UNIVERSIDAD MÉXICO INTERNACIONAL

Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | #3 |

Método de Newton-Raphson (Bisección)

Métodos Numéricos

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Miguel Ángel Rodríguez Vega

ALUMNO: Oscar Esteban Sánchez Leyva

FECHA: 20/Julio/2025

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En el presente documento se hablará acerca de los métodos de bisección, que es un algoritmo numérico diseñado para encontrar raíces de ecuaciones, es decir, valores de x que hacen que la función f(x) sea igual a cero. Este procedimiento se fundamenta en el teorema del valor intermedio y opera dividiendo sucesivamente un intervalo en dos partes, eligiendo aquel subintervalo donde se encuentra la raíz. Es clasificado como un método cerrado, ya que requiere definir un intervalo inicial que incluya la raíz.

Aspectos clave:

- **Raíz de una ecuación:** Valor de x para el cual la función f(x) toma el valor cero.
- **Intervalo de búsqueda:** Rango dentro del cual se presupone que existe una raíz.
- **Teorema del valor intermedio:** Si una función es continua en un intervalo y sus extremos tienen valores con signos opuestos, debe existir al menos un punto en ese intervalo donde la función sea cero.
- **Bisección:** Proceso de dividir el intervalo original en dos partes equitativas.
- **Convergencia:** Mediante iteraciones, el método se aproxima progresivamente a la raíz exacta de la función.

DESCRIPCIÓN

El método de bisección es un algoritmo utilizado para localizar la raíz de una función continua dentro de un intervalo específico. Su procedimiento consiste en dividir el intervalo en mitades repetidamente, eligiendo aquella que contiene la raíz según el cambio de signo de la función en los extremos del intervalo. Este proceso se realiza hasta alcanzar el nivel de precisión esperado o cumplirse un criterio de parada.

Beneficios:

- **Facilidad de aplicación:** Su diseño sencillo hace que sea fácil de entender y programar.
- **Convergencia asegurada**: Siempre converge hacia una raíz dentro del intervalo inicial, si esta existe, aunque su ritmo puede ser lento.
- **Aplicabilidad general:** Es adecuado para trabajar con una amplia variedad de funciones continuas, tanto algebraicas como trascendentes.

Limitaciones:

- **Ritmo lento:** Puede necesitar numerosas iteraciones para lograr la precisión deseada, especialmente con intervalos iniciales amplios o cuando la función tiene variaciones suaves en el signo cerca de la raíz.
- **Dependencia del intervalo inicial:** La velocidad de convergencia puede variar significativamente según cómo se escoja el intervalo inicial.

JUSTIFICACIÓN

Desde un punto de vista teórico, la justificación del método de bisección radica en el Teorema de Bolzano, según el cual una función continua que presenta un cambio de signo en los extremos de un intervalo cerrado necesariamente tiene una raíz en dicho tramo.

En cuanto al criterio de convergencia, el procedimiento se basa en una división iterativa del intervalo original en dos partes equitativas. Se selecciona aquel subintervalo donde el signo de la función cambie, y este proceso se repite sucesivamente hasta que la longitud del intervalo se reduce por debajo del nivel de tolerancia previamente establecido.

Por otra parte, la simplicidad del método constituye uno de sus mayores atractivos. Su facilidad de comprensión y aplicación lo convierte en una herramienta ideal para quienes están iniciando su formación en el ámbito del análisis numérico.

La confiabilidad del método también es digna de mención. A diferencia de otras estrategias para encontrar raíces, el método de bisección ofrece una convergencia garantizada siempre que se cumplan las condiciones establecidas por el Teorema de Bolzano y haya al menos una raíz en el intervalo inicial.

En términos de aplicaciones, aunque el método pueda ser más lento respecto a otras alternativas, su elevada fiabilidad lo hace especialmente útil en contextos diversos. Entre estos se incluyen áreas como el modelado financiero, los sistemas de control y la resolución de ecuaciones diferenciales, donde la precisión y la certeza en la localización de raíces resultan esenciales para lograr resultados satisfactorios.

DESARROLLO

MÉTODO DE BISECCIÓN

Elegí resolver la ecuación con el método de eliminación de Gauss.

PASO 1:

x	y	z	Constante
3	-1	-1	1
-1	3	1	3
2	1	4	7

Método de Eliminación de Gauss

Primero, se parte de la matriz aumentada del sistema.

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 7 \end{array}\right]$$

PASO 2:

x	y	z	Constante
1	-0.33333	-0.33333	0.333333
-1	3	1	3
2	1	4	7

Normalizamos la primera fila (hacemos el primer pivote igual a 1) dividimos toda la primera fila entre 3

$$F_1 \leftarrow \frac{1}{3}F_1$$

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.33 & -0.33 & 0.33 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 7 \end{array}\right]$$

PASO 3:

x	y	z	Constante
1	-0.33333	-0.33333	0.333333
0	2.666667	0.666667	3.333333
0	1.666667	4.666667	6.333333

Hacemos ceros debajo del pivote de la columna 1

$$F_2 \leftarrow F_2 + F_1$$
$$F_3 \leftarrow F_3 - 2F_1$$

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.33 & -0.33 & 0.33 \\ 0 & 2.67 & 0.67 & 3.33 \\ 0 & 1.67 & 4.67 & 6.33 \end{array}\right]$$

PASO 4:

x	y	z	Constante
1	-0.33333	-0.33333	0.333333
0	1	0.25	1.25
0	1.666667	4.666667	6.333333

Normalizamos la segunda fila (hacemos el segundo pivote igual a 1) (dividir entre 2.6667)

$$F_2 \leftarrow \frac{1}{2.67} F_2$$

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.33 & -0.33 & 0.33 \\ 0 & 1 & 0.25 & 1.25 \\ 0 & 1.67 & 4.67 & 6.33 \end{array}\right]$$

PASO 5:

x	y	z	Constante
1	-0.33333	-0.33333	0.333333
0	1	0.25	1.25
0	0.666667	4.416667	5.083333

Eliminamos el valor debajo del pivote 2

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$F_3 \leftarrow F_3 - 1.67 \cdot F_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.33 & -0.33 & | & 0.33 \\ 0 & 1 & 0.25 & | & 1.25 \\ 0 & 0.67 & 4.42 & | & 5.08 \end{bmatrix}$$

PASO 6:

x	y	z	Constante
1	-0.33333	-0.33333	0.333333
0	1	0.25	1.25
0	0.150943	1	1.150943

Normalizamos la tercera fila (dividir entre 4.4167)

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$F_3 \leftarrow \frac{1}{4.42} F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.33 & -0.33 & | & 0.33 \\ 0 & 1 & 0.25 & | & 1.25 \\ 0 & 0.15 & 1 & | & 1.15 \end{bmatrix}$$

PASO 7:

x	y	z	Constante
1	-0.28302	0.6667	0.716981
0	0.962264	-0.75	0.962264
0	0.150943	1	1.150943

Eliminamos arriba del pivote de la fila 3

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$F_2 \leftarrow F_2 - 0.25 \cdot F_3$$
$$F_1 \leftarrow F_1 + 0.33 \cdot F_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.18 & 0.67 & 1.48 \\ 0 & 0.85 & -0.75 & 0.10 \\ 0 & 0.15 & 1 & 1.15 \end{array}\right]$$

PASO 8:

x	y	z	Constante
1	-0.01068	0	0.98932
0	0.962264	0	0.9622642
0	0.150943	1	1.1509434

Eliminamos arriba del pivote 2

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$F_1 \leftarrow F_1 + 0.18 \cdot F_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.67 & -0.08 & 1.58 \\ 0 & 0.85 & -0.75 & 0.10 \\ 0 & 0.15 & 1 & 1.15 \end{array}\right]$$

Resultado	x= 1.5833
	y= 0.0991
	z= 1.1509

¿Por qué no se puede usar para comprobar el resultado de un sistema lineal?

El método de bisección está diseñado para trabajar con funciones de una sola variable, como $f(x) = x^2 - 2$. No es aplicable a sistemas de ecuaciones que involucran múltiples variables, por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

¿Cómo sí se comprueba una solución de un sistema?

Con el método de sustitución directa, se toman los valores obtenidos para x, y, z y se reemplazan en cada una de las ecuaciones originales. En este caso, x es igual a 1.5833, y corresponde a 0.0991, y z tiene un valor de 1.1509.

Ecuación 1:

$3x-y-z= 3(1.5833) - 0.0991 - 1.1509 = 1$

Ecuación 2:

$-x+3y+z= -1.5833 +3 (0.0991) + 1.1509 = 3$

Ecuación 3:

$2x+y+4z= 2(1.5833) + 0.0991 + 4(1.1509) = 7$

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

1. ¿Cuál método resultó más fácil de utilizar?

El método más sencillo para resolver un sistema lineal de este tipo es el de eliminación de Gauss, ya que es un enfoque directo, estructurado y ampliamente soportado por herramientas como calculadoras científicas, Excel, RStudio u otros programas de álgebra lineal.

Por otro lado, el método de sustitución puede ser útil en sistemas pequeños, pero se torna complicado y poco eficiente a medida que aumentan la cantidad de ecuaciones o incógnitas.

En cuanto al método de bisección, su aplicación exige reformular el sistema para reducirlo a un problema univariable, lo que añade pasos complejos y poco prácticos para resolver este tipo de sistemas.

2. ¿Cuál método es el más eficiente? ¿Por qué?

El método más eficiente para este tipo de sistemas es la eliminación de Gauss por las siguientes razones:

- Facilita la resolución de sistemas con n ecuaciones y n incógnitas de forma rápida y mediante un enfoque sistemático y algorítmico.
- Al ser un método directo, garantiza soluciones exactas en el caso de sistemas lineales.
- Aunque los métodos iterativos, como Jacobi o Gauss-Seidel, pueden ser útiles para matrices grandes y dispersas, no resultan tan efectivos para sistemas más pequeños como este.

Los sistemas de ecuaciones lineales, los procedimientos clásicos de álgebra lineal (como sustitución, reducción y manejo de matrices) ofrecen una mayor facilidad y eficiencia en comparación con el método de bisección, que no se adapta a este tipo de problemas.

CONCLUSIÓN

En conclusión, el método de bisección constituye una herramienta fundamental en el ámbito del análisis numérico, especialmente en escenarios donde la fiabilidad de la solución es prioritaria y la rapidez no representa un requisito crucial. Este procedimiento se erige como una elección idónea cuando se trabaja con funciones cuya continuidad está garantizada y se requiere obtener una aproximación segura a la raíz. No obstante, en situaciones donde la eficiencia computacional es indispensable, técnicas más avanzadas como el método de Newton-Raphson pueden ofrecer resultados más apropiados.

Además, el método de bisección destaca por su robustez y su capacidad para garantizar siempre la convergencia hacia la solución. Por su simplicidad inherente, es uno de los métodos más intuitivos dentro de las técnicas numéricas y proporciona la posibilidad de calcular con precisión el número de iteraciones necesarias para alcanzar un determinado grado de exactitud. En este sentido, su aplicabilidad es especialmente notable para funciones continuas en cuyo intervalo inicial se cumpla la condición de signos opuestos en los extremos, es decir, cuando uno sea positivo y el otro negativo.

Finalmente, el método de bisección se presenta como un enfoque práctico para determinar las raíces de ecuaciones polinómicas. Su uso está limitado al caso en que se tiene certeza de que la solución radica dentro de un intervalo específico, como entre los valores (a) y (b). Por estas características, resulta ser una herramienta valiosa en diversos contextos donde prevalece la necesidad de una aproximación fiable y metódica.

REFERENCIAS

Análisis Numérico UNAH. (2020, 6 julio). *Clase virtual - Método de bisección y Newton-Raphson* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=Uk_0Ky1BHhk

Métodos numéricos. (2017, 5 marzo). *Método de bisección*. Portafolio de Métodos Numéricos. https://metodosnumericos426.wordpress.com/2017/02/04/metodo-de-biseccion-2/

(S/f). Sciencedirect.com. Recuperado el 20 de julio de 2025, de https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/bisection-method

Medina, D. (s. f.). *Ejemplo del método de bisección*. SlideShare. https://es.slideshare.net/slideshow/ejemplo-del-mtodo-de-biseccin/62117126

Nuevo Espacio CECE (Canal Oficial 2020). (2020, 4 abril). *Análisis Numérico. Método de Bisección en R. Prof. Darío Bacchini* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=7OfJSQown8U

Termofluidos RMM. (2023b, octubre 13). *Método de Bisección en Rstudio* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=1uic7Zf7vpM