

פרויקט מחשב - שדות אלקטרומגנטיים

$$a = 9.5[m], \Delta = 0.03[m], d = 1.6[m]$$

שאלה 1

סעיף א'

הקירוב לתנאי השפה מהצורה

$$\phi(y = d) + \frac{d\phi}{dy} \Big|_{y=d} \cdot \Delta \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) = V$$

הינו קירוב לטור טיילור מסדר 1 סביב הנקודה $y = d$; עקב כך, הקירוב תקף כאשר תנאי השפה מחושב קרוב לערך $y = d$, כלומר נדרוש שהאוסילציות של ההתנהגות הקוסינוסית של הלוח יהיו קטנות – לכן הקירוב תקף עבור $d \ll \Delta$.

סעיף ב'

נתון פתרון כללי לפוטנציאל בתחום:

$$\phi(x, y) = A_0 y + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{a}x\right) \sinh\left(\frac{2\pi n}{a}y\right)$$

נחשב את קירוב סדר ראשון לטור טיילור של תנאי השפה:

$$A_0 \cdot d + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{a}x\right) \sinh\left(\frac{2\pi n}{a}d\right) + \Delta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{a}x\right) \sinh\left(\frac{2\pi n}{a}d\right) = V$$

ע"י שימוש בזהות הטריגונומטרית $\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, ומשיקולי השוואת מקדמים של רכיבי התדר השונים של הקוסינוסים נקבל את שני תנאי ההתחלה הבאים:

$$A_0 \cdot d + \frac{\Delta}{2} \cdot A_1 \cdot \cosh\left(\frac{2\pi d}{a}\right) \frac{2\pi}{a} = V$$

$$A_1 \cdot \sinh\left(\frac{2\pi d}{a}\right) + A_0 \cdot \Delta + \frac{\Delta}{2} \cdot A_2 \cdot \cosh\left(\frac{4\pi d}{a}\right) \frac{4\pi}{a} = 0$$

וכן את נוסחת הרקורסיה:

$$A_n \sinh\left(\frac{2\pi d}{a}n\right) + \frac{\pi\Delta}{a} \left[A_{n-1} \cosh\left(\frac{2\pi d}{a}(n-1)\right)(n-1) + A_{n+1} \cosh\left(\frac{2\pi d}{a}(n+1)\right)(n+1) \right] = 0$$

סעיף ג'

נניח כי מתקיים $d \ll a$. נכתוב את הפונקציות ההיפרבוליות לפי הגדרתן (נכתוב אסימפטוטית ונראה מה מצטמצם)

$$\sinh\left(\frac{2\pi d}{a}n\right) = \frac{e^{\frac{2\pi d}{a}n} - e^{-\frac{2\pi d}{a}n}}{2} \approx \frac{1}{2}e^{\frac{2\pi d}{a}n}$$

$$\cosh\left(\frac{2\pi d}{a}(n-1)\right) = \frac{e^{\frac{2\pi d}{a}(n-1)} + e^{-\frac{2\pi d}{a}(n-1)}}{2} \approx \frac{1}{2}e^{\frac{2\pi d}{a}(n-1)}$$

$$\cosh\left(\frac{2\pi d}{a}(n+1)\right) = \frac{e^{\frac{2\pi d}{a}(n+1)} + e^{-\frac{2\pi d}{a}(n+1)}}{2} \approx \frac{1}{2}e^{\frac{2\pi d}{a}(n+1)}$$

נציב את הקירובים הנ"ל בתנאי הרקורסיה:

$$A_n \frac{1}{2} e^{\frac{2\pi d}{a} n} + \frac{\pi \Delta}{a} \left[A_{n-1} \frac{1}{2} e^{\frac{2\pi d}{a} (n-1)} (n-1) + A_{n+1} \frac{1}{2} e^{\frac{2\pi d}{a} (n+1)} (n+1) \right] = 0$$

נחלק ב $\frac{1}{2} e^{\frac{2\pi d}{a} (n+1)}$, ונקבל:

$$A_n e^{-\frac{2\pi d}{a}} + \frac{\pi \Delta}{a} \left[A_{n-1} e^{-\frac{4\pi d}{a}} (n-1) + A_{n+1} (n+1) \right] = 0$$

נבחין כי המשקל של A_{n-1} בחישוב A_{n+1} זניח ממשקל A_n , כלומר $e^{-\frac{2\pi d}{a}} \gg e^{-\frac{4\pi d}{a}}$, ולכן נקבל את הקשר:

$$A_n e^{-\frac{2\pi d}{a}} + \frac{\pi \Delta}{a} A_{n+1} (n+1) = 0$$

ואחרי סידור האגפים:

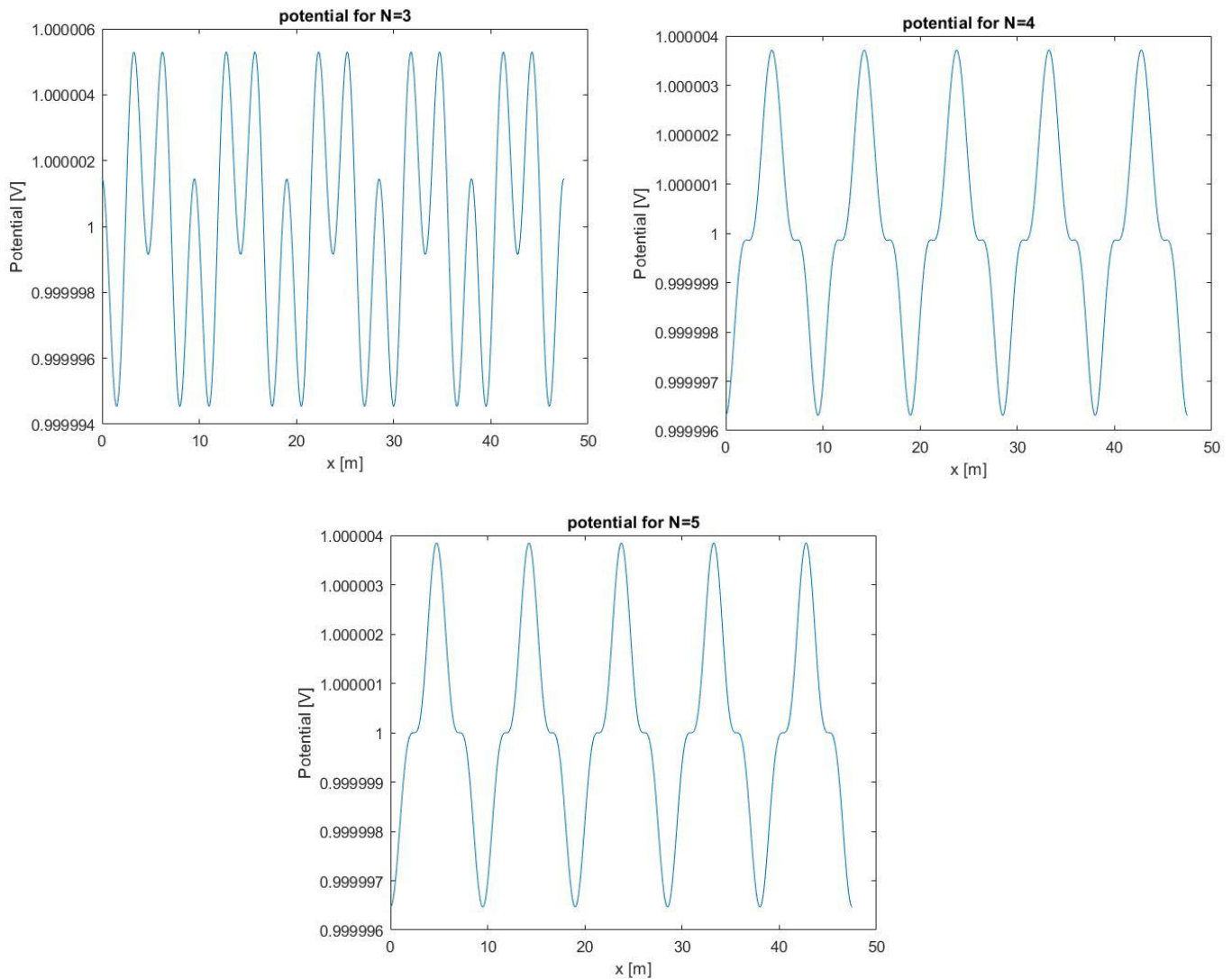
$$A_{n+1} = -\frac{a}{\Delta \pi (n+1)} e^{-\frac{2\pi d}{a}} \cdot A_n$$

ואכן ניתן לזהות כי במקדם במקום ה- $n+1$ יש השפעה של n מכפלות ב $e^{-\frac{2\pi d}{a}}$, ולכן המקדמים דועכים אקספוננציאלית בקצב הנ"ל.

סעיף ד'1

ניעזר בנוסחת הרקורסיה שחושבה בסעיף ב' כדי לחשב N מקדמים, בהנחה שהמקדמים החל מהאינדקס $N+1$ מתאפסים. נתבונן בפוטנציאל המתקבל עבור N שונים:

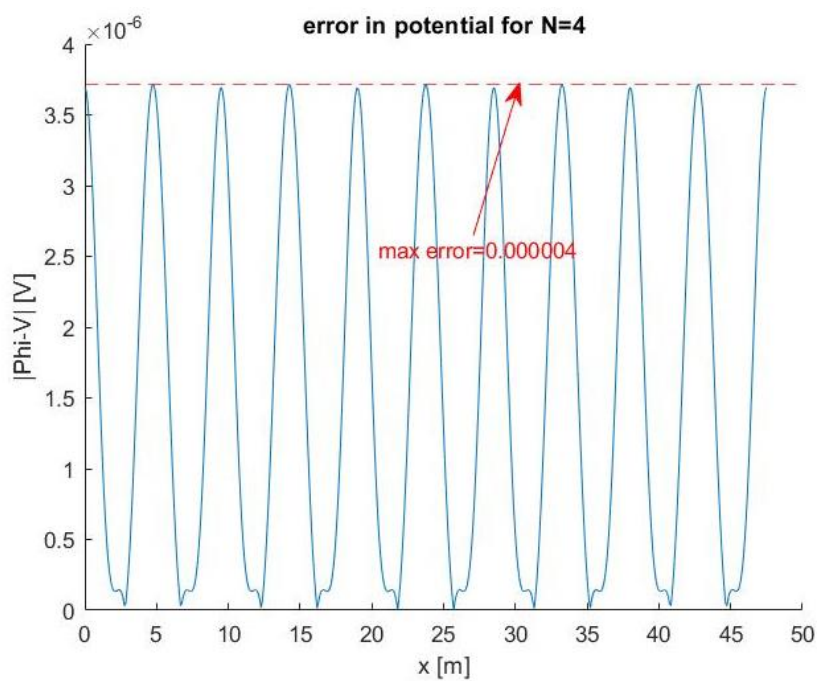
נתאר את הפוטנציאלים המתקבלים עבור N שונים:



נבחין כי השינוי בין $N=3$ ל- $N=4$ גדול מאוד, ואילו ההבדל בין $N=4$ ל- $N=5$ מזערי, ולכן זניח. נבחר אם כן $N=4$, בטענה שהמקדמים A_5, A_6, \dots בעלי תרומה זניחה ולכן ניתן לאפס אותם.

נחשב את השגיאה בפוטנציאל על גבי הלוח עבור $N=4$; נזכור כי הפוטנציאל על הלוח העליון ידוע כיוון שהלוח מרותק למתח V . נחשב:

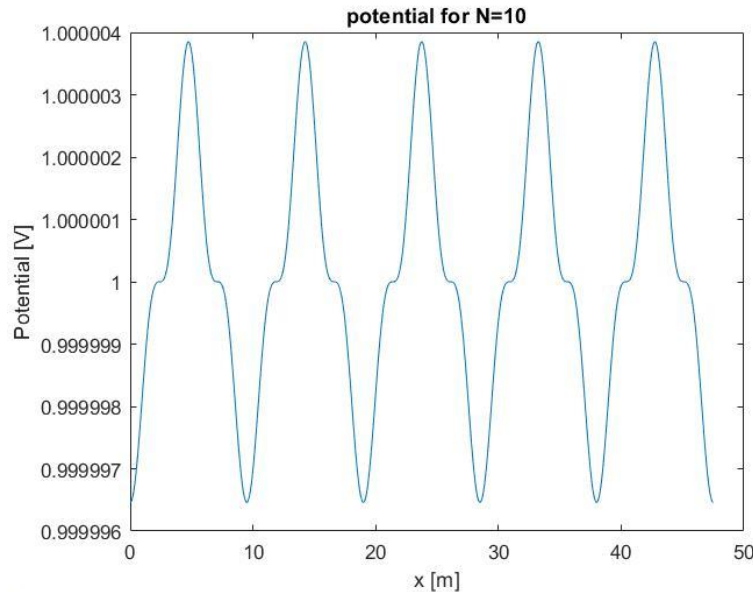
$$\epsilon(x) = |\Phi(x, y(x)) - V|$$



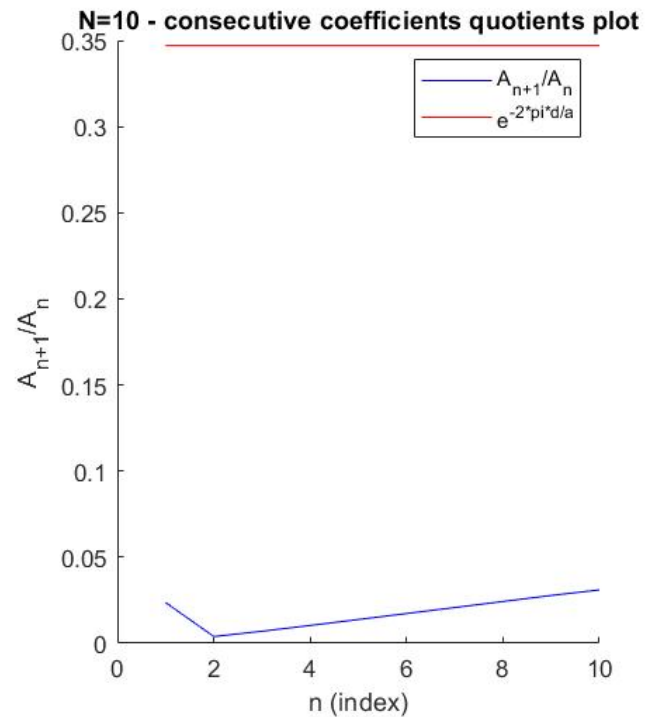
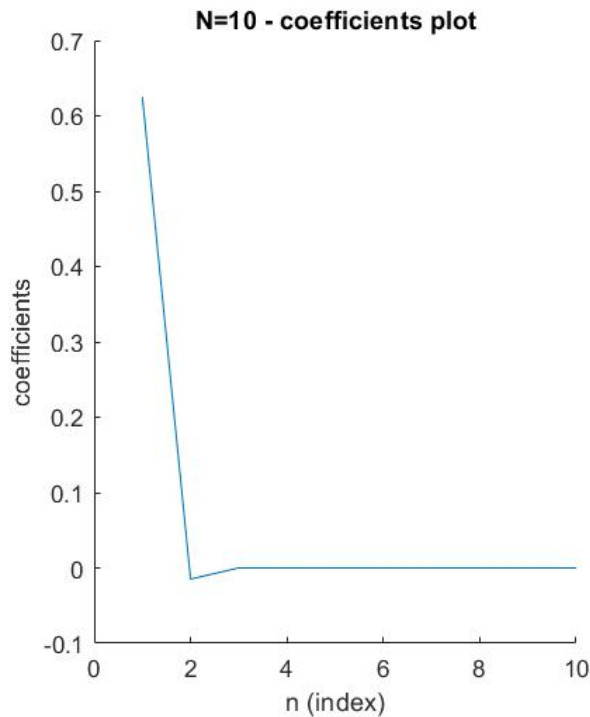
מתבהר כי השגיאה המקסימלית בחישוב היא $\epsilon_{\max} = 0.000004$.

סעיף ד'2

באמצעות תנאי הנסיגה שחושבו בסעיף ב', וכן התנאי שהחל מהמקום ה-N+1 עבור N=10 כל המקדמים מתאפסים, נקבל 11 משוואות ב-11 נעלמים, ופתרון מערכת המשוואות יניב את 11 המקדמים השונים מאפס בטור. לשם הבדיקה, נשרטט את הפוטנציאל המתקבל:

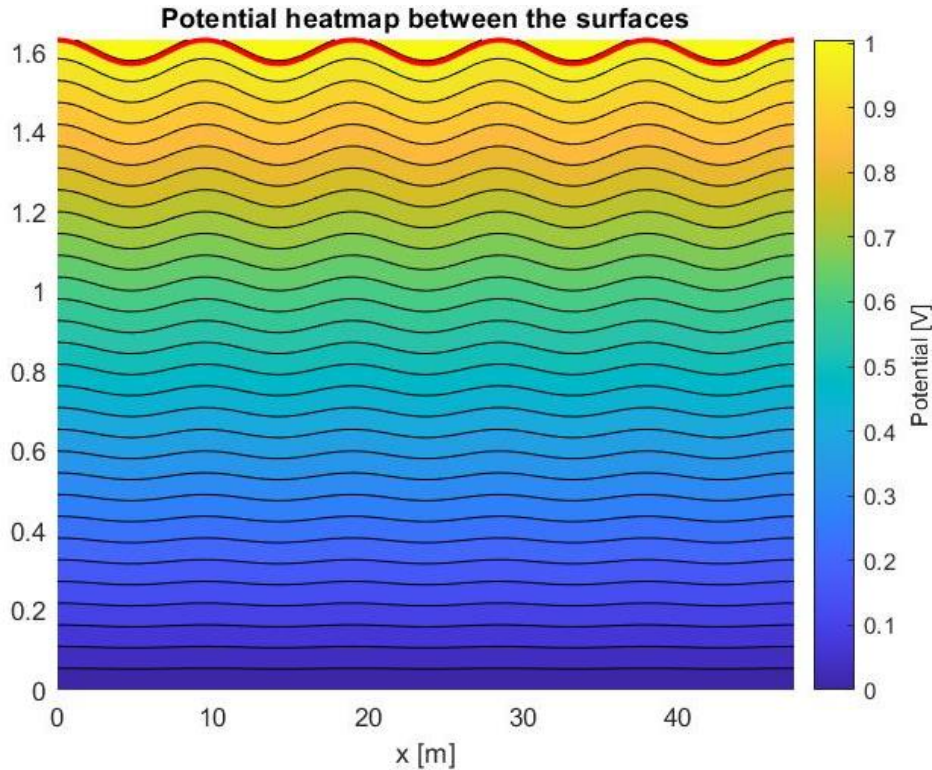


נבחין כי הגרף כמעט זהה לגרף מסעיף ד'1, ולכן ניתן להסיק כי התרומה של המקדמים באינדקסים הגבוהים יותר קטנה מאוד. נשרטט את היחס בין מקדמים באינדקסים סמוכים וכן את היחס בין מקדמים לו הקירוב מסעיף ג' היה נכון (מימין); בנוסף נשרטט את המקדמים עצמם (משמאל):



ניתן לראות כי היחס בין המקדמים קטן מהיחס $e^{-\frac{2\pi d}{a}}$, וכן כי אינו קבוע – אך השינויים בו מזעריים. ניתן להסביר את התופעה בכך שהקירוב הנדרש בסעיף ג' לא מתקיים: במימדי הבעיה שלנו $a > d$, ולכן גורם הדומיננטי בדעיכת המקדמים הוא הפקטור $\frac{1}{n+1}$, שעבור המקדם A_n גורם לפקטור ב $\frac{1}{(n+1)!}$ ביחס ל A_0 .

באמצעות הקירוב מסעיף ד'1 קיבלנו ביטוי לפוטנציאל בין הלוחות, ובאמצעותו נקבל את מפת החום הבאה:



בגרף ניתן לראות את מיקום הלוח העליון (קו רציף אדום) ואת הפוטנציאל במרחב שבין הלוחות. ניתן להסביר את התופעה המתוארת בגרף כך: ככל שהמדידה מבוצעת קרוב ללוח התחתון מתקבל פוטנציאל השואף ל-0 בצורה אחידה לאורך ציר x – כלומר התלות בא הולכת ונעלמת ככל שמתרחקים מהלוח העליון. מהצד השני, קרוב ללוח העליון מורגשת השפעת הגאומטריה של הלוח, ומתקבל פוטנציאל עם תלות סינוסואידית בציר x . תוצאה זו עולה בקנה אחד עם העובדה ש- $d \ll \Delta$ – הרחק מהלוח העליון תרומת העיוותים לשינוי בפוטנציאל זניחה, ולכן ככל שנתרחק מהלוח העליון נקבל פוטנציאל אחיד ביחס לציר x .

נחשב את צפיפות המטען המצטברת על גבי הלוח התחתון באמצעות תנאי השפה לקפיצה בשדה החשמלי. נבחין כי נתוני הבעיה מרמזים על מצב יציב, כלומר ללא תלות בזמן. מהביטוי לפוטנציאל נוכל לקבל ביטוי לשדה החשמלי בתחום שבין הלוחות:

$$\vec{E}(x, y) = -\vec{\nabla}(\phi(x, y))$$

נגדיר את התחום במרחב שבין הלוחות כאיזור 2, את התחום שמתחת ללוח התחתון כאיזור 1, ואת הנורמל למשטח כ- \hat{n} . נרשום את תנאי השפה:

$$\hat{n}_{1,2} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}_2(x, y = 0^+) - \epsilon_0 \vec{E}_1(x, y = 0^-)) = \eta$$

\Downarrow

$$-\epsilon_0 A_0 - \epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{2\pi n}{a} \cos\left(\frac{2\pi n}{a} x\right) = \eta(x)$$

ותחת ההנחה ש- $A_n = 0 \quad \forall n > 1$ נקבל את הביטוי לצפיפות המשטחית בלוח התחתון:

$$\eta(x) = -\left(A_0 \epsilon_0 + A_1 \epsilon_0 \frac{2\pi}{a} \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right)\right)$$

עבור חמישה מחזורים של הלוח העליון (כלומר $0 < x < 5a$) נקבל את המטען בלוח התחתון ליחידת אורך בציר z ע"י אינטגרציה:

$$Q_l = \int_0^{5a} \eta(x) dx = -A_0 \epsilon_0 \cdot 5a \left[\frac{C}{m}\right]$$

כיוון שידוע המתח בין לוחות ההתקן נוכל לחשב קיבול ליחידת אורך בציר z ע"י הקשר:

$$C = \frac{|Q|}{V}$$

כלומר:

$$C_l = \frac{A_0 \epsilon_0 \cdot 5a}{V} \left[\frac{F}{m} \right] = 0.232 \left[\frac{nF}{m} \right]$$

נחשב את הקיבול של קבל לוחות אידיאלי בעל מימדים דומים:

$$C_{l,plate} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 0.231 \left[\frac{nF}{m} \right]$$

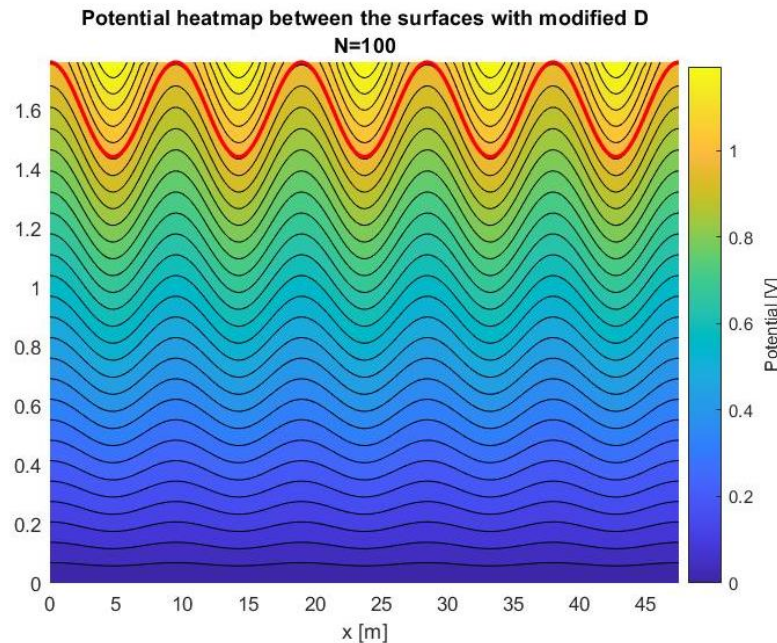
כלומר, קיבלנו קיבול גדול יותר במעט ליחידת שטח עבור ההתקן עם הלוח העליון הגלי.

הסבר קצר לתופעה:

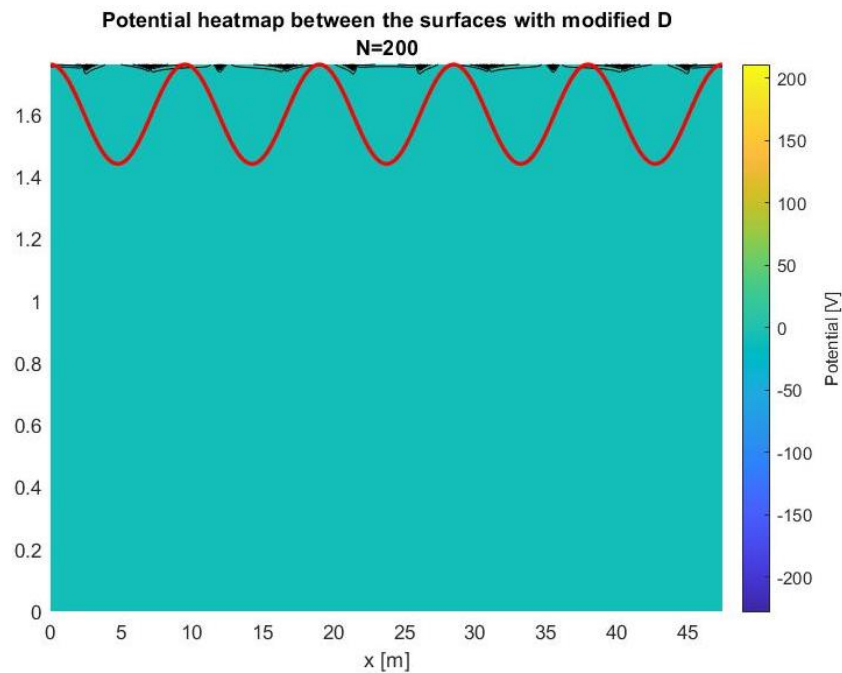
קיבול הוא תכונה גאומטרית של ההתקן. עבור קבל לוחות ניתן לחשב את הקיבול ע"י הקשר $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, ולכן עבור התקן דומה לקבל לוחות אך עם לוח עליון גלי מעט ניתן לטעון שהפרמטר היחיד שמשתנה הוא A – זאת כיוון שמתקיימת ההנחה $d \ll \Delta$, כלומר האמפליטודה בעיוות הגלי בלוח העליון קטנה בסדרי גודל מהמרחק בין הלוחות, ולכן השינוי ב d זניח. המאפיינים הגליים של הלוח העליון מגדילים במעט את שטח הפנים של הקבל, ובכך הביטוי הנ"ל גדל, כלומר הקיבול גדל.

כעת נגדיל את העיוות בלוח העליון ע"י הגדרת $\Delta = \frac{d}{10}$. נתבונן במפת החום של הפוטנציאל במרחב שבין הלוחות בחישוב המתבסס על התאפסות המקדמים עבור Nים גדולים.

עבור N=100:



עבור N=200:



קל לזהות הבדל משמעותי בין הפוטנציאל המתקבל עבור N=100 לבין הפוטנציאל המתקבל עבור N=200: עבור N=200 מתקבל פוטנציאל קבוע בכל המרחב שבין הלוחות, ואילו עבור N=100 מתקבלת מפת חום המזכירה את מפת החום שהתקבלה בסעיף ה' בכך שהפוטנציאל בתחום שבין הלוחות, קרוב ללוח העליון תלוי בא במידה גבוהה, ואילו קרוב ללוח התחתון התלות בא פוחתת.

ראשית נעלה השערה המסבירה את התופעה הנצפית עבור N=200: מטריצת המקדמים המתקבלת מהתנאים הרקורסיביים מכילה מספרים בסדרי גודל גדולים מאוד, ולכן במהלך פתרון מערכת המשוואות במטלב מבוצעות פעולות חילוק וכפל במספרים גדולים מאוד, ומספרים קטנים מאוד – מה שמוביל לשגיאות שהולכות וגדלות ככל שכמות החישובים גדלה. לכן התוצאה המתקבלת אינה

עולה בקנה אחד עם התצפיות לעולם הפיזיקלי; ניתן להסיק מכך שהגדלת הרזולוציה בחישוב מסוים כרוכה בהגדלת הדיוק של מערכת החישוב, דבר שלא תמיד מתאפשר חישובית, ולא תמיד הכרחי כלל.

כעת נתבונן בתופעה המתקבלת עבור $N=100$: נזהה צורה דומה למדי לזו שזוהתה בסעיף ה', אולם כעת דעיכת ההשפעה של עיוות הלוח העליון איטית יותר, ונזהה תלות לא זניחה בפוטנציאל בציר x עד למרחק של כ-0.5 מטרים מהלוח התחתון, כלומר כשני שלישים מהתחום שבין הלוחות מושפע מעיוותי הלוח העליון; זאת לעומת התופעה שזוהתה בסעיף ה', שם כבר קרוב למטר מהלוח התחתון התקבלה תלות זניחה בא בשינוי בפוטנציאל. ההסבר לתופעה זו נעוץ בגודל העיוות בלוח העליון, Δ , ביחס למרחק בין הלוחות, d . בסעיף זה המרחק בין הלוחות גדול רק בסדר גודל אחד מגודל העיוות בלוח, ולכן נצפה להשפעה חזקה יותר על פילוג הפוטנציאל שבין הלוחות.

שאלה 2

סעיף א'1

נחלק כל אחד מלוחות הקבל ל N מקטעים שווים בגודלם, ובבנה את מערכת המשוואות שפיתחנו בהרצאה על שיטת המומנטים באמצעות הקירובים הבאים לחישוב איבר מטריצת המקדמים:

$$z_{mm} = \frac{-\Delta_m}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \left(\frac{\Delta_m}{2a_m} \right) - 1 \right)$$

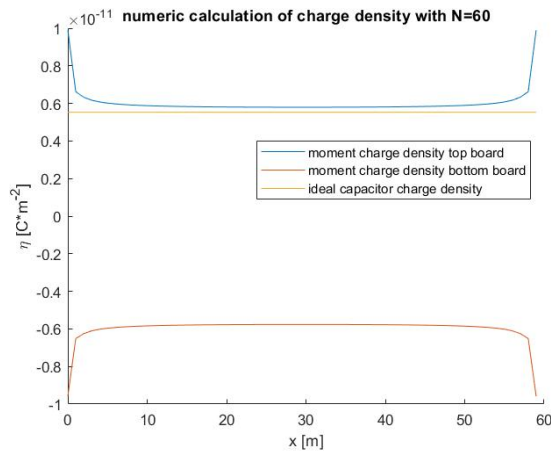
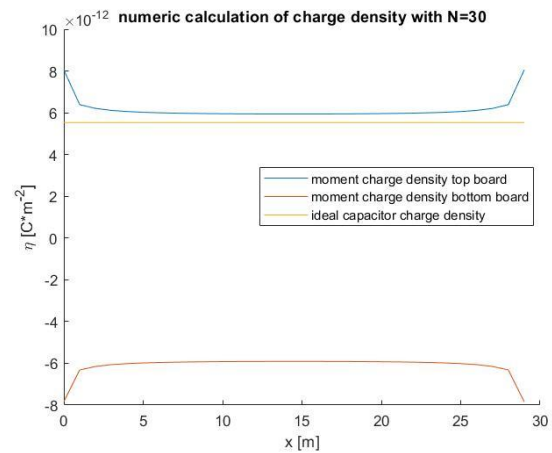
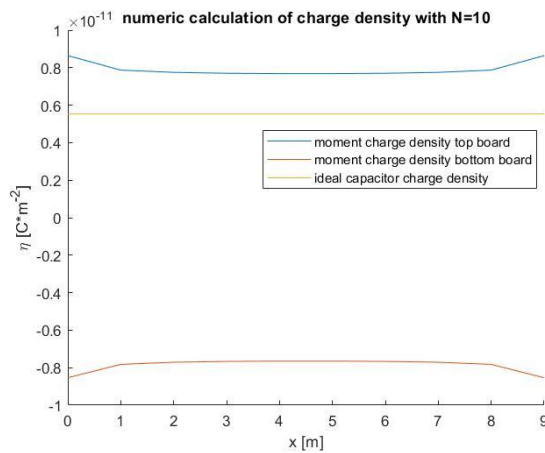
$$z_{mn} = \frac{-\Delta_m}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \left(\frac{|\vec{r}_n - \vec{r}_m|}{a_m} \right) - 1 \right)$$

בצורה מטריצית מערכת המשוואות נראית כך:

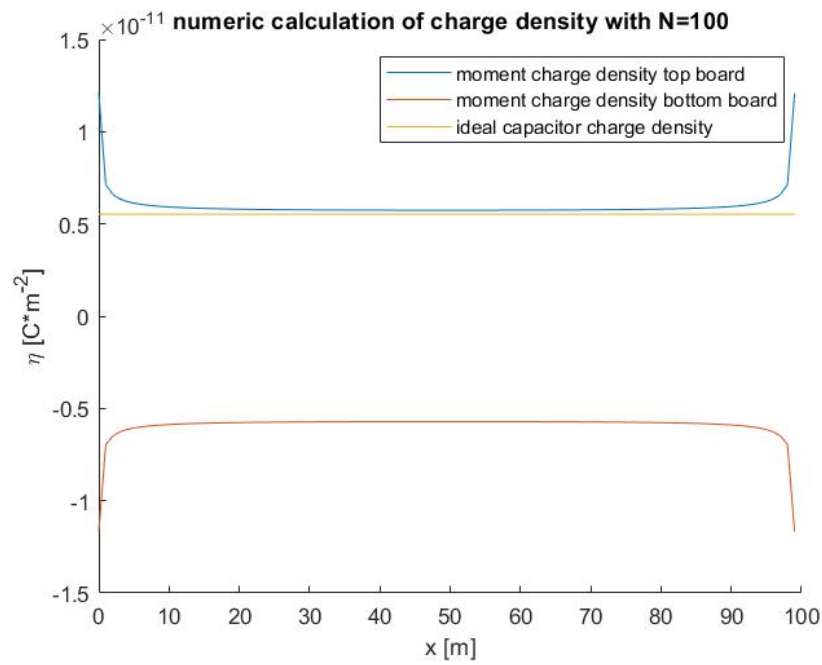
$$Z \cdot \vec{\eta} = \vec{\phi}$$

מפתרון מערכת המשוואות נקבל את צפיפות המטען במרכז כל מקטע כפונקציה של מיקום המקטע על ציר ה x, כך שהחצי העליון של הוקטור $\vec{\eta}$ מכיל את צפיפות המטען לכל מקטע בלוח העליון, והחצי התחתון של הוקטור מכיל את צפיפות המטען לכל מקטע בלוח התחתון.

נציג את צפיפות המטען כפונקציה בדידה של x (כלומר, צפיפות המטען כפונקציה של ערך x של אמצע של מומנט) עבור חלוקות שונות:



כאשר צפיפות המטען בקבל אידיאלי מתקבלת על ידי הקשר $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{Q}{V}$, כלומר $Q = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot V$, ולכן הצפיפות ההמשטחית מתקבלת לפי $\eta_{ideal} = \frac{\epsilon_0 V}{d}$. נזהה כי בכל החלוקות נקבל צפיפות מטען קרובה לצפיפות האידיאלית במרכז הלוח, ורחוקה ממנה ככל שנתקרב לקצה הלוח – בהתאם לפיזיקה; בנוסף נבחין שכל שנעלה ברזולוציית החלוקה נקבל ערך קרוב יותר לערך האידיאלי במרכז הלוח. נתבונן בצפיפות המתקבלת עבור N=100:



כעת קל לזהות שערך צפיפות המטען המתקבל במרכז הלוח קרוב מאוד לערך האידיאלי.

סעיף א'2

את סך המטען ליחידת אורך ניתן לקבל על ידי סכימה ממושקלת של כל הצפיפויות שהתקבלו בסעיף א'2, כאשר המשקל של כל צפיפות הוא אורך המקטע בו היא חושבה. לכן:

$$Q_l = \sum_{i=1}^N \vec{\eta}_i \cdot \Delta_i = 2.85 \cdot 10^{-10} \left[\frac{C}{m} \right]$$

את הקיבול נחשב באמצעות הקשר:

$$C = \frac{|Q|}{V}$$

ולכן נקבל שהקיבול ליחידת אורך בציר z:

$$C = 0.285 \left[\frac{nF}{m} \right]$$

סעיף ב'1

נחלק את הלוח העליון למקטעים באופן הבא: נבחר חלוקה במרווחים קבועים בציר, ונחשב את אורך המקטע לפי אינטגרציה על המסילה המגדירה את המשטח העליון. את כמות המקטעים בציר האנכי נבחר לפי אורך ההתקן כולו, כלומר עבור N מקטעים נקבל:

$$h = \frac{5a}{N}$$

ונגדיר $x_m = x_0 + mh$. נקבל אם כן:

$$\Delta_m = \int_{x_{m-1}}^{x_m} \sqrt{\gamma'^2(x) + 1} dx$$

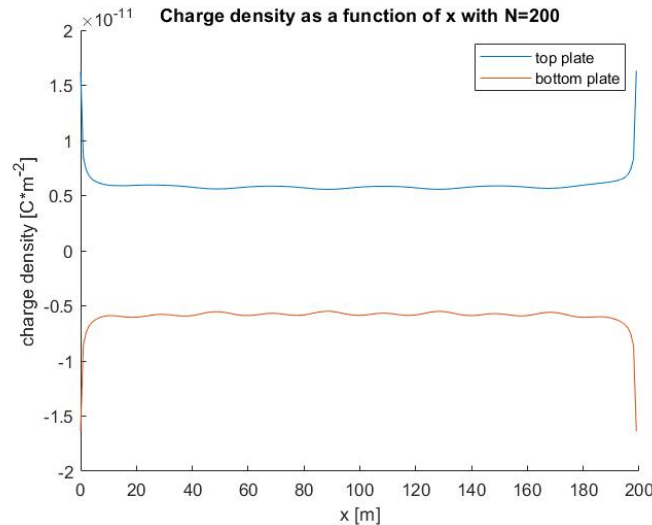
כאשר את $\gamma(x) = d + \Delta \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$, ולכן $\gamma'(x) = -\frac{2\pi\Delta}{a} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$. נבחין כי ככל שנבחר יותר מקטעים, נקבל שאורך כל מקטע הוא קבוע, $\Delta_m \approx \frac{L_{top}}{N}$, כאשר $L_{top} = \int_{x_0}^{x_N} \sqrt{\gamma'^2(x) + 1} dx$.

עבור הלוח התחתון נבחר אורכי מקטע ע"י חלוקה פשוטה של הקטע: $\Delta_m = \frac{L_{bottom}}{N}$, כיוון שהלוח התחתון הוא קו ישר. כעת באופן דומה לחישוב שהתבצע בסעיף א' נפתור את מערכת המשוואות:

$$Z \cdot \vec{\eta} = \vec{\phi}$$

ונקבל כי $\vec{\eta}$ וקטור שנרכיב העליונים מהווים את צפיפות המטען המשטחית כפונקציה בדידה של x בלוח העליון, ו $\vec{\phi}$ ערכיו התחתונים מהווים את צפיפות המטען כפונקציה בדידה של x בלוח התחתון.

נקבל את צפיפות המטען בלוחות כפונקציה של x :



סעיף ב'2

חישוב המטען הכולל ליחידת אורך בציר z מתבצע על ידי סכימה ממושקלת של צפיפות המטען בכל אלמנט במשקל אורך האלמנט, כלומר:

$$Q_l = \sum_{i=1}^N \Delta_i \cdot \eta_i$$

נקבל:

$$Q_{top} = 0.284 \left[\frac{nC}{m} \right]$$

$$Q_{bottom} = -0.284 \left[\frac{nC}{m} \right]$$

כצפוי, קיבלנו מטען זהה בערך מוחלט והפוך בסימן בשני הלוחות – עד כדי הבדל של כ-0.0045% (שלא ניתן לראות בערכי המטען שהוצגו כיוון שנרשמו רק 3 ספרות חשובות בתוצאה החישוב).

סעיף ב'3

מהמסקנה מסעיף ב'2 לפיה ההפרש בין המטען הכולל על הלוחות הינו זניח נוכל לחשב את קיבול ההתקן על ידי הקשר

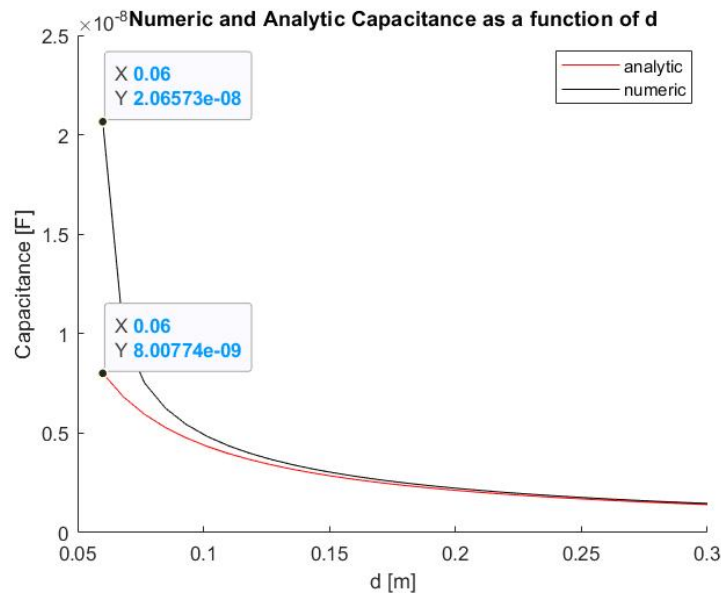
$$C = \frac{Q}{V}$$

נזכור כי אנו מתייחסים להתקן כאינסופי בכיוון z , ולכן הקיבול שיחושב הינו ליחידת אורך. קיבול ההתקן:

$$C = 0.284 \left[\frac{nF}{m} \right]$$

סעיף ג'

נחשב את קיבול ההתקן ליחידת אורך בציר z עבור ערכי d הנעים בין 2Δ ל- 10Δ , באופן זהה לצורה בה חישבנו את הקיבול בסעיף ב'. בנוסף, נחשב את קיבול ההתקן עבור אותם ערכי d בצורה אנליטית, באופן זהה לצורה בה חישבנו את הקיבול בשאלה 1, סעיף ו'. נשווה בין הקיבול המתקבל בצורה אנליטית ובצורה נומרית:

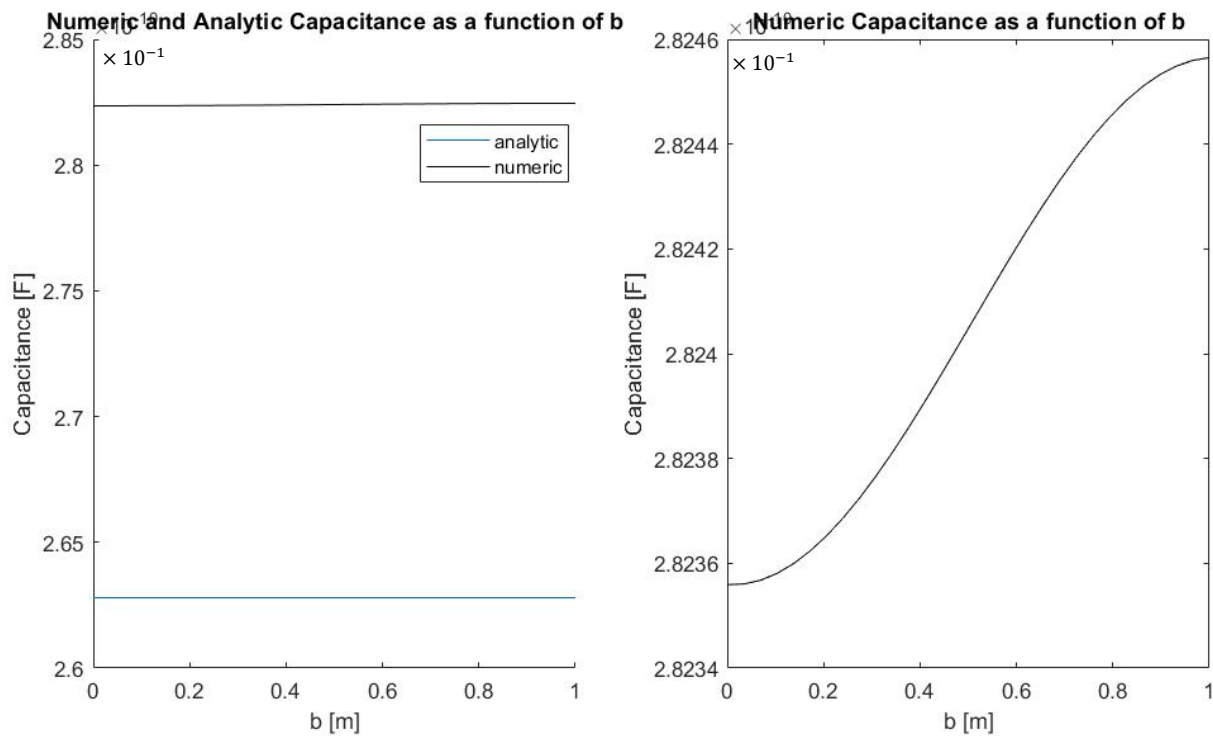


נבחין כי ככל ש- d קטן המרחק בין הקיבול האנליטי לקיבול הנומרי גדל עד כדי הבדל בסדר גודל עבור ערך d המינימלי. נזכר בסעיף א' בשאלה 1 – נטען כי הקירוב עליו מתבסס החישוב האנליטי, קירוב לטור טיילור מסדר 1, נכון עבור קונפיגורציות בהן מתקיים $d \ll \Delta$; כיוון שעבור ערכי d קטנים התנאי לא מתקיים, נצפה שלחישוב האנליטי תיווסף שגיאה, בעוד שלחישוב הנומרי לא נוספת

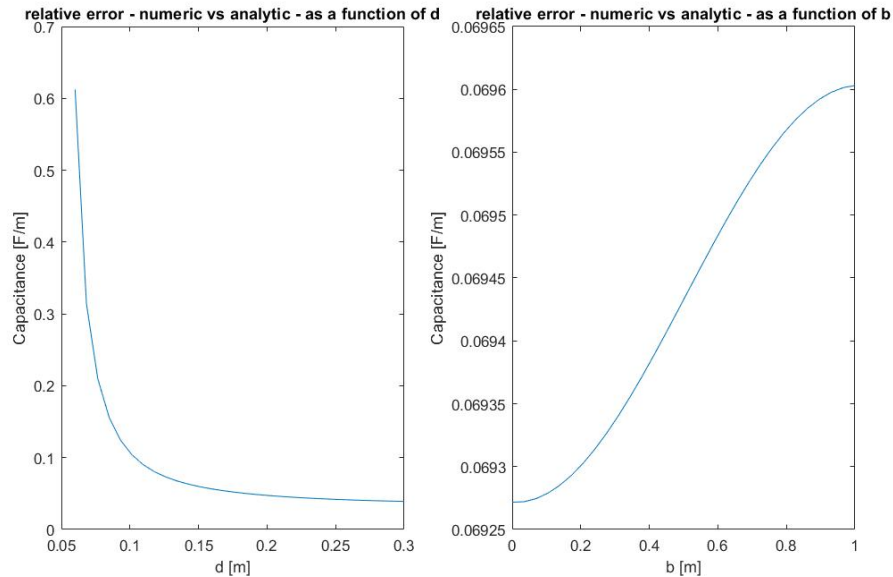
שגיאה עבור ערכי d קטנים, כיוון שהשגיאה בחישוב הנומרי תלויה בגודל המומנטים שנבחרו, כלומר ברזולוציית החלוקה למקטעים של המשטח.

סעיף ד'

נחשב את קיבול ההתקן ליחידת אורך בציר z עבור ערכי b משתנים, כאשר b מייצג את גודל ההיסט מתחילת המחזור של פונקציית הקוסינוס המגדירה את צורת הלוח העליון. נבחין כי בחישוב הנומרי ישנה תלות בערכי ϵ של הנקודות על z הלוח העליון הבאה לידי ביטוי במרחקים בין המומנטים השונים בלוח, ואילו בחישוב האנליטי אין כלל תלות בהיסט הלוח העליון ביחס לציר z – האינטגרציה על פונקציית הקוסינוס על מחזור שלם (או מכפלה שלמה של מחזור שלם) מתאפסת, ולא מתקבלת כלל תלות בהתנהגות הטריגונומטרית. לכן החישוב האנליטי לקיבול ההתקן לא משתנה כפונקציה של b . נתבונן בהבדלים בגרפים המצורפים: משמאל ניתן לראות את הקיבול האנליטי והקיבול הנומרי במקביל, ומימין ניתן לראות את הקיבול הנומרי בלבד. ההבדל בין הקיבול הנומרי לקיבול האנליטי גדול בכ-3 סדרי גודל מגודל השינוי המקסימלי בקיבול הנומרי כפונקציה של b , ולכן לא ניתן להבחין בו כלל בגרף מימין.



נחשב את השגיאות היחסיות עבור הוקטורים שהתקבלו בסעיפים ג' וד':



השגיאה כתלות ב d גדולה ככל ש d קטן, בהתאם להסבר התופעה מסעיף ג'; לעומת זאת, השגיאה כתלות ב b גדלה ככל ש b גדל, בהתאם להסבר התופעה מסעיף ד'. נבחין כי השגיאה המקסימלית המתקבלת כפונקציה של d גדולה בסדר גודל מהשגיאה המקסימלית המתקבלת כפונקציה של b – ולכן ניתן להסיק כי הגורם הדומיננטי בשינוי השגיאה היחסית הוא d .

ניתן להסביר את התופעה בכך שהשינוי ב b משפיע על החישוב הנומרי בלבד – ולא מגדיל את השגיאה בחישוב הנומרי, שכן השגיאה תלויה בעיקר בכמות המקטעים שנבחרה, בעוד השינוי ב d משפיע על החישוב האנליטי בכך שהוא מגדיל את השגיאה בקירוב לטור טיילור מסדר 1, כפי שתואר בשאלה 1 סעיף א'.