

# Chapitre 12 : Le calcul littéral

## 1 Expression littérale

### Définition 1 : Expression littérale

Une expression littérale est un calcul contenant au moins une lettre représentant un nombre inconnu.

**Remarque :** On peut utiliser une expression littérale pour écrire une formule générale à l'aide de lettres qui seront ensuite remplacés par les nombres voulus lorsqu'on utilisera la formule. On dit alors que la lettre a un rôle de variable.

### Propriété 2 : Règles d'écriture

Pour gagner du temps à l'écriture, on adoptera les conventions suivantes :

- $3 \times a = 3a$
- $a \times b = ab$
- $4 \times (a - 2) = 4(a - 2)$
- $1 \times a = 1a = a$
- $a \times a = a^2$
- $a \times a \times a = a^3$

**Remarque :** Pour simplifier, on pourra retenir qu'il n'est pas nécessaire d'écrire le symbole multiplication quand il y a une lettre.

## 2 Réduire une expression littérale

### Propriété 3 : Factorisation

Pour n'importe quels nombres  $a, b$  et  $c$  :

$$ac + bc = (a + b)c$$

**Exemple 1 :**

- $3x + 5x = 8x$
- $7x - 12x = -5x$
- $3x + 4y$  ne peut pas être modifié
- $7x - 3$  ne peut pas être modifié

**Remarque :** On peut donc uniquement faire des opérations avec les termes ayant la même lettre. Quand on le fait pour réduire le nombre de termes, on dit qu'on réduit l'expression.

### Propriété 4 : Distributivité

Pour n'importe quels nombres  $a, b$  et  $c$  :

$$a(b + c) = ab + ac$$

**Exemple 2 :**

- $4(3x + 2) = 4 \times 3x + 4 \times 2 = 12x + 8$
- $5(7x - 3) = 5 \times 7x - 5 \times 3$

### 3 Premières équations

#### Définition 5 : Equation

Une équation est une égalité entre deux expressions (appelées **membres**) de part et d'autre du signe égale dont au moins une est littérale.

#### Exemple 3 :

- $3x + 2 = 7$  est une équation
- $14 + 5 = 19$  n'est pas une équation (pas de lettre)
- $-7 = 2x^2 - 5$  est une équation
- $3x - 7x^2$  n'est pas une équation (une seule expression)

**Remarque :** Au sein d'une équation, les lettres ont le rôle d'inconnues.

#### Définition 6 : Solution d'une équation

On appelle solution(s) d'une équation la (ou les) valeur(s) de  $x$  pour laquelle l'égalité est vraie

#### Propriété 7 : Tester une solution

Pour tester si un nombre est solution, on remplace toutes les lettres par ce nombre et on observe si les membres sont égaux.

- Si les membres sont égaux, alors le nombre est solution.
- Si les membres ne sont pas égaux, alors le nombre n'est pas solution.

#### Propriété 8 : Equation équivalente

Si on ajoute ou soustrait le même terme d'une équation à chaque membre, on obtient une équation équivalente (elle aura la même solution)

De la même manière, multiplier ou diviser chaque membre d'une équation par le même facteur donne une équation équivalente.

#### Résoudre une équation

Résoudre une équation du premier degré revient à modifier son écriture (en passant par des équations équivalentes) jusqu'à aboutir à  $x = \dots$ . La valeur de  $x$  obtenue est alors la solution.

Entre deux lignes de calcul, on ne peut pas mettre de signe égal puisqu'on risquerai de confondre avec celui de l'équation. On met donc le signe  $\iff$  (au collège, ne pas le mettre ne sera pas sanctionné).

Observons la méthode à travers un exemple :  $5(x - 3) + 4x = 3x - 7$

On distribue pour supprimer les parenthèses :  $\Leftrightarrow 5x - 5 \times 3 + 4x = 3x - 7$

On simplifie en regroupant de chaque côté :  $\Leftrightarrow 9x - 15 = 3x - 7$

On supprime le terme en  $x$  à droite en ajoutant son opposé :  $\Leftrightarrow 9x - 15 - 3x = 3x - 7 - 3x$

On simplifie :  $\Leftrightarrow 6x - 15 = -7$

On supprime le terme sans  $x$  à droite en ajoutant son opposé :  $\Leftrightarrow 6x - 15 + 15 = -7 + 15$

On simplifie :  $\Leftrightarrow 6x = 8$

On se débarrasse du nombre multipliant le  $x$  en divisant par celui-ci :  $\Leftrightarrow 6x \div 6 = 8 \div 6$

On peut laisser le résultat sous forme de fraction simplifié :  $\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$