ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2022
Examen Final - 5 de julio de 2022
Laboratorio

1. Es posible modificar el método de Newton para búsqueda de raíces reemplazando la derivada de la función por su aproximación numérica:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

   (a) Escribir una función que implemente el método mencionado anteriormente. La función debe llamarse "`rnewtondelta`", y tener como entrada `(fun,x0,err,mit,delta)` donde `fun` es una función que dado x retorna $f(x)$, `x0` es un punto inicial en $\mathbb{R}$, `err` es la tolerancia deseada del error, `mit` es el número máximo de iteraciones permitidas y `delta` representa el parámetro Δx. El algoritmo debe finalizar en la k-esima iteración si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

$$\frac{|x_k - x_{k-1}|}{|x_k|} < \texttt{err}, \qquad |f(x_k)| < \texttt{err}, \qquad k \geq \texttt{mit}.$$

   La salida debe ser `(hx,hf)` donde `hx`$= [x_1, \ldots, x_N]$ es una lista que representa el histórico de puntos generados y `hf`$= [f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

   (b) Graficar la función $f(x) = e^x - x - 2$ en el intervalo $[0, 10]$.

   (c) Encontrar la raíz de la función $f(x)$ con el método de Newton tradicional y con el nuevo método, para `delta` = 1e-5 y 0.001, imprimiendo en pantalla la cantidad de iteraciones que realiza cada uno. Utilizar $x_0 = 1$, $err = 1e-6$ y $mit = 100$.

2. **Ejercicio para libres**

   La función $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, definida en el intervalo $[-1, 1]$ representa media circunferencia de radio igual a 1 centrada en el punto $(0, 0)$. Sabiendo que su área de es:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, dx,$$

   use el método de integración numérica *Simpson Compuesto* para calcular de manera aproximada el valor del número π. Muestre la cantidad de subintervalos necesarios para que el error respecto al dado por `numpy.pi` sea menor que 10^{-5}.

   Ayuda: El área de una circunferencia de radio r se puede calcular mediante la fórmula: πr^2.