

מטלה - חלוקת שכר-דירה

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1. חלוקת שכר-דירה בעזרת אתר ספלידיט

באתר ספלידיט ישנה אפשרות לחלק שכר-דירה במודל הקרדינלי: <http://www.spliddit.org/apps/rent>

בעזרת האתר, מיצאו בעיית חלוקת שכר דירה לשלושה דיירים, שבה:

- א. כל השותפים משלמים בדיוק שליש משכר-הדירה;
 - ב. שותף אחד משלם אפס, ושני השותפים האחרים משלמים בדיוק חצי משכר-הדירה;
 - ג. שני שותפים משלמים אפס, והשותף השלישי משלם את כל שכר-הדירה.
 - ד [רשות]. אחד השותפים משלם מחיר שלילי.
- בכל אחד מהמקרים, הסבירו מדוע החלוקה המתקבלת היא הוגנת בהתאם למודל הקוואזי-ליניארי.

שאלה 2: בעיית חלוקת השאלות

שלושה סטודנטים פותרים ביחד מטלה עם 12 שאלות. כל השאלות חובה. הם מחליטים שכל אחד יפתור 4 שאלות בדיוק. לכל סטודנט דרושה רמת-מאמץ מסויימת (שונה) כדי לפתור כל אחת מהשאלות.

א. תארו אלגוריתם המוצא חלוקת שאלות לסטודנטים, שבה סכום רמות-המאמץ של כל הסטודנטים הוא הקטן ביותר.

- הקלט לאלגוריתם הוא מטריצה עם 3 שורות (שורה לכל סטודנט) ו-12 עמודות (עמודה לכל שאלה); כל תא מתאר את רמת-המאמץ של הסטודנט בשורה עבור השאלה בעמודה.
- הפלט הוא: עבור כל סטודנט, איזה 4 שאלות הוא צריך לפתור.

* ב [רשות]. ממשו את האלגוריתם בפייתון בעזרת הספרייה `networkx`. הדגימו את האלגוריתם על מספר קלטים.

שאלה 3. חלוקה הוגנת של ירושה עם בתים

איל הנדל"ן הנודע דונאלד דאק נפטר בשיבה טובה והוריש לארבעת ילדיו ארבעה בתים וכן סכום-כסף נכבד.

- עליכם לעזור להם לחלק ביניהם את הירושה בהתאם לדרישות הבאות:
- כל אחד מהיורשים מקבל בית אחד בדיוק (וסכום-כסף כלשהו).

- אף יורש לא מקנא ביורשים האחרים.
- כל העיזבון מחולק בין היורשים.

א. כיתבו אלגוריתם, בעברית או בפסאודו-קוד, הפותר את הבעיה.

ב. הדגימו את האלגוריתם שכתבתם בסעיף א על מצב שבו ערכי הבתים בעיני היורשים הם (לפי הסדר):

- בית: א ב ג ד
- מיקי: 20, 40, 60, 80
- דייזי: 30, 50, 70, 90
- גופי: 40, 20, 80, 60
- פלוטו: 50, 30, 90, 70

וסכום הירושה הוא 1000. תארו בפירוט את פעולת האלגוריתם. הסבירו מי מקבל כל בית ואיך מתחלק הכסף.

שאלה 4: השמה ממקסמת סכום ערכים - סיבוכיות זמן ריצה

א. מהי סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הטוב ביותר המוכר כיום למציאת השמת חדרים לדיירים הממקסמת את סכום הערכים? (לפי ויקיפדיה).

* ב [רשות]. בדקו ע"י ניסוי, מהי (בקירוב) סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם `max_weight_matching` הממומש בספריה `networkx` של פייתון? (דרך אפשרית לבדוק היא להריץ את האלגוריתם על גרפים בגדלים שונים, לשרטט גרף של זמן הריצה כפונקציה של גודל הגרף, ולנסות להתאים פונקציה לגרף).

שאלה 5: יעילות פארטו בחלוקת שכר דירה

כזכור, בבעיית חלוקת המשאבים הוכחנו, שכל השמה הממקסמת את סכום הערכים היא יעילה פארטו. הוכיחו, שבבעיית חלוקת חדרים ושכר-דירה, גם הכיוון ההפוך נכון: כל השמה יעילה פארטו ממקסמת את סכום הערכים.