**北京邮电大学**

**概率论期中论文**

**论文题目： 赌博与概率论**

学 院 计算机学院

专 业 计算机类

学 号 2020211346

学 生 姓 名 倪玮昊

指导教师姓名 闵祥伟

2021年 12 月 4 日

**赌博与概率论**

**摘 要**

概率在人类社会发展中有重大的影响，著名数学家拉普拉斯曾说过说：“对于生活中的大部分事件，最重要的问题实际上只是概率问题。你可以说几乎我们所掌握的所有知识都是不确定的，只有一小部分我们能确定地了解。甚至数学科学本身，归纳法、类推法和发现真理的首要手段都是建立在概率论的基础之上的。”概率论揭示了偶然现象所包含的内部规律的表现形式,对人们认识自然现象和社会现象有重要的作用。 比如，社会产品在分配给个人消费以前要进行扣除，需扣除多少，积累应在国民收入中占多大比重等，就需要运用概率论来确定。可以说，我们的生活离不开概率，而如此重要的概率论，却起源于赌博。

**关键词：**赌博，概率，内部规律

目 录

[作者信息 2](#_Toc29286)

[一、概率的发展历史与赌博的关系 4](#_Toc19427)

[1.1. 赌博的出现 4](#_Toc14699)

[1.2. 赌金问题 4](#_Toc4041)

[二、简单概率论在当今的赌博中的体现 5](#_Toc19891)

[2.1. 赌场问题 5](#_Toc7028)

[2.2. 色子骗局问题 5](#_Toc18968)

[2.3. 彩票问题 6](#_Toc29800)

三、[现代数学在赌博中的运用——凯利公式 8](#_Toc1444)

四、[总结与反思 9](#_Toc1444)

[五、参考文献 9](#_Toc16195)

**一、概率的发展历史和赌博的关系**

* **赌博的出现**

相比概率论，赌博有更加悠久的历史，早在数千年前，就已经出现。中国[史前文明](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%B2%E5%89%8D%E6%96%87%E6%98%8E/1246168" \t "https://baike.baidu.com/item/%E8%B5%8C%E5%8D%9A/_blank)中大量运用“抓签”筮卜方式来判断凶吉，包括重大战事均透过[卜卦](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%9C%E5%8D%A6/64664" \t "https://baike.baidu.com/item/%E8%B5%8C%E5%8D%9A/_blank)来决定。东汉许慎《说文》载“古者乌曹作博”,乌曹是夏桀的臣子,由此看来,赌博在中国的[夏朝](https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%8F%E6%9C%9D" \t "https://baike.baidu.com/item/%E8%B5%8C%E5%8D%9A/_blank)就有出现。5000年前在[伊拉克](https://baike.baidu.com/item/%E4%BC%8A%E6%8B%89%E5%85%8B" \t "https://baike.baidu.com/item/%E8%B5%8C%E5%8D%9A/_blank)和印度出现了骰子，而且它的足迹遍布希腊、罗马、中东和玛雅古文明社会。但此时人门还并没有意识到在一次次掷色子背后暗藏的数学规律。直到14世纪左右，在文艺复兴时期，随着阿拉伯数字和计算技术的广泛传播，简单代数和组合数学的发展，人们才开始在数学本质上去思考赌博问题，概率的思想逐渐开始萌芽。

公认第一个系统地推算概率的人是[16世纪](https://baike.baidu.com/item/16%E4%B8%96%E7%BA%AA" \t "https://baike.baidu.com/item/%E6%A6%82%E7%8E%87/_blank)的[卡尔达诺](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%A1%E5%B0%94%E8%BE%BE%E8%AF%BA" \t "https://baike.baidu.com/item/%E6%A6%82%E7%8E%87/_blank)。卡尔达诺的一生十分艰苦，却在医药、数学、物理、哲学、宗教和音乐等领域都为人类做出了巨大的贡献，其发表的著作《论赌博游戏》被誉为概率论开山之作。

* **赌金问题**

在概率论的发展中有一个经典的问题——关于如何处理两个游戏者的赌金分配：假设有两个赌徒a和b，每人出100元作为赌注，然后选择各选择一个不同的点数，然后掷色子，谁选择的点数首先被掷出三次，谁就赢得所有的点数。如果在a选择的点数出现两次和b选择的点数出现一次时游戏提前截至，两人该如何对200元的赌金进行分配。

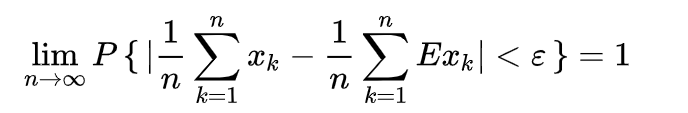
从该问题在1494年出版的《算术，几何比及比例概要》中被帕乔利提到，到之后近两百年，都没有人得出正确答案，在这个阶段有两种主流观点：一方认为a摇出选择点数的机会为b的两倍，所以a分得的钱应该是b的两倍。而一方认为第四次掷色子摇到a和b的几率都相等，所以a有50%的几率能获得全部的金币，50%的几率获得一半的金币，所以a应该分得总金额的75%。两方对这一问题的看法的计算方法不一致，但谁也没说服谁，直到一位数学天才——帕斯卡利用枚举法解决了这个问题：事实上，最多再赌两局，就一定可以分出胜负。最后两局的情况只可能是：aa，ab，bb，ba，在这些情况中，只有bb发生时b会胜利，所以a获胜概率为四分之三，所以a应该分去四分之三的奖金。

帕斯卡等人开创性的工作开创了概率论的先河，从此之后，越来越多的人选择用数学方法来分析赌局。例如经典的德州扑克，每种花色以及点数出现的概率均相等，且实验次数有限。可把这种情况看做古典概型，通过排列组合公式或列表等方法来探讨多种情况出现方式。与依靠运气、直觉等方式相比，以数学理论为基础来研究赌博问题，可有效的降低损失率，在深不可测的赌局中赢得丰厚的奖金。例如在澳大利亚，19 名数学家组成了一个名为“庞特俱乐部”的“高智商”赌博集团，通过概率等数学知识在短短 3 年时间里，总计赢取了超过 24 亿澳元。

**二、简单概率论在当今赌博中的运用**

* **赌场问题**

中国有句老话，叫“久赌必输”，这句话反映了概率论中的一个基本定理——大数定律。当随机事件发生的次数很大时，偶然性会互相抵消，使这些事件的结果的[算术平均值](https://www.zhihu.com/search?q=%E7%AE%97%E6%9C%AF%E5%B9%B3%E5%9D%87%E5%80%BC&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":120805841}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)在概率意义下十分接近其数学期值。



赌博的输赢在单个人身上和短时间内也表现为一种随机事件，可能赌客会在刚开始因为运气原因输或赢，但就如图抛硬币一样，随着次数越来越多，落在正面和反面的次数必然越来越趋近与相等，同理赌客会随着赌博次数增加逐渐达到赌场人为设置的胜率。可能有人会觉得赌场会通过设置游戏规则来让玩家胜率低于50%来赚钱，但事实上大多数赌场游戏中的玩家胜率都是50%，赌场的主要收入来自于胜利抽成，比如玩家在赌局中投入10万，如果输了，就会失去10万，但如果赢了，只能拿走对手9万元，剩下1万被赌场作为抽成拿走。这就是赌场的盈利方式，赌客之间的胜率与赌场的盈利并无太大关系，参与赌博的金额总数决定了赌场的收入。

* **色子骗局问题**

人们常常会被过于夸张的数字比所迷惑，在多年以前，就有这样一个色子骗局：碗里有3个色子，如果同时掷出的三个色子的面都为6，则玩家赢100元，如果不是就输一元。

很多人看到100：1的收益比可能会觉得捡了大便宜，但实际上每一个色子有6个面，每一次摇到6的概率只有六分之一，三个色子同时为6的概率只有216分之1，又正如在上文赌场一顿提到的：当随机事件发生的次数很大时，偶然性会互相抵消，使这些事件的结果的[算术平均值](https://www.zhihu.com/search?q=%E7%AE%97%E6%9C%AF%E5%B9%B3%E5%9D%87%E5%80%BC&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":120805841}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)在概率意义下十分接近其数学期值。在达到一定次数后，最终摊主每损失100元，最终会赢216元，净收益是216元。羊毛出在羊身上，摊主赚钱就意味这玩家平均净收益是负，所以遇到这种看似很赚的小游戏一定要谨慎，要学会用概率论知识进行分析。

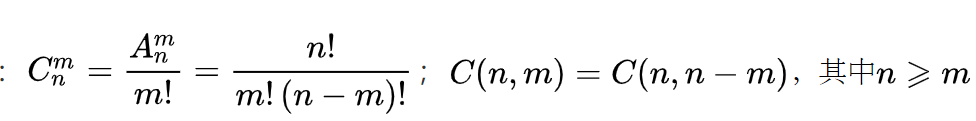
* **彩票问题**

彩票在我们生活中很常见，如果路过彩票点，总会见到一群大爷看着小黑板上每期中奖号和各种折线图分析的津津有味，而彩票也是一种典型的赌博，中奖的概率可以说比被雷劈到还低。拿我们比较熟悉的大乐透来作为例子：

[大乐透](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%A4%A7%E4%B9%90%E9%80%8F&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":347271199}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)的规则非常简单：在前区1-35号球中选5个球，在后区1-12号球中选2个球，得到的5+2的组合就是你的幸运数字。在这里我们就分析最基础的投注方式， 如复试投注胆拖投注等不在考虑范围内。其奖金分为9个档次：

一、二等奖为浮动奖；三等奖：单注奖金固定为10000；四等奖：单注奖金固定为3000元；五等奖：单注奖金固定为300元六等奖：单注奖金固定为200元;七等奖：单注奖金固定为100元;八等奖：单注奖金固定为15元;九等奖：单注奖金固定为5元。

大乐透出奖的过程本质是数字的排列组合。



通过计算可知：

1等奖：

p（x=5，y=2） c（5，5）c(0,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/21425712

2等奖：

p（x=5，y=1） c（5，5）c(0,30)c(1,2)c(1,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/1071285.4

3等奖：

p（x=5，y=0） c（5，5）c(0,30)c(0,2)c(2,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/476126.9

4等奖：

p（x=4，y=2） c（4，5）c(1,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/142838.1

5等奖：

p（x=4，y=1） c（4，5）c(1,30)c(1,2)c(1,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/7141.9

6等奖：

p（x=3，y=5） c（3，5）c(2,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/4925.5

7等奖：

p（x=4，y=0） c（4，5）c(1,30)c(0,2)c(2,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/3174.2

8等奖：

p（x=3，y=1） c（3，5）c(2,30)c(1,2)c(1,10)/c(5,35)c(2,12)

p（x=2,y=2） c（2，5）c(3,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/167.9

9等奖：

p（x=3，y=0） c（3，5）c(2,30)c(0,2)c(2,10)/c(5,35)c(2,12)

p（x=1，y=2） c（1，5）c(4,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p（x=2，y=1） c（2，5）c(3,30)c(1,2)c(1,10)/c(5,35)c(2,12)

p（x=0，y=2） c（0，5）c(5,30)c(2,2)c(0,10)/c(5,35)c(2,12)

p=1/16.6

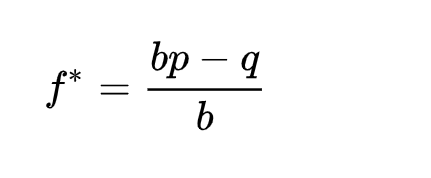
可见，哪怕你的目标是最低的9等奖，平均下来也得花费16.6才能中5块钱，更别说一等奖二等奖那种堪比被雷劈到得中奖概率了，所以看似几元钱就能搏一把千万巨款的机会看似很美好，但从概率论角度来看，还是不值得的。

1. **现代数学在赌场的运用——凯利公式**

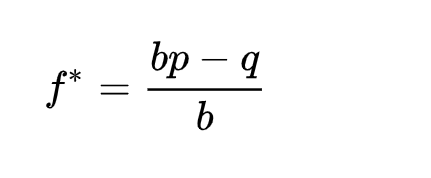
有一个简单的2赔1的赌局，扔硬币下注。规则如下：[硬币](https://www.zhihu.com/search?q=%E7%A1%AC%E5%B8%81&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":37056951}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)扔出正面则赢2元，如果扔出来反面则输1元，初始本多为100元，每一次押注都可以投入任意金额。如何下注能达到最高的收益呢？

针对于这个赌局，极端的[冒险主义](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%86%92%E9%99%A9%E4%B8%BB%E4%B9%89&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":37056951}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)者的玩法是：要玩就玩票大的，一次性押注100，幸运的话，一次正面就可以获利200元，但如果输了，那么就是100元的资产拱手让人。对于极端的保守主义者，他们的想法就是谨慎点，每次都是投注一块钱，慢慢来。正面可以赢两块钱，反面就是输一块钱。

总之，怎么看这都是个期望为0的赌局，无论怎么投注，结果平均下来都是不亏不挣。但凯利公式会告诉你，最佳的投注金额应是本多的25%，即第一次投注25元。

(凯利公式）

凯利公式的提出本来是为了解决香农信道传输的问题，其形式不复杂。PHF3}UMIEYR)NLB2SHAEI9I表示应每次投注额占本金的比例；EOFOB)K1T[O)[)(E@7LCF_J表示获胜的概率（在扔硬币赌局中，即为抛出硬币正面的概率）；$QEBR655}ALE{G2C%)H2FEM表示失败的概率，p+q=1；b=盈利除以本金.

在这个例子中，硬币抛出的正反面的概率都是50%，所以p和q，就是获胜和失败的概率都是50%，而赔率=盈利/本金=2（赢了2元）/1（本金1元）=2，所以=（2x0.5-0.5）/2=0.25。这样就得到了前文的结论，手持100元本金，第一次，应拿出资金的25%，也就是25块钱来进行下注，如果赢了手里的钱变成150元，输了就变成75元；第二次，仍然拿出手里全部资金的25%进行下注，即37.5或18.75元。就这样一次次的赌下去，直到最后赢的次数达到总次数的50%，你就实现了赌局收益的最大化。

凯利公式的推导过程如下：

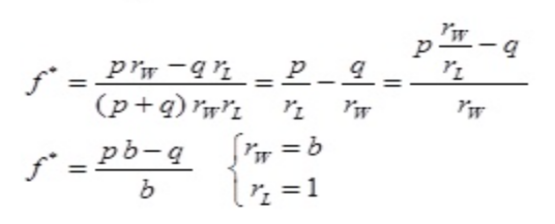
设初始本金为 c，每次下注比例为f。第一次投入资金为 cf，若赢得赌注，收益率为 rw，手里资金变为：剩余本金+投入本金+收益，即 OQ[G)655EDJG3SRJ3HGRHIH ；若输了，损失率为 rL，则最终资金为 H()3G`BSGXP5`77{A{F_DMD ，赌场中，大多数情况是赌注全部输掉，此时rL为100%。如果一个人赌了n 次，其中赢了pn次，输了qn次，则手里的资金变为：SU`N15(`OJ@GX{)7UE()I1X。

设 r 是n 次赌博游戏的平均收益率，则：075{E(VRZ98_7}U0ZO@R1ZT

我们的目的就是找到平均收益率 取得最大值时，下注比例的最佳取值。

对平均收益率进行求导：

![PL56@UVS$@](IH@SKIP8R3O](data:image/png;base64,)



由此推导出了凯利公式。

前文提到过，凯利公式的目的是解决信道传输中的问题，而一位名叫爱德华索普的美国数学发现了其在赌博中的运用,成功将自己在赌场中的期望收益提升到了投入之上，以至于被禁入赌场。不过我还是要提醒一下，索普先生具有的数学素养是普通人不具备的，作为普通人的我们还是老老实实走正道吧。

1. **总结与反思**

通过前面的介绍，我们可以得知，在概率论漫长的发展历史中，赌博有着不可忽略的地位。而同时概率论的发展也反哺了赌博形式，让庄家在游戏能更任意获得更大的利益。在第二部分中，我介绍了赌博在现代社会的三种新形式，但事实上，赌博的形式远远不止这三种。随着时代游戏，游戏抽卡、体彩、甚至路边的抓娃娃，都可以看作是赌博的形式。但无论形式如何，这些赌博都有一个共同点——期望为负。就拿抓娃娃来说，老板必然经过成千上万次统计，发现每十个人中只有1个人能抓到娃娃，他就会对一个人收费一元，同时在柜子里摆上价值9元的娃娃（当然这只是一种假设，真实情况下你的投入收益比只会更低），由此看来，可以说当你选择参加这个游戏，你就已经开始亏了。

而在第三部分中，我介绍了爱德华索普的传奇经历，也不是让大家每天钻研概率论知识去想怎么赚大钱，只是想给大家拓展一个思路，看看能不能尝试把自己曾经学过的知识运用到生活中。或者尝试让两个不同的领域的公式进行跨界，说不定有意想不到的效果。

事实上，正如社会上所说的“珍爱生命，远离赌博。”每一种赌博都是利用了人性中的贪婪，再在不经意的地方设下陷阱，从而让赌徒越陷越深，直到家破人亡。曾有一个赌徒问[帕斯卡](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%B8%95%E6%96%AF%E5%8D%A1&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":120805841}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)，为什么他总是输，帕斯卡回答：“因为你在赌桌旁边的时间太长了”。赌王[何鸿燊](https://www.zhihu.com/search?q=%E4%BD%95%E9%B8%BF%E7%87%8A&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra={"sourceType":"article","sourceId":120805841}" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/_blank)也劝告世人说，“不赌即是赢”。在论文中，我一直通过赌博背后的数学来规律来说明一件事：世界上没有稳赚的赌局，所有的赌局期望值都是负的。我们需要明白一件事:“天下没有白吃的午餐。”只有靠诚实劳动赚钱，才是可稳定可持续的。总有人觉得自己会像影片中的周润发一样或者案例中的爱德华索普一样，披着斗篷在赌场里叱咤风云，但事实上只是落入了一个个别人精心设置的数学陷阱中罢了。在血淋淋的概率事实面前，我们应当拒绝赌博。同时学习好概率论知识，用知识来看穿生活中的种种骗局。

**五、参考文献**

1. 裴光亚.概率--起源于赌博的数学.湖北省武汉市教育科学研究院
2. 大乐透规则.中国体彩网

网址为：

<https://www.lottery.gov.cn/tzgg/20190202/72410.html>

1. 凯利公式.百度百科

网址为

https://baike.baidu.com/item/%E5%87%AF%E5%88%A9%E5%85%AC%E5%BC%8F/136985