Вопросы с доказательством для подготовки к контрольной работе по курсу «Алгебра», 3-й модуль,
2020/2021-й учебный год, версия 1.

1. Сформулируйте и докажите утверждение о том, какими могут быть подгруппы группы целых чисел по сложению.
2. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа (включая две леммы).
3. Докажите, что гомоморфизм инъективен тогда и только тогда, когда его ядро тривиально.
4. Сформулируйте и докажите критерий нормальности подгруппы, использующий сопряжение.
5. Сформулируйте и докажите критерий нормальности подгруппы, использующий понятие ядра гомоморфизма.
6. Сформулируйте и докажите теорему о гомоморфизме групп.
7. Докажите, что центр группы является её нормальной подгруппой.
8. Сформулируйте и докажите утверждение о том, чему изоморфна факторгруппа группы по её центру.
9. Сформулируйте и докажите теорему Кэли.
10. Докажите, что характеристика поля может быть либо простым числом, либо нулем.
11. Сформулируйте и докажите утверждение о том, каким будет простое подполе в зависимости от характеристики.
12. Сформулируйте и докажите критерий того, что кольцо вычетов по модулю n является полем.
13. Докажите, что ядро гомоморфизма колец является идеалом.
14. Сформулируйте и докажите утверждение о том, когда факторкольцо кольца многочленов над полем само является полем.
15. Выпишите и докажите формулу для описания изменения координат вектора при изменении базиса.
16. Выпишите формулу для преобразования матрицы билинейной формы при замене базиса и докажите её.
17. Выпишите формулу для преобразования матрицы линейного отображения при замене базиса и докажите её.