

Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Cuarto Selectivo | 24 de febrero del 2024

Nivel 3

Instrucciones:

- Asegúrate que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma. Llena todos tus datos correctamente en la Hoja de respuestas.
- Tienes dos horas para resolver este examen.
- El examen consta de dos partes:
 - Parte A Los primeros 12 problemas son únicamente de respuesta cerrada. Escribe la respuesta que consideres correcta en la línea correspondiente en la Hoja de Respuestas. Cada pregunta de la Parte A tiene un valor de un punto por respuesta correcta.
 - Parte B Para los últimos tres problemas del examen, debes escribir de manera clara el procedimiento que seguiste para resolverlos. Cada problema de la parte B puede valer hasta 4 puntos dependiendo de la completitud de la solución escrita.
- Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre la línea (en caso de la Parte A) o en las hojas de solución (en caso de la Parte B). Si tu solución de algún problema de la Parte B incluye más hojas, puedes entregarlas; únicamente asegúrate de que las hojas adjuntas tengan número de hoja y problema al que pertenecen, así como tu nombre. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y, si tú prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, tablas, cualquier dispositivo electrónico ni consultar a otras personas.
- Los resultados se publicarán el 6 de marzo en la página https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/.

Problemas

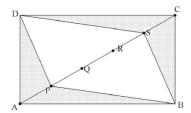
Parte A

1. En la siguiente figura, $\triangle ABC$ es un triángulo equilátero y se escogió P de manera que $\triangle ABP$ es isósceles con $\angle APB=25^{\circ}$. ¿Cuánto vale $\angle PAC$?



- 2. ¿Cuántos números de dos cifras pueden escribirse de manera que la primera cifra sea impar y la segunda sea diferente de la primera?
- 3. Si $6! \times 7! = n!$, ¿qué valores puede tomar n? **Nota:** Recuerda que $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$.

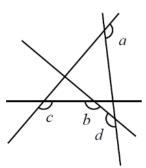
- 4. Sea ABCD un cuadrado y P un punto en su interior tal que $\triangle ABP$ es un triángulo equilátero. Encuentra el valor del ángulo $\angle CDP$.
- 5. Alfie tiene triángulos y rectángulos de madera. Si contamos las esquinas de todas sus piezas, éstas serían 17 esquinas, ¿cuántos triángulos tiene Alfie?
- 6. Ricardo escribe una lista de números de acuerdo a la siguiente regla: A partir del tercer número de la lista, cada número es dos veces la suma de los dos anteriores. El séptimo número de la lista es 8 y el noveno es 24. ¿Cuál es el onceavo número de la lista?
- 7. ¿Cuántos números de 7 dígitos hay tales que al menos uno de sus dígitos es par?
- 8. En el $\triangle ABC$, $\angle BAC + \angle ABC = 110^\circ$. D es un punto sobre el lado AB tal que CD = CB y $\angle DCA = 10^\circ$. ¿Cuánto vale $\angle BAC$?
- 9. Los dígitos a y b son tales que el número de 5 cifras 2a4b2 es múltiplo de 9. ¿Cuál es el mayor valor posible de la multiplicación $a \times b$?
- 10. En el rectángulo ABCD, AB = 12 y AD = 5. Los puntos P, Q, R y S están sobre la diagonal AC, de tal manera que AP = PQ = QR = RS = SC. ¿Cuánto vale el área sombreada?



- 11. ¿Cuál es la mayor potencia de 2 que divide a $1+2+3+\cdots+2024$?
- 12. Si escribí todos los números enteros del 1 al 1000, ¿cuántas veces apareció la cifra "5"? **Nota**: En el 55, la cifra "5" aparece dos veces.

Parte B

13. Calcula la suma de los ángulos $a,\,b,\,c$ y d en la siguiente figura.



- 14. El número de dos cifras x7 multiplicado por el número de dos cifras y9 es igual al número de cuatro cifras zz33. Encuentra los posibles valores de los dígitos x, y y z.
- 15. Encuentra la suma de todos los números de 5 cifras