

שאלה 4: מכרז אופטימלי לקנייה

אתם מנהלים את מחלקת הרכש ברכבת ישראל. קיבלתם הוראה לקנות קרון חדש במחיר נמוך ככל האפשר. יש כמה חברות המייצרות קרונות, לכל חברה יש עלות אחרת לייצור קרון. אתם לא יודעים את העלויות של החברות השונות, אבל מתוך נתונים סטטיסטיים שאספתם, אתם יודעים שעלות-הייצור מתפלגת לפי פונקציה F (התפלגות זהה עבור כל החברות).

הנהלת הרכבת מעריכה, שהתועלת שתפיק מהקרון היא U (מספר ידוע - נניח מיליארד ש"ח).

תארו מנגנון אמיתי לקניית קרון, שבו תוחלת התועלת של רכבת-ישראל תהיה מקסימלית.

בגלל שבמכרז המשתתפים מוכרים את החפץ, צריך להציג פה את הערכים של המשתתפים כערך שלילי.

ז"א ש- $i \leq X \leq j$ כך ש- $i, j \leq 0, i \geq j$. כאשר x זה הערך במכרז. (וכמובן מתפלג אחיד בין i ל- j).

נניח והעלות היא בין 200 ל-400, אז הערכים הם בין -200 ל-400, נראה ש:

פונקציית הערך הוירטואלי תהיה: $v_i(X) = 2X + 200$ (נשים לב שהעלות היא שלילית). בתוחלת הרווח של הקונה נצטרך גם להתייחס לקרון. לכן הפונקצייה של התועלת תהיה התוחלת של $2X + 200 + y$ כאשר $y =$ ערך הקרון.

כעת כדי שהמכרז יהיה אופטימלי, נצטרך למצוא מתי $0 < 2X + 200 + y$. נפתח את המשוואה ונראה ש:

$$2X > -y - 200$$

$$X > \frac{-y - 200}{2}$$

זה הוא המחיר האופטימלי שבו שחקן משתתף במכרז.