Microprocessor (W2)
- Data Representation -

Dong Min Kim
Department of IoT
Soonchunhyang University
dmk@sch.ac.kr

Contents

1 디지털 정보의 단위

- 1nibble = 4bit
- 1byte = 8bit
- 1byte = 1문자(character)
- 영어는 1byte로 1 문자 표현, 한글은 2byte가 필요
- 1워드 : 특정 CPU에서 취급하는 명령어나 데이터의 길이에 해당하는 비트 수
- 워드 길이는 8·16·32·64비트 등 8의 배수가 가능하다.

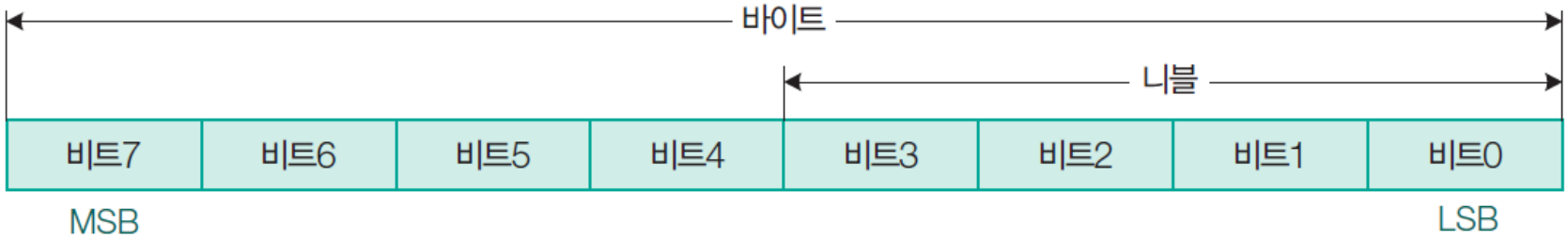


그림 2-1 비트, 니블, 바이트의 관계

MSB Most Significant Bit: 최상위 비트
LSB Least Significant Bit: 최하위 비트

❖ SI 단위와 IEC 단위 비교

표 2-1 SI 단위와 IEC 단위 비교

SI(10진수 단위)			IEC(2진수 단위)			
값	기호	이름	값	기호	이름	10진수 변환 크기
$(10^3)^1=10^3$	k, K	kilo–	$(2^{10})^1=2^{10}\cong10^{3.01}$	Ki	kibi–	1,024
$(10^3)^2=10^6$	M	mega–	$(2^{10})^2=2^{20}\cong10^{6.02}$	Mi	mebi–	1,048,576
$(10^3)^3=10^9$	G	giga–	$(2^{10})^3=2^{30}\cong10^{9.03}$	Gi	gibi–	1,073,741,824
$(10^3)^4=10^{12}$	T	tera–	$(2^{10})^4=2^{40}\cong10^{12.04}$	Ti	tebi–	1,099,511,627,776
$(10^3)^5=10^{15}$	P	peta–	$(2^{10})^5=2^{50}\cong10^{15.05}$	Pi	pebi–	1,125,899,906,842,624
$(10^3)^6=10^{18}$	E	exa–	$(2^{10})^6=2^{60}\cong10^{18.06}$	Ei	exbi–	1,152,921,504,606,846,976
$(10^3)^7=10^{21}$	Z	zetta–	$(2^{10})^7=2^{70}\cong10^{21.07}$	Zi	zebi–	1,180,591,620,717,411,303,424
$(10^3)^8=10^{24}$	Y	yotta–	$(2^{10})^8=2^{80}\cong10^{24.08}$	Yi	yobi–	1,208,925,819,614,629,174,706,176

kibi-: kilobinary, mebi-: megabinary, gibi-: gigabinary, tebi-: terabinary, pebi-: petabinary, exbi-: exabinary, zebi-: zettabinary, yobi-: yottabinary

2 진법

❖ 10진법

- 10진수: 기수가 10인 수
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 10개 수로 표현

$$9345.35 = 9\times1000 + 3\times100 + 4\times10 + 5\times1 + 3\times0.1 + 5\times0.01$$
$$= 9\times10^{3} + 3\times10^{2} + 4\times10^{1} + 5\times10^{0} + 3\times10^{-1} + 5\times10^{-2}$$

❖ 2진법

- 기수가 2인 수
- 0, 1 두 개의 수로 표현

$$1010.1011_{(2)} = 1\times1000_{(2)} + 0\times100_{(2)} + 1\times10_{(2)} + 0\times1_{(2)}$$
$$+ 1\times0.1_{(2)} + 0\times0.01_{(2)} + 1\times0.001_{(2)} + 1\times0.0001_{(2)}$$
$$= 1\times2^{3} + 0\times2^{2} + 1\times2^{1} + 0\times2^{0} + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3} + 1\times2^{-4}$$

01 진법과 진법 변환

❖ 8진법

- 0~7까지 8개의 수로 표현

$$607.36_{(8)} = 6\times100_{(8)} + 0\times10_{(8)} + 7\times1_{(8)} + 3\times0.1_{(8)} + 6\times0.01_{(8)}$$
$$= 6\times8^{2} + 0\times8^{1} + 7\times8^{0} + 3\times8^{-1} + 6\times8^{-2}$$

❖ 16진법

- 0~9, A~F까지 16개의 기호로 표현

$$6C7.3A_{(16)} = 6\times100_{(16)} + C\times10_{(16)} + 7\times1_{(16)} + 3\times0.1_{(16)} + A\times0.01_{(16)}$$
$$= 6\times16^{2} + C\times16^{1} + 7\times16^{0} + 3\times16^{-1} + A\times16^{-2}$$

- 8진수보다는 16진수를 사용하는 경우가 더 많은데 실제로 컴퓨터 구조나 어셈블리어에서는 16진수를 많이 쓴다. 자릿수를 더 짧게 표현할 수 있기 때문이다.

❖ 2진수에 해당하는 8진수, 16진수, 10진수 표현

표 2-2 2진수에 해당하는 8진수, 16진수, 10진수 표현

2진수	8진수	10진수
000	0	0
001	1	1
010	2	2
011	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7

2진수	16진수	10진수	2진수	16진수	10진수
0000	0	0	1000	8	8
0001	1	1	1001	9	9
0010	2	2	1010	A	10
0011	3	3	1011	B	11
0100	4	4	1100	C	12
0101	5	5	1101	D	13
0110	6	6	1110	E	14
0111	7	7	1111	F	15

3 진법 변환

❑ 2진수, 8진수, 16진수를 10진수로 변환

❶ 2진수를 10진수로 변환한 예

$$\begin{aligned}101101.101_{(2)} &= 1\times 2^5 + 0\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3} \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0 + 0.125 \\ &= 45.625_{(10)}\end{aligned}$$

❷ 8진수를 10진수로 변환한 예

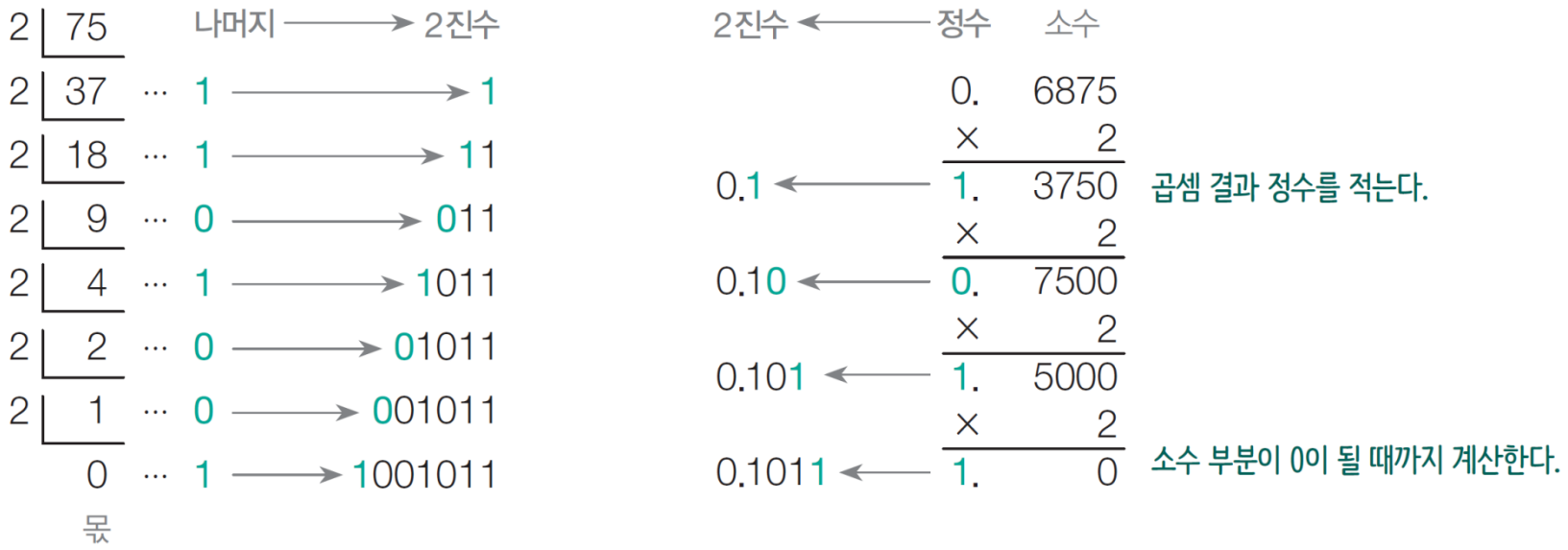
$$\begin{aligned}364.35_{(8)} &= 3\times 8^2 + 6\times 8^1 + 4\times 8^0 + 3\times 8^{-1} + 5\times 8^{-2} \\ &= 3\times 64 + 6\times 8 + 4\times 1 + 3\times 0.125 + 5\times 0.015625 \\ &= 192 + 48 + 4 + 0.375 + 0.078125 \\ &= 244.453125_{(10)}\end{aligned}$$

❸ 16진수를 10진수로 변환한 예

$$\begin{aligned}A3.D2_{(16)} &= 10\times 16^1 + 3\times 16^0 + 13\times 16^{-1} + 2\times 16^{-2} \\ &= 10\times 16 + 3\times 1 + 13\times 0.0625 + 2\times 0.00390625 \\ &= 160 + 3 + 0.8125 + 0.0078125 \\ &= 163.8203125_{(10)}\end{aligned}$$

❑ 10진수 - 2진수 변환

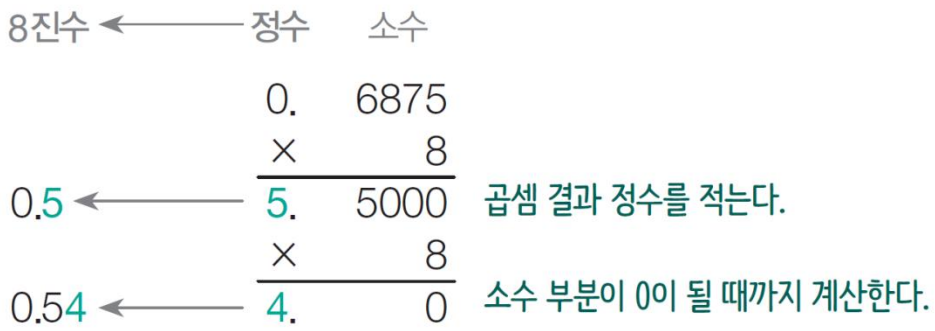
- 정수부분과 소수부분으로 나누어 변환
- 정수부분은 2로 나누고, 소수부분은 2를 곱한다.
- 10진수 75.6875를 2진수로 변환한 예



$$75.6875_{(10)} = 1001011.1011_{(2)}$$

❑ 10진수 - 8진수 변환

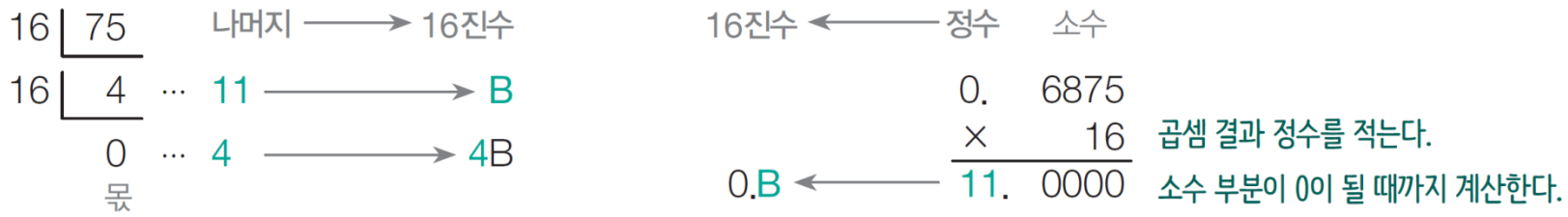
- 10진수 75.6875를 8진수로 변환
- 8로 나누고, 곱한다.



$$75.6875_{(10)} = 113.54_{(8)}$$

❑ 10진수 - 16진수 변환

- 10진수 75.6875를 16진수로 변환
- 16으로 나누고, 곱한다.



$$75.6875_{(10)} = 4B.B_{(16)}$$

❑ 2진수 - 8진수 - 10진수 - 16진수 상호 변환

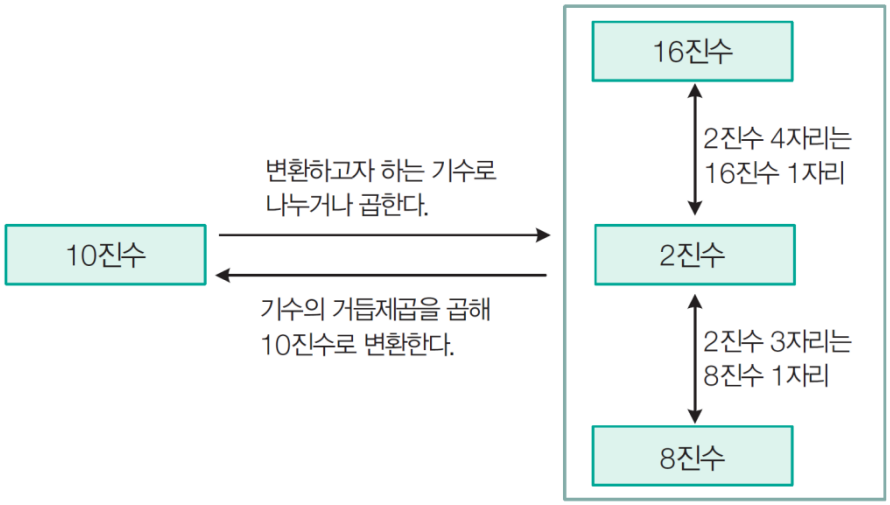


그림 2-2 2진수, 8진수, 10진수, 16진수 상호 변환 개념도

10진수	2진수	8진수	16진수
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

01 진법과 진법 변환

- 10진수를 8진수, 16진수로 변환한 예

$$75.6875 = 1001011.1011_{(2)}$$
$$= 001\ 001\ 011.101\ 100_{(2)}$$
$$= 1\ \ 1\ \ 3.\ \ 5\ \ 4_{(8)}$$

$$75.6875 = 1001011.1011_{(2)}$$
$$= 0100\ 1011.1011_{(2)}$$
$$= 4\ \ B.\ \ B_{(16)}$$

- 8진수와 16진수를 2진수로 변환한 예

$$3\ \ 6\ \ 7.\ \ 7\ \ 5_{(8)}$$
$$= 011\ 110\ 111.\ 111\ 101_{(2)}$$

$$9\ \ A\ \ 3.\ \ 5\ \ 0\ \ F\ \ 3_{(16)}$$
$$= 1001\ 1010\ 0011.\ 0101\ 0000\ 1111\ 0011_{(2)}$$

예제 2-1 10진수 48.8125를 2진수, 8진수, 16진수로 변환하여라.

풀이

$$110000.1101_{(2)} = 110\ 000.\ 110\ 100_{(2)} = 60.64_{(8)}$$

$$= 0011\ 0000.1101_{(2)} = 30.D_{(16)}$$

End of Example

1 보수의 개념과 음수

❖ 최상위비트(MSB)를 부호비트로 사용

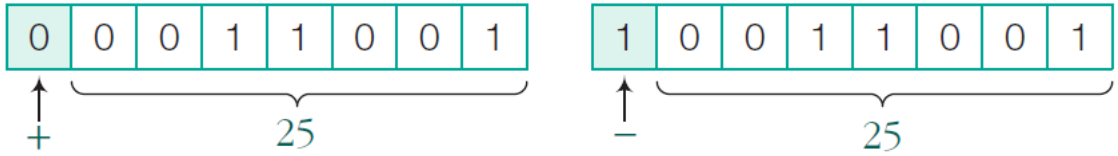
- 양수(+) : 0　　음수(-) : 1

❖ 2진수 음수를 표시하는 방법

- 부호와 절댓값(sign-magnitude)
- 1의 보수(1's complement)
- 2의 보수(2's complement)

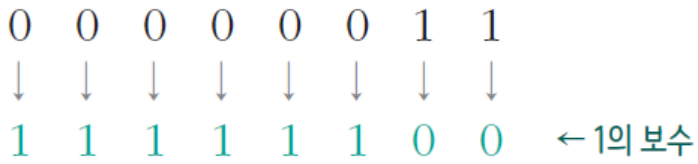
❖ 부호와 절댓값

- 부호비트만 양수와 음수를 나타내고 나머지 비트들은 같다.



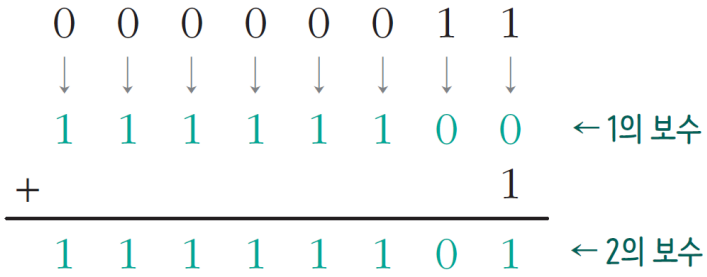
❖ 1의 보수 방식

- 0 → 1, 1 → 0으로 변환



❖ 2의 보수 방식

- 1의 보수 + 1 = 2의 보수



❖ 수의 표현 방법에 따른 10진수 대응 값

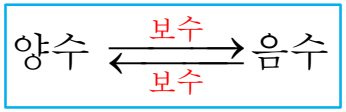
표 2-3 수의 표현 방법에 따른 10진수 대응 값

4비트 2진수	부호 없는 수	부호와 절댓값	1의 보수	2의 보수
0000	0	0	0	0
0001	1	1	1	1
0010	2	2	2	2
0011	3	3	3	3
0100	4	4	4	4
0101	5	5	5	5
0110	6	6	6	6
0111	7	7	7	7
1000	8	-0	-7	-8
1001	9	-1	-6	-7
1010	10	-2	-5	-6
1011	11	-3	-4	-5
1100	12	-4	-3	-4
1101	13	-5	-2	-3
1110	14	-6	-1	-2
1111	15	-7	-0	-1

02 정수 표현

❖양수를 보수로 바꾸면 음수

❖ 음수를 보수로 바꾸면 양수



❖ 2진수와 그 수의 1의 보수와의 합은 모든 bit가 1이 된다.

❖ 2진수와 그 수의 2 보수와의 합은 모든 bit가 0이 된다.
(자릿수를 벗어나는 비트는 제외)

❖ 2의 보수에 대한 10진수의 표현 범위

표 2-4 n비트 2의 보수에 대한 10진수의 표현 범위

비트 수	2의 보수를 사용한 2진 정수의 표현 범위
n비트	$-2^{n-1} \sim +2^{n-1}-1$
4비트	$-2^{4-1}(-8) \sim +2^{4-1}-1(+7)$
8비트	$-2^{8-1}(-128) \sim +2^{8-1}-1(+127)$
16비트	$-2^{16-1}(-32,768) \sim +2^{16-1}-1(+32767)$
32비트	$-2^{32-1}(-2,147,483,648) \sim +2^{32-1}-1(+2,147,483,647)$
64비트	$-2^{64-1}(-9,223,372,036,854,775,808) \sim +2^{64-1}-1(+9,223,372,036,854,775,807)$

❑ 2의 보수를 10진수로 변환

❖ 2의 보수로 표현된 수 $00101101_{(2)}$을 10진수로 변환하는 방법

- 최상위 비트가 0이므로 양수. 따라서 $00101101_{(2)}$의 값을 10진수로 변환하여 +부호를 붙인다.

$$\begin{aligned} 00101101_{(2)} &= 0\times2^7+0\times2^6+1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0 \\ &= 0+0+32+0+8+4+0+1 \\ &= 45 \end{aligned}$$

❖ 2의 보수로 표현된 수 $10101100_{(2)}$을 10진수로 변환하는 방법

- 최상위 비트가 1이므로 음수다.
- 2의 보수로 바꾼 후 10진수로 변환하여 -부호를 붙이면 -84가 된다.

$$10101100_{(2)} \xrightarrow[\text{음수}\rightarrow\text{양수}]{\text{1의 보수}+1=01010011+1=\text{2의 보수}} 01010100_{(2)}$$

$$\begin{aligned} 01010100_{(2)} &= 0\times2^7+1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0 \\ &= 0+64+0+16+0+4+0+0 \\ &= 84 \end{aligned}$$

2 부호 확장

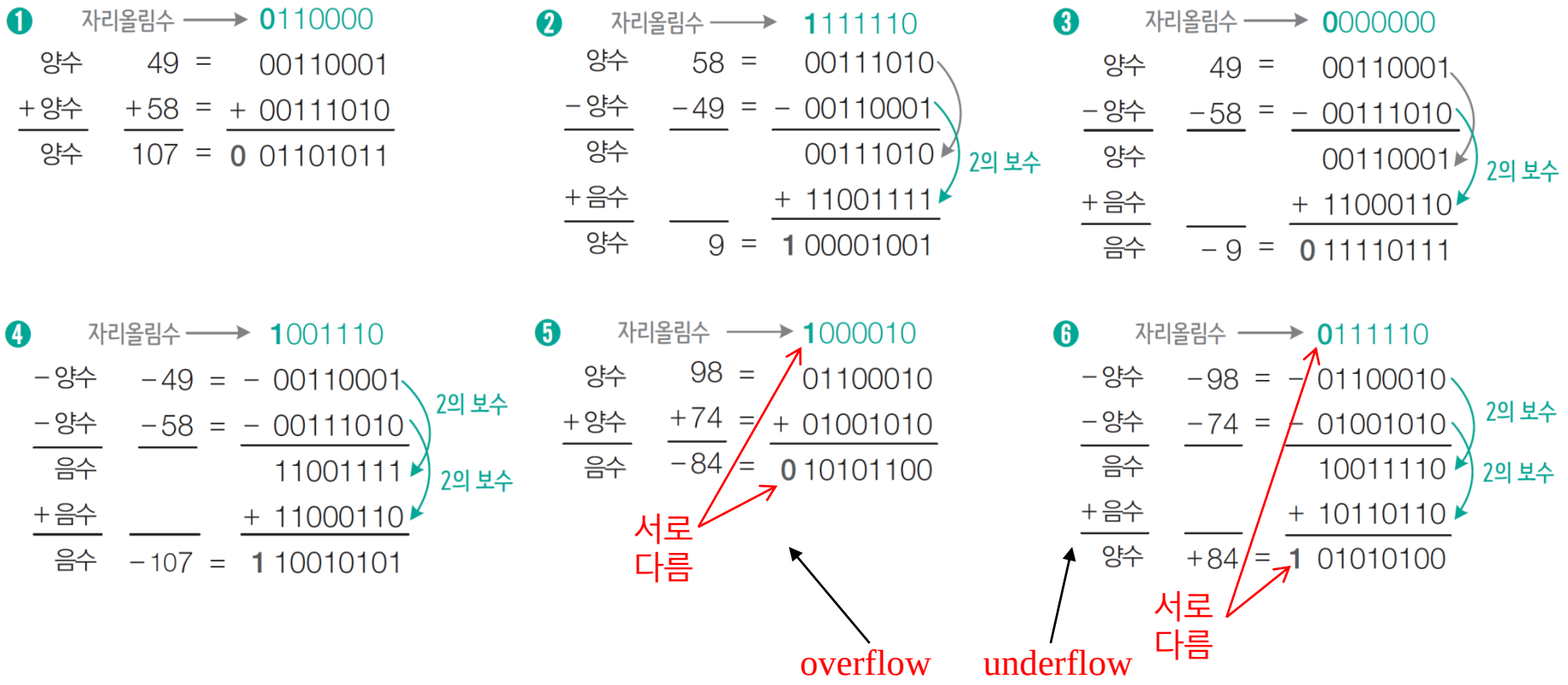
- 부호 확장이란 늘어난 비트 수 만큼 부호를 늘려주는 방법

표 2-5 2진수 표현 방법에 따른 부호 확장

2진수 표현 방식	부호 확장 방법	구분	8비트	16비트 확장
부호와 절댓값	부호만 MSB에 복사하고, 나머지는 0으로 채운다.	양수	00101010	**00000000** 00101010
		음수	10010111	**10000000** 00010111
1의 보수	늘어난 길이만큼 부호와 같은 값으로 모두 채운다.	양수	00101010	**00000000** 00101010
		음수	10010111	**11111111** 10010111
2의 보수	늘어난 길이만큼 부호와 같은 값으로 모두 채운다.	양수	00101010	**00000000** 00101010
		음수	10010111	**11111111** 10010111

3 2진 정수 연산

- 뺄셈의 원리를 보면, A-B 대신에 A+(B의 2의 보수)를 계산하면 된다.
- 뺄셈에서 2의 보수 방식을 사용하는 이유는 뺄셈을 가산기를 사용하여 수행할 수 있다.



예제 2-2 8비트 연산 98+74는 오버플로가 발생하여 잘못 계산된 결과를 얻었다. 부호 확장으로 올바른 결과를 얻을 수 있음을 설명하여라.

풀이

부호를 확장하여 연산하는 과정은 다음과 같다.

	carry	**0**0000000 1000010
98	=	00000000 01100010
+ 74	=	+ 00000000 01001010
172	=	**0** 00000000 10101100

직전 캐리와 최종 캐리(밑줄 친 부분)가 같으므로 정상적으로 계산된 것임을 알 수 있고, 그 결과는 $10101100_{(2)} = 128+32+8+4 = 172_{(10)}$이다.

End of Example

03 실수 표현

- 컴퓨터의 부동소수점수는 **IEEE 754표준**을 따른다.
- **부호**(sign), **지수**(exponent), **가수**(mantissa)의 세 영역으로 표시
- 부호(S)가 0일 때는 양수를 나타내고, 1일 때는 음수를 나타낸다.
- 단정도(single precision) 부동소수점수와 배정도(double precision) 부동소수점수의 두 가지 표현 방법이 있다.

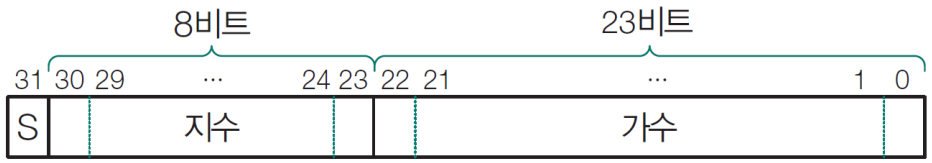
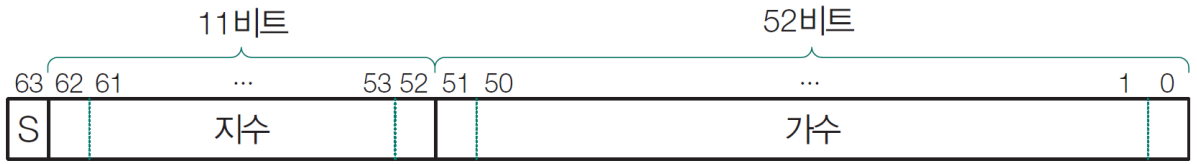
구분	IEEE 754 표준 부동 소수점 수의 비트 할당	바이어스
단정도 부동 소수점 수		127
배정도 부동 소수점 수		1023

그림 2-5 단정도 및 배정도 부동 소수점 수에 할당된 비트 수

단정도(단일정밀도): 32비트, 배정도(2배정밀도): 64비트, 4배정도(4배정밀도): 128비트

❑ 정규화(normalization) : 과학적 표기방법

❖ 2진수의 정규화

$$
\begin{aligned}
75.6875 &= 1001011.1011_{(2)} \\
&= 1.0010111011_{(2)} \times 2^{6} \\
&= 1.0010111011_{(2)} \times 2^{110_{(2)}}
\end{aligned}
$$

❖ 바이어스(bias) : 지수의 양수, 음수를 나타내기 위한 방법

- IEEE 754 표준에서는 바이어스 127(단정도) 또는 1023(배정도)을 사용
- 표현 지수 = 바이어스 + 2진 지수 값

부호	지수(바이어스 127)	가수($1.xxx_{(2)}$)
양수	01111111(127) + 110(6)	1.을 생략한 가수
0	10000101	00101110110000000000000

❖ 10진수 -0.2를 단정도 부동소수점으로 표현

- 2진수로 변환하고 정규화한다.

$$
\begin{aligned}
-0.2 &= -0.00110011001100110011001\ldots_{(2)} \\
&= -1.10011001100110011001\ldots_{(2)} \times 2^{-3} \\
&= -1.10011001100110011001\ldots \times 2^{-11_{(2)}}
\end{aligned}
$$

부호	지수(바이어스 127)	가수($1.xxx_{(2)}$)
음수	01111111(127) – 11(3)	1.을 생략한 가수
1	01111100	10011001100110011001100

❑ 컴퓨터에서의 부동소수점수의 표현 범위

표 2-6 단정도 및 배정도 부동 소수점 수의 표현 범위

구분	단정도 부동 소수점 수	배정도 부동 소수점 수
비정규화된 2진수	$\sim \pm 2^{-149}$에서 $\pm(1-2^{-23})\times 2^{126}$까지	$\sim \pm 2^{-1074}$에서 $\pm(1-2^{-52})\times 2^{1022}$까지
정규화된 2진수	$\sim \pm 2^{-126}$에서 $\pm(2-2^{-23})\times 2^{127}$까지	$\sim \pm 2^{-1022}$에서 $\pm(2-2^{-52})\times 2^{1023}$까지
10진수	$\sim \pm 1.40\times 10^{-45}$에서 $\pm 3.40\times 10^{38}$까지	$\sim \pm 4.94\times 10^{-324}$에서 $\pm 1.798\times 10^{308}$까지

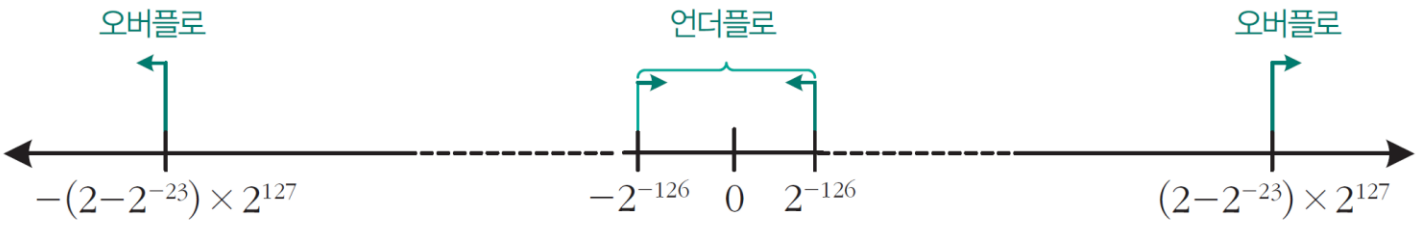


그림 2-6 단정도 부동 소수점 수의 표현 범위

예제 2-3 $\frac{1}{256}$ 을 단정도 부동소수점 방식으로 표현하여라.

풀이

$\frac{1}{256}$ 을 정규화된 방법으로 표현하면 $\frac{1}{256} = \frac{1}{2^8} = 2^{-8} = 1.0 \times 2^{-8}$ 이다.

그러므로 $1.0_{(2)} \times 2^{-1000_{(2)}}$ 를 단정도 부동소수점수로 표현하면 다음과 같다.

부호	지수(bias 127)	가수($1.\times\times\times_{(2)}$)
양수	01111111(127) - 1000(8)	1.을 생략한 가수
0	01110111	00000000000000000000000

End of Example

1 BCD 코드(Binary Coded Decimal Code : 2진화 10진 코드, 8421 코드)

- BCD코드는 10진수 0(0000)부터 9(1001)까지를 2진화한 코드
- 표기는 2진수이지만 의미는 10진수
- 1010부터 1111까지 6개는 사용하지 않음

표 2-7 BCD(8421) 코드

10진수	BCD 코드	10진수	BCD 코드	10진수	BCD 코드
0	0000	10	0001 0000	20	0010 0000
1	0001	11	0001 0001	31	0011 0001
2	0010	12	0001 0010	42	0100 0010
3	0011	13	0001 0011	53	0101 0011
4	0100	14	0001 0100	64	0110 0100
5	0101	15	0001 0101	75	0111 0101
6	0110	16	0001 0110	86	1000 0110
7	0111	17	0001 0111	97	1001 0111
8	1000	18	0001 1000	196	0001 1001 0110
9	1001	19	0001 1001	237	0010 0011 0111

04 디지털 코드

- 예를 들어 10진수 237을 BCD 코드로 변환하면

10진수	2	3	7
	↓	↓	↓
BCD 코드	0010	0011	0111

- BCD 코드의 연산은 다음 예에서 ❶ ~ ❷와 같이 10진수처럼 연산한다.
- 계산 결과가 ❸과 같이 9를 초과하여 BCD 코드를 벗어나는 경우에는 결과에 6(0110)을 더한다.

❶

10진수 덧셈	BCD 덧셈
6	$0110_{(BCD)}$
+3	$0011_{(BCD)}$
9	$1001_{(BCD)}$

❷

10진수 덧셈	BCD 덧셈
42	$0100\ 0010_{(BCD)}$
+37	$0011\ 0111_{(BCD)}$
79	$0111\ 1001_{(BCD)}$

❸

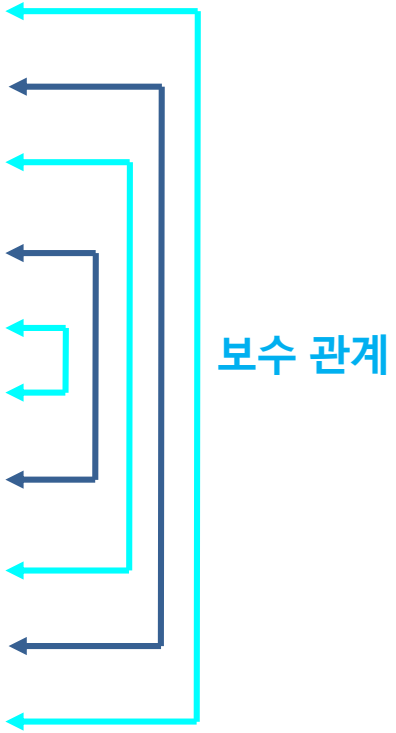
10진수 덧셈	BCD 덧셈
8	$1000_{(BCD)}$
+7	$+\ 0111_{(BCD)}$
	$1111_{(BCD)}$
	$+\ 0110_{(BCD)}$
15	$0001\ 0101_{(BCD)}$

2 3초과 코드(excess-3 code)

- BCD코드(8421코드)로 표현된 값에 3을 더해 준 값으로 나타내는 코드
- 자기 보수의 성질

표 2-8 3초과 코드

10진수	BCD 코드	3초과 코드
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100



3 그레이 코드

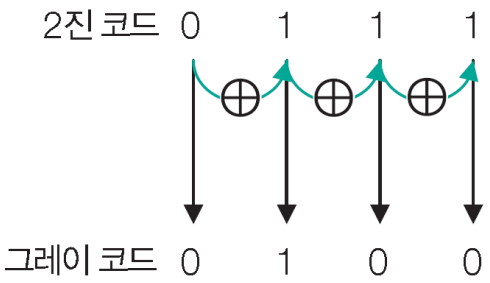
- 가중치가 없는 코드이기 때문에 연산에는 부적당하지만, 아날로그-디지털 변환기나 입출력 장치 코드로 주로 쓰인다.
- 연속되는 코드들 간에 하나의 비트만 변화하여 새로운 코드가 된다.

표 2-9 4비트 그레이 코드

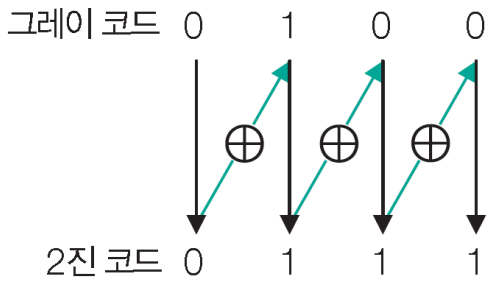
10진 코드	2진 코드	그레이 코드	10진 코드	2진 코드	그레이 코드
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

0 1 1 0
0 1 1 1
0 1 0 1

❖ 2진 코드와 그레이 코드의 상호 변환 방법



(a) 2진 코드를 그레이 코드로 변환하는 방법



(b) 그레이 코드를 2진 코드로 변환하는 방법

그림 2-7 2진 코드와 그레이 코드의 상호 변환 방법

XOR의 진리표

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F=A \oplus B$

4 다양한 2진 코드

- **가중치 코드** : 각 비트의 위치에 따라 값이 정해진 코드

표 2-10 가중치 코드

84-2-1은 $84\bar{2}1$로도 표현한다.

10진수	8421 코드 (BCD)	2421 코드	5421 코드	84-2-1 코드	51111 코드	바이퀴너리 코드 (biquinary code) 5043210	링 카운터 (ring counter) 9876543210
0	0000	0000	0000	0000	00000	0100001	0000000001
1	0001	0001	0001	0111	00001	0100010	0000000010
2	0010	0010	0010	0110	00011	0100100	0000000100
3	0011	0011	0011	0101	00111	0101000	0000001000
4	0100	0100	0100	0100	01111	0110000	0000010000
5	0101	1011	1000	1011	10000	1000001	0000100000
6	0110	1100	1001	1010	11000	1000010	0001000000
7	0111	1101	1010	1001	11100	1000100	0010000000
8	1000	1110	1011	1000	11110	1001000	0100000000
9	1001	1111	1100	1111	11111	1010000	1000000000

- **비가중치 코드** : 각 위치에 해당하는 값이 없는 코드이며, 이러한 코드들은 데이터 변환 같은 특수한 용도로 사용

표 2-11 비가중치 코드

10진수	3초과 코드	5중 2코드	시프트 카운터	그레이 코드
0	0011	11000	00000	0000
1	0100	00011	00001	0001
2	0101	00101	00011	0011
3	0110	00110	00111	0010
4	0111	01001	01111	0110
5	1000	01010	11111	0111
6	1001	01100	11110	0101
7	1010	10001	11100	0100
8	1011	10010	11000	1100
9	1100	10100	10000	1101

예제 2-4 10진수 3864를 2421코드로 변환하여라.

풀이

각 자리 별로 변환하면 다음과 같다. 여기서 3, 6, 4는 각각 2가지 경우가 존재한다.

3	8	6	4
0011 or 1001	1110	1100 or 0110	0100 or 1010

End of Example

예제 2-5 74-2-1코드로 표현한 아래의 수를 10진수로 나타내어라.
① 0110 ② 1100 ③ 1001 ④ 1011

풀이

① 0110 = 7 × 0 + 4 × 1 + (-2) × 1 + (-1) × 0 = 4-2 = 2

② 1100 = 7 × 1 + 4 × 1 + (-2) × 0 + (-1) × 0 = 7+4 = 11

③ 1001 = 7 × 1 + 4 × 0 + (-2) × 0 + (-1) × 1 = 7-1 = 6

④ 1011 = 7 × 1 + 4 × 0 + (-2) × 1 + (-1) × 1 = 7-2-1 = 4

End of Example

❑ ASCII 코드

- 미국 국립 표준 연구소(ANSI)가 제정한 정보 교환용 미국 표준 코드
- 128가지의 문자를 표현 가능

표 2-13 ASCII 코드

(a) 코드 구성

b_8	b_7 b_6 b_5	b_4 b_3 b_2 b_1
패리티	존 비트	디지트 비트
1	3	4

(b) 표준 ASCII 코드표

*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	TAB	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
2		!	"	#	$	%	&	'	(	)	*	+	,	−	.	/
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	〈	=	〉	?
4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	₩	]	^	_
6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	DEL

❑ 유니코드

- ASCII 코드의 한계성을 극복하기 위하여 개발된 인터넷 시대의 표준
- 다양한 운영체제와 최신의 모든 웹 브라우저 및 기타 많은 제품에서 유니코드를 지원한다.
- 미국, 유럽, 동아시아, 아프리카, 아시아 태평양 지역 등의 주요 언어들에 적용될 수 있다.
- 유니코드는 유럽, 중동, 아시아 등 거의 대부분의 문자를 포함하고 있으며, 10만개 이상의 문자로 구성되어 있다.
- 구두표시, 수학기호, 전문기호, 기하학적 모양, 딩벳 기호 등을 포함
- 앞으로도 계속해서 산업계의 요구나 새로운 문자들을 추가하여 나갈 것이다.

1 패리티 비트

- 짝수패리티(even parity) : 데이터에서 1의 개수를 짝수 개로 맞춤
- 홀수패리티(odd parity) : 1의 개수를 홀수 개로 맞춤
- 패리티 비트는 데이터 전송과정에서 에러 검사를 위한 추가비트
- 패리티는 단지 에러 검출만 가능하며, 여러 비트에 에러가 발생할 경우에는 검출이 안될 수도 있음

표 2-15 7비트 ASCII 코드에 패리티 비트를 추가한 코드

데이터	짝수 패리티	홀수 패리티
⋮	⋮	⋮
A	0 1000001	1 1000001
B	0 1000010	1 1000010
C	1 1000011	0 1000011
D	0 1000100	1 1000100
⋮	⋮	⋮

예제 2-6 짝수 패리티 시스템에서 코드 그룹 10110, 11010, 110011, 10101110100, 1100010101011을 수신하였다. 에러가 발생한 그룹을 찾아보아라.

풀이

- 짝수 패리티가 필요하므로 1이 홀수 개인 그룹은 에러 발생
- 10110, 11010, 1100010101011에 비트 에러가 발생하였음

End of Example

2 해밍 코드

- 에러를 정정할 수 있는 코드
- 추가적으로 많은 비트가 필요하므로 많은 양의 데이터 전달이 필요
- 데이터 비트와 패리티 비트와의 관계

$$2^p \geq d + p + 1$$

- 예를 들어 d = 8이면 $2^p \geq 8+p+1$을 만족하는 p를 계산하면 4가 된다.
- 해밍코드에서는 짝수 패리티를 사용

표 2-16 해밍 코드에서 패리티 비트의 위치와 패리티 생성 영역

비트 위치	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
기호	P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
P_1 영역	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
P_2 영역		✓	✓			✓	✓			✓	✓	
P_4 영역				✓	✓	✓	✓					✓
P_8 영역								✓	✓	✓	✓	✓

8비트 데이터의 에러 정정 코드

$$P_1 = D_3 \oplus D_5 \oplus D_7 \oplus D_9 \oplus D_{11}$$
$$P_2 = D_3 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{10} \oplus D_{11}$$
$$P_4 = D_5 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{12}$$
$$P_8 = D_9 \oplus D_{10} \oplus D_{11} \oplus D_{12}$$

for example

P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
		0		0	1	0		1	1	1	0

$$P_1 = D_3 \oplus D_5 \oplus D_7 \oplus D_9 \oplus D_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$
$$P_2 = D_3 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{10} \oplus D_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$P_4 = D_5 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{12} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$
$$P_8 = D_9 \oplus D_{10} \oplus D_{11} \oplus D_{12} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

❖ 해밍 코드에서 패리티 비트 생성 과정

표 2-17 원본 데이터가 00101110일 경우 해밍 코드 생성 예

비트 위치	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
기호	P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
원본 데이터			0		0	1	0		1	1	1	0
생성된 코드	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0

❑ 해밍 코드에서 패리티 비트 검사 과정

전송된 데이터 : 010111011110

P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

☞ 패리티들을 포함하여 검사

$$P_1 = P_1 \oplus D_3 \oplus D_5 \oplus D_7 \oplus D_9 \oplus D_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$P_2 = P_2 \oplus D_3 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{10} \oplus D_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$P_4 = P_4 \oplus D_5 \oplus D_6 \oplus D_7 \oplus D_{12} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$P_8 = P_8 \oplus D_9 \oplus D_{10} \oplus D_{11} \oplus D_{12} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

- 검사된 패리티를 $P_8\,P_4\,P_2\,P_1$ 순서대로 정렬
- 모든 패리티가 0이면 에러 없음
- 하나라도 1이 있으면 에러 발생: 결과가 0101이므로 에러 있음
- 0101을 10진수로 바꾸면 5이며, 수신된 데이터에서 앞에서 5번째 비트 01011011110에 에러가 발생한 것이므로 01010011110으로 바꾸어 주면 에러가 정정된다.

표 2-18 해밍 코드에서 에러가 발생한 경우 정정

비트 위치	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
기호	P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
해밍 코드	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
패리티 검사	1	0		1				0				
$P_8P_4P_2P_1 = 0101_{(2)} = 5_{(10)}$: 5번째 비트에 에러가 발생. 1 → 0으로 정정												
해밍 코드 수정	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0

예제 2-7 다음 해밍 코드 중 에러가 있는지 검사하여라.
1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0

풀이

비트 위치		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
기호		P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7	P_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
해밍 코드		1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
P_1 계산	0	1		1		0		0		1		1	
P_2 계산	0		1	1			1	0			0	1	
P_4 계산	0				1	0	1	0					0
P_8 계산	0								0	1	0	1	0

$P_8P_4P_2P_1 = 0000$ 이므로 에러 없음

End of Example

3 순환 중복 검사(CRC)

- 높은 신뢰도를 확보하며 에러 검출을 위한 오버헤드가 적고, 랜덤 에러나 버스트 에러를 포함한 에러 검출에 매우 좋은 성능을 갖는다.

❖ CRC 발생기 및 검출기

- 수신 측에서는 수신된 $d + k$비트의 데이터를 키 값으로 나누었을 때 나머지가 0이면 에러가 없는 것이지만, 0이 아니면 에러가 발생한 것으로 판단한다.

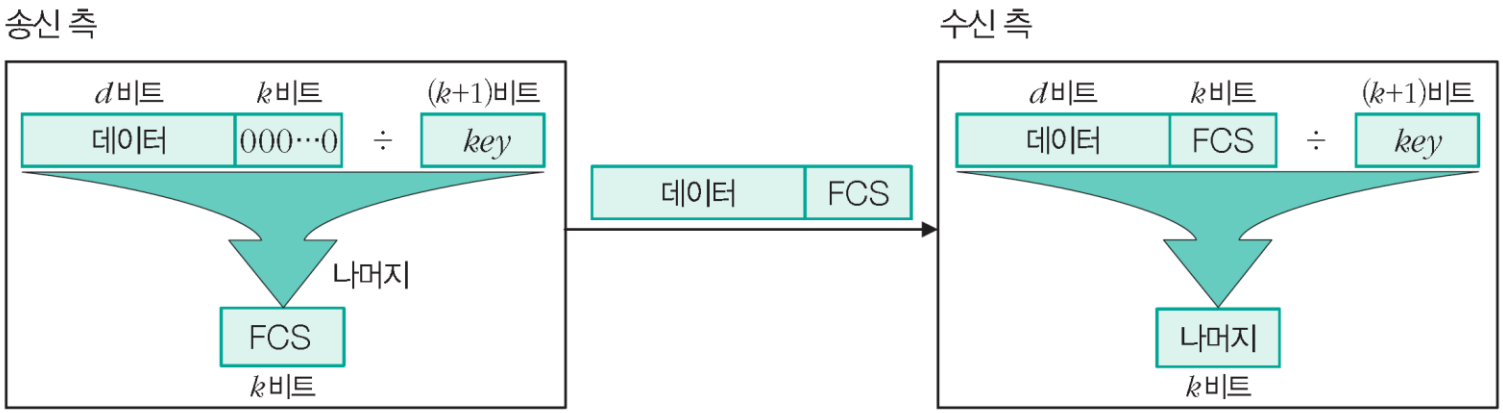


그림 2-8 CRC 발생기와 검사기

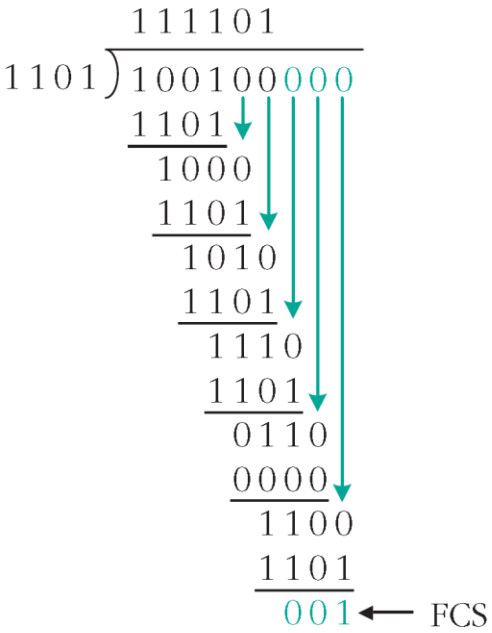
cf. FCS: Frame Check Sequence

❖ CRC 계산에 사용되는 모듈로-2 연산

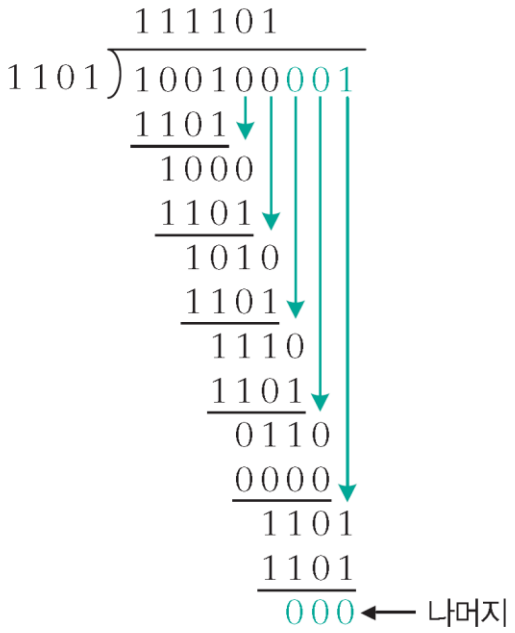
- 사칙 연산에서 캐리는 고려하지 않는다.
- 덧셈 연산은 뺄셈 연산과 결과가 같으며 XOR 연산과도 같다.

> • **덧셈 연산**: $0+0=0,\ 0+1=1,\ 1+0=1,\ 1+1=0$
>
> • **뺄셈 연산**: $0-0=0,\ 0-1=1,\ 1-0=1,\ 1-1=0$

- 데이터가 100100이고, 키 값이 1101인 경우 FCS를 계산하는 예



(a) CRC 발생기에서 계산 과정



(b) 검사기에서 계산 과정

그림 2-9 CRC 발생기와 검사기에서 2진 나눗셈

❖ CRC 하드웨어

- 시프트 레지스터와 XOR 게이트(⊕)를 사용하여 구성할 수 있다.

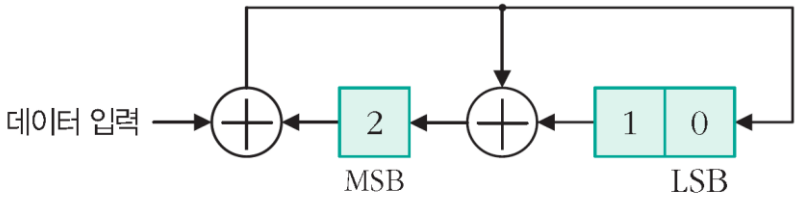


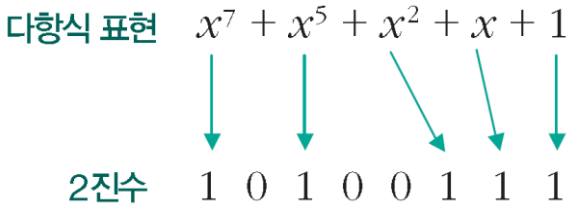
그림 2-10 FCS 생성 회로의 예

- 데이터 100100을 MSB부터 차례로 입력하면, FCS = 001이 된다.

데이터 입력	2	1	0	
	0	0	0	← 초깃값
1 0 0 1 0 0	1	0	1	
1 0 0 1 0 0	1	1	1	
1 0 0 1 0 0	0	1	1	
1 0 0 1 0 0	0	1	1	
1 0 0 1 0 0	1	1	0	
1 0 0 1 0 0	0	0	1	

❖ 생성 다항식

- Key 값을 생성하는 비트를 결정하는 다항식



- 생성 다항식은 에러 검출 능력을 고려하여 결정되는데, 현재 다음 유형이 사용된다

  - CRC−8: $x^8 + x^2 + x + 1$
  - CRC−16: $x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$
  - CRC−32: $x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$

❖ CRC 테이블 기법

- [그림 2-10]과 같이 비트 단위로 CRC를 계산하면 회로는 간단하지만 처리 속도에 문제가 있다.
- 이를 위해 미리 CRC를 계산하여 메모리에 저장해 놓고 사용한다.

Summary

- 2·8·10·16진수 등의 표현 방법, 상호 변환 방법
- 2진수의 연산과 2진수 음수의 표현 방법
- 부동 소수점 2진수를 IEEE 754 표준 방식으로 표현
- 가중치 코드와 비가중치 코드 이해
- 에러 검출 코드 이해