

מטלה 10

שאלה 1

א. האלגוריתם מקביל לאלגוריתם "עזיז-לי-טלמון" רק שהפריטים לבחירה יהיו המועמדים, התקציב יהיה כמות המנדטים שהמפלגה תקבל ע"פ הסקר (מספר המועמדים המייצגים) ו"עלות" כל מועמד שווה ל-1 מנדט.

תיאור האלגוריתם:

אתחול- רשימת המועמדים הנבחרים = קבוצה ריקה.

המקופחים = כל הבוחרים.

- סדר את 2^m קבוצות המועמדים שגודלה עד L בסדר יורד של גודל הקבוצה.
- לכל קבוצת מועמדים Y מהגדולה לקטנה:
 1. חשב את קבוצת המקופחים k שהצביעו לכל המועמדים ב Y .
 2. אם מספר המועמדים ב Y הוא לכל היותר kL/n –
 - הוסף את המועמדים ב Y לרשימת המועמדים הנבחרים.
 - הסר את k הבוחרים מקבוצת המקופחים.

ב. ייצוג הוגן:

ייצוג נקרא הוגן אם-

לכל קבוצת מצביעים בגודל k (מתוך n)-

מספר המועמדים שלפחות אחד מחברי הקבוצה הצביע עבורם, הוא לפחות גודל קבוצת המועמדים הגדולה ביותר שכל חברי הקבוצה מסכימים עליהם וגודלה לכל היותר kL/n .

משפט: האלגוריתם הנ"ל מבטיח ייצוג הוגן.

הוכחה: נתונה קבוצת בוחרים K בגודל k המסכימים על קבוצת מועמדים X שמספרם מקיים- $c(X) \leq kL/n$.

נוכיח שמספר המועמדים שיכנסו לרשימה שחברי K רוצים הוא לפחות $c(X)$.

נחלק את X ל-2 תתי קבוצות:

- Y המועמדים שנכנסו לרשימה.
- Z המועמדים שלא נכנסו לרשימה.

היכן נמצאים חברי K כשהאלגוריתם מגיע ל Z ?

1. אם כל חברי K מקופחים- האלגוריתם יוסיף לרשימה את Z - סתירה.
2. אם אחד מהם כבר לא מקופח- כשהוא יצא, נבחרה לרשימת קבוצת המועמדים שמספרם גדול יותר. כלומר נבחרה קבוצה שגודלה לפחות $c(Z)$.
לכן מספר המועמדים שלפחות אחד מחברי K הצביע עבורו הוא לפחות $c(Z)+c(Y) = c(X)$

ג. נבחר את L המועמדים לפי האלגוריתם הנ"ל.

סדר המועמדים צריך להיות כזה שקבוצת המועמדים שמספרה בהתאם לכמות המנדטים תייצג כמה שיותר מגזרים וכמה שיותר אנשים מכל מגזר.

- אם נניח שאדם יכול להשתייך ולתמוך בכמה מגזרים וכך גם המועמדים יכולים לייצג כמה מגזרים שונים והמצביעים יצביעו לכל אדם שמייצג את המגזר שלהם גם אם לא באופן מלא ראוי לסדר את הרשימה באופן הבא-

שהראשון ברשימה יהיה עם כמות ההצבעות הגדולה ביותר- מה שאומר שהוא מייצג את הכמות הגדולה ביותר של הבוחרים שניתן. וכך הלאה בסדר יורד עד L .

במצב הזה כמובן שלא תמיד יהיה ניתן לייצג כל מגזר במפלגה, אבל לפחות הייצוג יהיה של כמה שיותר מגזרים וכמה שיותר גדולים- לפי כמות המנדטים.

- אם נניח שכל מצביע וכל מועמד שייכים למגזר אחד בלבד, וכל מצביע יצביע למי שמייצג את המגזר שלו- הסדר יהיה באופן הבא-
במקום הראשון יהיה מי שקיבל את מספר ההצבעות הגבוה ביותר-
שבעצם מייצג את המגזר הגדול ביותר, לאחר מכן יבחר המועמד עם מספר ההצבעות השני בגודלו אבל כזה שמייצג מגזר **שונה** וכך הלאה עד L .

אם יש פחות מגזרים ממספר המנדטים, נניח k מגזרים L מנדטים כך ש $k < L$ - שארית הרשימה תהיה חזרה על האלגוריתם מהתחלה. (כלומר כשנסיים לייצג את כל המגזרים, נבחר שוב מועמד עם כמות המצביעים הגדולה ביותר וכן הלאה)