Escuela Politécnica Nacional

Métodos Numéricos

Tarea 1

Nombre: Danny Iñaguazo Curso: GR1CC Fecha: 30/04/2024

1.- Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por $p*$

a) $\lvert p - p*\rvert = \left\lvert \pi - \frac{22}{7} \right\rvert = 1{,}2644 \times 10^{-3}$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\left\lvert \pi - \frac{22}{7} \right\rvert}{\lvert \pi \rvert} = 4{,}024 \times 10^{-4}$	b) $\lvert p - p*\rvert = \lvert \pi - 3{,}1416\rvert = 7{,}346 \times 10^{-6}$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert \pi - 3{,}1416\rvert}{\lvert \pi \rvert} = 2{,}338 \times 10^{-6}$
c) $\lvert p - p*\rvert = \lvert e - 2{,}718\rvert = 2{,}818 \times 10^{-4}$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert e - 2{,}718\rvert}{\lvert e \rvert} = 1{,}036 \times 10^{-4}$	d) $\lvert p - p*\rvert = \lvert \sqrt{2} - 1{,}414\rvert = 2{,}135 \times 10^{-4}$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert \sqrt{2} - 1{,}414\rvert}{\lvert \sqrt{2} \rvert} = 1{,}51 \times 10^{-4}$

2.- Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por $p*$

a) $\lvert p - p*\rvert = \lvert e^{10} - 22000\rvert = 26{,}465$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert e^{10} - 22000\rvert}{\lvert e^{10} \rvert} = 1{,}2 \times 10^{-3}$	b) $\lvert p - p*\rvert = \lvert 10^{\pi} - 1400\rvert = 14{,}544$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert 10^{\pi} - 1400\rvert}{\lvert 10^{\pi} \rvert} = 0{,}0104$
c) $\lvert p - p*\rvert = \lvert 8! - 39900\rvert = 420$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\lvert 8! - 39900\rvert}{\lvert 8! \rvert} = 0{,}01$	d) $\lvert p - p*\rvert = \left\lvert 9! - \sqrt{18\pi}(\frac{9}{e})^9 \right\rvert = 3343{,}12$ $\frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = \frac{\left\lvert 9! - \sqrt{18\pi}(\frac{9}{e})^9 \right\rvert}{\lvert 9! \rvert} = 9{,}21 \times 10^{-3}$

3.- Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar $p*$ para aproximarse a p con error relativo máximo de 10−4 para cada valor de p.

a)

$$\frac{|p-p*|}{|p|}=\frac{|\pi-p*|}{|\pi|}=10^{-4} \qquad \frac{\pi-p*}{\pi}=10^{-4} \quad \vee \quad \frac{\pi-p*}{\pi}=-10^{-4}$$

$$p*=3{,}141278494 \quad \vee \quad p*=3{,}141906813$$

$$p*\in\ [3{,}141278494;\ 3{,}141906813]$$

b)

$$\frac{|p-p*|}{|p|}=\frac{|e-p*|}{|e|}=10^{-4} \qquad \frac{e-p*}{e}=10^{-4} \quad \vee \quad \frac{e-p*}{e}=-10^{-4}$$

$$p*=2{,}71801 \quad \vee \quad p*=2{,}718553657$$

$$p*\in\ [2{,}71801;\ 2{,}718553657]$$

c)

$$\frac{|p-p*|}{|p|}=\frac{|\sqrt{2}-p*|}{|\sqrt{2}|}=10^{-4} \qquad \frac{\sqrt{2}-p*}{\sqrt{2}}=10^{-4} \quad \vee \quad \frac{\sqrt{2}-p*}{\sqrt{2}}=-10^{-4}$$

$$p*=1{,}414072141 \quad \vee \quad p*=1{,}414354984$$

$$p*\in\ [1{,}414072141;\ 1{,}414354984]$$

d)

$$\frac{|p-p*|}{|p|}=\frac{|\sqrt[3]{7}-p*|}{|\sqrt[3]{7}|}=10^{-4} \qquad \frac{\sqrt[3]{7}-p*}{\sqrt[3]{7}}=10^{-4} \quad \vee \quad \frac{\sqrt[3]{7}-p*}{\sqrt[3]{7}}=-10^{-4}$$

$$p*=1{,}91273989 \quad \vee \quad p*=1{,}913122476$$

$$p*\in\ [1{,}91273989;\ 1{,}913122476]$$

4.-Use la aritmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente. Calcule los errores absoluto y relativo con el valor exacto determinado para por lo menos cinco dígitos.

a) $\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5{,}4} \quad \rightarrow \quad p=0{,}58606\times10^{1} \quad ; \quad p*=0{,}586\times10^{1}$

$$|p-p*|=6\times10^{-4} \qquad \frac{|p-p*|}{|p|}=1{,}024\times10^{-4}$$

b) $-10\pi+6e-\frac{3}{61} \quad \rightarrow \quad p=-0{,}15155\times10^{2} \quad ; \quad p*=-0{,}152\times10^{2}$

$$|p-p*|=0{,}045 \qquad \frac{|p-p*|}{|p|}=2{,}9693\times10^{-3}$$

c) $\frac{2}{11} \quad \rightarrow \quad p=0{,}18182 \quad ; \quad p*=0{,}182$

$$|p-p*|=1{,}8\times10^{-4} \qquad \frac{|p-p*|}{|p|}=9{,}899\times10^{-4}$$

a) $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}} \rightarrow p = 0{,}23958 \times 10^2$; $p* = 0{,}240 \times 10^2$ $\lvert p - p*\rvert = 0{,}042$ $\qquad \frac{\lvert p - p*\rvert}{\lvert p\rvert} = 1{,}753 \times 10^{-3}$

5.- Calcule los errores absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de π mediante el polinomio en lugar del arco tangente:

$$f(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$$

a) $4\left[f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right)\right] = 3{,}145576132 = p*$ $\lvert\pi - p*\rvert = 3{,}98 \times 10^{-3}$ $\frac{\lvert\pi - p*\rvert}{\lvert\pi\rvert} = 1{,}267 \times 10^{-3}$	b) $16 \times f\left(\frac{1}{5}\right) - 4 \times f\left(\frac{1}{239}\right) = 3{,}141621029 = p*$ $\lvert\pi - p*\rvert = 2{,}83 \times 10^{-5}$ $\frac{\lvert\pi - p*\rvert}{\lvert\pi\rvert} = 9{,}03 \times 10^{-6}$

6.- Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e:

a) $\sum_{n=0}^{5}\left(\frac{1}{n!}\right) = 2{,}716666667 = p*$ $\lvert e - p*\rvert = 1{,}615 \times 10^{-3}$ $\frac{\lvert e - p*\rvert}{\lvert e\rvert} = 5{,}94 \times 10^{-4}$	b) $\sum_{n=0}^{10}\left(\frac{1}{n!}\right) = 2{,}718281801 = p*$ $\lvert p - p*\rvert = 2{,}731 \times 10^{-8}$ $\frac{\lvert e - p*\rvert}{\lvert e\rvert} = 1{,}004 \times 10^{-8}$

7.- Suponga que dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) se encuentran en línea recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$x = \frac{x_0y_1 - x_1y_0}{y_1 - y_0} \quad ; \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0}$$

a. Use los datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 5.76)$ y la aritmética de redondeo de tres dígitos para calcular la intersección con x de ambas maneras. ¿Cuál método es mejor y por qué?

a) $x = \frac{x_0y_1 - x_1y_0}{y_1 - y_0} = 0{,}5128571429$	b) $x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0} = 0{,}5128571429$
En realidad, los dos métodos tienen como resultado el mismo dato. Entonces, ninguno es mejor y por lo tanto, el error al momento de redondear a 3 dígitos es el mismo.	