

אלגוריתמים כלכליים / מטלה 10

שאלה 2: אלגוריתם לחלוקת המושבים בכנסת

ניתן להשתמש באלגוריתם עזיז-לי-טלמון על-מנת להחליט על חלוקת המושבים בכנסת בין רשימות-המועמדים: לכל מושב יש עלות של 1, התקציב הכולל הוא 120, וכל אזרח המצביע לרשימה מסוימת – נחשב כאילו שהוא מצביע אוטומטית לכך שכל 120 המושבים יינתנו לרשימה שהצביע עבורה.

לצורך פשטות, הניחו בשאלה זו שאין אחוז חסימה ואין הסכמי עודפים.

א. הדגימו את פעולת האלגוריתם על 3 מפלגות: תארו כמה קולות קיבלה כל מפלגה, וכמה מושבים תקבל.

ב. השוו בין התוצאה המתקבלת מהאלגוריתם לבין התוצאה המתקבלת משתי השיטות המקובלות לחלוקת מושבים: שיטת "השארת הגדולה ביותר" ושיטת בדר-עופר. לפרטים על שתי השיטות, ראו בוויקיפדיה בערך "חוק בדר-עופר".

א. התקציב $L = 120$, מס' האזרחים $n = 312,000$ (נבחר באופן שרירותי כדי להתאים לשני הסעיפים) עפ"י הנתון, כל אזרח יכול להצביע לרשימת מועמדים אחת, ולכן לא ייתכן מצב שבו אזרח מצביע לשני מועמדים מרשימות שונות.

לכן, עבור 3 המפלגות ו-120 המושבים, קבוצת הפריטים היא בגודל $120 \cdot 3$, ולכן קבוצת החזקה של סידורי הפריטים היא 2^{360} .

עם זאת, מאחר ואין אפשרות לבחירת מועמדים מתת קבוצה שגודלה < 120 (מאחר התקציב הוא 120), וכן אין אפשרות לבחור מועמדים מתתי קבוצות המכילות מועמדים משתי רשימות שונות או יותר, ולכן קבוצת החזקה קטנה יותר.

מפלגה	כמות מצביעים	כמות מנדטים לפי עזיז-לי-טלמון
א'	102,663	$\frac{102,663 \cdot 120}{312,000} = [39.485] = 39$
ב'	110,415	$\frac{110,415 \cdot 120}{312,000} = [42.467] = 42$
ג'	98,922	$\frac{98,922 \cdot 120}{312,000} = [38.049] = 38$

מפלגות א', ב' וג' יקבלו יחד 119 (39, 42, 38), ואכן לפי האלגוריתם לא חרגנו מגבולות התקציב

ב. עפ"י חוק בדר-עופר, ערך המודד למנדט הוא כמות המצביעים לחלק לכמות המושבים (120), ולכן ערכו $2600 = \frac{312,000}{120}$, כלומר כל 2600 קולות מייצגים מושב.

מפלגה	מצביעים	עודפי קולות	השינוי לפי שיטת השאריות הגבוהות ביותר	קולות למנדט	השינוי לפי שיטת בדר-עופר
א'	102,663	1263	תקבל מושב נוסף	2566	ללא שינוי
ב'	110,415	1215	ללא שינוי	2567	תקבל מושב נוסף
ג'	98,922	122	ללא שינוי	2536	ללא שינוי

כלומר לפי שיטת השאירות, למפלגה א' היו הכי הרבה קולות עודפים $(102,663 - (2600 \cdot 39))$ ולכן היא תקבל מושב נוסף.

לפי שיטת בדר-עופר, בדקנו עבור כל מפלגה את מספר הקולות הכולל חלקי מספר המושבים שיהיו לה אם היא תקבל מושב נוסף, ולכן מפלגה ב' זכתה במושב נוסף.

מקורות

[חוק בדר-עופר – ויקיפדיה](#)

[השיטה לחלוקת מושבים בכנסת \(שיטת בדר-עופר\) - הכנסת](#)