

Московский Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Лабораторная работа 5.2.2

Изучение спектра атома водорода

Автор:

Овсянников Михаил Б01-008



Долгопрудный, 2022

Содержание

Теоретические сведения	3
Экспериментальная установка	4
Ход работы	5
Вывод	10

Цель работы: исследовать спектральные закономерности в оптическом спектре водорода. По результатам измерений вычислить постоянную Ридберга для водорода.

Теоретические сведения

Атом водорода является простейшей атомной системой; для него уравнение Шредингера может быть решено точно. Поэтому спектр атома водорода является предметом тщательного экспериментального и теоретического исследования.

Объяснение структуры спектра излучения атомов требует знания схемы атомных энергетических уровней, что, в свою очередь, требует решения задачи о движении электрона в эффективном поле атома. Для атома водорода и водородоподобных (одноэлектронных) атомов определение энергетических уровней значительно упрощается, так как квантово-механическая задача об относительном движении электрона (заряд $-e$, масса m_e) и ядра (заряд Ze , масса M) сводится к задаче о движении частицы с эффективной массой $\mu = m_e M / (m_e + M)$ в кулоновском поле $-Ze^2/r$. Однако даже для водородоподобных атомов это решение не является простым.

Длины волн спектральных линий водородоподобного атома описываются формулой

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = RZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (1)$$

где R – константа, называемая постоянной Ридберга, а m и n – целые числа. Эта формула достаточно правильно описывает экспериментальные значения линий водорода при $R = 109677,6 \text{ см}^{-1}$.

В данной работе изучается серия Бальмера, линии которой лежат в видимой области. Для серии Бальмера $n = 2$. Величина m для первых четырех линий этой серии принимает значение 3, 4, 5, 6. Эти линии обозначаются символами H_α , H_β , H_γ , H_δ .

Энергия уровня с квантовым числом n определяется формулой:

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -R \frac{Z^2}{n^2}. \quad (2)$$

Экспериментальная установка

Для измерения длин волн спектральных линий в работе используется стеклянно-призменный монохроматор-спектрометр УМ-2, предназначенный для спектральных исследований в диапазоне от 0,38 до 1,00 мкм. Первые две призмы с преломляющими углами 30° изготовлены из тяже-

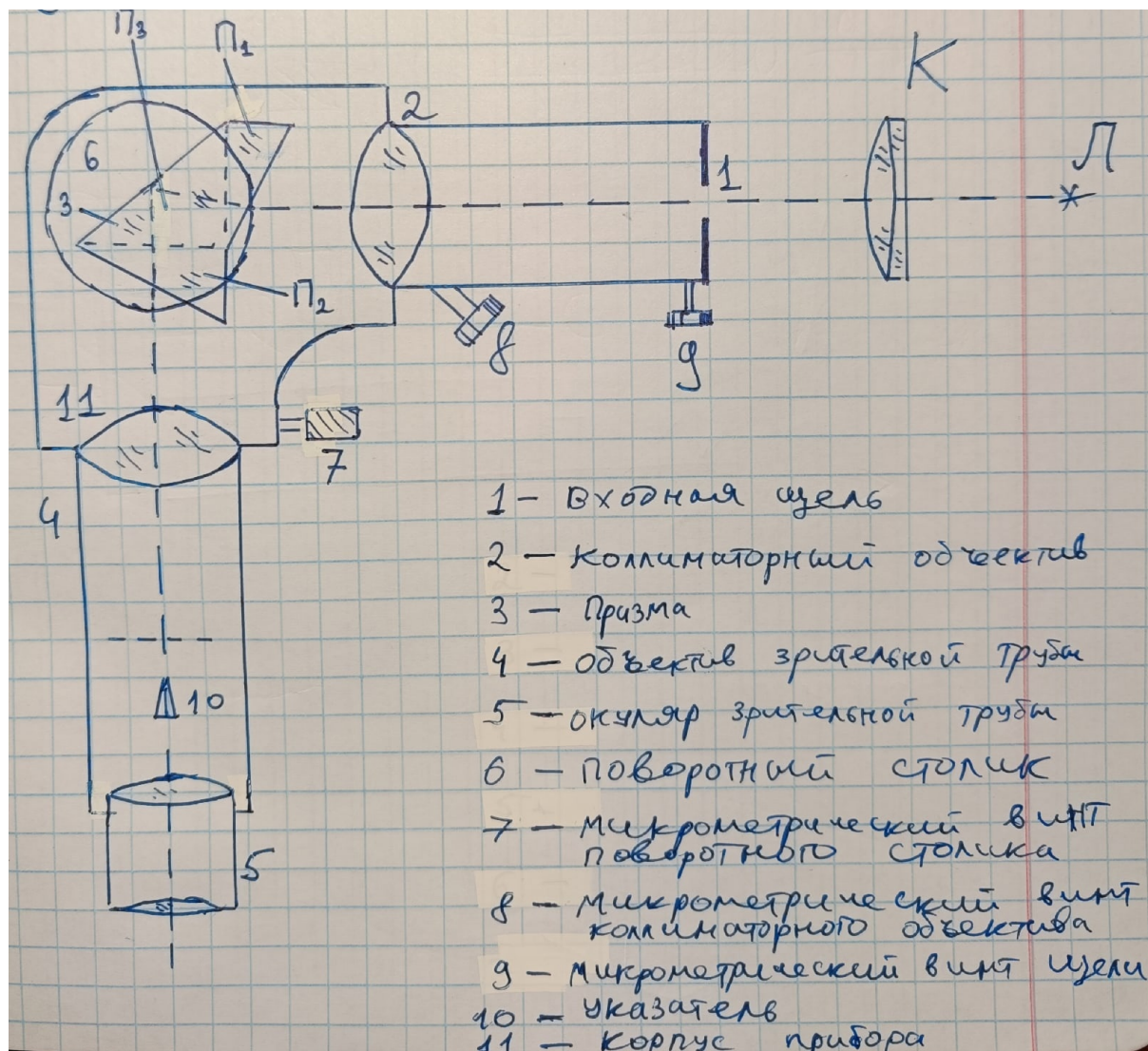


Рис. 1. Устройство монохроматора УМ-2

лого флинта, обладающего большой дисперсией. Промежуточная призма P_3 сделана из крона. Лучи отражаются от ее гипотенузной грани и поворачиваются на 90° . Благодаря такому устройству дисперсии призм P_1 и P_2 складываются.

Для отсчета положения спектральной линии ее центр совмещается с острием указателя. Отсчет проводится по делениям барабана.

Для градуировки в коротковолновой части спектра удобно применять ртутную лампу ПРК-4, а в длинноволновой и средней части спектра –

неоновую лампу.

Для увеличения яркости интересующих нас линий атомарного водорода в состав газа, которым заполняют трубку при ее изготовлении, добавляют пары воды. Молекулы воды в электрическом разряде разлагаются, образуя атомарный водород. Трубка заполняется газом до давления 5–10 Тор.

Ход работы

1. Проградуируем спектрометр УМ-2 по спектрам неона и ртути. Отсчитываем угол по барабану. Погрешность измерения углов $\sigma_\theta = 5^\circ$. Результаты для неона и ртути запишем в таблицу 1.

Неон		
Линия	Угол θ°	Длина волны, \AA
1	2542	7032
2	2518	6929
3	2444	6717
4	2436	6678
5	2410	6599
6	2386	6533
7	2376	6507
8	2338	6402
9	2330	6383
10	2310	6334
11	2296	6305
12	2284	6267
13	2264	6217
14	2244	6164
15	2234	6143
16	2214	6096
17	2204	6074
18	2186	6030
19	2156	5976
20	2146	5945
21	2114	5882
22	2098	5852
23	1836	5401
24	1800	5341
25	1796	5331

Ртуть		
Линия	Угол θ°	Длина волны, \AA
K1	2506	6907
K2	2270	6234
1	2068	5791
2	2056	5770
3	1876	5461
4	1452	4916
5	786	4358
6	226	4047

Таблица 1. Градуировка по спектрам неона и ртути

Построим градуировочный график, основываясь на этих данных.

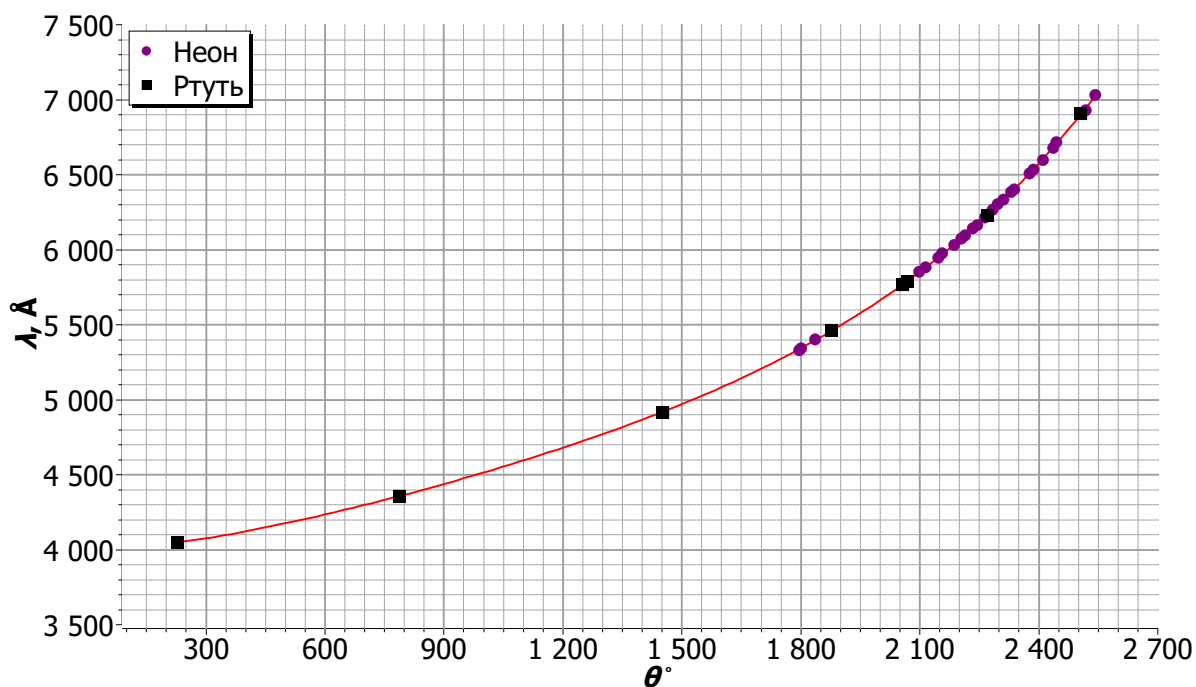


Рис. 2. Зависимость $\lambda(\theta)$

Использовалась аппроксимация:

$$\lambda(\theta) = A + \frac{B}{\theta - C}.$$

Из расчетов получаем следующее:

- $A = (2343 \pm 4) \text{ \AA}$
- $B = (-6200 \pm 14) \cdot 10^3 \text{ \AA}$
- $C = (3865 \pm 2)$

2. Измерим положения линий атома водорода. Результаты пишем в таблицу 2.

Линия	Угол θ°
H_α	2394
H_β	1404
H_γ	756
H_δ	338

Таблица 2. Линии атома водорода

Используя аппроксимирующую формулу и градуировочный график, найдем значения длин волн для этих линий. Погрешность для каждой:

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial A}\right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial B}\right)^2 \sigma_B^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial C}\right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right)^2 \sigma_{\theta}^2}$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\sigma_A^2 + \frac{\sigma_B^2}{(\theta - C)^2} + \frac{B^2 \sigma_C^2}{(\theta - C)^4} + \frac{B^2 \sigma_{\theta}^2}{(\theta - C)^4}}$$

Линия	Угол θ°	Длина волны λ , Å	Табличное значение $\lambda_{\text{табл}}$, Å
H_{α}	2394	6560 ± 20	6563
H_{β}	1404	4862 ± 9	4861
H_{γ}	756	4338 ± 7	4340
H_{δ}	338	4101 ± 6	4102

Таблица 3. Сводная таблица по линиям атома водорода

Как видим, результаты чрезвычайно близки к табличным. Ошибка определения длин волн составляет $\sim 0,1 - 0,3\%$.

3. Теперь рассчитаем постоянную Ридберга R для каждой линии. Результаты в таблице 4.

Линия	Угол θ°	Длина волны λ , Å	Постоянная Ридберга R , см^{-1}
H_{α}	2394	6560 ± 20	109756 ± 300
H_{β}	1404	4862 ± 9	109679 ± 200
H_{γ}	756	4338 ± 7	109772 ± 200
H_{δ}	338	4101 ± 6	109726 ± 200

Таблица 4. Значение постоянной Ридберга, рассчитанное по линиям водорода

В среднем получаем:

$$R = (109733 \pm 100) \text{ см}^{-1}$$

Попробуем задействовать сразу все линии, чтобы разово вычислить постоянную Ридберга. Построим график такой вот зависимости величин $\frac{1}{\lambda} = f\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ и по наклону найдем значение R . Поскольку

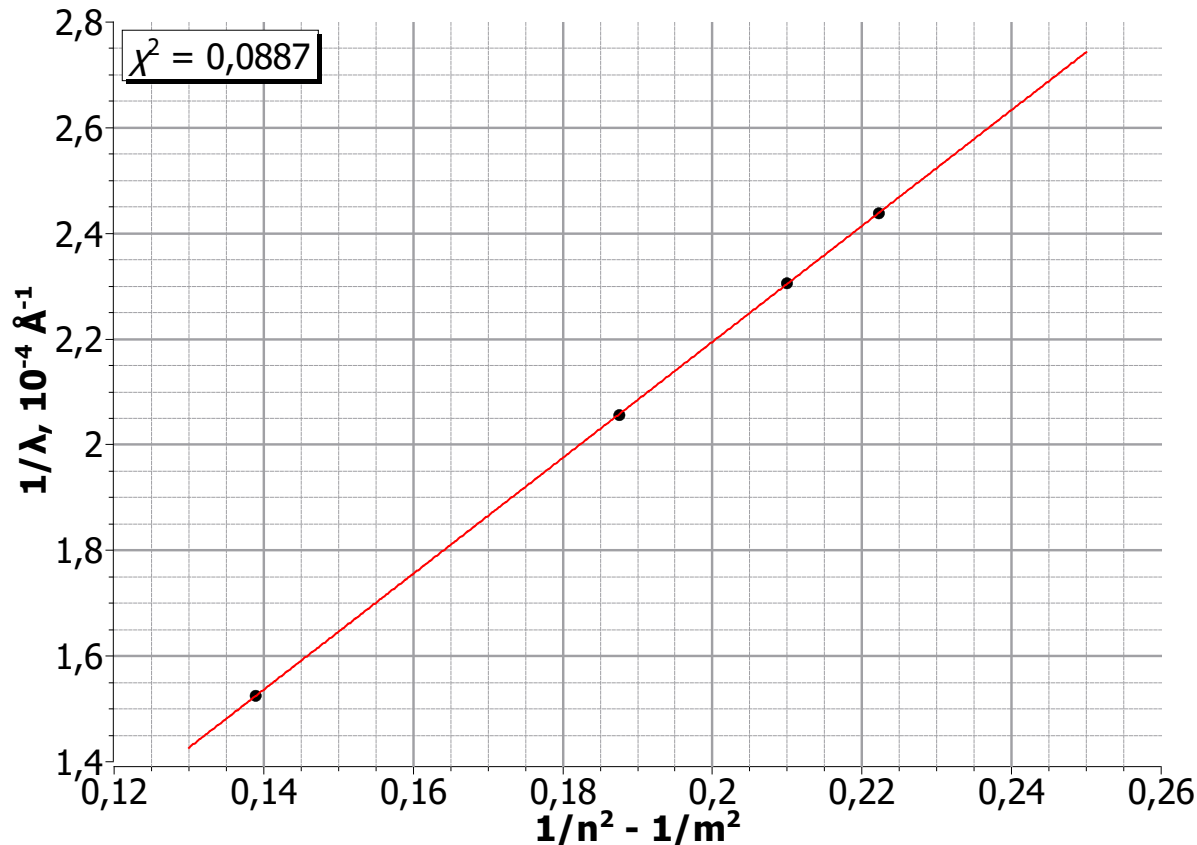
Линия	Длина волны λ , Å	σ_λ , Å	$1/\lambda$, 10^{-4} Å $^{-1}$	$\sigma_{1/\lambda}$, 10^{-4} Å $^{-1}$
H_α	6560	20	1,524	0,005
H_β	4862	9	2,057	0,004
H_γ	4338	7	2,305	0,004
H_δ	4101	6	2,438	0,004

Таблица 5. Таблица-приготовление для построения графика

n и m – это целые числа, то погрешности по оси абсцисс нет. Вдобавок, мы знаем погрешность для каждого значения $1/\lambda$. Именно поэтому выбираем метод построения χ^2 .

В нашем приближении: $1/\lambda = R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(y_i - kx_i)^2}{\sigma_{y_i}^2} \rightarrow \min \implies k = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}$$

Рис. 3. Зависимость $1/\lambda$ от $1/n^2 - 1/m^2$

Из графика получаем ($k = R$):

$$R = (109736 \pm 100) \text{ см}^{-1}$$

То есть найденное только что значение находится в согласии с ранее посчитанными. Учитывая, что табличное значение $R = 109677,6 \text{ см}^{-1}$, то можно сказать, что найденные результаты с отличной точностью совпадают как между друг с другом, так и с табличным значением.

Вывод

Линия	Длина волны λ , Å	Табличное значение, Å	Постоянная Ридберга R , см ⁻¹
H_α	6560 ± 20	6563	109756 ± 300
H_β	4862 ± 9	4861	109679 ± 200
H_γ	4338 ± 7	4340	109772 ± 200
H_δ	4101 ± 6	4102	109726 ± 200
Среднее			109733 ± 100
По графику			109736 ± 100
Итоговое			109735 ± 100
Табличное			109678

Таблица 6. Итоговая таблица

В данной работе мы исследовали спектральные закономерности в оптическом спектре водорода. Мы измерили значения спектральных линий водорода, соответствующих серии Бальмера. Они оказались чрезвычайно точными. Погрешности составляют доли процентов. Также, мы рассчитали постоянную Ридберга для атома водорода. Она оказалась тоже крайне точной. В пределах погрешностей все найденные величины совпадают с табличными.