

* שאלה 3: מי נושא בנטל המס?

מוכר מעוניין למכור חפץ אחד לקונה אחד ולמקסם את הרווח שלו. התפלגות הערך של הקונה אחידה בין 10 ל-30 ש"ח.

א. הממשלה מטילה על הקונה מס בגובה של 50% ממחיר הקניה. מהו המכרז הממקסם את תוחלת הרווח של המוכר? מהי תוחלת הרווח של המוכר? ומהי תוחלת התועלת של הקונה?

פיתרון:

המכרז הממקסם את תוחלת הרווח של המוכר הוא מכרז מאירסון עם כלל-בחירה: "מכור אם הערך הוא לפחות p ". נצטרך למצוא p עבורו תוחלת הרווח של המוכר מקסימלית.

כיוון שהתפלגות הקונים היא אחידה בין 10 ל-30 ושהממשלה מטילה קנס של 50 אחוז על הקונה, נמצא משוואה עבור תוחלת הרווח של המוכר הכוללת חלוקה בה רק $2/3$ מהסכום מגיע אל המוכר. תהא תוחלת הרווח של המוכר: $E[\text{Revenue}(p)] = (2/3)p * \text{Prob}[v > p] = (2/3)p * (30-p)/(30-10)$

נגזור לפי p ונשווה ל-0 ונקבל: $0 = 2.25 - 0.15p$ « $p = 15$. כלומר, הרווח המקסימלי של המוכר יתקבל כאשר ערך הסף של הקונה יהיה 15. וכיוון שערך הסף כאן מורכב מהסכום אותו ישלם הקונה למוכר וגם מסכום המס שהוא 50 אחוז מהקניה, כדי למקסם את רווחיו על המוכר **למכור ב-10**. בפרט גם **תוחלת הרווח של המוכר היא: 7.5** $E[\text{Revenue}(p)] = 2/3 * 15 * (30-15)/(30-10) = 7.5$

תוחלת התועלת של הקונה היא הערך שלו עבור הקניה פחות הערך אותו שילם, וכל זה תלוי בסיכוי שלו לקנות. ולכן התועלת שלו תהא:

$$Utility(v) = (v-p) * (30-p)/(30-10) = (v-15) * (3/4) = 3/4v - 11.25$$

כיוון שההתפלגות אחידה, ממוצע הערך של קונה שמשלם לפחות 15 (ערך הסף) הוא 22.5 ולכן:

$$E(Utility) = 3/4v - 11.25 = (3/4)*22.5 - 11.25 = 5.625$$
 תוחלת התועלת של קונה היא: 5.625

חישוב נוסף לתוחלת התועלת של קונה:

$$Utility(v) = \int_{10}^p \frac{0}{(30-10)} + \int_p^{30} \frac{(v-p)}{(30-10)} = \int_{10}^{15} \frac{0}{20} + \int_{15}^{30} \frac{(v-15)}{20} =$$

$$0 + \left[\frac{1}{20} \left(\frac{(30)^2}{2} - 15 * (30) \right) \right] - \left[\frac{1}{20} \left(\frac{(15)^2}{2} - 15 * (15) \right) \right] = 0 + 0 - (-5.625) = 5.625 = Utility(v)$$

ב. הממשלה מטילה על המוכר מס בגובה של 50% ממחיר המכירה. מהו המכרז הממקסם את תוחלת הרווח של המוכר? מהי תוחלת הרווח של המוכר? ומהי תוחלת התועלת של הקונה?

פיתרון:

כיוון שהתפלגות הקונים היא אחידה בין 10 ל-30 ושהממשלה מטילה קנס של 50 אחוז על המוכר, נמצא משוואה עבור תוחלת הרווח של המוכר הכוללת חלוקה בה חצי מהסכום מועבר למיסים. תהא תוחלת הרווח של המוכר: $E[\text{Revenue}(p)] = (1/2)p * \text{Prob}[v > p] = (1/2)p * (30-p)/(30-10)$

נגזור לפי p ונשווה ל-0 ונקבל: $0 = 15/20 - p/20$ « $p = 15$. כלומר, הרווח המקסימלי של המוכר יתקבל כאשר ערך הסף של הקונה יהיה 15. כדי למקסם את רווחיו על המוכר **למכור ב-15**. וכיוון שעל המוכר לשלם 50 אחוז מערך המכירה למיסים –

$$E[\text{Revenue}(p)] = 1/2 * 15 * (30-15)/(30-10) = 5.625$$
 תהא תוחלת הרווח של המוכר: 5.625

תוחלת התועלת של הקונה היא הערך שלו עבור הקניה פחות הערך אותו שילם, וכל זה תלוי בסיכוי שלו לקנות. ולכן התועלת שלו תהא :

$$Utility(v) = (v-p) * (30-p)/(30-10) = (v-15) * (3/4) = 3/4v - 11.25$$

כיוון שההתפלגות אחידה, ממוצע הערך של קונה שמשלם לפחות 15 (ערך הסף) הוא 22.5 ולכן :

$$E(Utility) = 3/4v - 11.25 = (3/4)*22.5 - 11.25 = 5.625$$

תוחלת התועלת של קונה היא : 5.625

חישוב נוסף לתוחלת התועלת של קונה :

$$Utility(v) = \int_{10}^p \frac{0}{(30-10)} + \int_p^{30} \frac{(v-p)}{(30-10)} = \int_{10}^{15} \frac{0}{20} + \int_{15}^{30} \frac{(v-15)}{20} =$$

$$0 + \left[\frac{1}{20} \left(\frac{(30)^2}{2} - 15 * (30) \right) \right] - \left[\frac{1}{20} \left(\frac{(15)^2}{2} - 15 * (15) \right) \right] = 0 + 0 - (-5.625) = 5.625 = Utility(v)$$