I - Arithmétiques et durées - Cours

1 Lesson

1.1 Arithmétique

Définitions :

- Une **division euclidienne** est une division avec un quotient entier et un reste.
- 4 est un **diviseur** de 12 car le reste de la division euclidienne de 12 par 4 est 0.
- 22 est un **multiple** de 2 car il existe un nombre (11) tel que $22 = 2 \times 11$.
- Un **nombre premier** est un nombre possédant exactement deux diviseurs : 1 et lui même.

Propriété 2 : Propriété du reste

Le reste d'une division euclidienne est toujours inférieur au quotient.

Propriété 3 : Diviseurs universel

Tous les nombres ont pour diviseurs au moins 1 et eux même.

Propriété 4 : Lien multiple et diviseur

Si un nombre est un diviseur d'un autre nombre, alors ce dernier est un multiple du premier

Propriété 5 : Diviseur de diviseur

4 est un diviseur de 12 qui est un diviseur de 24. Donc 4 est un diviseur de 24.
5 n'est pas un diviseur de 21. Donc les multiples de 5 ne sont pas non plus des diviseurs de 21.

Propriété 6 : Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par :

- 2 s'il est pair (se termine par 0; 2; 4; 6 ou 8).
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Propriété 7 : Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre entier peut être écrit comme le produit de nombres premiers

1.2 Durée

Propriété 8 : Conversion des durées

- une minute dure 60 secondes
- une heure dure 60 minutes
- une journée dure 24 heures

2 Exercices types

2.1 Un nombre est-il un diviseur ?

Montrons que 23 est un diviseur de 11776.
Pour cela, posons la division euclidienne de 11776 par 23.

$$\begin{array}{r|l} 11776 & 23 \\ -\underline{115} & 512 \\ 27 & \\ -\underline{23} & \\ 46 & \\ -\underline{46} & \\ 0 & \end{array}$$

Le reste est égal à zéro, donc 23 est bien un diviseur de 11776.
Remarque : On vient aussi de montrer que 11776 est un multiple de 23.

Montrons que 13 n'est pas diviseur de 11776.
Pour cela, posons la division euclidienne de 11776 par 13.

$$\begin{array}{r|l} 11776 & 13 \\ -\underline{117} & 905 \\ 07 & \\ -\underline{0} & \\ 76 & \\ -\underline{65} & \\ 11 & \end{array}$$

Le reste n'est pas égal à zéro, donc 13 n'est pas un diviseur de 11776.
Remarque : On vient aussi de montrer que 11776 n'est pas un multiple de 13.

2.2 Trouver tous les diviseurs d'un nombre

On cherche tous les diviseurs de 117

On teste donc les diviseurs potentiels :

117 n'est pas pair. Donc 2 n'est pas un diviseur de 117.	1+1+7=9. Donc 3 est un diviseur de 117, et on a $117 \div 3 = 39$.	4 est un multiple de 2 qui n'est pas un diviseur de 117, 4 n'est pas un diviseur de 117.(Idem pour 6 ; 8 ; 10 et 12).	117 ne finit pas par 5. Donc 5 n'est pas un diviseur de 117.
$117 \div 7$=16 reste 5 Donc 117 n'est pas divisible par 7.	$117 \div 9 = 13$ donc 9 est un diviseur de 7.	$117 \div 11 = 10$ reste 7 Donc 117 n'est pas divisible par 11.	$117 \div 13 = 9$ donc 13 est un diviseur de 117.

Remarque : Il est inutile d'aller plus loin, on retrouve déjà des diviseurs qui étaient quotients aux étapes précédentes.

Les diviseurs de 117 sont donc : 1 ; 3 ; 9 ; 13 ; 39 et 117.

Remarque : On fera bien attention à ne pas oublier 1 et 117.

2.3 Un nombre est il-premier ?

Montrons que 539 n'est pas premier.

Pour cela, il suffit de trouver un seul diviseur de 539 qui ne soit ni 1, ni 539. En suivant la même méthode que pour l'exercice précédent, on trouve : $539 \div 11 = 49$, donc 11 (et 49) est un diviseur de 539.

Ainsi, 539 n'est pas un nombre premier.

Montrons que 151 est un nombre premier.

Pour cela, testons si 151 admet des diviseurs autre que 1 et lui même.

Remarque : Il suffit de tester avec les nombres premiers dans l'ordre, jusqu'à trouver un diviseur, ou jusqu'à ce que le quotient devienne inférieur au diviseur (ici 13).

Essayons avec 2 :
$151 \div 2 = 75$ reste 1
Donc 151 n'est pas divisible par 2

Essayons avec 5 :
$151 \div 5 = 30$ reste 1
Donc 151 n'est pas divisible par 5

Essayons avec 11 :
$151 \div 11 = 13$ reste 8
Donc 151 n'est pas divisible par 11

Essayons avec 3 :
$151 \div 3 = 50$ reste 1
Donc 151 n'est pas divisible par 3

Essayons avec 7 :
$151 \div 7 = 21$ reste 4
Donc 151 n'est pas divisible par 7

Essayons avec 13 :
$151 \div 13 = 11$ reste 8
Donc 151 n'est pas divisible par 13

A partir de 13, le quotient est supérieur au diviseur. Il n'est donc pas nécessaire d'aller plus loin. Ainsi, 151 est bien un nombre premier.

2.4 Décomposition en produit de facteurs premiers

<u>Décomposons 210 en produit de facteurs premiers.</u>

Cherchons les diviseurs premiers de 210 :

- $210 \div 2 = 105$
- $105 \div 5 = 21$
- $21 \div 3 = 7$

Comme 7 est un nombre premier, on s'arrête ici. La décomposition est donc : $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

2.5 Conversion de durée

<u>5406 secondes en heures.</u>
Il y a 60 secondes dans une minute. On divise donc par 60. $5406 \div 60 = 90$ reste 6. Ainsi, $5406s = 90\text{min} + 6s$.
Il y a 60 minutes dans une heure. On divise donc par 60. $90 \div 60 = 1$ reste 30. Ainsi, $5406s = 90\text{min} + 6s = 1h + 30\text{min} + 6s$.

<u>2,3 jours en minutes.</u>
Il y a 24 heures par jour. On a donc $2,3j = 2,3 \times 24 = 55,2h$.
Il y a 60 minutes dans une heure. On a donc : $2,3j = 55,2h = 3312\text{min}$.

2.6 Additionner des durées

<u>Ajouter 37 minutes à 15h42.</u>

On ajoute les minutes avec les minutes : 37+42=79.

On divise par 60 pour convertir le résultat en heures : $79 \div 60 = 1$ reste 19.

On ajoute aux heures.

$$\begin{aligned} & 15h42 + 37min \\ = & 15h + 79min \\ = & 15h + 1h + 19min \\ = & 16h19min \end{aligned}$$

3 Notes, rappels et remarques