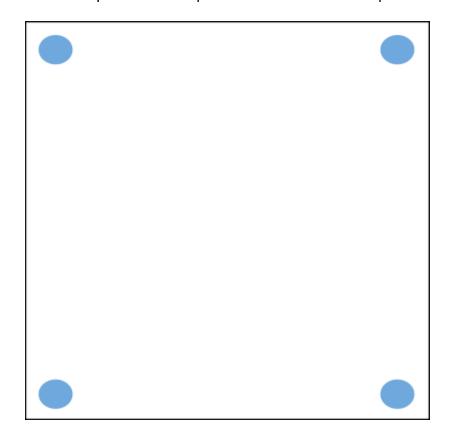
פתרון מטלה 2 | אלגוריתמים כלכליים | נתנאל אלברט

.4

א.

בדוגמה הבאה לא קיימת חלוקה פרופורציונלית: לשם הדוגמה, שני השחקנים מעוניינים רק בעיגולים הכחולים. כדי שתהיה חלוקה פרופורציונלית, כל שחקן צריך לקבל 2 עיגולים. אבל חלוקה כזאת אינה אפשרית אם מחלקים לריבועים כי אין ריבוע שמכיל בדיוק 2.



٦

אלגוריתם לחלוקה "חצי פרופורציונלית" לשני אנשים:

- 1. מחלקים את הריבוע ל4 חלקים שווים (בשטח)
- מחפשים שידוך בין השחקנים לבין רבעים ששווים בעיניהם לפחות לרבע
 אם מצאנו, כל אחד יקבל את הרבע שלו וסיימנו.

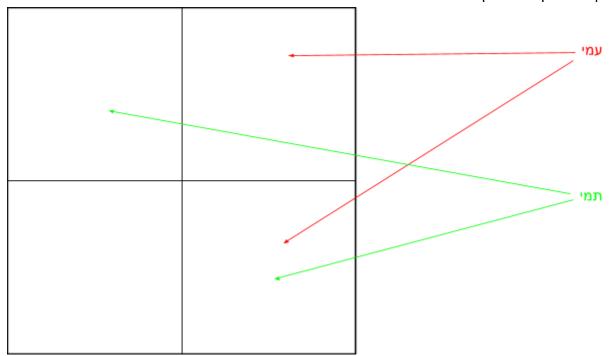
אחרת, שניהם בחרו באותו רבע והוא היחיד ששווה בעיניהם לפחות רבע.

- 3. כל שחקן בתורו יפחית מהרבע הנבחר (לכיוון הפינה) עד שהשחקן השני יסכים שזה לא שווה יותר מרבע (המפחית האחרון).
- 4. נרחיב את 2 הרבעים הסמוכים לכיוון הרבע המצומצם (הם יחפפו), והשחקן הנותר יבחר את השווה יותר בעיניו.

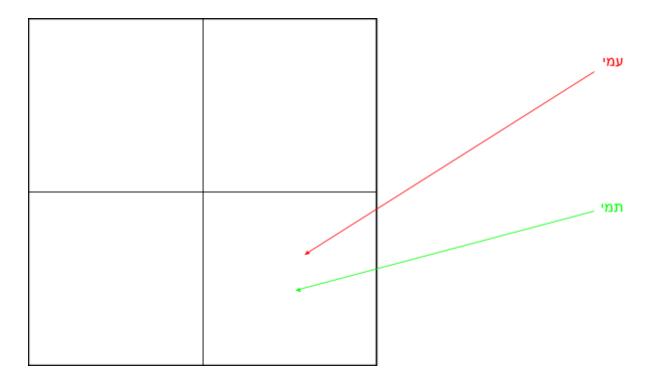
(הוכחה אחרי הציורים)

:אילוסטרציה

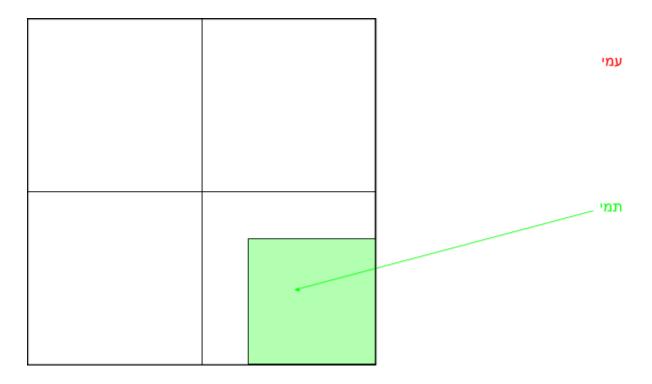
מקרה ראשון - יש שידוך:



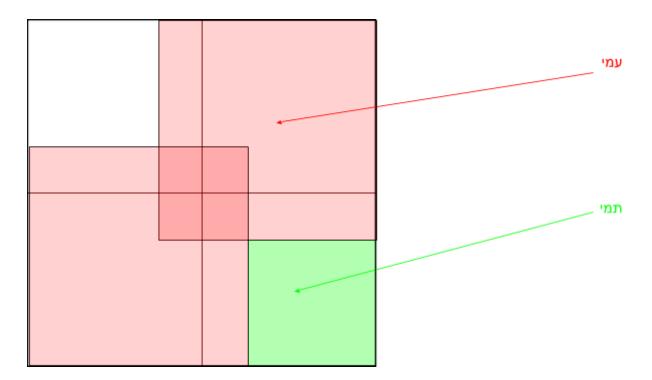
מקרה שני - שני השחקנים מעוניינים באותו רבע:



שלב 3 - הפחתה:



שלב 4 - בחירת החלק של השחקן הנותר:



הוכחה:

מקרה א' - כל אחד קיבל חלק שהוא סימן כשווה לפחות רבע ולכן סיימנו.

מקרב ב' - המפחית האחרון קיבל לפחות רבע, אחרת הוא לא היה מפחית. כעת נניח בשלילה שאף אחד מהריבועים המוגדלים (האדומים באיור האחרון) אינו שווה לפחות רבע עבור השחקן הנותר.

כעת, אם נסכום את שווי 2 הריבועים האדומים + הירוק + הלבן, עבור השחקן הנותר, נקבל* פחות מ 1, אבל כיסינו את כל שטח הריבוע המקורי (ואפילו צריך להוריד חפיפות מיותרות). הגענו לסתירה ולכן נסיק שגם השחקן השני קיבל לפחות רבע.

מ.ש.ל

*

- כל אחד מהאדומים קטן מרבע לפי ההנחה בשלילה.
 - הירוק קטן או שווה לרבע לפי המפחית האחרון.
 - הלבן קטן מרבע כי אנחנו במקרה ב'.