

מטלה – החלפת בתים וכליות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית * מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: מעגלי-מסחר עם יחסי-העדפה חלשים

א. בשיעור הנחנו שיחסי-ההעדפה הם חזקים (כלומר: אין אדישות). הוכיחו, שכאשר יחסי-ההעדפה הם חלשים (כלומר: יש אנשים שהם אדישים בין שני בתים או יותר), אלגוריתם מעגלי-המסחר עלול להחזיר שיבוץ לא-יציב.

* ב. תארו אלגוריתם החלפה שיכול לטפל גם ביחסי-העדפה חלשים (עם אדישות), כפי שמתואר במאמר זה: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0899825610001971>

שאלה 2: הסתברות להחלפה מוצלחת

נניח שיש n אנשים עם n בתים, וההעדפות של כל אדם מתפלגות באופן אחיד (ההסתברות שאדם i הכי רוצה את בית j היא $1/n$). מה ההסתברות שאדם מסוים יהיה חלק ממעגל-החלפה בסיבוב הראשון?

[אם אתם לא מצליחים לפתור לכל n , נסו לפתור לערכים קטנים, למשל 2, 3, וכו'..]

שאלה 3: החלפת משמרות בפיתון

כיתבו פונקציה בפיתון המבצעת החלפת משמרות בין עובדים, בעזרת אלגוריתם מעגלי המסחר. העזרו במחלקה הבאה (ניתן לשנות לפי הצורך):

```
class Agent:
    name: str
    # Worker name, for display.
    preferences: list
    # preferences[0] is the best shift for the worker.
    # preferences[1] is the 2nd-best shift for the worker. etc...
    current_shift: int
    # The shift to which the worker is currently assigned
```

הפונקציה מקבלת כקלט וקטור עם כל העובדים במערכת (לכל עובד רשום סדר העדיפויות שלו והמשמרת הנוכחית שלו), וכותבת למסך את השינויים שיש לבצע בלוח השיבוצים, למשל:

Avraham moves from shift 0 to shift 1.

Isaac moves from shift 1 to shift 2.

Yaakov moves from shift 2 to shift 0.

כותרת הפונקציה:

ברוך ה' חנוך הדעת

```
def exchange_shifts (workers: List[Worker])
```

בדקו את הפונקציה בעזרת doctest.

* שאלה 4: החלפת כליות עם סדרי עדיפויות

במרכז ההשתלות הלאומי החליטו לתת עדיפות לחולים עם משפחות גדולות - כי יותר אנשים ישמחו אם הם יהיו בריאים. הוגדר שרמת ה"שמחה" של כל חולה שווה למספר הנפשות במשפחה שלו.

א. תארו אלגוריתם המוצא החלפת-כליות בזוגות, שבה רמת השמחה היא הגדולה ביותר האפשרית.

ב. הראו דוגמה שבה האלגוריתם של סעיף א נותן תוצאה שונה מהאלגוריתם שלמדנו בהרצאה.

ג. הריצו את האלגוריתם בפיתון על מספר דוגמאות (השתמשו בפונקציה המתאימה מהספרייה networkx).

שאלה 5: החלפת כליות בפיתון

כיתבו פונקציה המקבלת מטריצת התאמה בין זוגות, ומוצאת מעגלים באורך 2 או באורך 3, כך שמספר המושתלים הכולל הוא הגבוה ביותר. הפונקציה לא חייבת להיות יעילה חישובית (אפשר לכתוב פתרון brute force). כותרת אפשרית לפונקציה:

```
def find_max_matches (compatible: List[List[bool]]): ...
```

המטריצה compatible מתארת התאמה בין תורם לחולה. למשל

compatible[11,22]==True אומר שתורם מספר 11 יכול לתרום לחולה מספר 22;

compatible[22,11]==True אומר שתורם מספר 22 יכול לתרום לחולה מספר 11 (שימו לב -

המטריצה לא בהכרח סימטרית).

פלט לדוגמה:

Length 2 cycle: 11→22 and 22→11

Length 3 cycle: 44→55 and 55→99 and 99→44