

## מטלה – אלגוריתמים למיקסום רווח

### שאלה 1א: מכרז מסובסד

אתם קבלני-בניין ובזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם כמה שיותר עשירים (בתוחלת).

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 0 ל-1000 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשרד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשרד השיכון 100 אלף ש"ח.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשרד השיכון 150 אלף ש"ח.

תארו מכרז אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המכרז בפייתון. הניחו שקיימת המחלקה הבאה המייצגת קונה פוטנציאלי; ניתן להוסיף לה שדות ושיטות לפי הצורך.

```
def Buyer:
```

```
    age: int    // גיל בשנים
    value: int   // ערך באלפי ש"ח
```

כותרת הפונקציה המבצעת את המכרז:

```
def sell_house(buyers: List[Buyer]): ...
```

### שאלה 1ב: מכרז עם תמיכה

אתם קבלני-בניין ובזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם כמה שיותר עשירים (בתוחלת).

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 500 ל-1500 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשרד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשרד השיכון 10% ממחיר הקניה.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשרד השיכון 20% ממחיר הקניה.

תארו מכרז אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המכרז בפסאודו-קוד והדגימו אותו.

## שאלה 2: מיקסום רווח עם ברירת-מחדל

מצאתם ברחוב ציור עתיק. בחנות יד שניה הציעו לכם עבורו  $X$  ש"ח. אתם רוצים להשיג סכום גבוה יותר ע"י מכירה לאספן עתיקות ידוע, שהערך שלו לציור מתפלג לפי פונקציה  $F$ .

תארו מנגנון אמיתי הממקסם את הרווח שלכם ממכירת הציור. שימו לב - המנגנון תלוי ב- $F$  וגם ב- $X$ .

## שאלה 5: ערך וירטואלי בהתפלגות אחידה

נניח שהערך של קונה מסויים מתפלג אחיד בין  $a$  ל- $b$  (שני פרמטרים חיוביים).

א. כיתבו ביטוי לפונקציית הערך הוירטואלי של הקונה,  $r(v)$ , כפונקציה של  $a, b$ .

ב. כיתבו ביטוי למחיר האופטימלי למכירת חפץ כלשהו לקונה זה.

ג. כיתבו ביטוי לתוחלת הרווח של המוכר כאשר הוא משתמש במחיר האופטימלי.

## שאלה 1: סקר שוק בשפת פייתון

כפי שלמדנו בכיתה, מכרז מיירסון למיקסום רווח משתמש בפונקציית הערך הוירטואלי, והיא משתמשת בפונקציית התפלגות ההסתברות:

$$F(x) = \text{Prob}[v < x]$$

$$r(x) = x - [1 - F(x)] / F'(x)$$

ברוב המקרים, הפונקציה  $F$  אינה ידועה, ואנחנו צריכים לחשב אותה בקירוב מתוך נתונים סטטיסטיים.

כיתבו מחלקה לחישוב פונקציה זו. במחלקה יהיו לפחות שלוש שיטות:

- איתחול (בנאי) - מקבל וקטור של ערכים (שנאספו בסקרי-שוק).
- $F$  - מקבלת ערך  $x$ , ומחזירה את ההסתברות האמפירית שהערך יהיה קטן מ- $x$ . שימו לב - הפונקציה  $F$  תמיד מחזירה ערך בין 0 ל-1.
- $r$  - מקבלת ערך  $x$ , ומחזירה את הערך הוירטואלי המתאים.

הוסיפו שיטות נוספות לפי הצורך.

```
class Distribution:
```

```
    def __init__(self, values: List[int]): ...
```

```
    def F(self, x:int) → float: ...
```

```
    def r(self, x:int) → float: ...
```