

Chapitre 11 : Diviseurs et nombres premiers

1 Multiple et diviseurs

Définition 1 : Diviseur et multiple

On considère deux nombres entiers a et b . On dit que a est un diviseur de b si le reste de la division euclidienne de b par a est 0.

Dans ce cas, on peut aussi dire que b est un multiple de a .

Exemple 1 : 4 est un diviseur de 20 et 20 est un multiple de 4.

Propriété 2 : Autre caractérisation des diviseurs

a est un diviseur de b si et seulement si il existe un nombre n tel que $a \times n = b$.

Remarque : Pour n'importe quel nombre n , $n \times 1 = n$. Donc :

- 1 est un diviseur de tous les nombres.
- Tout nombre est son propre diviseur.

Exemple 2 : 4 est un diviseur de 20 parce que $4 \times 5 = 20$

Propriété 3 : Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par :

- 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
 - 122228 est divisible par 2 car il se termine par 8
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
 - 132465 est divisible par 3 car $1+3+2+4+6+5=21$ qui est divisible par 3
- 5 s'il se termine par 0 ou 5.
 - 12225 est divisible par 5 car il se termine par 5

2 Nombre premier

Définition 4 : Nombre premier

On appelle nombre premier tout nombre entier possédant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple 3 : 3 est un nombre premier. 12 n'en est pas un car il est divisible par 3.

Remarque : Pour déterminer si un nombre est premier, on doit tester manuellement si chaque nombre inférieur à lui est un de ses diviseurs.

3 Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété 5 : Décomposition en produit de facteur premier

Tout nombre entier peut être décomposé en une multiplication de nombres premiers.

Exemple 4 :

- $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$
- $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Remarque : Cette décomposition est utile pour simplifier des fractions.

Exemple 5 :
$$\frac{60}{90} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{2 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{5}} = \frac{2}{3}$$