



**UNIVERSIDAD LATINA  
DE COSTA RICA**

POWERED BY **Arizona State University**

**Carreras:**

**Ingeniería en Telemática.**

**Curso:**

**Física II**

**Integrantes y carné:**

**Juan Pablo Corella Villalobos**

**20190111625**

**Alois Wilfredo Tobal Altamirano 20210120692**

**Alberto Segura Abarca 20220110049**

**Helen Karina Ewers Oliva 20160130814**

**Docente:**

**GIOVANNI GERARDO BLANCO JIMENEZ**

**Fecha:**

**26 de mayo de 2023**



# ESTIMACIONES Y MEDICIONES

## Objetivos

1. Familiarizar al estudiante con la utilización de diversos instrumentos para medir longitud y otras cantidades físicas.
2. Determinar la incertidumbre en una medida directa.
3. Calcular la incertidumbre de una medida indirecta.

## Introducción

Desde tiempos muy remotos el hombre ha tenido la necesidad de medir, es decir, saber cuál es la magnitud de un objeto comparándolo con otro similar que le sirva de base o patrón, pero el problema ha sido encontrar el patrón de medida. Por ejemplo, se habló de codos, varas, pies, y jemes para medir longitud, cuarterones, arrobas, quintales, y cargas para medir masa, y lunas, soles y lustros para medir el tiempo.

Luego de muchos siglos de confusión y anarquía en los sistemas de medición, en 1960 en Ginebra, Suiza, el mundo científico adopta el Sistema Internacional de unidades (SI), cuyas unidades fundamentales son: metro (m) para medir longitud, kilogramo (kg) para masa, segundo (s) para tiempo, Kelvin (K) para temperatura, ampere (A) para intensidad de la corriente eléctrica, candela (cd) para intensidad luminosa y mole (mol) para cantidad de sustancia. El Sistema Internacional que Costa Rica, junto con otros países del mundo aceptó y adoptó es el que esperamos que se utilice en todo el mundo.

En Costa Rica se adopta como sistema obligatorio el SI a partir del 9 de agosto de 1979, una vez que se publica en La Gaceta la ley N° 5292.

Siempre es importante medir pues siempre se busca conocer las dimensiones de objetos y entre objetos para el estudio de muchas áreas de aplicación. En esta práctica se tratará el tema de mediciones y errores, el cual ayuda a conocer el error que existe cuando se está efectuando una medición a un determinado objeto para esto el estudiante aplicará fórmulas para hallar este error de medición, en las cuales se utilizarán una serie de registros de mediciones los cuales son tomados con instrumentos que el estudiante manipulará en el laboratorio previo conocimiento básico de su utilización.

La importancia de las mediciones crece permanentemente en todos los campos de la ciencia y la técnica. Para profundizar más sobre lo que son las mediciones primero es necesario saber y conocer que es medir por tanto no haremos la siguiente pregunta: ¿Qué es medir?, Medir es el acto que se realiza para obtener de las dimensiones de un objeto respetando un patrón de medida específico.

Al medir y comparar el valor verdadero o exacto de una magnitud y el valor obtenido siempre habrá una diferencia llamada error de medición. Por lo tanto, al no existir una medición exacta debemos procurar reducir al mínimo el error, empleando técnicas adecuadas y aparatos o instrumentos cuya precisión nos permitan obtener resultados satisfactorios. Una forma de reducir la magnitud del error es repetir el mayor número posible de veces la medición (como se hizo en la práctica tiempo de reacción), pues el promedio de las mediciones resultará más confiable que cualquiera de ellas.

Cuando hagamos mediciones e informes de sus resultados se debe tener siempre en cuenta este punto clave y fundamental, las medidas no son simples números exactos, sino que consisten en intervalos dentro de los cuales tenemos confianza que se encuentra el valor esperado. El acto de la medición requiere que determinemos tanto la localización como el ancho de ese intervalo. Y lo hacemos utilizando con cuidado la percepción visual del intervalo, porque dependerá de muchos factores el proceso de medición.

## Marco teórico

### Tipos de mediciones

Las mediciones se puede clasificar en dos grupos: mediciones directas y mediciones indirectas.

Las mediciones directas son el resultado de la comparación directa que se realiza de una cantidad desconocida con el patrón de medición o cantidad estandarizada de la misma entidad, generalmente con la ayuda de instrumentos analógicos o digitales.

La medición indirecta es el resultado del cálculo de una magnitud utilizando una función de una o más variables. Por ejemplo, si queremos conocer el área de nuestra mesa de trabajo (suponiendo que es rectangular) debemos medir primero el ancho y luego el largo para finalmente multiplicar al largo por el ancho y obtener el área.

### Mediciones directas e incertidumbre asociada

La incertidumbre en una medida directa se determina como  $\pm$  la mitad de la menor división de la escala del instrumento si este es analógico. Por ejemplo, una regla cuya menor división sea de un milímetro tiene una incertidumbre asociada de  $\pm 0.5$  mm ( $= 0,0005$  m). Si una estudiante mide del ancho  $a$  de su mesa de trabajo con una cinta métrica graduada en milímetros y obtiene que el valor más probable del ancho es 742 mm, a este valor está asociado una incertidumbre de 0,5 mm. Esto significa que el ancho de la mesa está dentro del siguiente intervalo:

$$741,5 \leq a \leq 742,5 \text{ mm}$$

La expresión anterior se acostumbra expresar también de la siguiente manera:  $a$

$$= 742 \pm 0,5 \text{ mm} = 0,742 \pm 0,0005 \text{ m}$$

Al escribir sólo la expresión de la medición del ancho se obtiene:  $a$

$$= a_{mp} \pm da \text{ (1)}$$

donde  $a_{mp}$  representa el valor más probable del ancho y  $da$  la incertidumbre asociada a la medición. A la cantidad  $da$  se le denomina también error absoluto para diferenciarla de otra cantidad que se denomina error relativo que se verá más adelante.

Cuando el instrumento es digital, la incertidumbre se determina como  $\pm$  la menor división. Por ejemplo, si un termómetro digital da una lectura de temperatura de  $23.2^\circ\text{C}$  y el último dígito cambia de 0.1 en  $0.1^\circ\text{C}$ , su incertidumbre asociada será de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ .  $T = 23,2 \pm 0,1^\circ\text{C}$  (2)

### Mediciones indirectas y propagación de errores

La longitud y el ancho son mediciones directas, cada una asociada a una incertidumbre por lo que al hacer el cálculo del área, se obtiene un valor más probable del área asociada con una incertidumbre propagada debido a las incertidumbres del ancho y longitud.

Para calcular la incertidumbre de una medición indirecta se debe utilizar el método de derivadas parciales.

Supongamos que se tiene una variable  $z$  que depende de las variables  $x$  y  $y$ , y que se expresa de la siguiente forma:

$$z = f(x, y) \quad (4)$$

y en las cuales  $x$  y  $y$  solo tienen un valor, al valor de  $z$ , como ocurre en las medidas directas, se tiene que asociar una incertidumbre  $\Delta z$ , que se determina a partir del cálculo así:

$$\Delta z = \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y} \quad (5)$$

y si la función  $z$  depende de más variables, se sigue planteando la derivada parcial de la función  $z$ , con respecto a las demás variables de las que dependa ella. Para más detalle, vea el siguiente ejemplo:

El área de una hoja de papel depende del largo y del ancho, según la expresión:

$$A = l \times a. \quad (6)$$

Supongamos que medimos el largo y el ancho con una regla graduada en milímetros y se obtienen los siguientes resultados:

$$\text{Ancho} = 21.60 \pm 0.05 \text{ cm}$$

$$\text{Largo} = 27.85 \pm 0.05 \text{ cm}$$

De esta forma, el cálculo del área estaría dado por la ecuación (6):

$$A = 27.85 \text{ cm} \times 21.60 \text{ cm} = 601.6 \text{ cm}^2$$

Y la incertidumbre se encontraría haciendo uso de las derivadas parciales de la función, de manera que usando el argumento descrito en la ecuación (5), se obtiene la siguiente expresión:

$$\Delta A = \Delta l \frac{\partial A}{\partial l} + \Delta a \frac{\partial A}{\partial a} \quad (7)$$

$$\Delta A = \pm(a \Delta l + l \Delta a)$$

Evaluando en esta expresión:

$$\Delta A = \pm(21.60 \text{ cm} \times 0.05 \text{ cm} + 27.85 \text{ cm} \times 0.05 \text{ cm})$$

$$\Delta A = \pm 2 \text{ cm}^2$$

Finalmente, el área de esta hoja de papel sería:

$$A = 601.6 \pm 2 \text{ cm}^2$$

**Incertidumbres en funciones de dos o más variables con repetición en los valores de estas** En todos los casos no es de interés tener múltiples valores de una variable sino que por el contrario, se

desea presentarla como una sola que sea representativa de la muestra tomada. En estos casos, primeramente se debe obtener un valor único de la variable a la que se le asocia la incertidumbre.

Por ejemplo, sea  $x$  la variable de la cual se conocen cinco valores:  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  y  $x_5$  con una incertidumbre  $\Delta x$  igual para todos ellos, ya que las mediciones se tomaron con un mismo instrumento. El valor que representará a estos cinco, se denomina **valor promedio**, y se determina con la siguiente expresión:

$$\bar{x} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} \quad (8)$$

y la incertidumbre asociada a dicho valor (la cual es la que nos interesa en este caso, ya que no la proporciona el instrumento con que se tomaron las medidas), está dado por la expresión:

$$\Delta x = \pm \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

donde  $s$  se conoce como desviación estándar de la muestra tomada, la cual aplicada a los cinco datos anteriores se presenta de la siguiente manera:

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2]}$$

$$\Delta x = \pm \frac{s}{\sqrt{5}}$$

Por ejemplo, considere la serie de datos que se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1. Mediciones de altura**

Número de repetición	Altura (m)
1	0,2150
2	0,2365
3	0,2555
4	0,2145
5	0,2360

El promedio de estas repeticiones se calcula como lo indica la ecuación (8):

$$hV = \frac{h_{V1} + h_{V2} + h_{V3} + h_{V4} + h_{V5}}{n}$$

$$hV = \frac{0,2150m + 0,2365m + 0,2555m + 0,2145m + 0,2360m}{5}$$

$$hV = 0,2315 \quad m$$

Ahora bien, la desviación estándar se calcula como lo indica la ecuación (10):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (h_{Vi} - hV)^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} [(0,2150 - 0,2315)^2 + (0,2365 - 0,2315)^2 + (0,2555 - 0,2315)^2 + (0,2145 - 0,2315)^2 + (0,2360 - 0,2315)^2]}$$

$$s = 0,01719$$

Y la incertidumbre de esta serie de datos se calcula como lo indica la ecuación (9):

$$\Delta hV = \pm \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\Delta hV = \pm \frac{0,01719}{\sqrt{5}}$$

$$\Delta hV = \pm 0,007688 \quad m$$

### Cifras significativas

Se conocen como cifras significativas aquellos dígitos que con certeza están dando información correcta de una medición.

Las incertidumbres se deben de reportar con una sola cifra significativa. Por ejemplo, si la medición de la aceleración de la gravedad da el siguiente valor:  $g = 9,7824 \pm 0,00524 \text{ m/s}^2$ , se debe escribir como  $g = 9,782 \pm 0,005 \text{ m/s}^2$ .

En otro ejemplo, si se obtiene que un volumen es igual a  $V = 923 \pm 30 \text{ m}^3$ , se debe reportar como  $V = (9,2 \pm 0,3) \cdot 10^2 \text{ m}^3$ .

En ocasiones se puede hacer una excepción a la regla permitiendo una segunda cifra significativa pero tiene que ser un 5 o un 0.

### CLASES DE ERROR EN LAS MEDICIONES

Los errores suelen dividirse en dos clases:

### **Errores sistemáticos**

Estos errores se presentan de manera constante a través de un conjunto de lecturas realizadas al hacer la lectura de una magnitud determinada. Las fuentes o causas de error son:

- **Defecto en el instrumento de medición.** Se produce por ejemplo, al determinar el tiempo con un cronómetro que avance más rápido o más lento de lo debido.
- **Error de paralaje.** Este se comete por una incorrecta postura del observador, la cual le impide hacer una adecuada lectura del instrumento, (válido para instrumentos analógicos).
- **Mala calibración del instrumento usado.** Se da por fallas de fabricación, o después de mucho uso sin haber sido reajustado.
- **Error de escala.** Se produce por el rango de precisión del instrumento empleado, lo que provocará una incertidumbre en la medición.

### **Errores circunstanciales (estocásticos o aleatorios)**

Esta clase de errores no se repiten regularmente de una medición a otra, sino que varían y sus causas se deben a los efectos provocados por factores que están fuera de nuestro control como lo son las variaciones de presión humedad y temperatura del ambiente sobre los instrumentos. Así, por ejemplo, con la temperatura la longitud de una regla puede cambiar ligeramente de una medición a otra.

Los errores circunstanciales pueden llamarse estocásticos, ya que son difíciles de apreciar debido a que son muy pequeños y se producen en forma irregular de una medición a otra, es decir, al azar. También se le da el nombre de errores aleatorios porque son el resultado de factores inciertos y, por lo tanto, tienen la misma posibilidad de ser positivos o negativos.

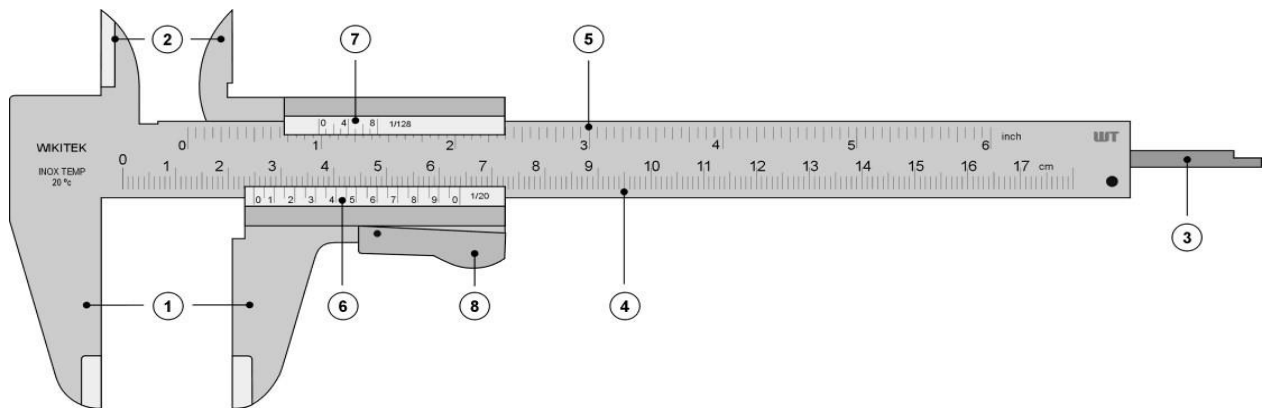
Cuando una medición  $m$  tiene tanto incertidumbre debido al instrumento como incertidumbre estadística, la incertidumbre total  $\Delta m$  viene dada por:

---

$$\Delta m = \delta_{\text{instrumento}} + \delta_{\text{estadística}} \quad (11)$$

Sin embargo por lo general el error estadístico es mucho más grande que el error del instrumento. Se incluye a continuación un dibujo de un vernier o pie de rey con el fin de que familiarice con sus partes.





1. Prensa externa. Para tomar medias externas de objetos.
2. Prensa interna. Para tomar medidas internas de objetos.
3. Barra de profundidad. Para medir profundidad de objetos.
4. Escala principal (cm).
5. Escala secundaria (pul).
6. Escala auxiliar de medida (cm).
7. Escala auxiliar de medida (pul).
8. Retenedor. Utilizado para bloquear partes móviles.

### Equipo

- Probeta calibrada en mililitros.
- Vernier calibrado en milímetros.
- Un cilindro de metal, madera o plástico.

### Procedimiento

1. Para medir directamente el volumen del cilindro, llénelo totalmente con agua y con la probeta mida su volumen. Cada estudiante debe de tomar esta medición y anotar los datos en la tabla 1.

### Mediciones y cálculos

43,5 -> 65  
 54 -> 71  
 44 -> 66

Radio exterior 2,9  
Radio interior 2,5  
27 -> 49

Tabla 1. Resumen del experimento 1

Estudiante	Valor central de la medida del volumen (cm <sup>3</sup> )	Incertidumbre de la probeta (cm <sup>3</sup> )	Desviación estándar	Incertidumbre acumulada de la serie de datos (cm <sup>3</sup> )
1	21.5	0.5		0.4
2	17			
3	22			
4	22			
5				

2. Haciendo uso del vernier, un (a) integrante del equipo de trabajo mide las dimensiones (diámetro y altura) del mismo cilindro y calcula el volumen empleando la ecuación (11).

$$V = (\pi/4) \times (d^2) \times (h)$$

3. Haciendo uso del método de derivadas parciales, determine la incertidumbre del volumen calculado. Complete la tabla 2.

## Mediciones y cálculos

Tabla 2. Resumen del experimento 2

Altura del cilindro (cm)	Diámetro del cilindro (cm)	Incertidumbre del vernier (cm)	Volumen del cilindro (cm <sup>3</sup> )	Incertidumbre del cálculo del volumen del cilindro (cm <sup>3</sup> )
	2.3	0.005	17.24	0,5

### Cuestionario

1. ¿Cómo se podría reducir la incertidumbre en las mediciones reportadas en la tabla 1?

Utilizando equipo de mas pricicion y tratar de eliminar el factor humano debido a que estos son dos de los principales factores de insertidumbre

2. Si comparan las mediciones del volumen, ¿existe variación entre ellas? Explique su respuesta.

Si existe debido a que hay muchos factores los cuales pueden generar variacion como la vista de la persona, el ambiente o movimientos los cules puedan disturbar el liquido entre otros

3. ¿Cuál es la importancia de la toma correcta de mediciones en ingeniería?

Que pequeños errores en las mediciones pueden generar errores colosales en casos muy importantes

4. De acuerdo con los cálculos realizados, ¿qué puede concluir acerca de la incertidumbre de la medición indirecta?

la medición indirecta a menudo involucra una mayor incertidumbre que la medición directa, pero hay varias estrategias que los investigadores pueden utilizar para gestionar y minimizar esta incertidumbre.

**5. ¿Qué importancia tiene el determinar con detalle la cantidad de cifras significativas en el reporte de una medición indirecta?**

Determinar la cantidad correcta de cifras significativas en un reporte de una medición indirecta es de gran importancia por varias razones:

Precisión y Exactitud

Propagación de la Incertidumbre

Interpretación de Resultados

Comunicación Científica

Cálculos Posteriores

Por estas razones, es fundamental que las cifras significativas se manejen adecuadamente en cualquier reporte de medición, incluyendo las mediciones indirectas.

**Discusión de resultados**

\_\_\_\_\_ Al redondear una cifra, siempre se pierde cierta precisión. Las cifras significativas ayudan a que el resultado sea menos impreciso al contar con más decimales. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

## Conclusiones

- Las estimaciones y mediciones son herramientas esenciales en muchos campos, desde la ciencia y la ingeniería hasta los negocios y la economía. Aquí hay algunas conclusiones que podríamos hacer acerca de estas dos herramientas:
  - 
  - **Precisión y Exactitud:** Las mediciones generalmente proporcionan un nivel de precisión y exactitud mayor que las estimaciones. Las mediciones se realizan con instrumentos calibrados y siguiendo protocolos específicos, mientras que las estimaciones son generalmente juicios basados en la experiencia, la observación o modelos matemáticos.
  - 
  - **Propósito:** Las mediciones son ideales cuando se necesita un alto grado de precisión, como en experimentos científicos o construcción de infraestructuras. Las estimaciones, por otro lado, son útiles cuando la precisión absoluta no es esencial, y son comúnmente utilizadas para hacer predicciones o cuando los datos son difíciles de obtener.



- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

## Referencias bibliográficas y electrónicas

- \_\_\_\_\_ Bevington, P. R., & Robinson, D. K. (2002). Data reduction and error analysis for the physical sciences. Boston: McGraw-Hill.
- Este libro ofrece una visión amplia y detallada sobre análisis de errores e incertidumbres en mediciones físicas.
- 
- Taylor, J. R. (1997). An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements. University Science Books.
- Este texto es otro recurso excelente para entender el análisis de errores en mediciones físicas.
- 
- Juran, J. M., & De Feo, J. A. (2010). Juran's Quality Handbook: The Complete Guide to Performance Excellence. McGraw-Hill.
- Este libro ofrece información detallada sobre la medición y mejora de la calidad en varios contextos, incluyendo la gestión de la precisión y la exactitud en mediciones y estimaciones. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.

- \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.

El presente informe fue elaborado por:

- \_\_\_\_\_, carnet # \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_, carnet # \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_, carnet # \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_, carnet # \_\_\_\_\_.
- \_\_\_\_\_, carnet # \_\_\_\_\_.