Chapitre 6 : Les équations produits

1 Equation de degré 1

Définition 1 : Equation de degré 1

Une équation de degré 1 (ou de premier degré) est une équation dont la forme après simplification ne comprends que des termes en x et des nombres. On appelle membre chaque côté de l'équation.

Remarque : S'il y a du x^2 alors l'équation n'est pas du premier degré et ne peut pas être résolue de la même manière.

Définition 2 : Solution d'une équation

On appelle solution(s) d'une équation la (ou les) valeur(s) de x pour laquelle l'égalité est vraie

Remarque : Une équation de degré 1 aura toujours une unique solution.

Propriété 3 : Equation équivalente

Si on ajoute ou soustrait le même terme d'une équation à chaque membre, on obtient une équation équivalente (elle aura la même solution)
De la même manière, multiplier ou soustraire chaque membre d'une équation par le même facteur donne une équation équivalente.

Résoudre une équation du premier degré

Résoudre une équation du premier degré revient à modifier son écriture jusqu'à aboutir à $x = \ldots$ La valeur de x obtenue est appelée solution.

Entre deux lignes de calcul, on ne peut pas mettre de signe égal puisqu'on risquerai de confondre avec celui de l'équation. On met donc le signe $\iff$ (en troisième, ne pas le mettre ne sera pas sanctionné).

Observons la méthode à travers un exemple :	$5(x-3)+4x=3x-7$
On distribue pour supprimer les parenthèses :	$\iff 5x-5\times 3+4x=3x-7$
On simplifie en regroupant de chaque côté :	$\iff 9x-15=3x-7$
On supprime le terme en x à droite en ajoutant son opposé :	$\iff 9x-15-3x=3x-7-3x$
On simplifie :	$\iff 6x-15=-7$
On supprime le terme sans x à droite en ajoutant son opposé :	$\iff 6x-15+15=-7+15$
On simplifie :	$\iff 6x=8$
On se débarrasse du nombre multipliant le x en divisant par celui-ci :	$\iff 6x\div 6=8\div 6$
On peut laisser le résultat sous forme de fraction simplifié :	$\iff x=\dfrac{4}{3}$

2 Équation produit

Propriété 4 : Equation produit

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Exemple 1 : $(x-2)(x+2) = 0$ Signifie que $x-2 = 0$ ou $x+2 = 0$. On a maintenant deux équations du premier degré à résoudre. Leurs deux solutions seront solutions de l'équation produit.

Remarque : La propriété reste vraie dans le cas d'un produit de trois facteurs ou plus.

Remarque : La propriété ne marche que s'il y a un produit. Si on distribue, il n'y a plus de produit et on ne peut plus résoudre !

Parfois, il faudra même factoriser l'expression pour trouver un produit.

3 Factorisation

Propriété 5 : Identité remarquable

Pour tous réels a et b, on a :

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Exemple 2 : $4x^2 - 16 = (2x-4)(2x+4)$

Propriété 6 : Facteur commun

Pour tous réels k, a et b, on a :

$$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$$
$$k \times a - k \times b = k \times (a-b)$$

On dit alors que k est un **facteur commun**.

Remarque : Le facteur commun peut être une expression

Exemple 3 : $(4x-3)(3x+4) - (4x-3)(5x-4) = (4x-3)((3x+4) - (5x-4))$