Российский университет дружбы народов

Факультет физико-математических и естественных наук

Отчёт по лабораторной работе №8

Дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Оразгелдиева Огулнур

Группа: НПИбд-02-20

Лабораторная работа №8

Цель работы

Построить график для модели конкуренции двух фирм с помощью julia, openmodelica

Теоретическое введение[1]

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

N - число потребителей производимого продукта.

S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M – оборотные средства предприятия

τ - длительность производственного цикла

p - рыночная цена товара

$\widetilde{p}$ - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

δ - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

k - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$ – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma (-\frac{M\delta}{\tau \widetilde{p}} + Nq(1-\frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$ -\frac{M\delta}{\tau \widetilde{p}} + Nq(1-\frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$ p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau \widetilde{p} Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M \delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}}-1) - M^2 (\frac{\delta}{\tau \widetilde{p} })^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt=0$

$$ \widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$ a = Nq(1 - \frac{\widetilde{p}}{p_{cr}} \widetilde{p} \frac{\tau}{\delta}), b = kNq \frac{(\tau \widetilde{p})^2}{p_{cr}\delta ^2} $$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b << a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При $b << a$ стационарные значения M равны

$$ \widetilde{M_{+}} = Nq \frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\widetilde{p}}{p_{cr}})\widetilde{p}, \widetilde{M_{-}} = k\widetilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \widetilde{p})} $$

Первое состояние $\widetilde{M_{+}}$ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M_{-} неустойчиво, так, что при $M < \widetilde{M_{-}}$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу $\widetilde{M_{-}}$ соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Задание

Вариант 62

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2 $$

$$ \frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$ где

$$ a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}1^2 Nq } $$ $$ a_2 = \frac{p{cr}}{\tau_2^2 \widetilde{p}2^2 Nq } $$ $$ b = \frac{p{cr}}{\tau_1^2 \widetilde{p}_1^2 \tau_2^2 \widetilde{p}2^2 Nq} $$ $$ c_1 = \frac{p{cr} - \widetilde{p}_1}{\tau_1 \widetilde{p}1} $$ $$ c_2 = \frac{p{cr} - \widetilde{p}_2}{\tau_2 \widetilde{p}_2} $$

также введена нормировка $t = c_1 \Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.00062)M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2 $$

$$ \frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$ M_0^1=5.7 : M_0^2=3.4 $$ $$ p_{cr}=30 : N=30 : q=1 $$ $$ \tau_1=11 : \tau_2=14 $$ $$ \widetilde{p}_1=10.5 : \widetilde{p}_2=9.2$$

Выполнение работы

Напишем программму на julia для двух случаев (см. рис. 1).

```
lab8.jl > ...
using Plots
using DifferentialEquations

p_cr=30
tau1=11
p1=10.5
tau2=14
p2=9.2
N=30
q=1
a1=p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2=p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b=p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*tau2*tau2*p2*p2*N*q)
c1=(p_cr-p1)/(tau1*p1)
c2=(p_cr-p2)/(tau2*p2)
M0_1=5.7
M0_2=3.4
t0=0
tmax=40
step=500
t=collect(LinRange(t0, tmax, step))

function syst(dx, x, p, t)
    dx[1] = x[1]-a1/c1*x[1]*x[1]-b/c1*x[1]*x[2]
    dx[2] = c2/c1*x[2]-a2/c1*x[2]*x[2]-b/c1*x[1]*x[2]
end
function syst2(dx, x, p, t)
    dx[1] = x[1]-(b/c1+0.00062)*x[1]*x[2]-a1/c1*x[1]*x[1]
    dx[2] = c2/c1*x[2]-b/c1*x[1]*x[2]-a2/c1*x[2]*x[2]
end
x0=[M0_1, M0_2]
tspan=(0, 20)
prob = ODEProblem(syst, x0, tspan)
sol = solve(prob, saveat = t)
plt=plot(dpi=300,size=(1000,500),title="")
plot(plt,sol, label="")
savefig("lab8_1.png")
```

Рисунок 1. Код на julia

После выполнения получаем соответсвующие графики (см. рис. 2-3)

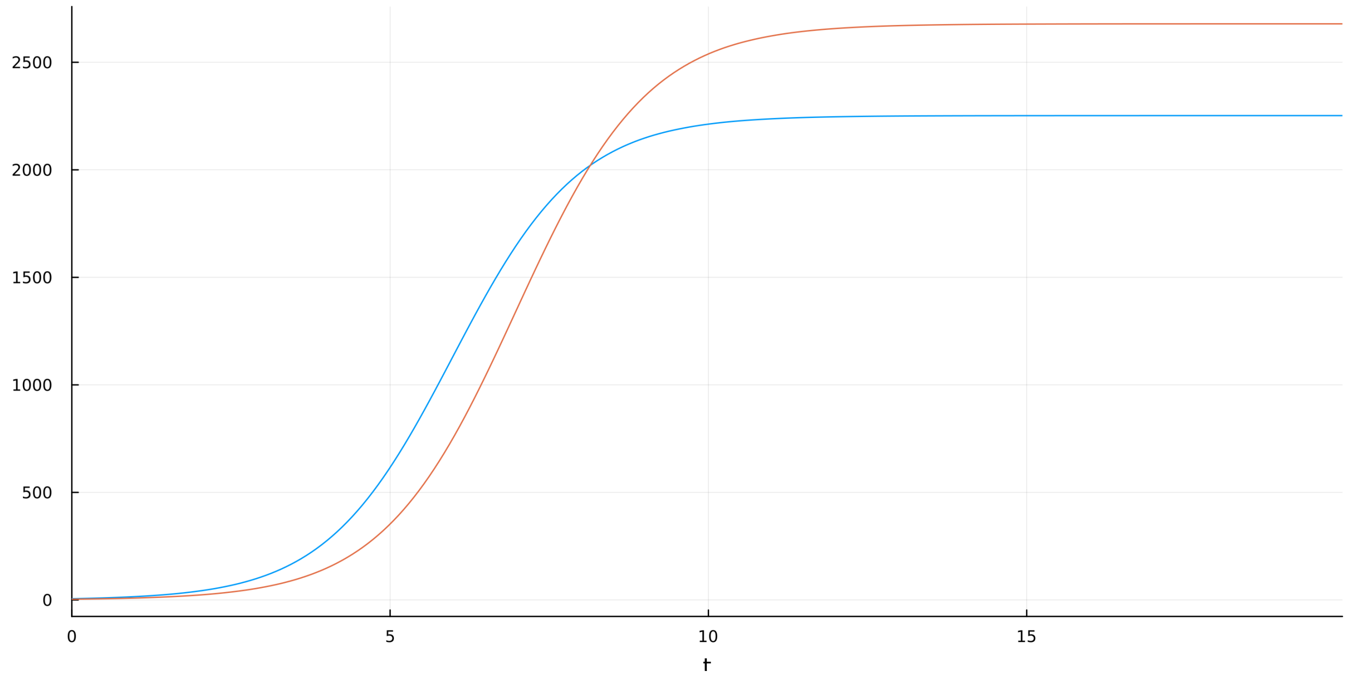

Рисунок 2. График для случая 1

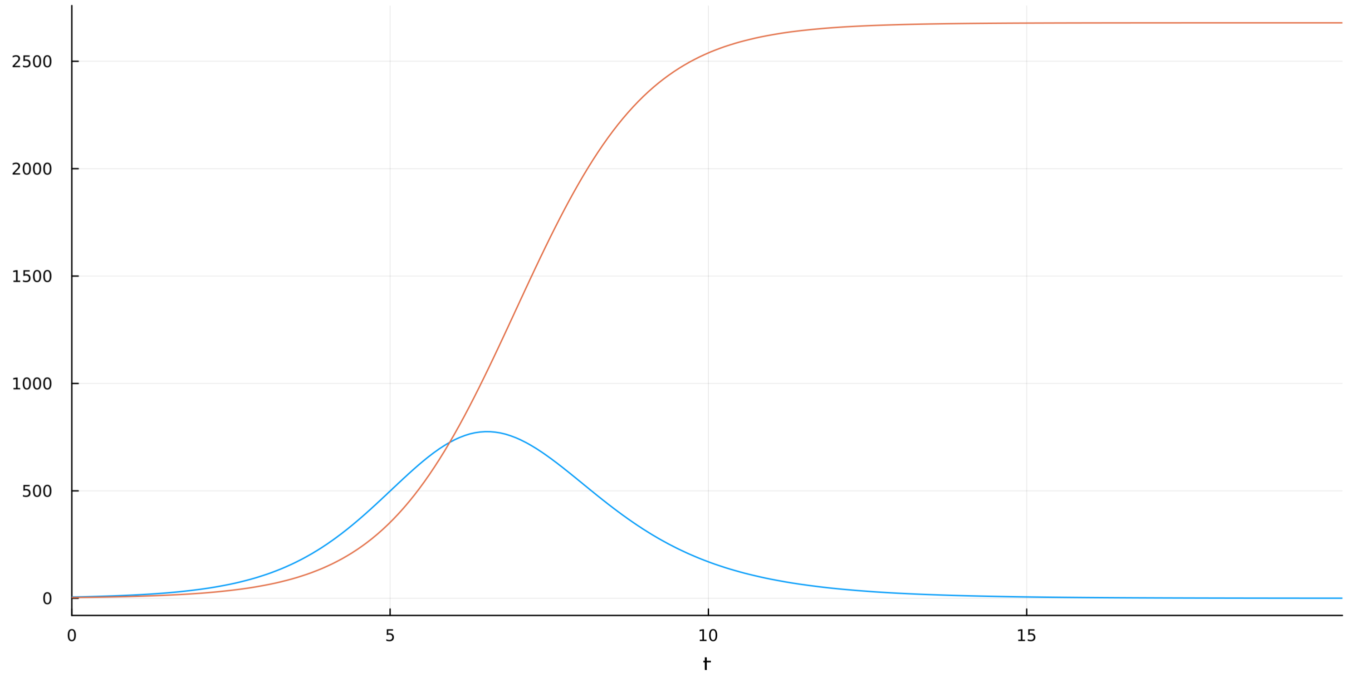

Рисунок 3. График для случая 2

Написали программы на Openmodelica (см. рис. 4).

Доступный на запись | Model | Вид Текст | lab8 | C:/Users/Ogulnur/lab8_2.mo

```
model lab8
parameter Real p_cr=30;
parameter Real tau1=11;
parameter Real tau2=14;
parameter Real p1=10.5;
parameter Real p2=9.2;
parameter Real N=30;
parameter Real q=1;

parameter Real a1= p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

Real M1(start=5.7);
Real M2(start=3.4);

equation

der(M1)=M1-(b/c1+0.00062)*M1*M2-a1/c1*M1*M1;
der(M2) =(c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;


end lab8;
```

Рисунок 4. Код на openmodelica

Теперь получаем графики (см. рис. 5-6)

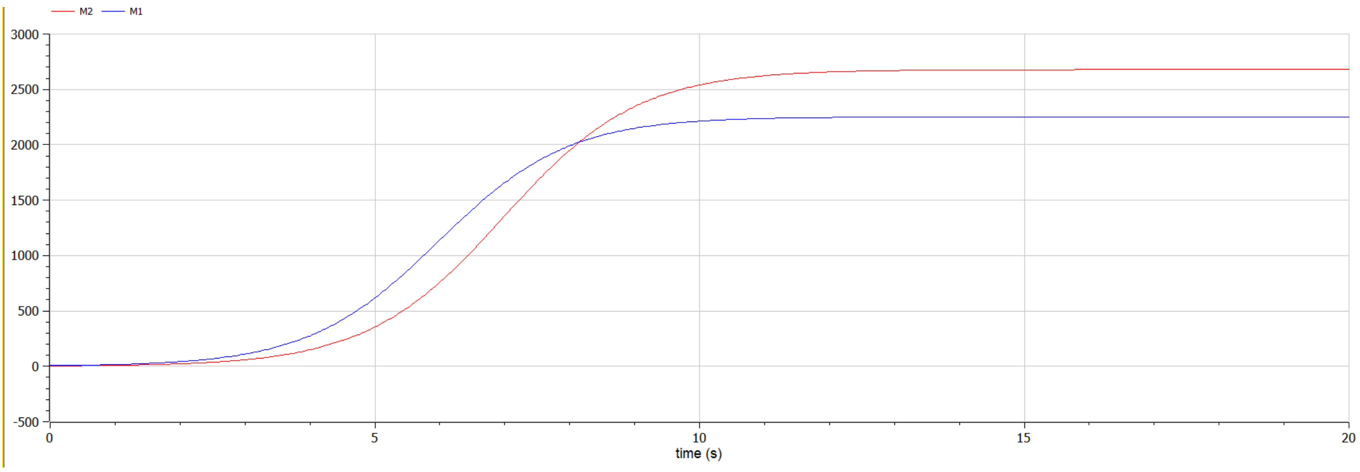

Рисунок 5. График для случая 1

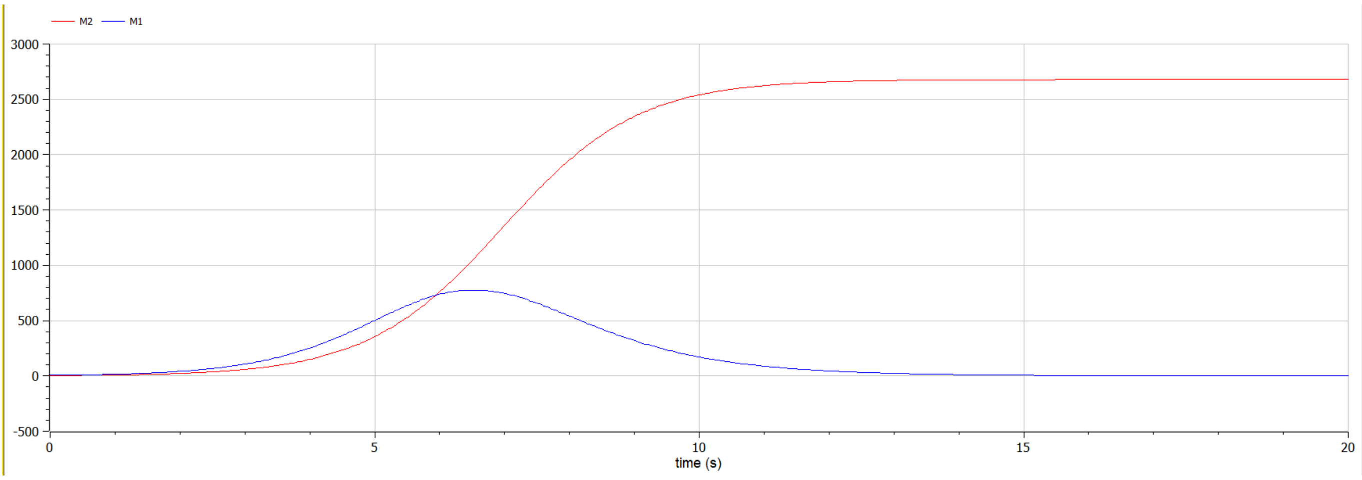

Рисунок 6. График для случая 2

Вывод: построили график для модели конкуренции двух фирм с помощью julia, openmodelica

---

Список литературы

1. Лабораторная работа №8