

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche

Corso di Laurea Triennale in Informatica



ANNO ACCADEMICO 2018-2019

Eventuale dedica

Abstract

TODO

Indice

Abstract	v
Introduzione	ix
1 Il Problema	1
1.1 Le Carcasse per Motori Elettrici	1
1.2 Il Processo di Produzione	3
1.3 Gli Obiettivi da Raggiungere	3
2 Il Dataset	5
2.1 Problematiche Principali	5
2.1.1 Dataset Piccolo e Sbilanciato	5
2.1.2 Differenze tra Immagini	9
2.2 Pre-Processing	12
2.2.1 Passaggio da RGB a GrayScale	13
2.2.2 Masking	14
2.2.3 Image Cropping and Resizing	16
2.2.4 Histogram Equalization	17
2.2.5 Gaussian Blur	19
2.2.6 Sobel Operator	20
2.2.7 Canny Edge Detector	23
2.2.8 Hough Circle Transform	24
2.2.9 Applicazione degli algoritmi descritti	27
2.3 Data Augmentation	34
2.3.1 Generazione Scarti Sintetici	34
3 Gli Autoencoder	37
3.1 La Struttura di un Autoencoder	37
3.1.1 Applicazioni principali	43

4 Risultati Ottenuti	45
4.1 Il nostro obiettivo TODO	46
4.2 Metriche di valutazione	47
4.3 Il modello	48
4.4 Post-Processing	52
5 Metodi Alternativi	53
6 Conclusioni	55
Bibliografia	57

Introduzione

TODO

Capitolo 1

Il Problema

In questo documento si affronta il problema di rilevare la presenza di colla all'interno di carcasse per motori elettrici, per mezzo di fotografie digitali. Dopo alcune considerazioni sulla forma e sul fine ultimo di tali pezzi seguirà una descrizione sommaria del processo industriale e delle macchine che manipolano e depositano la colla all'interno dei pezzi, nonché del sistema di acquisizione immagini. Si conclude la sezione con una formalizzazione del problema da risolvere e le metriche con cui valutare la soluzione proposta.

1.1 Le Carcasse per Motori Elettrici

Osservando le fotografie in figura 1.1, possono essere definite le caratteristiche principali delle carcasse:

- il pezzo ha una struttura cilindrica cava;
- il fondo presenta tre gradini;
- sono presenti due balze (nella foto laterale se ne vede soltanto una), posizionate, una di fronte all'altra, prima del primo gradino;
- i supporti alla bocca della carcassa presentano due fori;

Il pezzo è stato pensato per avvolgere e proteggere motori elettrici. Nello specifico i pezzi in foto, sui quali è stato svolto lo studio, sono carcasse per motori elettrici per tergilampade. I due fori aiuteranno a fissare con delle viti il pezzo su dei supporti in plastica. Il motore alloggerà interamente nella cavità, nella quale verrà anche depositata della colla. Questa verrà poi cotta in modo che il motore non possa vibrare all'interno della carcassa, evitando che eventuali urti possano danneggiarlo. Dalla foto si può notare che la colla

è distribuita in modo da formare un anello ad una altezza di circa 4cm dal fondo della carcassa.

La colla è stata depositata correttamente se:

1. l'anello non presenta né sbavature né discontinuità;
2. sul fondo non c'è presenza di colla.

In questo documento ci concentreremo esclusivamente sul secondo punto, infatti la presenza di colla sul fondo della carcassa causa il malfunzionamento del motorino dopo un limitato tempo d'utilizzo, molto inferiore al tempo di vita atteso. Per questo motivo è fondamentale che la colla venga depositata correttamente.



Figura 1.1: Visioni laterale e superiore di una carcassa

1.2 Il Processo di Produzione

Chiarire le modalità con cui le carcasse vengono manipolate, la colla viene depositata e le foto vengono acquisite risulta fondamentale. Senza queste informazioni mancherebbe la base sulla quale costruire ipotesi e considerazioni riguardo le immagini del *dataset*. Analizzando le condizioni in cui le foto vengono scattate, si definiscono i vincoli ed i confini entro i quali le soluzioni proposte possono considerarsi verosimili ed applicabili al mondo reale.

Le carcasse, già presenti in grandi quantità in magazzino, raggiungono il macchinario e vengono caricate, con la concavità rivolta verso l'alto, su un disco rotante. Ad ogni ciclo macchina la colla, tramite due ugelli, viene depositata simultaneamente su due carcasse distinte. Al contempo due sonde dotate di luce scendono nelle due carcasse su cui la colla era stata depositata il ciclo precedente, fino ad una distanza di circa 3cm dal fondo. Le carcasse ritenute conformi procedono lungo un rullo trasportatore, mentre quelle che non sono idonee vengono scartate.

Vanno precisati vari aspetti. Le carcasse, nonostante siano tutte dello stesso tipo, possono differire per quanto riguarda colore, graffi superficiali, sporco, incrostazioni oppure macchie. Inoltre non vengono orientate tutte allo stesso modo rispetto all'asse verticale: questo ha delle ripercussioni dirette sulle foto raccolte, infatti le due balze non si presenteranno in posizioni fisse.

Il sistema assicura che le foto vengano scattate sempre alla stessa profondità e che la sonda sia centrata rispetto al pezzo (considerando come centro il centro della cavità cilindrica). La distanza fissa è condizione sufficiente per garantire la messa a fuoco di ognuno dei tre gradini sul fondo. Purtroppo non sono stati specificati dei vincoli riguardo l'illuminazione.

Si fa notare che il processo appena descritto viene eseguito da almeno due macchinari distinti, ovviamente questo aggiunge un ulteriore grado di sfida: non si può supporre che i macchinari siano sempre calibrati esattamente allo stesso modo.

In conclusione le foto che saranno da analizzare vengono raccolte da un totale di quattro fotocamere distinte, delle quali si assicura

- con un grado di precisione soddisfacente la distanza dal fondo;
- con un grado di precisione accettabile la centratura delle immagini.

1.3 Gli Obiettivi da Raggiungere

Di seguito sono riportati alcuni dati numerici riguardo i processi appena descritti.

La colla viene depositata su circa 5000 pezzi al giorno, la probabilità che gocce di colla cadano sul fondo delle carcasse è estremamente bassa. Purtroppo non esistono dati numerici esatti ma si stima che il macchinario abbia un tasso d'errore di una carcassa al mese o poco più. Questi dati possono essere trasformati in probabilità approssimative osservando che:

$$\begin{array}{ll} \text{colla depositata al mese:} & 5000 * 31 = 155000 \\ \text{colla depositata male al mese:} & 2 \end{array}$$

Quindi la probabilità che il macchinario sbagli e pari allo 0.00001%.

Il sistema di intelligenza artificiale deve riconoscere i pezzi non conformi ma soprattutto, tenendo conto della probabilità di cui sopra, deve generare un numero bassissimo di falsi positivi. Ricordano che per falsi positivi (detti anche FP o *False Positive*) si intendono tutte le carcasse che il sistema considera non conformi ma che in realtà non presentano difetti. Una AI troppo rigida, che, quando indecisa, propende per scartare il pezzo, inciderebbe negativamente sulla produzione. Si rischierebbe infatti di creare un enorme danno economico andando a scartare molte più carcasse del necessario.

Il nostro obiettivo è creare un sistema che generi un numero di falsi positivi che sia inferiore al 2%, cercando di riconoscere più carcasse non conformi possibili.

Capitolo 2

Il Dataset

Innanzitutto si specifica che con la parola Scarto si indica l'immagine di una carcassa che presenta colla sul fondo, pezzo che quindi dovrà essere scartato. Invece con la parola Conforme si indica l'immagine di una carcassa nella quale la colla è stata depositata correttamente, quindi con fondo pulito.

In questo capitolo verranno descritti il *dataset*, le problematiche più importanti delle immagini e gli algoritmi principali con cui sono state manipolate. Il capitolo si chiude con la tecnica del *data augmentation*.

2.1 Problematiche Principali

2.1.1 Dataset Piccolo e Sbilanciato

La prima difficoltà insorge ancora prima di ispezionare le immagini del *dataset*. Infatti questo non solo comprende solamente 1749 immagini, ma è anche fortemente sbilanciato:

- 1719 immagini sono Conformi;
- 30 immagini sono Scarti.

A questo punto è corretto chiedersi se le quasi duemila immagini del *dataset* siano sufficienti ai nostri scopi. Nel campo del *Machine Learning*, ed ancora di più in quello del *Deep Learning*, non è raro che il numero di elementi in un *dataset* sia dell'ordine delle decine di migliaia se non di quello delle centinaia di migliaia. Basti pensare ai *dataset* più famosi ed usati:

- MNIST [1] è un *dataset* molto famoso contenente 70000 cifre disegnate a mano appartenenti a 10 classi in totale. È allo stesso tempo sia il punto di partenza dei principianti, perché di facile manipolazione, sia il campo

di prova degli esperti, sul quale vengono allenati nuovi modelli prima di testarli su compiti più complessi.

- CIFAR-10 [2] contiene 60000 immagini a colori suddivise in 10 classi da 6000 immagini l'una. Le classi comprendono alcuni tipi di veicoli ed animali. Date le dimensioni ridotte delle immagini, appena 32x32 pixel, il *dataset* occupa meno di 200MB, questo permette di allenare reti neurali in tempi ragionevoli.
- ImageNet [3] con i suoi 14 milioni di immagini è il più grande *dataset* che sia mai stato creato. I più grandi esperti nel campo del *Machine Learning* si sfidano annualmente su questo *dataset*. Contiene decine di migliaia di classi e le sue immagini sono in gran parte fotografie scattate da volontari, che quindi hanno condizioni di luminosità e colori molti diversi tra loro. Possono variare anche la dimensione e l'orientamento, orizzontale o verticale, delle immagini.

Ciascuno di questi *dataset* è stato etichettato¹ a mano. Ciò significa che ad ogni immagine è stata assegnata, a mano, una classe di appartenenza. Prendendo in esempio MNIST, se un'immagine raffigura la cifra 7 allora sarà etichettata con il *label seven* ed apparirà alla classe di immagini in cui compare la cifra 7. Allo stesso modo le immagini di ImageNet hanno etichette come *dog*, *cat*, *bird*, *car*, *bike*, ecc...

Sembrerebbe che possedere 2000 immagini appena renda impossibile applicare algoritmi di *Machine Learning*. In realtà osservando i Conformi, in figura 2.1 sono stati riportati alcuni esemplari significativi, ci si accorge che i pezzi sono molto simili. Questo non ci sorprende, dato che i pezzi vengono generati meccanicamente, è perfettamente lecito supporre che nessuna carcassa abbia delle caratteristiche completamente differenti dalle altre. Le principali diversità sono dovute ad imperfezioni superficiali come graffi o macchie. Si può quindi dire che la distribuzione dei pezzi conformi è descritta bene anche da un numero limitato di esemplari. Purtroppo il sistema di acquisizione immagini introduce ulteriori fattori di diversità come la posizione delle balze e la luminosità, ma questi fattori potranno essere gestiti senza troppe difficoltà. Concludiamo che il numero di Conformi a nostra disposizione è sufficiente ai nostri scopi.

Non possiamo dire lo stesso per gli Scarti. Se già la statistica ci lascia sospettare che 30 esemplari non possono ritenersi significativi, allora questo sospetto diventa certezza quando si analizzano le caratteristiche della colla nelle immagini Scarto. Come si vede in figura 2.2 la colla può presentarsi in

¹in inglese *labeled* da *label*, etichetta



Figura 2.1: Alcune carcasse Conformi

forma di gocce più o meno circolari oppure come sbaffi di grossezza e lunghezza variabili. Anche la quantità di superficie coperta dalla colla può variare notevolmente, passando da aree ridotte e localizzate ad aree estese e di conformazioni singolari. Infine notiamo che la posizione del rimasuglio di colla all'interno della carcassa non è in relazione con la posizione delle balze e che la presenza dei gradini sul fondo non la obbliga in alcun modo a scivolare fino al centro.

Per analizzare meglio le modalità con cui potrebbe essere generato uno Scarto si supponga che il macchinario abbia commesso un errore: dall'ugello è uscita un certa quantità di colla in esubero. A seconda della posizione dell'ugello rispetto alla carcassa si può immaginare che la colla raggiunga il fondo in vari modi, proviamo ora ad illustrarne due:

- nel primo caso si immagina che il braccio abbia già depositato l'anello di colla e che si stia allontanando dalla carcassa. La colla in esubero cadrebbe sotto forma di goccia fino a raggiungere il fondo del pezzo. Questo potrebbe esse il caso per la figura 2.2d;



Figura 2.2: Alcune carcasse Scarto

- nel secondo caso si ipotizza che la colla in eccesso faccia parte dell'anello appena depositato e che, a causa delle vibrazioni o di altri fattori simili, colo raggiungendo il fondo della carcassa. Questo potrebbe essere il caso per la figura 2.2b.

Data la grande varietà di modi in cui la colla può presentarsi, concludiamo che gli esemplari forniti per la classe Scarto la descrivono soltanto in modo parziale. Ciò rappresenta la maggiore difficoltà del *dataset*. Alla base di ogni applicazione di tecniche di *machine learning* c'è l'ipotesi che il *training set*² contenga informazione sufficiente a descrivere l'intero spazio campionario. Senza questa assunzione non è possibile pretendere che il modello sia performante su *input* non ancora osservati. Si conclude che il numero di Scarti fornito non è sufficiente per effettuare un allenamento classico di un qualche classificatore binario.

Ora è doveroso spendere alcune parole per commentare la colorazione delle immagini rispetto ai veri colori delle carcasse e della colla. In figura 1.1 a pa-

²Sezione del *dataset* su cui viene effettuato l'allenamento della rete.

gina 2 abbiamo visto che la superficie del pezzo è di colore grigio ma nella foto risulta di colore verdastro. Allo stesso modo anche la colla, in realtà di colore bianco sporco, nella fotografia assume tonalità verdognole. Per certi compiti possedere immagini in falsi colori può risultare problematico ma fortunatamente non è questo il caso: l'importante è che venga mantenuta l'informazione che ci permette di distinguere la colla dalla superficie della carcassa. Come vedremo poi le immagini verranno trasformate in scala di grigi quindi, nonostante sarebbe stato preferibile avere immagini a colori reali, i falsi colori non sono da considerarsi problematici.

2.1.2 Differenze tra Immagini

Ora che abbiamo una visione d'insieme sul dataset possiamo concentrare la nostra attenzione sulle proprietà principali delle immagini. Innanzitutto ogni immagine ha una risoluzione di 896x896 *pixel*, dimensione che ci permette di esplorare varie possibilità. Ad esempio si può pensare di ridurre l'immagine ad una dimensione tale da: occupare meno spazio in memoria, quindi in RAM durante l'allenamento della rete ed allo stesso tempo di mantenere un livello di dettaglio sufficiente ai nostri scopi. Oppure di suddividere l'immagine in quadranti da analizzare singolarmente così da mantenere la qualità dell'immagine originale ma senza dover creare una rete che accetti immagini troppo grandi. Infatti una rete che prende in input immagini di grandi dimensioni, solitamente, avrà un numero di parametri maggiore di una che accetta immagini piccole. Questo porta non solo ad occupare più spazio in memoria, ma significa anche che la rete impiegherà più tempo in fase d'allenamento, perché dovranno essere trovati un maggior numero di parametri. Per avere un termine di paragone basti pensare che le immagini di MNIST sono 64x64 *pixel* mentre quelle di ImageNet, che ricordiamo hanno dimensioni variabili, vengono solitamente scalate a 224x224*px*. Quest'ultima è la dimensione accettata da due delle reti che storicamente hanno ottenuto risultati allo stato dell'arte su ImageNet. Prima, nel 2014, la rete VGG [5] e, l'anno dopo, l'architettura ResNet [4].

Osservando nuovamente figura 2.1 ci si accorge che le immagini hanno varie proprietà. Verranno ora elencate a partire da quella da considerarsi meno problematica fino ad arrivare a quella più problematica.

- Ogni immagine presenta tre circonferenze concentriche, con centro il centro del pezzo. Ciascuna circonferenza è definita da una transizione da una zona più scura ad una più chiara. Sappiamo che le zone più scure corrispondono alle pareti verticali del pezzo mentre le zone chiare ai tre

gradini sul fondo. Questa proprietà non è problematica, anzi può essere sfruttata a nostro vantaggio.

- Dato che le immagini vengono raccolte ad una distanza costante dal fondo, la dimensioni delle circonferenze sono fissate e si mantengono coerenti tra le immagini. Anche questa proprietà può essere usata a nostro vantaggio.
- Le due balze sulla parete verticale sono ben visibili e possono presentarsi, sempre una di fronte all'altra, in ogni posizione lungo una circonferenza di raggio pari al raggio della cavità cilindrica. Possono essere considerate un problema in quanto rappresentano informazione superflua e variabile. Ricordiamo che la posizione delle balze non ha alcuna correlazione con la presenza della colla, tanto meno con la sua posizione.
- Le superfici dei pezzi si assomigliano: tutte presentano un effetto chiamato “sale e pepe” con granuli di grandezze e luminosità variabili. Bisogna prestare particolare attenzione alle macchie scure presenti sul fondo di alcune carcasse. La posizione delle macchie non è fissa, perdipiù anche la loro dimensione è variabile. Queste caratteristiche superficiali non saranno da sottovalutare in fase di elaborazione delle immagini.
- Ad un primo sguardo potrebbe sembrare che le immagini siano tutte centrate allo stesso modo, invece in molte il centro dell'immagine non corrisponde con il centro del pezzo. Nonostante la distanza massima tra centro del pezzo e centro dell'immagine è tale che il fondo della carcassa sia sempre visibile interamente, sarebbe stato preferibile fossero centrate tutte correttamente.
- La variazione di luminosità tra le varie foto è una problematica da gestire assolutamente. Infatti alcune immagini hanno una luminosità così alta da far risultare alcune superfici bianche. Altre immagini, invece, sono molto più scure, tanto che anche le zone che normalmente rifletterebbero sono illuminate appena.

Ora, facendo riferimento alla figura 2.2, possiamo elencare le proprietà esclusive degli Scarti. In questo caso sono tutte non problematiche, anzi sono sfruttabili poiché rappresentano informazione con cui si può distinguere uno scarto da un conforme:

- La colla ha alcune caratteristiche particolari: ha un colore bianco-verde solitamente più chiaro della superficie della carcassa e presenta sempre delle zone con dei riflessi.

- La colla è localizzata. Significa che, se presente, non appare come tante gocce sparse, ma come un corpo unico più o meno allungato.
- Tracciando una diametro a piacere ci si accorge che gli Scarti sono sempre asimmetrici, invece i conformi, a meno di piccole differenze superficiali, sono sempre simmetrici.

2.2 Pre-Processing

Questa sezione è divisa in due parti: nella prima verranno illustrate alcune tra le principali tecniche di elaborazione digitale delle immagini, esponendo i dettagli matematici ed esplorando le loro applicazioni; nella seconda si spiegherà quali di queste tecniche, in che ordine e per quali motivi sono state utilizzate.

Come prima cosa è bene ricordare che con *elaborazione digitale delle immagini* si intende il modificare immagini digitali per mezzo di algoritmi eseguibili da un calcolatore. Mentre con *pre-processing* si indica il manipolare le immagini digitali per renderle utilizzabili da altri algoritmi.

Gli algoritmi utilizzati hanno precise formulazioni matematiche perché ogni immagine viene rappresentata come una matrice bidimensionale, se in scala di grigi, oppure tridimensionale se a colori. Gli elementi di una matrice bidimensionale appartengono all'intervallo $[0, 255]$, nel quale 0 corrisponde al colore nero mentre 255 corrisponde al bianco. Disponendo una sopra l'altra tre matrici come quelle appena descritte si ottiene un'immagine a colori: ogni matrice rappresenta uno dei canali principali (*Red*, *Green*, *Blue* da cui il famoso acronimo RGB) dell'immagine. Sia I un'immagine a tre canali (RGB), il colore del *pixel* in posizione (i, j) è dato dalla tripletta $(I[i, j, 0], I[i, j, 1], I[i, j, 2])$, in cui: $(0, 0, 0)$ indica il colore nero, $(255, 255, 255)$ indica il colore bianco, $(255, 0, 0)$ indica il colore rosso, $(0, 255, 0)$ indica il colore verde, e così via. Quindi un'immagine avrà un numero finito di elementi, detti *pixel*, la cui quantità si può ottenere moltiplicando il numero di colonne della matrice per il numero di righe.

Uno dei vantaggi del rappresentare le immagini come matrici è quello di poter applicare operazioni classiche come somma, sottrazione, prodotto e divisione. Ma la nostra attenzione si concentrerà soprattutto sulle convoluzioni.

Convoluzioni Nell'ambito dell'elaborazione digitale delle immagini con convoluzione si intende l'operazione che permette di effettuare, per ogni *pixel* dell'immagine, una somma pesata tra il *pixel* e gli elementi a lui vicini. I pesi sono definiti in una matrice, detta *kernel* o filtro, di dimensioni non superiori a quelle dell'immagine di partenza. Solitamente i *kernel* hanno dimensione 3x3 o 5x5. Una convoluzione è composta da semplici passi, come illustrato in [6]. Prima il filtro viene centrato su un *pixel*. A questo punto è come se il *kernel* coprisse un'area quadrata dell'immagine: moltiplichiamo i valori dei *pixel* con i rispettivi valori del filtro. I prodotti così ottenuti dovranno essere sommati assieme, il risultato della somma sarà il nuovo valore del *pixel* su cui il *kernel* era stato centrato. Effettuiamo questa operazione per ogni elemento dell'immagine. Solitamente le convoluzioni si effettuano da sinistra a destra

e dall'alto verso il basso, ma si fa presente che l'ordine d'esecuzione non deve modificare il risultato. È infatti importante aggiornare i *pixel* solo dopo aver ottenuto i nuovi valori di tutta l'immagine.

Feature Extraction Prima di passare alla descrizione degli algoritmi utilizzati si vuole specificare che cosa significa *Feature Extraction*, in italiano Estrazione di Caratteristiche. Citando parte della definizione data in [7] :

Feature extraction is the name for methods that select and/or combine variables into features, effectively reducing the amount of data that must be processed, while still accurately and completely describing the original data set.

Quindi, in generale, indica un procedimento con cui, da un'insieme di dati complesso, si estrapola un gruppo di informazioni ridotte ma con la stessa capacità espressiva. Nell'ambito dell'elaborazione digitale delle immagini le tecniche di estrazione delle caratteristiche possono essere raccolte in varie categorie. Ciascuna permette di ottenere, a partire da immagini digitali, nuove immagini oppure coordinate di zone d'interesse dell'immagine in ingresso. Noi esploreremo tecniche come: il rilevamento dei contorni o *edge detection*, la sogliatura o *thresholding* e le trasformate di Hough.

2.2.1 Passaggio da RGB a GrayScale

La conversione di un'immagine da RGB in scala di grigi è un'operazione estremamente facile, ma rimane comunque alla base di molti algoritmi di elaborazione delle immagini. Infatti per molti compiti l'informazione sul colore non è necessaria, basti pensare al rilevamento di forme od il riconoscimento di testo. Il modo più semplice per combinare i tre canali RGB in un unico canale è quello di effettuare la media dei valori *pixel* per *pixel*. Siano R , G e B i tre canali di un'immagine a colori I e sia Y l'immagine in bianco e nero che si vuole ottenere:

$$Y = (R + G + B)/3 \quad (2.1)$$

Nell'equazione 2.2.1 ogni canale partecipa allo stesso modo, quindi Y è semplicemente la media aritmetica dei tre canali di partenza. Sappiamo però che l'occhio umano è più sensibile ai colori verdi, quindi per certe applicazioni potrebbe essere preferibile dare più importanza al secondo canale:

$$Y = 0.299 * R + 0.587 * G + 0.114 * B \quad (2.2)$$

I pesi utilizzati nell'equazione 2.2.1 seguono lo standard CCIR 601 [8]. Un esempio di applicazione dell'equazione 2.2.1 è illustrato in figura 2.3.



Figura 2.3: A sinistra l'immagine originale. A destra la versione in scala di grigi

2.2.2 Masking

La tecnica del *masking* permette di nascondere parti di immagine a cui non siamo interessati. Abbiamo bisogno di una maschera binaria e dell'immagine che si vuole mascherare. Per immagine binaria si intende un'immagine in cui ogni *pixel* appartiene all'insieme $\{0, 1\}$, cioè è nero oppure bianco. Solitamente la maschera viene generata a mano con semplici editor. Si fa notare che quest'ultima deve avere le stesse dimensioni dell'immagine di partenza. L'operazione consiste nell'effettuare un AND logico, *pixel* per *pixel*, tra l'immagine e la maschera. Così facendo tutti i *pixel* dell'immagine di partenza corrispondenti a zone di valore 0 della maschera verranno impostati a 0, diventando quindi neri. Il resto dell'immagine non viene alterato.

Nell'esempio in figura 2.4 si è deciso di rimuovere l'informazione relativa allo sfondo.



Figura 2.4: Esempio di mascheramento di un'immagine a colori

2.2.3 Image Cropping and Resizing

Quando si effettua un *image cropping* si ritaglia una porzione dell’immagine, che viene chiamata ROI (*Region Of Interest*), sulla quale si vuole concentrare l’attenzione. Dato che ogni immagine è rappresentata con una matrice, una ROI non sarà nient’altro che una matrice di dimensioni minori in cui sono stati copiati i valori dell’area interessata. Una matrice di questo tipo viene anche chiamata vista o *view*.

Con l’*image resizing* si aumentano (o diminuiscono) le dimensioni di un’immagine. Nel primo caso, poiché si vuole aumentare il numero di *pixel* dell’immagine finale, bisognerà utilizzare tecniche di *upsampling* ed interpolare i dati a disposizione per generarne di nuovi che siano verosimili.

Uno fra gli algoritmi più semplici è *Nearest-Neighbor Interpolation*: il *pixel* che deve essere aggiunto ottiene il valore del *pixel* a lui più vicino. Un criterio di scelta dovrà essere definito nel caso in cui ci siano più *pixel* alla stessa distanza ma con valori differenti. Un criterio possibile è quello di assegnare al nuovo *pixel* il valore del *pixel* alla sua sinistra ed in alto.

Una tecnica leggermente più complessa, ma che fornisce risultati soddisfacenti nella maggior parte delle occasioni, è l’interpolazione bilineare. Con questa tecnica si effettuano, in cascata, due interpolazioni lineari, una orizzontale ed una verticale. Con l’interpolazione bilineare i nuovi *pixel* si ottengono come media dei valori noti, pesata rispetto allo loro distanza dal *pixel* che si vuole colorare. In questo modo si ottengono immagini con transizioni di colore più dolci. Maggiori informazioni ed immagini esemplificative possono essere trovate, per quanto riguarda l’interpolazione lineare, in [9] e, per l’interpolazione bilineare, in [10].

Nel caso in cui si voglia ridurre le dimensioni dell’immagine si dovranno usare tecniche di *downsampling* ed *anti-aliasing*. Il *downsampling* permette di selezionare un numero limitato di *pixel* che poi verranno usati per colorare la matrice di dimensione ridotta. Applicare soltanto questa tecnica può portare alla creazione di artefatti sintetici nell’immagine risultato. Significa che l’immagine ridotta potrebbe contenere gruppi di *pixel* di colori sbagliati. Sfruttando tecniche come l’*anti-aliasing* si può evitare, o quantomeno limitare, la creazione di tali artefatti. Un *low-pass filter* è un tipo di filtro che smorza tutti i valori al di sopra di una certa soglia, mentre lascia passare tutti i valori al di sotto. Nel campo dell’elaborazione digitale delle immagini vengono utilizzati filtri di *blur* applicati tramite convoluzione. Il termine *blur* o *smooth* indica applicare un effetto sfocato, che tende a rendere più dolci le transizioni da un colore all’altro. Andando quindi anche a ridurre valori troppo alti (o troppo bassi) avvicinandoli a valori più probabili.

2.2.4 Histogram Equalization

Citando Wikipedia [11]:

Histogram equalization is a method in image processing of contrast adjustment using the image's histogram.

Si ricorda che il contrasto è definito come la differenza in intensità luminosa e colore che permette di distinguere gli oggetti in un'immagine. In figura 2.5 sono stati riportati un'immagine a basso contrasto e l'immagine risultato dopo l'applicazione della *histogram equalization*. Nella figura si possono osservare anche gli istogrammi relativi alle immagini: sull'asse delle x abbiamo ogni possibile valore di un *pixel*, quindi nell'intervallo da 0 a 255; sull'asse delle y è riportato il numero di occorrenze di quel colore nell'immagine. Notare che l'immagine in ingresso deve essere in scala di grigi.

Vediamo ora come la costruzione dell'istogramma e la sua manipolazione possono essere formulate matematicamente. Siano X l'immagine di partenza ed Y l'immagine risultato. Facendo riferimento a quanto scritto nel documento [12] l'istogramma può essere definito come:

$$p_n = \frac{\text{numero di pixel di colore } n}{\text{numero totale di pixel}} \quad \text{con } n \in [0, 255]$$

Poiché p_n descrive la probabilità che un *pixel*, scelto a caso dall'immagine, abbia valore n , possiamo considerare X una variabile casuale discreta in $[0, 255]$. Quindi X avrà funzione di ripartizione, tracciata in blu nel grafico in figura 2.5c, pari ad:

$$F_X(x) = \sum_{n=0}^x p_n$$

Vorremmo che la differenza di colore tra i pixel fosse più netta, così da aumentare il contrasto dell'immagine. Per raggiungere i nostri scopi possiamo ridistribuire equamente i valori di X nell'intervallo dei valori possibili:

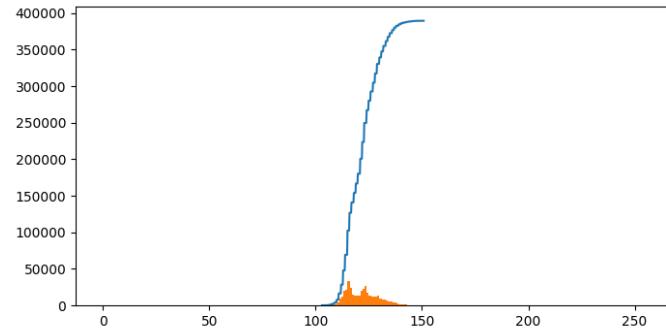
$$T(x) = \text{floor}(255 * F_X(x))$$

dove $\text{floor}()$ arrotonda verso il basso all'intero più vicino. In questo modo possiamo ottenere la variabile casuale trasformata $Y = T(X)$, ossia l'immagine equalizzata. Sostanzialmente abbiamo ricolorato ogni pixel dell'immagine di partenza con colori più distanti tra loro, come si può vedere nell'istogramma in figura 2.5d.

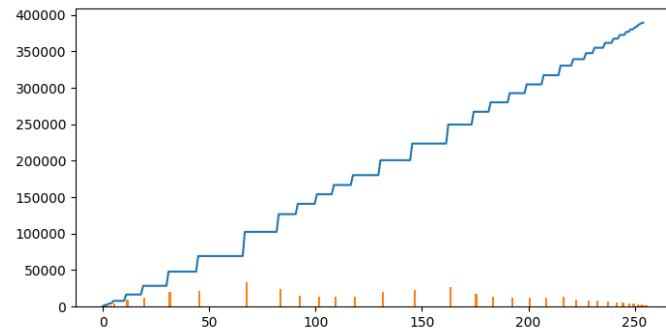


(a) Immagine originale

(b) Immagine equalizzata



(c) Istogramma dell'immagine originale



(d) Istogramma dell'immagine equalizzata

Figura 2.5: Esempio di applicazione di *histogram equalization*

2.2.5 Gaussian Blur

Conosciuto anche come *Gaussian smoothing*, il *Gaussian blur* permette di sfocare un'immagine sfruttando una convoluzione con *kernel* gaussiano. L'immagine così ottenuta risulta meno nitida, con meno dettagli e, quindi, con meno rumore. L'obbiettivo principale di questa tecnica è mantenere soltanto l'informazione caratterizzante, rimuovendo quella non necessaria od anomala. Si ricorda che la funzione di Gauss ad un parametro è

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

Si dimostra che la funzione di Gauss a due parametri equivale al prodotto di due funzioni come quella appena definita, in formule

$$\begin{aligned} G(x, y) &= G(x)G(y) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

in cui x ed y sono le distanze dagli assi di riferimento, mentre σ è la deviazione standard.

La matrice sottostante rappresenta un'approssimazione di un filtro gaussiano quadrato di lato 7 con $\sigma = 2$.

$$\frac{1}{100} * \begin{bmatrix} 0.5 & 0.9 & 1.3 & 1.5 & 1.3 & 0.9 & 0.5 \\ 0.9 & 1.7 & 2.4 & 2.8 & 2.4 & 1.7 & 0.9 \\ 1.3 & 2.4 & 3.6 & 4.0 & 3.6 & 2.4 & 1.3 \\ 1.5 & 2.8 & 4.0 & 4.6 & 4.0 & 2.8 & 1.5 \\ 1.3 & 2.4 & 3.6 & 4.0 & 3.6 & 2.4 & 1.3 \\ 0.9 & 1.7 & 2.4 & 2.8 & 2.4 & 1.7 & 0.9 \\ 0.5 & 0.9 & 1.3 & 1.5 & 1.3 & 0.9 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Ricordiamo che durante una convoluzione si effettua la somma dei prodotti elemento per elemento, ossia una media pesata in cui i pesi sono definiti nel kernel. Dato che i valori al centro del filtro sono più grandi di quelli ai bordi, daremo maggior peso ai pixel nell'intorno dell'elemento su cui il kernel viene centrato. All'aumentare di σ cresce il raggio alla base della campana di Gauss, questo significa che, con σ grandi, verrà data importanza anche ai pixel distanti. Ciò farà risultare l'immagine in uscita molto più sfocata.

In figura 2.6 è riportata un'immagine prima e dopo l'applicazione del filtro riportato in 2.2.5, si fa notare come i dettagli più piccoli sono stati rimossi, mentre l'oggetto dell'immagine rimane distinguibile.



Figura 2.6: A sinistra l’immagine originale. A destra il risultato del *blur*

2.2.6 Sobel Operator

Prima di descrivere cosa sia il *Sobel operator*, detto anche filtro Sobel, bisogna dare una definizione di gradiente. Nel calcolo vettoriale, il gradiente è la generalizzazione della derivata. La derivata di una funzione ad una variabile associa ad ogni punto uno scalare, mentre il gradiente di una funzione a più variabili f associa ad ogni punto un vettore multidimensionale. Quest’ultimo è composto dall’insieme delle derivate parziali di f nel punto considerato. Il gradiente rappresenta la pendenza della tangente al grafico della funzione in un punto. La sua direzione indica il più grande incremento della funzione mentre il modulo³ è il tasso d’incremento.

Possiamo pensare un’immagine (in scala di grigi) come una funzione a due variabili che associa ad ogni punto (x, y) un valore in $[0, 255]$. Il gradiente dell’immagine sarà composto da vettori direzionati in modo da uscire dalle zone scure ed entrare nelle zone più chiare (mantenendo la convenzione per cui a zero è associato il colore nero). La magnitudine sarà tanto più grande quanto più grande il contrasto, quindi la differenza di colore e luminosità.

Ora possiamo procedere con la descrizione del filtro di Sobel, facendo riferimento a quanto scritto in [14]. Il *Sobel filter* viene utilizzato per creare immagini in cui si enfatizzano gli *edge*. Per *edge* si intendono tutte quelle zone dell’immagine che corrispondono a bordi, margini o spigoli degli oggetti rappresentati nell’immagine. Ciascuna di queste zone deve necessariamente essere associata almeno ad un cambio di colore oppure ad un cambio di luminosità,

³Detto *magnitude* in inglese.

altrimenti l'oggetto in questione non sarebbe distinguibile dallo sfondo. Quindi, osservando il gradiente dell'immagine, ad ogni *edge* corrisponderà una serie di vettori con modulo più grande rispetto ai moduli dei vettori circostanti. Lo scopo del filtro Sobel è generare un'approssimazione del gradiente dell'immagine sfruttando due convoluzioni distinte con uno specifico kernel. Nonostante il risultato sia abbastanza grossolano, la sua efficacia e rapidità lo rendono uno dei principali strumenti per la *edge detection*, tecnica che esploreremo fra poco.

L'applicazione del filtro Sobel avviene come mostrato nelle equazioni 2.3 e 2.4, dove $*$ denota una convoluzione ed I è un'immagine in scala di grigi.

$$G_x = I * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$G_y = I * \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

L'equazione 2.3 fornisce un'approssimazione del gradiente rispetto all'asse x , mentre l'equazione 2.4 rispetto ad y . L'equazione 2.5, invece, combina le precedenti fornendo informazione riguardo al modulo del gradiente dell'immagine. Con l'equazione 2.6 si ottiene la direzione del gradiente.

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (2.5)$$

$$\Theta = \text{atan}\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (2.6)$$

Ora verranno fatte delle considerazioni sul kernel mostrato nella formula 2.3. Poiché il filtro nell'equazione 2.4 è una semplice trasposta del precedente, tali considerazioni sono, facendo riferimento all'asse delle y , valide anche per questo filtro. Il kernel nell'equazione 2.3 assegnerà valori in assoluto più grandi a *pixel* in una posizione di transizione di colore, rispetto a *pixel* posizionati in una zona con colorazione uniforme. Prendiamo un *pixel* p di colore bianco posizionato in una zona in cui tutti i *pixel* sono di colore bianco, si avrà che il *kernel*, pesando i *pixel* a destra allo stesso modo di quelli a sinistra ma con segno opposto, attribuisce un valore pari a 0 a p . Se p fosse stato in una zona di transizione dal bianco al nero, avrebbe ottenuto un valore negativo molto grande: tutti i valori nella prima colonna del filtro sarebbero stati moltiplicati per 255 mentre tutti quelli dell'ultima colonna sarebbero stati annullati, essendo moltiplicati per 0. Uno stesso ragionamento può essere effettuato considerando zone completamente nere oppure di transizione dal nero al bianco.

Nell'immagine sottostante viene mostrata l'applicazione dell'operatore Sobel prima rispetto ad x , poi rispetto ad y ed infine il risultato della combinazione delle precedenti.

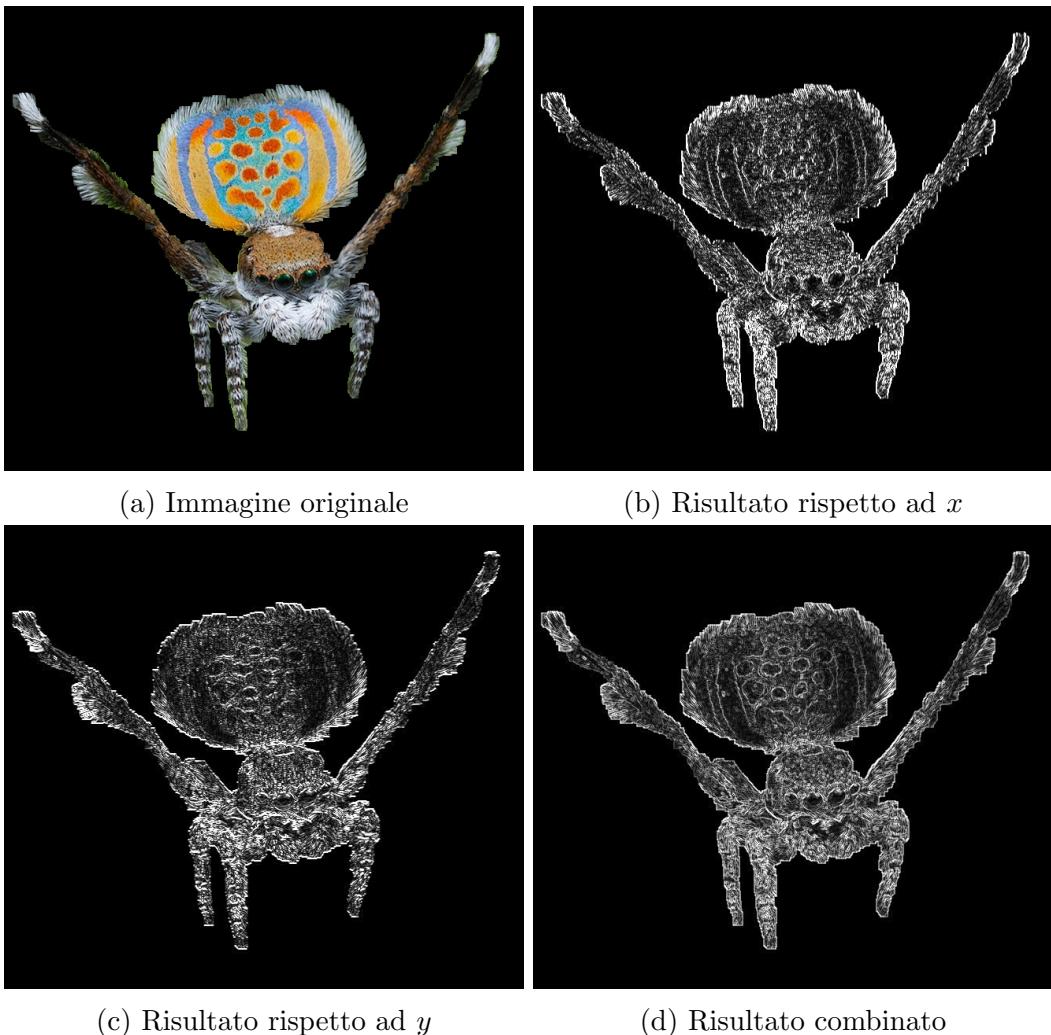


Figura 2.7: Esempio di applicazione del filtro Sobel

2.2.7 Canny Edge Detector

Composto da vari passaggi ed algoritmi, il *Canny Edge Detector* permette di estrarre i principali *edge* di un'immagine ottenendo risultati soddisfacenti ed adattabili alle necessità dell'utilizzatore. Questo rilevatore viene sfruttato largamente come tecnica di estrazione delle caratteristiche perché permette di rimuovere molta informazione dall'immagine, mantenendo solo quella strettamente necessaria. Nell'ambito del *edge detection* è bene che tutti gli *edge* presenti nell'immagine vengano identificati correttamente, ma è altrettanto importante che non vengano generati falsi positivi, cioè che delle aree nel risultato presentino contorni che nell'immagine di partenza non esistevano. Per questo motivo *Canny edge detector* effettua molte operazioni di rimozione di falsi positivi ed allo stesso tempo tende ad evidenziare molto bene quelli che sembrano essere *edge* autentici. Ora verranno elencati in ordine i vari passaggi del rilevatore:

1. Viene applicato un filtro gaussiano per effettuare uno *smooth* all'immagine. Questo passaggio è fondamentale perché vengono rimossi valori anomali che, risultando come picchi positivi o negativi, potrebbero contribuire a generare falsi positivi. Inoltre può essere usato per rimuovere dettagli superflui.
2. Utilizzando il filtro Sobel si ottiene il modulo dei gradienti dell'immagine, ossia tutti gli *edge* candidati, che dovranno poi essere manipolati e selezionati.
3. Con una doppia sogliatura si ottengono due effetti: come prima cosa vengono rimossi tutti quegli *edge* con magnitudine troppo bassa, perché considerati rumore; successivamente gli *edge* sopravvissuti vengono classificati come forti e deboli, questa informazione verrà sfruttata nel prossimo passaggio. Effettuare una sogliatura significa semplicemente osservare ogni valore di un'immagine (nel nostro caso ogni *pixel* indica il modulo del gradiente) e mapparlo ad un valore dato se soddisfa determinate condizioni. In questo passaggio sono presenti due soglie. La prima ci permette di annullare tutti gli *edge* con valori troppo piccoli. La seconda viene usata per etichettare i *pixel* superiori alla soglia come *edge* forti. Tutti i *pixel* intermedi vengono considerati *edge* deboli.
4. A questo punto si procede con il rimuovere tutti gli *edge* deboli che non facciamo parte di nessun *edge* forte. Significa che, per ogni *pixel* etichettato come *edge* debole, vengono osservati gli otto *pixel* circostanti. Se nessuno di questi è un *edge* forte allora il *pixel* centrale viene annullato.

Va fatto notare che i valori delle due soglie devono essere trovati in modo empirico, a seconda del tipo d'immagine bisognerà impostare soglie più o meno grandi, ma anche più o meno distanti fra loro.

In figura 2.8 è illustrata l'applicazione del *Sobel operator*, notare come il risultato sia molto più pulito di quello illustrato in figura 2.7.



Figura 2.8: Esempio di applicazione del *Canny Edge Detector*

2.2.8 Hough Circle Transform

Prima di poter spiegare questa tecnica si devono introdurre alcuni concetti come la *Hough Line Transform*, lo *Hough Parameter Space* e la parametrizzazione raggio-angolo di una retta. Le trasformate di Hough sono largamente usate come metodi di estrazione delle caratteristiche, permettono di rilevare semplici figure come linee e cerchi. Il loro obiettivo è raggruppare correttamente un'insieme di pixel in modo che l'insieme raffiguri la forma che si vuole trovare. Una delle problematiche principali è la possibilità che nell'immagine la forma da rilevare sia discontinua o deformata.

Esploriamo, facendo riferimento a quanto illustrato in [15], come il metodo di *Hough Line Transform* permette di trovare una linea retta in un'immagine. Definiamo tre punti $P_i = (x_i, y_i)$ con $i = 1, 2, 3$ in modo che siano allineati, cioè che esista una retta alla quale appartengano tutti. Sappiamo che per ciascun punto ci sono infinite rette che soddisfano $y_i = mx_i + c$, ma che soltanto una di queste rette passa anche per gli altri due punti. L'equazione appena descritta è in funzione di m e c , riscrivendola come

$$c = y_i - mx_i \quad \text{con} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.7)$$

risulta più facile immaginarla (fissato un i) come una retta in uno spazio in cui c è sull'asse delle ordinate e m su quello delle ascisse. Lo spazio appena descritto prende il nome di *Hough Parameter Space*, in cui ogni punto (m, c) descrive una retta nello spazio di partenza. Nello spazio dei parametri di Hough, le tre rette della formula 2.7 si devono necessariamente incontrare in esattamente un punto, sia (m_0, c_0) . Questo è dovuto al fatto che sappiamo che deve esistere una coppia di parametri per cui la retta $y = m_0x + c_0$, nello spazio originale, passa per tutti i P_i . L'idea alla base della *Hough Line Transform* è quella di, definito un range di valori per m e per c , trovare quello che soddisfa il maggior numero di equazioni. In pratica ad ogni cella nello spazio $m-c$ viene associato un intero che indica quante delle rette di equazione 2.7 passano per quella cella.

Ci si accorge facilmente che questo metodo non ci permette di rilevare rette parallele all'asse delle y , infatti bisognerebbe avere un parametro m con valore che tende all'infinito. Per risolvere questa problematica viene usata la parametrizzazione raggio-angolo. Come si vede in figura 2.9a, ogni retta viene identificata da una coppia univoca (r, θ) . Nella coppia r indica la distanza dall'origine al punto più vicino della retta, mentre θ indica l'angolo tra il segmento appena generato e l'asse delle x . Ogni retta viene identificata dall'equazione:

$$r = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta \quad \text{con } i = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

ottenibile con semplici calcoli geometrici. Questo significa che il fascio di rette nello spazio di partenza verrà descritto da curve nello spazio dei parametri di Hough con assi $\theta-r$, come si vede in figura 2.9b. Valutando le celle nello stesso modo di prima si ottiene la retta passante per i tre punti ma identificata dalla coppia (r_0, θ_0) .

Vediamo ora come si può modificare la tecnica appena descritta per rilevare cerchi anziché linee rette. L'idea principale ruota sempre attorno al concetto di voto di celle nello spazio dei parametri.

In questo caso si sfrutta il fatto che, in una circonferenza c di raggio r , ogni punto è equidistante dal centro. Per ogni punto P_i di c può essere tracciata una circonferenza c_i di centro P_i e raggio r . Sappiamo che tutte le circonferenze c_i si incontrano in un unico punto: il centro di c , poiché è l'unico equidistante da tutti i centri delle c_i .

Si ricorda che l'equazione di una circonferenza di centro (a, b) e raggio r è

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (2.9)$$

Supponiamo di conoscere il raggio r_0 della circonferenza che vogliamo rilevare e di avere un insieme di punti P_i che sappiamo appartenere alla circonferenza. Lo spazio dei parametri $a-b$ ci permette di creare le circonferenze centrate

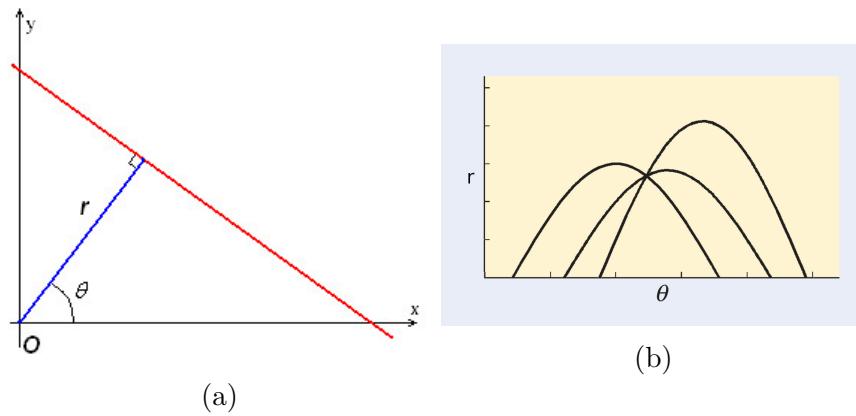


Figura 2.9: Parametrizzazione raggio-angolo e rappresentazione dello spazio dei parametri di Hough

nei P_i e di assegnare un punteggio alto alla cella in (a_0, b_0) perché votata da molte circonferenze. In figura 2.10 si vede la griglia su cui vengono votate le circonferenze.

Se anche il raggio fosse incognito allora lo spazio dei parametri di Hough avrebbe tre dimensioni ed ogni punto sarebbe una tripla (a, b, r) appartenente alla superficie di un cono.

Le implementazioni della *Hough Circle Transform* sfruttano una matrice di supporto, chiamata accumulatore, che corrisponde allo spazio dei parametri di Hough. Ciascun elemento è un intero con valore iniziale zero, che verrà incrementato di uno per ogni linea passante per quelle coordinate.

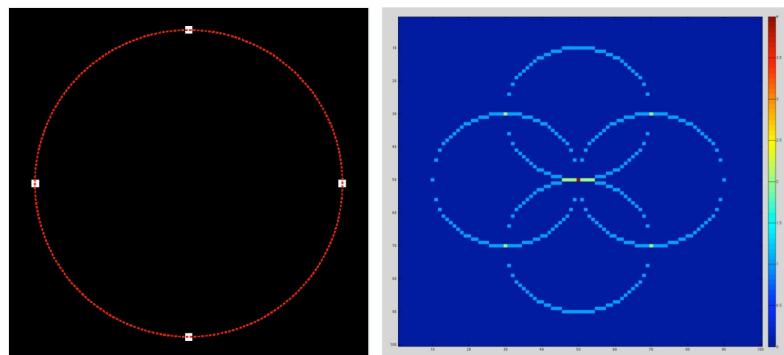


Figura 2.10: Circonferenza e spazio dei parametri di Hough per le circonference con raggio dato

2.2.9 Applicazione degli algoritmi descritti

Si fa notare che prima di ottenere immagini come quella illustrata in figura 2.11 e soprattutto prima di essere sicuri che questo è il tipo di immagine migliore per i nostri scopi, sono stati necessari numerosi esperimenti e tentativi. In particolar modo è stato importante capire che tipo di informazione potesse essere gestita interamente dalla rete neurale e quale invece dovesse essere rimossa o modificata. Lo scopo del nostro *pre-processing* è quello di fornire un'immagine contenente solo l'informazione necessaria e sufficiente per poter discriminare un pezzo Conforme da uno Scarto.

Nonostante in questa sezione vengano mostrate solo immagini di carcasse conformi, il processo iterativo appena descritto è stato eseguito confrontando costantemente immagini Conformi e Scarto. Immagini scarto verranno mostrate nella prossima sezione, interamente dedicata a loro.

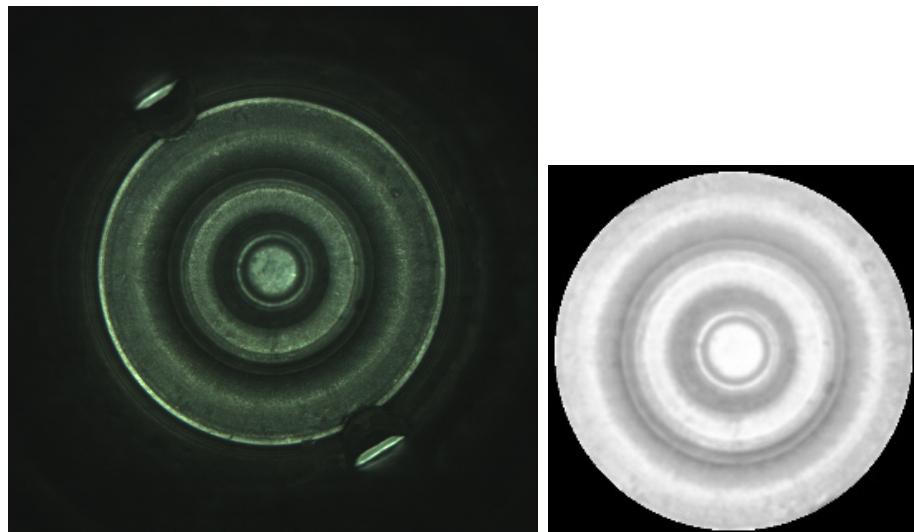


Figura 2.11: Un Conforme prima e dopo il *pre-processing*

1 Centramento con Hough Circle Transform

Sappiamo che le immagini del *dataset* non sono perfettamente centrate, per questo motivo si è deciso di utilizzare la tecnica della *Hough Circle Transform* per ottenere un'approssimazione del centro della carcassa. Avendo le coordinate di quest'ultimo si può riallineare il pezzo con il centro dell'immagine. Ottenere un algoritmo che fosse capace di centrare correttamente tutte le immagini, non è stato facile, ma può essere riassunto nei seguenti passaggi:

- creazione di una copia dell’immagine;
- conversione della copia in scala di grigi;
- equalizzazione dell’istogramma della copia;
- ottenimento di alcuni cerchi candidati tramite trasformate di Hough applicate alla copia, qui si sfrutta l’informazione circa le dimensioni tipiche della circonferenza dello scalino più grande;
- viene effettuata la media tra i centri dei cerchi ottenuti nel passaggio precedente;
- l’immagine originale viene traslata in modo che il centro stimato si trovi in mezzo all’immagine;

Nella figura 2.12 sono *illustrate* l’immagine prima e dopo il centramento ed il cerchio rilevato.

2 Equalizzazione

Per gestire la variazione di luminosità tra immagini si utilizza *histogram equalization*. In questo modo le immagini in bianco e nero delle carcasse risultano molto più simili tra di loro e si vanno a mitigare i fastidiosi effetti di sovra illuminazione.

D’ora in poi verranno manipolate immagini in scala di grigi. Questa scelta, validata dagli esperimenti, nasce principalmente considerando il fatto che le immagini sono in falsi colori. Mantenendo il *dataset* a colori manterremmo dell’informazione che non ci è di alcuna utilità, ma soprattutto richiederemmo alla nostra rete neurale uno sforzo maggiore. La rete infatti dovrebbe imparare a gestire, non solo le forme geometriche del pezzo, ma anche le sue colorazioni.

Nella figura 2.13 sono illustrate due carcasse conformi con luminosità differenti, affiancate dalla loro trasformazione.

3 Smooth dell’immagine

Utilizzando un filtro gaussiano è stato rimosso il rumore principale, ossia quello dovuto a graffi ed effetto “sale e pepe”. È stato fondamentale definire il filtro in modo che non fosse troppo aggressivo altrimenti ci sarebbe stato il rischio di perdere anche l’informazione relativa alla colla.

In figura 2.14 si mostra l’effetto dell’applicazione del *kernel*.

4 Mascheramento

L'area che nell'immagine corrisponde alla parete verticale della carcassa, ed in particolar modo alle due balze, deve essere rimossa. Come abbiamo già sottolineato la posizione delle balze non è correlata alla presenza della colla. Mentre si suppone che la colla non si presenti soltanto sulla parete verticale, ma che colli almeno fino a raggiungere il gradino più ampio.

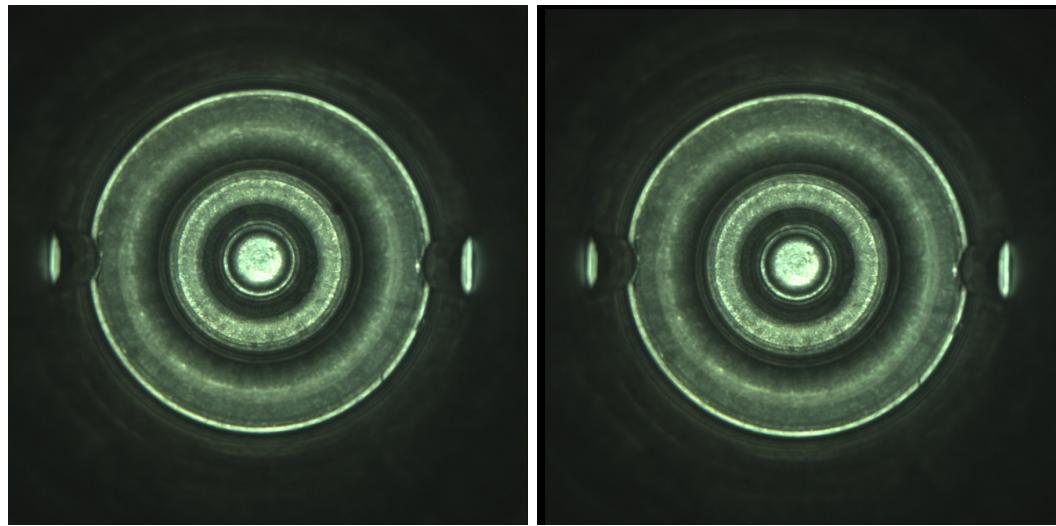
Nella figura 2.15 è illustrato un conforme prima e dopo il mascheramento.

5 Crop

A questo punto l'immagine contiene una grande porzione di pixel di colore nero, a causa del mascheramento. Possiamo effettuare in operazione di *crop* sapendo che il pezzo è centrato nell'immagine e conoscendo il raggio dell'area nera. Osservando figura 2.16 ci si accorge che dopo il ritaglio l'immagine trasporta, in proporzione, molta più informazione.

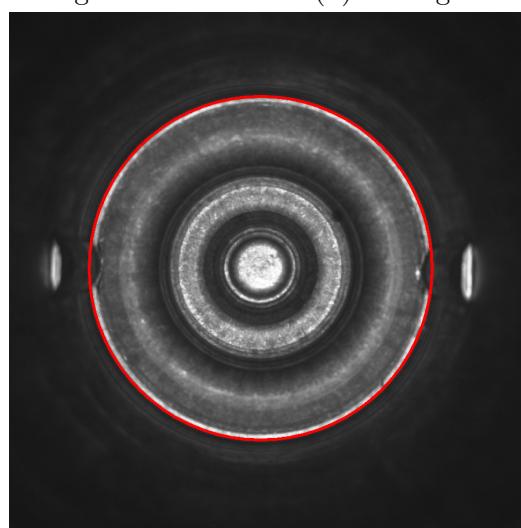
6 Resizing

Come ultima cosa viene effettuato un *resizing* dell'immagine. Ogni elemento del *dataset* ha originariamente una dimensione di 896x896 *pixel*, dopo le trasformazioni effettuate abbiamo un'immagine di dimensione circa 580x580 *px*. Si ricorda che molte architetture di reti neurali accettano immagini di dimensione 224x224. È stato verificato se questa dimensione fosse accettabile anche nel caso di questo *dataset*: risulta che mantenere l'immagine ad una dimensione maggiore non comporta alcun vantaggio, mentre ridurla al di sotto dei 200 *pixel* di lato rende la classificazione difficile anche per un essere umano.



(a) Immagine originale

(b) Immagine dopo il centramento

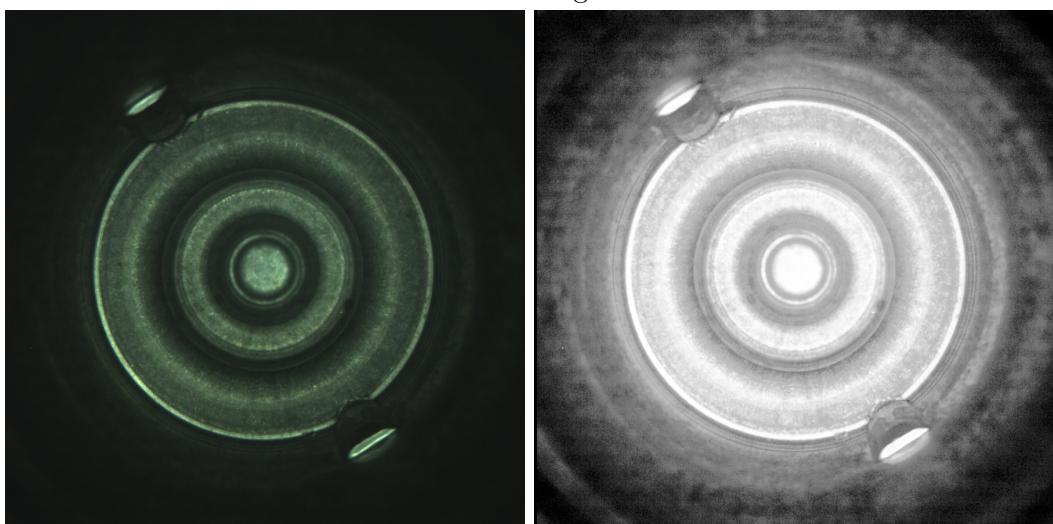


(c) Circonferenza rilevata

Figura 2.12: Esempio di centramento



(a) Immagine originale con alta luminosità (b) Risultato dell'equalizzazione dell'immagine con alta luminosità



(c) Immagine originale con bassa luminosità (d) Risultato dell'equalizzazione dell'immagine con bassa luminosità

Figura 2.13: Esempio di equalizzazione

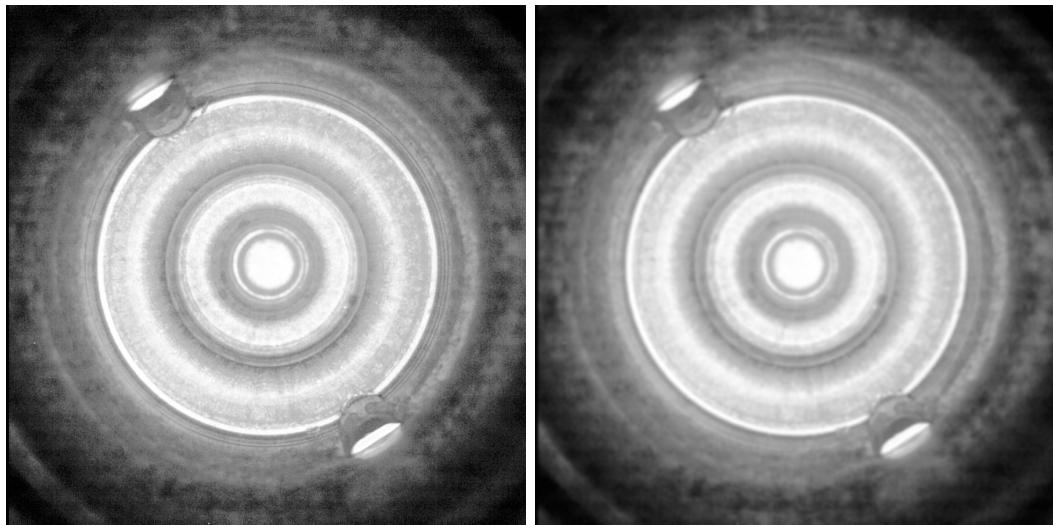


Figura 2.14: Immagine prima e dopo l'applicazione del filtro di Gauss



Figura 2.15: Immagine prima e dopo il mascheramento



Figura 2.16: Immagine prima e dopo l'operazione di *crop*

2.3 Data Augmentation

Il *Data Augmentation* è una tecnica che permette di aumentare le dimensioni del *dataset*, generando nuovi elementi con caratteristiche verosimili. Ciò risulta molto facile quando si manipolano immagini. Queste possono essere facilmente traslate, ruotate o specchiate così da ottenere immagini differenti dall'originale, ma che contengono dell'informazione molto vicina a quella di partenza. L'idea alla base della di queste trasformazioni è quella di incentivare la rete neurale a riconoscere gli oggetti a prescindere dalla loro orientazione.

Nel nostro caso si è deciso di ruotare i Conformi con angoli multipli di 45° . Così facendo le macchioline ed i graffi compariranno in modo più uniforme, essendo distribuiti su più immagini. Dopo questa operazione il numero di immagini Conformi a nostra disposizione è pari a 13752, ossia 8 immagini per ciascuno dei 1719 campioni di partenza.

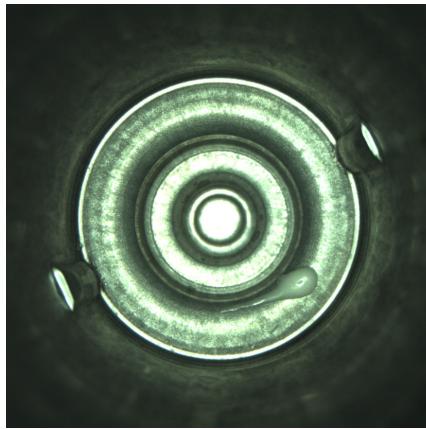
2.3.1 Generazione Scarti Sintetici

L'operazione di rotazione potrebbe essere applicata anche alle immagini Scarto, ma si è preferito optare per una manipolazione più complessa.

Sappiamo che le immagini degli Scarti sono state raccolte in un arco di tempo maggiore rispetto a quello dei Conformi. Ciò può essere verificato confrontando alcune immagini delle due classi, prendiamo in esempio figura 2.1 e figura 2.2, di pagine 7 e 8 rispettivamente. Si può notare che alcuni Scarti presentano degli anelli di colore più scuro, come se la superficie fosse più sporca. Questa caratteristica non compare in nessuna immagine della classe Conforme e sappiamo non essere in relazione con la presenza di colla. Alcuni esemplari appartengono a lotti di carcasse molto più vecchi di quelli fotografati nei Conformi, per questo motivo si è cercato di ricreare degli Scarti che fossero più vicini ai pezzi recenti. Si è prestata particolare attenzione a non generare immagini irreali, perché avrebbero invalidato qualsiasi tipo di risultato. Infatti allenare un modello su un *dataset* che non rispecchia la realtà renderebbe impossibile prevedere che il suo comportamento a livello applicativo.

In figura 2.17 è illustrato uno Scarto, il ritaglio della sua colla ed il risultato dell'applicazione di questa su due Conformi. Innanzitutto tutte i tipi di colla sono stati ritagliati manualmente con un programma di manipolazione di immagini digitali. Per ogni Scarto si è ottenuta un'immagine come quella riportata in figura 2.17b. Notare come sia stato importante mantenere l'informazione riguardo la posizione della colla: certe forme sono dovute al fatto che la colla è scivolata lungo i gradini del pezzo. Si è preferito evitare di posizionare queste colle in zone prive di gradini o che avrebbero fatto sì che la colla avesse altre conformazioni.

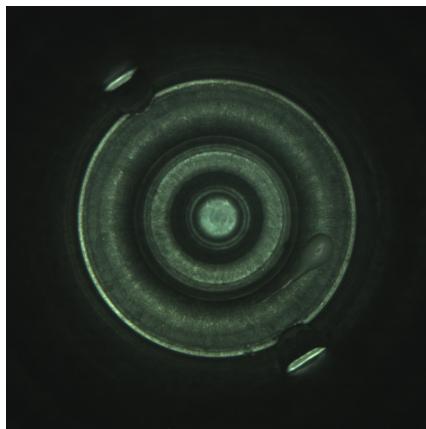
I ritagli appena creati non possono essere semplicemente applicati sui conformi, basti pensare a come risulterebbe una colla fotografata in condizioni di grandi luminosità su una foto molto scura. Per questo motivo la luminosità del ritaglio viene adattata a quello della zona che verrà coperta. La figura 2.17c e la figura 2.17d mostrano come questo accorgimento dia risultati assolutamente verosimili: gli Scarti Sintetici sono stati ottenuti a partire da due Conformi distinti su cui è stata applicata la colla in figura 2.17b. Per scrupolo è stato anche effettuato uno *smooth* lungo il contorno della colla applicata, così da rendere più dolce la transizione tra il fondo della carcassa e il corpo della colla. Si può dire che gli Scarti Sintetici siano indistinguibili dagli Scarti originali.



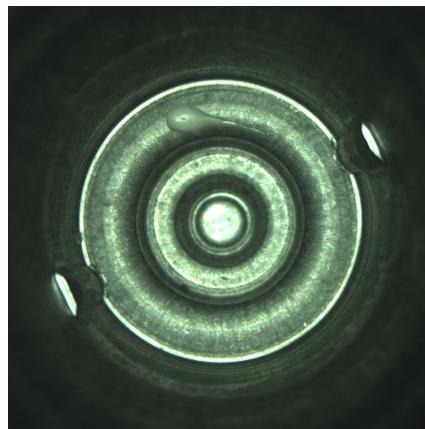
(a) Scarto



(b) Colla ritagliata



(c) Scarto Sintetico



(d) Scarto Sintetico

Figura 2.17: Scarto e Scarti Sintetici a confronto

Capitolo 3

Gli Autoencoder

Breve intuizione sugli AE

TODO recap capitolo

TODO recap capitolo

TODO recap capitolo

TODO recap capitolo

ipotizzo almeno 5 righe

3.1 La Struttura di un Autoencoder

Un *Autoencoder*(AE) è un particolare tipo di rete neurale. Può essere diviso in due componenti: il primo viene chiamato *encoder*, mentre il secondo prende il nome di *decoder*. Lo scopo dell'*encoder* è codificare il dato in ingresso in una versione compressa. Sia n la dimensionalità dell'*input*. Quando il dato raggiunge il collo di bottiglia dell'AE, ovvero la parte centrale della rete, ha raggiunto il livello di massima compressione, sia m la sua nuova dimensionalità con $m < n$. Lo spazio m -dimensionale in cui l'informazione è stata mappata viene chiamato spazio latente o spazio nascosto. Ora il dato può essere decompresso dal *decoder*, in questo modo verrà riportato alle sue dimensioni originali, cioè mappato nello spazio n -dimensionale di partenza.

Visto dall'esterno, il compito di un *autoencoder* è quello di ritornare un valore il più simile al dato in ingresso. Durante l'allenamento, fissato m con un valore che dipende dalla forma della rete, si vuole trovare il miglior spazio latente possibile. Dove con migliore si intende quello spazio di cardinalità m che permette di mantenere tutte le informazioni caratterizzanti dell'*input*. Riformulando quanto detto: un'*autoencoder* può essere visto come una funzione

f rassomigliante la funzione identità, ma al cui intero c'è un vincolo tale da rendere il compito di restituzione dell'*input* non banale.

Come viene spiegato da Andrew Ng in [16], gli *autoencoder* fanno parte degli algoritmi di apprendimento non supervisionato. Cioè di quella classe di algoritmi, in contrapposizione a quelli ad apprendimento supervisionato, che non ha bisogno di dati etichettati; anzi vengono usati proprio per trovare nuovi pattern e correlazioni tra gli elementi del *dataset*. Come gli algoritmi *K-Means* e *DBSCAN*, entrambi di *clustering*, permettono di raggruppare nuvole di punti con caratteristiche simili. Un AE è non supervisionato perché, a priori, non conosciamo la forma che verrà data allo spazio latente.

Gli *autoencoder* più semplici sono composti da due strati densamente connessi di neuroni: il primo funge da *encoder* ed ha un numero di unità pari alla dimensione dello spazio latente; il secondo ha tante unità quanto la dimensione dell'*input*, quindi funge da *decoder*. L'architettura appena descritta può essere osservata in figura 3.1, notare la tipica forma a clessidra.

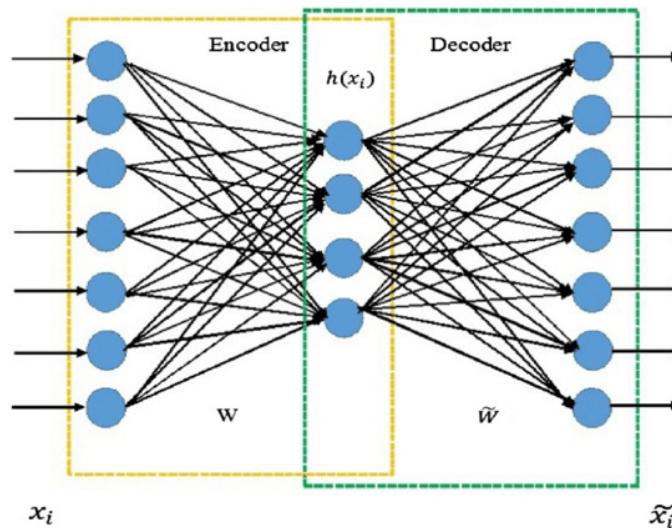


Figura 3.1: Architettura di un semplice *autoencoder*

Facendo sempre riferimento a [16], un neurone è un'unità computazionale che prende in *input* un vettore x di elementi x_i con $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e che ritorna $h_{W,b}(x) = f(W^T x) = f(\sum_{i=1}^n W_i x_i + b)$. Dove $h_{W,b}(x)$ è un generatore di ipotesi non-lineare, con parametri W e b che possono adattarsi al *dataset*. I pesi del neurone vengono salvati in W , vettore con tanti elementi quanti quelli di x . Il valore b viene detto *bias* è una quantità che verrà sempre sommata al risultato del prodotto riga per colonna tra W e x . La funzione f è chiamata

funzione di attivazione. Come funzione di attivazione viene spesso utilizzata la funzione sigmoidea:

$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}$$

Notare come $f(z)$ sia una funzione da \mathbb{R} in $[0, 1]$. Ciò risulta utile soprattutto se il compito del neurone è dividere gli *input* in due classi distinte, cioè 0 e 1, basterà verificare se $f(z) > 0.5$. In caso affermativo l'*input* verrà associato alla classe con etichetta 1, altrimenti a 0; Un'altra funzione di attivazione molto utilizzata è la funzione *ReLU*

TODO descrivere relu

TODO mostrare i grafici si sigmoid e relu?

Quando uno strato della rete è composto da più neuroni, ciascuno di essi riceverà una copia di x e ritornerà un *output* in base ai propri W e b . In figura 3.1 si può notare come gli x_i vengano distribuiti su tutti i nodi del primo strato e come il loro risultato venga a sua volta distribuito sulle altre unità. Dato che il numero di connessioni cresce rapidamente, essendo pari a $n * m$ per ogni strato (con n la dimensione del vettore in ingresso ed m di quello in uscita), questi strati vengono chiamati densamente connessi o, più semplicemente, densi.

qui parentesi sulla back prop?

qui parentesi sulla (MSE)Loss?

qui parentesi sul learning rate?

qui parentesi sulle epoche?

Gli *autoencoder* come quello in figura 3.1 hanno dato risultati equiparabili, se non migliori, a quelli ottenuti con metodi di *dimensionality reduction* classici (*cfr.* [16],[18]). Essendo gli AE delle reti neurali, è possibile aggiungere vari strati densi, come si vede in figura 3.2. Questi *autoencoder* prendono il nome di AE multi-strato o *stacked autoencoder* ed hanno capacità astrattive maggiori. Allo stesso modo è anche possibile aggiungere strati convolutivi, convolutivi trasposti oppure di *down* ed *up-sampling*.

Strati Convolutivi Un *convolutional layer* è uno strato in cui i pesi hanno la forma di un filtro convolutivo, in questo modo verrà mantenuta anche dell'informazione spaziale. In pratica la rete si adatta in modo che i filtri lascino passare, o mettano in evidenza, soltanto quelle caratteristiche utili allo svolgimento del compito. Come viene mostrato molto bene in [17], questo tipo di convoluzioni è una generalizzazione parametrica delle convoluzioni descritte a pagina 12.

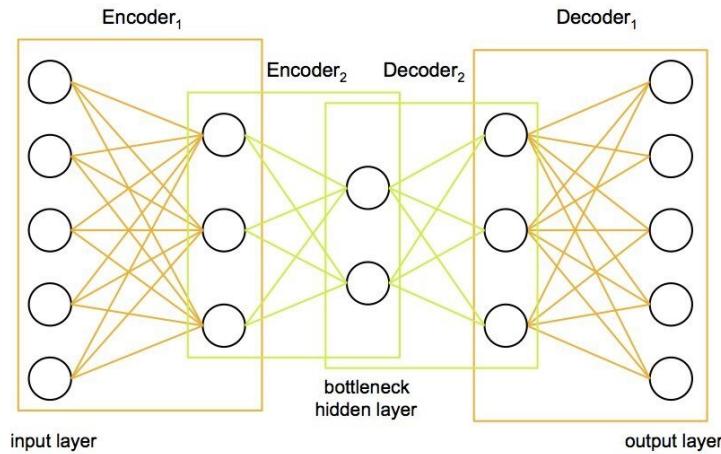


Figura 3.2: Architettura di un *stacked autoencoder*

Innanzitutto è bene elencare i parametri che caratterizzano uno strato di questo tipo, per semplicità si suppone che le immagini ed i *kernel* utilizzati siano sempre quadrati:

- n indica il lato dell’immagine in ingresso;
- k indica il lato del filtro. Si ricorda che i valori all’interno del filtro sono i pesi che dovranno essere imparati;
- p indica quanto *zero padding* aggiungere all’immagine in ingresso. Con *zero padding* si intende l’aumentare la dimensione dell’input aggiungendo righe e colonne di zeri. Il risultato dell’applicazione del *padding* con $p = 1$ può essere osservato in figura 3.3b;
- s indica il passo, in inglese *stride*, con cui il filtro viene mosso sull’immagine in ingresso. In figura 3.3 sono riportati i risultati che si ottengono con passi differenti;
- con ch_{in} si specifica quanti sono i canali in ingresso, ad esempio se l’immagine in *input* è in scala di grigi si avrà $ch_{in} = 1$;
- con ch_{out} si specifica quanti sono i canali in uscita.

L’equazione 3.1 mostra la relazione che intercorre tra i vari parametri dello strato convolutivo e la dimensione m dell’immagine in uscita.

$$m = \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \quad (3.1)$$

Si fa notare che le convoluzioni descritte a pagina 12 equivalgono ad impostare, con k dispari, i parametri $p = \lfloor k/2 \rfloor$, $s = 1$, $ch_{in} = 1$ (oppure 3 a seconda del caso) e $ch_{out} = 1$. Infatti l'immagine in uscita che si ottiene ad esempio con l'operatore Sobel ha dimensioni pari a quelle dell'immagine in ingresso.

Osservando le architetture delle reti convolutive VGG [5] e ResNet [4] ci si accorge che, fatta eccezione per i primi *layer*, gli strati hanno un numero di canali in ingresso ed in uscita dell'ordine delle centinaia. Nel caso del primo *layer* dell'architettura VGG11 si ha $ch_{in} = 3$ e $ch_{out} = 64$, mentre per il secondo si ha $ch_{in} = 64$ e $ch_{out} = 128$. Una delle motivazioni è che avere più canali significa avere più *kernel*, quindi anche più possibilità di apprendimento. Infatti, prendendo in considerazione un solo strato convolutivo, il numero di *kernel* è dato da $n_k = ch_{in} * ch_{out}$, mentre il numero di parametri modificabili durante l'allenamento è $n_k * k * k$.

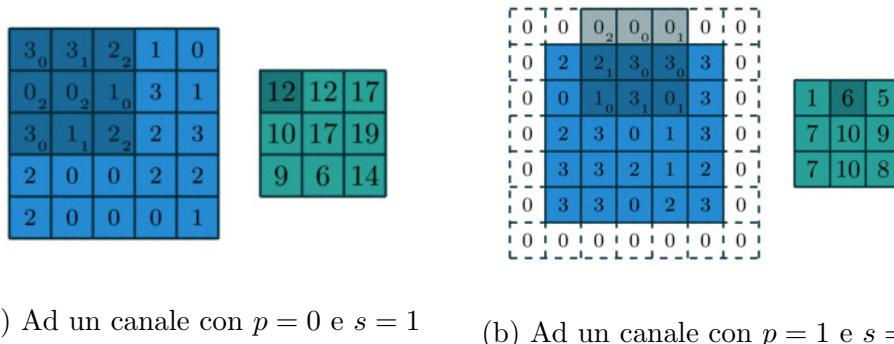
(a) Ad un canale con $p = 0$ e $s = 1$ (b) Ad un canale con $p = 1$ e $s = 2$

Figura 3.3: Esempio di strati convolutivi

Strati di Down-Sampling È stato dimostrato empiricamente che inserire degli strati il cui compito è ridurre le dimensioni dell'*input*, aiuta le reti convolutive ad ottenere risultati migliori. Infatti sia l'architettura VGG che quella ResNet sfruttano ampiamente un tipo di *layer* chiamato Max-Pooling. Quest'ultimo, osservabile in figura 3.4, assomiglia ad un *convolutional layer* ma non ha parametri apprendibili. Infatti il filtro ritorna semplicemente il massimo dell'area su cui è stato posizionato. La dimensione del *kernel* e lo *stride* scelto definiscono la dimensione dell'output. Solitamente uno strato di questo tipo viene utilizzato per dimezzare n , cioè è ottenibile impostando $k = 2$ e $s = 2$.

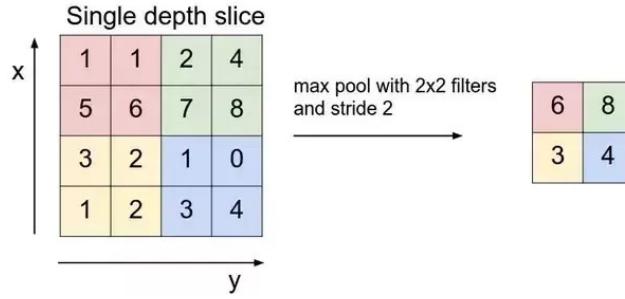


Figura 3.4: Esempio di strato max-pooling

Fin’ora sono stati descritti gli strati comuni a tutte le reti convolutive, ora verranno illustrati due *layer* elusivi degli *autoencoder*.

Strati di Up-Sampling Come il nome suggerisce, lo Up-Sampling *layer* effettua un’operazione opposta a quella di uno strato di Down-Sampling. Nello specifico aumenta le dimensioni dell’*input* riempendo gli spazi creati con medie tra gli elementi esistenti oppure ripetendoli.

Strati Convolutivi Trasposti Lo scopo di questi strati è simulare l’opposto di un’operazione convolutiva: se una convoluzione riduce la dimensione del dato in ingresso, una convoluzione trasposta deve aumentarla. Il modo più semplice per ottenere questo effetto è effettuare una convoluzione con un *zero padding* sufficientemente grande, come si vede in figura 3.5.

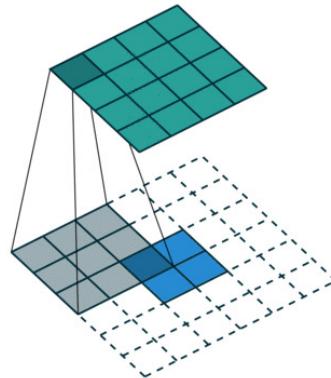


Figura 3.5: Esempio di strato convolutivo trasposto

3.1.1 Applicazioni principali

Gli autoencoder non sono stati usati solamente come tecniche alternative per la *dimensionality reduction*, seguono due delle principali applicazioni.

Denoising Con *denoising* si intende rimuovere del rumore dai dati in *input*. All'AE viene richiesto, a partire da dati con del rumore

Anomaly Detection

La nostra applicazione si trova a cavallo tra le due appena descritte

Capitolo 4

Risultati Ottenuti

sommario capitolo

Preambolo sulla accuratezza dei modelli creati Problema dell'AE perché non fornisce accuratezza, come parametro di valutazione si è utilizzata la loss La loss non poteva essere usata come discriminante perché troppo poco sensibile all'errore di presenza-nonpresenza della colla Un altro criterio di valutazione era una verifica a mano della qualità della differenza conforme in out

Descrivere architettura migliore Descrivere post-processing a valle

4.1 Il nostro obiettivo TODO

In figura 4.1 sono riportate tre immagini per chiarire in che modo gli *autoencoder* sono stati sfruttati per classificare Conformi e Scarti. La figura 4.1a illustra uno Scarto. L'immagine riportata in figura 4.1b è quella che si vorrebbe ottenere dall'AE a partire dallo Scarto appena illustrato. Notare come si vorrebbe che il pezzo fosse riprodotto il più fedelmente possibile, ma che l'informazione della colla venisse rimossa. In questo modo sarebbe possibile effettuare una differenza *pixel per pixel* tra immagine in ingresso ed immagine in uscita (detta anche ricostruita) ottenendo così un risultato simile a quello in figura 4.1c.

Nel caso migliore possibile la classificazione verrebbe effettuata verificando se nell'immagine differenza tutti i valori sono zero. Ossia l'immagine in ingresso appartiene alla classe Conforme ed è stata ricostruita alla perfezione. Dato che ci si aspetta che l'*autoencoder* non ricostruisca la colla nell'immagine in uscita, nell'immagine differenza ci sarà un'area di *pixel* con valori in assoluto maggiori di zero.

È impossibile che l'*autoencoder* raggiunga una precisione così alta, infatti è molto più infatti che l'immagine ricostruita sia soltanto un'approssimazione dell'immagine in ingresso. Si ricorda che molto probabilmente l'AE rimuoverà tutte quelle caratteristiche particolari di un pezzo (graffi, macchie, ...), perché sono rumore rispetto ad una carcassa media.

Quindi si può affermare che la classificazione è divisa in due parti: nella prima l'immagine viene elaborata dall'*autoencoder*; nella seconda l'immagine in ingresso e quella in uscita vengono confrontate, questa parte prende il nome di *post-processing*. L'effettiva classificazione viene eseguita in quest'ultima parte.

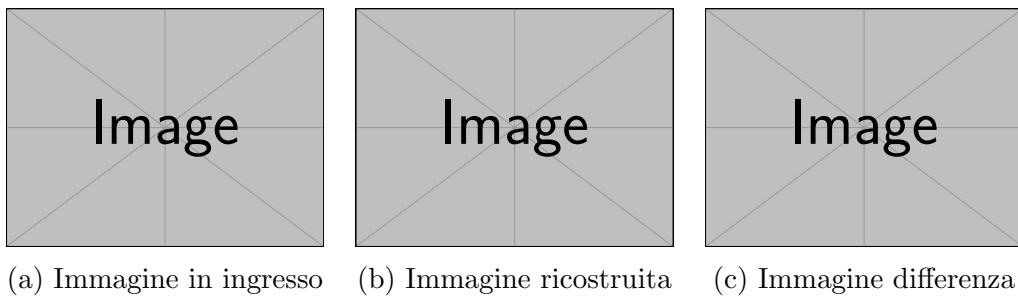


Figura 4.1: TODO in out diff

4.2 Metriche di valutazione

Definire delle metriche per stabilire quali architetture preformassero meglio è stata una parte critica. Infatti gli *autoencoder* potevano essere confrontati solo tramite due criteri: uno numerico, ossia la *MSE Loss* ottenuta durante l'allenamento, ed uno qualitativo, cioè osservare la qualità generale delle immagini generate. Purtroppo nessuna delle due metriche permette di ottenere delle percentuali esatte sull'accuratezza delle classificazioni. Tali dati numerici sono stati ottenuti soltanto quando le immagini differenza sono risultate soddisfacenti e si è quindi potuto sviluppare l'algoritmo di *post-processing*.

c'è da dire altro?

4.3 Il modello

dire meglio

Dopo molte iterazioni e tentativi si è ottenuta l'architettura in figura 4.2¹. Elenchiamo le sue caratteristiche principali:

- l'immagine in ingresso è in scala di grigi e di lato 200 *pixel*;
- ogni strato convoluto o convoluto trasposto ha filtri di dimensione 5x5, ha *stride* pari a 1, non ha nessun *padding* e tutti (tranne il primo e l'ultimo strato) hanno $ch_{in} = ch_{out} = 32$. Inoltre tutti i *layer* utilizzano la funzione di attivazione *ReLU*, fatta eccezione per l'ultimo in cui è presente la funzione sigmoidea. Infatti le immagini, prima di essere passate alla rete, vengono normalizzate in $[0, 1]$, cioè facilita i calcoli effettuati all'interno dell'*autoencoder*. L'output della rete, appartenente a $[0, 1]$, verrà mappato nuovamente nell'intervallo $[0, 255]$.
- tutti i *max-pool layer* hanno sia il filtro che il passo pari a 2;
- il primo strato denso prende un vettore di $24 * 24 * 32 = 18432$ valori e lo mappa in uno spazio 2000-dimensionale. Questa corrisponde alla massima compressione dell'informazione;
- il secondo strato denso effettua l'operazione opposta, mappando il vettore dello spazio latente in uno che possa avere le dimensioni di $24 * 24 * 32$.

Complessivamente la rete deve imparare 73832000 parametri. Di questi metà si trovano nell'*encoder* e metà nel *decoder*. Questo valore potrebbe sembrare grande ma, osservando che la VGG11 [5] ha più di 130 milioni di parametri, risulta ragionevole. Si fa notare che la maggior parte dei parametri è contenuto nei due strati densi. Sappiamo che il numero di parametri di uno strato è dato da $n * m$ con n ed m le dimensioni dei vettori in ingresso ed in uscita. Nel nostro caso abbiamo due strati da $18432 * 2000 = 36864000$ parametri l'uno. I quattro *layer* convolutivi e convolutivi trasposti da 32 canali in ingresso ed in uscita hanno 25600 parametri ciascuno.

cos'altro da dire?

rifai disegno
architettura
i conv trans
sono svaccati

¹L'immagine è stata generata usando <https://github.com/HarisIqbal88/PlotNeuralNet>

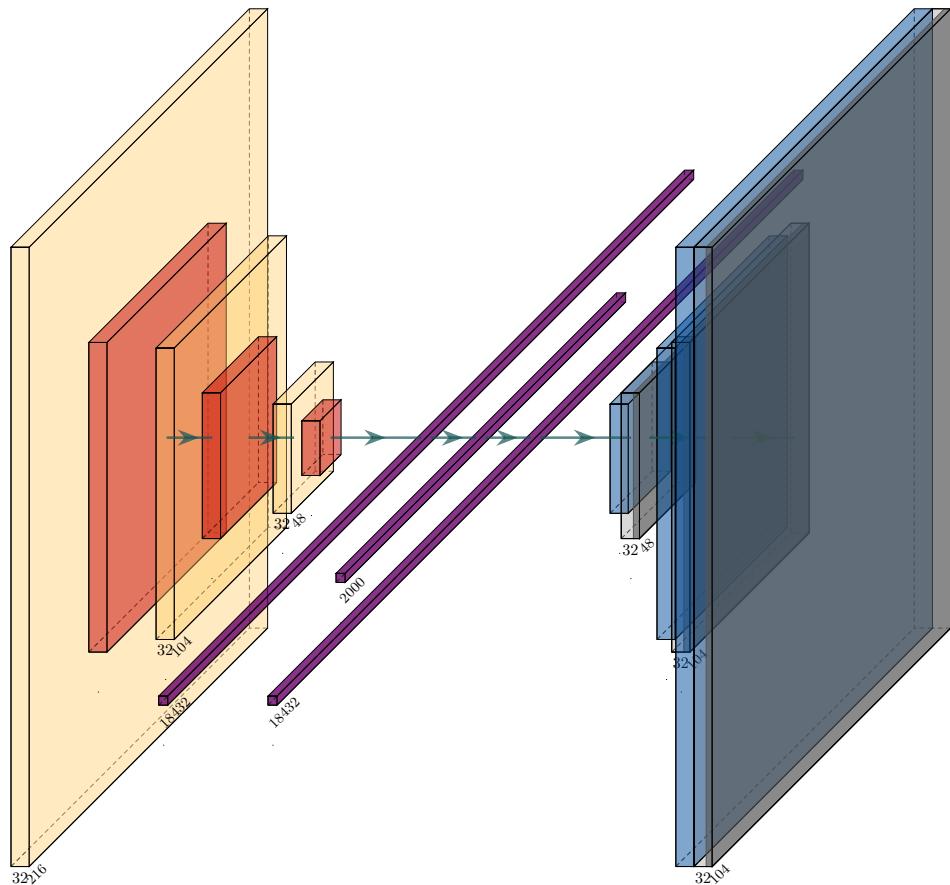


Figura 4.2: TODO architettura della rete

L’allenamento del modello in figura 4.2 è stato effettuato sui Conformi del *dataset*, processati come descritto a pagina 27 e seguenti. In questa fase non sono stati utilizzati né gli Scarti né gli Scarti Sintetici.

Durante l’allenamento si è utilizzata la *MSE Loss* confrontando lo scarto tra l’immagine in ingresso e l’immagine ricostruita. Nel grafico in figura 4.3 si può notare come la *loss* scenda in modo repentino nelle prime 5 epoch per poi stabilizzarsi. Il tasso di apprendimento² è stato gestito dinamicamente: se al passare delle epoch la *loss* non è calata, allora il tasso di apprendimento viene diviso per un fattore dieci.

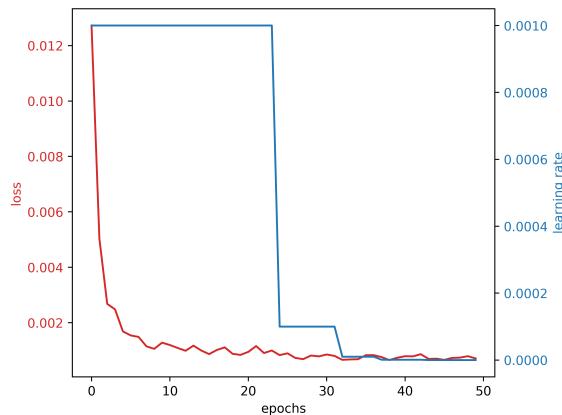


Figura 4.3: Andamento della *loss* e del *learning rate* al passare delle epoch

Ogni cinque epoch è stata generata un’immagine con alcuni conformi in ingresso ed in uscita. È interessante notare, osservando figura 4.4, come le prime ricostruzioni siano tutte uguali. Nella figura sono riportati, in alto, i sei esemplari dati in *input* alla rete, mentre in basso sono mostrate le loro ricostruzioni. Probabilmente questo è dovuto al fatto che i pesi si distribuiscono fin da subito in modo da catturare le proprietà comuni a tutte le immagini, ad esempio l’area nera della maschera e gli anelli concentrici. In figura 4.5 è riportato un altro gruppo di Conformi assieme alle ricostruzioni relative all’epoca numero quarantacinque. Ci si accorge subito che le immagini in uscita risultano meno sgranate e che in alcune di esse sono state generate perfino macchie ed aree più scure. Come ci si poteva aspettare la superficie delle immagini in *output* risulta molto più lisca e priva della maggior parte dei graffi.

²In inglese *learning rate*

Figura 4.4: In alto 6 immagini Conformi in *input*, in basso la loro ricostruzione alla prima epoca

Figura 4.5: In alto 6 immagini Conformi in *input*, in basso la loro ricostruzione alla 45-esima epoca

4.4 Post-Processing

Dopo aver osservato la precisione con cui i conformi vengono riprodotti

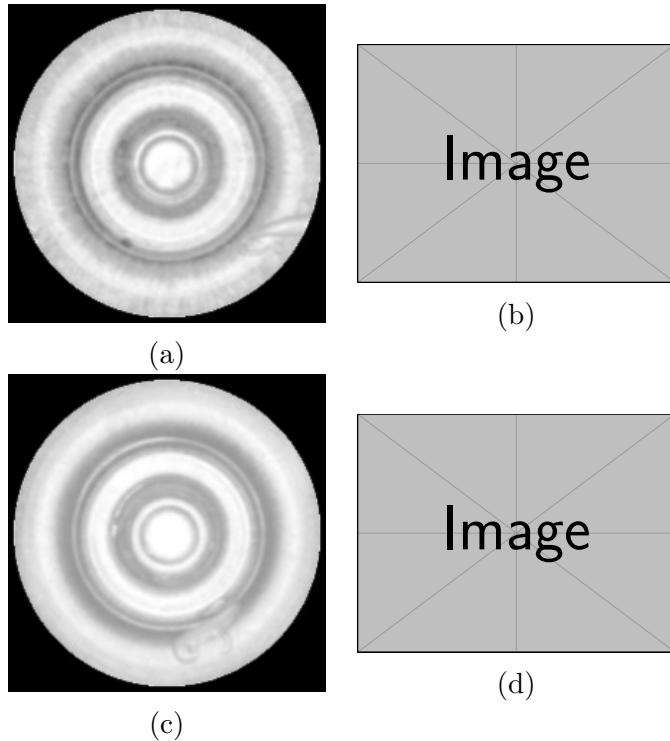


Figura 4.6: TODO

Capitolo 5

Metodi Alternativi

Capitolo 6

Conclusioni

Bibliografia

- [1] Y. LeCun, C. Cortes and C.J.C. Burges, *The MNIST Database of handwritten digits*. URL: <http://yann.lecun.com/exdb/mnist/>.
- [2] *The CIFAR-10 dataset*. URL: <https://www.cs.toronto.edu/~kriz/cifar.html>.
- [3] *ImageNet*. URL: <http://www.image-net.org/>.
- [4] K. He, X. Zhang, S. Ren and J. Sun, *Deep Residual Learning for Image Recognition*. (2015).
- [5] K. Simonyan and A. Zisserman , *Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition*. (2015). URL: <https://neurohive.io/en/popular-networks/vgg16/>.
- [6] *Kernel (image preprocessing)*. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Kernel_\(image_processing\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Kernel_(image_processing)).
- [7] DeepAI, *What is Feature Extraction*. URL: <https://deepai.org/machine-learning-glossary-and-terms/feature-extraction>.
- [8] *CCIR 601 Standard*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Rec._601.
- [9] Wikipedia, *Linear Interpolation*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_interpolation.
- [10] Wikipedia, *Bilinear Interpolation*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Bilinear_interpolation.
- [11] Wikipedia, *Histogram Equalization*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram_equalization.
- [12] *Histogram Equalization*. URL: https://www.math.uci.edu/icamp/courses/math77c/demos/hist_eq.pdf.

- [13] Wikipedia, *Gaussian Blur*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian.blur>.
- [14] Wikipedia, *Sobel Operator*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Sobel_operator.
- [15] P.E. Hart, *How the Hough Transform Was Invented*. IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE (2015). URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/f7e8/cbca97de34fd3695e538e164a1b40d27b04e.pdf>.
- [16] A. Ng, *Sparse Autoencoder*. CS294A Lecture Notes (2011). URL: https://web.stanford.edu/class/cs294a/sparseAutoencoder_2011new.pdf.
- [17] Theano, *Convolution Arithmetic Tutorial*. URL: http://deeplearning.net/software/theano_versions/dev/tutorial/conv_arithmetic.html#no-zero-padding-unit-strides-transposed.
- [18] D. Oehm, *PCA vs Autoencoders for Dimensionality Reduction*. R-bloggers (2018). URL: <https://www.r-bloggers.com/pca-vs-autoencoders-for-dimensionality-reduction/>.