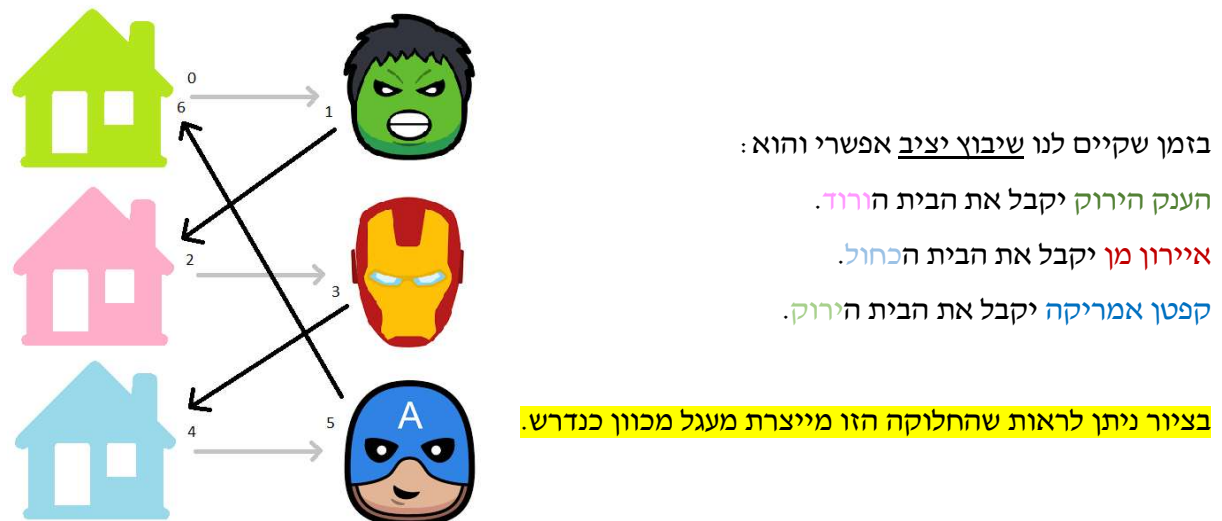


## שאלה 1: מעגלי-מסחר עם יחסי-העדפה חלשים

א. בשיעור הנחנו שיחסי-ההעדפה הם חזקים (כלומר: אין אדישות). הוכחנו, שכאשר יחסי-ההעדפה הם חלשים (כלומר: יש אנשים שהם אדישים בין שני בתים או יותר), אלגוריתם מעגלי-המסחר עלול להחזיר שיבוץ לא-יציב.

נוכיח כי עבור העדפות חלשות עלול אלגוריתם מעגלי המסחר להחזיר שיבוץ לא יציב – באמצעות דוגמא:



הגדרה: סט מעניין – הוא סט קודקודים שקיים מעגל ביניהם, אך לא קיים לאף אחד מהם מסלול החוצה מתוך המעגל.

הגדרה: סט מעניין הוא סימטרי-זוגי – אם כל אחד מהקודקודים שלו שייך לזוג סימטרי (מעגל בין הזוג).

יהא האלגוריתם הבא (לשם נוחות נשתמש במושגים מהדוגמה לעיל – איש, בית):  
נתונים:

קיים לנו גרף מכונן בו כל בית מצביע על הבעלים שלו, וכל איש מצביע על הבית/בתים הכי מועדפים עליו. וקיים לנו דירוג עדיפות – בעל יחס שלם, טרנזיטיבי, ואנטי-סימטרי של כל הבתים. למשל  $3 > 2 > 1$ ....

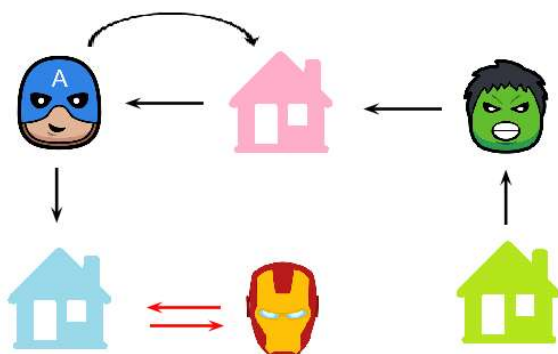
- כל עוד קיימים קודקודים בגרף

- (1) נבחר את הסטים המעניינים בגרף
- (2) נשדך בין הסטים המעניינים הסימטריים-זוגיים – ונסיר אותם מהגרף
- (3) עבור כל הסטים המעניינים הנותרים, בחר עבור כל אחד מהאנשים בית עליו הם יצביעו על פי דירוג העדיפות, שונה מהבתים עליהם הם כבר הצביעו
- (4) עבור אותם סטים, שנה את הצבעות הבתים בהם – שיצביעו על האנשים המצביעים עליהם

## דוגמת הרצה:

### איטרציה 1:

- (1) במצב הנוכחי יש לנו רק סט מעניין אחד והוא עובר בין קפטן אמריקה, הבית הורוד, איירון מן, והבית הכחול.
- (2) אין סט מעניין שהוא סימטרי-זוגי
- (3) קפטן אמריקה יצביע על הבית הורוד, ואיירון מן ימשיך להצביע על הבית הכחול.
- (4) נשנה את הצבעות הבתים כך שהבית הורוד יצביע על קפטן אמריקה שמצביע עליו, והבית הכחול יצביע על איירון מן שמצביע עליו.

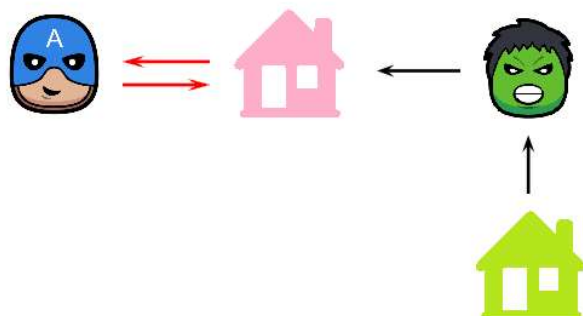


### איטרציה 2:

- (1) נבחר את הסט המעניין – איירון מן והבית הכחול.
- (2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.



### איטרציה 3 :

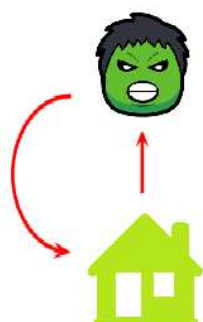


(1) נבחר את הסט המעניין – קפטן אמריקה

והבית הורוד.

(2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.

### איטרציה 4 :



(1) נבחר את הסט המעניין – הענק הירוק והבית הורוד.

(2) נשדך ביניהם ונסיר אותם מהגרף.

### מקורות :

שם המאמר :

[Exchange of indivisible goods and indifferences: the Top Trading Absorbing Sets mechanism](#)

מאת : Elena Molis ,Jorge Alcalde-Unzu

אלגוריתם – עמוד 9

דוגמת הרצה – החל מעמוד 10