

Aproximação de π pelo método de Monte Carlo

MAP 2212

Luiz Guilherme De Padua Sanches (NUSP: 13686431)

Abril 2023

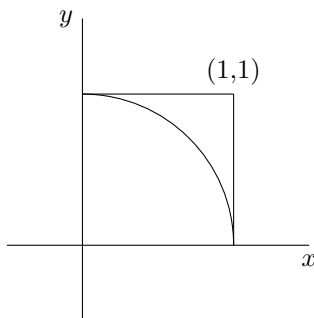
1 Requisito

Foi solicitado para o primeiro exercício programa (EP1) que o valor de π fosse estimado, com precisão de ao menos 0.05%, pelo [método de Monte Carlo](#). Também foi pedido para definir um "N" que gerasse a precisão solicitada de π .

2 Ideia base

A ideia base para o código foi a geração de um número aleatório (de 0 a 1) para a coordenada X e uma geração de um número aleatório (de 0 a 1) para a coordenada Y. Assim estamos trabalhando no primeiro quadrante do plano cartesiano.

Se o valor de X e Y respeitarem a equação $X^2 + Y^2 \leq 1$ implica que eles estarão dentro da circunferência de raio 1. Como estamos trabalhando apenas com coordenadas positivas, as coordenadas estarão em um quarto de circunferência. Veja a figura:



A área de um quarto de circunferência de raio 1 será 0.25π . Por Monte Carlo, ao gerarmos um número suficientemente grande de pontos ("N") 0.25π será estimado por:

$$0.25\pi = \frac{PONTOS - INTERNOS - CIRCUNFERENCIA}{TOTAL - DE - PONTOS}$$

3 Valor de N

O grande desafio desse problema é achar o número N de eventos que resultam na precisão pretendida. Para isso, uma ideia com base estatística foi implementada.

3.1 N por métodos estatísticos

Usaremos como base estatística o livro [Noções de Probabilidade e Estatística](#).

Podemos pensar que o ponto estar ou não dentro da circunferência é uma variável estatística do tipo Bernoulli. Para uma certa quantidade de pontos estarem ou não na circunferência, sua probabilidade pode ser dada por um modelo Binomial. Em um grande número de eventos esse modelo pode ser aproximado para uma Normal.

A probabilidade de um ponto cair dentro da área do círculo é de $p = 0.25\pi$. Com a variância desse modelo dado por: $np(1-p)$

Com a variância da proporção amostral $(Var(P)) = \frac{p(1-p)}{n}$. Em que P é um estimador não viciado e consistente para p. Sendo o desvio padrão dado por $DP = \sqrt{Var(P)}$.

O programa consiste em rodar 1000 vezes a geração de número para estimar um primeiro valor de π e seu desvio padrão.

A geração dos números são utilizando a função Random, com SEED para X dada por N1368 e a SEED de Y dada por N6431, nos quais, N sempre são naturais, maiores que 0 e que correspondem ao contador de repetições da função.

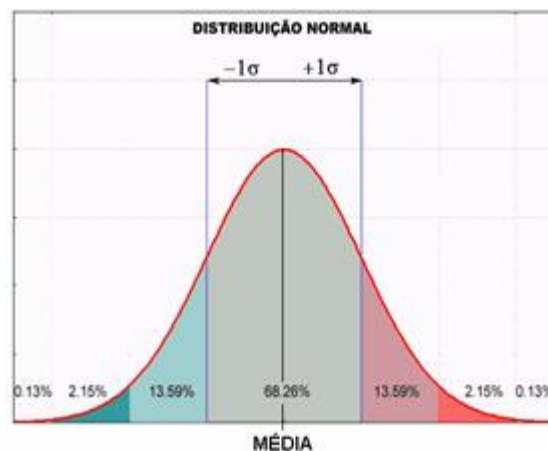


Gráfico retirado de [UOL Educação](#)

Após rodar 1000 vezes, utilizando o fato que 2 vezes o desvio padrão corresponde a cerca de 95% em uma normal, fazemos que mais pontos sejam gerados até que $\frac{DP}{2} < 0.0005\pi$.

Assim, teoricamente, geramos um π com a precisão requisitada 95% das vezes.

4 Conclusão

Ao testar o programa, rodando ele 1000 vezes, SEM UTILIZAR a SEED, chegamos a 95.6% de acerto em relação ao π fornecido ao pesquisar no Google (para utilizar como comparação). Com N variando em torno de 4370000.

Ao utilizar a SEED já mencionada chegamos que $N = 4363624$, π estimado = 3.1428592381011744 e por fim, a precisão em relação ao π encontrado pelo Google é de 0.000403166371594.

Para encontrar N de forma estatística o método se revela custoso, precisando de um alto número de repetições para alcançar a precisão na maioria das vezes. Outros métodos, provavelmente, tem uma eficiência e precisão maior.