

מטלה 7 – שאלה 4:

הקדמה: ישנם עשרה משתתפים כך שכל משתתף עם אינדקס i נותן ערך i ,

כך ש $1 \leq i \leq 10$.

(א) על פי מכרז VCG האפשרות שתבחר היא האפשרות שממקסמת את סכום הערכים, ולכן הזוכים יהיו משתתפים 8,9,10 שנותנים את הסכום הערכים המקסימלי (27).

תשלומים:

(10) משתתף 10 ישלם 7 (כי איתו סכום שאר השחקים הוא $8 + 9$, ובלעדיו תבחר האפשרות $7 + 8 + 9$ ועל כן ההפרש הוא בדיוק 7).

(9) משתתף 9 ישלם 7 (איתו סכום שאר השחקנים הוא $8 + 10$, ובלעדיו תבחר האפשרות $7 + 8 + 10$ ועל כן ההפרש הוא 7).

(8) באותו אופן משתתף 8 ישלם 7 (איתו סכום השאר הוא $9 + 10$, ובלעדיו תבחר האפשרות $7 + 9 + 10$ וההפרש הוא 7).

(1-7) משתתפים אלו (1-7) ישלמו 0 כל אחד. כי עבור כל משתתף כזה תבחר אותה אפשרות $(8 + 9 + 10)$ איתו/בלעדיו והוא לא משפיע על הסכום של שאר השחקנים.

(ב) עבור מכרז מאירסון נשים לב שבמקרה זה מדובר בכלל הבחירה "בחר את 3 המשתתפים בעלי הערכים הגבוהים ביותר", כמובן שכלל בחירה זה הוא מונוטוני. (כי אם בחרתי משתתף בעל ערך X כמובן שהייתי בוחר אותו עבור ערך Y שגדול מ- X , כי אנחנו מחפשים את שלושת הערכים הגבוהים ביותר). ולכן הזוכים, כמו בסעיף א', יהיו משתתפים 8,9,10.

תשלומים:

נזכיר- במכרז מאירסון כל משתתף שנבחר משלם את ערך הסף עבורו, ואם הוא לא נבחר הוא גם לא משלם.

(10) משתתף 10 ישלם 7. כי כל ערך מעל 7 היה גורם לבחירתו, וכל סכום מתחת 7 היה גורם לבחירת משתתף 7 (שבמקרה זה ערכו של משתתף 7 (7) היה גדול מערכו של משתתף 10 (קטן מ-7)).

(9) משתתף 9 ישלם 7. אותו הסבר כמו אצל משתתף 10.

(8) משתתף 8 ישלם 7. אותו הסבר כמו אצל משתתף 10.

(1-7) משתתפים 1-7 לא נבחרו ולכן גם לא ישלמו.

(ג) הוכחה: על פי משפט מאירסון, **לכל כלל בחירה מונוטוני קיים כלל תשלום מגלה אמת, כמו כן,**

אם כל שחקן שלא נבחר לא משלם – כלל זה הוא יחיד. לכן על פי הנתון בשאלה אם כלל

בחירה ממקסם את סכום הערכים \Rightarrow שיש לו כלל תשלום מגלה אמת, ומאחר והגדרנו

שמשתתף שלא נבחר לא משלם \Rightarrow כלל התשלום הנ"ל הוא **יחיד**.

נשים לב, שהוכחנו בכיתה שמכרז VCG הוא ממקסם את סכום הערכים והוא גם מגלה אמת, ולכן תוצאתו היא גם סוג של כלל תשלום (**נזכיר** – כלל תשלום היא פונקציה שעבור ערך של משתתף כלשהו מתאימה לו את הסכום שעליו לשלם), אבל מאחר ואמרנו שקיים כלל תשלום יחיד (במקרה של כלל בחירה שממקסם את סכום הערכים) כלל תשלום זה **חייב** להיות זהה עבור שני המכרזים. מש"ל.