

2013深圳大学数学能力测试试卷

开/闭卷 闭卷

A/B 卷 A 卷

课程编号 课程名称 数学能力测试

学分 114514

命题人(签字) 审题人(签字) 年 月 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题 总分	附加题
得分												
评卷人												

一、填空题(本题共6小题, 每小题3分, 满分18分):

1.若 $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x} + 3$, 则 $f(x) =$ _____;

2.设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____;

3. 设 $y(x)$ 是由方程 $y - \varepsilon \sin y = x (0 < \varepsilon < 1, \varepsilon \text{ is constant})$ 所定义的函数, 则 $y'' =$ _____;

4. 若 $f(x)$ 可导, $y = f\{f[f(x)]\}$, 则 $dy =$ _____;

5. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____;

6. 若 $\int \frac{f(x)}{x} dx = \arcsin x + c$, 则 $f(x) =$ _____.

二、单项选择题 (本题共6小题, 每小题3分, 满分18分)

1. 使函数 $y = \frac{(x^5 - 1)\sqrt{x + 1}}{x^3 - 1}$ 为无穷小量的变量 x 的变化趋势是().

(A) $x \rightarrow 0$; (B) $x \rightarrow 1$; (C) $x \rightarrow -1$; (D) $x \rightarrow +\infty$.

2. 左极限 $f(x_0^+)$, 右极限 $f(x_0^-)$ 均存在是函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处存在极限的().

(A) 充分条件; (B) 必要条件; (C) 无关条件; (D) 充要条件.

3. 与函数 $f(x) = 2x$ 的图像完全相同的函数是().

(A) $\sin(\arcsin 2x)$; (B) $e^{\ln 2x}$; (C) $\ln e^{2x}$; (D) $\arcsin(\sin 2x)$.

4. 下列各组函数中属于同一个函数的原函数的是().

(A) $\ln(3x)$ 与 $3 + \ln(x)$;

(B) e^x 与 e^{2x} ;

(C) a^x 与 a^{-x} ;

(D) $\arctan(x)$ 与 $\operatorname{arccot}(x)$.

5. 函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{1 + x^n + (2x)^n} (x \geq 0)$, 则此函数().

- (A) 没有间断点;
- (B) 有一个一类间断点;
- (C) 有两个以上一类间断点;
- (D) 有两个以上间断点, 但类型不确定.

6. 在函数 $f(x)$ 的可去间断点 x_0 处, 下面结论正确的是().

- (A) 函数 $f(x)$ 在 x_0 左、右极限至少有一个不存在;
- (B) 函数 $f(x)$ 在 x_0 左、右极限存在, 但不相等;
- (C) 函数 $f(x)$ 在 x_0 左、右极限存在相等;
- (D) 函数 $f(x)$ 在 x_0 左、右极限都不存在.

三、求解下列各题 (本题共2小题, 每小题8分, 满分16分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2}-1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^2 + \pi} + \frac{1}{n^2 + 2\pi} + \cdots + \frac{1}{n^2 + n\pi} \right)$

四、 计算下列积分（本题共2小题， 每小题8分， 总共16分）；

1. $\int \frac{dx}{(1 + e^x)^2}$

2. $\int e^{2x}(\tan x + 1)dx$

五、（本题满分10分）在半径为R的半圆内，以直径为底边作等腰梯形，问梯形的另一底边为多少时，梯形的面积最大.

六、（本题满分10分）设 $f(x^2 - 1) = \ln \frac{x^2}{x^2 - 2}$, 且 $f(\phi(x)) = \ln x$, 求 $\int \phi(x) dx$.

七、（本题满分12分）设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数， $F(0) = 1$ ， $F(x) > 0$ ，且当 $x \geq 0$ 时，有

$$f(x)F(x) = \frac{xe^x}{2(1+x)^2}, \text{ 求函数 } f(x).$$