

מטלה 6

שאלה 5:

א. נראה ע"י דוגמא נגדית, כי האלגוריתם הנ"ל אינו מגלה אמת:
קיימים 5 סטודנטים ו-5 סוגי מעונות, כאשר בכל אחד מהם יש מקום לסטודנט יחיד.
כל סטודנט מדרג רק את 3 החדרים המועדפים עליו, אבל כמובן שיש לו העדפות גם עבור שאר החדרים לכן עבור ההפרכה נוסיף את הדירוג לכלל 5 החדרים:

סטודנט	מערון 1	מערון 2	מערון 3	מערון 4	מערון 5
סטודנט 1	1	2	3	4	5
סטודנט 2	1	2	3	4	5
סטודנט 3	1	2	3	4	5
סטודנט 4	1	2	3	4	5
סטודנט 5	1	2	3	4	5

ניתן לראות שלכלל הסטודנטים יש אותם העדפות, כלומר דירוג המעונות בעיניהם הוא זהה.
נניח כי דירוג האוניברסיטה לסטודנטים הוא לפי המספרים 1,2,3,4,5.
לפי ריצת האלגוריתם:

- סטודנט 1 יקבל את מעון 1
- סטודנט 2 יקבל את מעון 2
- סטודנט 3 יקבל את מעון 3
- סטודנט 4 יקבל את מעון 5, כי מעונות 1,2,3 תפוסים לכן קיבל באופן רנדומלי את מעון 5.
- סטודנט 5 יקבל את מעון 4

נשים לב כי עקב האלמנט הרנדומלי באלגוריתם סטודנט 4 קיבל את מעון 5 שהוא האחרון בסדר עדיפויות שלו,
אך אם הוא היה מרגל בשאר הסטודנטים, הוא היה מבין שאין לו סיכוי לקבל את מעון 1 כי הוא כבר ייתפס בוודאות עד התור שלו עקב הביקוש הרב שלו.
לכן סטודנט 4 יכול היה להרוויח אם היה משקר ומדרג את מעון 1 אחרון ואת שאר הדירוגים שלו מעלה ב-1, בדרך זו היה מקבל את מעון 4 כי הוא עדיין היה פנוי.

ב. נראה ע"י דוגמא נגדית, כי האלגוריתם הנ"ל אינו יעיל פארטו.
קיימים 5 סטודנטים ו-5 סוגי מעונות, כאשר בכל אחד מהם יש מקום לסטודנט יחיד.
כל סטודנט מדרג רק את 3 החדרים המועדפים עליו, אבל כמובן שיש לו העדפות גם עבור שאר החדרים לכן עבור ההפרכה נוסיף את הדירוג לכלל 5 החדרים:

סטודנט	מערון 1	מערון 2	מערון 3	מערון 4	מערון 5
סטודנט 1	1	2	3	4	5
סטודנט 2	1	2	3	4	5
סטודנט 3	1	2	3	4	5
סטודנט 4	1	2	3	4	5
סטודנט 5	1	2	3	5	4

לפי ריצת האלגוריתם:

- סטודנט 1 יקבל את מעון 1
- סטודנט 2 יקבל את מעון 2
- סטודנט 3 יקבל את מעון 3
- סטודנט 4 יקבל את מעון 5, כי מעונות 1,2,3 תפוסים לכן קיבל באופן רנדומלי את מעון 5.
- סטודנט 5 יקבל את מעון 4

נשים לב כי קיים שיפור פארטו, השיפור הוא שסטודנטים 4,5 היו מתחלפים במעונות שלהם, ובכך המצב של שניהם השתפר והמצב של האחרים נשאר זהה.
לכן האלגוריתם אינו יעיל פארטו.

ג. האלגוריתם המתוקן:

- משרד המעונות של האוניברסיטה מקצה מעונות לסטודנטים בעזרת האלגוריתם הבא:
- כל סטודנט רושם לפי סדר את **כלל המעונות שהוא רוצה**.
 - משרד מסדר את הסטודנטים לפי סדר עדיפות כלשהו (ותק, ציונים וכד').

- המשרד עובר על הסטודנטים לפי הסדר, ונותן לכל סטודנט את החדר הכי גבוה בדירוג שלו שעדיין זמין.

ביטלתי באלגוריתם את האלמנט הרנדומלי כעת האלגוריתם מגלה אמת ויעיל פארטו, אסביר בצורה אינטואיטיבית(ללא הוכחה) מדוע זה נכון:
כעת לסטודנט לא ישתלם לשקר כי הוא מקבל את החדר הכי גבוה בדירוג שלו שעדיין זמין ואם הוא ישקר הוא יכול רק להיפגע.
בנוסף האלגוריתם הוא יעיל פארטו, כי סטודנט מקבל את החדר הכי גבוה בדירוג שלו שעדיין זמין, ואם הוא יקבל חדר אחר בדירוג גבוהה יותר ש"נתפס" אז הוא יפגע בסטודנט אחר.