

Дисциплина: Операционные системы

Студент: Оразгелдиева Огулнур

Группа: НПИбд-02-20

Лабораторная работа №4

Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора.

Теоретическое введение[1]

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$x'' + 2\gamma x' + \omega_0^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время.

Предыдущее уравнение - линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы. При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени:

$x'' + \omega_0^2 x = 0$ Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия $x(t_0) = x_0$ и $x'(t_0) = y_0$.

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка: $x' = y$ и $y' = -\omega_0^2 x$ и тогда начальные условия примут вид: $x(t_0) = x_0$ и $y(t_0) = y_0$

Задание

Вариант 62

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 4.3x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + 6x' + 5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + 10x' + 9x = 8\sin(7t)$

На интервале $t = [0; 80]$ шаг с начальными условиями $x_0 = 0.8$, $y_0 = -1.2$

Выполнение работы

Напишем программу на Julia для каждого случая

Для первого случая (см. рис. 1)

```
using Plots
using DifferentialEquations
println("super")
a = 0
b = 4.3
t_min = 0
t_max = 45
T = (t_min, t_max)
x0 = -1
y0 = 0
u0 = [x0,y0]

function Function(du,u,p,t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -b*u[1] - a*u[2] + sin(0.5*t)
end

prob = ODEProblem(Function, u0, T)
sol = solve(prob, saveat = 0.05, abstol = 1e-8, reltol = 1e-8)

X = []
Y = []
for u in sol.u
    x, y = u
    push!(X, x)
    push!(Y, y)
end

Time = sol.t

plt = plot(dpi = 150, layout = (1,2), plot_title = "Модель гармонических колебаний")
plot!(plt[1], Time, [X, Y], color=[ :red :blue], xlabel= "Время", label = ["x(t)" "y(t)"])
plot!(plt[2], X, Y, color = [:black], xlabel="x(t)", ylabel="y(t)", label="Фазовый портрет")
savefig(plt, "lab4_1.png")
```

Рисунок 1. Случай 1. Код

Аналогичным образом пишем код для случаев 2 и 3, заменяя при этом значения a и b . В результате получаем графики для случаев 1, 2, 3 соответственно

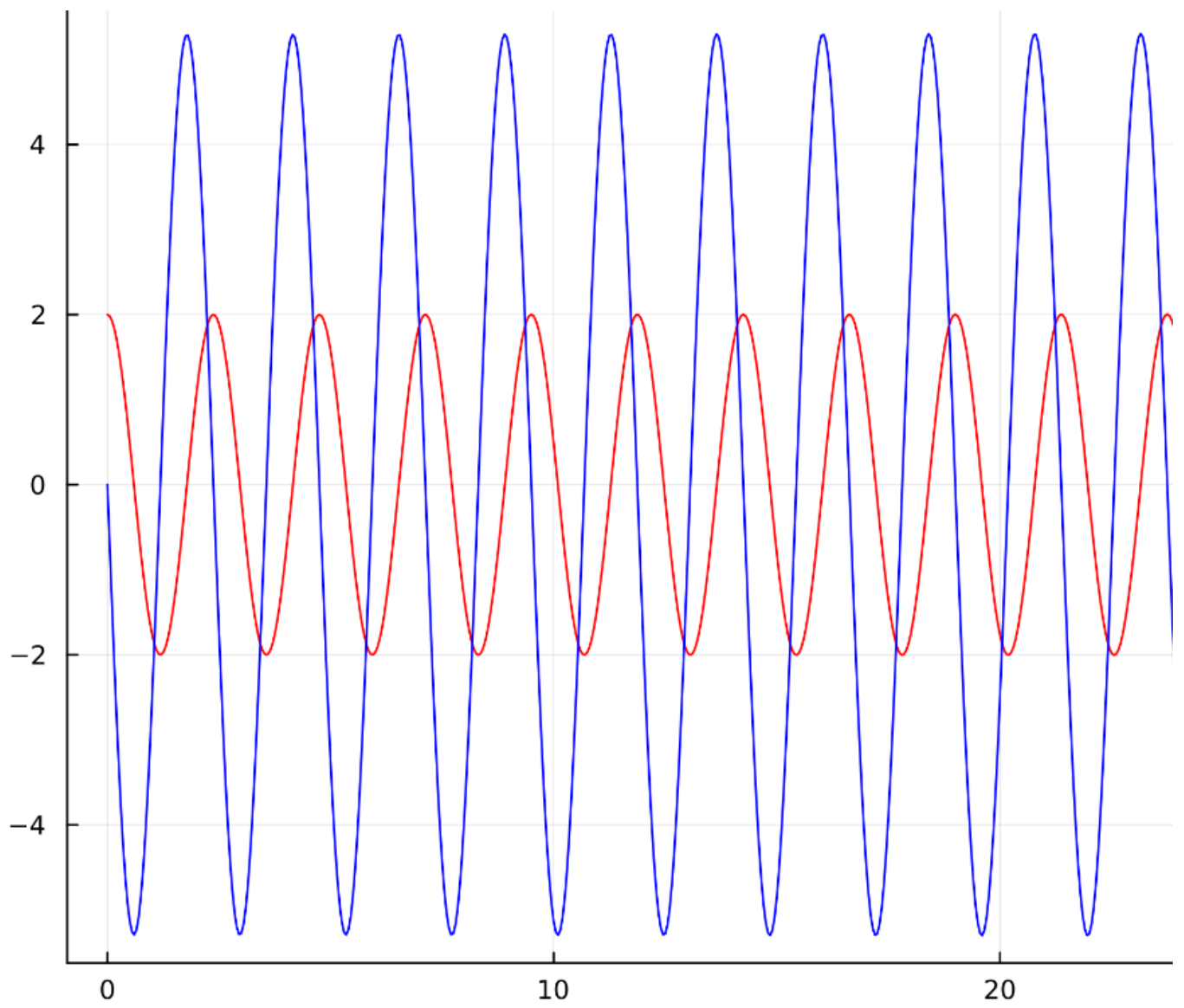


Рисунок 2. Случай 1.

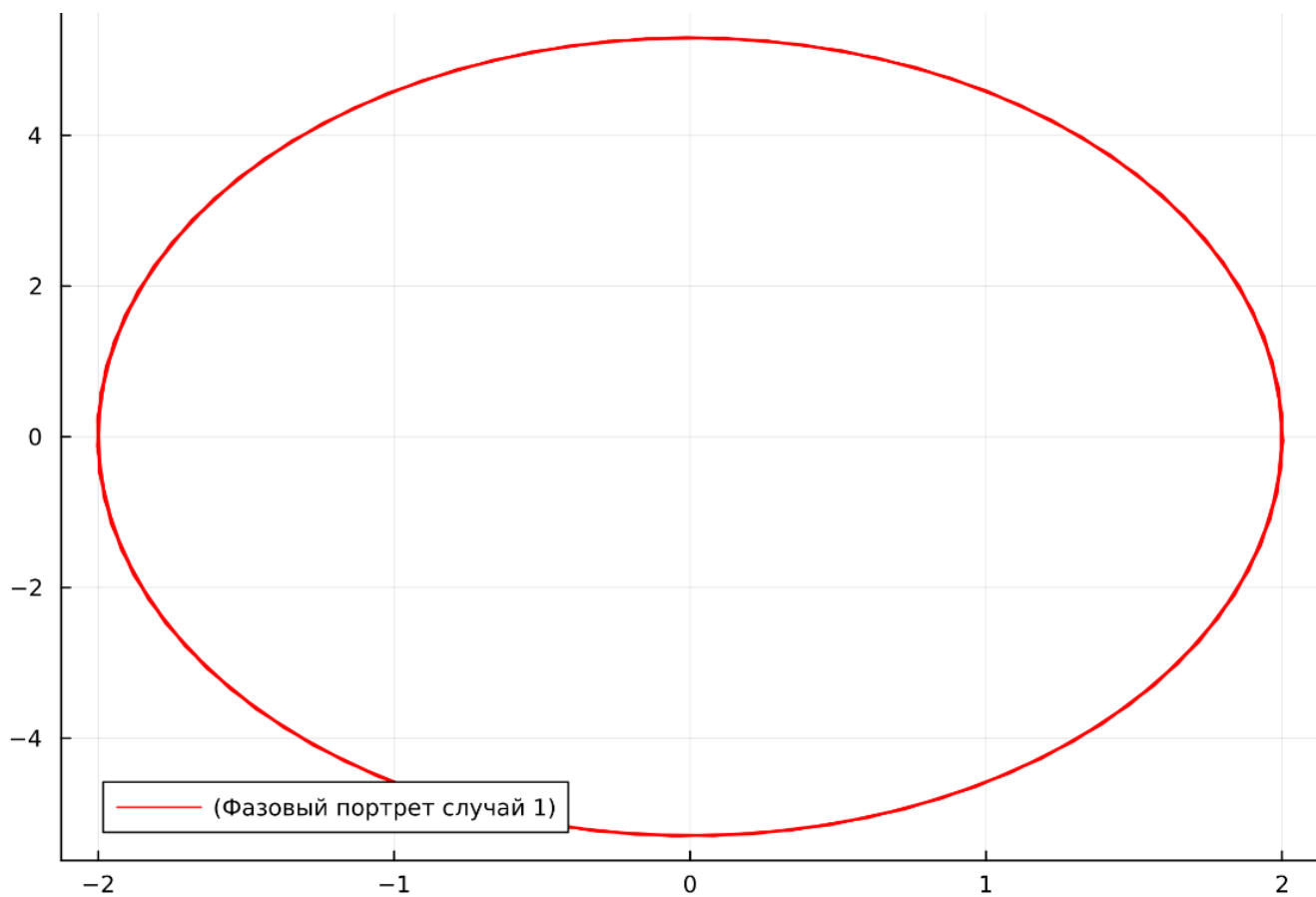


Рисунок 3. Случай 1.

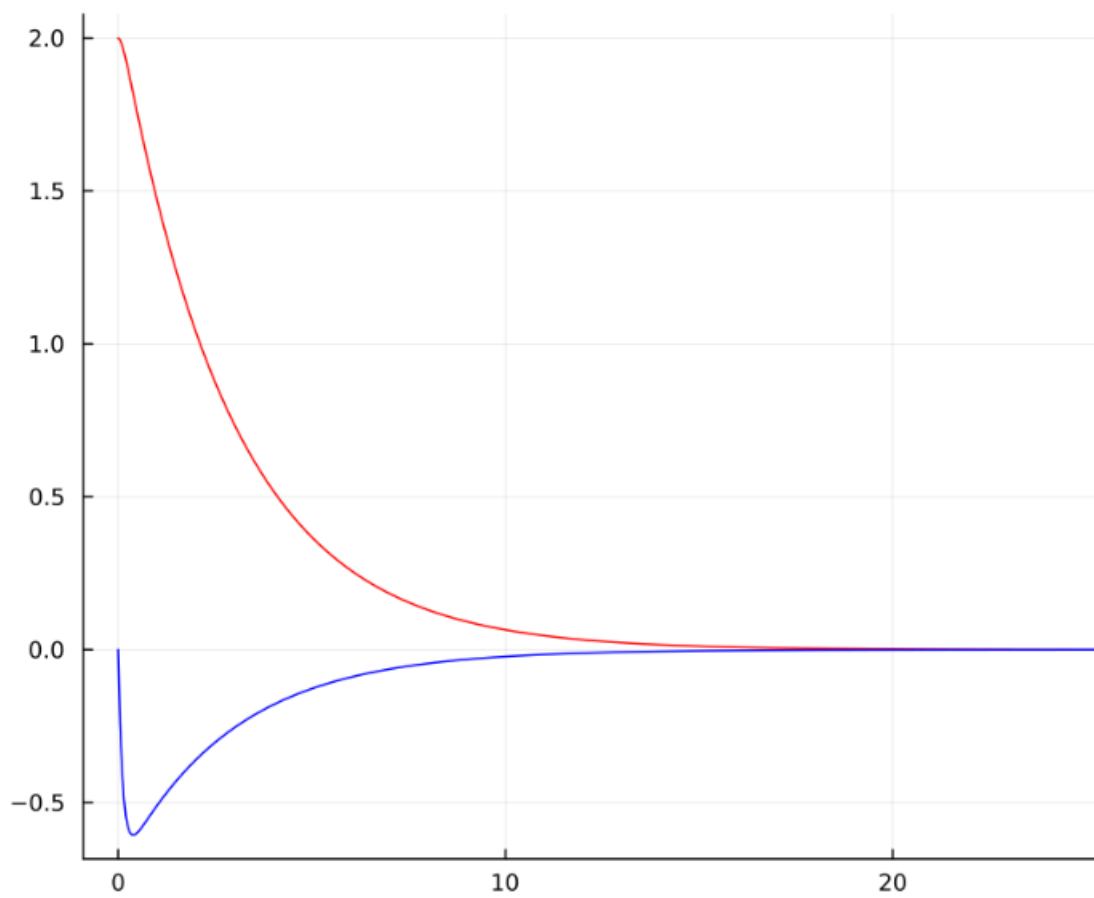


Рисунок 4. Случай 2.

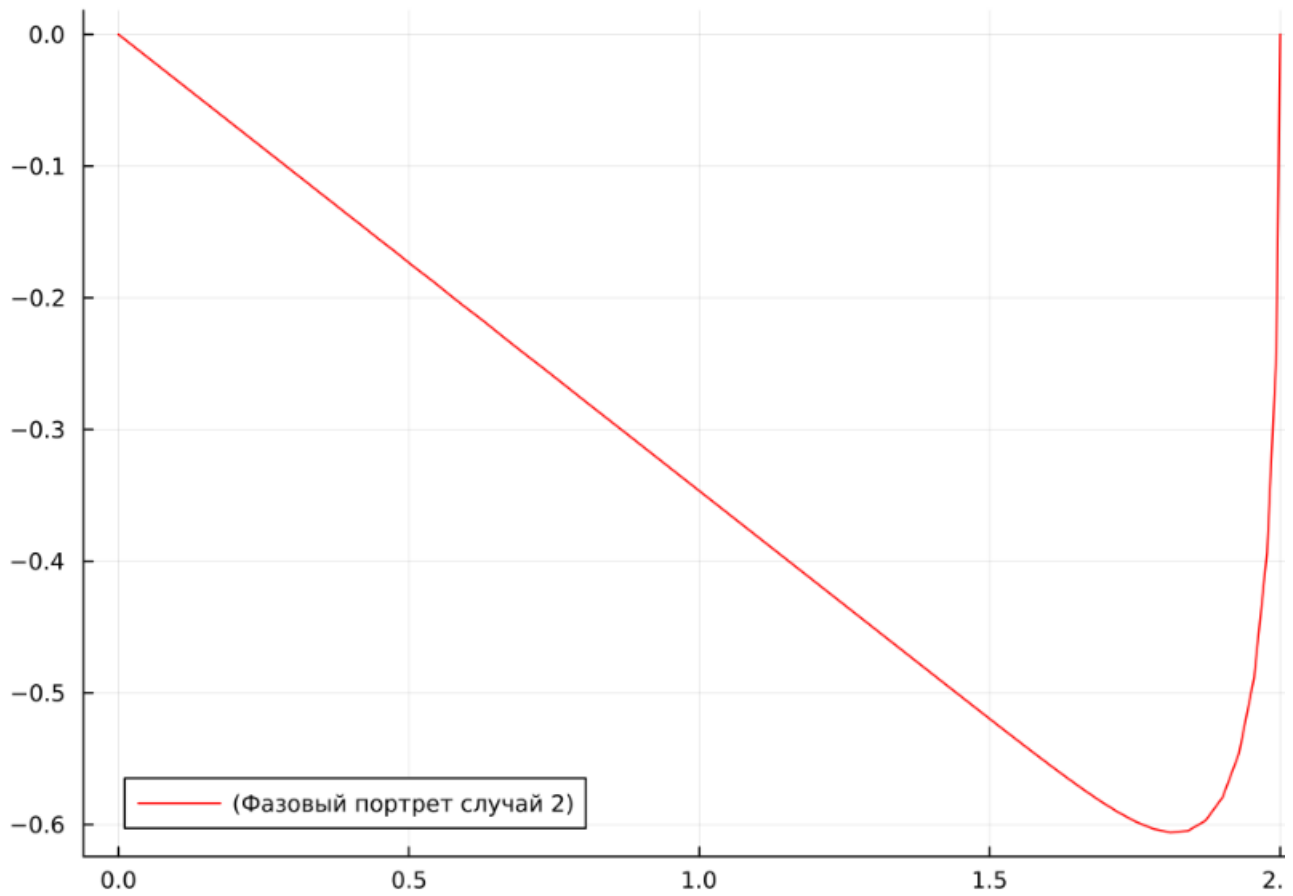


Рисунок 5. Случай 2.

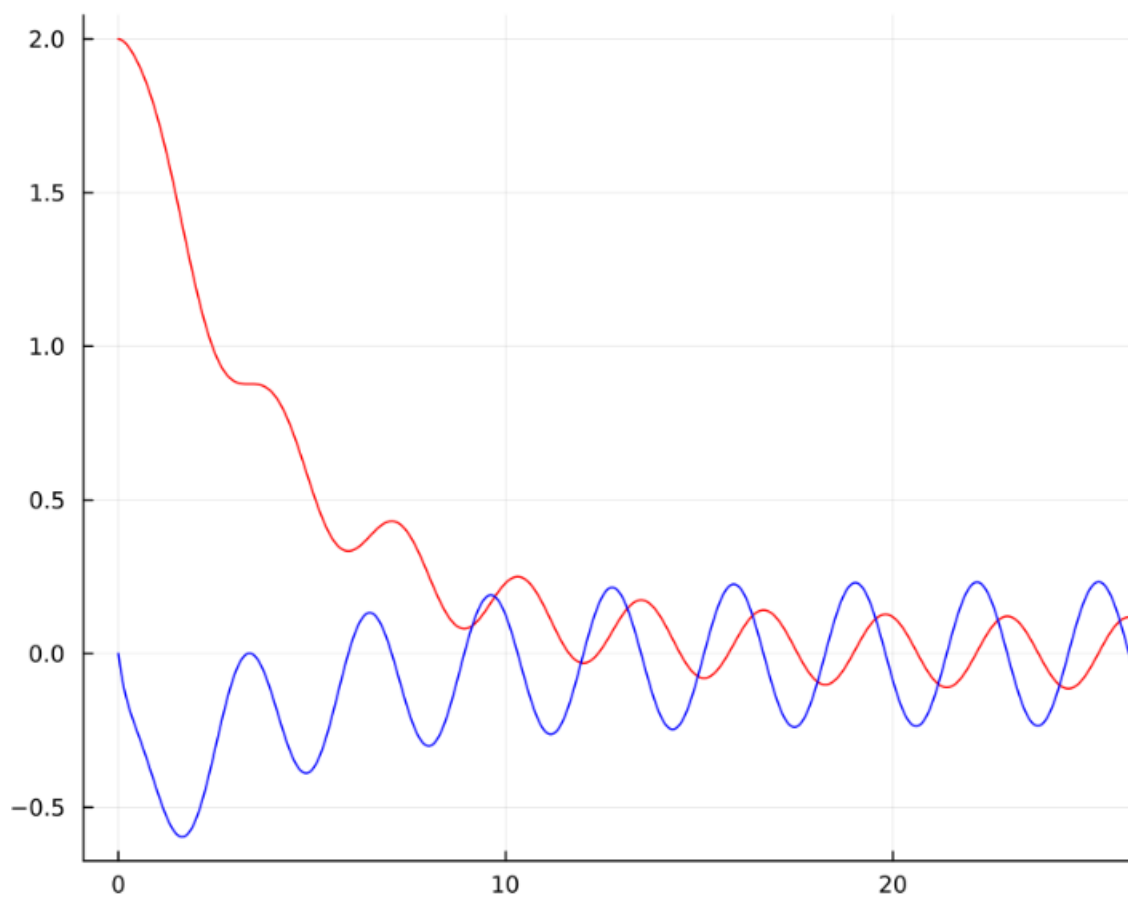


Рисунок 6. Случай 3

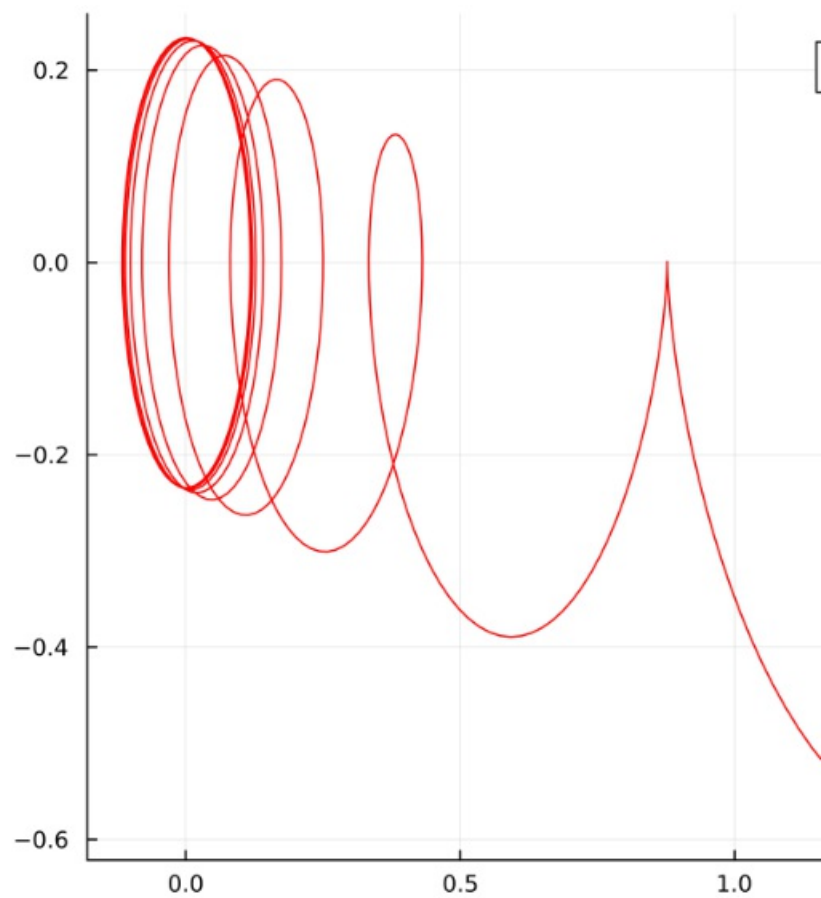


Рисунок 7. Случай 3

Далее пишем код на Openmodelica

```
model lab4_1

Real x(start=2.0);
Real y(start=0.0);
constant Real a = 0.0;
constant Real b = 4.3;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -a*y-b*x;

end lab4_1;
```

Рисунок 8. Случай 1. Код

Аналогично составляем код для двух других случаев, изменяя заданные значения.

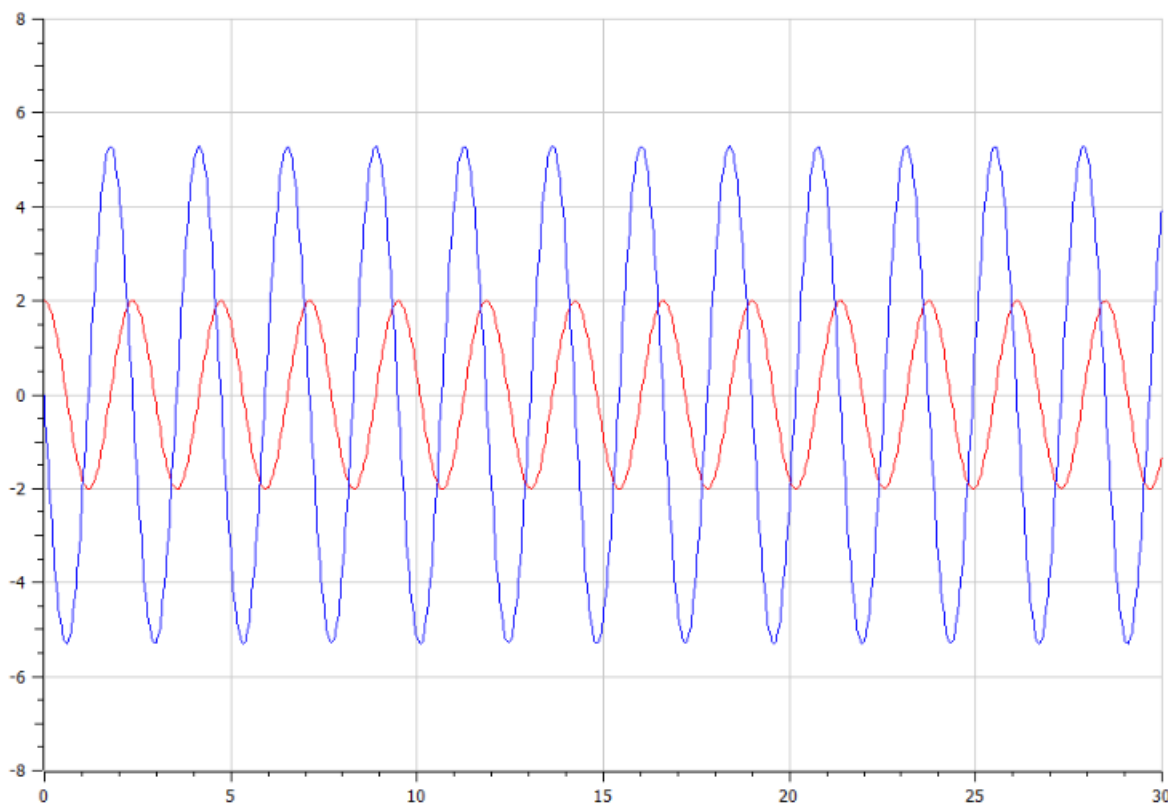


Рисунок 9. Случай 1

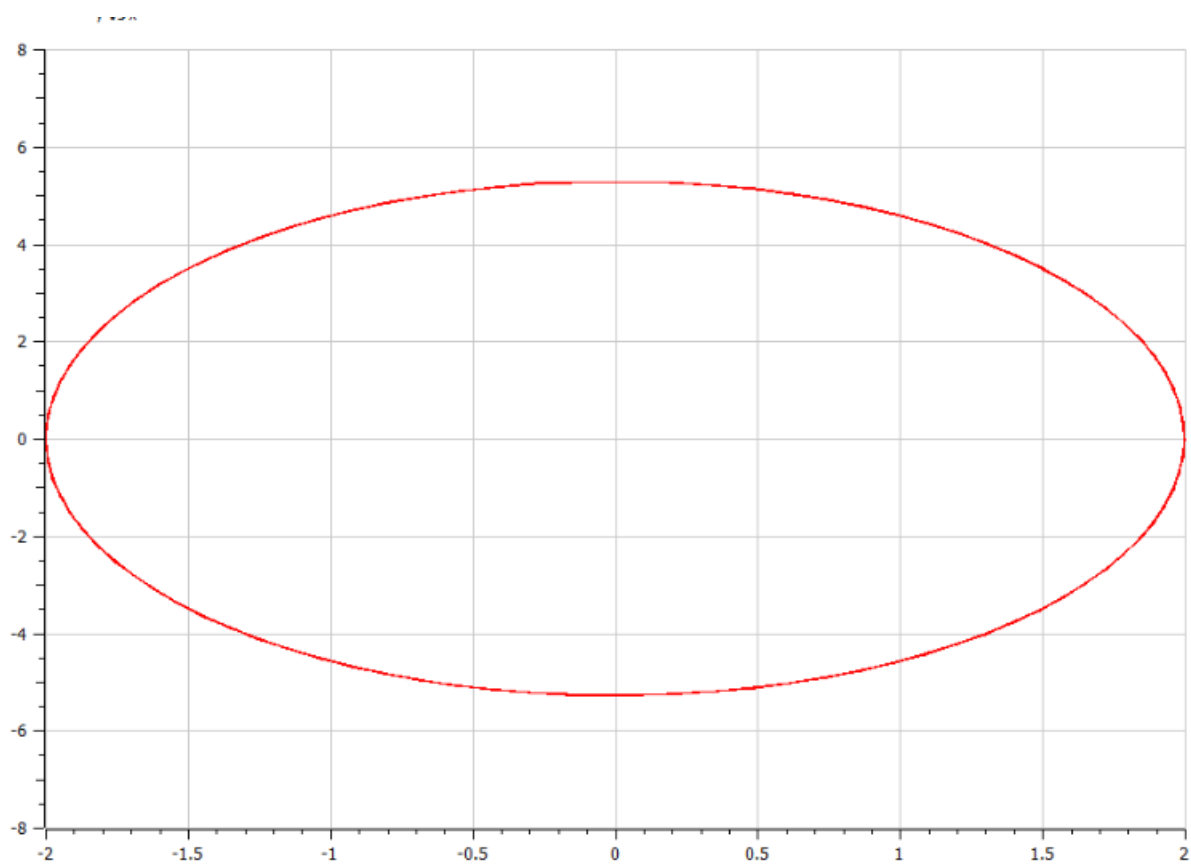


Рисунок 10. Случай 1

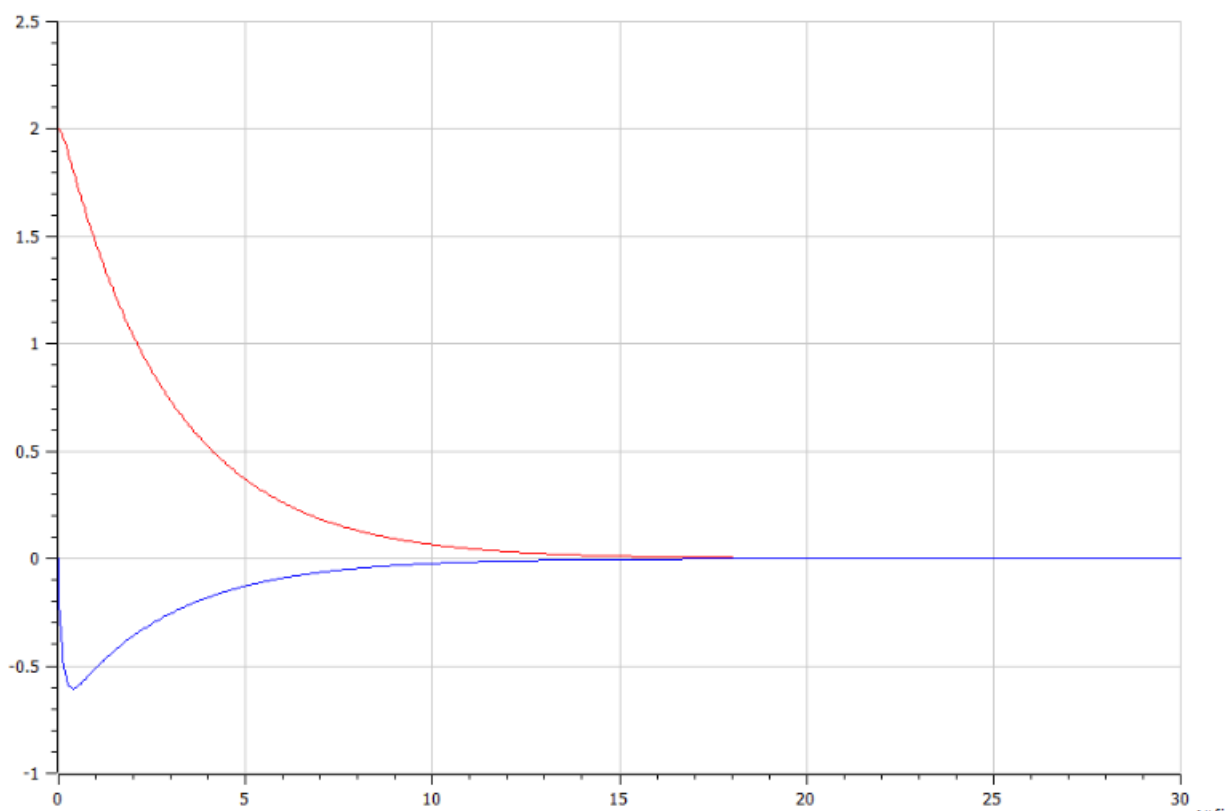


Рисунок 11. Случай 2

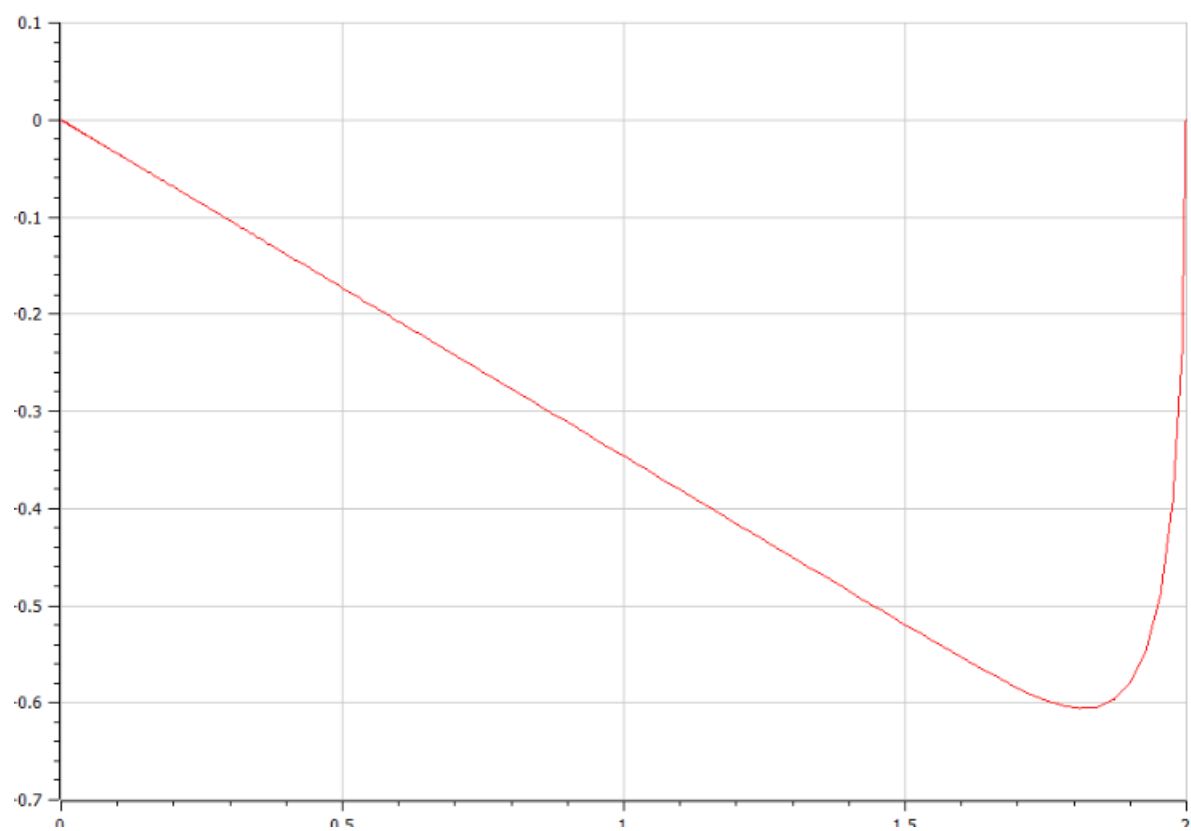


Рисунок 12. Случай 1

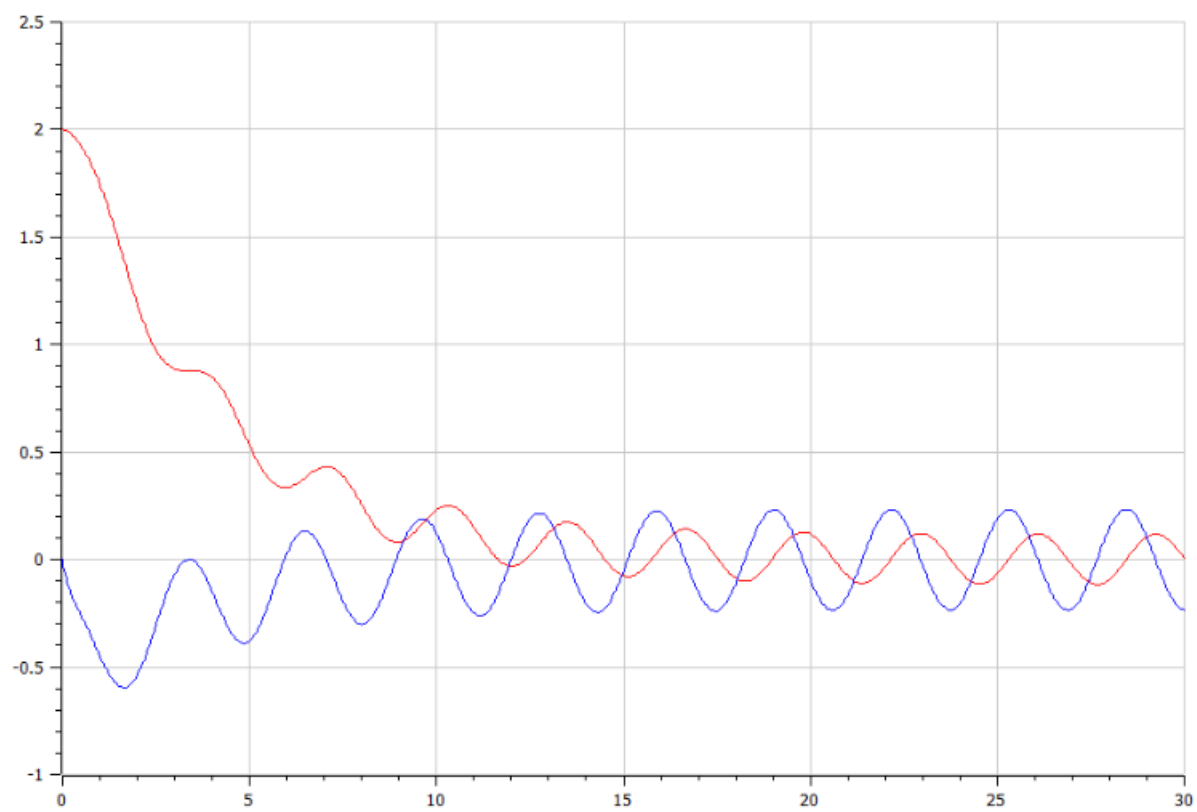


Рисунок 13. Случай 3

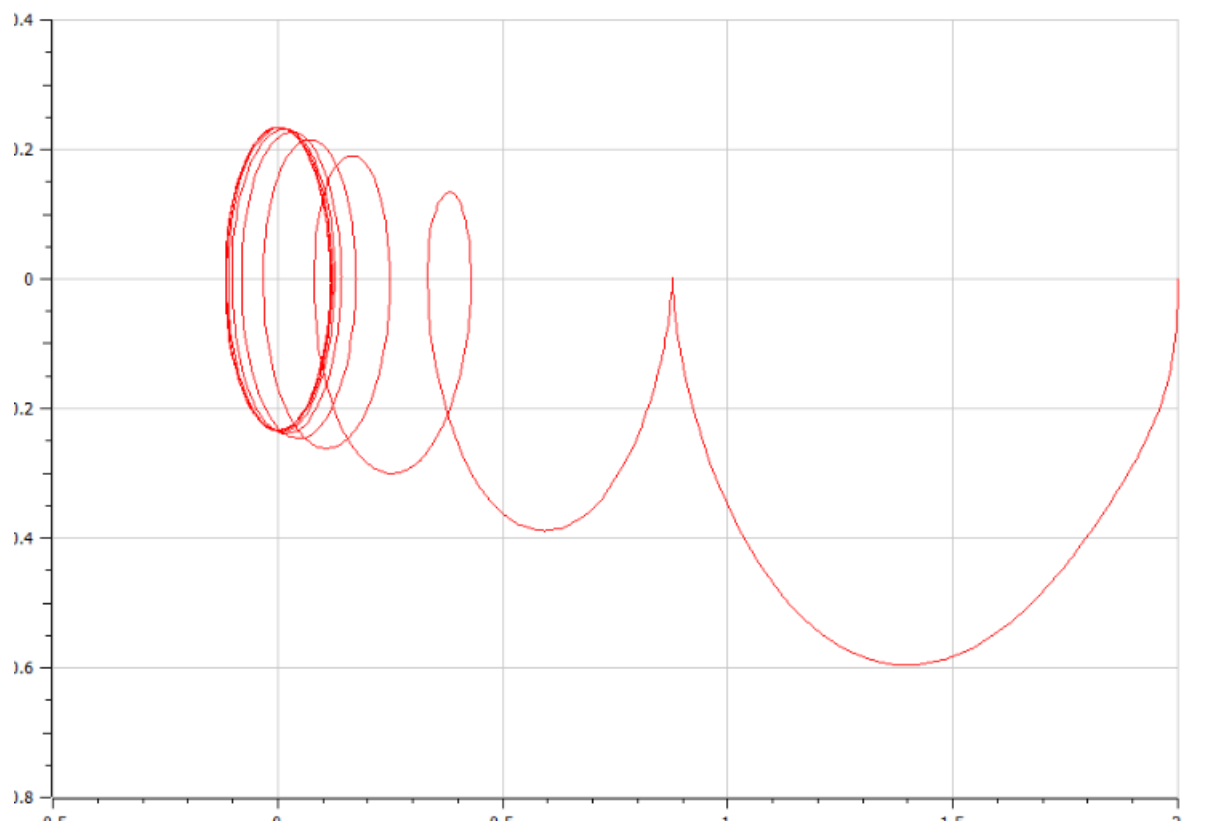


Рисунок 14. Случай 3

Вывод: рассмотрели модель гармонических колебаний, провели анализ и вывод дифференциальных уравнений, а так же построили графики зависимости переменных от времени и фазовые графики зависимостей.

Список литературы

1. Лабораторная работа №4