

מטלה – אלגוריתמים מגלי-אמת

יוסי טויטו – 314732637

שאלה 3: מכרז פירסום סדרתי

נניח שאנחנו מבצעים מכרז פירסום על k משבצות-פירסום, בעזרת האלגוריתם הבא:

- לכל i בין 1 ל- k :

- בצע מכרז ויקרי על משבצת i , בין כל המפרסמים שעדיין לא זכו.

הראו שהאלגוריתם אינו מגלה-אמת עבור $k \geq 2$.

על מנת להוכיח שהאלגוריתם אינו מגלה-אמת עבור $k \geq 2$ מספיק שנציג דוגמה אחת בה הוא לא מראה אמת. נראה דוגמה כזאת: (נלקחה מ: https://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_second-price_auction#Non-truthfulness)

יהיו k_1, k_2 משבצות עם הסתברויות-הקלקה $r_1 = 1, r_2 = 0.4$ בהתאמה.

יהיו h_1, h_2, h_3 מפרסמים, יהיו ההערכות שלהם עבור משבצת פרסום $v_1 = 7, v_2 = 6, v_3 = 1$ בהתאמה. ויהיו ההצעות שלהם $b_1 = 7, b_2 = 6, b_3 = 1$ בהתאמה.

מכרז ויקרי** אומר שהמפרסם שמציע את הסכום הגדול ביותר זוכה במשבצת הפרסום ומשלם את סכום ההצעה הבאה אחריו, מכאן: $p_1 = b_2 = 6, p_2 = b_3 = 1$. ולכן התועלת עבור h_1 תהא **1** $u_1 = r_1(v_1 - p_1) = 1(7 - 6) = 1$.

אבל, במקרה הזה h_1 יכול להגדיל את התועלת שלו במידה וינמיך את ההצעה שלו ל-5, באופן זה תהא התועלת שלו **2.4** $u_1 = r_1(v_1 - p_1) = 0.4(7 - 1) = 2.4$ וקל לראות שהתועלת הזו גדולה ממש מהתועלת הקודמת שלו. כלומר, אם h_1 היה משקר ומציג ערך קטן מהערך האמיתי v_1 שלו הוא היה מרוויח יותר, לכן במקרה זה לא כדאי לו להגיד את הערך האמיתי שלו, ולכן האלגוריתם אינו **מגלה-אמת***.

■

***הגדרה:** אלגוריתם נקרא **מגלה-אמת** אם לכל משתתף כדאי להגיד את הערך האמיתי שלו, לא משנה מה עושים האחרים.

****הגדרה:** מכרז ויקרי הוא:

- המשתתפים כותבים הכרזות במעטפות.
- המעטפות נפתחות ומסודרות בסדר יורד.
- בעל ההכרזה הגבוהה ביותר זוכה בחפץ.
- הזוכה משלם את ההכרזה השנייה בגובהה.