

Contents

1	基本	
1.1	型態大小	
2	語法	
2.1	c++	
2.2	c++ 函式庫	
2.3	宣告法	
2.4	強制轉型	
2.5	python	
3	字串	
3.1	KMP	
4	數論	
4.1	快速幕	
4.2	窮舉 (選 or 不選)	
4.3	貓	
4.4	小費馬實踐	
4.5	Fibonaccimal	
4.6	LCM	
4.7	LCS	
4.8	LPS	
4.9	Pairty	
5	圖論	
5.1	最短路徑 dijkstra	
5.2	DFS	
5.3	merge sort	
5.4	quick sort	
5.5	二分搜	
6	dp	
6.1	階乘 1	
6.2	階乘 2	
6.3	階梯問題	
6.4	極值問題 (格子有權重)	
7	數學	
7.1	理論	
7.2	公式	

1 基本

1.1 型態大小

- int:
 - -2,147,483,648 to 2,147,483,647 (10 digits)
 - -2^{31} to $2^{31} - 1$
 - -10^9 to 10^9
- unsigned long long int:
 - Begins with 9, and has a total of 19 digits
 - $2^{63} - 1$
 - 10^{18}
- array:
 - Do not declare with a size larger than 30,005.

2 語法

2.1 c++

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef unsigned long long int ll;
4 int main(){
5     std::ios::sync_with_stdio(false);
6     return 0;
7 }

```

2.2 c++ 函式庫

```

1 // <string>
2
3 // 查找substr第一次出現的位置
4 str.find(substr);
5 // 返回substr最后一次出现的位置
6 str.rfind(substr);
7
8 s1 = s1+s2 // 連接兩個字串
9 s1 + s2 // 跟上面一樣
10 s1.append(s2) // s2插在s1的屁股
11 if(s1 == s2) // 比較兩字串
12
13 // <ctype>
14
15 // 檢查系列
16 isalpha(c) // 字母
17 isdigit(c) // 數字
18 isalnum(c) // 字母or數字
19 isspace(c) // 空格or換行
20 isupper(c) // 大寫
21 islower(c) // 小寫
22 ispunct(c) // 標點符號
23 toupper(c) // to大寫
24 tolower(c) // to小寫
25
26
27 // <algorithm>
28
29 // 酷東西
30 reverse(v, v+n)
31 find(v, v+n, 3) //查找3是否在v中
32 count(v, v+n, 3) // 算3在v裡出現幾次(只能算字元or數字)
33
34 // sort
35 sort(v.begin(), v.end())
36 sort(v, v+n)
37 sort(v, v+n, greater<int>())
38
39 sort(v, v+n, cmp)
40 bool cmp(型態 a, 型態 b){
41     return a > b; // 大到小
42 }
43
44 // <numeric>
45
46 // 返回鄰近數值的差
47 int arr[10]={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10};
48 int a[9] = {0};
49 adjacent_difference(arr, arr+10, a);
50 for(int i= 0; i < 9; i++){
51     cout<<a[i]<<' ';
52 }
53
54 // <cmath>
55 round(x) // 返回最接近x的整數
56 log(x) // 以自然對數為底
57 log10(x) // 以10為底
58 log(x) / log(2) // 以2為底

```

2.3 宣告法

```

1 // <vector>
2 vector<int> v;
3 vector<int> v = {1,2,3,4};
4 vector<int> v(5); // v={0,0,0,0,0}
5 vector<int> v(5,1); // v={1,1,1,1,1}
6 vector<vector<int>> v; //二維
7 // v[2][3] v[樓][層]
8 vector<vector<int>> v(2, vector<int>(3));
9 // v = {(1,1),(1,1),(1,1)}

```

```

10 vector<vector<int>> v(2, vector<int>(3, 1));
11
12 v.push_back(1) // 推入數字
13 v.pop_back() // 拔出尾端數字
14
15 // 在二維陣列中插入元素
16 vector<vector<int>> arr(5, vector<int>(3, 1));
17 arr[1].push_back(2);
18 for(size_t i= 0; i < arr.size();i++){
19     for(size_t j= 0; j < arr[i].size();j++){
20         cout<<arr[i][j]<< ' ';
21     }
22     cout<<endl;
23 }
24 /*
25 Output
26 1 1 1
27 1 1 1 2
28 1 1 1
29 1 1 1
30 1 1 1
31 */
32 // struct
33 struct s{
34     int x[100];
35     int y[100];
36 };
37
38 s num; //一組s
39 num.x[1]=1; num.y[1]=2;
40
41 // set
42 set<int> s;
43
44 s.insert(x)
45 s.count(x) // x是否存在於set中
46 s.erase(x)
47
48 s.clear()
49 s.empty()
50 s.size()
51
52 // stack
53 stack<int> s;
54
55 s.push(1); // 把1推到尾巴
56 s.pop(); // 刪掉尾巴
57 s.top(); // 返回尾巴
58
59 // queue
60 queue<int> q;
61 q.pop(); // 刪掉前
62 q.front(); // 返回前
63 q.back(); // 返回尾
64 q.push(1); // 把1推到前

```

2.4 強制轉型

```

1 // 數字 to 字元(串)
2 str = to_string(num)
3 c = num + '0';
4
5 // 字符串流轉型法
6 stringstream ss;
7 ss << num; // 把num塞進字符串流
8 string str;
9 ss >> str; // 把字符串留丟進str
10
11 // 字串 to 數字
12 int num = stoi(str) //整數
13 double num = stod(str) //小數

```

2.5 python

```

1 # EOF
2 while True:
3     try:
4         '''
5             你要執行的程式碼
6         '''
7     except EOFError:
8         break
9
10 # 有規定終止條件
11 while True:
12     if a==0:
13         break
14
15 # 數學符號
16 a//=10 # 整除
17 a**b # a^b
18
19 # 邏輯
20 a=True
21 b=False
22 print(a and b) #False
23 print(a or b) #True
24
25 # scan
26 a = int(input())
27 n=list(input().split(' ')) #
    連續輸入一串用空格隔開的數字
28
29 for i in range(a):
30     c, d = map(int, input().split()) # 連續輸入兩個數
31
32 # print
33 print('for is not a multiple of 11.'.format(a))
34 print(a+" and "+b+" sitting in the tree")
35 print('The parity of ',a,' is ',count,' (mod 2).')
36
37 # 標頭檔math
38 import math
39 math.gcd(a, b, c, d, e) # 最大公約數
40 math.lcm(a, b, c, d, e) # 最小公倍數
41 math.fabs(x) # 絕對值
42 math.isqrt(n) # 整數平方根
43 math.sqrt(x) # 平方根
44 math.pow(x, y) # x^y
45
46 # count
47 c+=b.count("商店") # 用在要計算好幾個字串時
48 c=b.count('1') # 一次算出一串字串有幾個 '1'
49
50 # 進制轉換
51 a = bin(a)[2:] # 10 to 2
52 a = hex(a)[2:] # 10 to 16
53 a = oct(a)[2:] # 10 to 8
54
55 # 大小寫轉換
56 a.lower()
57 a.upper()
58
59 # 取長度
60 a.len()

```

3 字串

3.1 KMP

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 void KMP(string text, string pattern)

```

```

5 {
6     int m = text.length();
7     int n = pattern.length();
8
9     // 如果模組沒東東
10    if (n == 0)
11    {
12        cout << "The pattern occurs with shift 0";
13        return;
14    }
15
16    // 如果文本的長度小於模組的長度
17    if (m < n)
18    {
19        cout << "Pattern not found";
20        return;
21    }
22
23    // next[i] 存儲下一個最佳部分匹配的索引
24    int next[n + 1];
25
26    for (int i = 0; i < n + 1; i++) {
27        next[i] = 0;
28    }
29
30    for (int i = 1; i < n; i++)
31    {
32        int j = next[i];
33
34        while (j > 0 && pattern[j] != pattern[i]) {
35            j = next[j];
36        }
37
38        if (j > 0 || pattern[j] == pattern[i]) {
39            next[i + 1] = j + 1;
40        }
41    }
42
43    for (int i = 0, j = 0; i < m; i++)
44    {
45        if (text[i] ==
46            pattern[j])//一樣如果+1j下一個檢查
47        {
48            if (++j == n) {
49                cout << "The pattern occurs with
50                    shift " << i - j + 1 << endl;
51            }
52            else if (j > 0)
53            {
54                j = next[j];//把她休崩變回來
55                i--; // 還要回去啾啾
56            }
57        }
58    }
59    int main()
60    {
61        string text = "ABCABAABCABAC";
62        string pattern = "CAB";
63
64        KMP(text, pattern);
65
66        return 0;
67    }

```

4 數論

4.1 快速幕

```

1 long long binpow(long long a, long long b){
2     if(b==0) return 1;
3     int res = binpow(a, b/2);

```

```

4     if(b%2==0) return res*res;
5     else return res*res*a;
6 }

```

4.2 窮舉 (選 or 不選)

```

1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int k, all = 0;
5 int Min = 9999999;
6 int arr[100] = {0};
7
8 void Find(int sum, int now){
9     if(now == k) return;
10    Min = min(abs(all-sum-sum), Min);
11
12    Find(sum, now+1);
13    Find(sum+arr[now], now+1);
14    return;
15 }
16 int main(){
17     cin >> k;
18     for(int i = 0; i < k; i++){
19         cin >> arr[i];
20         all+=arr[i];
21     }
22     Find(0, 0);
23     cout << Min;
24 }

```

4.3 喵

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int a[20];
4
5 int main() {
6     int cases, target, sticks, num, tmp, i;
7     bool flag;
8     while (cin >> cases){
9         while (cases--){
10            cin >> target;
11            cin >> sticks;
12            for (int i = 0; i < sticks; i++){
13                cin >> a[i];
14            }
15            num = 1;
16            for (int i = 1; i < sticks; i++){
17                num <= 1;
18                num++;
19            }
20            flag = false;
21            for (int _i = 0; _i <= num; _i++){
22                tmp = 0;
23                i = _i;
24                for (int j = 0; j < sticks; j++){
25                    if (i & 1) tmp += a[j];
26                    i >= 1;
27                }
28                if (tmp == target){
29                    flag = true;
30                    break;
31                }
32            }
33            if (flag) cout << "YES\n";
34            else cout << "NO\n";
35        }
36    }
37 }

```

4.4 小費馬實踐

```

1 ll s(ll b, ll p, ll m){
2     if(p == 0) return 1;
3     else if(p%2!=0) return ((b%m)*(s(b, p-1, m)%m))%m;
4     else{
5         ll t = s(b, p/2, m);
6         return ((t%m)*(t%m))%m;
7     }
8 }

```

4.5 Fibonaccimal

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 int main(){
5
6     int N;
7     int Fibonacci[40] = {0, 1}; //開始的兩個數
8     int i;
9
10    for(i = 2; i < 40; i++){
11        Fibonacci[i] = Fibonacci[i - 1] + Fibonacci[i
12            - 2];
13    }
14    scanf("%d", &N);
15
16    while(N--){
17
18        int num;
19        bool flag = false;
20
21        scanf("%d", &num);
22        printf("%d = ", num);
23
24        for(i = 39; i >= 2; i--){
25            if(num >= Fibonacci[i]){
26                num = num - Fibonacci[i];
27                flag = true;
28                printf("1");
29            }
30            else if(flag){
31                printf("0");
32            }
33        }
34
35        printf(" (fib)\n");
36    }
37
38    return 0;
39 }

```

4.6 LCM

```

1 int GCD(int num1, int num2)
2 {
3     if(num2==0)
4     {
5         return num1;
6     }
7
8     return GCD(num2, num1%num2);
9 }
10
11 int LCM(int num1, int num2) //2個最小公倍數
12 {
13     return ((num1*num2)/GCD(num1, num2));
14 }
15
16 int LCM2(int num1, int num2, int num3) //3個最小公倍數

```

```

17 {
18     return ((num1*num2)/GCD((num1, num2), num3));
19 }
20
21 int main()
22 {
23     cout<<GCD(6,3);
24     cout<<LCM(6,3);
25     cout<<LCM2(6,3,3);
26
27     return 0;
28 }

```

4.7 LCS

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 int main()
4 {
5     string str1, str2;
6     short lcs[2][1000];
7     while (cin >> str1 >> str2)
8     {
9         lcs[0][0] = str1[0] == str2[0];
10        for (int j=1; j<str2.length(); j++) lcs[0][j]
11            = max(lcs[0][j-1],
12                short{str1[0]==str2[j]});
13        for (int i=1; i<str1.length(); i++)
14        {
15            bool r = i & 1;
16            lcs[r][0] = max(lcs[r^1][0],
17                            short{str1[i]==str2[0]});
18            for (int j=1; j<str2.length(); j++)
19                lcs[r][j] = str1[i]==str2[j] ?
20                    lcs[r^1][j-1] + 1 :
21                    max(lcs[r^1][j], lcs[r][j-1]);
22        }
23        cout <<
24            lcs[(str1.length()-1)&1][str2.length()-1]
25            << '\n';
26    }
27    return 0;
28 }

```

4.8 LPS

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include <iostream>
3 using namespace std;
4
5 int main(){
6     string s;
7     cin >> s;
8     int maxlen=0, l, r;
9     for(int i=0; i<s.length(); i++){
10        //奇
11        int x = 0;
12        while((s[i-x]==s[i+x]) && (i-x>=0) &&
13            (i+x<s.length())){//當找到一個中心點以其為中間然後往
14            x++;
15        }
16        x--;
17        if(2*x+1 >
18            maxlen){//只有第一次會max==後後面就追不到那女孩
19            maxlen = 2*x+1; //最大的
20            l = i-x; //計算頭頭
21            r = i+x; //計算尾巴
22        }
23        //偶
24        x = 0;
25        while( (s[i-x]==s[i+1+x]) && (i-x>=0) &&
26            (i+1+x<s.length())){
27            x++;

```

```

25     }
26     if(2*x > maxlen){
27         maxlen = 2*x;
28         l = i-x+1;
29         r = i+x;
30     }
31 }
32 cout << maxlen << '\n';
33 cout << l+1 << ' ' << r+1 << '\n';
34 }
35 }

```

4.9 Pairty

```

1 #include <iostream>
2 #include <algorithm>
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6     int I, n;
7     while (cin >> I) {
8         if (I == 0) break;
9         string B = "";
10        n = I;
11        int cnt = 0;
12        while (n){
13            cnt += (n & 1);
14            B += '0' + (n & 1);
15            n >>= 1;
16        }
17        reverse(B.begin(), B.end());
18        cout << "The parity of " << B << " is " <<
19            cnt << " (mod 2).\n";
20    }
21    return 0;

```

5 圖論

5.1 最短路徑 dijkstra

```

1 // 邊權重皆為正數時使用
2 // 1.
3 // 輸入有總點、總邊，接著輸入點，點，距離（權重）時使用
4 #include <iostream>
5 #include <vector>
6 #include <climits>
7
8 using namespace std;
9
10 // 定義城市數量的上限
11 #define MAX_CITIES 100
12
13 // 定義無限大的距離
14 #define INF INT_MAX
15
16 // 城市數量、道路數量
17 int numCities, numRoads;
18
19 // 圖的鄰接矩陣表示法
20 vector<vector<int>> > graph(MAX_CITIES,
21     vector<int>(MAX_CITIES, INF));
22
23 //
24 // Dijkstra演算法，計算從指定城市出發到其他城市的最短路徑
25 void dijkstra(int startCity) {
26     vector<int> dist(numCities, INF);
27     vector<bool> visited(numCities, false);
28
29     dist[startCity] = 0;

```

```

28 for (int i = 0; i < numCities - 1; i++) {
29     int u = -1;
30     for (int j = 0; j < numCities; j++) {
31         if (!visited[j] && (u == -1 || dist[j] <
32             dist[u])) {
33             u = j;
34         }
35     }
36     visited[u] = true;
37
38     for (int v = 0; v < numCities; v++) {
39         if (!visited[v] && graph[u][v] != INF) {
40             dist[v] = min(dist[v], dist[u] +
41                 graph[u][v]);
42         }
43     }
44 }
45
46 // 輸出最短路徑結果
47 cout << "從城市 " << startCity << "
48     出發到其他城市的最短路徑如下：" << endl;
49 for (int i = 0; i < numCities; i++) {
50     if (i != startCity) {
51         cout << "到城市 " << i << " 的最短距離為
52             " << dist[i] << endl;
53     }
54 }
55
56 int main() {
57     // 讀取城市數量和道路數量
58     cin >> numCities >> numRoads;
59
60     // 初始化圖的鄰接矩陣
61     for (int i = 0; i < numRoads; i++) {
62         int city1, city2, distance;
63         cin >> city1 >> city2 >> distance;
64         graph[city1][city2] = distance;
65         graph[city2][city1] = distance; //
66         因為是雙向道路
67     }
68
69     // 選擇起始城市，這裡以城市0為例
70     int startCity = 0;
71
72     // 執行Dijkstra演算法
73     dijkstra(startCity);
74
75     return 0;

```

5.2 DFS

```

1 // 印出最快路徑（座標）
2 #include <bits/stdc++.h>
3 #define N 100
4 using namespace std;
5
6 int map[N][N], visited[N][N]={0};
7 typedef pair<int, int> p;
8 int n,m,found=0;
9 deque<p> path;
10
11 void dfs(int x, int y){
12     if (found==1) return;
13     visited[x][y]=1;
14     path.push_back(make_pair(x,y));
15     if (x==n-1 && y==m-1){
16         found=1;
17         cout<<"Path: ";
18         while(!path.empty()){
19             cout<<"("<<path.front().first<<" "<<path.front().second<<
20                 path.pop_front();

```

```

21     cout<<((path.empty())?"\n":"→");
22 }
23 cout<<endl;
24 return;
25 }
26 if (x+1<n && visited[x+1][y]==0 && map[x+1][y]==0){
27     dfs(x+1,y);
28     path.pop_back();
29 }
30 if (y+1<m && visited[x][y+1]==0 && map[x][y+1]==0){
31     dfs(x,y+1);
32     path.pop_back();
33 }
34 if (x-1>=0 && visited[x-1][y]==0 && map[x-1][y]==0){
35     dfs(x-1,y);
36     path.pop_back();
37 }
38 if (y-1>=0 && visited[x][y-1]==0 && map[x][y-1]==0){
39     dfs(x,y-1);
40     path.pop_back();
41 }
42 }
43
44 int main(){
45     cin>>n>>m;
46     for (int i=0; i<n; i++)
47         for (int j=0; j<m; j++)
48             cin>>map[i][j];
49     dfs(0,0);
50     if (found==0){
51         cout<<"No routes accessible.\n";
52     }
53     return 0;
54 }
55 // 顯示最短距離
56 #include <iostream>
57 #include <utility>
58 #include <deque>
59 #define N 100
60 using namespace std;
61
62 int map[N][N], visited[N][N]={0};
63 typedef pair<int, int> p;
64 int n,m,dis=-2;
65 deque<p> path;
66
67 void dfs(int x, int y){
68     visited[x][y]=1;
69     path.push_back(make_pair(x,y));
70     if (x==n-1 && y==m-1){
71         if (dis==-1){
72             dis=path.size()-1;
73         }
74         else {
75             if (path.size()-1<dis) dis=path.size()-1;
76         }
77     }
78     if (x+1<n && visited[x+1][y]==0 && map[x+1][y]==0){
79         dfs(x+1,y);
80         visited[x+1][y]=0;
81         path.pop_back();
82     }
83     if (y+1<m && visited[x][y+1]==0 && map[x][y+1]==0){
84         dfs(x,y+1);
85         visited[x][y+1]=0;
86         path.pop_back();
87     }
88     if (x-1>=0 && visited[x-1][y]==0 && map[x-1][y]==0){
89         dfs(x-1,y);
90         visited[x-1][y]=0;
91         path.pop_back();
92     }
93     if (y-1>=0 && visited[x][y-1]==0 && map[x][y-1]==0){
94         dfs(x,y-1);
95         visited[x][y-1]=0;
96         path.pop_back();
97     }

```

```

98 }
99
100 int main(){
101     cin>>n>>m;
102     for (int i=0; i<n; i++)
103         for (int j=0; j<m; j++)
104             cin>>map[i][j];
105     dfs(0,0);
106     if (dis==-2)
107         cout<<"No routes accessible.\n";
108     else
109         cout<<"Shortest distance: "<<dis<<endl;
110     return 0;
111 }

```

5.3 merge sort

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 //做比較大小的部分
5 void merge(int arr[], int l, int m, int r, int size)
6 {
7     int i = l;
8     int j = m + 1;
9     int k = l;
10
11     /* create temp array */
12     int temp[size];
13
14     while (i <= m && j <= r) {
15         if (arr[i] <= arr[j]) {
16             temp[k] = arr[i];
17             i++;
18             k++;
19         }
20         else {
21             temp[k] = arr[j];
22             j++;
23             k++;
24         }
25     }
26     / Copy the remaining elements of first half, if
27     there are any /
28     while (i <= m) {
29         temp[k] = arr[i];
30         i++;
31         k++;
32     }
33     / Copy the remaining elements of second half, if
34     there are any /
35     while (j <= r) {
36         temp[k] = arr[j];
37         j++;
38         k++;
39     }
40     / Copy the temp array to original array /
41     for (int p = l; p <= r; p++) {
42         arr[p] = temp[p];
43     }
44 }
45
46 //做分開陣列的部分
47 void mergeSort(int arr[], int l, int r, int size)
48 {
49     if (l < r) {
50         // 找中間點 ex:陣列五個元素0-4 2是中間點
51         //陣列分成兩組 0-2/3-4兩個部分
52         //舉0-2陣列來說 中間點是1
53         //陣列再分成 0-1/2兩個部分
54         int m = (l + r) / 2;
55
56         / 遞迴第一和第二部分*/

```

```

57 // (也就是不斷的分)
58 mergeSort(arr, l, m, size);
59 mergeSort(arr, m + 1, r, size);
60
61 // merge
62 // 當我分到不能再分 比較陣列內數值 小的放前面
63 merge(arr, l, m, r, size);
64 }
65 }
66
67 int main()
68 {
69     cout << "Enter size of array: " << endl;
70     int size;
71     cin >> size;
72     int myarray[size];
73
74     cout << "Enter " << size << " integers in any
75         order: " << endl;
76     for (int i = 0; i < size; i++) {
77         cin >> myarray[i];
78     }
79     cout << "Before Sorting" << endl;
80     for (int i = 0; i < size; i++) {
81         cout << myarray[i] << " ";
82     }
83     cout << endl;
84     mergeSort(myarray, 0, (size - 1), size); //
85         mergesort(arr, left, right) called
86
87     cout << "After Sorting" << endl;
88     for (int i = 0; i < size; i++) {
89         cout << myarray[i] << " ";
90     }
91     return 0;
92 }

```

5.4 quick sort

```

1  include <iostream>
2  using namespace std;
3  // quick sort sorting algorithm
4  int Partition(int arr[], int s, int e)
5  {
6      int pivot = arr[e];
7      int pIndex = s;
8
9      for(int i = s; i < e; i++)
10     {
11         if(arr[i] < pivot)
12         {
13             int temp = arr[i];
14             arr[i] = arr[pIndex];
15             arr[pIndex] = temp;
16             //swapping 也就是說如果當前數值比指標小
17             //他就移到最前面
18             //也就是陣列0的位置
19             pIndex++;
20             //下一個比指標小的數值放進陣列1的位置
21         }
22     }
23
24     int temp = arr[e];
25     arr[e] = arr[pIndex];
26     arr[pIndex] = temp;
27     //比指標數值小的都去前面了
28     //將指標放到目前計數到的陣列位置
29     //那指標前都比他小 指標後都比他大
30     return pIndex; //回傳給p值
31 }
32
33 void QuickSort(int arr[], int s, int e)
34 //s stand for start index

```

```

34 //e stand for end index also (size-1)
35 {
36     if(s < e)
37     {
38         int p = Partition(arr, s, e);
39         QuickSort(arr, s, (p-1));
40         // recursive QS call for left partition
41         // 做陣列前半部分 因為都比指標小 去進行內部排序
42         QuickSort(arr, (p+1), e);
43         // recursive QS call for right partition
44     }
45 }
46
47 int main()
48 {
49
50     int size=0;
51     cout << "Enter Size of array: " << endl;
52     cin >> size;
53     int myarray[size];
54
55     cout << "Enter " << size << " integers in any order:
56         " << endl;
57     for(int i=0; i < size; i++)
58     {
59         cin >> myarray[i];
60     }
61     cout << "Before Sorting" << endl;
62     for(int i=0; i < size; i++)
63     {
64         cout << myarray[i] << " ";
65     }
66     cout << endl;
67
68     QuickSort(myarray, 0, (size-1)); // quick sort called
69
70     cout << "After Sorting" << endl;
71     for(int i=0; i < size; i++)
72     {
73         cout << myarray[i] << " ";
74     }
75
76     return 0;
77 }

```

5.5 二分搜

```

1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3
4  int binarySearch(int arr[], int left, int right, int
5      x) {
6      while (left <= right) {
7          int mid = left + (right - left) / 2;
8
9          if (arr[mid] == x) {
10             return mid;
11         }
12         else if (arr[mid] < x) {
13             left = mid + 1;
14         }
15         else {
16             right = mid - 1;
17         }
18     }
19     return -1;
20 }
21
22 int main() {
23     int myarr[10];
24     int num;
25     int output;
26
27     cout << "Please enter 10 elements ASCENDING order"
28         << endl;

```

```

28 for (int i = 0; i < 10; i++) {
29     cin >> myarr[i];
30 }
31 cout << "Please enter an element to search" << endl;
32 cin >> num;
33
34 output = binarySearch(myarr, 0, 9, num);
35
36 if (output == -1) {
37     cout << "No Match Found" << endl;
38 } else {
39     cout << "Match found at position: " << output <<
40         endl;
41 }
42 return 0;
43 }

```

如果我們超過25頁我還可以再縮減程式區 這是比較完整的 Floyd

```

44 void floyd(){
45     for(int k=0;k<n;k++){ //中間點
46         for(int i=0;i<n;i++){
47             for(int j=0;j<n;j++){
48                 dp[i][j]=min(dp[i][j],dp[i][k]+dp[k][j]);
49                 //經過中間點k的路徑是否小於原始路徑
50                 //小於則更新 不小於則不變動
51                 //窮舉所有鬆弛的可能
52             }
53         }
54     }
55 }
56
57 }

```

6 dp

6.1 階乘 1

```

1  '''
2  !注意! long long 存到21!就會爆掉
3
4  1. 要你輸出階乘
5  好懶, 請你直接用python
6  '''
7  a = 0
8  while True:
9      try:
10         a = int(input())
11         sum = 1
12         for i in range(1,a+1):
13             sum*=i
14         a = str(a)
15         print(a+'!')
16         print(sum)
17     except EOFError:
18         break

```

6.2 階乘 2

```

1  /*
2  2. 要你輸出階乘最後一個非0的數字
3  用dp表格先存1-10000數字的階乘,
4  同時因為我們只關心最後一個非0的數字,
5  所以可以每次乘完一階就讓他進while迴圈裡%10,
6  把0都去掉, 到while迴圈外後再把arr[i]%10000,
7  只留下剩下可能會影響結果的數值部分。
8  */
9  typedef long long ll;
10 ll arr[10000];
11 void s(){
12     arr[0]=1;
13     for(ll i = 1; i <= 10000; i++){

```

```

14         arr[i] = arr[i-1]*(i+1);
15         while (arr[i] % 10 == 0) {
16             arr[i] /= 10;
17         }
18         arr[i] %= 1000000;
19     }
20 }

```

6.3 階梯問題

```

1  /*
2  1. 問從左上角走到右下角有幾種解法
3  - 此問題可分為(1)往下(2)往右, 兩個走法。
4  */
5  const int H = 8, W = 8;
6  int f[2][W]; //
7  兩條陣列, 儲存最近算出來的問題答案。
8
9  void staircase_walk()
10 {
11     // [Initial States]
12     for (int j=0; j<W; ++j) f[0][j] = 1;
13
14     // [Computation]
15     for (int i=1; i<H; i++)
16         for (int j=1; j<W; j++)
17             // 只是多了 mod 2,
18             // 外觀看起來就像兩條陣列輪替使用。
19             f[i % 2][j] = f[(i-1) % 2][j] + f[i %
20                 2][j-1];
21
22     // 輸出結果
23     cout << "由(0,0)走到(7,7)有" << f[7 % 2][7] <<
24         "種走法";
25     // cout << "由(0,0)走到(7,7)有" << f[(H-1) %
26         2][W-1] << "種走法";

```

6.4 極值問題 (格子有權重)

```

1  const int H = 8, W = 8;
2  int a[H][W];
3  int f[H][W];
4
5  void staircase_walk()
6  {
7      // [Initial States]
8      f[0][0] = a[0][0];
9      for (int i=1; i<H; i++)
10         f[i][0] = f[i-1][0] + a[i][0];
11         for (int j=1; j<W; j++)
12             f[0][j] = f[0][j-1] + a[0][j];
13
14     // [Computation]
15     for (int i=1; i<H; i++)
16         for (int j=1; j<W; j++)
17             f[i][j] = max(f[i-1][j], f[i][j-1]) + a[i][j];
18
19     // 輸出結果
20     cout << "由(0,0)走到(7,7)的最小總和" << f[7][7];
21     // cout << "由(0,0)走到(7,7)的最小總和" <<
22         f[H-1][W-1];
23
24     int h, w;
25     while (cin >> h >> w)
26         cout << "由(0,0)走到(h,w)的最小總和" << f[h][w];

```


7 數學

7.1 理論

• 三角形邊長定理

- $a + b > c$
- 三角形形狀判定：
- 直角 $a^2 + b^2 = c^2$
- 銳角 $a^2 + b^2 > c^2$
- 鈍角 $a^2 + b^2 < c^2$

7.2 公式

• 積

- $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{(n^2(n+1)^2)}{4}$
- $\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$
- $\sum_{i=1}^n i^5 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$
- $\sum_{i=1}^n i^6 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$
- $\sum_{k=1}^n (k-1)(k-1)! = n! - 1$

• log

- $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
- $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$
- $\log ab = \log a + \log b$
- $\log_a 1 = 0$

• 三角形面積

- $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, s = \frac{a+b+c}{2}$

• 圓形面積

- 面積：
- $\pi * r^2$
- 周長：
- $2\pi * r$

• 圓形方程

- $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2, (h, k) = \text{point}$
- $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
- $\text{point} = (-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$
- $r = \sqrt{(\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F)}$

• 座標幾何

- 兩點距離：
- $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- 斜率：
- $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- 中點：
- $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$
- 平行：
- $m_1 = m_2$
- 垂直：
- $m_1 * m_2 = -1$

• 二元方程式

- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- 判別式：

- $x = b^2 - 4ac$
- $x > 0$: 相異根, $x = 0$: 重根, $x < 0$: 無實根
- 根和：
- $r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$
- 根積：
- $r_1 * r_2 = \frac{c}{a}$
- 頂點：
- $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a})$

• 等差級數

- $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = a_1 n + \frac{(n-1)nd}{2}$
- $a_n = a_1 + (n-1)d$
- $\sum_{i=1}^n a_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d)n}{2}$

• 等比級數

- $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}, (r \neq 1)$
- $\frac{a_n}{a_{n-1}} = r$

• 恆等式

- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
- $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
- 1
- 1 1
- 1 2 1
- 1 3 3 1
- 1 4 6 4 1
- 1 5 10 10 5 1
- 1 6 15 20 15 6 1
- 1 7 21 35 35 21 7 1
- 1 8 28 56 70 56 28 8 1
- 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

• 離散

- $(1+x)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}x^1 + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{n}x^n$
- $\frac{1}{(1+x)^n} = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{n+r-1}{r}(-1)^r(x)^r$
- $\frac{1}{(1+x)^n} = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{n+r-1}{r}(x)^r$
- $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$
- $\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1}$

• 線代

- $A_x = [a_1 a_2 \dots a_n][\begin{pmatrix} x_1 \\ x_n \end{pmatrix}] = x_1 * a_1 + x_2 * a_2 + \dots + x_n * a_n$
- $u = [], v = [], A(u+v) = A_u + A_v$

• 指數

- $a^n a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n*m}$

• 小費馬

- $(a+b)\%n = (a\%n + b\%n)\%n$
- $(a*b)\%n = (a\%n * b\%n)\%n$
- $a * (b\%m) = (a * b)\%m$