שאלה 1: מעגלי-מסחר עם יחסי-העדפה חלשים

א. בשיעור הנחנו שיחסי-ההעדפה הם חזקים (כלומר: אין אדישות). הוכיחו, שכאשר יחסי-ההעדפה הם חלשים (כלומר: יש אנשים שהם אדישים בין שני בתים או יותר), אלגוריתם מעגלי-המסחר עלול להחזיר שיבוץ לא-יציב.

נוכיח כי עבור העדפות חלשות עלול אלגוריתם מעגלי המסחר להחזיר שיבוץ לא יציב – באמצעות דוגמא:

יהיו הבתים הבאים, ירוק, ורוד, וכחול.

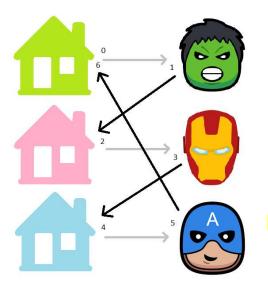
יהיו האנשים הבאים, הענק הירוק, <mark>איירון מן</mark>, קפטן אמריקה. בדוגמא זו אנו רואים שאחד האנשים הוא איש "אדיש",

. קפטן אמריקה מעוניין להחליף עם הבית הורוד או עם הירוק

שני האנשים האחרים מעוניינים בהחלפה עם העדפה חזקה.

במצב זה יתכן מקרה בו האלגוריתם ייצר החלפה כזו קפטן אמר יקבל את הבית הורוד, איירון מן יקבל את הבית הכחול, ואילו הענק הירוק ישאר עם הבית הירוק למרות שהוא רוצה להחליף

עם אחד האחרים וכך נקבל שיבוץ לא-יציב.



בזמן שקיים לנו <u>שיבוץ יציב</u> אפשרי והוא:

הענק הירוק יקבל את הבית הורוד.

איירון מן יקבל את הבית הכחול.

קפטן אמריקה יקבל את הבית הירוק.

בציור ניתן לראות שהחלוקה הזו מייצרת מעגל מכוון כנדרש.

 \star ב. תארו אלגוריתם החלפה שיכול לטפל גם ביחסי-העדפה חלשים (עם אדישות), כפי שמתואר במאמר \star https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0899825610001971

<u>הגדרה : סט מעניין</u> – הוא סט קודקודים שקיים מעגל ביניהם, אך לא קיים לאף אחד מהם מסלול החוצה מתוך המעגל.

הגדרה: סט מעניין הוא **סימטרי-זוגי** – אם כל אחד מהקודקודים שלו שייך לזוג סימטרי (מעגל בין הזוג).

יהא האלגוריתם הבא (לשם נוחות נשתמש במושגים מהדוגמה לעיל – איש, בית):

: נתונים

קיים לנו גרף מכוון בו כל בית מצביע על הבעלים שלו, וכל איש מצביע על הבית/בתים הכי מועדפים עליו. z > 1 - 1 < 1 < 1 איש מצביע של כל הבתים. למשל - z > 1 < 1 < 1

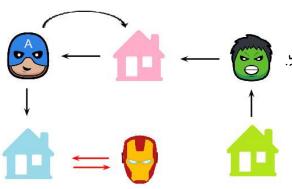
- כל עוד קיימים קוקודים בגרף
- נבחר את הסטים המעניינים בגרף (1
- (2) נשדך בין הסטים המעניינים הסימטריים-זוגיים ונסיר אותם מהגרף
- עבור כל הסטים המעניינים הנותרים, בחר עבור כל אחד מהאנשים בית עליו הם יצביעו על פי <mark>דירוג העדיפות</mark>, שונה מהבתים עליהם הם כבר הצביעו
 - עבור אותם סטים, שנה את הצבעות הבתים בהם שיצביעו על האנשים המצביעים עליהם (4

<u>דוגמת הרצה:</u>

<u>: איטרציה</u>



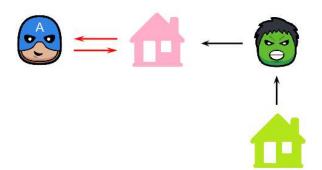
- אין טט מעניין שוווא טימטו י-זוגי (2
- 3) קפטן אמריקה יצביע על הבית הורוד, ואיירון מן ימשיך להצביע על הבית הכחול.
- 4) נשנה את הצבעות הבתים כך שהבית הורוד יצביע על קפטן אמריקה שמצביע עליו, והבית הכחול יצביע על איירון מן שמצביע עליו.



<u>: 2 איטרציה</u>

- 1) נבחר את הסט המעניין איירון מן והבית הכחול.
 - 2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.

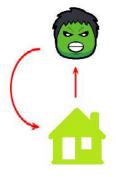
<u>: 3 איטרציה</u>



1) נבחר את הסט המעניין – קפטן אמריקה והבית הורוד.

2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.

<u>: 4 איטרציה</u>



1) נבחר את הסט המעניין – הענק הירוק והבית הורוד.

2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.

<u>: מקורות</u>

:שם המאמר

Exchange of indivisible goods and indifferences: the Top Trading Absorbing Sets mechanism

Elena Molis ,Jorge Alcalde-Unzu : מאת

9 אלגוריתם – עמוד

דוגמת הרצה – החל מעמוד 10