

水中での物体の終端速度 ～円錐状物体の流体による抗力のモデル化～

2019年6月9日

目次

1 要約	1
2 物体の動作解析の自動化	2
2.1 目的・概要	2
2.2 物体の認識	2
2.2.1 カラートラッキング	3
2.2.2 単位の変換	3
2.2.3 水による屈折の考慮	3
2.3 外れ値の除外	5
2.3.1 微分係数と予測値の算出	5
2.3.2 閾値の算出	6
2.3.3 閾値算出に使用する定数の決定	7
2.3.4 外れ値の判定	8
2.4 平滑化	8
2.5 速度と加速度の算出	10
2.5.1 時間に対する速度と加速度のデータの作成	10
2.5.2 抗力と速度に関するデータの作成	10
2.6 グラフの作成	11
2.6.1 作成したグラフの種類	11
2.6.2 近似式の作成	12
2.6.3 同条件異実験での平均データの作成	12
2.7 Excel との連携	13
2.8 検証	13
2.9 本節の結論	14
3 水中での球体の落下運動	15
3.1 目的・概要	15
3.2 手法	15
3.3 実験の内容	18
3.3.1 理論値の描画	18
3.3.2 理論値の選択	19
3.4 結果	19
3.5 考察・理論値とのずれについて	22
3.5.1 追加実験の結果	22
3.6 考察・抗力と速度及び球体の半径の関係	25
3.7 本節の結論	25
4 円錐状物体の水中での挙動の観測	27
4.1 目的・概要	27
4.2 落下させる物体の製作	27

4.2.1 加工	28
4.2.2 振動の安定化	29
4.3 落下させる物体	30
4.3.1 鉄球にかかる抗力	31
4.4 手法	32
4.5 物体の揺れによる速度の変化	32
4.6 結果	33
4.7 本節の結論	43
5 円錐状物体の抗力のモデル化	44
5.1 目的・概要	44
5.2 レイノルズ数の計算	44
5.3 ニュートンの抵抗法則に従う場合の抗力	44
5.3.1 抗力係数の算出	44
5.3.2 考察-抗力係数の物体半径への依存	46
5.3.3 抗力係数のモデル化	47
5.3.4 式の適用範囲に関する考察	53
5.3.5 検証	54
5.4 本節の結論	55
6 結論	56
7 共同実験者と役割分担	57
8 謝辞	57
9 付録	58
9.1 実験に関する資料の共有	58
9.2 制作したプログラム	58
9.3 実験データ	66
9.3.1 球体の実験(内径の小さい容器)	66
9.3.2 球体の実験(内径の大きい容器)	69
9.3.3 円錐状物体の実験	73
9.3.4 モデル化した抗力の検証実験	75

本レポートでは実験結果として膨大な量のデータを用いたため、グラフを手描きすることは困難であると考えた。そのため、要項の「実験レポートの書き方」にはグラフを手描きするよう書いてあるが、グラフは全て自作したプログラムを用いてデータを処理し、出力したものとなっている。

1 要約

本レポートでは円錐状物体(円錐に円柱がついた形)を流体中で尖っている方を下にして落下させるときにかかる抗力をモデル化し、終端速度を式で表現し、検証した。その結果、円錐状物体にかかる抗力のうち、速度の2乗に比例する抗力[3]は、「円柱部分の長さと円柱の底面の半径の比の平方根」と「円錐の頂角」に比例するという特徴があることがわかった。

また、抗力のモデル化を実現するために動画解析からグラフ作成までの全ての処理を自動で行う解析プログラムを制作し、すでに抗力がモデル化されている球体を用いてそのプログラムの有用性の検証を行った。解析プログラムを自作することで、水による屈折の影響の考慮やデータの平滑化など、本実験に必要な機能を過不足なく実装することができた。球体での実験では、物体を落下させる容器によって物体に抗力がかかる場合があることがわかり、円錐状物体での実験の信頼性の向上につながった。

2 物体の動作解析の自動化

2.1 目的・概要

2節では、流体中を落下する物体の動画解析を自動化し、各時刻の位置や速度、加速度、物体にかかる抗力を求める目的とする。

流体中の運動は流体による抵抗の影響が大きく、位置や速度、加速度を時間と共にグラフにすると単純な形にはならないことが予想される。このような複雑な挙動を正確に考察するためには、実験において物体の位置を連続的に観測するのが良いと考えた。

そこで、物体の挙動をビデオで撮影することにした。解析にあたっては様々な処理を行うプログラムをPython¹で作成した。本節では、そのプログラムの機能の解説とそのプログラムの有用性の検証について記述する。

動画解析には既存のソフトウェアが多く存在するが、自ら制作することで、水による屈折を考慮できたり、作りたいグラフを自由に作れたり、数値の処理の詳細を知った上で考察できたりするなどの利点がある。

なお、本レポートでは作成したプログラムを用いて解析を行っているために解析した数値の量が膨大であり、グラフの手描きは困難だと判断し、プログラムによって出力されたグラフを使用することにした。

本プログラムには主に以下の機能がある。

1. 動画から物体を認識し、位置と時間のデータを作成する(2.2節)
2. 物体の位置のデータから外れ値を除く(2.3節)
3. データを平滑化する(2.4節)
4. 速度と加速度に関するデータを作成する(2.5節)
5. グラフに表示する(2.6節)
6. Excelと連携して解析作業を行う(2.7節)

以下ではこれらを順に説明していく。

2.2 物体の認識

動画中の物体の認識について、今回はカラートラッキング(色追跡)という技術を使用した。また、動画解析の結果として単位を画素の単位であるピクセル[px]から[m]に修正する方法や、水中の物体を撮影する際に考慮すべき水による屈折を考慮する方法を開発した。

¹プログラミング言語の一つ

2.2.1 カラートラッキング

カラートラッキングは、認識する物体にわかりやすい色をつけておいて、映像から色の指標を使って物体を認識する技術(図 1)である。

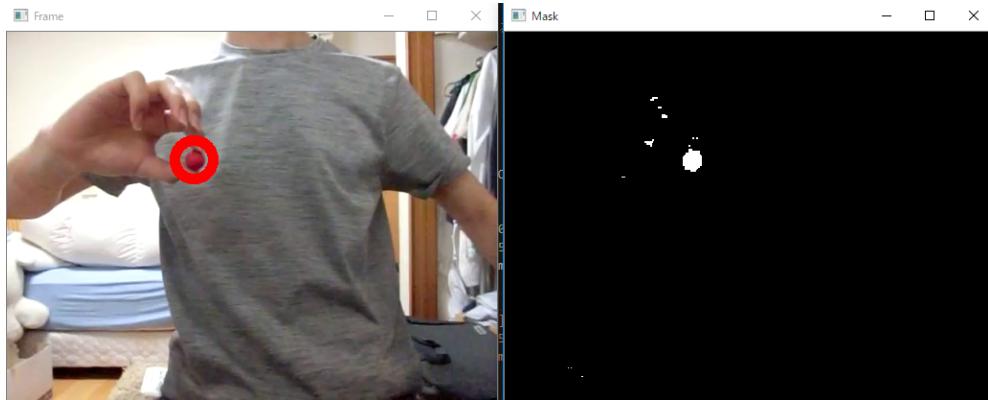


図 1: カラートラッキングの例

図 1は、私がピンク色の球体を持って動かしている映像をカラートラッキングにかけている様子である。元の映像(左画面)からピンク色の部分だけを取り出して(右画面白い部分)、認識した領域のうち最大面積の領域の重心を中心に赤丸を左画面に表示している。

ある時刻 t (撮影開始後の動画のフレーム数と動画の FPS(frame per second)より算出)における認識対象の物体の座標 x, y が動画解析の結果となる。

このプログラムの作成には OpenCV4.1.0[1] というライブラリ²を使用した。

2.2.2 単位の変換

カラートラッキングで得たデータ x の単位は画素の単位である [px] である。物理現象を解明するためには、単位が [m] であったほうが都合が良い。そこで、ここでは単位を [px] から [m] に変換する方法について説明する。

単位の変換は動画の横方向の画素数 $X[\text{px}]$ と、事前に測定した画面幅あたりの長さ $H[\text{m}]$ を用いることで実現できる。式にすると式(1)になる。なお、 x を変換前のデータ [px]、 x' を変換後のデータ [m] とする。

$$x' = \frac{H}{X} x \quad (1)$$

画面の縦方向と横方向で画素の大きさが異なり、この変換比率が異なることが予想されるため、今回の実験では落下する方向は画面横方向に限定した。

2.2.3 水による屈折の考慮

水中を落下する物体を動画として撮影した場合、動画は水による屈折の影響を受けた情報となっている。本節では水による屈折の影響を補正するための式を説明する。

²汎用性の高いプログラムをひとまとめにしたもの

実験は図2のように行い、立式に使用する数値も図の通りとする。なお、物体が落下する方向を示すx軸とその原点は図のように定義した。

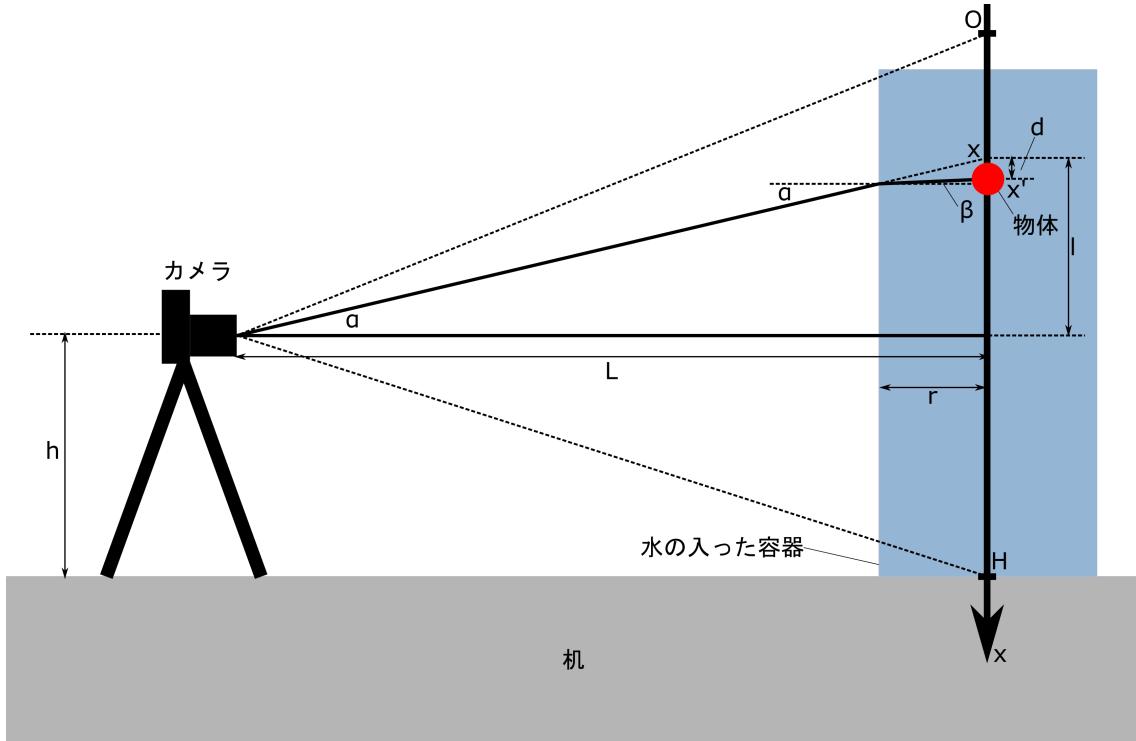


図2: 実験の様子と数値、軸の定義

この時、入射角 α は式(2)で表せる。

$$\alpha = \arctan \frac{l}{L} \quad (2)$$

ただし、 $l = H - h - x$ である。

また、スネルの法則より、水の空気に対する屈折率を n として、 β は式(3)と表せる。

$$\beta = \arcsin \frac{\sin \alpha}{n} \quad (3)$$

屈折による補正值 d は式(4)と表わせ、

$$d = r(\tan \alpha - \tan \beta) \quad (4)$$

補正後の x として x' を定義すると(2.2.2での x' とは定義が異なる)、 x' は式(5)である。

$$x' = x + d \quad (5)$$

これは、全ての $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ において成立する。

2.3 外れ値の除外

カラートラッキングでは色を指標に物体を認識するため、物体を正確に認識できないフレームが存在することがある。

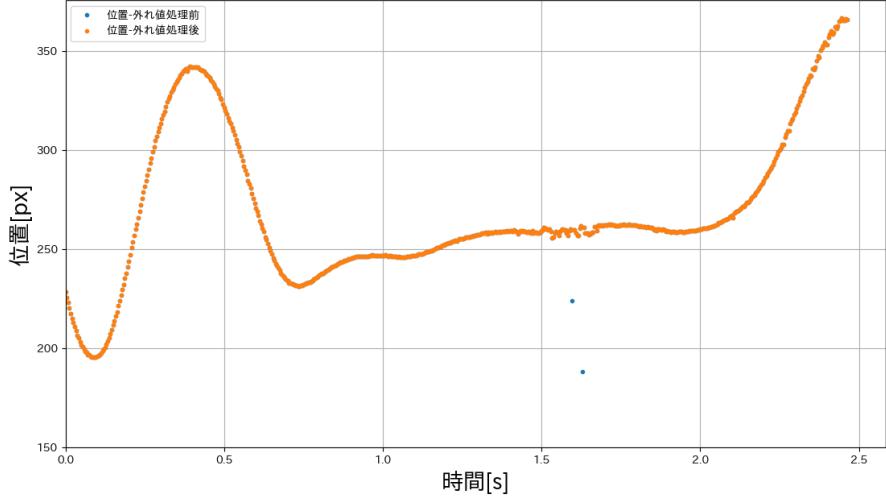


図 3: 外れ値の例

図3は図1で私が物体を持って動かした映像を解析した結果(球のx軸の位置)である。青色の点が外れ値処理前、橙色の点が本システムを用いた外れ値処理後の数値である。グラフが大きく重なっているが、1.7秒付近に青色の点が見える。これは外れ値処理前には存在していた点が、外れ値処理後には外れ値として除外された点である。除外された点は直感的に外れ値であったとわかる。

仕組みを説明していく。

大まかな概要としては図4のように、ある時刻 t_i (i は配列内でデータに順番に割り振った番号)におけるデータ x_i について、以下の処理を行う。

1. 時刻 t_i での微分係数 k_i を近似的に求め、 x_i が取るであろう値(予測値) x'_i を求める(2.3.1節)
2. 外れ値の判定に使う閾値 T を求める(2.3.2節)
3. $|x'_i - x_i|$ と T を比較し、外れ値かどうかを判定する(2.3.4節)

2.3.1 微分係数と予測値の算出

予測値の算出には1次の近似式の考え方を用いた。あるデータの前の2つの点を使って微分係数を出し、それを使ってデータが分布する関数の1次の近似式に相当する式を作成した。

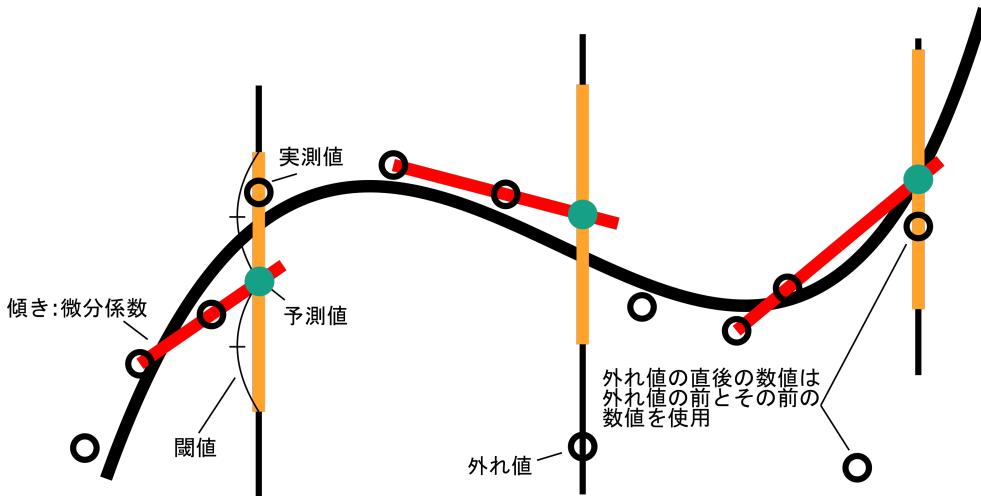


図 4: 外れ値処理の全体像

時刻 $t_i (i \geq 2)$ ³における座標 x の微分係数 k_i は近似的に式 (6) で求めた。

$$k_i = \frac{x_{i-1} - x_{i-2}}{t_{i-1} - t_{i-2}} \quad (6)$$

k_i を使用して、 x_i の予測値 x'_i は近似的に式 (7) で求められる。

$$x'_i = x_{i-1} + k_i(t_i - t_{i-1}) \quad (7)$$

2.3.2 閾値の算出

閾値 T を定数にすることも可能だが、今回は $t_i - t_{i-1}$ が大きくなればなるほど許容されるべき誤差 $|x'_i - x_i|$ は広がるべきであると考え、閾値 T を $t_i - t_{i-1}$ の関数にした。

また、 T には上限と下限、さらには $t_i - t_{i-1}$ に伴って増加する速さを設定できることが必要と考え、それらを順に M, m, a として、式 (8) を立てた。

$$T = \frac{m - M}{a(M - m)(t_i - t_{i-1}) + 1} + M \quad (8)$$

これは、 $y = -\frac{1}{x}$ が単調増加で $x \rightarrow \infty$ で 0 に収束することを利用したものである。 $y = -\frac{1}{x}$ に以下の変更を行うことで算出できる。

1. x を $t_i - t_{i-1}$ に、 y を T にする
2. $t_i - t_{i-1}$ に係数 a を付ける
3. $t_i - t_{i-1} \rightarrow \infty$ での T の収束先を M にするため、式全体に M を足す
4. $t_i - t_{i-1} = 0$ のときに $T = m$ となるよう、 $t_i - t_{i-1}$ を $t_i - t_{i-1} + \frac{1}{a(M-m)}$ に置換する

³i は 0 から開始する。

2.3.3 閾値算出に使用する定数の決定

2.3.2節では、閾値の算出について3つの変数 a, M, m を設定した。本節では各定数を実験的に決定した。ここでは自由落下を観測した場合に解析結果となるであろう式にノイズを混ぜたもの(式(9))に、人為的に外れ値を加えたデータを使用した。

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + E \quad (9)$$

式(9)において、 x は物体の位置 [m]、 t は時間 [s]、 g は重力加速度 [m/s^2]、 E はランダムに発生させたノイズ [m] で、範囲は動画処理の精度を踏まえて $-0.02 < E < 0.02$ とした。

総データ数は 100 であり、そのうち 20 個のデータをランダムに選択し、外れ値とした。なお、外れ値 $o[\text{m}]$ を $-5 < o < 5$ の中でランダムに出力した値とした。

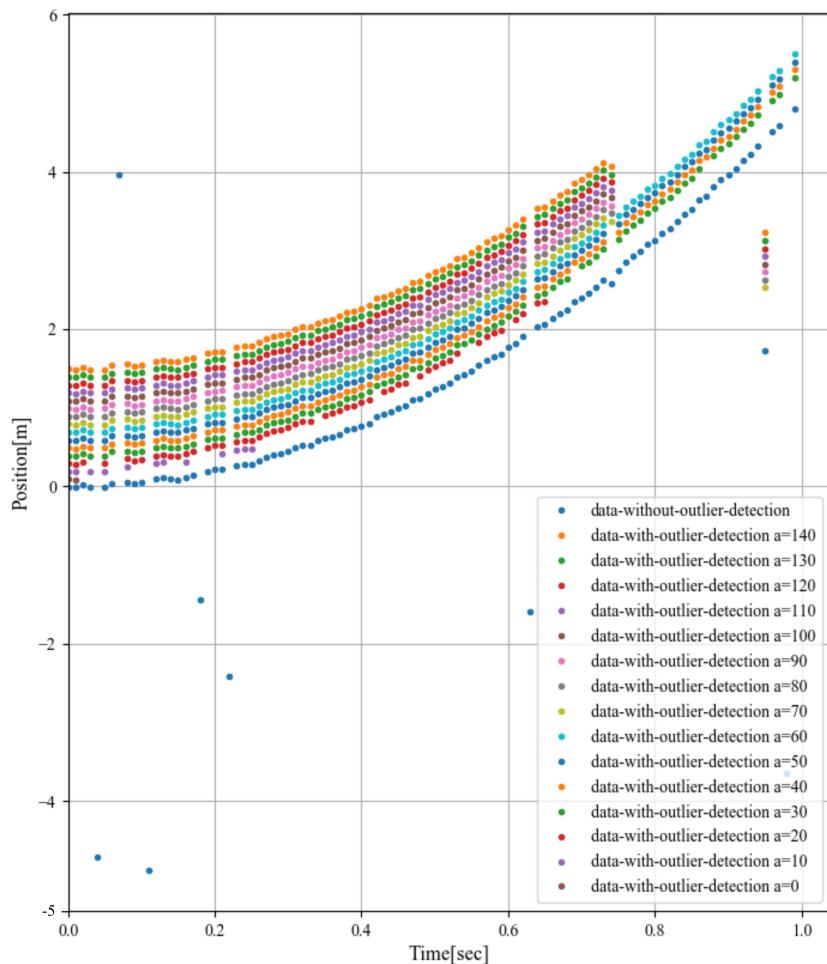


図 5: a の決定

また、 m, M については、動画解析に期待する精度として、それぞれ 0.01, 0.5 とした⁴。 m, M の単位は [m] である。そのため、本節では M に到達する速さである a を求めることを行った。 $0 \leq a \leq 140$ での結果は図5の通りである。

一番下のグラフ(青点)が外れ値を混ぜたデータである。外れ値を消去したグラフは見やすいようにそれぞれ y 軸方向に 0.1 ずつずらして描画していく、下のグラフから a が増大していく。このグラフでは $0 \leq a \leq 20$ では閾値が厳しすぎて外れ値以外の値も消去してしまっていることがわかる。さらに、 $70 \leq a$ では $t = 0.75$ 周辺にある外れ値を許容してしまったためにその後の外れ値でないデータを外れ値とみなしてしまっている。しかし、 $30 \leq a \leq 60$ では外れ値のみを消去している。このため、今回の動画解析では $m = 0.001, M = 0.5, a = 45$ とした。

2.3.4 外れ値の判定

外れ値の判定 O は、 x_i が外れ値である場合に 1、そうでない場合に 0 を出力する式(10)で行える。

$$O = \begin{cases} 0 & (|x'_i - x_i| \leq T) \\ 1 & (|x'_i - x_i| > T) \end{cases} \quad (10)$$

2.4 平滑化

時間に対する位置と速度のデータについては、後に擬似的な微分の処理(微分処理)に入るため、外れ値ではないデータでも軽微な誤差が含まれていると、微分処理をしたときに値が大幅に理論値とずれることがある。例を図6と図7に示す。

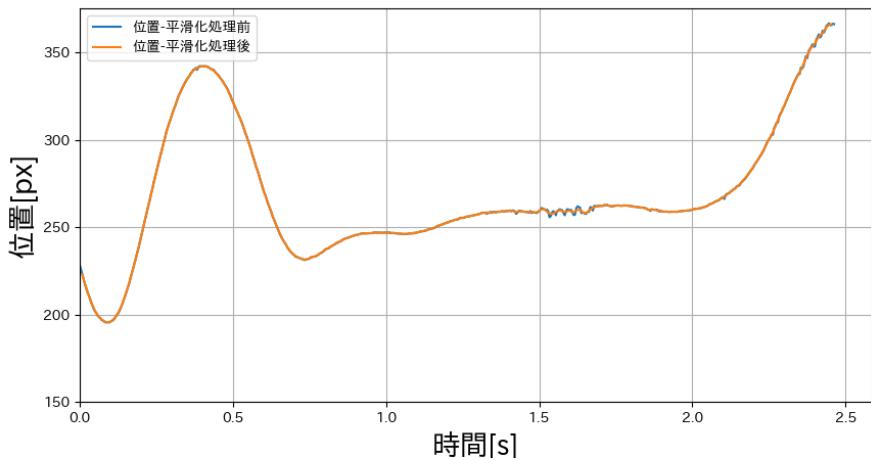


図 6: 微分処理前(位置)

⁴ M について、 $t_i - t_{i-1}$ が大きくなった場合には微分係数を使用した予測値 x'_i はあまり信頼性がないために大きく設定した。

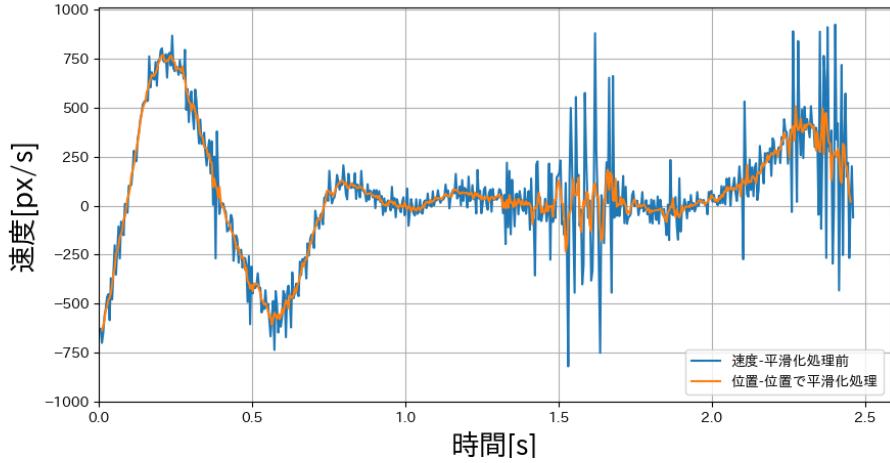


図 7: 微分処理後(速度)

図6は微分処理前(位置)のグラフである。青色が平滑化前、橙色が平滑化後である。グラフに大差はないように見える。しかし、図7では平滑化していない青点はばらつきが大きい反面、位置を平滑化した橙点では、全体的な傾向がよく見えるようになっていることがわかる。

本システムでは平滑化に5回の移動平均を使用した。実装にはnumpy[2]というライブラリを使用した。移動平均については図8のように、 n 回の移動平均をとる場合に x_i について式(11)で表される x'_i への変換を施したデータとなる。

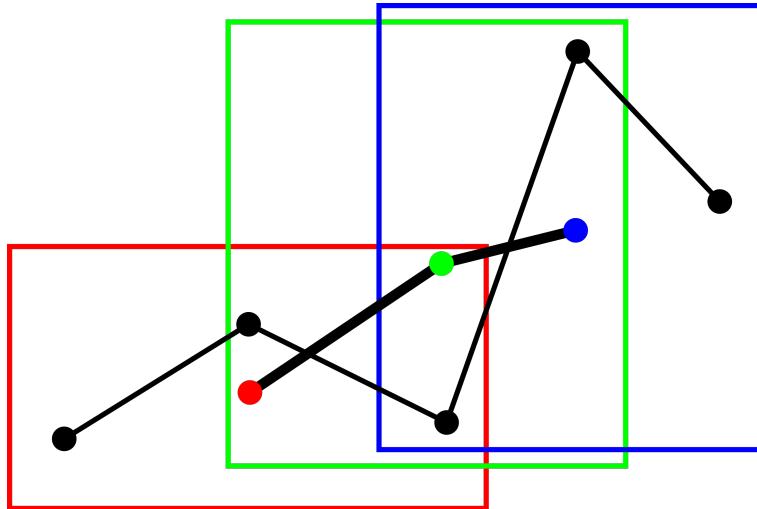


図 8: 移動平均(3回)の概要

$$x'_i = \frac{1}{n} \sum_{k=i-\frac{n-1}{2}}^{i+\frac{n-1}{2}} x_k \quad (11)$$

なお、図8で黒点が元データであり、赤→緑→青の順で式(11)における i が進んでいく。

本プログラムでは5回の移動平均を使っているため、データ数は前後2つずつ少なくなっている。

2.5 速度と加速度の算出

物理現象を解明するには位置の情報以外にも速度や加速度の情報があると便利だと考えた。そこでここでは動画の解析と種々の変換によって出力された、時間と位置を紐づけたデータを使用して擬似的な微分を行い、速度と時間、及び加速度と時間を紐づけたデータを作成した。

2.5.1 時間に対する速度と加速度のデータの作成

位置の情報について時間で微分することである時間における速度を算出できる。また、さらに時間で微分することで加速度も算出できる。微分処理には2.3.1節と似たような方法を使用した。

ある時刻と位置のデータ (t_i, x_i) について、(x 軸方向の) 速度 v_i 、及びそれに紐づく時刻 t'_i はそれぞれ式(12)、式(13)で求められる。なお、 $i \geq 1$ である。

$$v_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (12)$$

$$t'_i = \frac{t_i + t_{i-1}}{2} \quad (13)$$

なお、速度のデータは微分処理の後、2.4節の方法で平滑化している。

同じように、 $j \geq 1$ で速度のデータ (t_j, v_j) について、加速度 a_j 、及びそれに紐づく時刻 t''_j はそれぞれ式(14)、式(15)で求まる。

$$a_j = \frac{v_j - v_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \quad (14)$$

$$t''_j = \frac{t'_j + t'_{j-1}}{2} \quad (15)$$

2.5.2 抗力と速度に関するデータの作成

一般に、流体による抗力は速度と密接な関係を持っている[3]。そのため、抗力と速度を関連付けたデータを作成しておくと便利と考えた。抗力は物体の加速度のデータから運動方程式によって算出できる。

2.5.1節では速度と時間、及び加速度と時間に関するデータを作成した。そのため、時間を媒介して速度と加速度を紐付けるデータが作成できると考えた。しかし式(13)や式(15)からわかるように、速度と加速度についてそれぞれが所持する時刻のデータ t'_i と t''_j が完全に一致することはない。そこで、 $t''_{i-1} < t'_j < t''_i$ となる t'_j を見つけることで、加速度 (t''_i, a_i) を式(16)にて近似的に加速度 (t'_j, a'_i) と変換できる。

$$a'_j = \frac{(t'_j - t''_{i-1})a_i + (t''_i - t'_j)a_{i-1}}{t''_i - t''_{i-1}} \quad (16)$$

式(16)は、図9で $x : y = t''_i - t'_j : t'_j - t''_{i-1}$ となる点を a'_j とすることを表している。

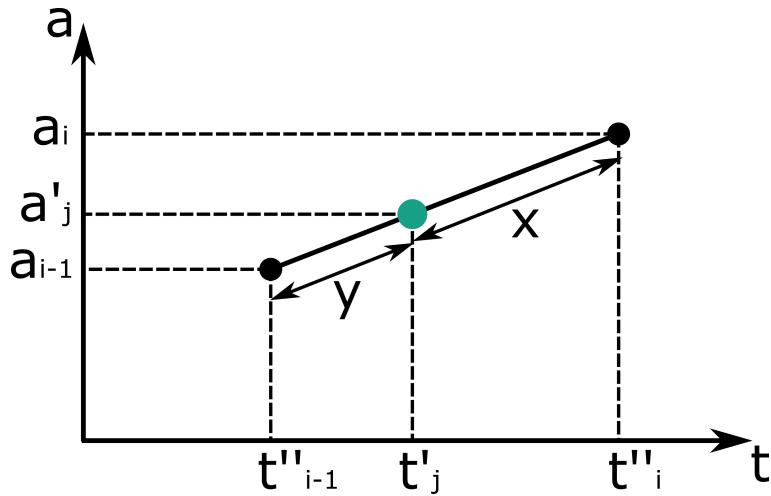


図 9: 加速度の値の変換

式(16)によって得られた加速度のデータをから物体にかかる重力と浮力の影響を削除し、運動方程式を用いて抗力 F のみを算出する式(17)を作成した。

$$F_i = -m \left(a'_i - \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} g \right) \quad (17)$$

なお、 ρ_o, ρ_w はそれぞれ物体と水の密度、 g は重力加速度である。また、式全体に -1 を掛けているのは、加速度のデータは鉛直下向きが正であったが、抗力のデータでは鉛直上向きを正とするのが妥当であると考えたからである。

2.6 グラフの作成

本節では、様々な処理を施したデータを可視化するために、データをグラフにすることについて説明する。

扱うデータが膨大なため、グラフ作成には matplotlib[5] というライブラリを使用し、自動で行った。

2.6.1 作成したグラフの種類

前節までで作成したデータを使い、以下のグラフを作成した。

1. 位置と時間のグラフ (x-t 図)
2. 速度と時間のグラフ (v-t 図)

3. 加速度と時間のグラフ (a-t 図)

4. 抗力と速度のグラフ (F-v 図)

上記に加え、同じ条件で何回も実験を行った場合には全ての実験のデータを重ねて上記のグラフに描画する機能も実装した。

なお、グラフの画像には実験を行った日付や水温などの情報も自動で併記するようにした。

2.6.2 近似式の作成

一般にレイノルズ数が適当な場合に、物体の流体から受ける抗力は物体と流体の相対速度の1乗や2乗に比例する[3]。物体の抗力は運動方程式より、物体の加速度に比例するため、F-v図について2次関数で近似した式を作成し、グラフに表示した。例として、2次関数のデータにノイズを混ぜたものを2次関数で近似した例を図10に挙げる。

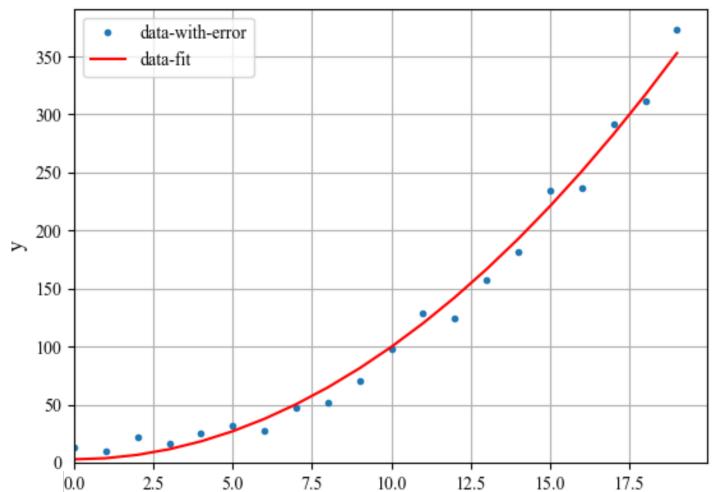


図 10: 近似の例

なお、近似式の作成にはSciPy[6]というライブラリを使用し、最小二乗誤差法⁵を用いて近似した。

2.6.3 同条件異実験での平均データの作成

同じ条件で何度も実験を行った場合には、実験で得た全てのデータをもとに、その条件でのデータの平均的なグラフを求められると便利である。

そこで、ある一定の時間区間に入るデータ全ての平均値を区間の中心の時間での平均データとする処理を行った(図11)。

⁵近似式と各データの2乗誤差の平均が和が最小になるように近似式を決定する。

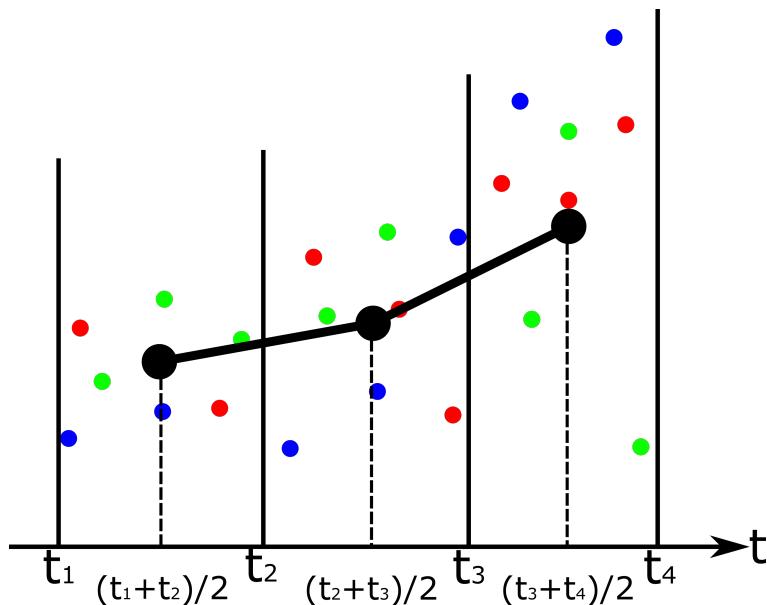


図 11: 平均データの算出

図 11では、赤、緑、青の、同条件で行った別々の実験のデータについて、一定区間に
入る全てのデータの平均値を黒丸で区間の中心に示している。

今回は一定区間の大きさは 0.005[s] とした。なお、F-v 図では、一定区間を 0.05[m/s] と
した。

2.7 Excel との連携

解析する動画の情報や解析に必要な物理量は全て Excel に記載することにしたので、本
プログラムと Excel が連携すると便利である。本プログラムでは、以下の機能を実装した。

1. Excel のシートに記述した作業リスト、及び解析に必要な物理量を読み込む
2. 解析結果を Excel の解析結果シートに貼り付け、保存する

これにより、多数の動画を撮影したとしても、動画の編集と作業リストの作成をするだ
けで、グラフと解析結果の数値が Excel に得られるようになった。

なお、Excel との連携には OpenPyXL[?] というライブラリを使用した。

2.8 検証

本節では、作成したシステムを用いて自由落下の観測を行い、グラフの形を確認したり
重力加速度の数値を算出したりすることで本システムの有用性の確認を行った。

図 12は、水による屈折 (2.2.3節) と近似式 (2.6.2節)、異なる実験の平均データの作成
(2.6.3節) の機能を除き、物体の落下する様子を撮影した動画を解析した結果のグラフで
ある。

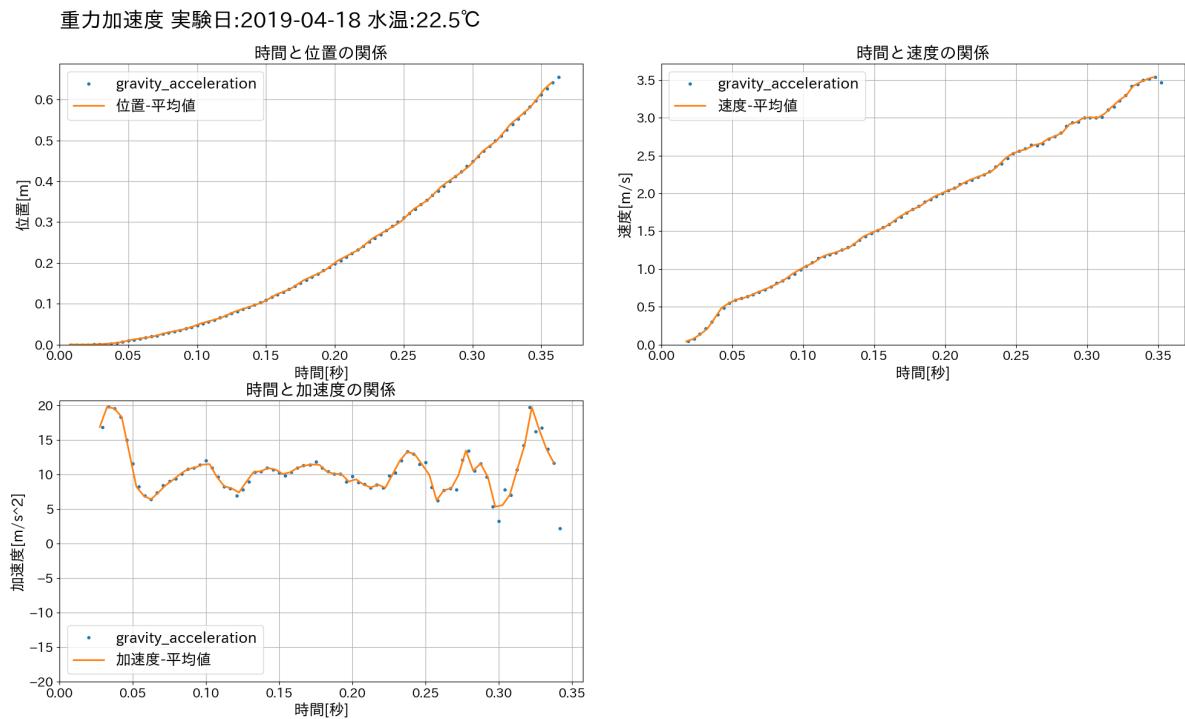


図 12: 重力加速度の計測

x-t 図では(0,0)を通る2次関数、v-t 図では(0,0)を通る1次関数、a-t 図では加速度 $a = 9.8$ を満たすような直線となっていることが確認できる。

なお、重力加速度として加速度のデータの上下約12.5%を除いた、中央75%の値の平均値を算出したところ、 $9.84[\text{m/s}^2]$ という値が算出され、これは理論値である $9.80[\text{m/s}^2]$ に十分近いと判断した。

2.9 本節の結論

本節では、実験をカメラで撮影して解析するためのプログラムを制作し、その有用性を自由落下の観測により検証した。動画解析を自動で行うことは、解析に要する時間の短縮、及び解析結果として得られるデータの膨大さという点で優れている。また、プログラムを自ら制作することにより、本実験に即した処理方法を実装できた。これは例えば、水による屈折の考慮や外れ値の判定、近似式の描画、考察に便利なグラフの描画である。

3 水中の球体の落下運動

3.1 目的・概要

本レポートが最終的に目指す成果は円錐状物体の抗力のモデル化である。3節では円錐状物体の抗力のモデル化への信頼性を高める予備実験を行い、抗力がすでにモデル化されている物体を使用して理論式と合致するかを検証することで、今回の実験設備を用いる上で特に注意すべきことがあるかどうか、また、それは何なのかを考察することを目的とする。

本実験の結果により、今回の実験で用いた手法で概ね理論通りの数値が出ることがわかり、実験手法に対する信頼性が保証された。また、実験では水による抗力だけでなく、水と容器の壁との間の摩擦も物体の挙動に影響を及ぼすこと、その影響を考えなくてはならないのは物体の速度がある数値以上大きくなつた場合であるとわかった。

3.2 手法

実験の様子は2.2.3節の図2の通りである。実際の写真を図13に示す。



図 13: 実験の様子

アクリルの筒状の容器(図14)に水を入れ、その中で球体を落下させ、その様子をカメラで撮影した。映像は 512x384[px]、240[FPS] で撮影した。

球体は鉄製のものにラッカースプレーで色をつけたもの(図15)を使い、初速度が完全に 0 となるよう、電磁石(図16)を使用して吊り上げ、電源を切ることで落下を開始させた。

また、水の粘性係数や密度は温度によって変動するため、実験前には温度計で水の温度を計測した。

水を入れ、物体を落下させる容器には図14の容器を使用した。これはアクリルの筒にアクリル板で蓋したものである。容器は内径 0.643[m]⁶、高さ 0.500[m] である。

⁶この値はアクリルの厚さも含めて2.2.3節(水による屈折の考慮)での r として処理に使用する



図 14: 物体を落とす容器



図 15: 使用した球体



図 16: 電磁石を使用した落下装置

具体的な実験の手順を以下に示す。

最初に行う手順

1. 容器に水を入れ、室温でしばらく放置して水温が安定するのを待つ。
2. 記録用のデジタルカメラを三脚に取りつける。
3. 容器の底にペットボトルを加工した容器に紐をつけて沈める(落下させた物体を水を取り替えずに回収するため)。
4. カメラの電源を入れ、容器の横に置いたものさしの目盛りを使って、画面の幅(縦)が何メートルに当たるのかを計測する(2.2.2節図2での H を測定する)。
5. 水温を計測する。

実験中に繰り返し行う操作

1. 電磁石の電源を入れ、着色した鉄球を吸着させる。
2. 電磁石と鉄球を容器の上部に取り付ける(鉄球を落下させるときに泡が混入しないよう、鉄球が完全に水面下にあるように調整した)。
3. 記録用デジタルカメラで記録を開始する。
4. 電磁石の電源を切り、物体を落下させる。
5. カメラの記録を停止する。
6. 沈めておいた容器を使って物体を引き上げる。

実験後に動画解析の前処理として行う操作

1. カメラから動画をコンピュータに読み込む
2. 動画で電磁石の電源が切れた瞬間までをカットする(電磁石と連動してLEDが消えるようにしたので、LEDを目印にした)。
3. 動画で物体が地面などの他の物体に衝突する直前以降の部分をカットする。
4. Excelに作業リスト(動画名や日付、水温、物体の半径等を記述したもの)を作成する。
5. 制作したプログラムを用いて動画解析を行う。

3.3 実験の内容

水中で球体にかかる粘性抵抗 F_V 、慣性抵抗 F_I はそれぞれ式(18)、式(19)で与えられる [3]。

$$F_V = 6\pi b\eta v \quad (18)$$

$$F_I = \frac{1}{4}\pi\rho_w b^2 v^2 \quad (19)$$

ただし、 b は球体の半径、 v は物体の速度、 η, ρ_w はそれぞれ水の粘性係数と密度である。このうち、水の粘性係数 η と密度 ρ_0 についてはほぼ一定であると考えると、変数として球体の半径 b が考えられる。そこで、本節では球体の半径 b を条件として変更し、抗力について式(18)及び式(19)と合致していることを検証した。

使用した小球の名称とその基本的な数値は表1の通りである。それぞれの球体について、5回ずつ落下の実験を行った。

表 1: 実験に使用する球体の半径と質量

名称	半径 [m]	質量 [kg]
球 1	6.25×10^{-3}	8.330×10^{-3}
球 2	8.60×10^{-3}	2.178×10^{-2}
球 3	1.21×10^{-2}	6.080×10^{-2}

3.3.1 理論値の描画

動画解析と共に式(19)によって導かれる理論値もグラフとして描画した。その際、実験時に測定した水温を四捨五入した整数値を使い、代入する η, ρ_w を決定した [8]。

式(19)を使い、運動方程式を解くと位置 x 、速度 y 、加速度 a についてそれぞれ時間 t の関数として式(20)、式(21)、式(22)が導ける [3]。ただし、下向きが正である。

$$x = \frac{16b\rho_o}{3\rho_w} \log \left\{ \cosh \left(\sqrt{\frac{3\rho_w(\rho_o - \rho_w)g}{16b\rho_o^2}} t \right) \right\} \quad (20)$$

$$v = \sqrt{\frac{16\rho_o - \rho_w}{3\rho_w}} bg \tanh \left(\sqrt{\frac{3\rho_w(\rho_o - \rho_w)g}{16b\rho_o^2}} t \right) \quad (21)$$

$$a = \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} g \left\{ 1 - \tanh^2 \left(\sqrt{\frac{3\rho_w(\rho_o - \rho_w)g}{16b\rho_o^2}} t \right) \right\} \quad (22)$$

実験から得られたデータのグラフに上記の式をそれぞれ重ねて描画した。

3.3.2 理論値の選択

今回の実験では理論値として慣性抵抗のみを考慮した式を使用した。この根拠として、物体の速度が速い場合には粘性抵抗よりもはるかに慣性抵抗の影響が大きくなることがある。

一般に、レイノルズ数 R が $R < 1$ でストークスの抵抗法則(球では式(18))、 $10^3 \leq R \leq 10^5$ ではニュートンの抵抗法則(球では式(19))が成り立つ。レイノルズ数は式(23)で与えられる[4]。

$$R = \frac{\rho_w l v}{\eta} \quad (23)$$

ただし、 l は物体の代表的な長さで、その他の文字はこれまでの定義通りである。式(23)について、 $R < 1$ の場合、 $10^3 \leq R \leq 10^5$ の場合についてそれぞれ v について整理すると式(24)、式(25)となる。なお、ストークスの抵抗法則について v_s 、ニュートンの抵抗法則について v_n を用いる。

$$v_s < \frac{\eta}{\rho_w l} \quad (24)$$

$$\frac{\eta}{\rho_w l} \times 10^3 \leq v_n \leq \frac{\eta}{\rho_w l} \times 10^5 \quad (25)$$

これらの式について、20 °Cでの水の密度と粘性係数(それぞれ $9.982 \times 10^2 [\text{kg/m}^3]$ 、 $1.002 \times 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$)を代入し、球の半径について v_s と v_n の範囲を求める表2となる。

表 2: 抵抗法則と物体の速度

球の名称	半径 [m]	v_s [m/s]	v_n [m/s]
球 1	6.25×10^{-3}	$v_s < 8.03 \times 10^{-5}$	$8.03 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 8.03$
球 2	8.60×10^{-3}	$v_s < 5.84 \times 10^{-5}$	$5.84 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 5.84$
球 3	1.21×10^{-2}	$v_s < 4.15 \times 10^{-5}$	$4.15 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 4.15$

表2と実験結果(3.4節)を比べると、水による抵抗は主にニュートンの抵抗法則に従うと考えられる⁷。そのため、今回の実験では慣性抵抗を理論値として採用した。

3.4 結果

実験について球の種類別にまとめたグラフを図17、図18、図19、図20に、3種類の球の結果をまとめたグラフを図20に掲載する。

なお、それぞれのグラフを見比べやすいように、速度と抗力の関係を示すグラフ(右下)以外のグラフは縦軸を揃えてある。以後の実験でも必要に応じてこうした処理をする。

⁷速度が小さい場合にはレイノルズ数 $R < 10^3$ となるが、カメラの FPS の影響で $R < 10^3$ となるような速度は捉えられないことがわかる。

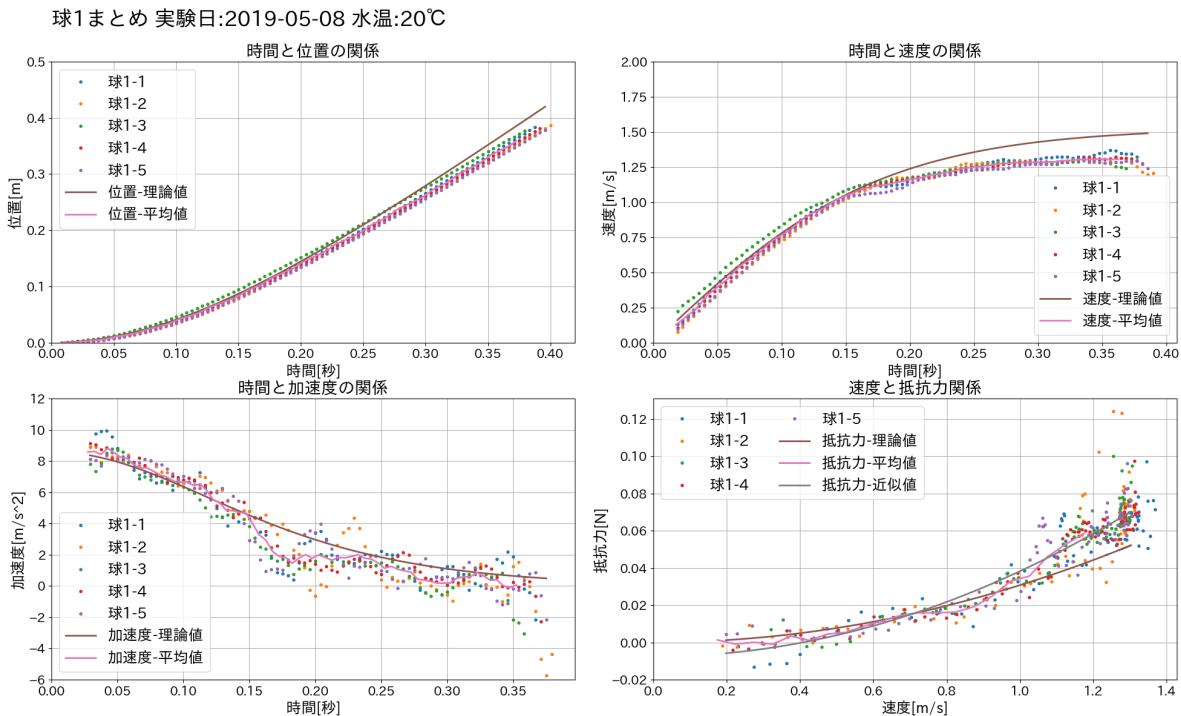


図 17: 球 1 の実験結果

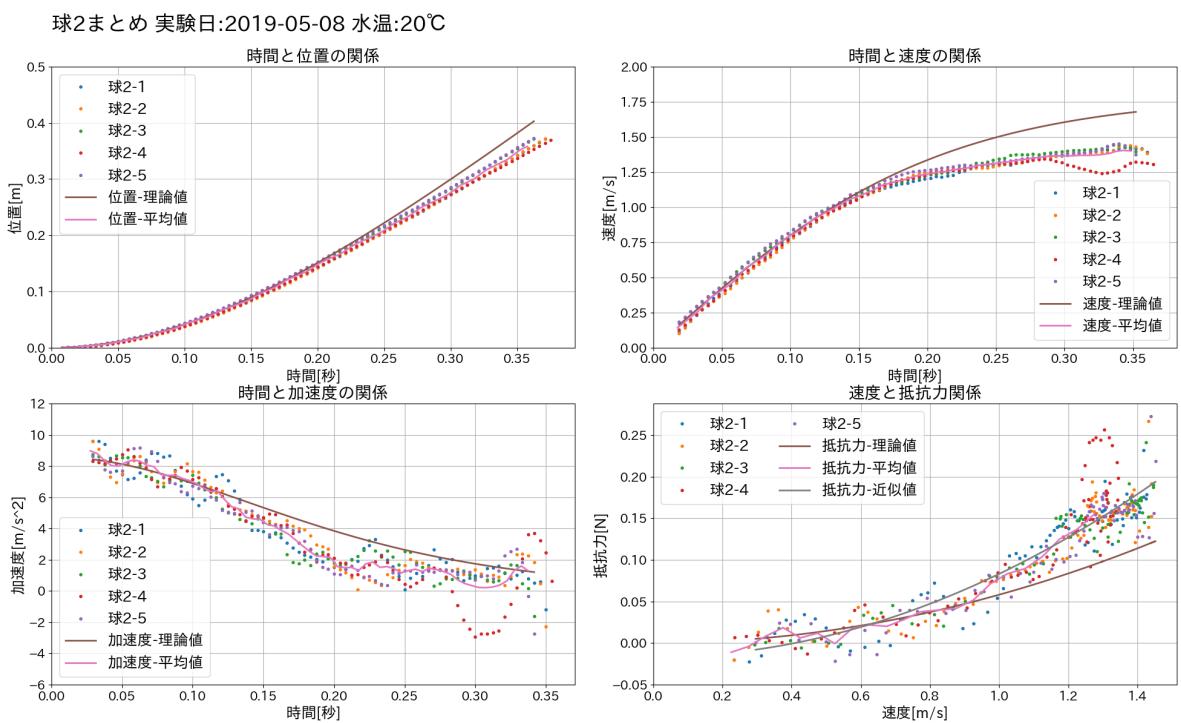


図 18: 球 2 の実験結果

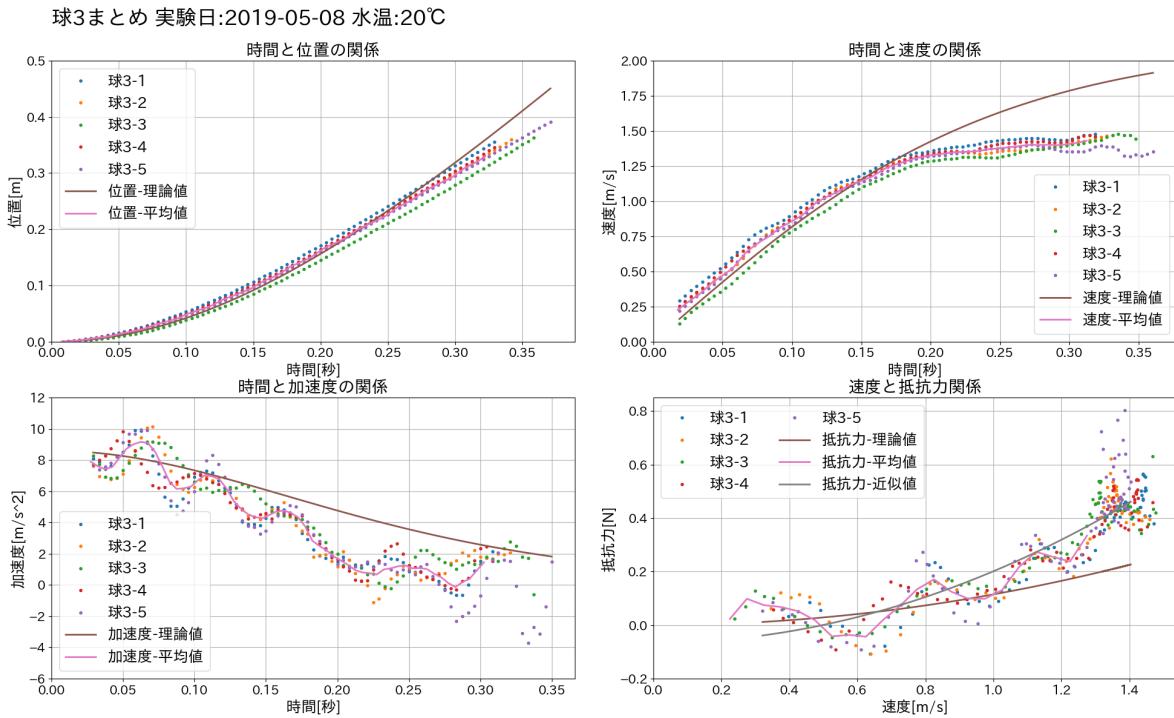


図 19: 球 3 の実験結果

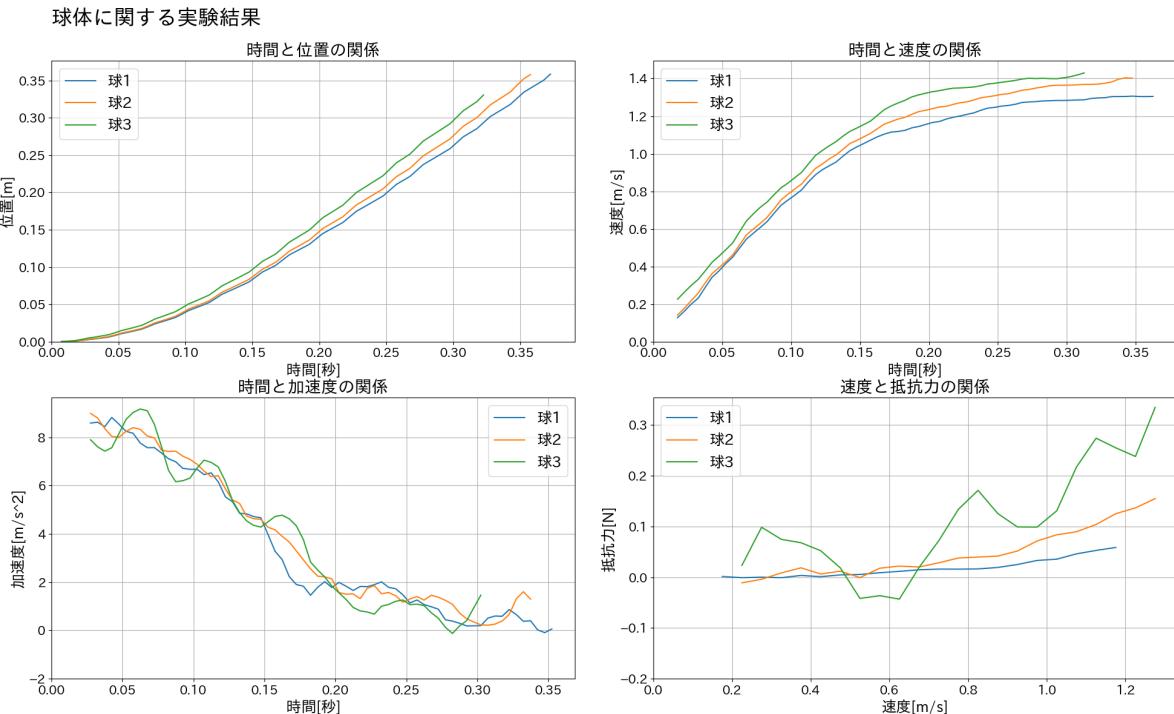


図 20: 各球の平均データ

図17、図18、図19を見ると、いずれも時間が経つにつれて速度が一定の値に収束する傾向にあることがわかる。また、図20を見ると、慣性抵抗の式(式(19))より、抗力は速度の2乗に比例しているであろうことも確認できた。

また、図20を見ると、密度が同じであれば球の半径が大きくなるほど終端速度は大きくなる傾向にあるように思われる。終端速度 v_T は、式(21)で $t \rightarrow \infty$ とした値を考えれば式(26)となる。

$$v_T = \sqrt{\frac{16}{3} \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_w} b g} \quad (26)$$

式(26)より、密度が一定の場合に、球体の半径 b が大きくなればなるほどその物体の終端速度は増加することが確認できる。

3.5 考察-理論値とのずれについて

図17、図18、図19を見ると、速度のグラフにおいて、1.2[m/s]を超えたあたりから慣性抵抗のみを考慮した理論値よりも速度が小さくなっていることがわかる。これの原因として以下の仮説を立てた。

1. 速度が大きくなった場合に、水の密度の均一性が失われた。
2. 実験に用いた容器と水との間の摩擦が影響した。

前者では、物体の速度が大きくなると物体によって前方の水が圧縮され、特異的に水の密度が上昇することが原因と考えている。また、後者では物体が押しのけた水が物体の横を通る際、容器の壁との距離が狭いために容器と水の摩擦によって物体に付加的な抗力が働くと考えたものである。

仮説のうちの前者はニュートンが自身の実験で考察したものである[3]。しかし、前者の実証には必要な設備が不足していると考え、後者の検証のみ行った。

後者の仮説の検証のため、同様の実験を水を入れる容器の半径を変えて行った。使った容器の内径は0.095[m]で、高さは1.02[m]であり、材質は前述の実験と同じくアクリルである。

使った球は前述と同じ球(球1、球2、球3)で、それぞれの球について3回ずつ実験を行った。

3.5.1 追加実験の結果

追加実験の結果を3.4節と同様に図21、図22、図23、図24に掲載する。

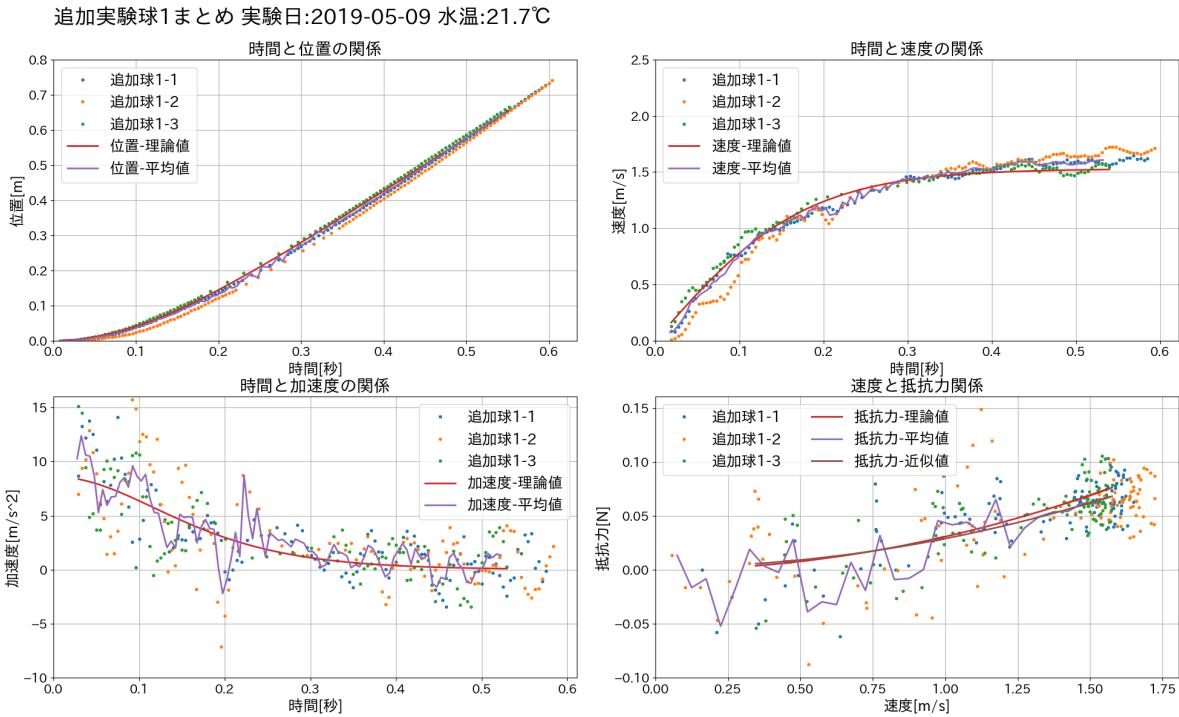


図 21: 追加実験球 1 の実験結果

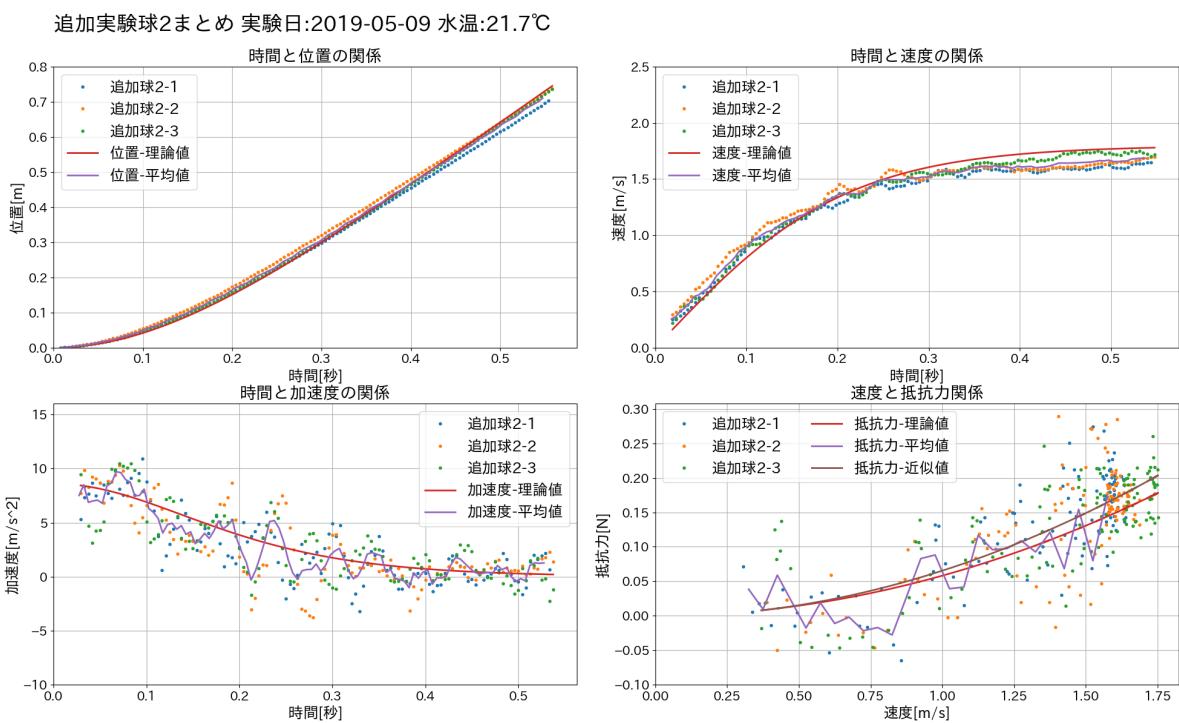


図 22: 追加実験球 2 の実験結果

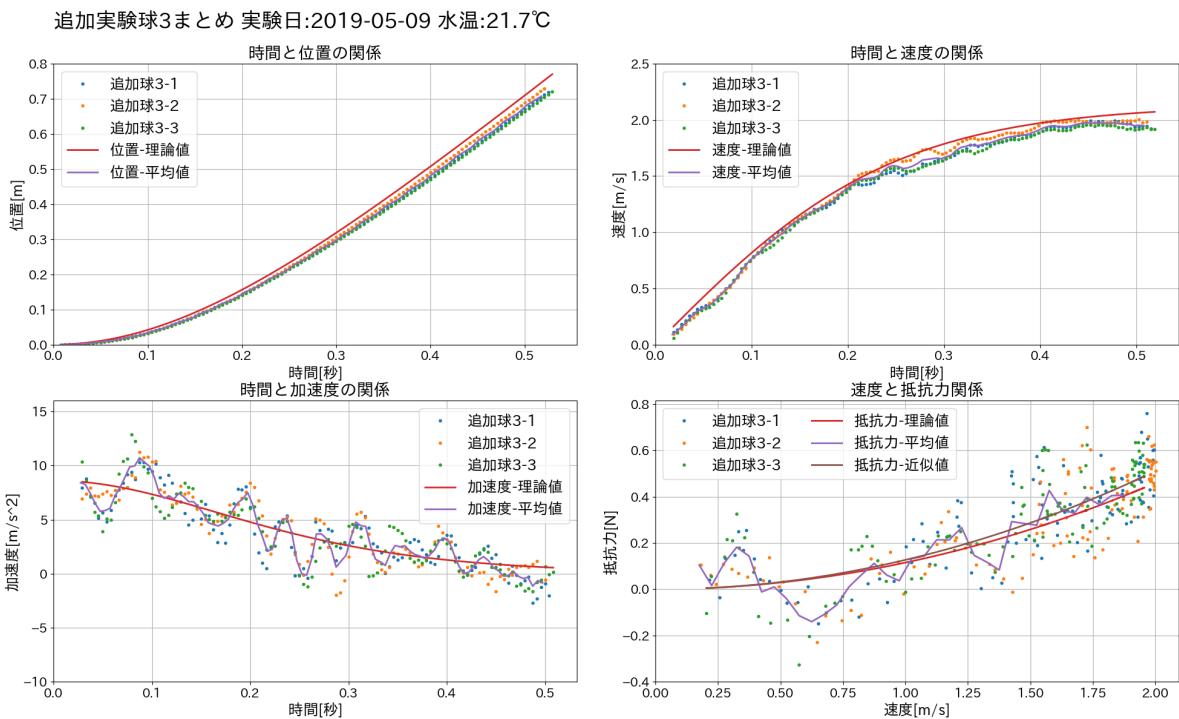


図 23: 追加実験球 3 の実験結果

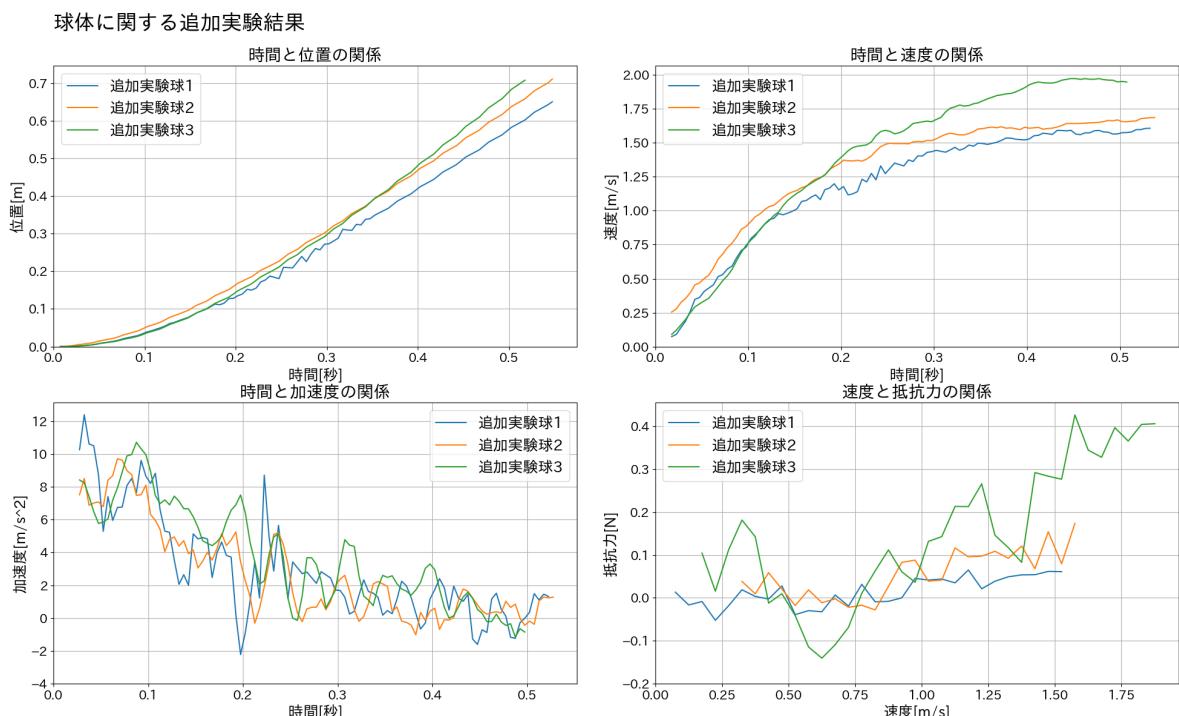


図 24: 追加実験各球の平均データ

図21、図22、図23を見ると、位置・速度・加速度・抗力の全てにおいて慣性抵抗のみを考慮した理論値にかなり近い値が観測された。よって、3.4節での実験結果で速度が大きい場合に速度が理論値よりも小さくなったのは、主に物体を落下させる容器の大きさによるものだと結論づけた。

なお、理論値と実験値を見比べたときに、若干ではあるが球体の半径が大きいほうが、速度の大きい場合に、理論値よりも実験値が小さくなる傾向にあるように思われる。この結果からも、物体にかかる抗力に、物体を落下させる容器の半径が関わっていることが推測される。

3.6 考察-抗力と速度及び球体の半径の関係

式(19)より、慣性抵抗は球体の半径 b の2乗にも比例するとわかる。検証のため、実験結果の信頼性の高い追加実験の各球の平均データについて、横軸を $v^2 \times b^2$ にした時の抗力のグラフを図25に示す。

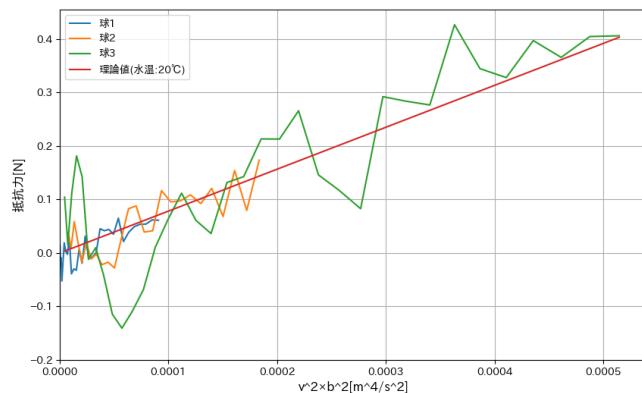


図 25: 抗力と $v^2 \times b^2$ の関係

全ての球において理論値(赤線、水温は20℃として計算)とある程度の合致が認められる。

また、ここで理論値との合致が認められたことは、後述の円錐状物体での抗力のモデル化においての考察の手法への信頼性を裏付けるものとなる。

3.7 本節の結論

本節では、一般的に抗力がモデル化されている球体が水中を落下する際の挙動について実験した。本節は次節で円錐状物体について抗力をモデル化する際の実験手法の信頼性の裏付け、及び実験の際に気をつけるべき点がわかった。

球体に関する実験では概ね慣性抵抗のみを考えた場合の理論値と合致し、理論通りに抗力は球体の半径の2乗や速さの2乗に比例することが確認できた。

また、速度が大きくなった場合には、水を入れる容器と水との摩擦によって物体に付加的な抗力が働くことがわかった。内径 0.643[m] の容器を使用した場合に付加的な抗力が働き始める速度は概ね 1.2[m/s] であった。なお、内径 0.095[m] の容器ではそのような影響は確認できなかった。

4 円錐状物体の水中での挙動の観測

4.1 目的・概要

4節では、3節の実験を踏まえ、まだ抗力についてモデル化されていない物体の抗力をモデル化することを目的とする。

3節では、球体の水中での挙動を観測し、その結果が理論式に合致することを確かめ、また、抗力と $v^2 \times b^2$ のグラフを描画すると、実験誤差はあるものの理論式と同じ傾向を示すことがわかった。

本節以降では、これまでの実験結果を踏まえ、まだ抗力についてモデル化されていない円錐型の物体について、抗力をモデル化する。なお、円錐状物体は全て尖っている方を下にして落下させた。

本節ではまず、落下させる物体の製作をして、実際に落下させる実験をする。

4.2 落下させる物体の製作

落下させる物体の写真を図26に示す。

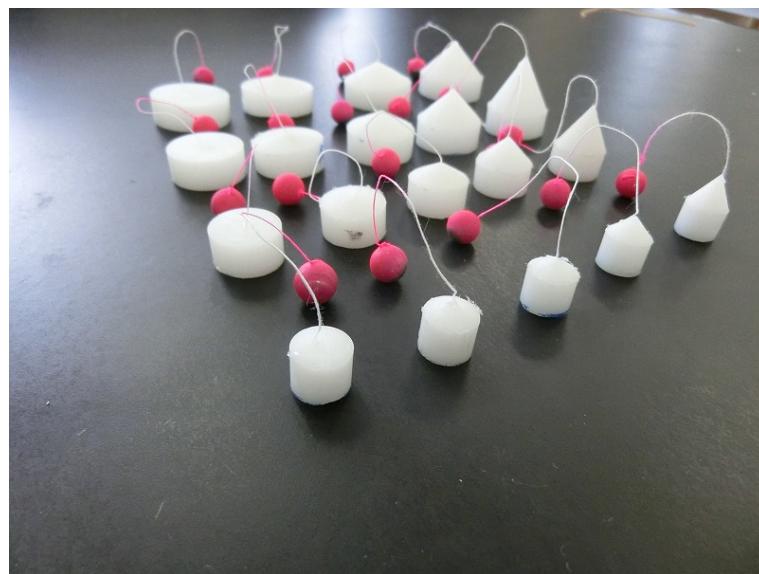


図 26: 落下させる物体

これらの物体はPOM⁸(図27)でできた円錐状物体(白色)に、ミシン糸で鉄球(ピンク色)をつないだ形状をしている。また、電磁石で吊り上げて落下させるために、最後部に鉄製のワッシャを取り付けてある(図28)。

POMの加工について4.2.1節で、鉄球をつないだことに関して4.2.2節で解説する。

⁸ポリオキシメチレン樹脂 (Polyoxymethylene)



図 27: 使用した素材 (POM)

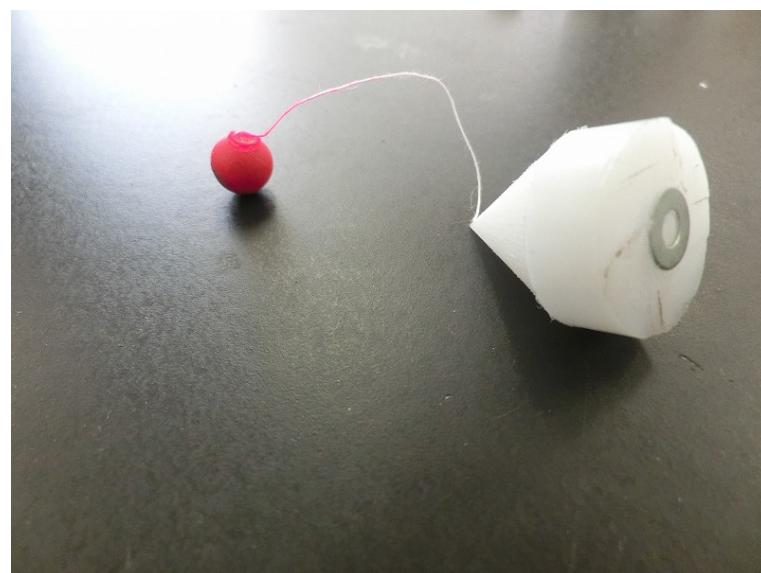


図 28: 使用した物体の外見

4.2.1 加工

加工にはCNC フライス盤⁹(図29)を使用した。また、物体の設計には Autodesk Fusion360(図30)[10]¹⁰を使用した。

⁹自動で切削加工を行う工作機械

¹⁰3D 設計や加工のためのコード生成等を行うソフトウェア

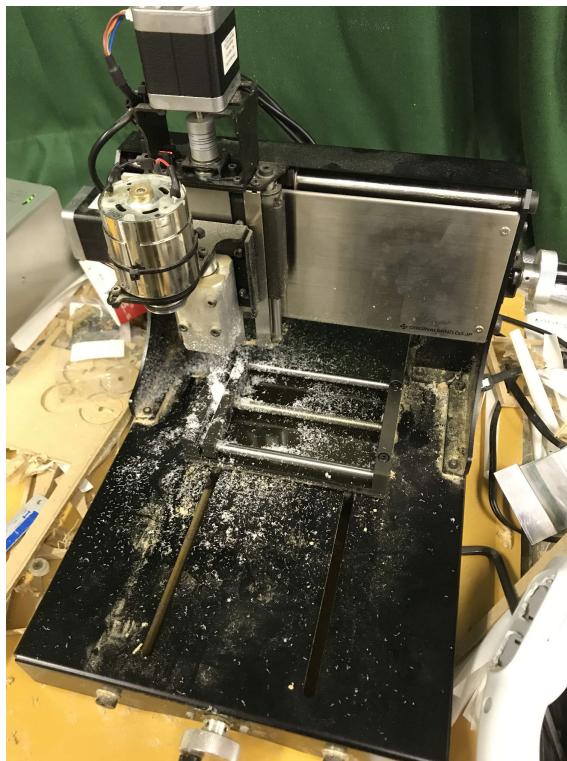


図 29: 使用した CNC フライス盤

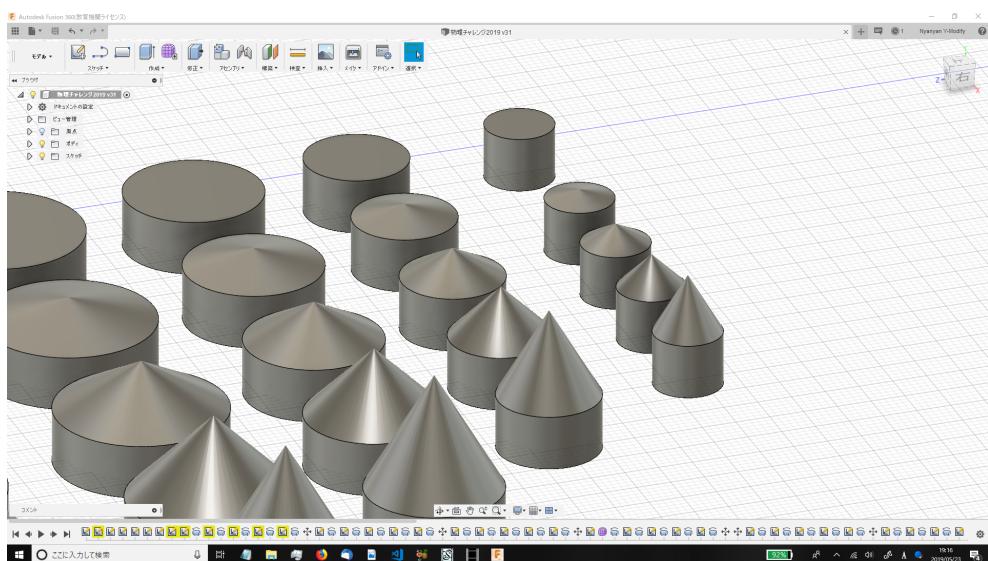


図 30: 設計の様子

4.2.2 挙動の安定化

物体を製作して試みに水中を落下させたところ、落下中に大きく揺れ、ひっくり返ることがあった。そのため、物体の先端に糸をつけ、その端に鉄球をつけることで挙動の安定化を図った。物体は図28のような外見になった。円錐状物体と鉄球とは約 5cm のミシン糸で繋いだ。

取り付けた鉄球は表3のものである。なお、値は10個の球の平均値を使った。

表 3: 使用した鉄球

半径 [m]	質量 [kg]	密度 [kg/m ³]
4.00×10^{-3}	2.23×10^{-3}	8.29×10^3

また、色を付けた球体を取り付けたことで、動画解析でトラッキングする物体としての利用もできた。円錐状物体は角度によって見え方が変わるのでトラッキングするには信頼性が担保されないが、球体であればそのような懸念がないためである。

4.3 落下させる物体

落下させる物体の形状(糸と鉄球を除く)は図31の通りである。全部で19個の物体を作った。

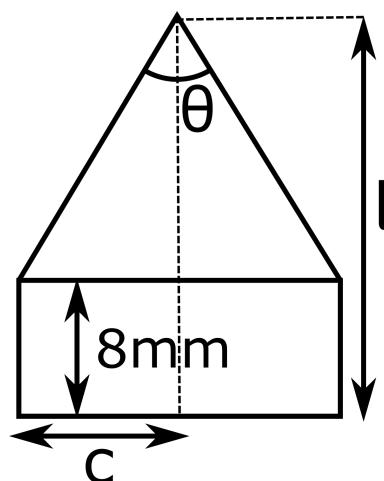


図 31: 落下させる物体の形状

製作した物体の基本的な情報は表4の通りである。直径が25[mm]の物体に頂角60[°]がないのは、CNCフライス盤の加工領域の制約のためである¹¹。なお、投影面積は物体の進行方向に対する投影面積を表す。

なお、円錐状物体の極端な形状として、頂角が180[°]、つまり円柱の物体も製作した。

¹¹CNCフライス盤には、加工できる最大の縦横高さの長さがある。今回は高さが加工領域の限界に達していたため、製作できなかった。

表 4: 製作した物体

物体の名称	半径 c [m]	頂角 θ [°]	投影面積 S [m ²]	最大長 l [m]
10mm-180	1.00×10^{-2}	180	7.85×10^{-5}	8.00×10^{-3}
10mm-150	1.00×10^{-2}	150	7.85×10^{-5}	9.34×10^{-3}
10mm-120	1.00×10^{-2}	120	7.85×10^{-5}	1.09×10^{-2}
10mm-90	1.00×10^{-2}	90	7.85×10^{-5}	1.30×10^{-2}
10mm-60	1.00×10^{-2}	60	7.85×10^{-5}	1.67×10^{-2}
15mm-180	1.50×10^{-2}	180	1.77×10^{-4}	8.00×10^{-3}
15mm-150	1.50×10^{-2}	150	1.77×10^{-4}	1.00×10^{-2}
15mm-120	1.50×10^{-2}	120	1.77×10^{-4}	1.23×10^{-2}
15mm-90	1.50×10^{-2}	90	1.77×10^{-4}	1.55×10^{-2}
15mm-60	1.50×10^{-2}	60	1.77×10^{-4}	2.10×10^{-2}
20mm-180	2.00×10^{-2}	180	3.14×10^{-4}	8.00×10^{-3}
20mm-150	2.00×10^{-2}	150	3.14×10^{-4}	1.07×10^{-2}
20mm-120	2.00×10^{-2}	120	3.14×10^{-4}	1.38×10^{-2}
20mm-90	2.00×10^{-2}	90	3.14×10^{-4}	1.80×10^{-2}
20mm-60	2.00×10^{-2}	60	3.14×10^{-4}	2.53×10^{-2}
25mm-180	2.50×10^{-2}	180	4.91×10^{-4}	8.00×10^{-3}
25mm-150	2.50×10^{-2}	150	4.91×10^{-4}	1.13×10^{-2}
25mm-120	2.50×10^{-2}	120	4.91×10^{-4}	1.52×10^{-2}
25mm-90	2.50×10^{-2}	90	4.91×10^{-4}	2.05×10^{-2}

4.3.1 鉄球にかかる抗力

今回使用する物体は円錐状物体と鉄球をつなげた形をしている。そのため、動画解析によって得られる抗力は、円錐状物体と鉄球の双方にかかる抗力の合力である。最終的には円錐状物体にかかる抗力とその流体内での速度の関係が知りたいため、プログラム内で円錐状物体にかかる抗力のみを計算で求めた。

まず、鉄球にかかる抗力がストークスの抵抗法則(粘性抵抗)なのか、ニュートンの抵抗法則(慣性抵抗)なのかをレイノルズ数による計算で吟味する。使用する式は式(24)と式(25)である。結果を表5に示す。

表 5: 抵抗法則と鉄球の速度

半径 [m]	v_s [m/s]	v_n [m/s]
4.00×10^{-3}	$v_s < 1.25 \times 10^{-4}$	$1.25 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 12.5$

実験結果(4.6節)と比べると、鉄球はニュートンの抵抗法則に従っていると考えて良い。

この場合、円錐状物体のみにかかる抗力 F は、式(27)で算出される。

$$F = (\rho_o - \rho_w)Vg - f - ma \quad (27)$$

ただし、 V は円錐状物体と球体を合わせた体積 [m^3]、 f は球体にかかる抗力 [N](3.3節式(19))、 m, a はそれぞれ物体の質量 [kg] と加速度 [m/s^2] である。

グラフの F-v 図(右下)には、式(27)で算出される抗力を使用した。

4.4 手法

実験手法については球体に関する実験(3.2節)と同じである。なお、円錐状物体は円錐形の部分を下にして落下させた。水を入れる容器は内径 0.643[m]、高さ 0.500[m] のアクリル製容器である¹²。それぞれの物体について 3 回ずつ実験を行った。

4.5 物体の揺れによる速度の変化

試しに 10mm-60 度の物体を使って実験した結果を図32に示す。

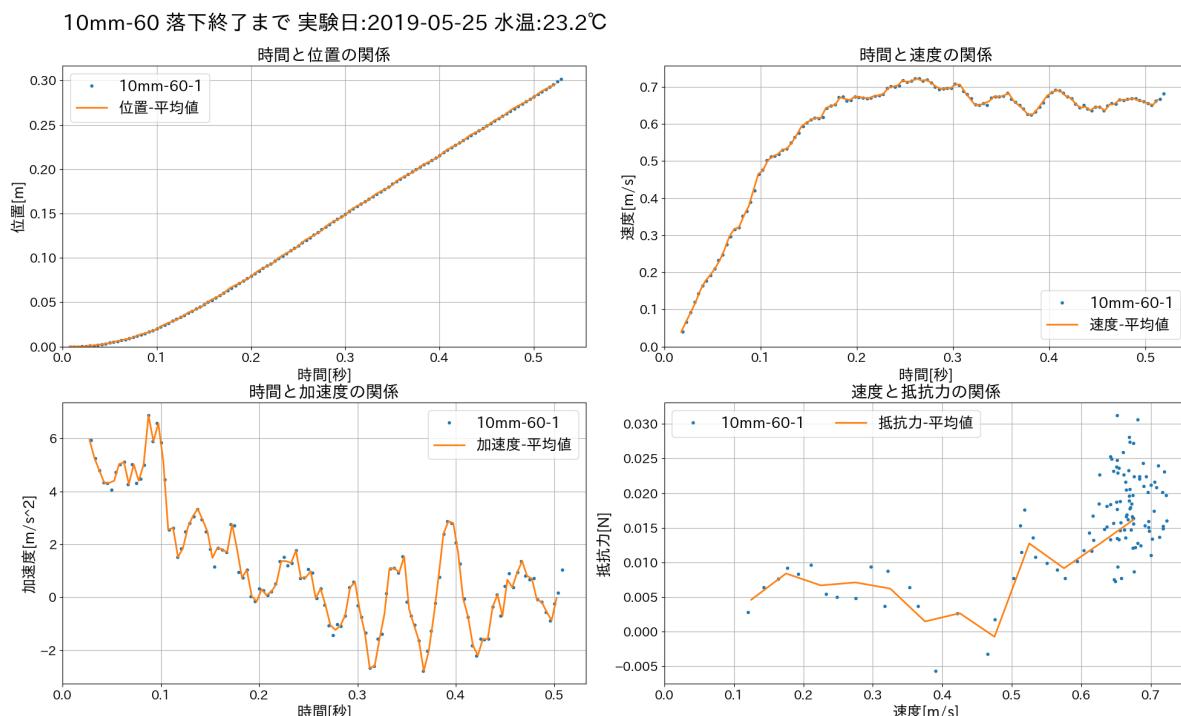


図 32: 物体の揺れによる速度の変化

この結果を見ると、 $t = 0.3[\text{s}]$ 周辺から速度が小さくなり、また、速度が安定していないことがわかる。動画を確認したところ、この時間から物体が大きく揺れ始めていること

¹²3.5節での結果から、速度が 1.5[m/s] を超えるとこの容器では問題があるとわかったが、今回の実験では速度 $v < 1.5[\text{m/s}]$ に収まっているために問題がないと判断した。

がわかった。このことから、物体が大きく揺れると余計な抵抗力が発生し、速度が減少することが考察できる。

そのため、実験結果は物体の落下開始から物体が大きく揺れ始める直前までの動画を解析した結果とした。

4.6 結果

それぞれの物体についての実験結果をまとめたグラフを掲載する。

なお、縦軸と横軸は全て揃えてある。また、F-v 図には 2 次関数で近似した曲線(係数を凡例に記載)もつけてある(5.2節で詳しく解説する)。

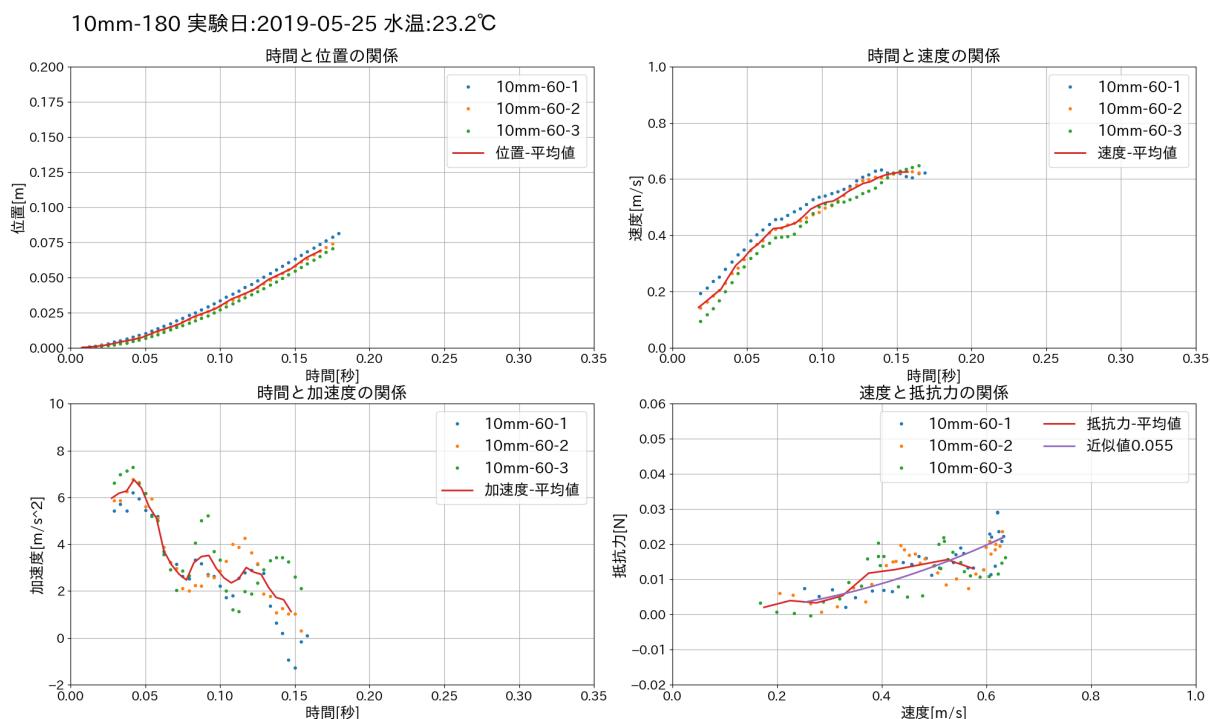


図 33: 10mm-180 度物体の結果

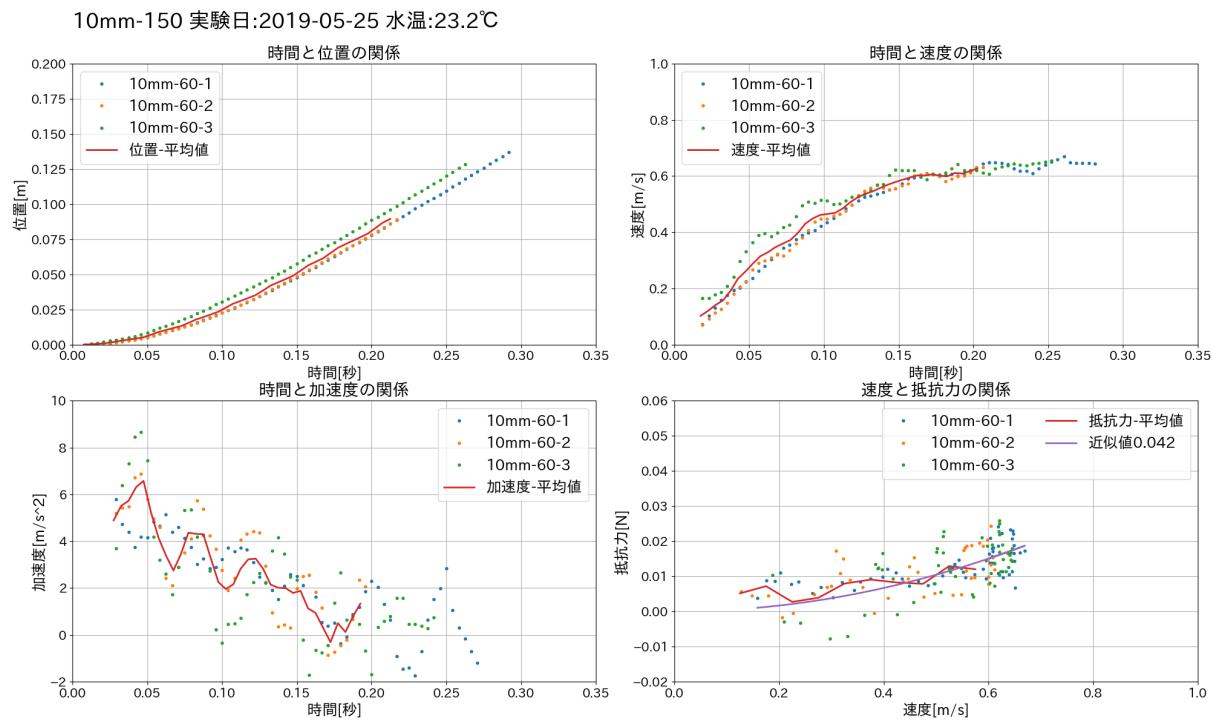


図 34: 10mm-150 度物体の結果

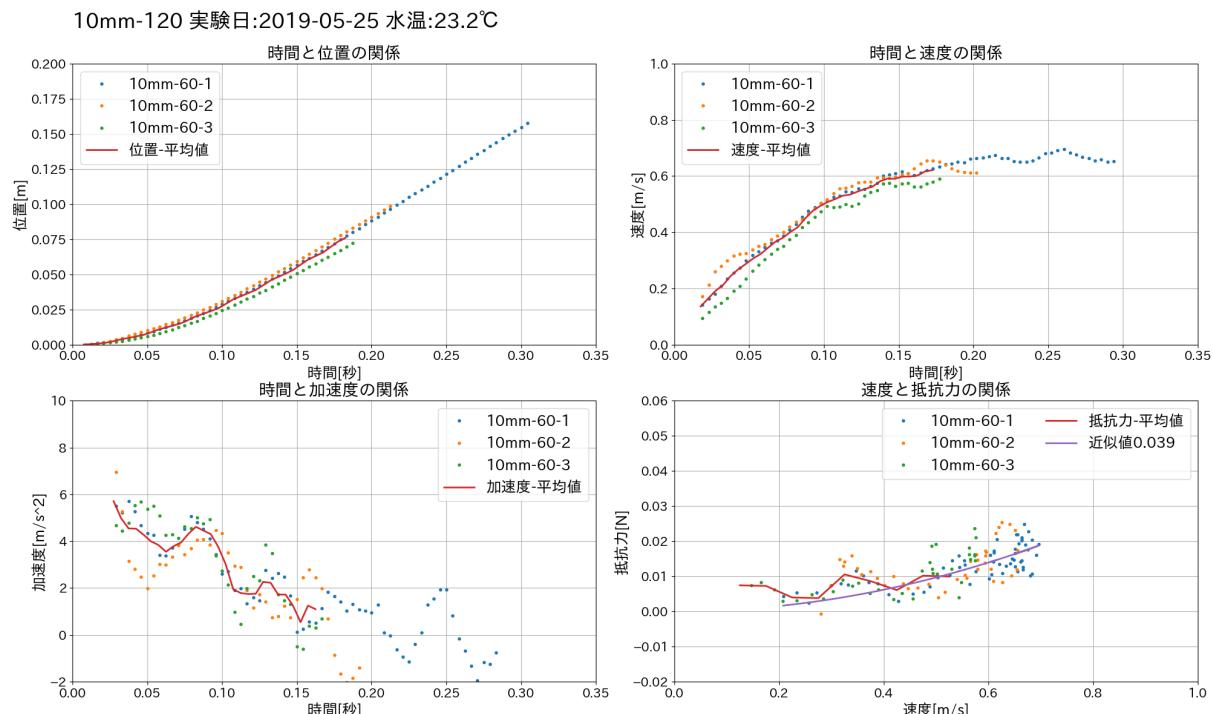


図 35: 10mm-120 度物体の結果

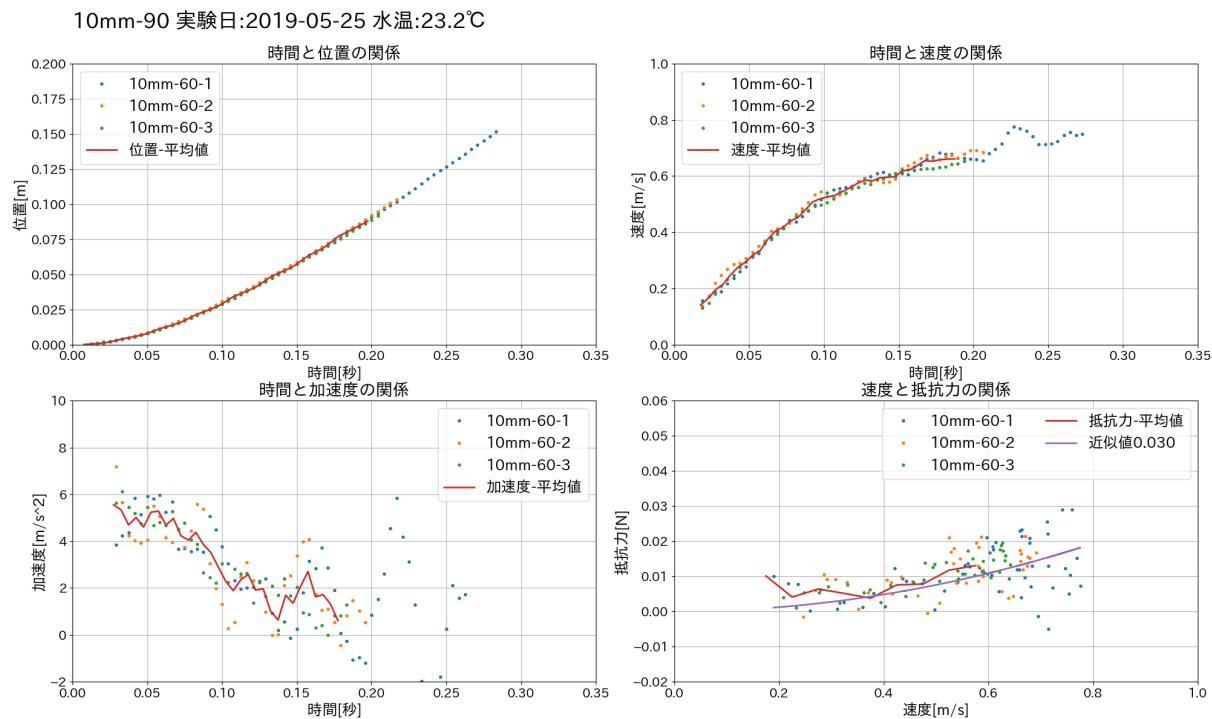


図 36: 10mm-90 度物体の結果

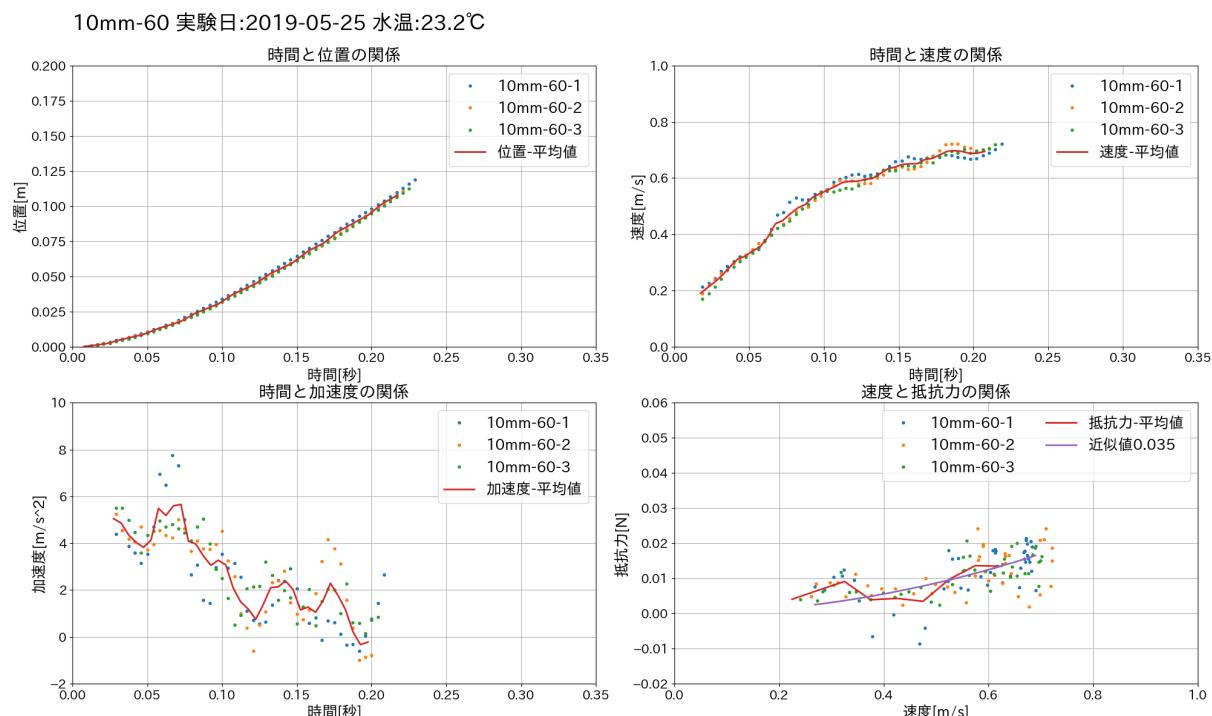


図 37: 10mm-60 度物体の結果

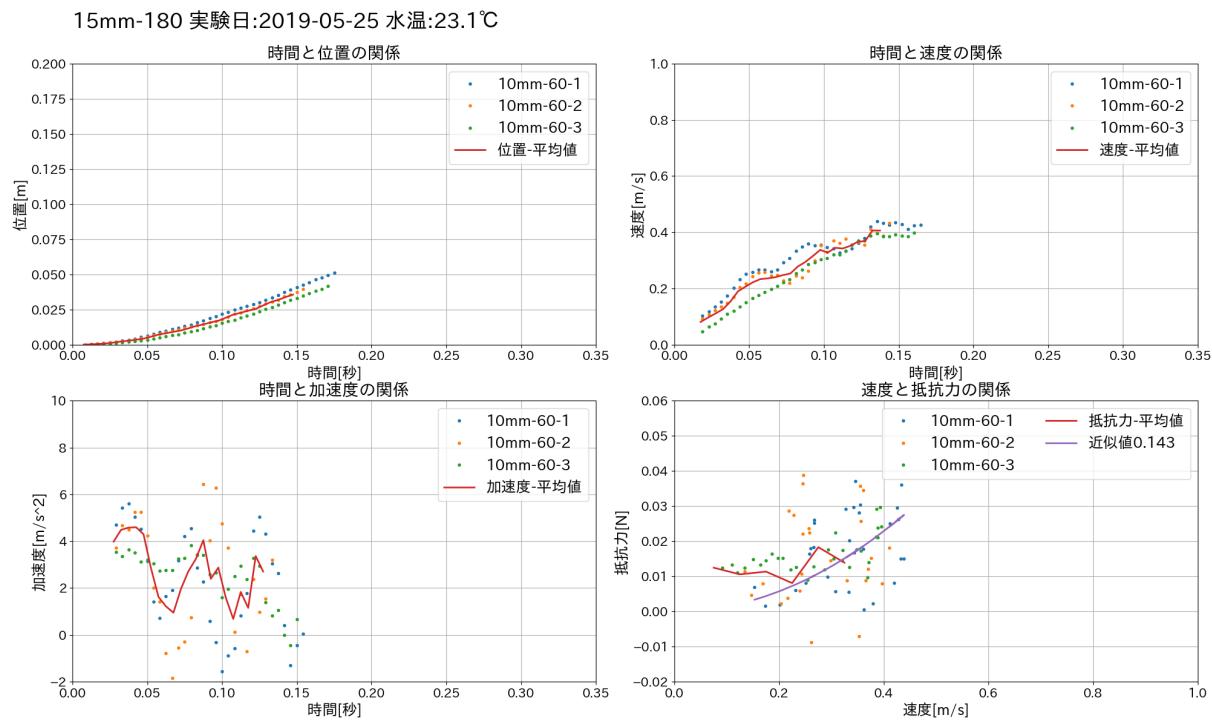


図 38: 15mm-180 度物体の結果

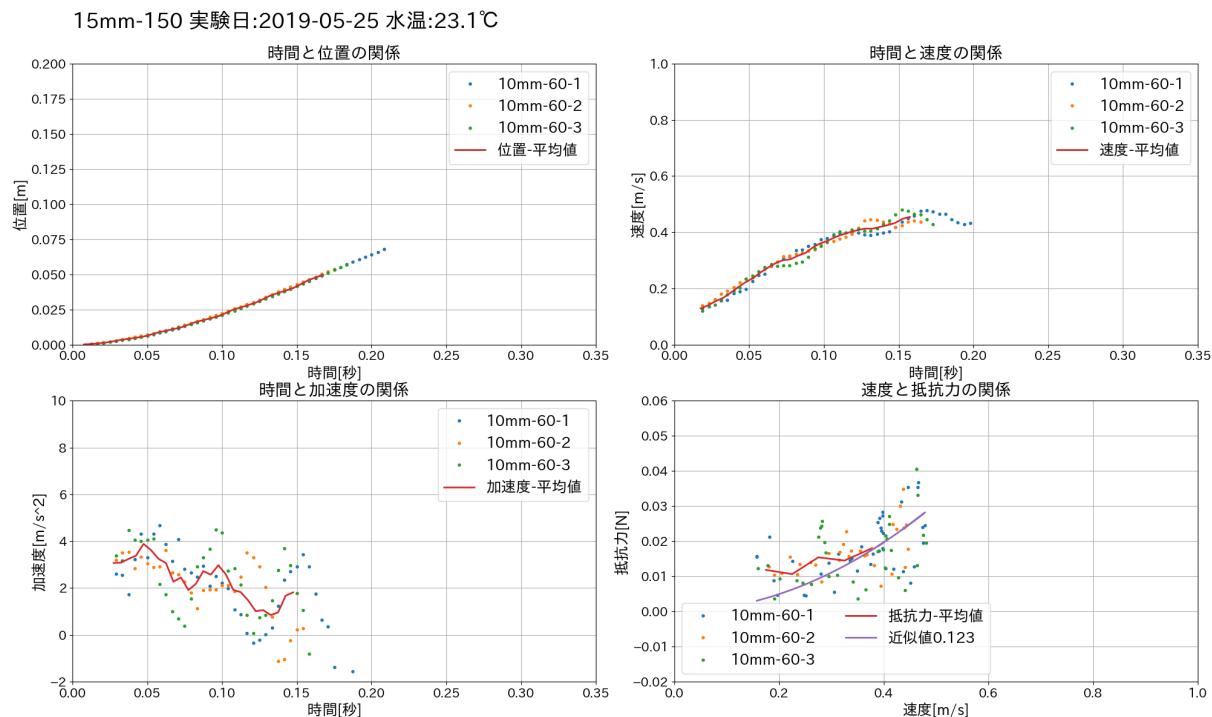


図 39: 15mm-150 度物体の結果

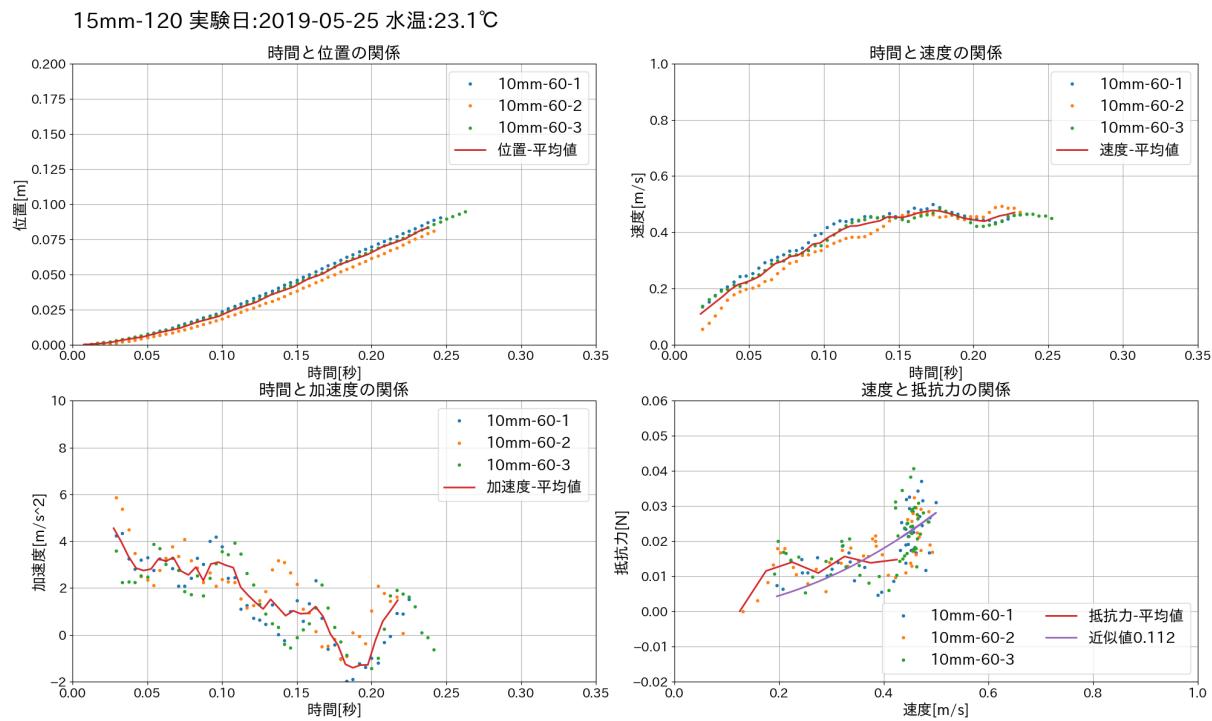


図 40: 15mm-120 度物体の結果

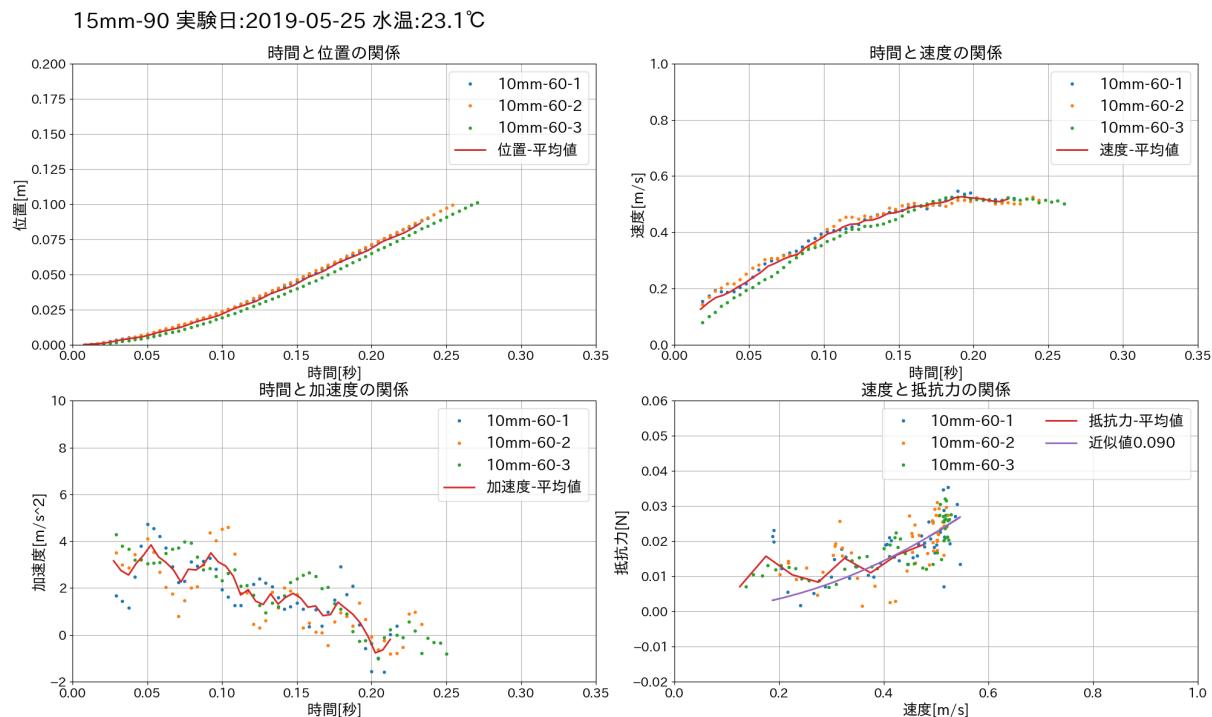


図 41: 15mm-90 度物体の結果

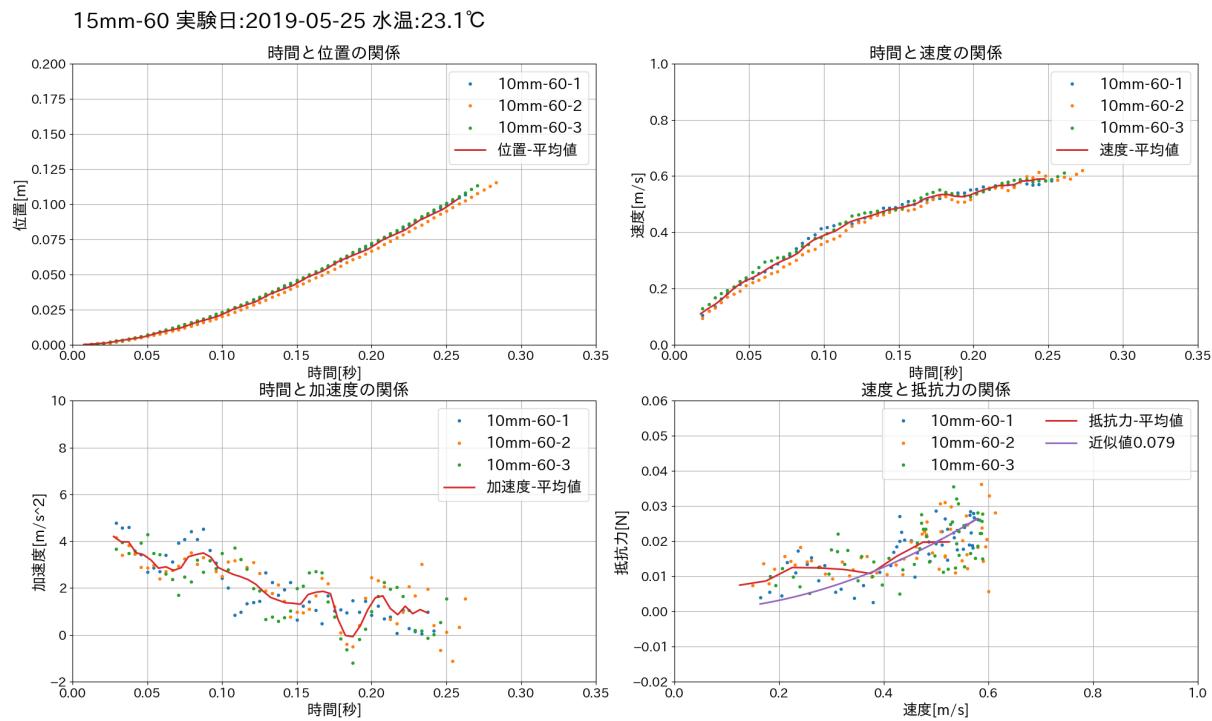


図 42: 15mm-60 度物体の結果

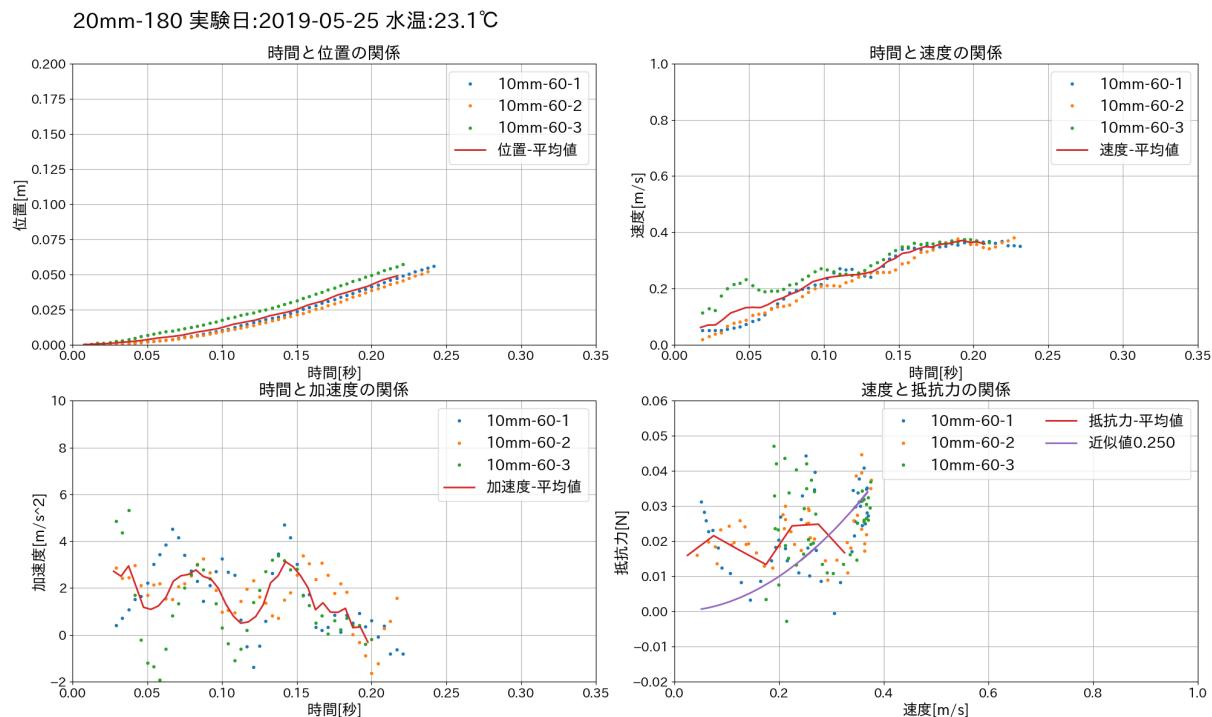


図 43: 20mm-180 度物体の結果

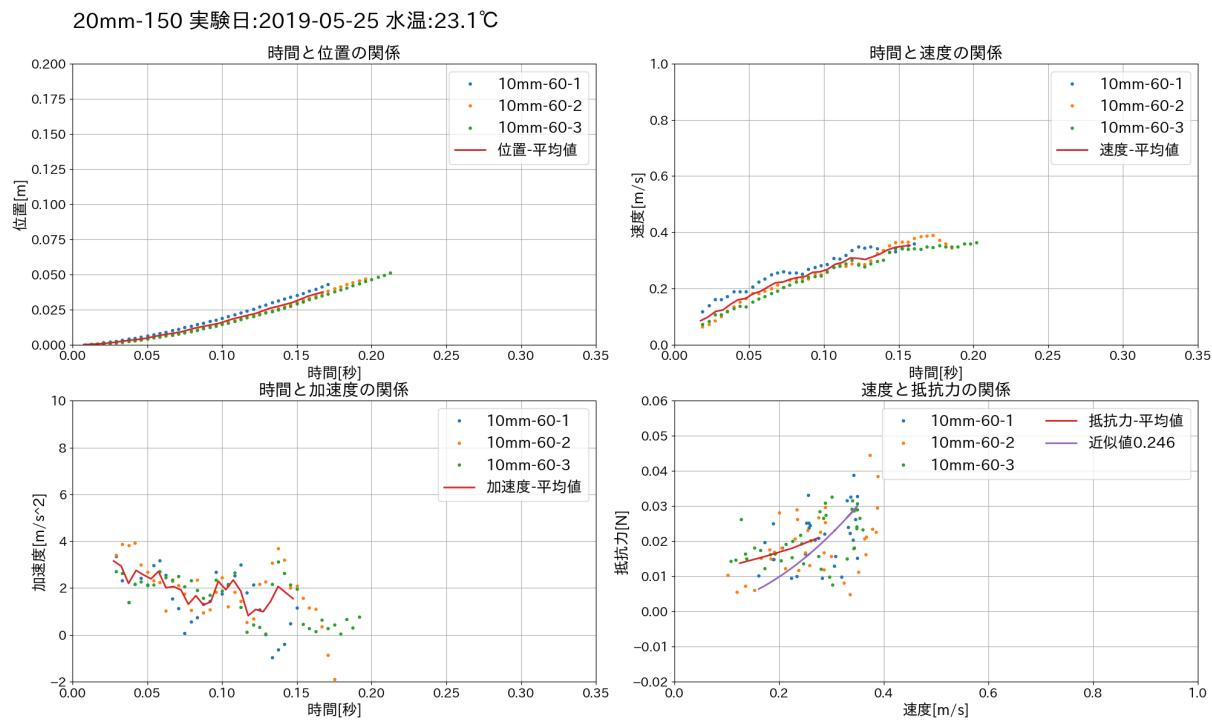


図 44: 20mm-150 度物体の結果

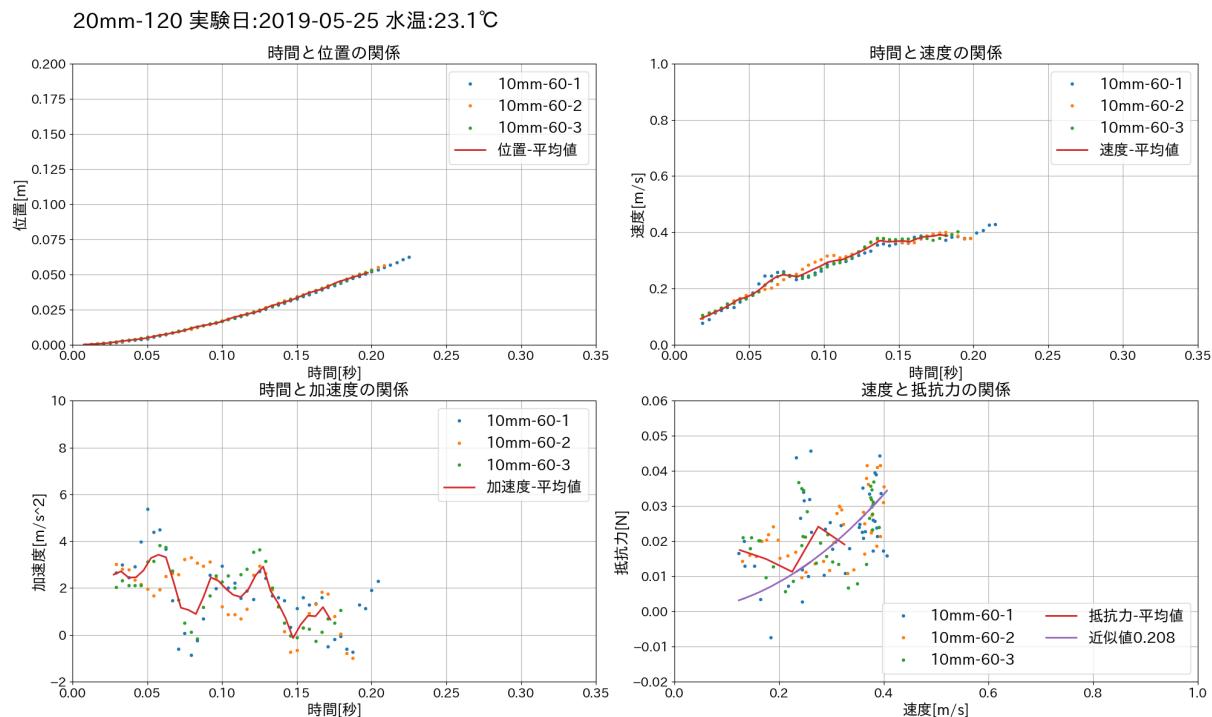


図 45: 20mm-120 度物体の結果

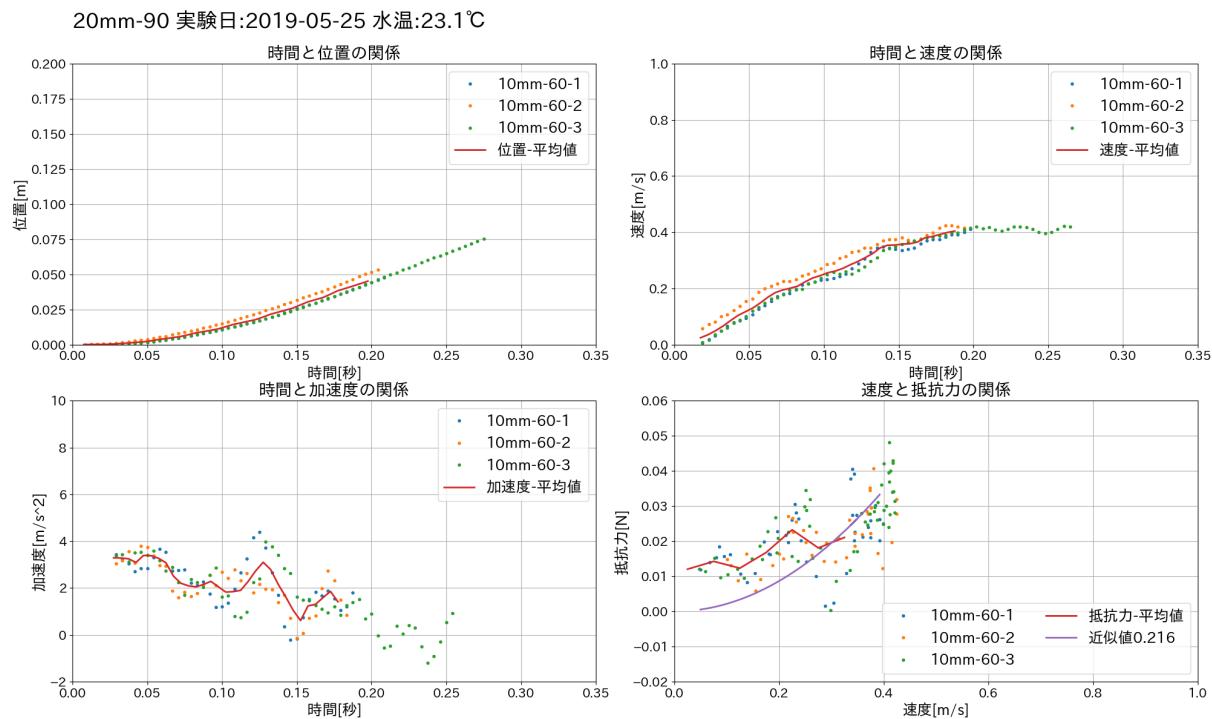


図 46: 20mm-90 度物体の結果

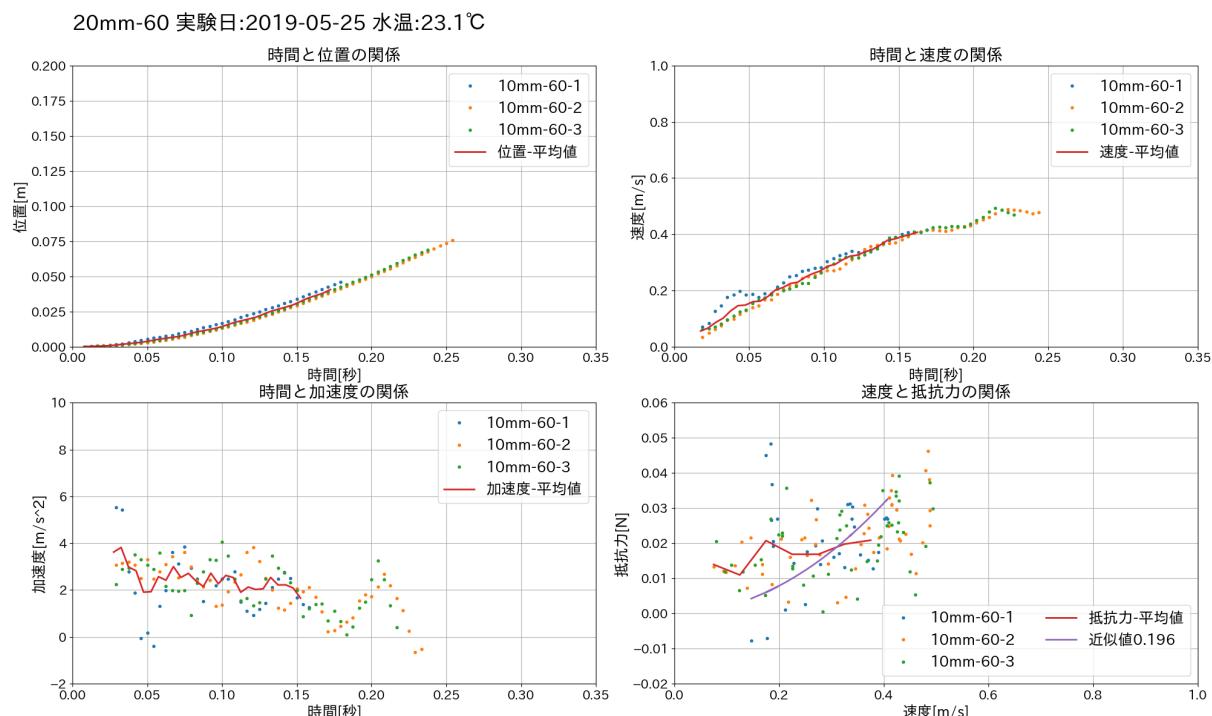


図 47: 20mm-60 度物体の結果

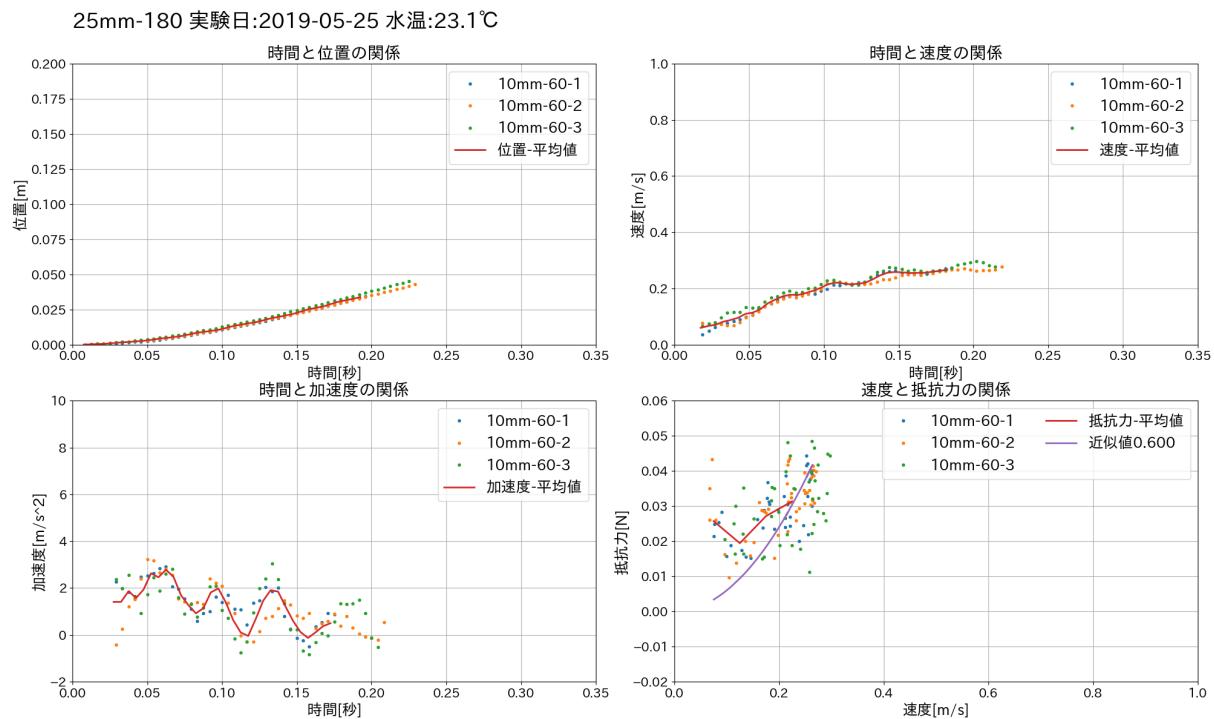


図 48: 25mm-180 度物体の結果

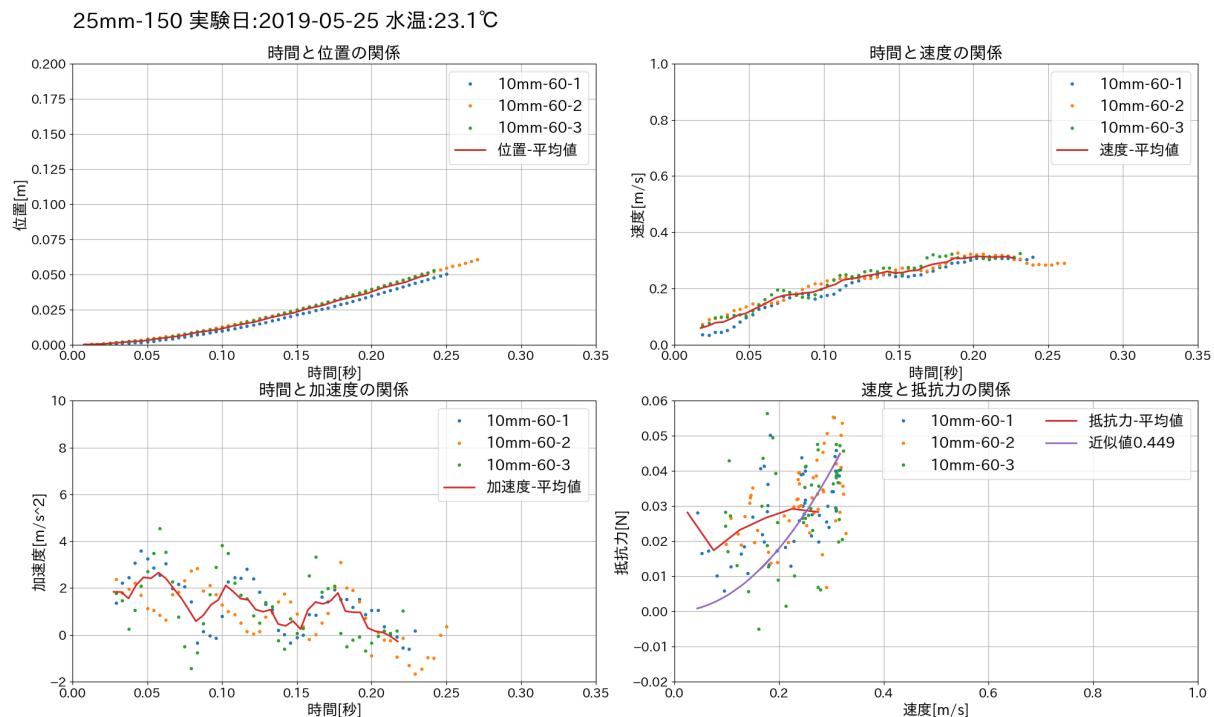


図 49: 25mm-150 度物体の結果

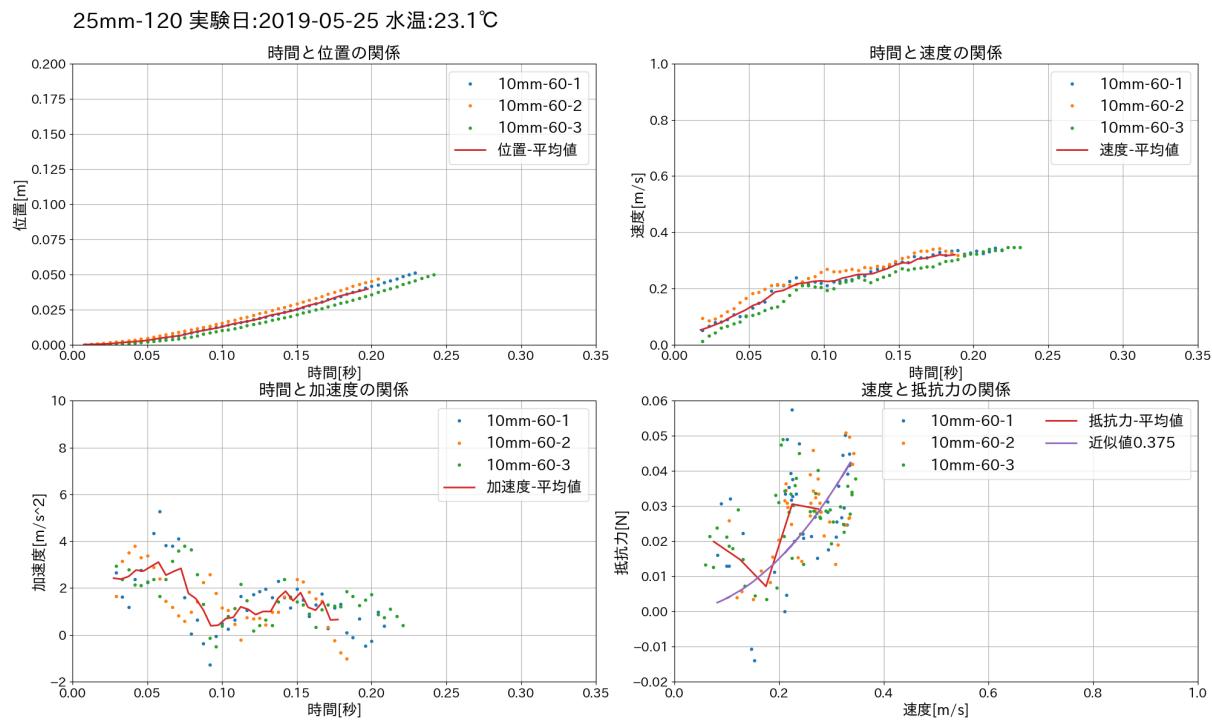


図 50: 25mm-120 度物体の結果

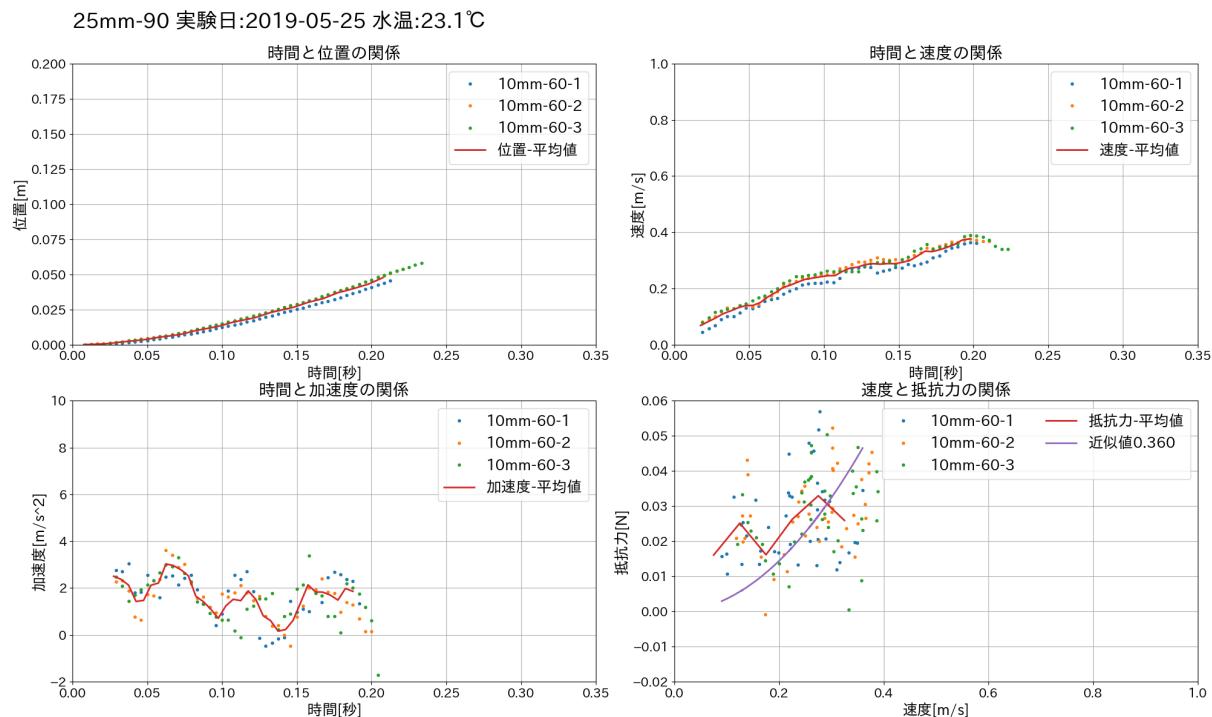


図 51: 25mm-90 度物体の結果

全体的な傾向として、次のことが言える。

1. 円錐状物体の半径が大きくなるほど抗力は大きくなる。
2. 円錐状物体の頂角が大きくなるほど抗力は大きくなる。

これらは直感的に理解できる。

また、3節での鉄球を使った実験と比べ、明らかに全体的に終端速度は遅く、終端速度に達するまでの時間も短い。これは物体の密度が鉄球と比べてはるかに小さい¹³のと、投影面積がはるかに大きいことが考えられる。

4.7 本節の結論

本節では円錐状物体(円錐に円柱がついた形)の物体にかかる抗力を調べた。安定して落下させるために鉄球をつける等の工夫をした。円錐状物体の半径が大きくなるほど、また、頂角が大きくなるほど、物体が受ける抗力は大きくなる傾向にあることがわかった。また、円錐状物体では物体が終端速度に達したと思われる段階で大きく揺れだし、それによって物体には余計に抗力が働くことがわかった。

¹³鉄の密度が約 $7.8 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$ であるのに対し、POM の密度は $1.41 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$ である。

5 円錐状物体の抗力のモデル化

5.1 目的・概要

5節では、円錐状物体の抗力をモデル化することを目的とする。

物体にかかる抗力には速度の1乗に比例するストークスの抵抗法則、速度の2乗に比例するニュートンの抵抗法則がある [3]。モデル化を行う際、どちらの抵抗を採用するかを決めるため、まずはそれぞれの物体についてレイノルズ数を用いて抗力が速度の1乗に比例する場合と2乗の速度を計算した。

その結果、円錐状物体にかかる抗力はニュートンの抵抗法則に従うとして、実験結果を使用して抗力のモデル化を行った。

5.2 レイノルズ数の計算

各物体について、レイノルズ数を用いてストークスの抵抗法則とニュートンの抵抗法則のそれぞれに従う場合の速度を算出した。使用する式は式(24)と式(25)である。結果を表6に示す。

実験結果(4.6節)と比べると、物体は全てニュートンの抵抗法則に従うと考えて良いとわかる。

5.3 ニュートンの抵抗法則に従う場合の抗力

本節では4節の実験結果を用いて円錐状物体の抗力をモデル化する。

まず、抗力係数と呼ばれる値を算出し、その後、抗力係数をモデル化する。

5.3.1 抗力係数の算出

本節ではニュートンの抵抗法則に現れる抗力係数と呼ばれる値を算出する。

ニュートンの抵抗法則は式(28)で表される [9]。

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho_w S v^2 \quad (28)$$

ただし、 F は物体にかかる抗力 [N]、 C_D は抗力係数、 S は物体の流れに垂直な投影面積 [m^2] である。

円錐状物体の場合、円錐の底面の半径を c として、 $S = c^2\pi$ であるから、式(28)は式(29)と書き換えられる。

$$F = \frac{1}{2} \pi C_D \rho_w c^2 v^2 \quad (29)$$

各物体の C_D について、物体ごとに表7にまとめる。なお、水の密度については実験の際の水温約 23 °C の値である $9.9756 \times 10^2 [\text{kg}/\text{m}^3]$ を使用した。

表 6: 各物体の抵抗法則と速度

物体の名称	半径 $c[\text{m}]$	頂角 $\theta[^\circ]$	$v_s[\text{m/s}]$	$v_n[\text{m/s}]$
10mm-180	1.00×10^{-2}	180	$v_s < 1.25 \times 10^{-4}$	$1.25 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.25 \times 10^1$
10mm-150	1.00×10^{-2}	150	$v_s < 1.07 \times 10^{-4}$	$1.07 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.07 \times 10^1$
10mm-120	1.00×10^{-2}	120	$v_s < 9.22 \times 10^{-5}$	$9.22 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 9.22 \times 10^0$
10mm-90	1.00×10^{-2}	90	$v_s < 7.72 \times 10^{-5}$	$7.72 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 7.72 \times 10^0$
10mm-60	1.00×10^{-2}	60	$v_s < 6.03 \times 10^{-5}$	$6.03 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 6.03 \times 10^0$
15mm-180	1.50×10^{-2}	180	$v_s < 1.25 \times 10^{-4}$	$1.25 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.25 \times 10^1$
15mm-150	1.50×10^{-2}	150	$v_s < 1.00 \times 10^{-4}$	$1.00 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.00 \times 10^1$
15mm-120	1.50×10^{-2}	120	$v_s < 8.14 \times 10^{-5}$	$8.14 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 8.14 \times 10^0$
15mm-90	1.50×10^{-2}	90	$v_s < 6.48 \times 10^{-5}$	$6.48 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 6.48 \times 10^0$
15mm-60	1.50×10^{-2}	60	$v_s < 4.78 \times 10^{-5}$	$4.78 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 4.78 \times 10^0$
20mm-180	2.00×10^{-2}	180	$v_s < 1.25 \times 10^{-4}$	$1.25 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.25 \times 10^1$
20mm-150	2.00×10^{-2}	150	$v_s < 9.40 \times 10^{-5}$	$9.40 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 9.40 \times 10^0$
20mm-120	2.00×10^{-2}	120	$v_s < 7.29 \times 10^{-5}$	$7.29 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 7.29 \times 10^0$
20mm-90	2.00×10^{-2}	90	$v_s < 5.58 \times 10^{-5}$	$5.58 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 5.58 \times 10^0$
20mm-60	2.00×10^{-2}	60	$v_s < 3.96 \times 10^{-5}$	$3.96 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 3.96 \times 10^0$
25mm-180	2.50×10^{-2}	180	$v_s < 1.25 \times 10^{-4}$	$1.25 \times 10^{-1} \leq v_n \leq 1.25 \times 10^1$
25mm-150	2.50×10^{-2}	150	$v_s < 8.84 \times 10^{-5}$	$8.84 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 8.84 \times 10^0$
25mm-120	2.50×10^{-2}	120	$v_s < 6.60 \times 10^{-5}$	$6.60 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 6.60 \times 10^0$
25mm-90	2.50×10^{-2}	90	$v_s < 4.89 \times 10^{-5}$	$4.89 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 4.89 \times 10^0$

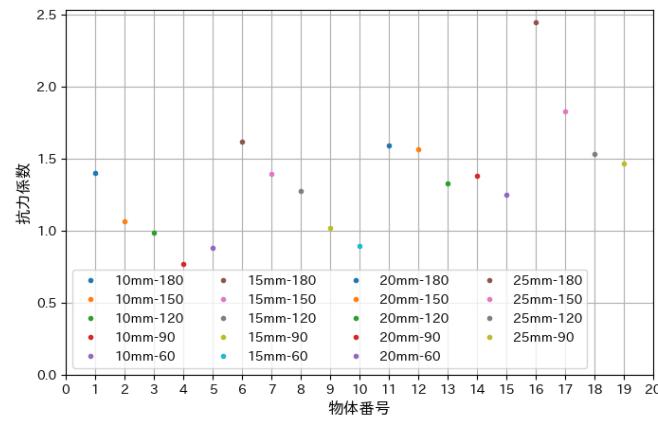


図 52: 物体番号と抗力係数

また、物体名称 10mm-180 を物体番号 1、順番に番号を振って、物体名称 25mm-90 を物体番号 19 とした際の抗力係数のグラフを図52に示す。

全体的な傾向として、半径が大きいほど、頂角が大きいほど、 C_D は大きくなっている

表 7: 各物体の抗力係数

物体の名称	半径 $c[m]$	頂角 $\theta[^\circ]$	C_D
10mm-180	1.00×10^{-2}	180	1.40×10^0
10mm-150	1.00×10^{-2}	150	1.07×10^0
10mm-120	1.00×10^{-2}	120	9.88×10^{-1}
10mm-90	1.00×10^{-2}	90	7.71×10^{-1}
10mm-60	1.00×10^{-2}	60	8.83×10^{-1}
15mm-180	1.50×10^{-2}	180	1.62×10^0
15mm-150	1.50×10^{-2}	150	1.40×10^0
15mm-120	1.50×10^{-2}	120	1.28×10^0
15mm-90	1.50×10^{-2}	90	1.02×10^0
15mm-60	1.50×10^{-2}	60	8.95×10^{-1}
20mm-180	2.00×10^{-2}	180	1.59×10^0
20mm-150	2.00×10^{-2}	150	1.57×10^0
20mm-120	2.00×10^{-2}	120	1.33×10^0
20mm-90	2.00×10^{-2}	90	1.38×10^0
20mm-60	2.00×10^{-2}	60	1.25×10^0
25mm-180	2.50×10^{-2}	180	2.45×10^0
25mm-150	2.50×10^{-2}	150	1.83×10^0
25mm-120	2.50×10^{-2}	120	1.53×10^0
25mm-90	2.50×10^{-2}	90	1.47×10^0

とわかる。

5.3.2 考察-抗力係数の物体半径への依存

本来、抗力係数は物体の半径には依存しないはずであるが、今回の実験の結果では半径が大きくなるほど抗力係数は大きくなる傾向があった。これについて、物体を落下させる容器と水との摩擦の影響を考え、大きな水槽(縦 $1.80 \times 10^{-1}[m]$ 、横 $3.20 \times 10^{-1}[m]$ 、高さ $2.25 \times 10^{-1}[m]$)を用いて再度同じ実験を行ったが結果は同じであった。結果として抗力係数のグラフを図53に示す。

半径が大きいほうが抗力係数が大きいという結果は、円錐状物体の円柱部分の長さが物体の半径に対して小さいほど(円柱部分が平たいほど)抗力係数が大きくなるとも読み取れる。これを確かめるため、新たに互いに相似な形である3つの物体を製作して追加実験を行った。結果を表8に示す。

追加実験の結果から、相似形の物体では、その大きさによらず抗力係数がほぼ一定であることが予想される。

そのため、今回の考察では円柱部分の長さ比として、 c/d を抗力係数に項として追加することを考えた。ただし、 d は円錐状物体で円柱部分の長さ(今回は $8.00 \times 10^{-3}[m]$)である。

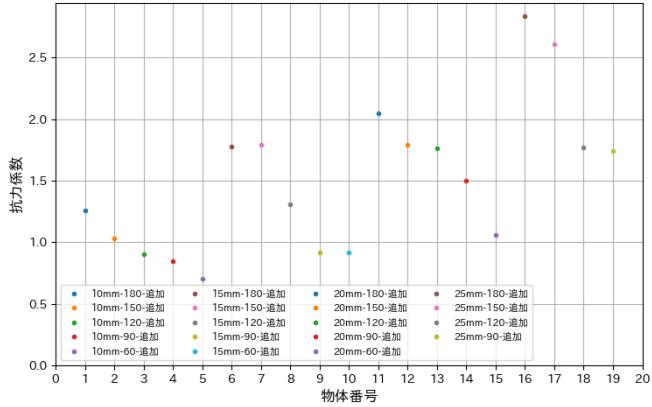


図 53: 物体番号と抗力係数 追加実験

表 8: 各物体の抗力係数

半径 $c[m]$	頂角 $\theta[^\circ]$	円柱部分長 $d[m]$	C_D
1.50×10^{-2}	120	1.20×10^{-2}	1.61
2.00×10^{-2}	120	1.60×10^{-2}	1.62
2.50×10^{-2}	120	2.00×10^{-2}	1.54

5.3.3 抗力係数のモデル化

5.3.1節で、抗力係数は半径と頂角に依存することが推測される。

そのため、本節では水の場合の抗力係数を式(30)と定義し、それぞれの未知数を求める作業をした。

$$C_D = k \left(\frac{c}{d} \right)^m \theta^n \quad (30)$$

なお、 k, m, n は未知数である。また、比例定数 k は無次元である。

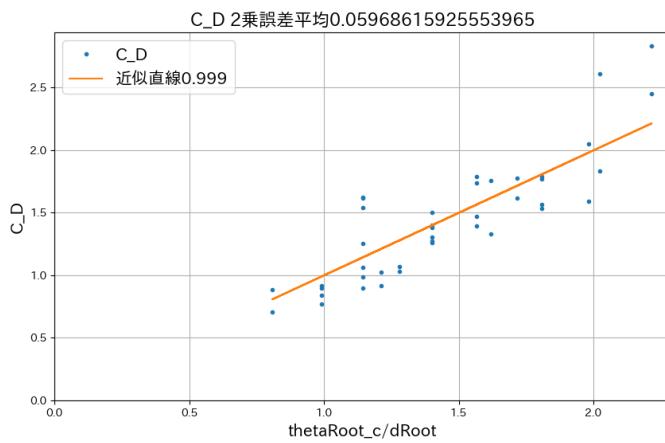
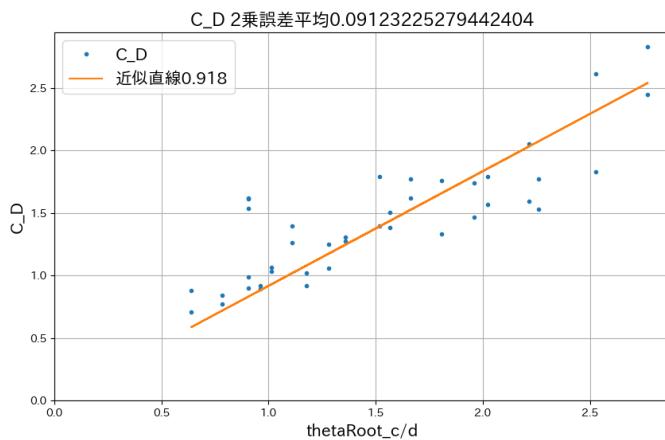
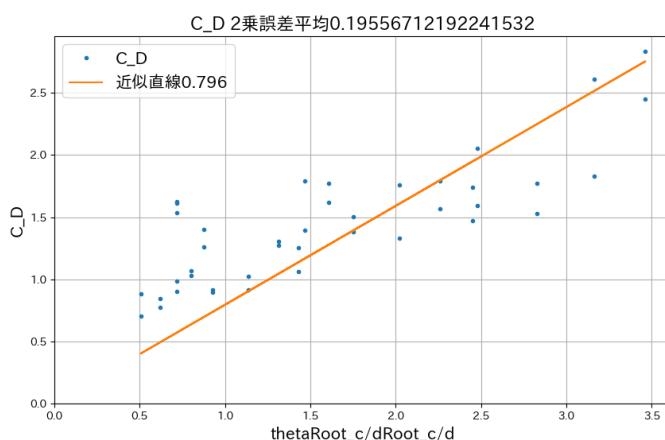
円錐状物体の抗力係数は円錐形尖り具合に依存すると考えられるため、 $\theta[\text{rad}]$ の関数として θ^n を使用した。

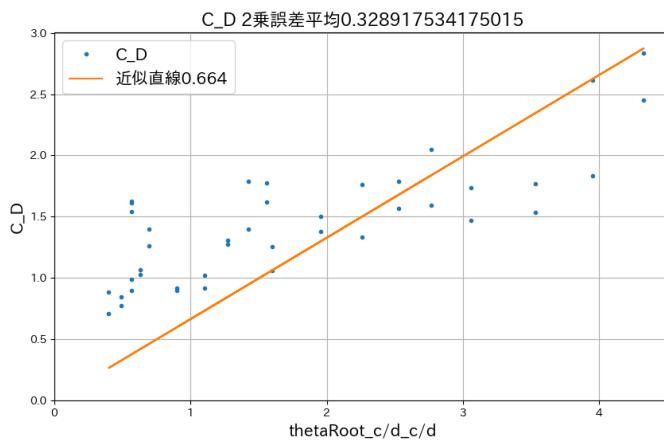
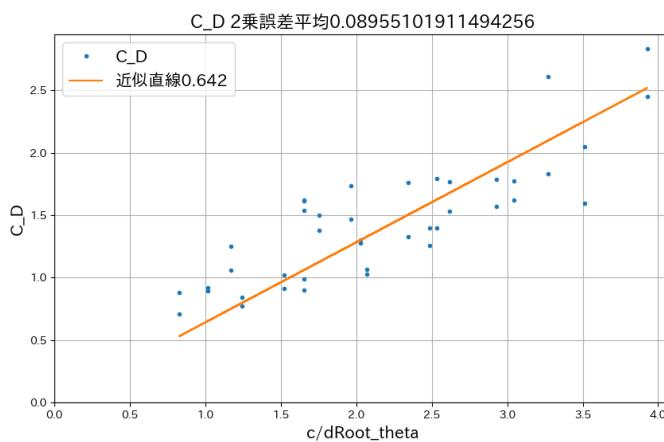
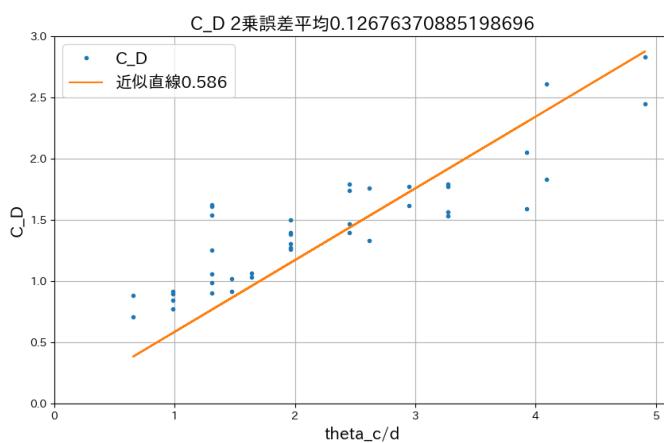
未知数 k, m, n について、グラフを描いて考察する。 m, n について $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$ の場合の全ての組み合わせのグラフを自作プログラムで作成した。その結果を示す。

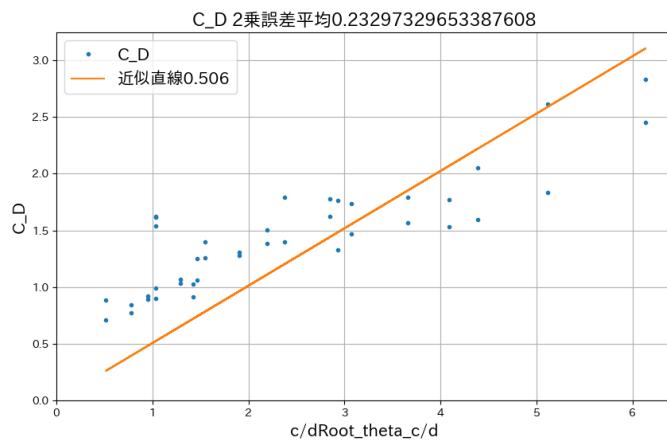
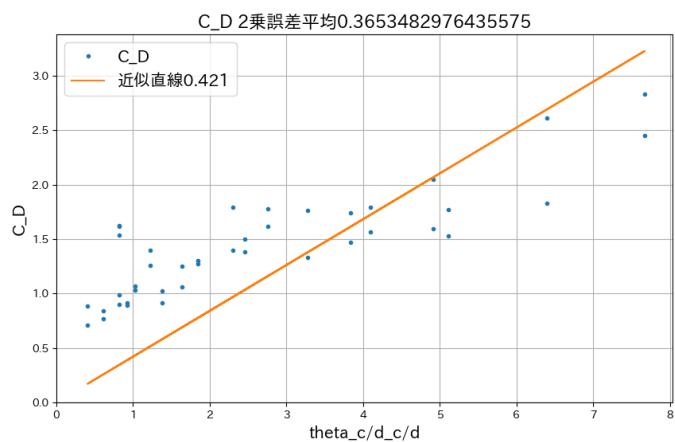
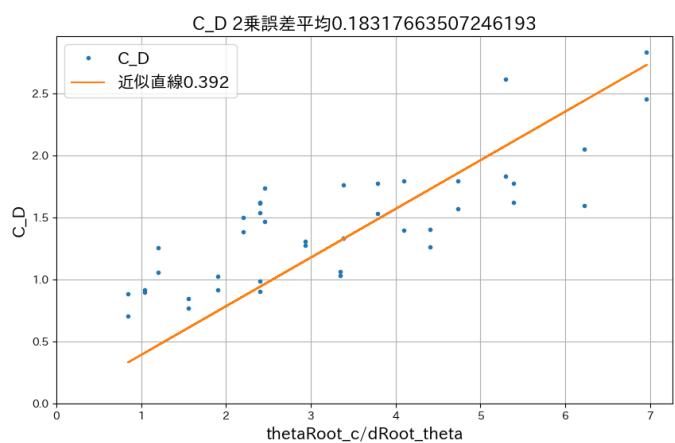
図の x 軸の名前には、掛け合わせた文字 $(c/d, \theta)$ が書いてある。2つ同じ文字が書いてあればその文字は2回掛け合わされることになる。また、図の名称には x 軸を記した。

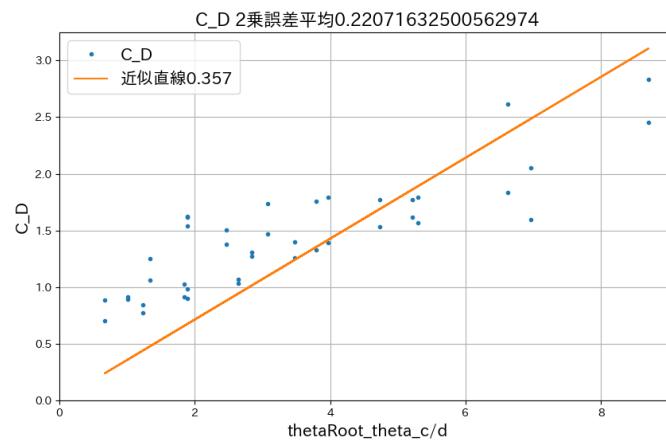
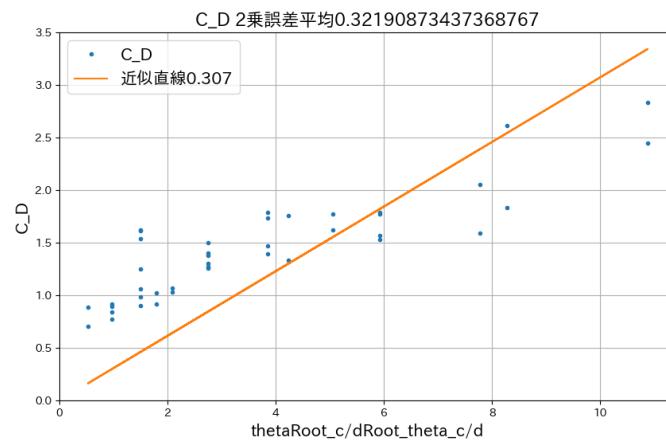
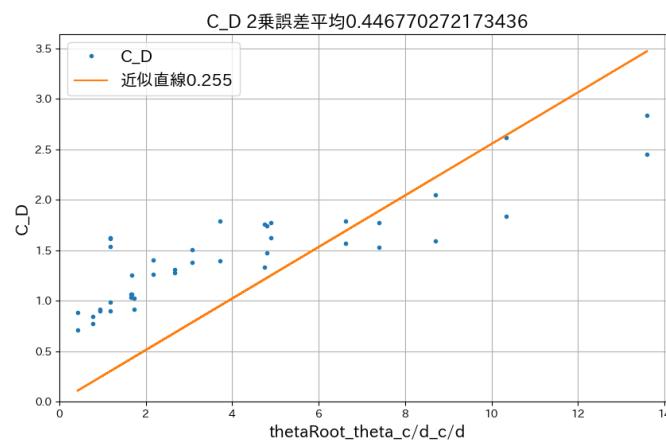
図の中には $x = 0$ で $C_D = 0$ を満たす近似直線を引き、凡例にその係数を記した。さらに、その直線とすべての点との2乗誤差の平均を題名に記した。表示されている桁数が多いが、有効数字は3桁程度で考える。

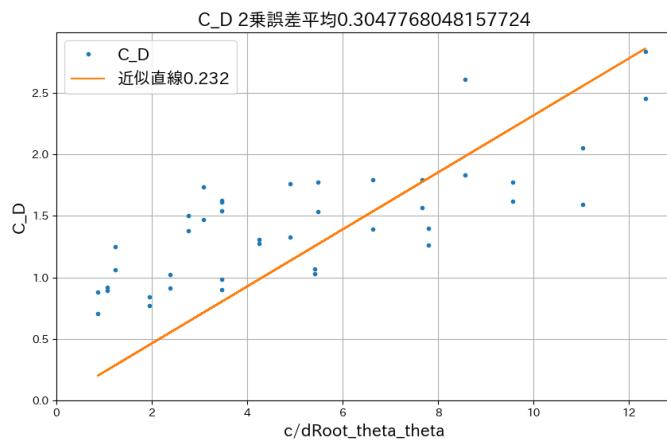
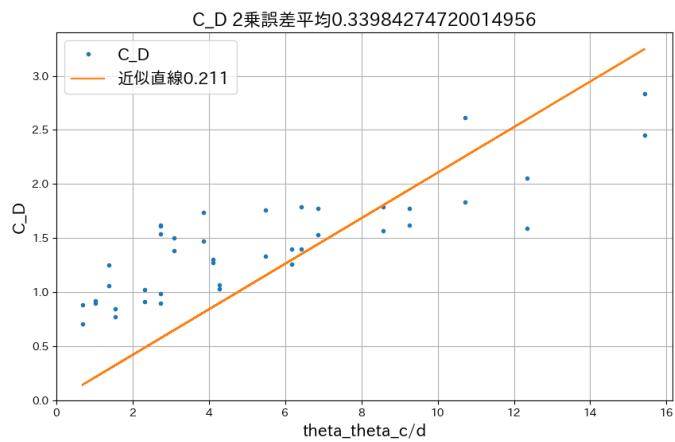
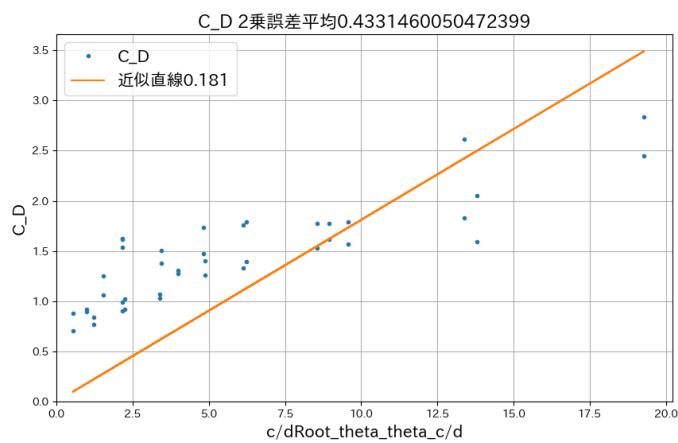
なお、使用したデータは4節の実験、5.3.2節の追加実験(容器を変更した実験と相似形の物体を用いた実験)の結果を用いた。

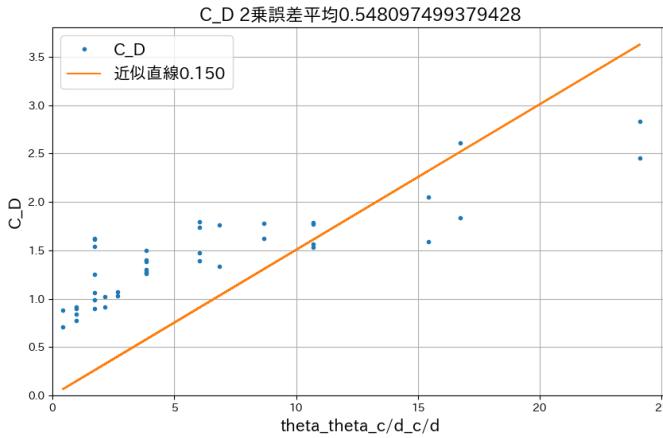
図 54: $\theta^{1/2} \times (c/d)^{1/2}$ 図 55: $\theta^{1/2} \times (c/d)^1$ 図 56: $\theta^{1/2} \times (c/d)^{3/2}$

図 57: $\theta^{1/2} \times (c/d)^2$ 図 58: $\theta^1 \times (c/d)^{1/2}$ 図 59: $\theta^1 \times (c/d)^1$

図 60: $\theta^1 \times (c/d)^{3/2}$ 図 61: $\theta^1 \times (c/d)^2$ 図 62: $\theta^{3/2} \times (c/d)^{1/2}$

図 63: $\theta^{3/2} \times (c/d)^1$ 図 64: $\theta^{3/2} \times (c/d)^{3/2}$ 図 65: $\theta^{3/2} \times (c/d)^2$

図 66: $\theta^2 \times (c/d)^{1/2}$ 図 67: $\theta^2 \times (c/d)^1$ 図 68: $\theta^2 \times (c/d)^{3/2}$

図 69: $\theta^2 \times (c/d)^2$

図と 2 乗誤差の和を見ると、抗力係数 C_D は $\theta^{1/2} \times (c/d)^{1/2}$ に比例すると思われる ($m = n = \frac{1}{2}$)。この時の定数係数は図 54 の近似直線の傾きの、1 である ($k = 1$)¹⁴。

なお、今回の実験結果からは抗力係数 C_D が $\theta^{1/2} \times (c/d)^{1/2}$ に比例することの意味、そして比例定数 $k = 1$ の意味については判断しかねる。

今回の実験結果から、実験に使用した円錐状物体に働く抗力 F は式 (31) で表される。

$$F = \frac{1}{2}\pi \sqrt{\theta \frac{c}{d}} \rho_w c^2 v^2 \quad (31)$$

また、 F の v^2 の係数を物体の質量で割ったものを μ として式 (32) と定義して、

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{\rho_w}{\rho_o} \theta \sqrt{\theta \frac{c}{d}} \left(d + \frac{c}{\tan(\theta/2)} \right) \quad (32)$$

運動方程式を解いて、水中を落下させる場合の位置 x 、速度 v 、加速度 a は以下の式で表せる [3]。

$$x = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \cosh \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \right\} \quad (33)$$

$$v = \sqrt{\frac{\rho_o - \rho_w}{\mu \rho_o}} g \tanh \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \quad (34)$$

$$a = \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} g \left\{ 1 - \tanh^2 \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \right\} \quad (35)$$

5.3.4 式の適用範囲に関する考察

式 (31) で導かれた抗力は、 $d \rightarrow +0$ のときには $c/d \rightarrow \infty$ となるために、 d が小さい場合には適用できない可能性が高い。そのため、本レポートでは c/d で表した関数は、 $d \rightarrow +0$

¹⁴ 実験結果では $k = 0.999$ であるが、これが 1 に近いことから、 $k = 1$ とした。

で円錐の抗力係数に収束するような関数であることが予想される。しかし、本レポートの実験結果からではどのような関数になるかは決定できないことに加え、 c/d を使用しても抗力係数の傾向はよく見えたことから、本レポートで使用した物体の範囲では c/d が近似的に使用可能であると結論づけた。

5.3.5 検証

本節では、5.3.3節でモデル化した、円錐状物体の抗力を理論値として、実験には使用しなかった形状の物体を新たに作成して実験を行い、実験値と理論値のずれについて考察した。

実験には表9の物体を使用した。なお、物体の構成は4節の実験と同じである。

表 9: 検証実験に使用した物体

半径 $c[m]$	頂角 $\theta[^\circ]$	円柱部分長 [m]	投影面積 $S[m^2]$	最大長 $l[m]$	質量 [kg]
1.00×10^{-2}	30	6.00×10^{-3}	7.85×10^{-5}	2.47×10^{-2}	3.64×10^{-3}

この物体は実験に使用した物体と様々な点で異なる。

1. 頂角が $30[^\circ]$ である (4節の実験では最小で $60[^\circ]$)。
2. 円柱部分長が $6.00 \times 10^{-3}[m]$ である (4節の実験では $8.00 \times 10^{-3}[m]$)。

この物体への抗力がニュートンの抵抗法則に従う場合の速度 v_n は、 $3.77 \times 10^{-2} \leq v_n \leq 3.77$ であるから、実験結果を見るとこの物体に働く抗力はニュートンの抵抗法則に従うことがわかる。

5.3.3節で求めた実験結果を図70に示す。

図を見ると、5.3.3節で求めた抗力に関する式(実験では理論値として描画)は実験結果に一致しているとして良いとわかる。

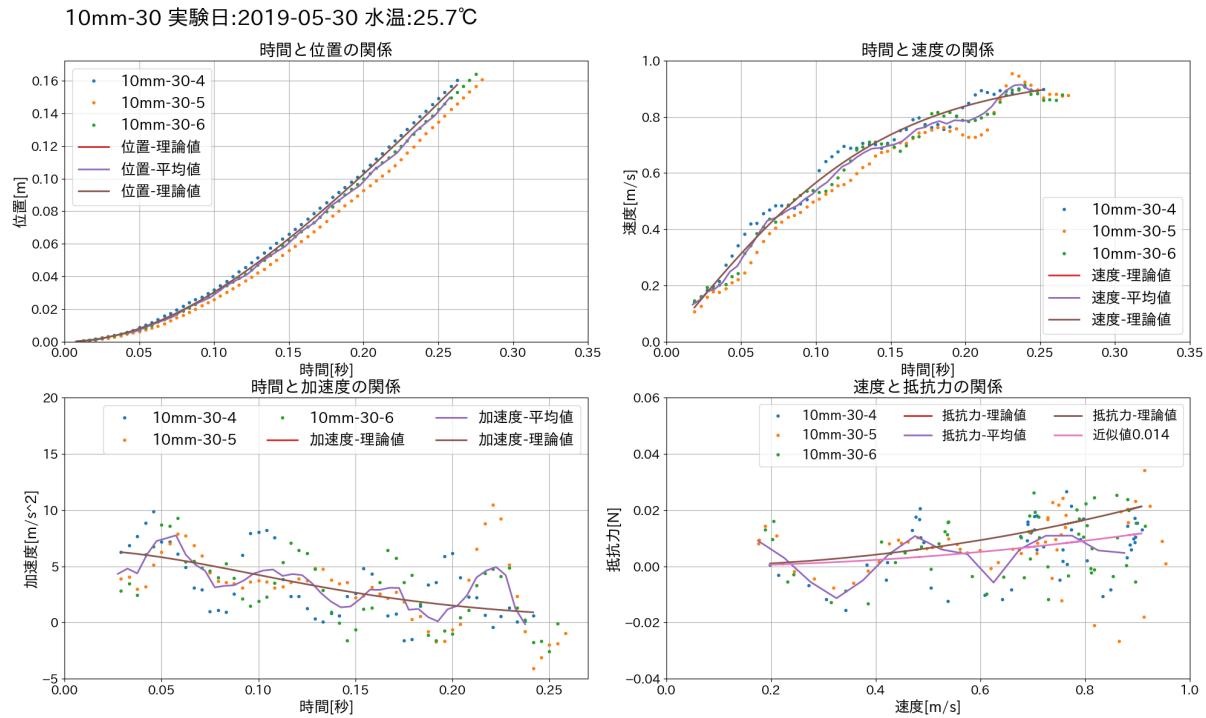


図 70: 10mm-30 度物体の水中での落下運動

5.4 本節の結論

本節では、4節の実験結果から円錐状物体の抗力をモデル化した。まず、4節の実験結果から各物体の抗力係数を算出した。その結果、抗力係数は円錐部分の頂角と半径に依存していることがわかった。円錐状物体の半径が大きくなるほど抗力係数が増大することから、追加実験の後、円柱部分の長さと半径の比による影響だとした。

その後、抗力係数が円錐部分の頂角と円柱部分の長さと半径の比の、それぞれ何乗に比例するかを実験的に求めた。その結果、抗力は頂角の 1 乗と円柱部分の長さと半径の比の $1/2$ 乗に比例すると結論づけた。

6 結論

4節の実験結果から、流体中の円錐状物体(図71に形状と文字を定義)が尖っている方を下にして落下する場合の運動について以下の式で表すことができる事がわかった。これを用いて、円錐状物体の終端速度が求められる。

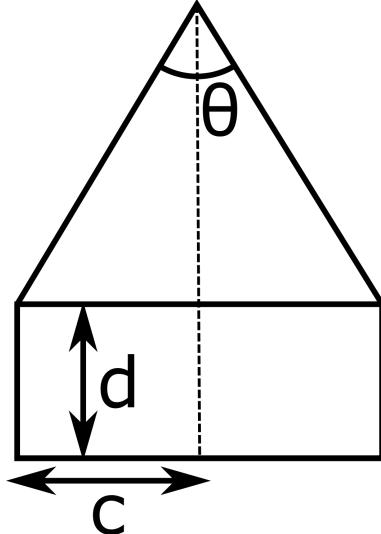


図 71: 円錐状物体の形状と文字の定義

$$F = \frac{1}{2}\pi \sqrt{\theta \frac{c}{d}} \rho_w c^2 v^2 \quad (36)$$

$$x = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \cosh \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \right\} \quad (37)$$

$$v = \sqrt{\frac{\rho_o - \rho_w}{\mu \rho_o}} g \tanh \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \quad (38)$$

$$a = \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o} g \left\{ 1 - \tanh^2 \left(\sqrt{\mu \frac{\rho_o - \rho_w}{\rho_o}} g t \right) \right\} \quad (39)$$

ただし、 F, x, v, a はそれぞれ物体にかかる抗力、物体の位置、速度、加速度、 ρ_o, ρ_w はそれぞれ物体の密度と水の密度、 g は重力加速度、であり、 μ は式(40)で定義される。

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{\rho_w}{\rho_o} \theta \sqrt{\theta \frac{c}{d}} \left(d + \frac{c}{\tan(\theta/2)} \right) \quad (40)$$

また、円錐状物体の終端速度 v_T は、式(38)で $t \rightarrow \infty$ とすることで、式(41)と表せる。

$$v_T = \sqrt{\frac{\rho_o - \rho_w}{\mu \rho_o}} g \quad (41)$$

7 共同実験者と役割分担

なし

8 謝辞

本レポートを書くにあたり、様々なご指導をいただいた、小石川中等教育学校物理科の金田和久先生、田代卓哉先生、上條隆志先生に感謝します。

参考文献

- [1] OpenCV (<https://opencv.org/>)
- [2] numpy (<https://www.numpy.org/>)
- [3] 藤原邦男, (1984), 『物理学序論としての力学(基礎物理学 1)』, 東京大学出版社
- [4] 今井巧, 『流体中の物体の抵抗 粘性の役割』,
数学セミナー 1996 年 11 月号, pp.50-57, 日本評論社
- [5] matplotlib (<https://matplotlib.org/>)
- [6] SciPy (<https://docs.scipy.org/doc/>)
- [7] OpenPyXL (<https://openpyxl.readthedocs.io/en/stable/index.html>)
- [8] 技術資料 液体編 6 水の密度、粘度、音速
(<https://www.ryutai.co.jp/shiryou/liquid/water-mitsudo-1.htm>)
- [9] バイオメカニクスの流体力学
(www.tm.hum.titech.ac.jp/Basic_Biomechanics/12.pdf)
- [10] Autodesk Fusion360
(<https://www.autodesk.co.jp/products/fusion-360/overview>)

9 付録

付録として、今回の実験に関する資料の共有リンク、作成したプログラム、実験データを添付する。なお、実験データは全てを載せると膨大なため、主要な一部の実験のみの添付とする。

9.1 実験に関する資料の共有

実験に関する資料として実験の動画、及び解析に使用したプログラム、全ての実験データをクラウドで共有する。リンクを知っていれば誰でも閲覧可能であるが、再編集は許可していない。

https://1drv.ms/f/s!AlopFnI_9zPsfNIn1qzujsoD3wmBg

9.2 制作したプログラム

グラフ作成や外れ値処理の定数決定などに様々なプログラムを制作したが、ここでは代表的なプログラムである、動画解析からグラフ作成・保存までを行うプログラム(2節)を1添付する。なお、制作した全てのプログラムは9.1節のリンクで全て閲覧可能である。

ソースコード 1: 動画解析からグラフ作成・保存までを行うプログラム

```
1 # ライブラリ
2 import cv2 # 映像処理
3 import numpy as np
4 from scipy.interpolate import interp1d # scipyのモジュール
5 import math
6 import openpyxl # excelファイル読み込み
7 import matplotlib.pyplot as plt # グラフ作成
8 from scipy.optimize import curve_fit # 近似
9
10 show = bool(True) # 画面表示の有無 True: 画面表示あり
11 outputpng = bool(True) # 画像アウトプット True:あり
12 outputexcel = bool(True) # Excelへのアウトプット True:あり
13
14 # excelからのデータ取得
15 def get_list(sheet, row, start_col, end_col):
16     data = []
17     for i in range(start_col, end_col+1):
18         if sheet.cell(row=row, column=i).value != None:
19             data.append(sheet.cell(row=row, column=i).value)
20         else:
21             break
22     return data
23
24
25 # excelへのデータ書き込み
26 def write_list(data, sheet, start_row, column):
27     for i in range(len(data)):
28         sheet.cell(row=start_row+i, column=column, value=data[i])
29
30
31 # カラートラッキング
32 def color_detect(img):
33     # HSV色空間に変換
34     hsv = cv2.cvtColor(img, cv2.COLOR_BGR2HSV)
35     # 色のHSVの値域
36     hsv_min = np.array([160, 100, 50])
```

```
37     hsv_max = np.array([180,255,255])
38     mask = cv2.inRange(hsv, hsv_min, hsv_max)
39     return mask
40
41
42 # 重心計算
43 def calc_max_point(mask):
44     if np.count_nonzero(mask) <= 0:
45         return(-20, -20)
46     label = cv2.connectedComponentsWithStats(mask)
47     n = label[0] - 1
48     data = np.delete(label[2], 0, 0)
49     center = np.delete(label[3], 0, 0)
50     max_index = np.argmax(data[:,4])
51     return center[max_index]
52
53
54 # 屈折の補正
55 def refraction(x,h):
56     l = lenmtr[h] - height[h] - x
57     alpha = math.atan(l / Lengh[h])
58     beta = math.asin(math.sin(alpha) / refn)
59     d = radius[h] * (math.tan(alpha) - math.tan(beta))
60     return x + d
61
62
63 # 外れ値処理 前2つの値から微分係数を求め、1次の近似式を作り判定
64 def outlier_detection(data, time, M, m, a):
65     i = 2
66     while i < len(data):
67         x = time[i] - time[i - 1]
68         threshold = (m - M) / (a * (M - m) * x + 1) + M
69         k = (data[i - 1] - data[i - 2]) / (time[i - 1] - time[i - 2]) # 微分係数
70         duty = data[i - 1] + k * (time[i] - time[i - 1]) # j番目の値が取ると思われる値
71         if abs(duty - data[i]) > threshold:
72             data.pop(i)
73             time.pop(i)
74             i -= 1
75         i += 1
76     return time, data
77
78
79 # 平滑化処理
80 def convolve(array,num):
81     v = np.ones(5) / 5.0
82     return np.convolve(array, v, mode='valid')
83
84
85 # 微分処理
86 def differential_calculus(data, time):
87     prcdata = []
88     prctime = []
89     for j in range(len(data) - 1):
90         prcdata.append((data[j + 1] - data[j]) / (time[j + 1] - time[j])) # 微分
91     for j in range(len(prcdata)):
92         prctime.append((time[j + 1] + time[j]) / 2) # 時間の配列の設定
93     return prctime, prcdata
94
95 # 2次の近似()
96 def linear_fit(x, a, b):
97     return a*x**2 + b
98
99 def model_make(timlen,data):
100    datnum = []
101    out = [[],[]]
102    for i in range(len(data[0])):
103        datnum.append([0])
104
105    i = 0
106    flag = bool(False)
107    while True:
```

```
108     i += 1
109     for j in range(len(data[0])):
110         for k in range(len(data[0][j])):
111             if flag == True:
112                 break
113             if i * timlen > data[0][j][len(data[0][j])-1]:
114                 flag = True
115                 break
116             if data[0][j][k] > i * timlen:
117                 datnum[j].append(k)
118                 break
119         if flag == True:
120             break
121         tmp = 0
122         count = 0
123         for j in range(len(data[0])):
124             for k in range(datnum[j][i-1],datnum[j][i]):
125                 tmp += data[1][j][k]
126                 count += 1
127         if count != 0:
128             tmp /= count # 平均
129             out[0].append(i * timlen - timlen / 2)
130             out[1].append(tmp)
131
132     return out
133
134 print('OpenCV'+cv2.__version__)
135
136 # 作業リストの書かれている場所
137 wb = openpyxl.load_workbook('物理チャレンジ2019.xlsx')
138 sheet = wb['作業リスト']
139 # 最終列を取得
140 maxcol = sheet.max_column
141 print(maxcol)
142
143 # 解析に要する値の取得
144 VIDEOFILE = get_list(sheet, 1, 2, maxcol) # ビデオファイル名
145 for i in range(len(VIDEOFILE)): # maxcolがうまく取れない場合の保険
146     if VIDEOFILE[i] == None:
147         maxcol = i + 1
148         break
149 del VIDEOFILE[maxcol-1:len(VIDEOFILE)]
150 print(VIDEOFILE)
151 date = get_list(sheet, 2, 2, maxcol) # 日付
152 temperature = get_list(sheet, 3, 2, maxcol) # 気温
153 FPS = get_list(sheet, 5, 2, maxcol) #FPS
154 lenpx = get_list(sheet, 6, 2, maxcol) # 長辺の長さ[px]
155 lenmtr = get_list(sheet, 7, 2, maxcol) # 長辺の長さ[m]
156 height = get_list(sheet, 8, 2, maxcol) # カメラの高さ[m]
157 Lengh = get_list(sheet, 9, 2, maxcol) # 筒とカメラの距離[m]
158 radius = get_list(sheet, 10, 2, maxcol) # 筒の半径[m]
159 ballradius = get_list(sheet, 11, 2, maxcol) # 球体の半径[m]
160 ballmass = get_list(sheet, 12, 2, maxcol) # 球体の質量
161 allgraphtitle = sheet.cell(row=13, column=1).value
162
163 sheet = wb['水の状態']
164 rhoW = []
165 rhoB = []
166 eta = []
167 for i in range(len(VIDEOFILE)):
168     rhoW.append(sheet.cell(row=round(temperature[i])-1,column=2).value) # 水の密度 kg / m^3
169     eta.append(sheet.cell(row=round(temperature[i])-1,column=3).value) # 水の粘性係数 Pa s
170     V = 4 / 3 * math.pi * ballradius[i] ** 3
171     rhoB.append(ballmass[i] / V)
172 g = 9.80 # 重力加速度 m/s^2
173
174 adjlen = []
175 for i in range(len(VIDEOFILE)):
176     adjlen.append(lenmtr[i] / lenpx[i]) # pxをmに変換する数値 [m/px]
177 refn = 1.33 # 水の空気に対する屈折率
178
```

```
179
180
181 # メイン
182 def main():
183     # まとめデータ作成用
184     allgraphdata_pos = [[],[]]
185     allgraphtheory_pos = [[],[]]
186     allgraphdata_vel = [[],[]]
187     allgraphtheory_vel = [[],[]]
188     allgraphdata_acc = [[],[]]
189     allgraphtheory_acc = [[],[]]
190     allgraphdata_Fv = [[],[]]
191     allgraphtheory_Fv = [[],[]]
192     Fvall = [[],[]]
193     Fvall_fit = []
194     pos_model = [[],[]]
195     vel_model = [[],[]]
196     acc_model = [[],[]]
197
198     for h in range(len(VIDEOFILE)): # 作業リストにかかれている全ての動画の解析をする
199         # ビデオ
200         video = cv2.VideoCapture(VIDEOFILE[h]+'.mp4')
201
202         data = []
203         t = 0
204         allframe = int(video.get(cv2.CAP_PROP_FRAME_COUNT)) # 総フレーム数
205
206         # 動画のカラートラッキング等の処理
207         for i in range(allframe):
208             # フレームを取得
209             ret, frame = video.read()
210
211             # 色検出
212             mask = color_detect(frame)
213
214             # 最大面積の重心
215             x, y = calc_max_point(mask)
216
217             # 単位変換
218             x *= adjlen[h]
219             y *= adjlen[h]
220
221             # 届折処理
222             x = refraction(x,h)
223
224             # データの追加
225             data.append([t, x, y])
226
227             # 結果表示
228             if show == True:
229                 cv2.circle(frame, (int(x / adjlen[h]), int(y / adjlen[h])), 20, (0, 0, 255),
230                             10)
231                 cv2.imshow("Frame", frame)
232                 cv2.imshow("Mask", mask)
233
234             t = video.get(cv2.CAP_PROP_POS_FRAMES) / FPS[h]
235
236             # qキーが押されたら途中終了
237             if cv2.waitKey(25) & 0xFF == ord('q'):
238                 break
239
240             #np.savetxt("data.csv", np.array(data), delimiter=",")
241             cv2.destroyAllWindows()
242
243             # 解析結果の処理
244
245             # 位置=生データ x成分のみ使用
246             dat = [[x[0] for x in data], [x[1] for x in data]]
247
248             # 外れ値処理
249             dat[0], dat[1] = outlier_detection(dat[1], dat[0], 0.5, 0.001, 45)[0],
```

```
249     outlier_detection(dat[1], dat[0], 0.5, 0.001, 45)[1]
250
251     # 平滑化
252     dat[0], dat[1] = convolve(dat[0], 5), convolve(dat[1], 5)
253
254     # 位置の配列の最初を0にそろえる
255     for i in reversed(range(len(dat[1]))):
256         dat[1][i] -= dat[1][0]
257
258     # 速度
259     vel = [[], []]
260     vel[0], vel[1] = differential_calculus(dat[1], dat[0])[0], differential_calculus(dat[1], dat[0])[1]
261
262     # 平滑化
263     vel[0], vel[1] = convolve(vel[0], 5), convolve(vel[1], 5)
264
265     # 加速度
266     acc = [[], []]
267     acc[0], acc[1] = differential_calculus(vel[1], vel[0])[0], differential_calculus(vel[1], vel[0])[1]
268
269     # 平滑化
270     acc[0], acc[1] = convolve(acc[0], 5), convolve(acc[1], 5)
271
272     # v-aグラフ作成用処理
273     av = [[], []]
274     t = 0
275     for i in range(len(acc[0])):
276         # jを求める(tに代入)
277         for j in range(t, len(vel[0])):
278             if vel[0][j] > acc[0][i]:
279                 t = j
280                 break
281             procacc = acc[1][i-1] + (vel[0][t] - acc[0][i-1]) / (acc[0][i] - acc[0][i-1]) * (
282                 acc[1][i] - acc[1][i-1])
283             av[0].append(vel[1][t])
284             av[1].append(procacc)
285
286     # F-vグラフ作成用処理
287     Fv = [[], []]
288     for i in range(len(av[0])):
289         Fv[0].append(av[0][i])
290         Fv[1].append(ballmass[h] * (-av[1][i] + (rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g))
291
292     # 粘性抵抗を考慮した運動方程式の実装(a-vグラフ)
293     K = 6 * math.pi * ballradius[h] * eta[h]
294     viscousResistance = [[], []]
295     for i in range(len(av[0])):
296         viscousResistance[0].append(av[0][i])
297         viscousResistance[1].append(-K / ballmass[h] * av[0][i] + (rhoB[h] - rhoW[h]) /
298             rhoB[h] * g)
299
300     # 惯性抵抗を考慮した運動方程式の実装(a-vグラフ)
301     mu = 3 / 16 * rhoW[h] / rhoB[h] / ballradius[h]
302     inertialResistance = [[], []]
303     for i in range(len(av[0])):
304         inertialResistance[0].append(av[0][i])
305         inertialResistance[1].append(-mu * av[0][i] ** 2 + (rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] *
306             g)
307
308     # 惯性抵抗と粘性抵抗を考慮した運動方程式の実装(F-vグラフ)
309     visineResistance = [[], []]
310     for i in range(len(av[0])):
311         visineResistance[0].append(av[0][i])
312         visineResistance[1].append(-ballmass[h] * (-K / ballmass[h] * av[0][i] - mu * av[0][i] ** 2))
313
314     # 惯性抵抗を考慮したa-tグラフ
315     aine = [[], []]
316     for i in range(len(acc[0])):
317         aine[0].append(acc[0][i])
318         aine[1].append((rhoB[h] - rhoW[h]) / ballmass[h] * av[1][i] + (rhoB[h] - rhoW[h]) / ballmass[h] * g)
```

```

313     aine[0].append(acc[0][i])
314     aine[1].append((rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g / (math.cosh((mu * (rhoB[h] -
315         rhoW[h]) / rhoB[h] * g) ** 0.5 * acc[0][i])) ** 2)
316
317     # 慣性抵抗を考慮したv-tグラフ
318     vine = [[], []]
319     for i in range(len(vel[0])):
320         vine[0].append(vel[0][i])
321         vine[1].append(((rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g / mu) ** 0.5 * math.tanh((mu * (
322             rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g) ** 0.5 * vel[0][i]))
323
324     # 慣性抵抗を考慮したx-tグラフ
325     xine = [[], []]
326     for i in range(len(dat[0])):
327         xine[0].append(dat[0][i])
328         xine[1].append(1 / mu * math.log(math.cosh((mu * (rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g
329             ) ** 0.5 * dat[0][i])))
330
331     # F-vの2次式での近似
332     param, cov = curve_fit(linear_fit, Fv[0], Fv[1])
333     print(param)
334     print((rhoB[h] - rhoW[h]) / rhoB[h] * g)
335     Fv_fit = []
336     for i in range(len(av[0])):
337         Fv_fit.append(param[0] * Fv[0][i] ** 2 + param[1])
338
339     # まとめグラフ作成用データ
340     allgraphdata_pos[0].append(dat[0])
341     allgraphdata_pos[1].append(dat[1])
342     allgraphdata_vel[0].append(vel[0])
343     allgraphdata_vel[1].append(vel[1])
344     allgraphdata_acc[0].append(acc[0])
345     allgraphdata_acc[1].append(acc[1])
346     allgraphdata_Fv[0].append(Fv[0])
347     allgraphdata_Fv[1].append(Fv[1])
348     if(h == len(VIDEOFILE) - 1):
349         for i in range(len(xine[0])):
350             allgraphtheory_pos[0].append(xine[0][i])
351             allgraphtheory_pos[1].append(xine[1][i])
352             for i in range(len(vine[0])):
353                 allgraphtheory_vel[0].append(vine[0][i])
354                 allgraphtheory_vel[1].append(vine[1][i])
355                 for i in range(len(aine[0])):
356                     allgraphtheory_acc[0].append(aine[0][i])
357                     allgraphtheory_acc[1].append(aine[1][i])
358                     for i in range(len(visineResistance[0])):
359                         allgraphtheory_Fv[0].append(visineResistance[0][i])
360                         allgraphtheory_Fv[1].append(visineResistance[1][i])
361
362     # 全体での抵抗力のグラフの近似曲線の作成
363     for i in range(len(allgraphdata_Fv[0])):
364         for j in range(len(allgraphdata_Fv[0][i])):
365             Fvall[0].append(allgraphdata_Fv[0][i][j])
366             Fvall[1].append(allgraphdata_Fv[1][i][j])
367             prm, co = curve_fit(linear_fit, Fvall[0], Fvall[1])
368             Fvall_fit = [[], []]
369             for i in range(len(Fv[0])):
370                 Fvall_fit[0].append(Fv[0][i])
371             for i in range(len(Fvall_fit[0])):
372                 Fvall_fit[1].append(prm[0] * Fvall_fit[0][i] ** 2 + prm[1])
373
374     # 全グラフのそれぞれの平均値をとった代表グラフの作成
375     timlen = 0.005# この秒数の間を平均する
376     pos_model = model_make(timlen, allgraphdata_pos)
377     vel_model = model_make(timlen, allgraphdata_vel)
378     acc_model = model_make(timlen, allgraphdata_acc)
379     Fv_model = model_make(0.05, allgraphdata_Fv)
380

```

```
381
382
383
384
385     # サンプル数の表示
386     print(VIDEOFILE[h])
387     print('datlen','\t',len(dat[1]),sep='')
388     print('vellen','\t',len(vel[1]),sep='')
389     print('accalen','\t',len(acc[1]),sep='')
390
391
392     # excelに保存
393     colnum = 10
394     if outputexcel == True:
395         if(h == len(VIDEOFILE)-1):
396             sheet = wb['近似出力']
397             sheet.cell(row=1, column=1, value='速度')
398             sheet.cell(row=1, column=2, value='抵抗力')
399             write_list(Fv_model[0], sheet, 2, 1)
400             write_list(Fv_model[1], sheet, 2, 2)
401
402             sheet.cell(row=1, column=3, value='時間')
403             sheet.cell(row=1, column=4, value='位置')
404             sheet.cell(row=1, column=5, value='時間')
405             sheet.cell(row=1, column=6, value='速度')
406             sheet.cell(row=1, column=7, value='時間')
407             sheet.cell(row=1, column=8, value='加速度')
408             write_list(pos_model[0], sheet, 2, 3)
409             write_list(pos_model[1], sheet, 2, 4)
410             write_list(vel_model[0], sheet, 2, 5)
411             write_list(vel_model[1], sheet, 2, 6)
412             write_list(acc_model[0], sheet, 2, 7)
413             write_list(acc_model[1], sheet, 2, 8)
414
415     if outputexcel == True:
416         wb.save('物理チャレンジ2019.xlsx')
417
418
419
420
421 # 全ての実験をまとめたグラフ
422 fig = plt.figure(figsize=(20,12))
423 plt.rcParams["font.family"] = "IPAExGothic" # フォントの種類
424 fig.text(0.05,0.95,allgraphtitle+'実験日:'+str(date[h].date())+'水温:'+str(temperature[h])+'°C',fontsize=25)
425 plt.subplots_adjust(left=0.05, right=0.98, bottom=0.05, top=0.9, wspace=0.15, hspace=0.2)
426 linwid = 2
427
428 # 左上
429 plt.subplot(2,2,1)
430 for i in range(0,len(allgraphdata_pos[0])):
431     plt.plot(allgraphdata_pos[0][i], allgraphdata_pos[1][i], '.', label=VIDEOFILE[i])
432     plt.plot(allgraphtheory_pos[0], allgraphtheory_pos[1], '--', label='位置-理論値',lw=linwid)
433     plt.plot(pos_model[0], pos_model[1], '--', label="位置-平均値",lw=linwid)
434     plt.xlim(0,) # x軸の最小値、最大値
435     plt.ylim(0,0.5) # y軸の最小値、最大値
436     plt.title("時間と位置の関係", fontsize=20) # 題名
437     plt.xlabel("時間[秒]", fontsize=18) # x軸ラベル
438     plt.ylabel("位置[m]", fontsize=18) # y軸ラベル
439     plt.grid() # グリッド表示
440     plt.legend(fontsize=18) # 凡例表示
441     plt.tick_params(labelsize=15)
442
443 # 右上
444 plt.subplot(2,2,2)
445 for i in range(0,len(allgraphdata_vel[0])):
446     plt.plot(allgraphdata_vel[0][i], allgraphdata_vel[1][i], '.', label=VIDEOFILE[i])
447     plt.plot(allgraphtheory_vel[0], allgraphtheory_vel[1], '--', label='速度-理論値',lw=linwid)
448     plt.plot(vel_model[0], vel_model[1], '--', label="速度-平均値",lw=linwid)
449     plt.xlim(0,) # x軸の最小値、最大値
450     plt.ylim(0,2) # y軸の最小値、最大値
```

```
451 plt.title("時間と速度の関係", fontsize=20) # 題名
452 plt.xlabel("時間[秒]", fontsize=18)      # x軸ラベル
453 plt.ylabel("速度[m/s]", fontsize=18)     # y軸ラベル
454 plt.grid() # グリッド表示
455 plt.legend(fontsize=18) # 凡例表示
456 plt.tick_params(labelsize=15)
457
458 # 左下
459 plt.subplot(2,2,3)
460 for i in range(0,len(allgraphdata_Fv[0])):
461     plt.plot(allgraphdata_acc[0][i], allgraphdata_acc[1][i], '.', label=VIDEOFILE[i])
462     plt.plot(allgraphtheory_acc[0], allgraphtheory_acc[1], '-', label='加速度-理論値', lw=linwid)
463     plt.plot(acc_model[0], acc_model[1], '--', label="加速度-平均値", lw=linwid)
464     plt.xlim(0,) # x軸の最小値、最大値
465     plt.ylim(-6,12) # y軸の最小値、最大値
466     plt.title("時間と加速度の関係", fontsize=20) # 題名
467     plt.xlabel("時間[秒]", fontsize=18)      # x軸ラベル
468     plt.ylabel("加速度[m/s^2]", fontsize=18)    # y軸ラベル
469     plt.grid() # グリッド表示
470     plt.legend(fontsize=18) # 凡例表示
471     plt.tick_params(labelsize=15)
472
473 # 右下
474 plt.subplot(2,2,4)
475 for i in range(0,len(allgraphdata_Fv[0])):
476     plt.plot(allgraphdata_Fv[0][i], allgraphdata_Fv[1][i], '.', label=VIDEOFILE[i])
477     plt.plot(allgraphtheory_Fv[0], allgraphtheory_Fv[1], '-', label='抵抗力-理論値', lw=linwid)
478     plt.plot(Fv_model[0], Fv_model[1], '--', label="抵抗力-平均値", lw=linwid)
479     plt.plot(Fvall_fit[0], Fvall_fit[1], '--', label="抵抗力-近似値", lw=linwid)
480     plt.xlim(0,) # x軸の最小値を0に設定
481     plt.ylim(-0.2,) # y軸の最小値、最大値
482     plt.title("速度と抵抗力関係", fontsize=20) # 題名
483     plt.xlabel("速度[m/s]", fontsize=18)      # x軸ラベル
484     plt.ylabel("抵抗力[N]", fontsize=18)       # y軸ラベル
485     plt.grid() # グリッド表示
486     plt.legend(fontsize=18, ncol=2) # 凡例表示
487     plt.tick_params(labelsize=15)
488
489 if outputpng == True:
490     plt.savefig(allgraphtitle+'.png')
491 if show == True:
492     plt.show()
493
494 if __name__ == '__main__':
495     main()
```

9.3 実験データ

実験データはすべて掲載するとあまりに膨大なため、それぞれの実験について一つずつ、位置・速度・加速度のデータを添付する。

なお、落下開始時の時間を 0[s]、その時の物体の位置を 0[m]、速度を 0[m/s] とした。

9.3.1 球体の実験(内径の小さい容器)

3.4節の結果の一部である。

表 10: 内径の小さい容器(球 2)

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.00833	0.00000	0.01875	0.11167	0.02083	9.08203
0.01250	0.00017	0.02292	0.14951	0.02500	9.22456
0.01667	0.00049	0.02708	0.18795	0.02917	10.80447
0.02083	0.00093	0.03125	0.23297	0.03333	10.28992
0.02500	0.00151	0.03542	0.27584	0.03750	8.63809
0.02917	0.00233	0.03958	0.31183	0.04167	9.16847
0.03333	0.00328	0.04375	0.35004	0.04583	8.12935
0.03750	0.00441	0.04792	0.38391	0.05000	6.32829
0.04167	0.00578	0.05208	0.41028	0.05417	6.28643
0.04583	0.00726	0.05625	0.43647	0.05833	7.52658
0.05000	0.00882	0.06042	0.46783	0.06250	7.63126
0.05417	0.01058	0.06458	0.49963	0.06667	8.39356
0.05833	0.01241	0.06875	0.53460	0.07083	8.10317
0.06250	0.01433	0.07292	0.56836	0.07500	10.30485
0.06667	0.01635	0.07708	0.61130	0.07917	9.69203
0.07083	0.01857	0.08125	0.65168	0.08333	7.64224
0.07500	0.02098	0.08542	0.68353	0.08750	7.32501
0.07917	0.02355	0.08958	0.71405	0.09167	8.48304
0.08333	0.02617	0.09375	0.74939	0.09583	5.66047
0.08750	0.02909	0.09792	0.77298	0.10000	4.65677
0.09167	0.03215	0.10208	0.79238	0.10417	4.80247
0.09583	0.03522	0.10625	0.81239	0.10833	6.08829
0.10000	0.03842	0.11042	0.83776	0.11250	6.29473
0.10417	0.04179	0.11458	0.86399	0.11667	7.39705
0.10833	0.04519	0.11875	0.89481	0.12083	7.53929
0.11250	0.04865	0.12292	0.92622	0.12500	9.38130
0.11667	0.05215	0.12708	0.96531	0.12917	6.71571
0.12083	0.05588	0.13125	0.99329	0.13333	4.38247

表 10: 内径の小さい容器(球 2) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.12500	0.05979	0.13542	1.01155	0.13750	4.14123
0.12917	0.06384	0.13958	1.02881	0.14167	4.71131
0.13333	0.06795	0.14375	1.04844	0.14583	2.36439
0.13750	0.07226	0.14792	1.05829	0.15000	3.95082
0.14167	0.07657	0.15208	1.07475	0.15417	4.42235
0.14583	0.08086	0.15625	1.09318	0.15833	3.63919
0.15000	0.08527	0.16042	1.10834	0.16250	2.90352
0.15417	0.08979	0.16458	1.12044	0.16667	3.73744
0.15833	0.09431	0.16875	1.13601	0.17083	2.40476
0.16250	0.09896	0.17292	1.14603	0.17500	2.79727
0.16667	0.10363	0.17708	1.15769	0.17917	2.10100
0.17083	0.10836	0.18125	1.16644	0.18333	1.53453
0.17500	0.11314	0.18542	1.17284	0.18750	2.72350
0.17917	0.11798	0.18958	1.18418	0.19167	1.79662
0.18333	0.12283	0.19375	1.19167	0.19583	2.11958
0.18750	0.12775	0.19792	1.20050	0.20000	1.25628
0.19167	0.13266	0.20208	1.20574	0.20417	2.85409
0.19583	0.13757	0.20625	1.21763	0.20833	-0.30063
0.20000	0.14265	0.21042	1.21638	0.21250	1.94346
0.20417	0.14766	0.21458	1.22447	0.21667	1.27606
0.20833	0.15276	0.21875	1.22979	0.22083	4.44619
0.21250	0.15778	0.22292	1.24832	0.22500	2.16077
0.21667	0.16294	0.22708	1.25732	0.22917	3.92626
0.22083	0.16799	0.23125	1.27368	0.23333	2.91731
0.22500	0.17317	0.23542	1.28583	0.23750	3.15992
0.22917	0.17838	0.23958	1.29900	0.24167	-0.60809
0.23333	0.18379	0.24375	1.29647	0.24583	0.68377
0.23750	0.18913	0.24792	1.29932	0.25000	1.63464
0.24167	0.19452	0.25208	1.30613	0.25417	-0.12977
0.24583	0.19996	0.25625	1.30559	0.25833	-1.16076
0.25000	0.20545	0.26042	1.30075	0.26250	3.20590
0.25417	0.21080	0.26458	1.31411	0.26667	2.16050
0.25833	0.21620	0.26875	1.32311	0.27083	0.61050
0.26250	0.22173	0.27292	1.32565	0.27500	3.50961
0.26667	0.22716	0.27708	1.34028	0.27917	3.73721
0.27083	0.23254	0.28125	1.35585	0.28333	0.42744
0.27500	0.23817	0.28542	1.35763	0.28750	1.02343
0.27917	0.24376	0.28958	1.36189	0.29167	1.44763

表 10: 内径の小さい容器(球 2) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.28333	0.24935	0.29375	1.36793	0.29583	-0.51406
0.28750	0.25508	0.29792	1.36578	0.30000	0.92442
0.29167	0.26079	0.30208	1.36964	0.30417	1.22031
0.29583	0.26646	0.30625	1.37472	0.30833	1.94326
0.30000	0.27214	0.31042	1.38282	0.31250	1.44762
0.30417	0.27785	0.31458	1.38885	0.31667	1.73662
0.30833	0.28354	0.31875	1.39608	0.32083	1.10022
0.31250	0.28933	0.32292	1.40067	0.32500	1.76799
0.31667	0.29510	0.32708	1.40804	0.32917	-0.27198
0.32083	0.30095	0.33125	1.40690	0.33333	-0.27966
0.32500	0.30678	0.33542	1.40574	0.33750	2.81765
0.32917	0.31262	0.33958	1.41748	0.34167	2.19147
0.33333	0.31851	0.34375	1.42661	0.34583	-0.57223
0.33750	0.32443	0.34792	1.42422	0.35000	-1.55398
0.34167	0.33026	0.35208	1.41775	0.35417	0.07285
0.34583	0.33607	0.35625	1.41805	0.35833	-5.98827
0.35000	0.34215	0.36042	1.39310		
0.35417	0.34823				
0.35833	0.35410				
0.36250	0.35979				
0.36667	0.36561				
0.37083	0.37117				

9.3.2 球体の実験(内径の大きい容器)

3.5.1節の結果の一部である。

表 11: 内径の大きい容器(球 2)

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.00833	0.00000	0.01875	0.24984	0.02083	-0.00504
0.01250	0.00105	0.02292	0.24982	0.02500	8.29867
0.01667	0.00176	0.02708	0.28439	0.02917	4.93781
0.02083	0.00275	0.03125	0.30497	0.03333	8.03295
0.02500	0.00395	0.03542	0.33844	0.03750	5.39396
0.02917	0.00520	0.03958	0.36091	0.04167	10.10237
0.03333	0.00625	0.04375	0.40301	0.04583	9.73990
0.03750	0.00768	0.04792	0.44359	0.05000	10.22179
0.04167	0.00910	0.05208	0.48618	0.05417	1.96785
0.04583	0.01100	0.05625	0.49438	0.05833	11.39941
0.05000	0.01272	0.06042	0.54188	0.06250	9.12764
0.05417	0.01465	0.06458	0.57991	0.06667	5.92645
0.05833	0.01692	0.06875	0.60460	0.07083	8.00134
0.06250	0.01923	0.07292	0.63794	0.07500	14.49414
0.06667	0.02130	0.07708	0.69833	0.07917	3.11933
0.07083	0.02401	0.08125	0.71133	0.08333	6.23677
0.07500	0.02673	0.08542	0.73732	0.08750	11.72029
0.07917	0.02952	0.08958	0.78615	0.09167	10.12357
0.08333	0.03252	0.09375	0.82833	0.09583	6.56973
0.08750	0.03585	0.09792	0.85571	0.10000	13.08579
0.09167	0.03883	0.10208	0.91023	0.10417	13.04049
0.09583	0.04209	0.10625	0.96457	0.10833	0.98752
0.10000	0.04590	0.11042	0.96868	0.11250	1.53699
0.10417	0.04978	0.11458	0.97509	0.11667	1.90095
0.10833	0.05368	0.11875	0.98301	0.12083	1.16238
0.11250	0.05780	0.12292	0.98785	0.12500	-2.48141
0.11667	0.06218	0.12708	0.97751	0.12917	7.62918
0.12083	0.06608	0.13125	1.00930	0.13333	6.83174
0.12500	0.07009	0.13542	1.03776	0.13750	8.89055
0.12917	0.07416	0.13958	1.07481	0.14167	6.49900
0.13333	0.07838	0.14375	1.10189	0.14583	5.67030
0.13750	0.08255	0.14792	1.12551	0.15000	1.57573
0.14167	0.08711	0.15208	1.13208	0.15417	3.71827
0.14583	0.09171	0.15625	1.14757	0.15833	-0.86967

表 11: 内径の大きい容器(球 2) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.15000	0.09655	0.16042	1.14395	0.16250	2.26080
0.15417	0.10133	0.16458	1.15337	0.16667	9.36633
0.15833	0.10600	0.16875	1.19240	0.17083	7.88611
0.16250	0.11069	0.17292	1.22525	0.17500	1.47669
0.16667	0.11562	0.17708	1.23141	0.17917	4.61310
0.17083	0.12038	0.18125	1.25063	0.18333	4.57455
0.17500	0.12536	0.18542	1.26969	0.18750	-3.29872
0.17917	0.13084	0.18958	1.25594	0.19167	-2.65848
0.18333	0.13622	0.19375	1.24487	0.19583	6.36218
0.18750	0.14127	0.19792	1.27138	0.20000	3.93638
0.19167	0.14644	0.20208	1.28778	0.20417	1.83564
0.19583	0.15181	0.20625	1.29543	0.20833	4.22591
0.20000	0.15700	0.21042	1.31303	0.21250	8.85390
0.20417	0.16215	0.21458	1.34993	0.21667	-2.58241
0.20833	0.16776	0.21875	1.33917	0.22083	6.46011
0.21250	0.17327	0.22292	1.36608	0.22500	3.98314
0.21667	0.17880	0.22708	1.38268	0.22917	7.61455
0.22083	0.18436	0.23125	1.41441	0.23333	2.48956
0.22500	0.19028	0.23542	1.42478	0.23750	9.49322
0.22917	0.19566	0.23958	1.46433	0.24167	-2.86666
0.23333	0.20173	0.24375	1.45239	0.24583	1.61085
0.23750	0.20761	0.24792	1.45910	0.25000	-4.21004
0.24167	0.21383	0.25208	1.44156	0.25417	-5.56871
0.24583	0.21996	0.25625	1.41836	0.25833	0.83826
0.25000	0.22617	0.26042	1.42185	0.26250	3.85297
0.25417	0.23198	0.26458	1.43790	0.26667	-0.25872
0.25833	0.23800	0.26875	1.43683	0.27083	1.96206
0.26250	0.24386	0.27292	1.44500	0.27500	8.71964
0.26667	0.24951	0.27708	1.48133	0.27917	-3.53809
0.27083	0.25579	0.28125	1.46659	0.28333	-0.52457
0.27500	0.26194	0.28542	1.46441	0.28750	2.15128
0.27917	0.26794	0.28958	1.47337	0.29167	4.60465
0.28333	0.27396	0.29375	1.49255	0.29583	-1.12417
0.28750	0.28037	0.29792	1.48787	0.30000	8.06443
0.29167	0.28634	0.30208	1.52147	0.30417	6.01576
0.29583	0.29245	0.30625	1.54654	0.30833	7.11852
0.30000	0.29863	0.31042	1.57620	0.31250	-1.46331
0.30417	0.30506	0.31458	1.57010	0.31667	3.94917

表 11: 内径の大きい容器(球 2) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.30833	0.31137	0.31875	1.58656	0.32083	-5.76932
0.31250	0.31804	0.32292	1.56252	0.32500	-4.06659
0.31667	0.32467	0.32708	1.54557	0.32917	-5.06207
0.32083	0.33147	0.33125	1.52448	0.33333	2.95698
0.32500	0.33777	0.33542	1.53680	0.33750	-3.99328
0.32917	0.34442	0.33958	1.52016	0.34167	5.81198
0.33333	0.35059	0.34375	1.54438	0.34583	6.17650
0.33750	0.35687	0.34792	1.57012	0.35000	0.86197
0.34167	0.36323	0.35208	1.57371	0.35417	1.28598
0.34583	0.36979	0.35625	1.57907	0.35833	4.68660
0.35000	0.37609	0.36042	1.59859	0.36250	-1.06856
0.35417	0.38277	0.36458	1.59414	0.36667	-2.87172
0.35833	0.38958	0.36875	1.58218	0.37083	2.21034
0.36250	0.39602	0.37292	1.59139	0.37500	-2.16571
0.36667	0.40268	0.37708	1.58236	0.37917	-1.90712
0.37083	0.40939	0.38125	1.57441	0.38333	-0.86677
0.37500	0.41598	0.38542	1.57080	0.38750	0.39313
0.37917	0.42254	0.38958	1.57244	0.39167	1.24228
0.38333	0.42917	0.39375	1.57762	0.39583	2.33889
0.38750	0.43565	0.39792	1.58736	0.40000	-1.40028
0.39167	0.44219	0.40208	1.58153	0.40417	1.13711
0.39583	0.44870	0.40625	1.58627	0.40833	-1.82071
0.40000	0.45530	0.41042	1.57868	0.41250	-3.67219
0.40417	0.46204	0.41458	1.56338	0.41667	-1.15844
0.40833	0.46872	0.41875	1.55855	0.42083	1.43799
0.41250	0.47514	0.42292	1.56454	0.42500	1.59856
0.41667	0.48175	0.42708	1.57120	0.42917	3.46295
0.42083	0.48819	0.43125	1.58563	0.43333	3.07927
0.42500	0.49461	0.43542	1.59846	0.43750	0.02094
0.42917	0.50119	0.43958	1.59855	0.44167	1.59491
0.43333	0.50774	0.44375	1.60520	0.44583	-3.09067
0.43750	0.51448	0.44792	1.59232	0.45000	-0.19556
0.44167	0.52122	0.45208	1.59150	0.45417	-0.40969
0.44583	0.52791	0.45625	1.58980	0.45833	0.81383
0.45000	0.53449	0.46042	1.59319	0.46250	-0.87486
0.45417	0.54118	0.46458	1.58954	0.46667	2.10251
0.45833	0.54766	0.46875	1.59830	0.47083	-3.22267
0.46250	0.55438	0.47292	1.58488	0.47500	1.42808

表 11: 内径の大きい容器(球 2) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.46667	0.56103	0.47708	1.59083	0.47917	1.86700
0.47083	0.56768	0.48125	1.59860	0.48333	1.65989
0.47500	0.57429	0.48542	1.60552	0.48750	1.27579
0.47917	0.58096	0.48958	1.61084	0.49167	4.49057
0.48333	0.58740	0.49375	1.62955	0.49583	-1.19011
0.48750	0.59417	0.49792	1.62459	0.50000	-5.20702
0.49167	0.60099	0.50208	1.60289	0.50417	-1.26002
0.49583	0.60774	0.50625	1.59764	0.50833	0.74626
0.50000	0.61451	0.51042	1.60075	0.51250	-1.38197
0.50417	0.62135	0.51458	1.59499	0.51667	1.91436
0.50833	0.62802	0.51875	1.60297	0.52083	6.82797
0.51250	0.63438	0.52292	1.63142	0.52500	1.76919
0.51667	0.64103	0.52708	1.63879	0.52917	-0.95229
0.52083	0.64786	0.53125	1.63482	0.53333	0.08614
0.52500	0.65457	0.53542	1.63518	0.53750	3.22984
0.52917	0.66141	0.53958	1.64864	0.54167	-0.77731
0.53333	0.66837	0.54375	1.64540		
0.53750	0.67517				
0.54167	0.68192				
0.54583	0.68864				
0.55000	0.69576				
0.55417	0.70265				

9.3.3 円錐状物体の実験

4節の結果の一部である。

表 12: 円錐状物体の挙動 (15mm-90 度物体)

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.00833	0.00000	0.01875	0.14459	0.02917	3.51865
0.01250	0.00032	0.02292	0.17063	0.03333	2.98820
0.01667	0.00077	0.02708	0.19185	0.03750	2.87076
0.02083	0.00142	0.03125	0.20093	0.04167	3.44514
0.02500	0.00211	0.03542	0.21723	0.04583	3.19084
0.02917	0.00301	0.03958	0.21789	0.05000	4.11182
0.03333	0.00388	0.04375	0.23288	0.05417	3.54901
0.03750	0.00476	0.04792	0.25166	0.05833	2.68158
0.04167	0.00560	0.05208	0.27270	0.06250	2.04746
0.04583	0.00663	0.05625	0.28370	0.06667	1.74360
0.05000	0.00755	0.06042	0.30356	0.07083	0.80607
0.05417	0.00873	0.06458	0.30682	0.07500	1.47674
0.05833	0.01001	0.06875	0.30753	0.07917	2.01671
0.06250	0.01129	0.07292	0.31536	0.08333	2.05434
0.06667	0.01254	0.07708	0.32003	0.08750	3.00223
0.07083	0.01388	0.08125	0.32035	0.09167	4.37277
0.07500	0.01512	0.08542	0.33758	0.09583	4.04283
0.07917	0.01641	0.08958	0.34954	0.10000	4.51866
0.08333	0.01786	0.09375	0.35816	0.10417	4.60041
0.08750	0.01921	0.09792	0.38258	0.10833	3.45176
0.09167	0.02055	0.10208	0.41145	0.11250	1.76848
0.09583	0.02216	0.10625	0.42181	0.11667	1.80096
0.10000	0.02369	0.11042	0.44368	0.12083	0.44606
0.10417	0.02532	0.11458	0.45400	0.12500	0.30912
0.10833	0.02718	0.11875	0.45449	0.12917	0.61166
0.11250	0.02912	0.12292	0.44829	0.13333	1.81959
0.11667	0.03094	0.12708	0.45933	0.13750	1.14728
0.12083	0.03294	0.13125	0.45297	0.14167	2.01846
0.12500	0.03478	0.13542	0.46044	0.14583	1.88212
0.12917	0.03665	0.13958	0.46723	0.15000	1.72795
0.13333	0.03846	0.14375	0.48620	0.15417	0.30887
0.13750	0.04051	0.14792	0.48323	0.15833	0.52031
0.14167	0.04237	0.15208	0.49502	0.16250	0.12819
0.14583	0.04437	0.15625	0.49965	0.16667	0.09565

表 12: 円錐状物体の挙動 (15mm-90 度物体) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.15000	0.04638	0.16042	0.50323	0.17083	-0.44156
0.15417	0.04859	0.16458	0.49264	0.17500	0.57205
0.15833	0.05058	0.16875	0.49407	0.17917	0.96257
0.16250	0.05269	0.17292	0.49769	0.18333	0.78832
0.16667	0.05478	0.17708	0.50164	0.18750	0.38007
0.17083	0.05687	0.18125	0.49403	0.19167	1.35561
0.17500	0.05885	0.18542	0.50455	0.19583	0.67314
0.17917	0.06087	0.18958	0.51413	0.20000	-0.07762
0.18333	0.06306	0.19375	0.51412	0.20417	-0.61555
0.18750	0.06523	0.19792	0.50956	0.20833	-0.23284
0.19167	0.06716	0.20208	0.52227	0.21250	-0.81898
0.19583	0.06936	0.20625	0.51858	0.21667	-0.78812
0.20000	0.07158	0.21042	0.51251	0.22083	-0.51756
0.20417	0.07377	0.21458	0.50129	0.22500	0.89298
0.20833	0.07584	0.21875	0.50471	0.22917	0.97241
0.21250	0.07804	0.22292	0.50521	0.23333	0.46064
0.21667	0.08017	0.22708	0.50216		
0.22083	0.08226	0.23125	0.50173		
0.22500	0.08421	0.23542	0.51990		
0.22917	0.08636	0.23958	0.52497		
0.23333	0.08857	0.24375	0.51481		
0.23750	0.09063				
0.24167	0.09271				
0.24583	0.09504				
0.25000	0.09730				
0.25417	0.09929				

9.3.4 モデル化した抗力の検証実験

5節の結果の一部である。

表 13: 円錐状物体の挙動 (10mm-30 度物体)

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.00833	0.00000	0.01875	0.09296	0.02917	2.90815
0.01250	0.00006	0.02292	0.11301	0.03333	3.51326
0.01667	0.00054	0.02708	0.12566	0.03750	3.65768
0.02083	0.00093	0.03125	0.14558	0.04167	3.37913
0.02500	0.00148	0.03542	0.13697	0.04583	8.07167
0.02917	0.00194	0.03958	0.15354	0.05000	9.58556
0.03333	0.00241	0.04375	0.18620	0.05417	9.33759
0.03750	0.00315	0.04792	0.20186	0.05833	10.35066
0.04167	0.00397	0.05208	0.21598	0.06250	11.81699
0.04583	0.00433	0.05625	0.30513	0.06667	5.90098
0.05000	0.00514	0.06042	0.35324	0.07083	3.95931
0.05417	0.00629	0.06458	0.38073	0.07500	3.09577
0.05833	0.00736	0.06875	0.41750	0.07917	2.05908
0.06250	0.00846	0.07292	0.46216	0.08333	0.40388
0.06667	0.01069	0.07708	0.42807	0.08750	3.49824
0.07083	0.01249	0.08125	0.43573	0.09167	3.58420
0.07500	0.01423	0.08542	0.44523	0.09583	4.13006
0.07917	0.01606	0.08958	0.46040	0.10000	4.15149
0.08333	0.01809	0.09375	0.47058	0.10417	4.01357
0.08750	0.01961	0.09792	0.50095	0.10833	3.64188
0.09167	0.02157	0.10208	0.51040	0.11250	4.58538
0.09583	0.02350	0.10625	0.53127	0.11667	4.75716
0.10000	0.02565	0.11042	0.54689	0.12083	4.39954
0.10417	0.02790	0.11458	0.55419	0.12500	4.97316
0.10833	0.03004	0.11875	0.57682	0.12917	5.02069
0.11250	0.03221	0.12292	0.60593	0.13333	3.96905
0.11667	0.03457	0.12708	0.63038	0.13750	3.04714
0.12083	0.03704	0.13125	0.63855	0.14167	3.13911
0.12500	0.03944	0.13542	0.65780	0.14583	3.04594
0.12917	0.04206	0.13958	0.68142	0.15000	1.41529
0.13333	0.04483	0.14375	0.68862	0.15417	0.25326
0.13750	0.04770	0.14792	0.69386	0.15833	-0.11558
0.14167	0.05035	0.15208	0.70394	0.16250	0.58888
0.14583	0.05315	0.15625	0.72126	0.16667	-0.09185

表 13: 円錐状物体の挙動 (10mm-30 度物体) 続き

時間 [秒]	位置 [m]	時間 [秒]	速度 [m/s]	時間 [秒]	加速度 [m/s ²]
0.15000	0.05626	0.16042	0.71090	0.17083	1.40183
0.15417	0.05918	0.16458	0.69389	0.17500	4.82329
0.15833	0.06216	0.16875	0.69145	0.17917	6.01650
0.16250	0.06501	0.17292	0.71621	0.18333	4.21913
0.16667	0.06817	0.17708	0.71934	0.18750	3.99318
0.17083	0.07107	0.18125	0.74011	0.19167	2.78442
0.17500	0.07363	0.18542	0.79438	0.19583	-0.97354
0.17917	0.07656	0.18958	0.81680	0.20000	-1.26606
0.18333	0.07993	0.19375	0.80411	0.20417	0.87744
0.18750	0.08316	0.19792	0.80254	0.20833	2.27438
0.19167	0.08649	0.20208	0.79812	0.21250	3.34056
0.19583	0.09018	0.20625	0.77410	0.21667	6.40417
0.20000	0.09358	0.21042	0.79042	0.22083	4.84456
0.20417	0.09668	0.21458	0.82239	0.22500	2.79475
0.20833	0.09988	0.21875	0.84992	0.22917	1.44207
0.21250	0.10311	0.22292	0.86771	0.23333	1.07269
0.21667	0.10631	0.22708	0.90752	0.23750	-1.65723
0.22083	0.11005	0.23125	0.89135	0.24167	0.18608
0.22500	0.11382	0.23542	0.88061	0.24583	1.11654
0.22917	0.11759	0.23958	0.87996	0.25000	0.84574
0.23333	0.12119	0.24375	0.89006	0.25417	0.32308
0.23750	0.12521	0.24792	0.87299	0.25833	1.74129
0.24167	0.12862	0.25208	0.89523		
0.24583	0.13216	0.25625	0.90388		
0.25000	0.13592	0.26042	0.89758		
0.25417	0.13973	0.26458	0.89679		
0.25833	0.14340	0.26875	0.90927		
0.26250	0.14727				
0.26667	0.15099				
0.27083	0.15462				
0.27500	0.15842				
0.27917	0.16235				