

Chapitre 7 : Puissances et racines

1 Puissance

Définition 1 : Puissance

- Un nombre à la puissance (ou exposant) 4 est un nombre multiplié 4 fois par lui même.
 - Un nombre à la puissance n est un nombre multiplié n fois par lui même.
- $a^4 = a \times a \times a \times a$
 - $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

Exemple 1 :

$$\begin{aligned}3^5 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\&= 27 \times 3 \times 3 \times 3 \\&= 81 \times 3 \times 3 \\&= 243 \times 3 \\&= 729 \times 3 \\&= 2187\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5}\right)^2 &= \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \\&= \frac{2 \times 2}{5 \times 5} \\&= \frac{4}{25}\end{aligned}$$

Remarque : On a $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Propriété 2 : Produit de puissance

Pour des nombres réels a, b, n et m .

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Propriété 3 : Puissances remarquables

Pour a et n deux nombres entiers non nuls.

$$a^0 = 1$$

$$0^n = 0$$

$$a^1 = a$$

$$1^n = 1$$

Exemple 2 :

- $15^1 = 15$
- $3^0 = 1$
- $0^{12} = 0$
- $1^3 = 1$

Définition 4 : Exposant négatif

$$a^{-1} = 1 \div a = \frac{1}{a}$$
$$a^{-n} = 1 \div a^n = \frac{1}{a^n}$$

Exemple 3 :

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} &= 1 \div \frac{2}{5} \\ &= 1 \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2} &= 1 \div \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \\ &= 1 \times \left(\frac{4}{-3}\right)^2 \\ &= \frac{4^2}{(-3)^2} \\ &= \frac{16}{9}\end{aligned}$$

Propriété 5 : Quotient de puissance

Pour des nombres réels a, b, n et m , avec a et b non nuls.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

2 Racine

Définition 6 : Racine

La racine carré d'un nombre positif x est l'unique nombre positif qui multiplié par lui-même donne x . On la note \sqrt{x} et on a $\sqrt{x^2} = x$

Propriété 7 : Produit de racines

Le produit de deux racines est la racine des produits.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Propriété 8 : Quotient de racines

Le quotient de deux racines est le quotient des produits.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$