Вопрос 01

Однозначно декодируемый код

(Чечета)

Алфавитное кодирование $\varphi : A \to B$ называется однозначно декодируемым, если отображение $\varphi*$ инъективно (разные в разные).

Вопрос 02

Префиксный код

Алфавитное кодирование $\varphi : A \to B$ называется префексным, если накакое кодовое слово $\varphi(a_i)$ не является началом какого-либо другого кодового слова $\varphi(a_j), (i \neq j)$

Вопрос 03

Средняя длина кодового слова

Пусть задан алфавит источника A и кодовый алфавит B и распределение p. Тогда средней длиной кодового слова кодирования $\varphi : A \to B$ называется величина:

$$l_{cp} = \sum_{i=1}^{n} p(a_i) l_i$$

Вопрос 04

Степень сжатия

Коэффициент(степень) сжатия - отношение длин двух закодированных сообщений двумя кодерами при кодировании одинаковых исходных сообщений

или

отношение средних длин двух кодов. *(надо исправить)*

(Из лекции)

Пусть заданы 2 кодирующих отображения $\varphi_1^* : A^* \to B^*$ и $\varphi_2^* : A^* \to B^*$. *Относительной степенью сжатия* для последовательности $a_{i_1} \dots a_{i_n}$ назовем отношение длин кодовых векторов

$$\frac{l(\varphi_1^*(a_{i_1} \dots a_{i_n}))}{l(\varphi_2^*(a_{i_1} \dots a_{i_n}))} = \rho_{\frac{\varphi_1^*}{\varphi_2^*}}(a_{i_1} \dots a_{i_n})$$

Вопрос 05

Неравенство Крафта

1. Если $\varphi : A \to B^*$ - D-ичное префиксное алфавитное кодирование с длинами код. слов $len(\varphi(a_i)) = l_i, 1 \leq i \leq m$, (*m* - мощность алфавита *A*) то справедливо:

$$\sum_{i=1}^{m} D^{-l_i} \leq 1(*)$$

2. Если натуральные числа D, m, l_1... l_m удовлетворяют неравенству (*), то $\exists$ D-ичное префиксное алфавитное кодирование с длинами код. слов:

$$l_i = len(\varphi(a_i)); 1 \leq i \leq m$$

Вопрос 06

D-ичная последовательность Хаффмана

(прим. Это только мое предположение, но похоже, что спрашивается алгоритм Хаффмана для $D \geq 2$)

1-й этап - слияние. Подсчитываем параметр m - количество кодовых слов в исходном алфавите. Найдем параметр k, такой что $m_0 = 1 + k(D-1)$ причем должно выполнятся условие $m_0 \geq m$ с наименьшим превосходством. Затем находим параметр $S = m - m_0 + D$ - количество слияний на первом шаге, после этого все слияния будут размера D.

Слияние происходит путем сложения D наименьших вероятностей.

2-й этап - кодирование. Предположим, что уже заданы кодирования $\varphi_{k-1}, \varphi_{k-2}, \dots, \varphi_{i+1}$, и зададим кодирование $\varphi_i : A^{(i)} \to B^*$ следующим образом. Если алфавит $A^{(i+1)}$ был получен из алфавита $A^{(i)}$ слиянием некоторых s символов $a'_1, \dots, a'_s$ в один новый символ σ', то кодирование φ_i получается из кодирования φ_{i+1} заменой одного равенства $\varphi_{i+1}(\sigma') = w \in B^*$ на s равенств $\varphi_i(a'_j) = wb_j, 1 \leq j \leq s$.

Второй этап алгоритма завершается построением искомого кодирования $\varphi = \varphi_0$.

Вопрос 07

Теорема кодирования Шеннона для ИБП

(из Википедии)

Теорема Шеннона для ИБП связывают энтропию источника и возможность сжатия кодированием с потерями и последующим неоднозначным декодированием.

Прямая теорем показывает, что с помощью кодирования с потерями возможно достичь степени сжатия

$$\frac{N}{L} \approx \frac{H(U)(1+\varepsilon)}{log_2 D}$$

сколь угодно близкой к энтропии источника, но все же больше последней. Обратная показывает, что лучший результат не достижим.

U - некоторый источник сообщений

H(U) - энтропия источника

N - длина сообщения после кодирования

L - длина сообщения до кодирования *(?)*

D - мощность алфавита кодера

(умная формулировка)

Для источника без памяти *U* с энтропией *H(U)* и любого $\varepsilon > 0$ существует последовательность множеств однозначно декодирования M_L мощности $2^{L(1+\varepsilon)H(U)}$ такая, что вероятность множества неоднозначного декодирования стремится к нулю $P(M_L^C) \to 0$ при увеличении длины блока $L \to \infty$. Другими словами, сжатие возможно.

Вопрос 08

Оптимальное кодирование

(Чечета)

Алфавитное кодирование называется оптимальным, если

1. оно однозначно декодируемого
2. его средняя длина минимальна

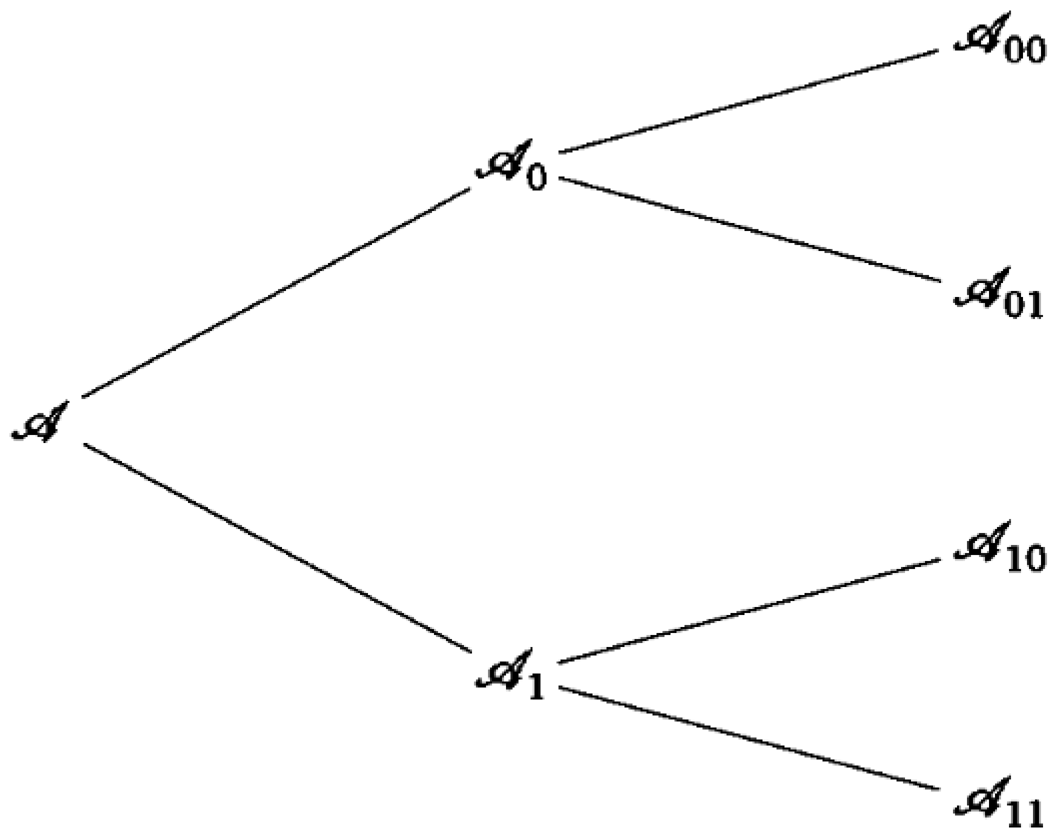
Вопрос 11

Алфавитное кодирование Фано

На вход алгоритма поступает алфавит $A = \{a_1, \dots, a_m\}, (m \geq 2)$ и распределение вероятностей $\vec{p} = (p_1, \dots, p_m)$, причем $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m$

Выберем число $k, 1 \leq k < m$, так чтобы величина $|\sum\limits_{i=1}^{k} p_i - \sum\limits_{i=k+1}^{m} p_i|$ была минимальной.
Разобьём множество $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ на подмножества: $A = A_0 \sqcup A_1$, где $A_0 = \{a_1, \dots, a_k\}, A_1 = \{a_{k+1}, \dots, a_m\}$.

Процесс разбиения на подмножество продолжается, пока не получим все одноэлементные подмножества и тем самым не определим кодирование φ всюду на алфавите A.



Вопрос 12

Алфавитное кодирование преф/суфф

Алфавитное кодирование φ(и набор кодовых слов $\varphi(A)$) называем префиксным(суффиксным), если никакое кодовое слово $\varphi(a_i)$ не является началом(окончанием) какого-либо другого кодового слова $\varphi(a_j), i \neq j$

Вопрос 13

Утверждение φ является преф/суфф

Если алфавитное кодирование φ является префиксным или суффиксным, то оно - однозначно декодируемо. Обратное неверно.

Вопрос 14

Неравенство Мак-Миллана

Теорема 3.3

Если алфавитная кодирование $\varphi : A \to B^*$ с длинами кодовых слов $len(\varphi(a_i)) = l_i, 1 \leq i \leq m,$ является однозначно декодируемым, то справедливо неравенство $\sum\limits_{i=1}^{m} D^{-l_i} \leq 1$

Вопрос 15

Оценка l^{φ} (l_{cp})

(Чечета)

Средняя длина оптимального алфавитного кодирования φ удовлетворяет неравенствам.

$$\frac{H(\vec{p})}{log_2 D} \leq l_{cp} \leq 1 + \frac{H(\vec{p})}{log_2 D}$$