

שיווי-משקל תחרותי

שיווי משקל תחרותי (competitive equilibrium) הוא מושג שפותח ע"י כלכלנים כדי להסביר את התהליך שבו אנשים שונים, ממקומות שונים בעולם, שכל אחד חושב רק על עצמו, יוצרים ביחד שוק שבו ההיצע שווה לביקוש – הכמות המיוצרת ע"י כל היצרנים שווה לכמות הדרושה ע"י כל הצרכנים. המנגנון האחראי להתאמה המופלאה הזאת הוא מנגנון המחירים. אם הביקוש למוצר מסוים גבוה יותר מההיצע – המחיר עולה, ואם הביקוש נמוך יותר מההיצע – המחיר יורד, עד שמתקבל מחיר שיווי-משקל, שבו הביקוש וההיצע שווים בדיוק. היופי הוא, שכל אחד מהמשתתפים בשוק בכלל לא צריך להכיר את המשתתפים האחרים – היצרן לא צריך כמה צרכנים בדיוק יש בשוק, ומה בדיוק כל אחד רוצה. גם הצרכנים לא צריכים לדעת כמה יצרנים בדיוק יש בשוק, ומה בדיוק כל אחד מייצר. הדבר היחיד שהם צריכים לדעת זה את וקטור המחירים – כמה עולה כל מוצר.

ישנם מודלים רבים ושונים של שווקים, לכל אחד מהם יש מושג שיווי-משקל משלו. במסגרת זו נלמד רק על מושג אחד בסיסי ופשוט, הקשור לבעיית חלוקת המשאבים שלמדנו בהרצאה.

בבעיה זו, ישנו שוק ובו כמה משאבים רציפים (ברזל, נפט, עץ וכו'), ויש כמה צרכנים בעלי העדפות שונות למשאבים אלה – כל צרכן מייחס ערך שונה לכל משאב. לדוגמה, ייתכן שהמשאבים והערכים הם כמו בהרצאה:

- משאב: ברזל, נפט, עץ
- עמי: 81, 19, 0
- תמי: 80, 0, 20

בהרצאה ראינו שאפשר לחלק את המשאבים בדרכים שונות בלי להשתמש במחירים, למשל: ע"י אלגוריתם "חתוך ובחר", מיקסום סכום הערכים, מיקסום מכפלת הערכים, וכו'.

שיווי-משקל תחרותי שווה-תקציב גם הוא דרך לחלוקת משאבים. הוא מוגדר כחלוקה של המשאבים בין האנשים, ובנוסף וקטור-מחיר כלשהו p המייצג מחיר לכל משאב, כך שכל משתתף i מקבל את הסל הטוב ביותר האפשרי עבורו במסגרת מגבלת-התקציב, כאשר התקציב שווה לכולם. בפירוט, לכל משתתף i צריכים להתקיים שני תנאים:

- המחיר הכולל של הסל שקיבל משתתף i הוא לכל היותר 1 (אנחנו מניחים שהתקציב של כל משתתף בשוק הוא שווה, ומנרמלים אותו כך שהתקציב של כולם הוא בדיוק 1).
 - כל משתתף מעדיף את הסל שקיבל על-פני כל צירוף אפשרי אחר משאבים שמחירו לכל היותר 1.
- בנוסף, דורשים שהחלוקה תהיה מלאה – כל המשאבים יחולקו. דרישה זו מייצגת את הדרישה שהביקוש שווה להיצע: ה"ביקוש" הוא אוסף הסלים האופטימליים שכל השחקנים רוצים לקנות, וה"היצע" הוא אוסף כל המשאבים הקיימים. במצב של שיווי-משקל, כל צרכן מקבל סל שהוא אופטימלי עבורו במסגרת התקציב השווה, ובנוסף כל המשאבים מחולקים.
- בסמלים, לכל שחקן i :

$$p(X_i) \leq 1$$

For every possible bundle Y : if $p(Y) \leq 1$ then $V_i(X_i) \geq V_i(Y)$.

א. תנו דוגמה להקצאה שהיא שיווי-משקל תחרותי שווה-תקציב בתרחיש כלשהו של חלוקת משאבים.

פתרון: ניקח את התרחיש של הברזל, הנפט והעץ שתואר למעלה, ונניח שאנחנו מחלקים את המשאבים באופן הבא:

- עמי: 50% מהברזל וכל הנפט.
 - תמי: 50% מהברזל וכל העץ.
 - וקטור המחירים: ברזל 1.8, עץ 0.1, נפט 0.1.
- נבדוק שזה מקיים את התנאים של שיווי-משקל תחרותי:

- הסל של כל צרכן הוא $0.1 + 0.9 = 1$.
- אף צרכן לא יכל לקנות סל טוב יותר באותו תקציב. נבדוק לגבי תמי: איזה סלים אחרים היא יכלה לקנות? - היא יכלה למכור חלק מהברזל או העץ כדי לקנות נפט - אבל זה בוודאי לא היה עוזר לה כי הנפט שווה עבודה 0. האפשרות היחידה שנשארה לה היא למכור חלק מהעץ כדי לקנות ברזל. נניח שהיא מוכרת x עץ. היא מקבלת בתמורה $0.1x$. בסכום הזה היא יכולה לקנות $0.1x/1.8$ ברזל. בסה"כ התועלת שלה קטנה ב $20x$ בגלל העץ, וגדלה ב $0.1x \cdot 80/1.8$ בגלל הברזל. קל לראות שהתועלת שלה בסה"כ נמוכה יותר - ולכן הסל החדש פחות טוב מהישן. חישוב דומה אפשר לבצע לגבי עמי, וכך לוודא שאכן הסל שכל אחד קיבל הוא הסל הטוב ביותר עבורו במסגרת התקציב.
- לשם השוואה, נניח שוקטור המחירים היה: ברזל 1, עץ 0.5, נפט 0.5. וקטור זה אינו שיווי-משקל! תמי יכולה למכור עץ ולקנות ברזל, התועלת שלה תקטן ב $20x$ בגלל העץ אבל תגדל ב $40x$ בגלל הברזל, ובסה"כ היא תרויח - כלומר קיים סל טוב יותר שתמי יכלה לרכוש באותו תקציב. במונחים כלכליים, במחירים אלה יש עודף ביקוש לברזל, ועודף היצע לעץ. מה שיקרה בשוק אמיתי במצב כזה הוא, שמחיר הברזל יעלה ומחיר העץ יירד, עד שיתקבלו מחירי שיווי-משקל, למשל 1.8 0.1.

ג. הוכיחו שכל ש"מ תחרותי שווה-תקציב הוא ללא קנאה.

פתרון: לפי הגדרת ש"מ תחרותי, כל שחקן i מעריך את הסל שקיבל, לפחות כמו כל סל אפשרי אחר שמחירו לכל היותר 1. בנוסף, מחיר הסל של כל שחקן j הוא לכל היותר אחד. לכן, שחקן i מעריך את הסל שקיבל לפחות כמו את הסל של שחקן j - וזו בדיוק ההגדרה של חלוקה ללא קנאה.

ג. הוכיחו שכל ש"מ תחרותי שווה-תקציב הוא יעיל פארטו חלש.

פתרון: הוכחה של יעילות פארטו היא תמיד בדרך השלילה. נניח שחלוקה כלשהי X אינה יעילה פארטו חלש. זה אומר שקיים לה שיפור פארטו חזק, נקרא לו נניח חלוקה Y . לפי הגדרת שיפור פארטו חזק, כל שחקן i מעריך את הסל שקיבל בחלוקה השניה (נקרא לו: Y_i) יותר מהסל שקיבל בחלוקה הראשונה (X_i). מהגדרת שיווי-משקל נובע, שמחירו של הסל Y_i גדול ממש מ-1 (אחרת שחקן i היה מעדיף את

(Xi). כלומר: בחלוקה Y כל השחקנים מקבלים סלים שהמחיר שלהם גדול מ-1. לכן המחיר של כל המוצרים יחד גדול מ- n (מספר השחקנים).

לעומת זאת, בחלוקה X כל השחקנים מקבלים סלים שהמחיר שלהם לכל היותר 1. לפי הגדרת ש"מ, כל המוצרים מחולקים (ההיצע שווה לביקוש), ולכן המחיר של כל המוצרים יחד הוא לכל היותר n – סתירה.