

## Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

#### Quinto Selectivo | 1 de abril del 2023

#### Nivel 2

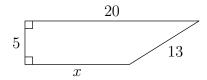
#### **Instrucciones:**

- Asegúrate que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma.
- Tienes dos horas para resolver este examen.
- El examen consta de dos partes:
  - Parte A Los primeros 12 problemas son únicamente de respuesta cerrada. Escribe la respuesta que consideres correcta en la línea correspondiente en la Hoja de Respuestas. Cada pregunta de la Parte A tiene un valor de un punto por respuesta correcta.
  - Parte B Para los últimos tres problemas del examen, debes escribir de manera clara el procedimiento que seguiste para resolverlos. Cada problema de la parte B puede valer hasta 4 puntos dependiendo de la completitud de la solución escrita.
- Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre la línea (en caso de la Parte A) o en las hojas de solución (en caso de la Parte B). Si tu solución de algún problema de la Parte B incluye más hojas, puedes entregarlas; únicamente asegúrate de que las hojas adjuntas tengan número de hoja y problema al que pertenecen, así como tu nombre. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 8 de abril en la página https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/.

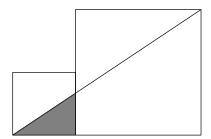
### **Problemas**

#### Parte A

- 1. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 1, 2, 2, 2?
- 2. En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 6 cm y la hipotenusa mide 10 cm. Si se traza la altura que parte del ángulo recto, divide al triángulo en dos triángulos más pequeños, ¿cuál es el área del menor de estos triángulos pequeños resultantes?
- 3. ¿Cuántos enteros positivos existen que no tengan dígitos repetidos?
- 4. Usando la siguiente figura como referencia, encuentra x.



- 5. Un número de 9 dígitos se dice *apestoso* si contiene únicamente los dígitos del 1 al 9 exactamente una vez y los dígitos impares aparecen en orden creciente. Por ejemplo, el número 213485769 es apestoso. ¿Cuántos números apestosos hay?
- 6. Se tienen todos los números enteros del 1 al 100, Se quieren elegir tres de ellos (distintos) de forma que su suma sea impar. ¿Cuántas maneras hay de hacerlo?
- 7. En una fiesta de la familia de Itzel, todos saludan a todos al llegar. En un momento, se han dado 66 saludos en total. Si una persona más llega a la fiesta y saluda a todos los que llegaron antes, ¿cuántos saludos habrán habido en total?
- 8. En la figura, los cuadrados tienen lados de longitud 4 y 8. Encuentra el área sombreada.



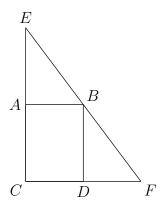
- 9. ¿De cuántas maneras se pueden escoger tres números diferentes del Conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$  de manera que la suma de esos tres números sea múltiplo de 3.
- 10. Si abc representa un número de tres dígitos y abc + acb + bac + bca + cba + cab = 2664, ¿cuál es el mínimo valor de abc?
- 11. En una premiación Nobel en la que se encuentran únicamente matemáticos y bilólogos, los físico saludan únicamente a los biólogos y los biólogos saludan únicamente a los matemáticos. Cada físico saludó a exactamente 6 biólogos y cada biólogo saludó a 12 matemáticos. Si en la reunión hay 180 personas, ¿cuántos biólogos hay?
- 12. ¿Es posible escoger signos para que la suma

$$1 \pm 2 \pm 3 \pm \cdots \pm 2021 \pm 2022 \pm 2023$$

para que la suma sea 146<sup>2</sup>?

# Parte B

13. Sea  $\triangle CEF$  un triángulo rectángulo como se muestra en la figura. Si B es el punto medio de EF y ABDC es un rectángulo de área 16, ¿cuánto vale el área del  $\triangle CEF$ .



- 14. Demuestra que todos los números capicúa con una cantidad par de dígitos son múltiplos de 11.
- 15. En casa de Nuria hay 100 ratones, algunos blancos, otros negros y los restantes grises. Se sabe que los negros son más que el doble de los blancos; que 3 veces los blancos son más que 4 veces los grises; y que 3 veces los grises son más que los negros. Determina cuántos gatos de cada color hay en la casa.