

שאלה 5: יעילות פארטו בחלוקת שכר דירה

נניח בשלילה שההשמה היא יעילה-פארטו והיא לא ממקסמת את סכום הערכים, נסמנה ב- X .

מכוון ש- X לא ממקסמת את סכום הערכים קיימת השמה Y עם סכום ערכים גדול יותר משל השמה X , כלומר קיים לפחות דייר אחד שהתועלת שלו גדלה בהשמה Y .

כדי להגיע לסתירה עלינו להראות שהשמה X היא לא יעילה פארטו על ידי שנראה שהשמה Y היא שיפור פארטו כלומר "זה נהנה וזה לא חסר".

בשביל שחלוקה Y תהיה שיפור פארטו של חלוקה X נשנה אותה טיפה ככה שלדייר שהתועלת שלו גדלה נגרום לה להיות אותה התועלת כמו בהשמה X על ידי העלאת המחיר של החדר שהוא רוצה, כך נעשה לכל דייר שהתועלת שלו עלתה בהשמה Y וכעת התועלת שלהם היא כמו התועלת בהשמה X . את הפרש התועלת בין השמה X להשמה Y ניקח ונחלק, קודם כל נשווה את התועלת לכל הדיירים שהתועלת שלהם קטנה בהשמה Y ונשווה אותה להשמה X ולבסוף עם הסכום שיישאר (חייב להישאר כי סכום הערכים ב- Y גדול ממש מהשמה X) נביא לדייר אחד באופן רנדומלי. כלומר קיבלנו שהשמה Y היא שיפור פארטו של השמה X לפי ההגדרה וזו סתירה.

מש"ל.