

ELG 3506 : Électromagnétisme appliqué
Étude de conception: Impact d'un revêtement de
couches anti-réfléctives à bande étendue sur la
production d'énergie solaire

Groupe 12 :

Rayane Oubarka #300266976

Othmane Daali #300260580

05/12/2023

Introduction et resumé :	3
Section Theorique :	3
Resultats et discussions :	6
Revêtement a 2 couches electriques :	6
Probleme 1 :	6
Probleme 2 :	11
Figure 1 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ .	11
Figure 2 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=2.13$.	12
Figure 3 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=1.83$.	12
Figure 4 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2 = 2.73$.	13
Figure 5 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=3.03$.	13
Discussion :	13
Revêtement a 3 couches electriques :	14
Probleme 3 :	14
Probleme 4 :	15
Figure 6 : Production d'énergie à trois couches par rapport à l'augmentation de l'indice de réfraction.	15
Discussion :	16
Conclusion :	16
Annexe :	17

Introduction et résumé :

L'électromagnétisme appliqué occupe une place prépondérante dans le domaine de l'ingénierie, offrant des possibilités infinies d'innovations technologiques. Cette étude de conception se penche sur l'impact d'un revêtement de couches anti-réflexives à bande étendue sur la production d'énergie solaire. L'objectif principal est d'explorer les concepts fondamentaux liés à la réflexion et à la transmission d'ondes électromagnétiques uniformes planes à la frontière entre deux milieux diélectriques.

Cette étude vise à démontrer comment les contraintes de conception peuvent influencer significativement la réponse d'un système, en se concentrant sur une cellule photovoltaïque recouverte d'un revêtement anti-réflexif composé de deux ou trois couches. L'approche conceptuelle nécessitera des choix judicieux d'indices de réfraction et d'épaisseurs pour chaque couche afin de minimiser la réflectivité et maximiser la transmissivité sur un large spectre de longueurs d'onde.

Pour atteindre ces objectifs, nous appliquerons la méthode de transfert de matrice (MTM) pour simuler numériquement la transmissivité des couches anti-réflexives. L'étude comprendra des analyses analytiques et numériques, ainsi que le développement d'un algorithme utilisant la théorie de MTM variant avec la fréquence. Les résultats obtenus seront évalués et discutés, mettant en lumière les choix optimaux pour les indices de réfraction et l'épaisseur des couches afin d'optimiser la puissance transmise.

Au travers de cette exploration approfondie, nous chercherons à remettre en question l'approche conventionnelle de conception de couches anti-réflexives et à proposer des solutions innovantes. Le rapport détaillera chaque étape du processus, de la théorie sous-jacente à la résolution des problèmes, en passant par l'analyse des résultats. Enfin, des suggestions d'optimisation alternatives seront discutées, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles perspectives dans le domaine de l'électromagnétisme appliqué.

Section Théorique :

La méthode de transfert de matrice (MTM) est une approche mathématique puissante utilisée pour analyser la transmission et la réflexion d'ondes électromagnétiques à travers des structures multicouches. Elle repose sur la représentation des propriétés optiques de chaque couche par une matrice de transfert, permettant ainsi de calculer la réponse globale du

système. La MTM est particulièrement efficace pour modéliser des revêtements diélectriques et anti-réfectifs.

La structure multi-couches est composée de N couches, n'incluant pas les milieux non bornés à gauche (e.g., l'eau avec $n_0 = 1.33$) et à droite (e.g., la cellule photovoltaïque, $n_{N+1} = n_{\text{cellule}} = 3.5$) et N+1 interfaces. L'indice de réfraction de chaque couche est noté n_m . Les conditions aux frontières à chaque interface nous permettent de relier le champ électrique de chaque côté à l'aide d'une simple matrice 2×2 pour la me interface. La relation entre les composantes de champ est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{m-1}^+ \\ \mathbf{E}_{m-1}^- \end{pmatrix} = Q_{m-1,m} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_m^{'+} \\ \mathbf{E}_m'^- \end{pmatrix},$$

où:

$$Q_{m-1,m} = \frac{1}{\tau_{m-1,m}} \begin{bmatrix} 1 & \Gamma_{m-1,m} \\ \Gamma_{m-1,m} & 1 \end{bmatrix}$$

est la matrice dynamique, définie en fonction des coefficients de réflexion et de transmission habituels:

$$\Gamma_{m-1,m} = \frac{n_{m-1} - n_m}{n_{m-1} + n_m} \quad \text{et} \quad \tau_{m-1,m} = \frac{2n_{m-1}}{n_{m-1} + n_m}.$$

La matrice de propagation nous permet de propager les composantes de champ à travers la couche m :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_m^{'+} \\ \mathbf{E}_m'^- \end{pmatrix} = P_m \begin{pmatrix} \mathbf{E}_m^+ \\ \mathbf{E}_m^- \end{pmatrix},$$

où:

$$P_m = \begin{bmatrix} \exp(j\delta_m) & 0 \\ 0 & \exp(-j\delta_m) \end{bmatrix}$$

et $\delta_m = \frac{2\pi}{\lambda} n_m d_m$ est « l'épaisseur de phase » de la me couche, dont l'épaisseur physique est d_m et l'indice de réfraction est n_m . Ici, λ est la longueur d'onde dans l'espace libre. En répétant ces transformations pour les N couches et N+1 interfaces, nous obtenons le produit de (N+1) matrices 2×2 reliant le champ total dans le milieu non borné gauche à celui du milieu non borné droit:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_0^+ \\ \mathbf{E}_0^- \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{N+1}^+ \\ \mathbf{E}_{N+1}^- \end{pmatrix}$$

où T est la matrice de transfert du système :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \end{bmatrix} = Q_{0,1} \prod_{m=1}^N P_m Q_{m,m+1}.$$

Soit les composantes de champs incidentes, réfléchies et transmises : $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_0^+$, $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_0^-$ et $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{N+1}^+$. Nous pouvons écrire Γ et τ en fonction des composantes de la matrice de transfert :

$$\Gamma = \frac{\mathbf{E}_r}{\mathbf{E}_i} = \frac{T_{2,1}}{T_{1,1}} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{\mathbf{E}_t}{\mathbf{E}_i} = \frac{1}{T_{1,1}}.$$

En faisant quelques operations algebriques on trouve :

$$R = |\Gamma|^2 \quad \text{et} \quad T = |\tau|^2 \left(\frac{n_{N+1}}{n_0} \right).$$

Résultats et discussions :

Revêtement à 2 couches électriques :

Problème 1 :

- 1- Calcul de la réflectivité à la longueur d'onde centrale pour un système n'ayant aucune couche anti-réfléchissante ainsi que la puissance transmise dans le semi-conducteur.

Revêtement à deux couches électriques

Problème 1 :

a) Sans couche anti-réfléchissante, on peut définir

$$n_0 = 1,33 \quad n_1 = 3,5 \quad \text{et} \quad R = \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right)^2$$

On obtient alors $R = \left(\frac{3,5 - 1,33}{3,5 + 1,33} \right)^2 = 20\%$

La puissance transmise est alors $T = 1 - R$

$$\Rightarrow T = 1 - 20\% = 80\%$$

On a alors : $P = \int_{200}^{2200} (1 - 0,08) \cdot \frac{6,64 \cdot 10^{12}}{15 \cdot (e^{\frac{2\pi \cdot 10^6}{\lambda}} - 1)} d\lambda = ?$

En utilisant la méthode des trapèzes à l'aide de Matlab

On trouve : $P = 793,57 \text{ W}$

2- La méthode de transfert de matrice (MTM) est une approche puissante pour simuler la transmissivité des couches anti-réfléchissantes. En utilisant cette méthode, nous représentons chaque couche par une matrice de transfert, prenant en compte l'impact de l'onde électromagnétique à chaque interface. En multipliant ces matrices de transfert, nous obtenons la matrice globale du système, nous permettant de calculer la transmissivité totale. Cette approche est particulièrement efficace pour des structures à plusieurs couches. Pour l'implémentation en MATLAB ou Python, nous allons créer des fonctions pour générer ces matrices de transfert et les multiplier en utilisant la méthode des matrices. Cependant,

la MTM peut devenir complexe avec un nombre croissant de couches, nécessitant une évaluation minutieuse des compromis entre la complexité du modèle et sa précision.

3- Calcul de la réflectivité en fonction des indices de réfraction (n_0 , n_1 , n_2 , n_{cellule}) à la longueur d'onde centrale de façon analytique ainsi que la relation entre les indices de réfraction minimisant la réflectivité à la longueur d'onde centrale.

On pose : $n_3 = n_{\text{cell}}$

c) Avec deux couches on a : $T = \begin{pmatrix} T_{0,1} & T_{0,2} \\ T_{1,1} & T_{1,2} \end{pmatrix}$

$$= R_{0,1} * P_1 * R_{1,2} * P_2 * R_{2,3}$$

Avec : $\Gamma = \frac{r_{0,1}}{r_{1,1}}$ et $R = |\Gamma|^2$

Pour R :

$$R_{0,1} = \frac{1}{r_{0,1}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1}^* & 1 \end{pmatrix} = \frac{n_0 + n_1}{2n_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \\ \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{1,2} = \frac{1}{r_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{1,2} \\ \Gamma_{1,2}^* & 1 \end{pmatrix} = \frac{n_2 + n_3}{2n_2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \\ \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{2,3} = \frac{1}{r_{2,3}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{2,3} \\ \Gamma_{2,3}^* & 1 \end{pmatrix} = \frac{n_2 + n_3}{2n_1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} & 1 \end{pmatrix}$$

Pour P :

$$P_1 = \begin{pmatrix} e^{j\delta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\delta_1} \end{pmatrix} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 d_1 \quad \text{avec } d_1 = \frac{r_c}{4n_1}$$

Donc : $\delta_1 = \delta_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_c}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{car } r_c = \lambda)$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 = \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & -j \end{pmatrix} = j \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

EFFECTUONS LA MULTIPLICATION

~~Pour~~ Alors étape par étape :

$$\underline{\text{Calculons } Q_{0,1} \times P_1} = \frac{1}{\tau_{0,1}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} & 1 \end{pmatrix} \times j \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow Q_{0,1} \times P_1 = \frac{j}{\tau_{0,1}} \begin{pmatrix} 1 & -\Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} & -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\text{Calculons } Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2}}$$

$$Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} = \frac{j}{\tau_{0,1}} \begin{pmatrix} 1 & -\Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} & -1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{\tau_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{1,2} \\ \Gamma_{1,2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} = \frac{j}{\tau_{0,1} \tau_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} & \Gamma_{1,2} - \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2} & \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} - 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\text{Calculons } Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2}$$

$$Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2 = j \cdot \frac{1}{\tau_{0,1} \tau_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} & \Gamma_{1,2} - \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2} & \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} - 1 \end{pmatrix} \times j \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2 = \frac{-1}{\tau_{0,1} \tau_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} & -\Gamma_{1,2} + \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2} & -\Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} + 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\text{Calculons } Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2 \times Q_{2,3}}$$

$$Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2 \times Q_{2,3} = \frac{-1}{\tau_{0,1} \tau_{1,2}} \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} & -\Gamma_{1,2} + \Gamma_{0,1} \\ \Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2} & -\Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} + 1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{\tau_{2,3}} \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{2,3} \\ \Gamma_{2,3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{0,1} \times P_1 \times Q_{1,2} \times P_2 \times Q_{2,3} = \frac{-1}{\tau_{0,1} \tau_{1,2} \tau_{2,3}} \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} + (-\Gamma_{1,2} + \Gamma_{0,1}) \cdot \Gamma_{2,3} & \Gamma_{2,3} (1 - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2}) + (-\Gamma_{1,2} + \Gamma_{0,1}) \\ \Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2} + (-\Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} + 1) \cdot \Gamma_{2,3} & \Gamma_{2,3} (\Gamma_{0,1} - \Gamma_{1,2}) - \Gamma_{0,1} \cdot \Gamma_{1,2} + 1 \end{pmatrix}$$

On trouve alors :

$$T_{1,1} = \frac{1}{\tilde{\tau}_{1,1} \tilde{\tau}_{2,2} \tilde{\tau}_{3,3}} \left(1 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 + \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 \right)$$

$$\text{et : } T_{2,1} = \frac{-1}{\tilde{\tau}_{1,1} \tilde{\tau}_{2,2} \tilde{\tau}_{3,3}} \left(\Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 + \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 \right)$$

$$\text{On a : } R = |r|^2 = \left| \frac{T_{2,1}}{T_{1,1}} \right|^2$$

$$\Rightarrow \frac{T_{2,1}}{T_{1,1}} = \left| \frac{\Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 + \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2}{1 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 + \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2} \right|^2$$

pour éliminer la réflectivité $\Leftrightarrow R=0$, l'annulateur des
être nul, quel : $\Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 - \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 + \Gamma_{1,2}^2 \Gamma_{2,3}^2 = 0$

$$\text{Donc : } \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) + \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \right) \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow (n_0 - n_1)(n_1 + n_2)(n_2 + n_3) - (n_0 + n_1)(n_1 - n_2)(n_2 + n_3) + (n_0 + n_1)(n_1 + n_2)(n_2 - n_3) = 0$$

$$\Rightarrow 2(n_2 - n_3) - (n_0 - n_1)(n_1 - n_2)(n_2 + n_3) = 0$$

$$\Rightarrow (n_0 n_1 + n_0 n_2 - n_1^2 - n_1 n_2)(n_2 + n_3) - (n_2 n_1 - n_0 n_2 + n_1^2 - n_1 n_2)(n_2 + n_3) = 0$$

$$\Rightarrow + (n_2 n_1 + n_0 n_2 + n_1^2 + n_1 n_2)(n_2 + n_3) - (n_2 n_1 - n_0 n_2 - n_1^2 + n_1 n_2)(n_2 + n_3) = 0$$

$$\Rightarrow 2(n_2 n_1 - n_1^2)(n_2 + n_3) + 2(n_0 n_2 + n_1^2)(n_2 + n_3)$$

$$= 2n_2 n_1 (n_2 + n_3) - 2n_1^2 (n_2 + n_3) + 2n_0 n_2 (n_2 + n_3) + 2n_1^2 (n_2 + n_3)$$

$$= 4n_2 n_1^2 - 4n_1^2 n_2 = 0 \Rightarrow n_0 n_2^2 = n_1^2 n_3$$

$$\Rightarrow n_2 = n_1 \sqrt{\frac{n_3}{n_0}}$$

d) On déduit alors que : (pour $n_1 = 1,5$)

$$\boxed{n_2 = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{3,5}{1}} = 2,62} \quad \boxed{n_2 = 1,5 \cdot \frac{\sqrt{3,5}}{\sqrt{3,5}} = 2,43}$$

On trouve une valeur $n = 2,62$ pour minimiser la réflectivité.

On trouve alors que pour $n = 1.5$, la valeur optimale pour n_2 est 2.43.

Problème 2 :

1- Pour $n_2 = 2.43$ (code dans l'annexe) :

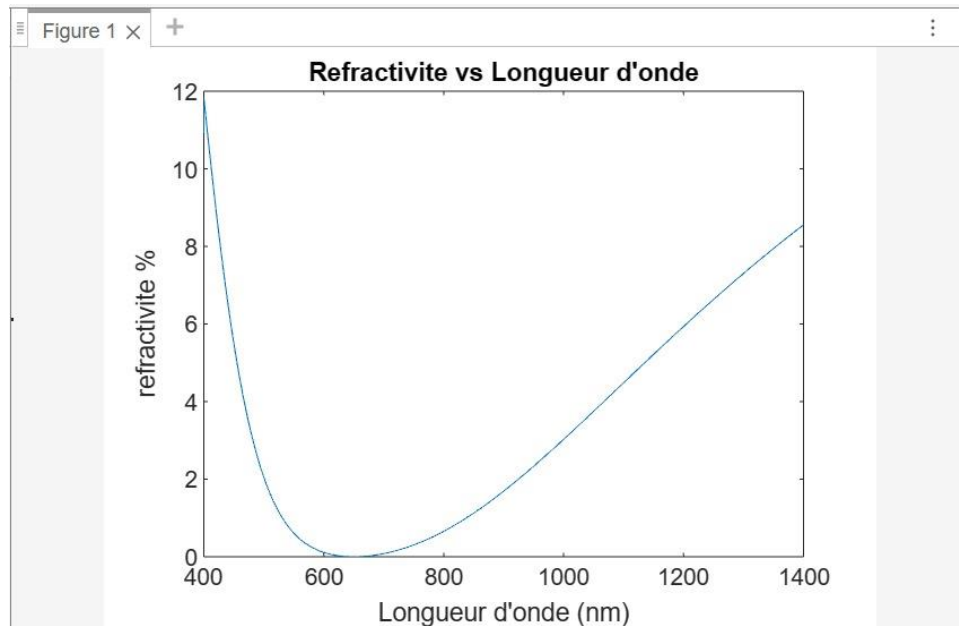


Figure 1 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ .

2- Grace au specte , on trouve $P = 755.5$

3- On commence par la valeur $n_2 = 2.13$ et on trouve $P = 751.3$.

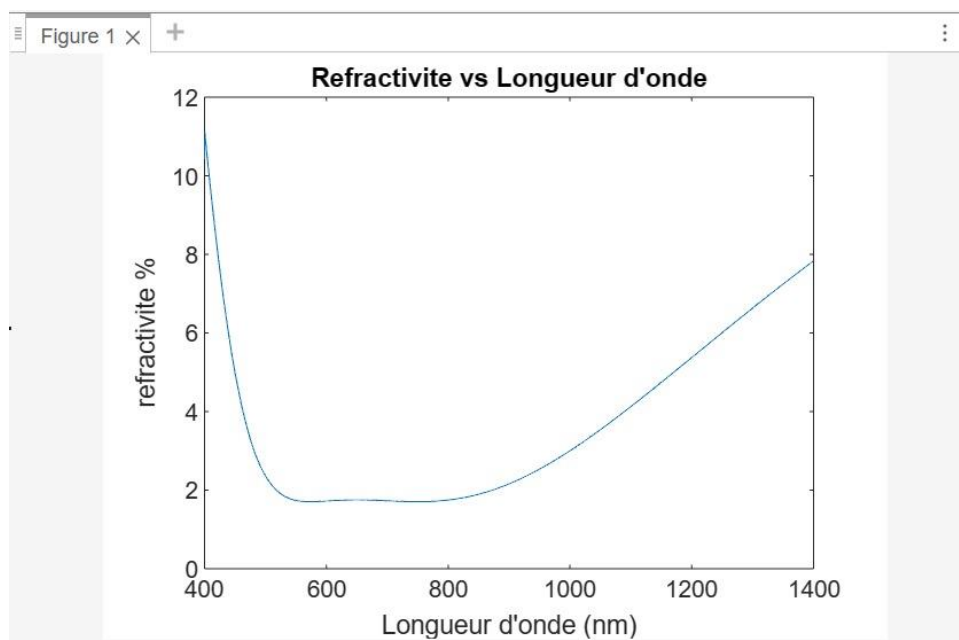


Figure 2 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=2.13$.

Pour $n_2=1.83$, on trouve $P=721.63$

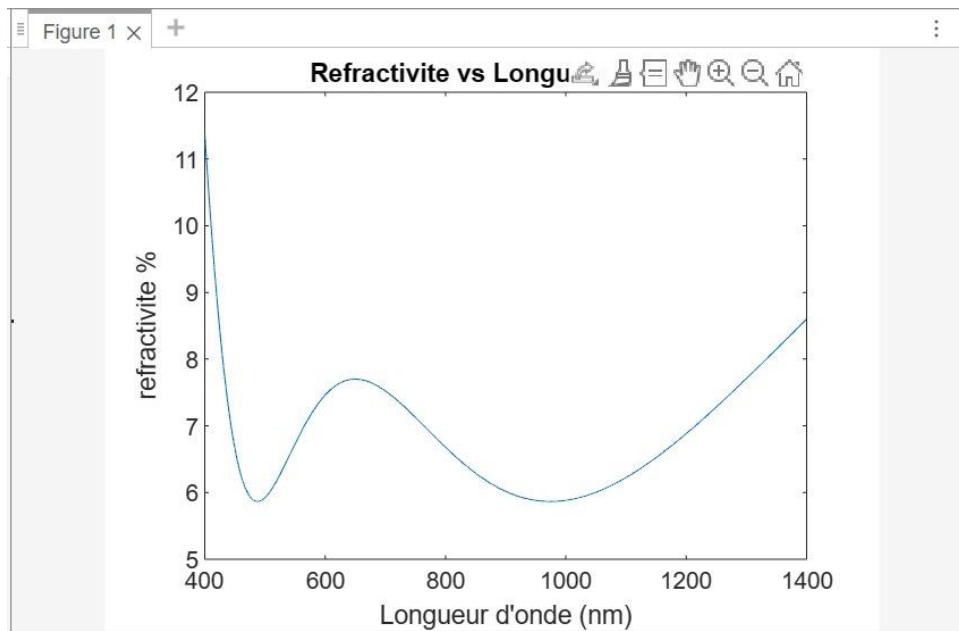


Figure 3 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=1.83$.

Pour $n_2 = 2.73$, on trouve $P = 742.5$

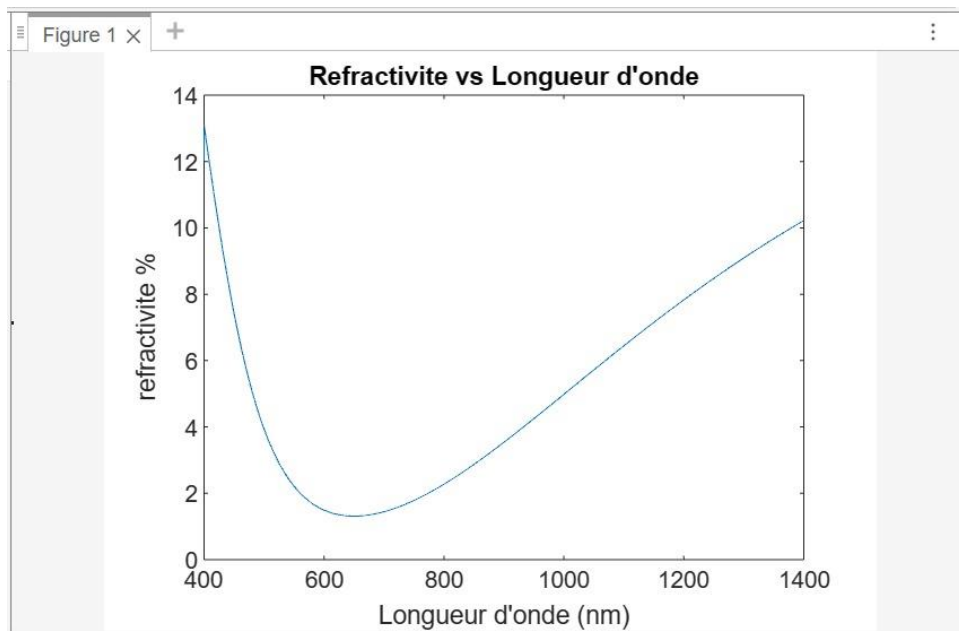


Figure 4 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2 = 2.73$.

Enfin, pour $n_2 = 3.03$, on trouve $P = 718.17$

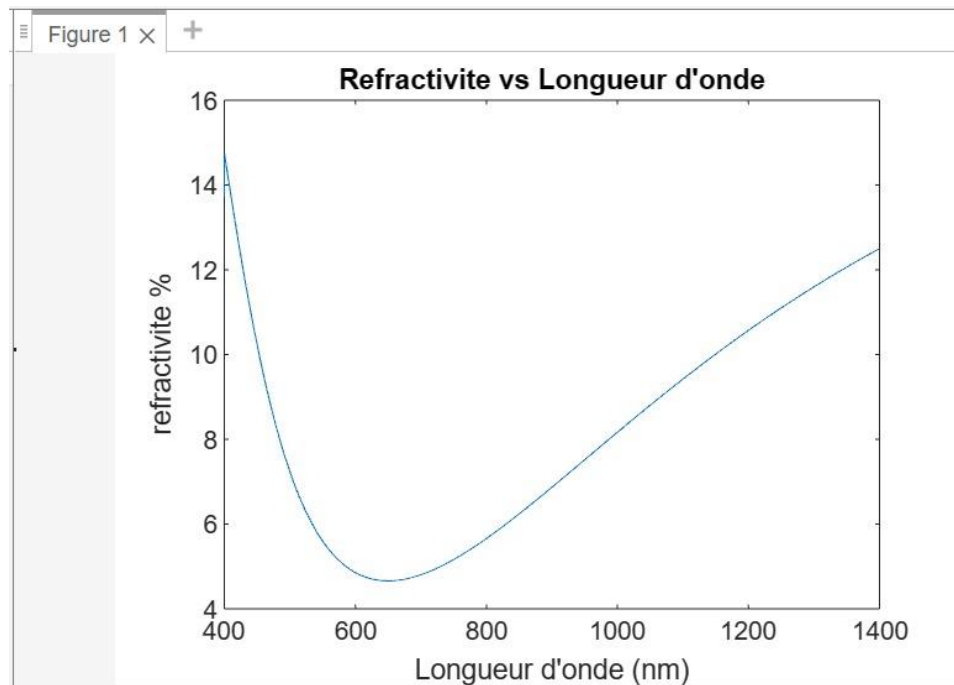


Figure 5 : graphique du spectre total de réflectivité en fonction de la longueur d'onde dans l'espace libre λ avec $n_2=3.03$.

Discussion :

L'analyse de la réflectivité d'un revêtement à deux couches débute en évaluant la réflectivité à la longueur d'onde centrale sans aucune couche anti-réfléctive. Cette première étape, effectuée analytiquement, nous fournit une base de comparaison pour évaluer l'efficacité des couches anti-réfléctives. L'application de la méthode de transfert de matrice (MTM) à un revêtement à deux couches consiste à modéliser chaque couche par une matrice de transfert individuelle, puis à combiner ces matrices pour obtenir la matrice de transfert complète du système. Cette approche nous permet d'explorer de manière détaillée l'influence des propriétés optiques de chaque couche sur la réflectivité globale du revêtement. La discussion analytique avec deux revêtements anti-réfléctifs porte sur l'obtention d'une relation formelle entre les indices de réfraction ($n_0, n_1, n_2, n_{\text{cellule}}$) permettant de minimiser la réflectivité à la longueur d'onde centrale. En fixant n_1 à 1.5, cette relation nous guide vers le choix optimal de n_2 , contribuant ainsi à la conception d'un revêtement à deux couches offrant une réduction significative de la réflectivité. L'utilisation d'un indice de réfraction plus haut ou plus bas, résulte à l'obtention d'une puissance inférieure à celle désirée, on peut alors confirmer nos résultats analytiques grâce à ça pour un choix optimal de n_2 .

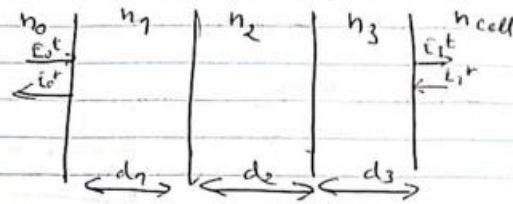
Revêtement a 3 couches electriques :

Problème 3 :

Étudions maintenant un revêtement anti-réfléctif à trois couches de façon analytique.

Nous allons trouver la réflectivité de la longueur d'onde centrale de façon analytique.

Puis nous allons trouver la relation entre les indices de réfraction minimisant la réflectivité à la longueur d'onde centrale. Enfin, nous allons calculer la valeur de n_2 qui nous permettra de trouver ce résultat .



On a: $T = Q_{0,1} * P_1 * Q_{1,2} * Q * Q_{2,3} * P_3 * Q_{3,4}$

De la même manière que pour 2 couches, on trouve :

Q4. prove by induction: $T = \frac{(3!) \cdot (3!) \cdot (3!)}{r_{01} r_{02} r_{03} r_{301} r_{302} r_{303}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{01} \\ r_{01} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{02} \\ r_{02} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{03} \\ r_{03} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{301} \\ r_{301} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{302} \\ r_{302} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & r_{303} \\ r_{303} & 1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow T = \begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_1 \\ \Gamma_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_2 \\ \Gamma_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_3 \\ \Gamma_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Gamma_4 \\ \Gamma_4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T = \begin{bmatrix} 1 - \Gamma_{11} \Gamma_{12} & \Gamma_{11} - \Gamma_{12} \\ \Gamma_{11} - \Gamma_{12} & 1 - \Gamma_{11} \Gamma_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 - \Gamma_{12} \Gamma_{13} & \Gamma_{12} - \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} - \Gamma_{13} & 1 - \Gamma_{12} \Gamma_{13} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\sigma_1} - \frac{1}{\sigma_1} \frac{1}{\sigma_2} \frac{1}{\sigma_3} - \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_2} \frac{1}{\sigma_3} \frac{1}{\sigma_4} + \frac{1}{\sigma_3} - \frac{1}{\sigma_4} - \frac{1}{\sigma_1} \frac{1}{\sigma_2} \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_1} \frac{1}{\sigma_2} \frac{1}{\sigma_4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) - \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \right) \left(\frac{n_5 - n_4}{n_3 + n_4} \right) - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) + \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{n_2 - n_3}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{n_3 - n_4}{n_3 + n_4} \right) + \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \right) - \left(\frac{n_3 - n_4}{n_3 + n_4} \right) - \left(\frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \right) \left(\frac{n_3 - n_4}{n_3 + n_4} \right) + \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) \left(\frac{n_3 - n_4}{n_3 + n_4} \right) = 0.$$

En effectuant les calculs nécessaires, on trouve :

$$\begin{aligned}
 & \cancel{2n_0^2 n_3^2 n_4^2} \\
 & 2n_0 n_2^2 n_4^2 - 2n_1^2 n_3^2 = 0 \\
 \Rightarrow n_2 &= \frac{n_1 n_3}{\sqrt{n_0 n_4}} \Rightarrow n_2 = \frac{1,5 \cdot 3,2}{\sqrt{1,5 \cdot 3,5}} \\
 & \Rightarrow \boxed{n_2 = 2,22}
 \end{aligned}$$

On trouve $n_2=2.22$

Probleme 4 :

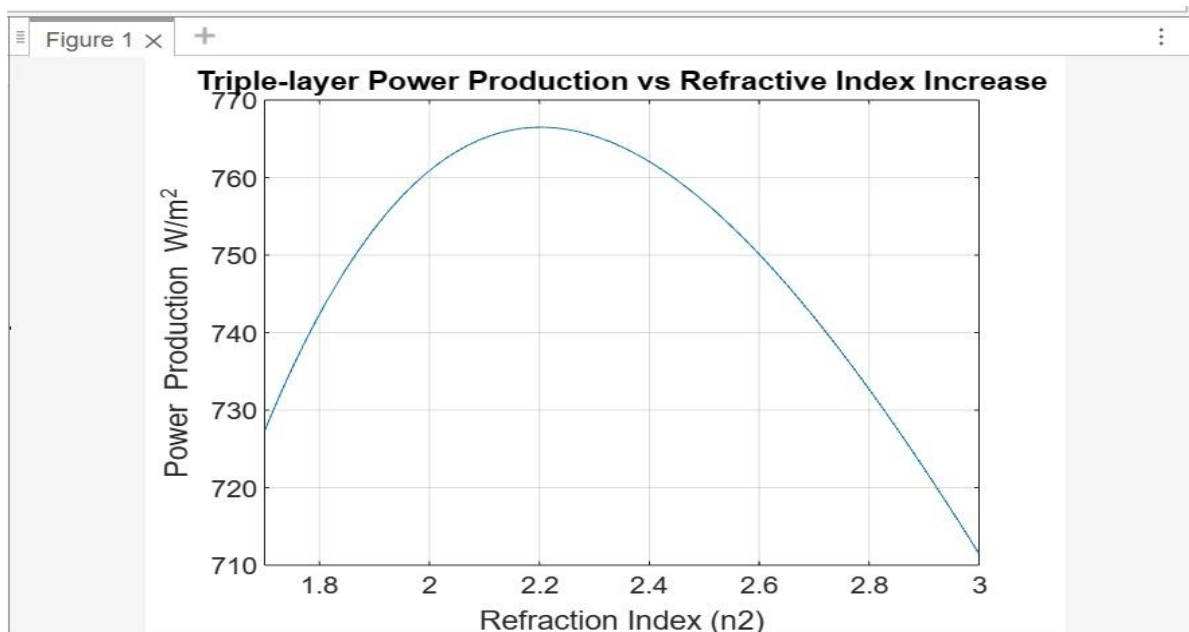


Figure 6 : Production d'énergie à trois couches par rapport à l'augmentation de l'indice de réfraction.

Discussion :

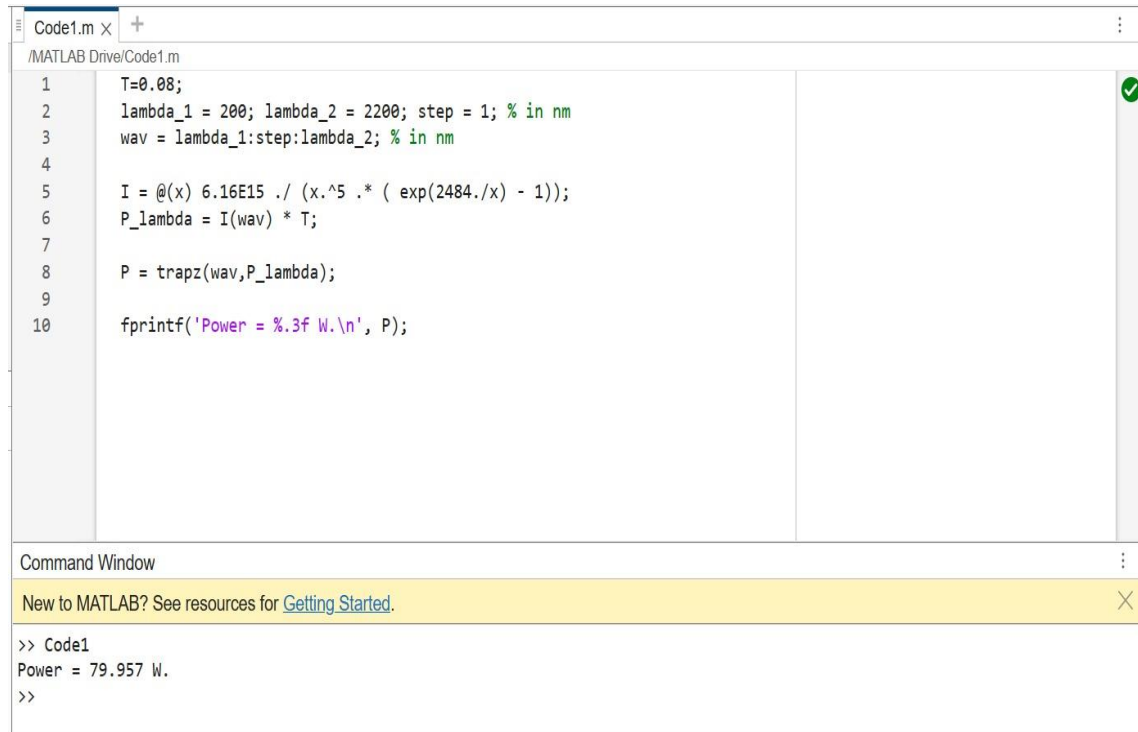
L'étude analytique du revêtement à trois couches se concentre sur la recherche d'une formule analytique pour la réflectivité à la longueur d'onde centrale. Cette approche fournit une compréhension détaillée de la manière dont les interactions entre les trois couches influent sur la performance globale du revêtement. En déterminant la relation entre les indices de réfraction minimisant la réflectivité à la longueur d'onde centrale, nous identifions les paramètres optimaux pour le revêtement à trois couches. La comparaison des résultats avec l'approche à deux couches permet d'évaluer l'impact de l'ajout d'une couche supplémentaire. L'extension du programme pour traiter le cas d'un revêtement à trois couches nous permet d'évaluer numériquement la puissance pour différentes valeurs de n_2 , cherchant ainsi la valeur optimale maximisant la transmission. Ces analyses combinées contribuent à une compréhension approfondie des implications de conception et des compromis entre réduction de réflectivité et complexité du revêtement. Nos résultats numériques ainsi confirme celle obtenue analytiquement, on remarque que notre puissance est maximale pour une valeur aux alentours de $n_2 = 2.22$ comme il était attendu.

Conclusion :

En conclusion, cette étude a exploré les aspects fondamentaux de la conception de revêtements anti-réfléchissants à deux et trois couches, mettant en lumière l'importance de l'optimisation pour maximiser la transmission de la lumière. Cependant, des perspectives d'amélioration subsistent. Des suggestions telles que l'exploration de matériaux innovants, l'optimisation multi-objectif, l'intégration de techniques d'analyse avancées, la considération des conditions environnementales, et l'adoption d'approches hybrides ouvrent de nouvelles voies dans le domaine de l'électromagnétisme appliqué. Ces stratégies prometteuses promettent d'accroître l'efficacité des revêtements anti-réfléchissants, offrant des solutions plus adaptatives et performantes pour des applications variées allant de l'énergie solaire aux communications optiques.

Annexe :

Code de calcul de puissance sans couche de revêtement :

A screenshot of the MATLAB development environment. The top window is the Code Editor, showing a script named 'Code1.m' with 10 lines of MATLAB code. The code calculates the power of a system without a coating layer. The bottom window is the Command Window, showing the output of the script: 'Power = 79.957 W.'.

```
1 T=0.08;  
2 lambda_1 = 200; lambda_2 = 2200; step = 1; % in nm  
3 wav = lambda_1:step:lambda_2; % in nm  
4  
5 I = @(x) 6.16E15 ./ (x.^5 .* ( exp(2484./x) - 1));  
6 P_lambda = I(wav) * T;  
7  
8 P = trapz(wav,P_lambda);  
9  
10 fprintf('Power = %.3f W.\n', P);
```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```
>> Code1  
Power = 79.957 W.  
>>
```

Code de calcul pour deux couches et 3 couches :

```
n1 = 1.5;
n0 = 1.33;
n3 = 3.5;
n2 = 2.43;

%Coefficients de reflection
ref01 = (n0 - n1)/(n0 + n1);
ref12 = (n1 - n2)/(n1 + n2);
ref23 = (n2 - n3)/(n2 + n3);

%Coefficients de Transmission
TC01 = (2*n0)/(n0 + n1);
TC12 = (2*n1)/(n1 + n2);
TC23 = (2*n2)/(n2 + n3);

%Matrice dynamique
Q01 = (1/TC01)*[1 ref01; ref01 1];
Q12 = (1/TC12)*[1 ref12; ref12 1];
Q23 = (1/TC23)*[1 ref23; ref23 1];

Puissance = 0;
for wavelength = 400:1400
    Gx=(pi/2)*(650/wavelength);
    P = [exp(1i*Gx) 0; 0 exp(-1i*Gx)];
    T = Q01 * (P*Q12*P*Q23);
    REF = T(2,1)/T(1,1); %Coefficient de reflexion du systeme
    R (wavelength) = (abs(REF)^2)*100; %En pourcentage
    TRA = 1/T(1,1);
    TTY (wavelength) = (abs(TRA)^2)*(n3/n0); %Transmetivite
    I = (6.16*10^15)/((wavelength^5)*(exp(2484/wavelength) -1));
    Puissance = Puissance + TTY(wavelength)*I;
end
wavelength = 1:1400;
plot(wavelength,R);
xlim([400 1400]);
title("Refractivite vs Longueur d'onde");
xlabel("Longueur d'onde (nm)");
ylabel("refractivite %");
disp('Puissance :');
disp(Puissance);
```

```

clear all;
n= 0.01:(0.02):4;
counter=0;
Powervvalues = ones(1,200);
for i=n
    %refraction:
    n0 = 1.33;
    n1 = 1.5;
    n2 = i;
    n3 = 3.2;
    ncell = 3.5;
    rn0n1 = (n0-n1)/(n0+n1);
    rn1n2 = (n1-n2)/(n1+n2);
    rn2n3 = (n2-n3)/(n2+n3);
    rn3ncell = (n3-ncell)/(n3+ncell);
    %Transmission:
    tn0n1 = (2*n0)/(n0+n1);
    tn1n2 = (2*n1)/(n1+n2);
    tn2n3 = (2*n2)/(n2+n3);
    tn3ncell = (2*n3)/(n3+ncell);
    %Dynamic Matrix:
    Qn0n1 = (1/tn0n1)*[1 rn0n1; rn0n1 1];
    Qn1n2 = (1/tn1n2)*[1 rn1n2; rn1n2 1];
    Qn2n3 = (1/tn2n3)*[1 rn2n3; rn2n3 1];
    Qn3ncell = (1/tn3ncell)*[1 rn3ncell; rn3ncell 1];
    centerwave = 650;
    Power=0;
    for wavelength= 400:1400
        %landa
        pd1(wavelength) = ((pi/2)*(centerwave/wavelength));
        pd2(wavelength) = ((pi/2)*(centerwave/wavelength));
        pd3(wavelength) = ((pi/2)*(centerwave/wavelength));
        %Matrice de propagation
        p1 = [exp(j*pd1(wavelength)) 0; 0 exp(-j*pd1(wavelength))];
        p2 = [exp(j*pd2(wavelength)) 0; 0 exp(-j*pd2(wavelength))];
        p3 = [exp(j*pd3(wavelength)) 0; 0 exp(-j*pd3(wavelength))];
        t = Qn0n1*p1*Qn1n2*p2*Qn2n3*p3*Qn3ncell;
        %Reflectivite et transmittivte
        R(wavelength) = abs(t(2,1)/t(1,1))^2;
        T(wavelength) = (abs(1/t(1,1))^2)*(ncell/n0);
        I(wavelength) = (6.16*(10^15))/(((wavelength)^5)*(exp(2484/wavelength)-1));
        Power = Power+T(wavelength)*I(wavelength);
    end

    counter = counter + 1;
    Powervvalues(1,counter) = Powervvalues(1,counter)*Power;

end

plot(0.01:(0.02):4, Powervvalues);
grid on;
xlim([1.7 3])
xlabel("Refraction Index (n2)");

```

```
ylabel("Power Production W/m^2");  
title('Triple-layer Power Production vs Refractive Index Increase');
```

