

6. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Работа выполняется по одной теме с различными входными данными.

Содержание разделов подробно указано в примере выполнения.

7. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Контрольная работа имеет исходные данные, которые можно разбить на 2 группы:

- общие;
- в соответствии с вариантом. Вариант выбирается по номеру студента в списке группы.

Варианты представлены в табл. 1.

Таблица 1

№ варианта	T_d	K_y	$i \cdot 10^3$
1	0,044	600	2,1
2	0,050	900	1,3
3	0,055	1100	2,1
4	0,049	1500	2,3
5	0,058	1300	1,5
6	0,051	800	1,7
7	0,053	1400	1,0
8	0,050	900	1,8
9	0,048	700	2,0
10	0,045	1000	1,6
11	0,048	1200	1,5
12	0,060	1000	1,1
13	0,051	900	1,0
14	0,053	700	0,9
15	0,057	1300	0,8
16	0,050	1000	1,1
17	0,045	700	1,5
18	0,055	1400	1,8
19	0,053	1300	1,2
20	0,049	900	1,5

8. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

8.1.ЗАДАНИЕ

1. Описать работу системы.
2. Определить передаточные функции элементов системы.
3. Составить структурную схему системы.
4. Построить логарифмические характеристики разомкнутой системы.
5. Определить устойчивость и запас устойчивости по амплитуде и фазе.
6. С помощью критерия Гурвица определить критическое значение добротности системы без обратной связи.
7. Ввести скоростную обратную связь.
8. Найти минимальное значение коэффициента скоростной обратной связи, необходимого для устойчивости системы.

Исходная схема (рис.1):

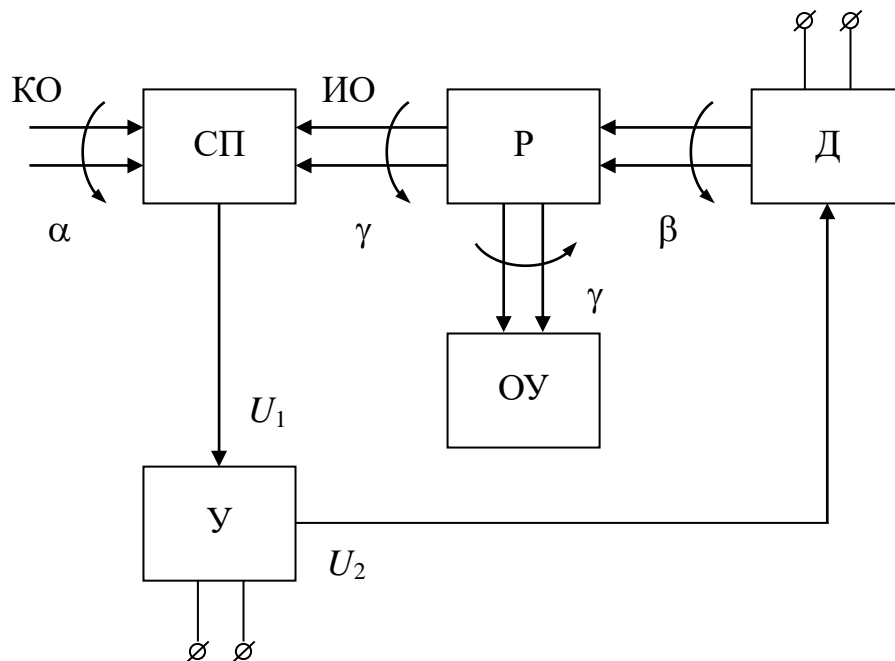


Рис.1. Исходная схема системы

где СП – сельсинная пара;
 Р – редуктор;
 Д – двигатель;
 ОУ – объект управления;
 У – усилитель;
 КО – командная ось;

ИО – исполнительная ось;

α – угол поворота сельсин-датчика – это командное воздействие;

β – угол поворота двигателя;

γ – угол поворота редуктора – это исполнительное воздействие;

U_1 – выходной сигнал СП;

U_2 – выходной сигнал У;

U_{max} – максимальное напряжение на выходе сельсин-трансформатора;

k_y – коэффициент усиления У;

T_y – постоянная времени У;

U_y – номинальное напряжение на обмотке управления двигателя;

N_{xx} – число оборотов в минуту при холостом ходе двигателя и при номинальном напряжении двигателя;

T_d – постоянная времени Д;

i – передаточное число редуктора;

S_{TG} – крутизна выходной характеристики тахогенератора.

Исходные данные: $k_y = 900$

$T_y = 0.01$ сек

$T_d = 0.052$ сек

$i = 1.2 \cdot 10^3$

$U_{max} = 5$ В

$U_y = 30$ В

$N_{xx} = 10000$ оборотов в минуту

$S_{TG} = 0.001$ В · сек/рад

8.2. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ СИСТЕМЫ

Из схемы системы, приведённой в задании видно (рис.1), что задающим устройством является командная ось, вращаемая сельсин-датчиком по произвольному закону $\alpha = \alpha(t)$. Тот же самый закон угла поворота во времени $\alpha(t) = \gamma(t)$ должен быть автоматически воспроизведён на выходе системы, т.е. на объект управления и на исполнительную ось. Если углы поворота командной и исполнительной оси не равны, ($\alpha(t) \neq \gamma(t)$), то на выходе сельсинной пары возникает напряжение рассогласования U_1 . Величина U_1 зависит от величины углов поворота командной и исполнительной осей. Напряжение U_1 поступает на вход усилителя, на выходе которого возникает напряжение U_2 , поступающее на обмотку управления двигателя. В результате этого начинает вращаться ротор двигателя в сторону уменьшения ошибки рассогласования ($\theta = \alpha - \gamma$) до согласования двух осей. То есть поворот ротора двигателя через редуктор задаёт новый закон угла поворота исполнительной оси. Ротор двигателя будет вращаться до

тех пор, пока ошибка рассогласования не будет сведена к нулю, после чего он остановится. Таким образом, система охвачена отрицательной обратной связью.

8.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ

Для нахождения передаточных функций элементов системы, приведенной в задании, определим сначала их дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения составляем на основе принципа действия.

8.3.1. Сельсинная пара

Сельсинную пару можно с достаточной для практики точностью считать безынерционной. Поэтому её дифференциальное уравнение имеет вид:

$$U_1 = k_{СП} \cdot \theta,$$

где $\theta = \alpha - \gamma$ – ошибка рассогласования, равная разности углов поворота КО и ИО;

$k_{СП}$ – коэффициент передачи СП.

Передаточная функция СП имеет вид:

$$W_{СП}(P) = \frac{U_1(P)}{\theta(P)} = k_{СП};$$

$$k_{СП} = U_{max}, \quad k_{СП} = 5 \text{ В/рад}.$$

8.3.2. Усилитель

Усилитель – апериодическое звено первого порядка, поэтому его дифференциальное уравнение имеет вид:

$$T \frac{dU_2}{dt} + U_2 = U_1 \cdot k_y;$$

$$T_y \cdot U_2 \cdot p + U_2 = U_1 \cdot k_y,$$

где $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

$$(T_y \cdot p + 1)U_2 = U_1 \cdot k_y;$$

Передаточная функция усилителя имеет вид:

$$W_y(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{k_y}{1 + T_y \cdot p};$$

$$T_y = 0,01 \text{ сек}, k_y = 900.$$

8.3.3. Двигатель

Двигатель – интегрирующее звено с замедлением, так как в качестве выходной величины двигателя рассматривается угол поворота, а не угловая скорость. Угол поворота является интегралом от угловой скорости.

Данное звено описывается следующим дифференциальным уравнением

$$T_D \frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{d\beta}{dt} = k_D \cdot U_2;$$

$$p \cdot \beta \cdot (1 + T_D \cdot p) = k_D \cdot U_2.$$

Передачная функция звена имеет вид

$$W_D(p) = \frac{\beta(p)}{U_2(p)} = \frac{k_D}{p(1 + T_D p)},$$

где k_D – коэффициент передачи двигателя по скорости

Определим k_D по формуле

$$k_D = \frac{\Omega_{XX}}{U_y},$$

где Ω_{XX} – угловая скорость двигателя, определяемая по формуле

$$\Omega_{XX} = \frac{\pi \cdot N_{XX}}{30}$$

Тогда имеем

$$k_D = \frac{\pi \cdot N_{XX}}{30 \cdot U_y}; \quad k_D = 34,9 \text{ рад/В} \cdot \text{сек}$$

8.3.4. Редуктор

Редуктор – безынерционное звено, поэтому оно описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\gamma = k_p \cdot \beta,$$

где k_p – коэффициент передачи редуктора.

Передаточная функция редуктора:

$$W_p(p) = \frac{\gamma(p)}{\beta(p)} = k_p$$

k_p определим по следующей формуле:

$$k_p = \frac{1}{i}$$

$$k_p = 8,3 \cdot 10^{-4}.$$

8.4. ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ

При построении структурной схемы системы, приведенной в задании, воспользуемся передаточными функциями элементов, которые были получены в разделе 8.3. Полученная структурная схема системы изображена на рис.2.

8.5. ПОСТРОЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Для построения логарифмических частотных характеристик необходимо найти передаточную функцию всей системы. Так как данная система состоит из включенных последовательно звеньев, то передаточная функция разомкнутой системы будет равна произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = \prod_{i=1}^4 W_i(p) = W_{СП}(p) \cdot W_Y(p) \cdot W_D(p) \cdot W_P(p);$$

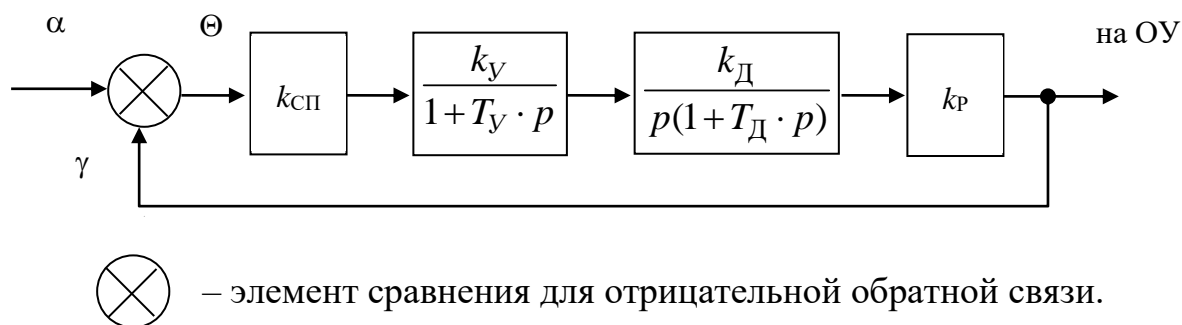


Рис.2 Структурная схема системы

$$W(p) = \frac{k}{p \cdot (1 + T_y p) \cdot (1 + T_D p)}, \quad (1)$$

где k – общий коэффициент усиления разомкнутой цепи.

В выражении (1) параметры k , T_y , T_D имеют следующие числовые значения:

$$k = 130,351 / \text{сек}$$

$$T_y = 0,01 \text{ сек}$$

$$T_D = 0,052 \text{ сек}$$

8.5.1. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) следящей системы с передаточной функцией (1) имеет следующий вид:

$$L(\omega) = 20 \lg \left| \frac{k}{i\omega(1 + j\omega T_y)(1 + j\omega T_D)} \right|,$$

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{\omega^2 [1 + (\omega T_y)^2]} \sqrt{1 + (\omega T_D)^2}},$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_y)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_D)^2}.$$

Учитывая, что наибольшей постоянной времени соответствует наименьшее значение частоты, определяем сопрягающие частоты, начиная с меньшей:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_D}, \quad \omega_1 = \frac{1}{0,052} = 19,2(1/\text{сек}),$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_Y}, \quad \omega_2 = \frac{1}{0,01} = 100(1/\text{сек}).$$

Переходя к декадам, получаем:

$$\omega_1 = \lg 19,2 = 1,28 \text{ декады};$$

$$\omega_2 = \lg 100 = 2 \text{ декады}.$$

Наносим сопрягающие частоты на график (рис. 3), находим точку: $20 \lg k = 42,3 \text{ дБ}$ и наносим её на верхний график.

Учитывая, что $\nu = 1$ (где ν - число, указывающее на порядок астатизма системы), т. к. в знаменателе равенства (1) стоит p , проводим низкочастотную асимптоту с наклоном $1 \cdot (-20) = -20 \text{ дБ/дек}$ до точки, соответствующей $\omega_1 = 1,28 \text{ декады}$, с таким расчётом, чтобы эта асимптота пересекала ось ординат в точке $42,3 \text{ дБ}$.

Так как постоянная T_D , определяющая частоту ω_1 , стоит в знаменателе передаточной функции (1), то увеличиваем наклон следующего участка характеристики на 20 дБ/дек (отклоняем характеристику вниз) и проводим его с наклоном -40 дБ/дек до точки, соответствующей $\omega_1 = 2 \text{ декадам}$.

Постоянная времени T_Y , определяющая частоту ω_2 , стоит в знаменателе выражения (1), поэтому наклон следующего участка увеличиваем на 20 дБ/дек и проводим её последний участок с наклоном -60 дБ/дек

Полученная ЛАЧХ изображена на рис. 3 (верхний график).

8.5.2 Логарифмическая фазочастотная характеристика

Формула логарифмической фазочастотной характеристики (ЛФЧХ) следящей системы с передаточной функцией (1) имеет следующий вид

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg T_D \omega - \arctg T_Y \omega.$$

Это выражение позволяет построить $\varphi(\omega)$ двумя способами:

– по точкам

– как сумму ординат ЛФЧХ двух апериодических звеньев с постоянными времени T_d , T_y и интегрирующего звена.

Построим ЛФЧХ по точкам.

Наносим сопрягающие частоты $\omega_1 U \omega_2$, рассчитанные для ЛАЧХ, на график (рис. 3). Далее строим ЛФЧХ по значениям, приведенным в табл. 2.

Таблица 2

ω		$\varphi(\omega)$			ω		$\varphi(\omega)$	
сек ⁻¹	дек	град	рад		сек ⁻¹	дек	град	рад
1	0	-93,9	-1,48		60	1,78	-204,7	-3,21
2	0,3	-97,9	-1,54		70	1,85	-211,2	-3,33
3	0,48	-101,8	-1,6		80	1,9	-217,2	-3,42
4	0,6	-105,6	-1,66		90	1,95	-223,2	-3,51
5	0,7	-109,4	-1,72		100	2	-227,9	-3,58
6	0,78	-113,1	-1,78		110	2,04	-232	-3,64
7	0,85	-116,8	-1,83		120	2,08	-235,7	-3,7
8	0,9	-120,2	-1,89		130	2,11	-238,9	-3,75
9	0,95	-123,6	-1,94		140	2,15	-241,8	-3,79
10	1	-126,9	-1,99		150	2,18	-244,4	-3,84
20	1,3	-153,8	-2,42		160	2,2	-246,8	-3,88
30	1,48	-172,3	-2,71		170	2,23	-248,9	-3,91
40	1,6	-185,7	-2,92		180	2,26	-250,9	-3,94
50	1,7	-196,14	-3,08		190	2,28	-252,7	-3,96
					200	2,3	-254,3	-3,99

Полученная ЛФЧХ изображена на рис. 3 (нижний график).

8.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ ПО АМПЛИТУДЕ И ФАЗЕ

По графикам, приведенным в разделе 8.5 на рис. 3, видно, что данная следящая система неустойчивая, так как ЛФЧХ пересекает прямую $\varphi = -180^\circ$ в пределах положительной ЛАЧХ.

Следовательно, для данной системы запаса устойчивости по амплитуде и фазе нет.

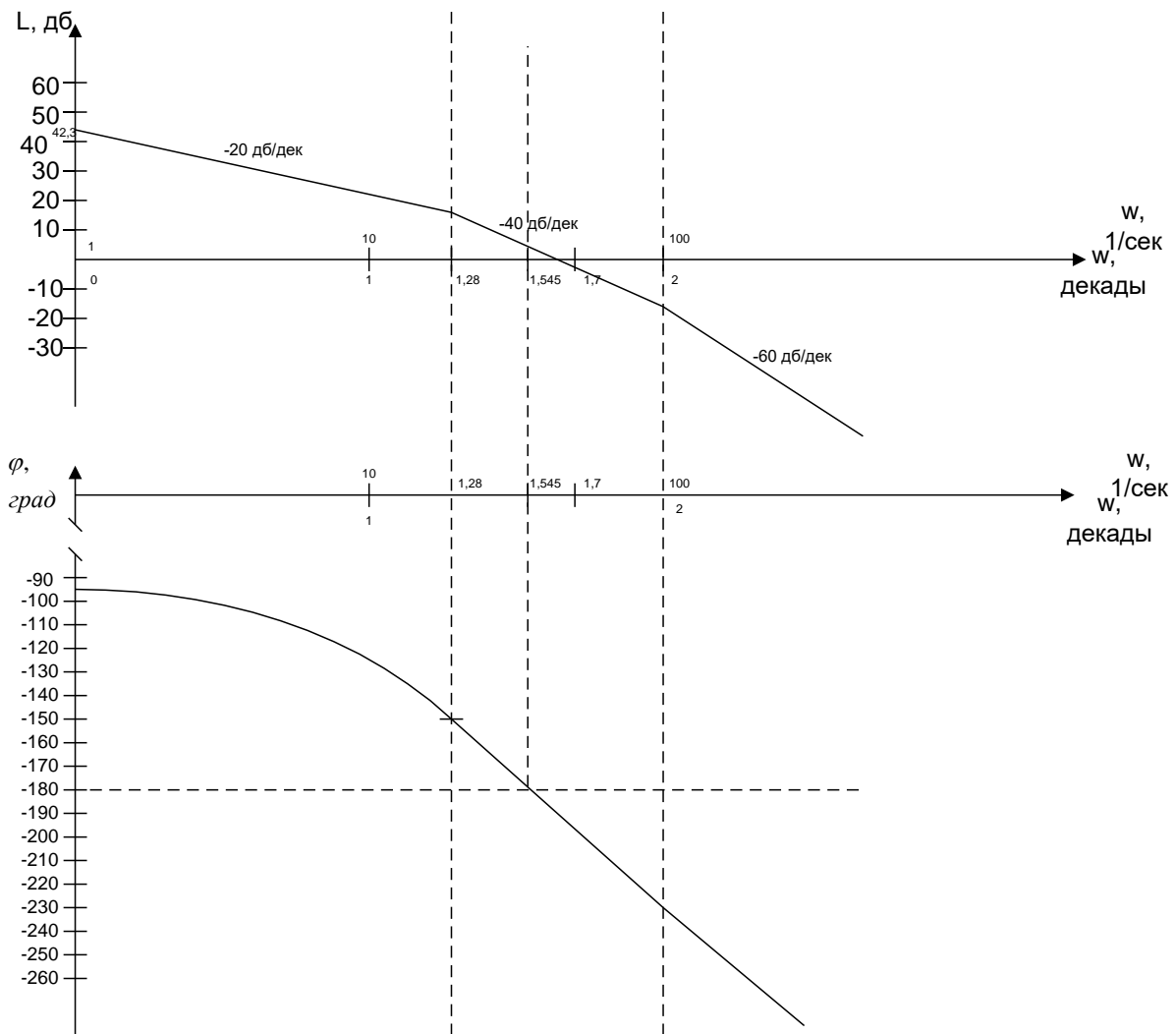


Рис. 3. ЛАЧХ и ЛФЧХ системы без обратной связи

8.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ДОБРОТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ КРИТЕРИЯ ГУРВИЦА

Для определения критического значения добротности с помощью критерия Гурвица необходимо составить характеристическое уравнение системы. Для этого представим передаточную функцию (1) в виде отношения двух полиномов:

$$W(p) = \frac{kN(p)}{M(p)}, \quad (2)$$

где k – общий коэффициент усиления разомкнутой системы, который часто называют добротностью системы:

$N(p)$ – полином числителя;

$M(p)$ – полином знаменателя.

При этом степень полинома в знаменателе больше, чем степень полинома в числителе.

Полиномы в выражении (2) имеют вид:

$$N(p) = 1;$$

$$M(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p,$$

$$a_0 = T_y \cdot T_d;$$

где коэффициенты a_i имеют следующие выражения: $a_1 = T_d + T_y;$

$$a_2 = 1.$$

Далее запишем характеристический полином для выражения (2):

$$D(p) = kN(p) + M(p).$$

Приравняв его к нулю, получим характеристическое уравнение системы с передаточной функцией (1):

$$D(p) = kN(p) + M(p) = 0 \quad (3)$$

Это выражение можно записать и в более удобной форме:

$$D(p) = 1 + W(p) = 0 \quad (4)$$

Подставив значения полиномов в выражение (3), получим следующее характеристическое уравнение вида:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + k = 0.$$

Критическое значение добротности $Q_{кр} = k_{кр}$ определим из критерия устойчивости Гурвица. Для уравнения 3-го порядка критерий устойчивости имеет следующие условия: $a_i > 0; k > 0; a_1 a_2 - a_0 k > 0$

Из последнего условия и определим $Q_{кр}$

$$Q_{кр} = k_{кр} = \frac{a_1 a_2}{a_0}.$$

Подставив выражения коэффициентов a_i , получим, что:

$$Q_{кр} = \frac{T_D + T_y}{T_D \cdot T_y} = \frac{1}{T_y} + \frac{1}{T_D}$$

$$Q_{кр} = 119,23 \text{ сек}^{-1}.$$

Определив $Q_{кр}$, подтвердили, что наша система неустойчива, т. к. $Q_{кр} < k$. Для того, чтобы система была устойчива, необходимо выполнение условия:

$$k < \frac{1}{T_y} + \frac{1}{T_D}.$$

8.8. ВВЕДЕНИЕ СКОРОСТНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Для того чтобы исходную систему (см. задание) сделать устойчивой, необходимо дополнительно ввести местную отрицательную обратную связь. Воспользуемся скоростной обратной связью. Для введения скоростной обратной связи в систему включается дифференцирующее звено – тахогенератор (ТГ) согласно рис. 4.

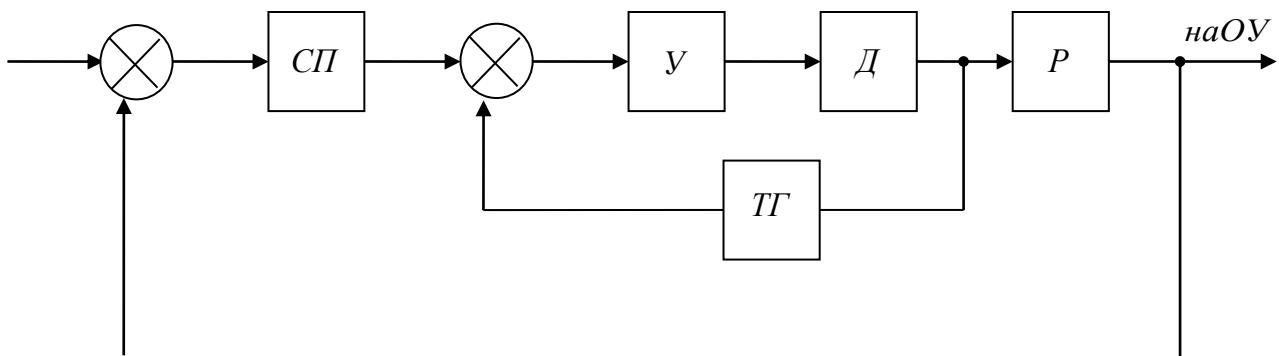


Рис. 4. Принципиальная схема системы со скоростной обратной связью

Важным свойством скоростной обратной связи является способность уменьшать постоянные времени тех звеньев, которые она охватывает. Данная скоростная ОС охватывает 2 звена: усилитель и двигатель.

Перейдем к структурной схеме. Для этого найдем сначала передаточную функцию цепи скоростной обратной связи, т.е. передаточную функцию тахогенератора.

Так как тахогенератор – это дифференцирующее звено, то передаточная функция имеет вид:

$$W_{\text{ТГ}}(p) = k_{\text{ТГ}} \cdot p,$$

где $k_{\text{ТГ}}$ – коэффициент передачи тахогенератора.

$$k_{\text{ТГ}} = S_{\text{ТГ}} \frac{30}{\pi}$$

$$k_{\text{ТГ}} = 9,55 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{В}}{\text{рад} \cdot \text{с}} \right)$$

Структурная схема системы с отрицательной обратной связью будет иметь вид, приведенный на рис. 5.

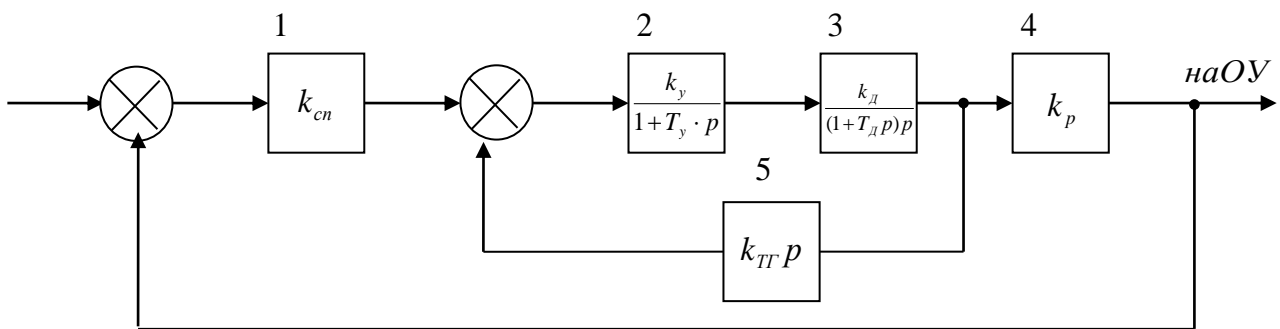


Рис. 5. Структурная схема системы с ОС

8.9. НАХОЖДЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА СКОРОСТНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Для определения минимального коэффициента воспользуемся критерием устойчивости Гурвица. Но для этого сначала найдем результирующую передаточную функцию системы, представленной на рис. 5, и ее характеристическое уравнение. Эту передаточную функцию будем находить путем замены нескольких звеньев одним звеном с результирующей передаточной функцией для этих звеньев.

Заменяем блоки 2 и 3 на блок 2-3 с передаточной функцией: $W_{2-3}(p) = W_y(p) \cdot W_d(p)$, т.к. блоки 2 и 3 соединены последовательно.

В результате замены получится следующая структурная схема (рис. 6):

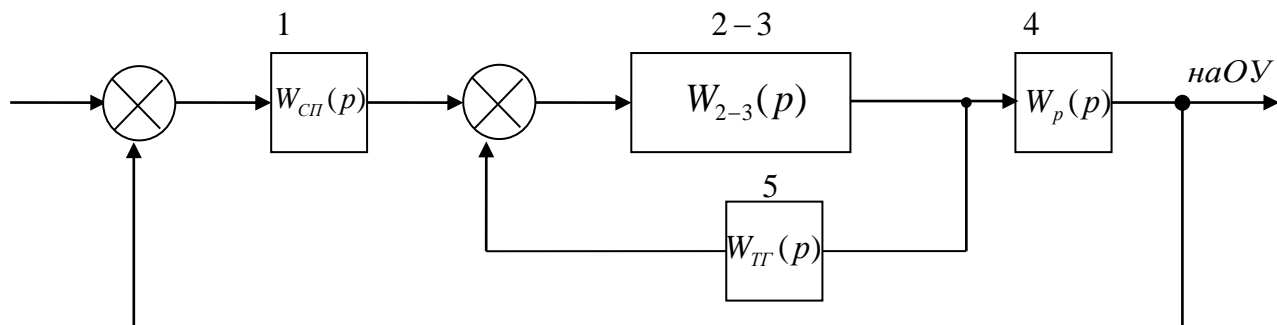


Рис. 6. Структурная схема системы с ОС после 1-го преобразования

Далее заменим блоки 2 – 3 и 5 одним блоком 2 – 3 – 5 с передаточной функцией:

$$W_{2-3-5}(p) = \frac{W_{2-3}(p)}{1 + W_{2-3}(p) \cdot W_{ТГ}(p)},$$

т. к. блок 5 выполнен в виде обратной связи. В результате этой замены получим схему (рис.7):

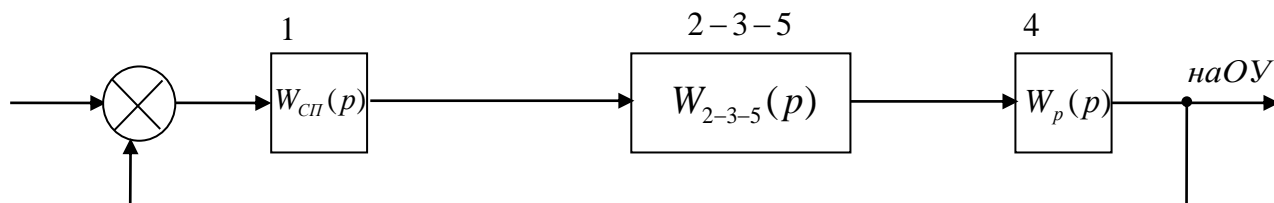


Рис. 7. Структурная схема системы с ОС после 2-го преобразования

Из этой схемы видно, что система состоит из трех последовательно соединенных звеньев, следовательно, $W_{\text{рез}}$ будет определяться следующим образом:

$$W_{\text{РЕЗ}}(p) = W_{\text{СП}}(p) \cdot W_{2-3-5}(p) \cdot W_p(p)$$

Подставив выражения передаточных функций в эту формулу, получим:

$$W_{\text{РЕЗ}}(p) = \frac{k_{\text{СП}} \cdot k_{\text{У}} \cdot k_{\text{Д}} \cdot k_{\text{Р}}}{T_{\text{У}} \cdot T_{\text{Д}} \cdot p^3 + (T_{\text{У}} + T_{\text{Д}})p^2 + [1 + k_{\text{У}}k_{\text{Д}}k_{\text{ТГ}}]p} \quad (5)$$

Далее находим характеристическое уравнение системы с передаточной функцией (5) по формуле (4). Полученное уравнение будет иметь вид:

$$T_y T_d p^2 + (T_y + T_d) p^2 + (1 + k_y k_d k_{TG}) p + k_{СП} k_y k_d k_P = 0$$

Заменим коэффициенты в этом уравнении:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

Исходя из этого уравнения третьего порядка, определяем критерий устойчивости Гурвица. По критерию Гурвица система будет устойчива, если будут выполняться следующие условия:

$$a_i > 0, \quad a_1 a_2 > a_0 a_3.$$

Из последнего условия и определяем минимальный коэффициент скорости обратной связи k_{TG} . Подставив в это условие выражения a_i и выделив k_{TG} , получим:

$$k_{TG} > \frac{T_y T_d k_y k_{СП} k_d k_P - T_y - T_d}{k_y k_d (T_y + T_d)}.$$

Подставив значения переменных, получим: $k_{TG} > 2,97 \cdot 10^{-6} \frac{\text{В}}{\text{сек} \cdot \text{рад}}$, сле-

довательно $k_{TGmin} = 2,97 \cdot 10^{-6} \frac{\text{В}}{\text{сек} \cdot \text{рад}}$.

10. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Основной

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: изд. Наука, гл. ред. физ-мат. лит. – 1975, 768 стр.
2. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления, под ред. В. А. Бесекерского. – М.: гл. ред. физ-мат. лит. – 1972, 588 стр.
3. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. Учебное пособие – М.: Наука, 1989.
4. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. Учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1985.
5. Теория автоматического управления /Под ред. А.А.Воронова – М.: Высшая школа, 1987.

6.В.Д.Родионов, В.А.Терехов, В.Б.Яковлев. Технические средства АСУТП. Уч. пособие – М.: Высшая школа, 1989.

Дополнительный

7. Р. Изерман. Цифровые системы управления – М.: Мир, 1984.

8. К.Остром, Б. Виттермарк. Системы управления с ЭВМ – М.: Мир, 1987.

9. Б. Куо. Теория и проектирование цифровых систем управления – М.: Машиностроение, 1986.

10. Микропроцессорные системы автоматического управления /Под ред. В.А.Бесекерского. – М.: Машиностроение, 1988.

11. Микропроцессорные автоматические системы регулирования. Основы теории и элементы /Под ред. Солодовникова В.В. – М.: Высшая школа, 1991.