

▼ Bài thực hành 2

Môn: Linear Algebra

```
import numpy as np
```

▼ Bài tập 1

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

- Chứng tỏ rằng $A^3 = 0$. Tính $(I - A)(I + A + A^2)$.
- Tạo ma trận khối $C = \begin{bmatrix} A & I \\ -I & B \end{bmatrix}$. Tính định thức và hạng của C .

▼ Bài tập 2

Lũy thừa ma trận có thể được sử dụng như một công cụ để phân tích trạng thái tới hạn của một số hệ động lực. Cho hai ma trận sau đây:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.9 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

Hãy kiểm tra xem điều gì sẽ xảy ra với \mathbf{A}^k và \mathbf{B}^k khi k nhận giá trị lớn.

▼ Bài 3

Phân tích ma trận đánh giá $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ thành tích $\mathbf{W}\mathbf{H}^T$, với $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$. Sử dụng hàm mất mát dạng: $\mathcal{L}(\mathbf{W}, \mathbf{H}) = \sum_{(u,i): x_{ui} \neq 0} (x_{ui} - \sum_{j=1}^3 w_{uj} h_{ij})^2$

