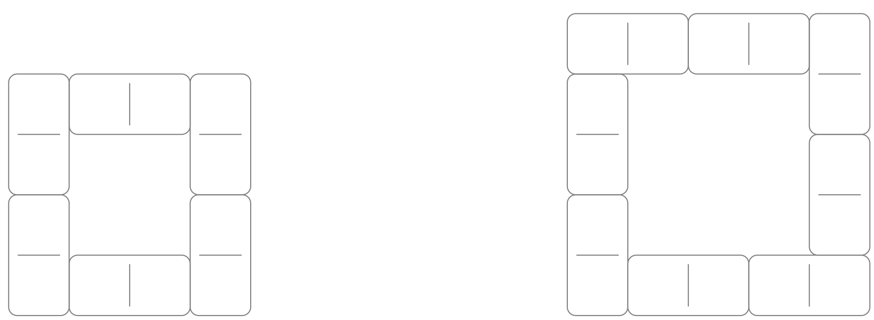
Problema A
Dominó

Un juego de fichas de dominó consiste en un conjunto de piezas rectangulares de 2×1, donde cada mitad contiene un número entre 0 y $n-1$. Llamaremos un n-dominó al juego de fichas donde el valor correspondiente es n. Por ejemplo, el juego de dominó normal es un 7-dominó y sus piezas tienen valores entre 0 y 6. Además, en un n-dominó cada combinación de pares de números está presente exactamente una vez (1–3 y 3–1 son la misma pieza). Por ejemplo, un **7-dominó** consiste en **28 piezas**.

Un n-dominó es tan versátil como una baraja de cartas, en cuanto a que ambos permiten jugar una gran variedad de juegos. Uno de estos es el del cuadrado[1]. En el juego del cuadrado se te entrega un n-dominó y un valor k. El objetivo del juego es formar un cuadrado usando todas las piezas del n-dominó, de forma que para cada lado la suma de todos los valores en él sea k. A un cuadrado formado con un n-dominó de forma que los lados sumen k lo llamaremos un cuadrado (n, k).

Para formar un cuadrado válido la cantidad de pieza verticales y horizontales debe ser la misma. A continuación se muestra una imagen de un cuadrado inválido y uno válido. Notar que no para cualquier



(a) Cuadrado inválido

(b) Cuadrado de lado 5

Figura 1: Un cuadrado válido y uno inválido.

valor de n es posible formar un cuadrado con un n-dominó. Por ejemplo, el 2-dominó está formado por 3 piezas (0–0, 0–1 y 1–1) y no es posible armar un cuadrado con ellas. Por otro lado, para un n-dominó donde sí es posible formar un cuadrado no necesariamente es posible armar un cuadrado (n, k) para cualquier k. Por ejemplo, para el 7-dominó la suma de los lados siempre será menor que 90, y por lo tanto no es posible formar un cuadrado $(7, 90)$.

Tu objetivo es, entonces, determinar una configuración de piezas para completar el cuadrado (n, k). Para esto, tendrás que implementar algunas funciones que simplificarán enormemente la resolución del problema.

[1] Inspirado en *Matemáticas Recreativas* de Y. I. Perelman

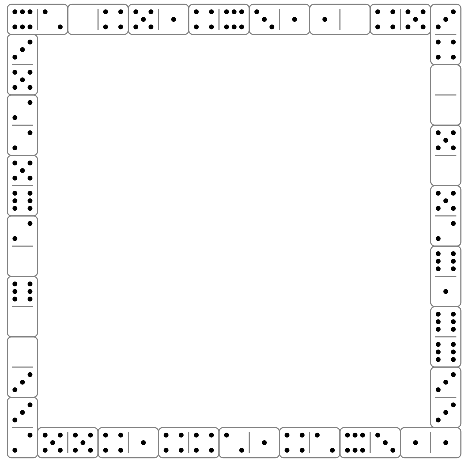


Figura 2: Un cuadrado $(7, 45)$. Notar que cada lado suma 45.

Subtarea 1 (25 pts)

La primera subtarea consiste en implementar la función `cuadrado` que determina para un n si es posible formar un cuadrado con un n-dominó. En esta subtarea no importa la suma de los valores de cada lado, sólo se pide determinar si es posible formar un cuadrado válido usando todas las piezas del n-dominó.

- `bool cuadrado(int n)`
  - `n`: indica el tamaño del n-dominó.
  - *return*: un booleano con valor `true` si se puede formar un cuadrado, y `false` si no.

Para esta subtarea se probará la función `duadrado` con varios casos donde $N \leq 1000$ (25pts).

Subtarea 2 (20 pts)

La subtarea 2 consiste en implementar la función `validar` que dada la especificación de un cuadrado formado con un n-dominó debe verificar que este cumple con la restricción de que todos los lados sumen lo mismo. Esto también implica verificar que las fichas usadas correspondan a las del n-dominó, es decir, cada ficha es usada exactamente una vez. Debes asumir que para el n-dominó entregado es posible formar un cuadrado válido, es decir, `cuadrado(n)` retorna `true`.

- `bool validar(int n, int f, int fichas[])`
  - `n`: indica el tamaño del n-dominó.
  - `f`: indica la cantidad de fichas que tiene el n-dominó.
  - `fichas`: arreglo de enteros de tamaño $2 \times$ `f` donde se especifica el cuadrado. Más adelante se detalla el formato en que el cuadrado debe ser especificado.

- *return*: un booleano con valor `true` si los cuatro lados suman lo mismo, y `false` si no.

Para esta subtarea se probará la función `validar` con varios casos donde $N \leq 1000$ (20pts).

Subtarea 3 y 4

Para las subtareas 3, 4 y 5, debes implementar la función `construir` que para un n y un k dados construye un cuadrado (n, k) en caso de ser posible. Debes asumir que para el n-dominó entregado es posible formar un cuadrado válido, es decir, `cuadrado(n)` retorna `true`. No obstante, puede que ser posible que para el valor de k no sea posible formar un cuadrado (n, k). Si es posible formar un cuadrado (n, k) la función debe retornar `true`, en caso contrario debe retornar `false`.

- `bool construir(int n, int k, int f, int fichas[])`
  - `n, k`: valores que indican el cuadrado (n, k) que se quiere construir.
  - `f`: indica la cantidad de fichas que tiene el n-dominó.
  - `d`: arreglo de enteros de tamaño $2 \times$ `f` donde debes guardar la especificación del cuadrado (n, k). Más adelante se detalla la forma de especificar el cuadrado. Tu función debe llenar este arreglo. Su contenido será revisado solo en el caso en que la función retorne `true`.
  - *return*: un booleano con valor `true` si se puede formar un cuadrado (n, k), y `false` si no.

Para la subtarea 3 se probará la función `validar` con varios casos donde $N \leq 17$ (20pts). Para la subtarea 4 se probará la función `validar` con varios casos donde $N \leq 10000$ (25pts).

Convención sobre el formato del arreglo *d* La función `validar` recibe como parámetro un arreglo de enteros `fichas` donde se especifica un cuadrado formado con las fichas de un n-domino. De la misma forma `construir` debe llenar el arreglo `fichas` para especificar el cuadrado que construye. A continuación se detalla la forma en que un cuadrado es especificado en el arreglo `fichas`.

Si f es la cantidad de fichas de un n-dominó el arreglo `fichas` es de tamaño $2 \times f$. Por ejemplo, como un 7-dominó tiene 28 fichas puede ser guardado en un arreglo de tamaño 56. El arreglo es tal que dos posiciones seguidas corresponden a una ficha. La posición 0 y la 1 corresponden a la primera ficha, la 2 y la 3 a la segunda ficha y así hasta la última ficha que corresponde a las posiciones $2 \times f - 2$ y $2 \times f - 1$ en el arreglo. Las fichas en el arreglo se especifican en sentido horario partiendo desde la esquina superior izquierda. Por ejemplo, el cuadrado mostrado en la Figura 2 puede ser guardada un arreglo de la siguiente manera.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	...	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
6	2	0	4	5	1	4	6	3	1	1	0	4	5	3	4	0	0	...	1	4	5	5	2	3	3	0	0	6	0	2	6	5	2	2	5	3