

מטלה - חלוקה הוגנת של קרקעות ועוגות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית * מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: שיקולים אסטרטגיים באלגוריתם חלוקה

א. אתם חולקים עוגה עם עוד מישהו בשיטת "חתוך ובחר", כאשר אתם החותכים. הצלחתם להשיג מידע מדויק על פונקציית הערך של השחקן השני. איך תחתכו את העוגה באופן שייתן לכם את הערך הגבוה ביותר האפשרי? הדגימו מצב שבו תוכלו להשיג 100% מהערך הכולל שלכם, ומצב אחר שבו תוכלו להשיג רק 50% מהערך הכולל שלכם.

ב. אתם חולקים עוגה עם עוד $n-1$ אנשים בעזרת אלגוריתם אבן-פז. לאחר שביצעתם תחקיר מקיף על האנשים האחרים בחלוקה, אתם יודעים במדויק את פונקציית הערך שלהם. מה תעשו בכל צעד באלגוריתם, על-מנת להשיג את הערך הגבוה ביותר האפשרי? הדגימו מצב שבו תוכלו להשיג 100% מהערך הכולל שלכם, ומצב אחר שבו תוכלו להשיג רק 50% מהערך הכולל שלכם.

שאלה 2: חלוקת תורנות קשירה וללא קנאה

אמא ואבא נסעו לנופש, והשאירו את n ילדיהם הגדולים לשמור על התינוקות ה- $n+1$. הם מעוניינים לחלק ביניהם את זמן השמירה **ללא קנאה**, כך שכל ילד יקבל משמרת **רציפה** (קשירה). הניחו שהילדים **לא אוהבים** לשמור – כל אחד רוצה לשמור כמה שפחות.

הסבירו איך אפשר להכליל את אלגוריתם הסימפלקסונים של סימונס וסו למצב זה (למצוא חלוקה כמעט ללא-קנאה - עד-כדי שניה אחת). הוכיחו את נכונות האלגוריתם עבור $n=3$.

שאלה 3: מיקסום סכום הערכים

נתונה עוגה המחולקת ל- k איזורים. יש שני אנשים, וכל אחד מהם מייחס ערך שונה לכל איזור. עבור כל אחד מהשחקנים, סכום הערכים עבור העוגה כולה הוא 100. הנה דוגמה עבור $k=3$:

איזור:	איזור א	איזור ב	איזור ג
הערך של עמי:	50	10	40
הערך של תמי:	10	60	30

א. תארו אלגוריתם המחלק את העוגה כך ש**סכום הערכים** הוא מקסימלי. כלומר: הביטוי

$$V_1(X_1) + V_2(X_2)$$

גדול ככל האפשר.

ב. האם האלגוריתם שלכם תמיד מוצא חלוקה פרופורציונלית? הוכיחו או הביאו דוגמה נגדית.

שאלה 4: Fair and Square

נתונה חלקת-אדמה בצורת ריבוע. יש לחלק אותה בין שני אנשים, כך שכל אחד יקבל **ריבוע**.

א. הראו דוגמה שבה לא קיימת חלוקה פרופורציונלית.

* ב. תארו אלגוריתם המוצא חלוקה "חצי פרופורציונלית" לשני אנשים, כלומר, כל שחקן i מקבל ריבוע X_i ששווי לפחות רבע מהעוגה כולה:

$$V_i(X_i) \geq V_i(C) / 4$$

הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

* שאלה 5: חלוקה הוגנת בפיתון

הורידו את הספריה fairpy – ספריה של אלגוריתמי חלוקה הוגנת בפיתון:

<https://github.com/erelsql/fairpy>

השתמשו במחלקות של הספריה, הנמצאות בתיקיה cake, כדי לממש את אלגוריתם אבן-פז.

שימו לב: המימוש כולל שני קבצים – האלגוריתם עצמו בקובץ even_paz.py ותוכנית הדגמה בקובץ even_paz_demo.py.

(ראו דוגמאות בקבצים

cut_and_choose.py, cut_and_choose_demo.py

last_diminisher.py, last_diminisher_demo.py).

בשאלה זו אפשר להגיש קישור לגיטהאב שלכם.