

מטלה 11

שאלה 3

א. טענה: כל שידוך יציב הוא יעיל פארטו.

הוכחה: נניח בשלילה שקיים שידוך יציב שהוא לא יעיל פארטו. זאת אומרת שיש לו שיפור פארטו, כלומר יש לפחות אדם אחד שניתן לשפר לו את ההתאמה מבלי לגרוע מהשאר.

נניח ש X_1 מעדיף את בן הזוג של Y_1 , נקרא לו Y_2 . אם נחליף בין בני הזוג שלהם נקבל שיפור עבור X_1 , אבל גם נקבל ש Y_2 יקבל שידוך פחות טוב כי לפי ההנחה השידוך יציב ואין זוג מערער כלומר Y_2 העדיף את Y_1 על פני X_1 – סתירה לכך שקיים שיפור פארטו.

טענה: כל שידוך יעיל פארטו הוא שידוך יציב.

הפרכה: ע"י דוגמא נגדית-

S_2	S_1		M_2	M_1	
M_1	M_1		S_1	S_1	העדפה 1
M_2	M_2		S_2	S_2	העדפה 2

השידוך:

$$M_2 \leftrightarrow S_1 \quad M_1 \leftrightarrow S_2$$

הוא יעיל-פארטו כי אין לו שיפור-פארטו, אך הוא לא יציב כי M_1, S_1 הם זוג מערער.

ב. לא.

דוגמא נגדית-

	א	ב	ג		ר	ש	ת
ערך 3	ש	ר	ת		א	א	א
ערך 2	ר	ש	ר		ב	ב	ב
ערך 1	ת	ת	ש		ג	ג	ג

נראה 2 שידוכים יציבים שנותנים סכום שונה.

1. א-ש, ב-ת, ג-ר

סכום ערכים מ2 הצדדים- $6 = 3+1+2$

$7 = 3+2+2$ סה"כ=13

2. ב-ר, א-ש, ג-ת

סכום ערכים מ2 הצדדים- $9 = 3+3+3$

$5 = 1+3+1$ סה"כ=14

מכאן שלא כל שידוך יציב ממקסם סכום ערכים.