

## Heuristic Function

הפונקציה היוריסטית שהשתמשתי זה פונקציה הידועה מנהטן, בשילוב של עוד אלמנט כדי להתאים אותה לבעיה שלנו – "עלות צבע".

האלמנט היה להוסיף גם את העלות עבור כל אריח שהמצריך הזזה, בהתחשב בכך שהאריח שחור שלא ניתן להזזה יקבל "עלות צבע" גבוהה, כי זה ייתן איזה הערכה לכך שהאריח הזה יקשה על החיפוש של הפתרון יותר.

חישוב הוא עבור "אריח בודד" ללא מגבלות של שאר האריחים שחוסמים אותו בדרך למטרה. ככה בעצם זה ייתן איזה השערה על כמה זה יעלה.

$$h(n) = \sum_{all\ tiles} [distance(tile, correct\ position) \cdot (color\ cost)]$$

: `NodeEvaluationComparator` של

```
/**
 * This is Heuristic Function.
 * This function will be an inclusion of Manhattan function
 * first, we will take the distance of the x + y of the grid.
 * second, we will multiply the cost of this piece.
 *
 * @param v The node to compute
 * @return Grade for this node.
 */
public int HeuristicFunction(Node v) {
    // TODO Auto-generated method stub
    int grade=0;
    for(int i=0 ; i<v.getState().length;i++)
        for(int j=0 ; j<v.getState()[0].length;j++)
            grade+=(manhattan(v.getState()[i][j],i,j)*findTheColorCost(v.getState()[i][j]));

    return grade;
}
```

כעת נוכיח כי הפונקציה היא consistent & admissible .

## Prove

## Admissible

כדי להוכיח שפונקציה היוריסטית היא admissible צריך להראות כי:

בהנחה ש  $h^*(n)$  הינה העלות האמיתית למטרה מהקודקוד  $n$ , אזי  $h(n)$  היא admissible אם"ם  
לכל  $n$ :  $h(n) \leq h^*(n)$ .

### הוכחה

נניח בשלילה כי יש איזה קודקוד  $n$  שהוא יותר מהעלות האופטימלית,

מההגדרה של הפונקציה חישוב האריחים נעשה כאילו הם לבד על הלוח, כך שברור שאם היו עוד אריחים על הלוח שיפריעו לאריח כלשהו(עבור כל האריחים שנזיז כדי לחשב את הפונקציה) לעבור למיקומו הנכון בלוח זה יעלה בהכרח יותר, אפילו אם נניח ש"המפריעים" צבועים בצבע ירוק שזה המינימלי.

אם כן זה סתירה, לכן חייבים שלא קיים קודקוד כזה, כך שעבור כל קודקוד  $n$  הפונקציה תיתן השערה שהיא קטנה שווה לעלות קודקוד המטרה.

## Consistent

כדי להוכיח שפונקציה היוריסטית היא consistent צריך להראות כי:

אם  $c(n, m)$  היא העלות למסלול הקצר ביותר מ-  $n$  ל-  $m$  אזי  $h(n)$  היא consistent אם לכל  $n$ :  
 $h(n) \leq c(n, m) + h(m)$ .

### הוכחה

נוכיח אינדוקציה על הקודקודים שבגרף שלנו, ונעזר בכך שהוכחנו שהפונקציה היא קבילה בסעיף הקודם.

#### **בסיס:**

ניקח קודקוד כלשהו  $n$ , שהוא אחד לפני הקודקוד מטרה שלנו  $t$ , אזי אם הפונקציה היא עקבית היא צריכה לקיים כי  $h(n) \leq c(n, t) + h(t)$ .

מההגדרה של הפונקציה,  $h(t) = 0$  עבור כל קודקוד מטרה, לכן

$$h(n) \leq c(n, t) + h(t) = c(n, t) + 0 = c(n, t)$$

כאשר  $c(n, t)$  זה העלות המינימלית מהקודקוד  $n$  למטרה, וזה בדיוק מה שהוכחנו כאשר הפונקציה קבילה בסעיף הקודם. תזכורת:  $(h(n) \leq h^*(n))$ .

#### **צעד:**

ניקח קודקוד  $n$ , כאמור העלות המינימלית להגיע לקודקוד המטרה  $t$  מ  $n$  זה  $h^*(n)$ .

אם כן נוכל להגיד לפי הנחת האינדוקציה שעבור כל הקודקודים שממשכים את  $n$  לעבר קודקוד המטרה – שנייצג אותם כ  $n'$ :

בס"ד

$$h(n) \leq c(n, n') + h(n')$$

בצעד הבסיס הראנו כי

$$h(n') \leq h^*(n')$$

אם כן

$$h(n) \leq c(n, n') + h^*(n')$$

וזה מתקיים עבור כל קודקוד  $n'$  שממשיך את  $n$  לעבר קודקוד המטרה  $t$ .

ככה שבעצם יצא לנו כי  $c(n, n') + h^*(n') = h^*(n)$  שזה העלות המינימלית לקודקוד  $n$  למטרה.

כך ש:

$$h(n) \leq h^*(n)$$

מה שרצינו להוכיח ■