

שאלה 3: חלוקת תיקים בין מפלגות בקואליציה

סעיף א':

הגדרת הגינות:

לפני שהציע את האלגוריתם והוכיח אותו, אגדיר במדויק את תכונת ההגינות. בשיעור 1 הגדרנו חלוקה ללא קנאה באופן הבא: $V_i(X_i) \geq V_i(X_j)$ כאשר X_i היא הפרוסה שקיבל משתתף i , V_i פונקציית הערך של משתתף i . נשים לב שבשאלה אנחנו נדרשים להתחשב בגדלים השונים של המפלגות כלומר כמות המנדטים שלה. בשביל לעמוד בתנאי נחלק בכמות המנדטים של כל מפלגה.

כלומר קיבלנו:

$V_i(X_i)/P_i \geq V_i(X_j)/P_j$ כאשר P_i מסמן את מספר המנדטים של משתתף i , ו- P_j מסמן את מספר המנדטים של משתתף j .

האלגוריתם:

- ניתן להשתמש באלגוריתם שלמדנו בשיעור אלגוריתם "המנצח המתוקן".
- האלגוריתם מתאים לבעיה מכוון:
- נשים לב שלמרות שהגדרתי באופן כללי את תכונת ההגינות אנחנו מדברים על 2 מפלגות בלבד ולכן זה מתאים לאלגוריתם הזה.
 - ישנם m תיקים (=נושאים) שיש עליהם מחלוקת.
 - כל שותף מייחס ערך באחוזים לכל נושא.

סדר פעולות באלגוריתם:

- סדר תיקים בסדר עולה של היחס: $(\text{מנדטים} \backslash \text{מפלגה}) / (\text{מנדטים} \backslash \text{מפלגה})$.
- אתחול: תן את כל החפצים למפלגה 1
- העבר תיקים למפלגה 2 לפי הסדר עד ש:
 - הסכום של מפלגה 1 שווה לסכום של מפלגה 2.
 - יש תיק שאם נחלק אותו כלומר תהיה רוטציה (בהתאם למנדטים) הסכום ישתווה.

הוכחה:

מכוון שהשתמשתי באלגוריתם "המנצח המתוקן" לפי הגדרתו הוא מחזיר חלוקה יעילה עם שיתוף של חפץ אחד לכל היותר ולכן בהכרח תהיה רוטציה בין המפלגות בתיק אחד לכל היותר. האלגוריתם יחזיר חלוקה יעילה פארטו מכוון שאנחנו ממקסמים את הביטוי $V_1(X_1) + r \cdot V_2(X_2)$ שהוא פונקציה עולה. נותר להראות שהאלגוריתם מחזיר חלוקה הוגנת בהתחשב בגדלים השונים של המפלגות, נשים לב שהשינוי היחידי שעשיתי לתנאי ההגינות הוא שחילקתי בשני הצדדים בקבוע ולכן זה לא באמת משנה לאלגוריתם ולכן הוא עדיין מחזיר חלוקה הוגנת.

סעיף ב':

2 המפלגות: מפלגה 1 = הליכוד (36 מנדטים), מפלגה 2 = וכחול לבן (15 מנדטים)

** לא מצאתי באמת את התיקים עליהם התווכחו ולכן ההדמיה עם דוגמא לא אמיתית.

תיק:	התרבות	החינוך	הבריאות	הביטחון	סה"כ
הליכוד לפני חלוקה למנדטים:	5	5	40	50	100
כחול לבן לפני חלוקה למנדטים:	12	8	40	40	100
הליכוד אחרי חלוקה למנדטים:	5/36	5/36	40/36	50/36	
כחול לבן אחרי חלוקה למנדטים:	12/15	8/15	40/15	40/15	
יחס	25/144=0.1736	25/96=0.2604	5/12=0.41666	2548=0.52083	

לפי הדוגמא כחול לבן יקבלו את תיקי התרבות והחינוך. והליכוד יקבלו את תיק הביטחון. ותהיה רוטציה על תיק הבריאות.

נשתמש בנוסחה שראינו בשיעור כדי לחשב כמה אחוז מהתיק כל אחד יקבל ברוטציה:

$$20/15 + 40/15x = 50/36 + 40/36(1-x)$$

$$1-x = 47/68 \text{ ולכן } x = 21/68$$

נחשב מה כל מפלגה קיבלה ונראה שזה אותו הסכום:

$$20/15 + (40/15 * 21/68) = 110/51$$

$$50/36 + (40/36 * 47/68) = 110/51$$

ככה אני מחשבת את האחוז היחסי שכל מפלגה תקבל ברוטציה.