

Chapitre 9 : Bienvenue au pays merveilleux des fonctions

Définition 1 : Fonction

Une **fonction** est un objet mathématique qui associe à un nombre un autre nombre. On y associe le vocabulaire suivant :

- Son **Ensemble de définition** est l'ensemble des nombres avec lesquels on peut utiliser la fonction.
- Sa **forme algébrique** est la manière mathématique de la décrire (avec $f(x) =$ ou $f : x \mapsto$)

Exemple 1 : $f(x) = 4x + 2$ (ou $f : x \mapsto 4x + 2$) est la fonction qui a un nombre x associe 4 fois ce nombre puis y ajoute 2. Ainsi, $f(5) = 4 \times 5 + 2 = 22$

Définition 2 : Image et antécédent

Soit une fonction f et deux nombres a et b tels que $f(a) = b$. On dit alors que :

- a est un **antécédent** de b par la fonction f .
- b est l'**image** de a par la fonction f .

Remarque : Un nombre ne peut avoir qu'une image, mais il peut avoir plusieurs antécédents (ou aucun).

Exemple 2 : $f(5) = 22$ signifie que 22 est l'image de 5 par f et que 5 est un antécédent de 22 par f .

Remarque : Pour calculer un antécédent, il faut résoudre une équation. Pour une image, il faut calculer.

Définition 3 : Tableau de valeurs

Pour se faire une idée du comportement d'une fonction, on peut faire un tableau de valeurs, donnant directement les images de plusieurs nombres. Il est de la forme :

x	antécédent 1	antécédent 2	...
$f(x)$	image 1	image 2	...

Exemple 3 : Voici un tableau de valeurs de la fonction $f : x \mapsto 4x - 3$:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-3	1	5	9	13

Exemple 4 : Les fonctions $f : x \mapsto 0$, $g : x \mapsto x^2 - 4$ et $h : x \mapsto (x - 2)(x + 2)(4x - 7)$ correspondent toutes les trois au tableau :

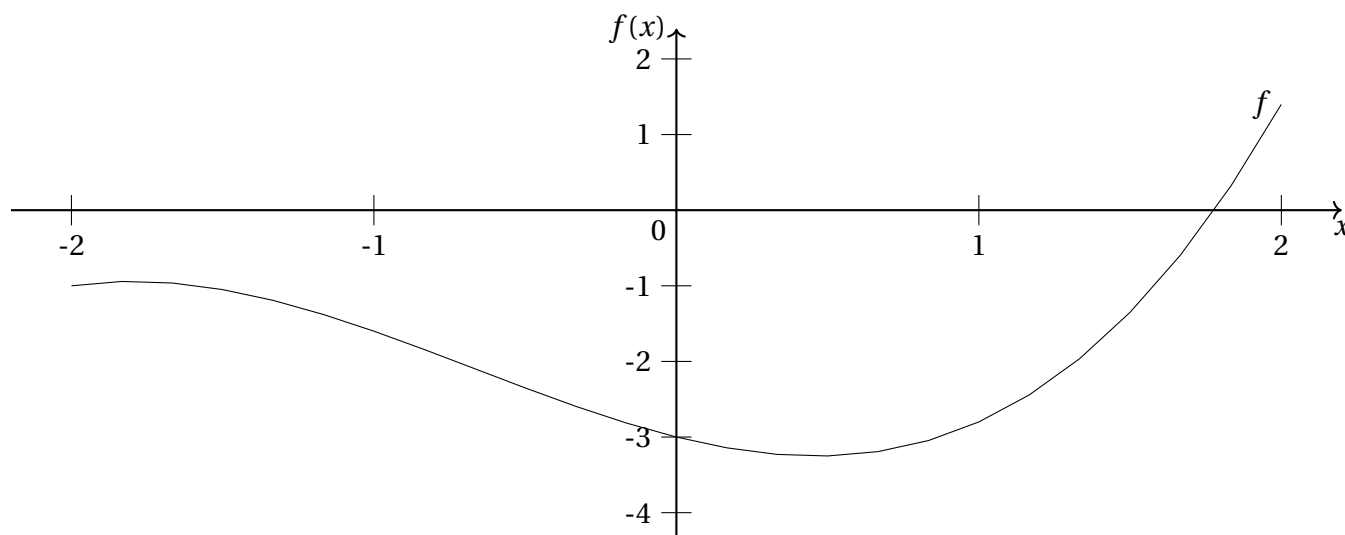
x	-2	2
$f(x)$	0	0

Définition 4 : Courbe représentative d'une fonction

La **courbe représentative d'une fonction** est la courbe montrant toutes les images d'une fonction pour un intervalle donné.

- Les antécédents sur l'axe des abscisses.
- Les images sont sur l'axe des ordonnées.

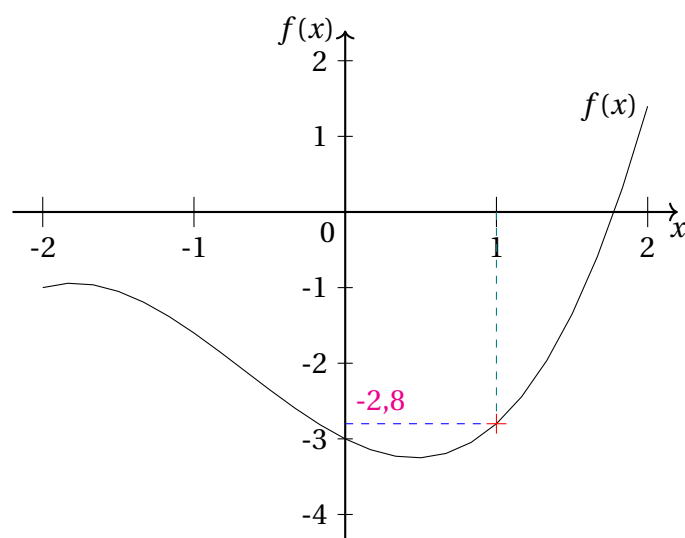
Exemple 5 : La courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{5}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - x - 3$ sur l'intervalle $[-2;2]$ est :



Trouver graphiquement une image

On considère toujours la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{5}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - x - 3$ et on cherche l'image de 1.

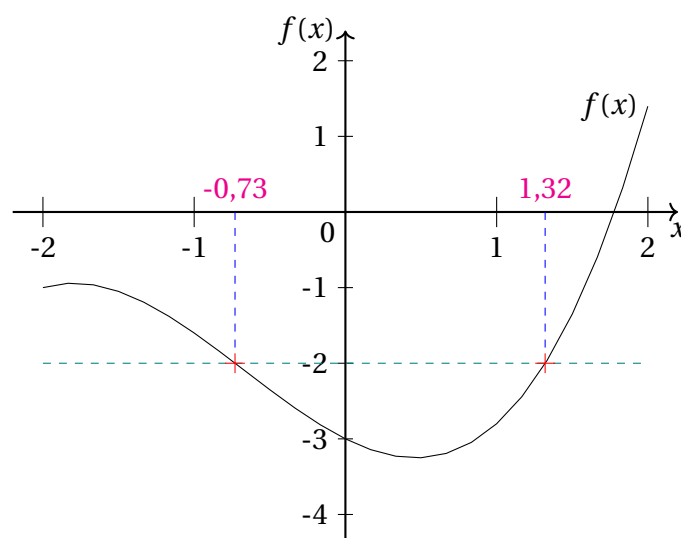
- On trace la droite verticale partant de l'abscisse souhaitée (ici 1) jusqu'à la courbe.
- On cherche l'intersection avec la courbe.
- On trace le segment depuis ce point jusqu'à l'axe des ordonnées.
- On lit l'image sur l'axe des ordonnées



Trouver graphiquement un antécédent

On considère toujours la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{5}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - x - 3$ et on cherche les antécédents de -2.

- On trace la droite horizontale partant de l'ordonnée souhaitée (ici -2).
- On cherche les intersections avec la courbe.
- On trace le segment depuis ces points jusqu'à l'axe des abscisses.
- On lit l(es) image(s) sur l'axe des ordonnées



Remarque : Résoudre graphiquement une équation revient à résoudre en utilisant une courbe comme ci-dessus. La solution est généralement une approximation.