamma) & (10-2\gamma) \\ (-2\gamma) & \gamma \end{bmatrix}$ dipendente da un parametro $\gamma \in \mathbb{C}$. Per quali valori di $\gamma \in \mathbb{C}$ è applicabile il metodo delle potenze (dirette)?

$$|\gamma| \neq 1$$

2 — 2 pt

Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$. Si utilizzino appropriatamente i metodi delle potenze (dirette) e inverse per stimare il *numero di condizionamento spettrale* di A ; per entrambi i metodi si applichino 3 iterazioni partendo dal vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{1}$. Si riporti il valore del numero di condizionamento così approssimato.

$$4.4933$$

3 — 1 pt

Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & -9 \end{bmatrix}$. Per quali valori dello shift $s \in \mathbb{R}$ è possibile approssimare l'autovalore $\lambda_2(A) = -9$ tramite il metodo delle potenze inverse con shift?

$$s < -5.5$$

4 — 2 pt

Si consideri la matrice $A = \begin{bmatrix} 9 & \gamma & 0 \\ \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, dipendente da un parametro $\gamma \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è *falsa*?

- A) Il metodo della fattorizzazione QR è applicabile per ogni $\gamma \in (-5, 5)$.
- B) Se $|\gamma| < 1$, allora i criteri dei cerchi di Gershgorin indicano che vi è un solo autovalore di A in ciascuno dei cerchi nel piano complesso aventi centro in $(1, 0)$, $(2, 0)$ e $(9, 0)$.
- C) Se $|\gamma| > 4$, allora i criteri dei cerchi di Gershgorin indicano che vi è un solo autovalore di A nel cerchio nel piano complesso avente centro in $(9, 0)$.
- D) Per $\gamma = 3$, il metodo delle potenze inverse con shift $s \in \mathbb{R}$ risulta applicabile all'approssimazione di $\lambda_2(A)$ se $1 < s < 6$, ma $s \neq 2$.

$$C$$

5 — 2 pt

Si considerino la matrice $A = \begin{bmatrix} 15 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 9 \end{bmatrix}$ e il metodo delle *iterazioni QR* per approssimare simultaneamente gli autovalori reali e distinti di A , $\{\lambda_i(A)\}_{i=1}^3$. Si applichino 5 iterazioni del metodo precedente ottenendo la matrice $A^{(5)}$. Si riporti il valore dell'indicatore dell'errore $\tilde{e}^{(5)} = \max_{i=2,3,j=1,\dots,i-1} \left| \left(A^{(5)} \right)_{ij} \right|$, tipicamente usato come criterio d'arresto del metodo.

0.1701

6 — 1 pt

Si consideri la funzione $f(x) = 1 - e^x$ e il metodo di bisezione per l'approssimazione dello zero $\alpha = 0$ a partire dall'intervallo iniziale $[a, b]$ contenente α e tale che $b - a = 4$. Si stimi il numero minimo di iterazioni k_{min} necessarie al metodo per garantire un'errore inferiore a $2^{-\gamma}$, dove $\gamma \in \mathbb{N}$ è un parametro.

$2 + \gamma$