

מטלה 7 – מאיר רוזנפלד

שאלה 3.

דוגמת קלט לבעיית התרמיל לארבעה חפצים עם ערכים ומשקלים:

נניח שיש לנו תרמיל עם סה"כ מקום של 12K

ד	ג	ב	א	חפץ:
10/2	16/4	18/6	24/12	משקלא\ערך \$

המקיים את התנאים הבאים:

• יש 4 חפצים שונים – לכל חפץ משקל אחר, ערך אחר, ויחס ערך/משקל אחר.

ניתן לשים לב שהדוגמא הנ"ל מקיימת את התנאי

• אלגוריתם חמדני א ואלגוריתם חמדני ב נותנים תוצאות שונות.

אלגו' חמדני א:

נסדר את החפצים בסדר עולה של הערכים,

ד	ג	ב	א	חפץ בסדר עולה:
10/2	16/4	18/6	24/12	משקלא\ערך \$

נבחר את חפץ א' כי יש לו ערך הכי גבוה, וניתן לשים לב שהתרמיל כבר יתמלא כי לחפץ א' יש משקל של $12K = 12$ סה"כ המשקל בתרמיל.

נקבל סכום ערכים \$24.

אלגו חמדני ב':

נסדר בסדר עולה את יחס החפצים ערך/משקל.

א	ב	ג	ד	חפץ בסדר עולה של היחס
24/12	18/6	16/4	10/2	משקלא\ערך \$
2	3	4	5	יחס

נבחר את החפצים עם היחס הגדול עד שהתרמיל מתמלא.

לכן נבחר את ד,ג,ב והתרמיל התמלא וקיבלנו סכום ערכים $10+16+18=44\$$
מכאן שהתוצאות בין חמדני א' לב' שונות.

• מכרז VCG ומכרז מאירסון עם אלגוריתם קירוב-חצי נותנים תוצאות שונות.

אם נסתכל על אלגוריתם קירוב החצי של א+ב ניתן לשים לב שנבחר באלגו' חמדני ב' מכיוון שנותן תוצאה גדולה יותר.

א	ב	ג	ד	חפץ בסדר עולה של היחס
24/12	18/6	16/4	10/2	משקלא\ערך \$
2	3	4	5	יחס

מכרז VCG:

שמתי לב שבארבעת החפצים זה לא משנה אם ישתתפו או לא ישתתפו עדיין
אלגו' חמדני ב' "ינצח" (מכיוון שהסכומים של שני החפצים שנשארו עדיין
עוקפים את הסכום של חפץ א').

נסתכל על סכום אחרים שלא משתתף פחות סכום אחרים שמשותף.

חפץ א: $44-44=0$ (לא יבחר, אז גם ככה לא ישלם)

חפץ ב: $26-26=0$

חפץ ג: $28-28=0$

חפץ ד: $34-34=0$

מכרז מאירסון:

נמצא ערך סף עבור כל חפץ (לאחר שנבחר אלגוריתם מקסימלי בין א' לב'), וזה
מה שישלם.

בחרנו את אלגו' ב' כי ראינו שמקסימלי, ז"א שחפצים ד,ג,ב נבחרו.

חפץ א: חפץ לא נבחר אז משלם 0 (סתם פלפול: היינו יכולים כביכול להביא לו
ערך סף $44\$ + Eps$ ואז הוא היה נבחר, כי היינו עוברים לאלגו' א שהיה בוחר
בו. אבל ניתן לשים לב שהוא נתן ערך $24\$$ ושילם בפועל $44\$$, אז לא משתלם
(לו)

חפץ ב: ערך סף \$12, יחס 12/6 משתווה ביחס של 2 לחפץ א' שלא נבחר, עדיין היינו בוחרים באלגו ב' כי סכום ערכים באלגו ב' $10+16+12=38 > 24$ (ערך א' באלגו א').

חפץ ג: ערך סף \$8, יחס 8/4 משתווה ביחס של 2 לחפץ א' שלא נבחר, עדיין היינו בוחרים באלגו ב' כי סכום ערכים באלגו ב' $10+8+18=36 > 24$ (ערך א' באלגו א').

חפץ ד: ערך סף \$4, יחס 4/2 משתווה ביחס של 2 לחפץ א' שלא נבחר, עדיין היינו בוחרים באלגו ב' כי סכום ערכים באלגו ב' $4+16+18=38 > 24$ (ערך א' באלגו א').

*אם ננסה לרדת מיחס 2 בחפצים ב,ג,ד (כדי להגיע לסכום כמו של חפץ א' 24, עד כדי מצב שעדיין נבחר את אלגו ב'), היה יוצא מצב שאם נבחר באלגו ב', חפץ א' היה עולה בדירוג היחס ועוצר את אלגוריתם ב' כי היה ממלא מעל המותר את התרמיל.

מכאן שבשני המכרזים יצאו תוצאות שונות.